FÍSICA GENERAL

Con Experimentos Sencillos

Cuarta edición

Antônio Máximo Ribeiro da Luz
Departamento de Física, Universidad Federal de Minas Gerais, Brasil.

Beatriz Alvarenga Álvares
Departamento de Física, Universidad Federal de Minas Gerais, Brasil.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Antonio Caso 142, San Rafael,
Delegación Cuauhtémoc, C.P. 06470, México, D.F.
Tel.: 5592 4277, Fax: 5705 3738, *e-mail:* oxford@oup.com.mx

Oxford University Press es un departamento de la Universidad de Oxford.
Promueve el objetivo de la Universidad relativo a la excelencia en la investigación, erudición
y educación mediante publicaciones en todo el mundo en

Oxford New York
Auckland Cape Town Dar es Salaam Hong Kong
Karachi Kuala Lumpur Madrid Melbourne Mexico City
Nairobi New Delhi Shanghai Taipei Toronto

Con oficinas en
Argentina Austria Brazil Chile Czech Republic France Greece
Guatemala Hungary Italy Japan Poland Portugal Singapore South Korea
Switzerland Thailand Turkey Ukraine Vietnam

Oxford es una marca registrada de Oxford University Press en el Reino Unido y otros países.
Publicado en México por Oxford University Press México, S.A. de C.V.

División: Profesional
Área: Ciencias

Sponsor editor: Jorge Alberto Ruiz González
Producción: Antonio Figueredo Hurtado

FÍSICA GENERAL
Con experimentos sencillos

ISBN 978-970-613-147-8
ISBN 970-613-147-7

Impreso en México
Decimoctava reimpresión: agosto de 2008

Esta obra se terminó de imprimir
en el mes de agosto de 2008 en
Acabados Editoriales Incorporados, S.A. de C.V.
Calle de Arroz núm. 226, Col. Santa Isabel Industrial, 09820, México, D.F.
sobre papel Bond A O de 68 g

El tiraje fue de 3 000 ejemplares.

contenido

al profesor

En los últimos años la docencia del bachillerato se ha modificado y, evidentemente, la enseñanza de la Física también. A partir de nuestras observaciones, por comunicación directa con un gran número de profesores y escuelas, o mediante investigaciones estadísticas, fue fácil detectar algunos aspectos de dichos cambios, los cuales dificultan el trabajo docente del profesor y el aprendizaje.

La diversidad en el número de horas dedicadas a la enseñanza de la Física en cada escuela, hace que el profesor se enfrente a programas de contenido muy diverso, no sólo en diferentes planteles, sino, a veces, en una misma escuela. En tales circunstancias, la elección de un texto que se adapte a estas diversificaciones, se vuelve muy difícil.

Los textos de Física de esta colección se escribieron con el propósito de llevar los conceptos fundamentales de la Física a todos los estudiantes. Estamos convencidos de que, incluso aquellos que no aplicarán los conocimientos de esta ciencia en sus profesiones, deben estudiarla porque en el mundo actual la Física y sus aplicaciones tecnológicas están presentes en la vida cotidiana de cualquier persona. De acuerdo con los aspectos ya señalados, este libro se diseñó con las siguientes características:

- Procuramos destacar, en cada tema estudiado, la Física presente en las actividades cotidianas de las personas; por tanto, ilustramos fenómenos interesantes y útiles, para que los estudiantes se sientan motivados a conocer y entender los principios de las leyes físicas que intervienen.
- Nos preocupamos por poner de relieve las leyes generales, reduciendo considerablemente la información de carácter específico. Para ello, utilizamos un lenguaje sencillo y una redacción concisa, a fin de hacer más accesible la exposición y no cansar al alumno.
- El contenido de cada sección se presenta dividido en "bloques" con la finalidad de facilitar su lectura y hacerla más amena. El título de cada "bloque" indica su contenido,

y la simple lectura de los títulos podrá servir como guía para que el profesor elabore su plan de trabajo en el aula.

- Siempre que se consideró importante un concepto, un resultado o una conclusión, se destacó en un cuadro con fondo gris. Estos *encuadres* ayudan al estudiante a reconocer los aspectos fundamentales de cada tema, y muchas veces, constituyen una síntesis de la sección.
- Prácticamente en todas las secciones se incluyen *ejemplos* con base en preguntas o problemas resueltos detalladamente, con el fin de concretar las ideas básicas presentadas.
- Los *ejercicios* y los *problemas* se presentan en un número bastante alto y en diferentes niveles, desde los más sencillos —pasando por los ejercicios de revisión, preguntas y problemas hasta los más complicados (problemas complementarios). Esto permite al profesor planear fácilmente las actividades de análisis y la discusión de los ejercicios de acuerdo con la realidad de su escuela y de sus alumnos.
- *Un tema especial,* que se incluye al final de cada capítulo, complementa o amplía el contenido, ya sea presentando aspectos históricos u otros relacionados con el capítulo, o incluso mostrando aplicaciones curiosas de la Física. En la mayoría de los casos este tipo de lecturas es agradable para el estudiante, por el interés que los temas suscitan, por su lenguaje sencillo y por ser fácil de entender.
- Una de las preocupaciones de los educadores dedicados a la enseñanza de la ciencia es la falta casi total de trabajos experimentales. Conociendo la realidad de nuestras escuelas, sabemos que es muy difícil cambiar tal situación, ya que por lo general no se dispone de laboratorios adecuados, el mantenimiento del equipo es muy difícil, y sobre todo, los profesores carecen de tiempo y estímulos para preparar clases prácticas. En esta obra procuramos salvar esas dificultades y para ello sugerimos que se realicen experimentos sencillos en los que se empleen casi exclusivamente materiales de uso común, de manera que casi todo estudiante pueda realizarlos en casa.

Debido a que el número de horas destinadas a los cursos de Física varía mucho de una escuela a otra, sugerimos que el profesor estudie y seleccione previamente las actividades compatibles con la duración y el contenido de su asignatura. En algunas escuelas, donde el número de horas es muy reducido, la programación de cada capítulo podrá hacerse de modo que su desarrollo no exceda de las preguntas de repaso. Si acaso se dispone de un poco más de tiempo, las lecturas y los experimentos podrían incluirse en el programa. Por último, en las escuelas donde cuenten con mayor número de horas, el profesor tendrá la oportunidad de comentar con sus alumnos las preguntas y los problemas, y asimismo, algunos de los problemas complementarios.

En respuesta a las solicitudes de un gran número de profesores, incluimos en forma de apéndices, algunos temas que consideramos no son esenciales para un primer curso de Física de 2º grado. Queda a criterio del docente la inclusión de estos apéndices en el curso, de acuerdo con el tiempo disponible y con la importancia que él le atribuya al estudio de dichos temas.

LOS AUTORES

al estudiante

Una de nuestras preocupaciones al escribir este texto, fue volver interesante y agradable un curso básico de *Física general,* con la intención de evitar que se le considere como una más de las pesadas obligaciones escolares. Creemos que podrá entusiasmar tanto a los lectores que pretendan continuar sus estudios en una carrera ligada con las ciencias exactas, como a quienes nunca volverán a tener contacto con el estudio de la Física.

El conocimiento de las leyes y los fenómenos físicos constituye un complemento indispensable en la formación cultural del hombre moderno, no sólo en virtud del notable avance científico y tecnológico actual, sino porque el mundo de la Física está presente en muchísimos aspectos de nuestra vida diaria: en el hogar, en el auto, en un elevador, en el cine, en un campo deportivo, etcétera.

Así, con la orientación de su profesor, si lee atentamente los textos de cada capítulo, los comenta con sus compañeros y realiza las actividades sugeridas, al final de este curso habrá podido entender las leyes fundamentales de la Física, y observar que representan la armonía y organización características de la naturaleza. Esta nueva visión, posiblemente, hará surgir en usted el amor y el respeto hacia las cosas y los hechos físicos del mundo en que vivimos.

Al mismo tiempo, entre sus sentimientos nacerá, casi seguramente, la admiración y respeto hacia los notables científicos que, después de arduos esfuerzos, crearon esta importante rama del conocimiento humano.

LOS AUTORES

prólogo a la edición en español

Esta nueva versión del conocido y útil texto *Física General* de los profesores Máximo y Alvarenga, no sólo ha sido actualizada y ampliada, sino que se le ha dado una mejor estructuración didáctica. Su contenido se presenta organizado en diez Unidades que exponen, sucesivamente, los siguientes temas: Nociones Introductorias, Cinemática, Dinámica y Fluidos, Leyes de Conservación, Temperatura y Gases, Calor y Termodinámica, Óptica y Ondas, Electrostática, Electrocinética y Electromagnetismo.

Este libro fue creado no sólo para las condiciones de un país en particular, sino con un planteamiento innovador que tendrá cabida en todos los países de habla española. El material puede adaptarse a diferentes programas y tiempos de enseñanza para la importante asignatura de la Física en los cursos superiores de bachillerato.

La obra tiene ahora cada capítulo elaborado del siguiente modo: (1) preámbulo; (2) secciones de texto en las que se describe claramente lo esencial y se destaca lo más importante (en cuadros de fondo gris); (3) ejemplos y ejercicios de aplicación para cada sección; (4) lectura o narración alusiva acerca de aspectos humanos, antecedentes o temas avanzados de la Ciencia (Un tema especial); (5) repaso o resumen general; (6) experimentos sencillos de aplicación para el lector; (7) preguntas y problemas; (8) problemas complementarios; (9) cuestionario; (10) respuestas a las cuestiones a resolver por el alumno.

Además, todo lo anterior es ilustrado profusamente con figuras, croquis, fotografías y dibujos humorísticos especiales, que facilitan captar en forma grata y adecuada, los principios y conceptos que se exponen en cada parte del contenido.

Cabe sañalar en especial, el acierto de incluir en esta edición trabajos de práctica constituidos por experimentos sencillos a efectuar por los estudiantes, actividades que tienen la característica de poder ser llevadas a cabo utilizando materiales de uso común, o bien, obtenible con cierta facilidad.

Esta útil disposición permitirá subsanar la escasez de recursos de experimentación y laboratorios de enseñanza, deficiencia que suele existir en muchos casos, y con más razón en la actualidad. La motivación que se induce en el lector es tal, que podría afirmarse que pocas personas resistirán el impulso de realizar algún experimento, después de haber leído y comprendido el capítulo correspondiente.

Otro punto a destacar es la complementación y adaptación efectuada por nuestro Departamento en lo que respecta a la terminología científica más adecuada y correcta en español, así como los datos y observaciones adicionales que aclaran y completan la exposición, sobre todo en lo referente a las áreas de nociones matemáticas y aplicaciones prácticas. En especial, en las tres últimas Unidades: VIII, IX, X (referente a la Electricidad).

Por lo anterior, creemos que esta nueva versión de la *Física General* de Máximo y Alvarenga, que hemos subtitulado: Con Experimentos Sencillos, ayudará en alto grado a que quienes comienzan a conocer la ciencia Física capten su importancia al poder explicarse debidamente los fenómenos físicos de la vida cotidiana, y al percibir la causalidad que subyace en toda manifestación de la Naturaleza, así como la influencia de tal acción sobre los habitantes de este pequeño planeta llamado Tierra.

ING. FRANCISCO PANIAGUA B.
EDITOR DE CIENCIAS

cómo utilizar esta obra

Al escribir los textos y preparar las actividades que integran el libro siempre tuvimos en la mente crear un instrumento que sirviera de ayuda para sus estudios. De acuerdo con nuestro propósito, a continuación presentamos algunas orientaciones que le permitirán conocer mejor esta *Física General* y, en consecuencia, a utilizar la obra con el máximo provecho:

- Inicie siempre el estudio de un determinado tema con la lectura de la sección. El lenguaje sencillo y la división del texto en pequeños bloques, con títulos que indican su contenido, facilitan esta tarea. Procure entender el tema expuesto y, si tiene alguna duda, coméntela con su profesor o sus compañeros. No trate de memorizar las fórmulas eventuales que se incluyen en el texto, porque la fórmula aislada representa poco o nada del conocimiento que sintetiza. La lectura y la comprensión del texto son indispensables para adquirir este conocimiento.
- Al terminar la lectura de cada sección, dedíquese a los Ejercicios incluidos al final de ellas. Por lo general, esos ejercicios se resuelven con cierta facilidad, permiten consolidar y sirven como estímulo para continuar con otras actividades. No pase a la sección siguiente ni trate de trabajar con problemas más complicados antes de resolver todos los ejercicios. Su razonamiento no puede avanzar tan aprisa y estos ejercicios se incluyeron precisamente para que usted adquiera los conocimientos paso por paso.
- Un especial se incluyó como una extensión de los conocimientos presentados en el texto. Con un lenguaje sencillo y un tratamiento cualitativo de la materia, casi sin mención de las Matemáticas, esta sección presenta aspectos históricos del tema, con una visión más moderna de los conceptos y las leyes relacionadas o, incluso, sus aplicaciones tecnológicas actuales. Estamos seguros de que el estudiante apreciará la lectura de alguno de estos temas especiales y se convencerá de que la Física contenida en ellos es de tan buena calidad como el resto del capítulo.

- El repaso que se incluye al final de cada capítulo es una especie de sesión de estudio dirigido, propuesto para que el lector obtenga una visión global del tema, después de haber estudiado cada sección por separado. Al terminar esta actividad tendrá a mano un resumen del capítulo, al cual podrá recurrir cuando desee hacer una recapitulación rápida.
- Otra actividad importante para facilitar la comprensión y el aprendizaje de los temas expuestos en un capítulo son los experimentos que se proponen al final de cada uno de ellos. Escogimos experimentos muy sencillos que, en general, requieren material disponible en casa, lo que permite que se realicen como tarea. No deje de hacer estos experimentos y llevarlos a la escuela para comentarlos con su profesor y sus compañeros. Estamos convencidos de que estas actividades le proporcionarán momentos de placer y le permitirán tener una visión más clara y concreta de los fenómenos en estudio.
- Los problemas, utilizados en nuestros cursos de Física para que los estudiantes prueben y apliquen sus conocimientos, se presentan en tres secciones en nuestro texto: preguntas y problemas, problemas complementarios y cuestionario. Por ser numerosos estos problemas, el estudiante quizá no tendrá tiempo para resolverlos todos. Corresponde, entonces, al profesor seleccionar los más significativos para su curso y para su propio contexto. Al resolverlos, el estudiante subirá algunos peldaños más en su formación científica.

LOS AUTORES

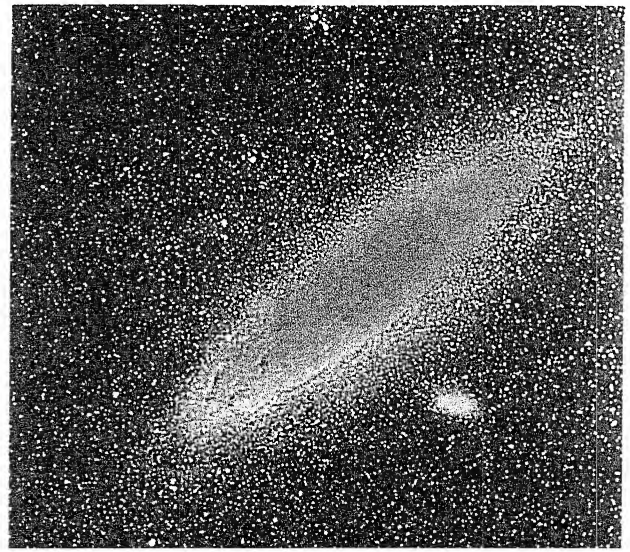
FÍSICA GENERAL

unidad I

introducción

capítulo 1

cifras significativas



Fotografía de la galaxia Andrómeda, situada a dos millones de años-luz de la Tierra. Las leyes de la Física que estudiaremos en este curso describen correctamente los fenómenos que se producen aquí en la Tierra y en regiones tan lejanas como esta galaxia.

En los comienzos de su desarrollo, la *física* se consideraba como una ciencia dedicada a estudiar todos los fenómenos que se producen en la naturaleza. De ahí que durante muchos años recibió el nombre de "filosofía natural".

Por otro lado, a partir del siglo XIX la física restringió su campo, limitándose a estudiar más a fondo un menor número de fenómenos denominados "fenómenos físicos", separándose los demás para pasar a formar parte de otras ciencias naturales.

Sin embargo, si intentásemos identificar los fenómenos físicos mencionados, comprobaríamos que no es posible establecer una definición clara. Pero, dejemos a un lado esta preocupación. Conforme nos adentremos en la materia, el lector irá descubriendo que es más importante saber y comprender lo que ya se hace en el campo de la física, lo cual no se puede definir en pocas palabras.

Se dará cuenta de que es posible explicar una gran variedad de fenómenos aparentemente desvinculados entre sí, partiendo de unos cuantos principios básicos que, si se comprenden bien, bastarán para enfrentar y resolver problemas nuevos.

1.1 Ramas de la física

En los comienzos del desarrollo de las ciencias, nuestros sentidos eran la fuente de información que se empleaba en la observación de los fenómenos que se producen en la naturaleza. Por ello, el estudio de la física se desarrolló subdividiéndolo en diversas ramas, cada una de las cuales agruparon fenómenos relacionados con el sentido por el cual se percibían. Así surgieron:

1) La *mecánica*. Rama de la física que estudia los fenómenos relacionados con el *movimiento* de los cuerpos. De manera que cuando estudiamos el movimiento de caída de un cuerpo, el movimiento de los planetas, el choque de dos automóviles, etc., estamos tratando con fenómenos mecánicos.

2) El *calor* (o *termología*). Como su nombre lo indica, esta rama de la física estudia los fenómenos térmicos. Por tanto, la variación de la temperatura de un cuerpo (sensible al tacto), la fusión de un trozo de hielo, la dilatación de un cuerpo caliente, etc., son fenómenos que se estudian en esta rama de la física.

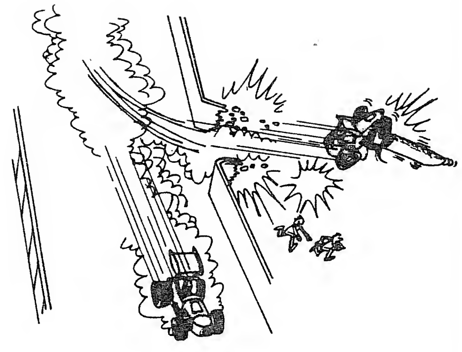


FIGURA 1-1 En la mecánica estudiamos el movimiento de los cuerpos.

3) El *movimiento ondulatorio* (o *acústica*). En esta parte estudiamos las propiedades de las ondas que se propagan en un medio material, por ejemplo, las ondas formadas en una cuerda o en la superficie del agua. Aquí se estudian, además, los fenómenos audibles o sonoros, porque el *sonido* no es más que un tipo de onda que se propaga en los medios materiales.

FIGURA 1-2 Los fenómenos térmicos constituyen una rama muy importante de la física.

FIGURA 1-3 El sonido es un tipo de onda y su estudio se lleva a cabo junto con los demás fenómenos ondulatorios.

4) La *óptica*. Es la parte de la física que estudia los fenómenos visibles relacionados con la *luz*. La formación de nuestra imagen en un espejo, la observación de un objeto distante a través de una lente, la descomposición de la luz solar en los colores del arco iris, etc., son todos fenómenos ópticos.

5) La *electricidad* (o *electrología*). En esta rama de la física se incluyen los fenómenos eléctricos y magnéticos. De modo que se estudian aquí las atracciones y repulsiones entre los cuerpos electrizados, el funcionamiento de los diversos aparatos electrodomésticos, las propiedades de un imán, la producción de un relámpago en una tempestad, etcétera.

FIGURA 1-4 La óptica es la rama de la física que estudia los fenómenos luminosos.

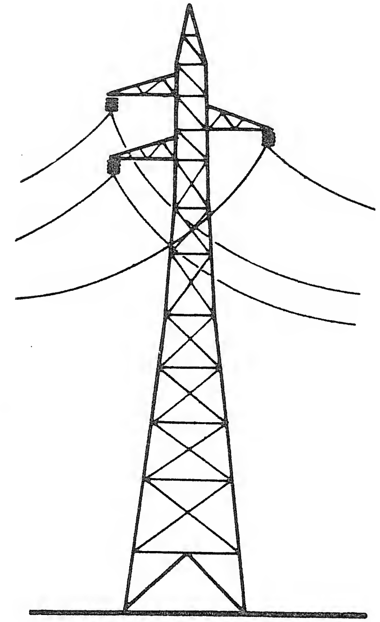


FIGURA 1-5 El estudio de los fenómenos eléctricos y magnéticos constituye la rama de la física que se conoce como electricidad.

6) La *física moderna*. Esta parte abarca el desarrollo que la física alcanzó durante el siglo XX, incluyendo el estudio de la estructura del átomo, del fenómeno de la radioactividad, de la teoría de la relatividad de Einstein, etcétera.

Tradicionalmente, la física suele presentarse según esas ramas. Además, por conveniencia didáctica, esa misma subdivisión se respeta en la mayoría de los textos de enseñanza de física. Por otro lado, esas ramas *no* constituyen aspectos independientes sino que, por lo contrario, los fenómenos que se estudian en ellas se relacionan entre sí mediante un pequeño número de principios básicos, siendo posible estudiar dichas partes como un todo, haciendo que la física adquiera una estructura lógica y congruente.

En nuestro curso, la mecánica se estudiará principalmente en este primer volumen. El estudio del calor, de las ondas y de la óptica se hará en el segundo volumen y el tercero trata

de la electricidad. Algunas nociones de Física **Moderna** se presentan en ciertas "Lecturas" denominadas **Un tema especial** (para aprender más) incluidas al final de los capítulos, o inclusive distribuidas en el texto, siempre que se considere oportuno.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva la pregunta siguiente, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Cite algunos fenómenos que se estudian en cada una de estas ramas de la física:

a) Mecánica
b) Calor
c) Óptica
d) Movimiento ondulatorio
e) Electricidad
f) Física moderna

1.2 Potencias de 10 - Orden de magnitud

❖ **Por qué empleamos las potencias de 10.** Si nos dijeran que el radio de un átomo de hidrógeno es igual a 0.000 000 005 cm, o que una célula tiene cerca de 2 000 000 000 000 de átomos, difícilmente seríamos capaces de asimilar estas ideas. Esto sucede porque tales números distan mucho de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir, y se encuentran fuera de nuestro cuadro de referencias.

En el estudio de la física encontraremos, a menudo, magnitudes como éstas, las cuales están expresadas por números muy grandes o muy pequeños. El enunciado escrito u oral de tales números, por lo común es bastante incómodo y difícil. Para facilitar el problema, lo usual es presentar estos números empleando potencias de 10, como veremos en seguida. Este nuevo tipo de notación, además de ser más compacto, permite una comparación rápida de tales números y facilita la realización de las operaciones matemáticas.

❖ **Cómo escribir los números con la notación de potencias de 10.** Consideremos un número cualquiera. Por ejemplo, el número 842. Nuestros conocimientos de álgebra elemental nos permitirán comprender que este número se puede expresar de la siguiente manera:

$$842 = 8.42 \times 100 = 8.42 \times 10^2$$

Observemos que el número 842 se expresó como el producto de 8.42 por una potencia de 10 (en este caso, 10^2).

Tomemos otro número; por ejemplo, 0.0037. Podemos escribir:

$$0.0037 = \frac{3.7}{1\,000} = \frac{3.7}{10^3} = 3.7 \times 10^{-3}$$

Una vez más, tenemos el número expresado por el producto de un número comprendido entre 1 y 10 (en este caso, 3.7) por una potencia de 10 (en este caso, 10^{-3}).

Si nos basamos en estos ejemplos, llegamos a la conclusión siguiente:

> Cualquier número siempre puede expresarse como el producto de un número comprendido entre 1 y 10, y una adecuada potencia de 10.

Trataremos de ejercitarnos en el empleo de esta regla analizando los dos ejemplos que siguen:

$$62\,300 = 6.23 \times 10\,000 = 6.23 \times 10^4$$

$$0.00002 = \frac{2}{100\,000} = \frac{2}{10^5} = 2 \times 10^{-5}$$

Observación. Una regla práctica para obtener la potencia de 10 adecuada es la siguiente:

a) Se cuenta el número de lugares que debe recorrerse el punto decimal para colocarlo a la izquierda; este número nos proporciona el exponente positivo de 10. Así pues:

$$62\,300 = 6.23 \times 10^{4}$$

4 lugares

b) Se cuenta el número de lugares que debe recorrerse el punto decimal hacia la derecha; este número nos proporciona el exponente negativo de 10. Así:

$$0.00002 = 2 \times 10^{-5}$$

5 lugares

En esta representación con potencias de 10, los números citados al inicio de esta sección se podrían escribir, más breve y cómodamente, de la manera siguiente:

radio del átomo de hidrógeno = 5×10^{-9} cm

número aproximado de átomos en una célula = 2×10^{12}

❖ **Operaciones con potencias de 10.** El lector puede darse cuenta fácilmente de que sería complicado y trabajoso efectuar operaciones con números muy grandes o muy pequeños. Cuando estos números se escriben con la notación de potencias de 10, las operaciones se vuelven mucho más simples, siguiendo las leyes establecidas por el álgebra para las operaciones con potencias. Los ejemplos siguientes lo ayudarán a recordar dichas leyes:

a) $0.0021 \times 30\,000\,000$
$= (2.1 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^{7})$
$= (2.1 \times 3) \times (10^{-3} \times 10^{7}) = 6.3 \times 10^4$

b) $\dfrac{7.28 \times 10^5}{4 \times 10^8} = \dfrac{7.28}{4} \times \dfrac{10^5}{10^8} = 1.82 \times 10^{-3}$

c) $(5 \times 10^{-3})^3 = 5^3 \times (10^{-3})^3$
$= 125 \times 10^{-9}$

como $125 = 1.25 \times 10^2$, entonces
$125 \times 10^{-9} = 1.25 \times 10^2 \times 10^{-9}$
$= 1.25 \times 10^{-7}$

d) $\sqrt{2.5 \times 10^5} = \sqrt{25 \times 10^4}$
$= \sqrt{25} \times \sqrt{10^4} = 5 \times 10^2$

❖ **Obsérvese cómo se procede en la adición.** En los ejemplos presentados únicamente aparecen las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación.

Cuando tratemos de la adición o la sustracción se debe tener cuidado de que, *antes de efectuar la operación del caso considerado, expresemos en la misma potencia de 10 los números con los cuales se trabajará.*

Consideremos los ejemplos siguientes:

a) $6.5 \times 10^3 - 3.2 \times 10^3$

En este caso, como los números ya están expresados en la misma potencia de 10, podremos efectuar directamente la operación, como sigue:

$6.5 \times 10^3 - 3.2 \times 10^3$
$= (6.5 - 3.2) \times 10^3 = 3.3 \times 10^3$

b) $4.23 \times 10^7 + 1.3 \times 10^6$

Inicialmente debemos expresar las cantidades en una misma potencia de 10, lo cual se puede hacer escribiendo la primera en función de 10^6, de la siguiente manera:

$4.23 \times 10^7 + 1.3 \times 10^6$
$= 42.3 \times 10^6 + 1.3 \times 10^6$
$= (42.3 + 1.3) \times 10^6 = 43.6 \times 10^6$
$= 4.36 \times 10^7$

El cálculo se puede realizar de otro modo, expresando la segunda cantidad en función de 10^7. Así tendremos:

$4.23 \times 10^7 + 0.13 \times 10^7$
$= (4.23 + 0.13) \times 10^7$
$= 4.36 \times 10^7$

Obviamente, procediendo de una manera o de otra se obtiene el mismo resultado.

❖ **Orden de magnitud.** Con frecuencia, al trabajar con magnitudes físicas no hay necesidad o interés en conocer, con precisión, el valor de la magnitud. En esos casos, basta conocer la potencia de 10 que más se aproxima a su valor. Esta potencia se denomina *orden de magnitud* del número que expresa, es decir:

> orden de magnitud de un número es la potencia de 10 más próxima a este número.

Entonces, el orden de magnitud de 92 es 10^2 porque 92 está comprendido entre 10 y 100, pero está más próximo a 10^2. De la misma manera, el orden de magnitud es $0.00022 = 2.2 \times 10^{-4}$ es 10^{-4}.

Por tanto, si se conocen los órdenes de magnitud de diversas medidas, es fácil compararlos y podemos rápidamente distinguir la menor o la mayor entre ellas y las que son aproximadamente iguales.

Además, con frecuencia estamos en condición de obtener el orden de magnitud sin cálculos laboriosos, inclusive si no tenemos el valor de la magnitud medida, como veremos en el Ejemplo 2 que se incluye a continuación.

En las tablas 1-1, 1-2 y 1-3 presentamos órdenes de magnitud de distancias, intervalos y masas, en un dominio de intervalo muy amplio.

TABLA 1-1
Órdenes de magnitud de distancias
(en centímetros)

10^{25}	– Distancia a la galaxia más alejada
	Radio de nuestra galaxia
10^{20}	– Un año luz
10^{15}	– Tamaño del Sistema Solar
	Distancia de la Tierra al Sol
	Radio del Sol
10^{10}	– Radio de la Tierra
	Altura del monte Everest
10^5	– 1 kilómetro
	1 metro
10^0	– 1 centímetro
	Espesor de un pelo
	Longitud de la onda de luz
10^{-5}	– Tamaño de las moléculas orgánicas
10^{-10}	– Diámetro del núcleo de uranio
	Diámetro de una partícula elemental
10^{-15}	–

TABLA 1-2
Órdenes de magnitud del tiempo
(en segundos)

	Tiempo desde las primeras manifestaciones de vida en la Tierra
10^{15}	–
	Edad de la raza humana
	Vida media del plutonio
10^{10}	–
	Vida media del hombre
	1 año
10^5	– 1 día
	Vida media de un neutrón libre
	1 segundo - tiempo entre dos
10^0	– latidos del corazón
10^{-5}	– Tiempo para que la cuerda de un violín efectúe una vibración
10^{-10}	– Tiempo medio para que un átomo se mantenga en excitación antes de emitir luz
	Tiempo para que un electrón gire en torno al
10^{-15}	– protón en el átomo de hidrógeno
10^{-20}	– Tiempo para que un protón gire dentro del núcleo

TABLA 1-3
Orden de magnitudes de masa
(en gramos)

	El Sol
10^{30}	–
	La Tierra
	La Luna
10^{20}	–
10^{10}	– Un trasatlántico
	Un kilogramo
10^0	– Un gramo
	Ala de un mosquito
10^{-10}	– Gota de aceite de un atomizador
10^{-20}	– Átomo de uranio
	Protón
10^{-30}	– Electrón

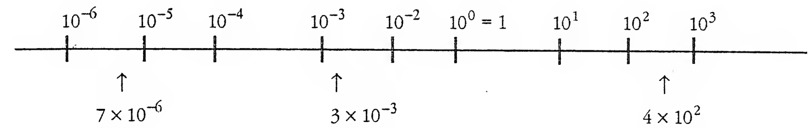
EJEMPLO 1

Sean dadas las siguientes medidas de longitud:

$$3 \times 10^{-3}\ \text{m} \quad 4 \times 10^2\ \text{m} \quad 7 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

a) ¿Cuál es el orden de magnitud de cada una de ellas?

Consideremos la recta siguiente, que representa el conjunto de los números racionales, en el cual señalamos los puntos que representan algunas potencias de 10.*



Si se localizan en esta recta las medidas indicadas, es fácil observar cuál es la potencia de 10 más próxima a cada una. Vemos, entonces, que 7×10^{-6} está comprendida entre 10^{-5} y 10^{-6}, pero está más próxima a 10^{-5}. Por tanto,

el orden de magnitud de 7×10^{-6} es 10^{-5}

De manera semejante, tenemos:

el orden de magnitud de 3×10^{-3} es 10^{-3}

el orden de magnitud de 4×10^2 es 10^2**

Obsérvese que esos resultados pueden obtenerse con rapidez (sin preocuparse por localizar las medidas en la recta) de la siguiente manera:

En la medida 7×10^{-6} considerando solamente el algoritmo 7, se sabe que el orden de magnitud es 10. Por tanto, el orden de magnitud de 7×10^{-6} será

$$10 \times 10^{-6} = 10^{-5}$$

Podemos proceder de la misma manera para determinar el orden de magnitud de otras medidas:

$$3 \times 10^{-3} \longrightarrow 1 \times 10^{-3} = 10^{-3}$$

$$4 \times 10^2 \longrightarrow 1 \times 10^2 = 10^2$$

b) ¿Cuál es el orden creciente de las medidas proporcionadas?

Es evidente, si se observa el orden de magnitud de cada una, que tenemos,

$$7 \times 10^{-6} < 3 \times 10^{-3} < 4 \times 10^2$$

EJEMPLO 2

Determine el orden de magnitud del número de gotas de agua que caben en una tina de baño.

Debemos, inicialmente, determinar el orden de magnitud del volumen de una tina común. Evidentemente, la longitud de la tina estará comprendida entre 1 m y 10 m, es decir, entre las siguientes potencias de 10: 10^0 m y 10^1 m. Es fácil percibir, también, que esa longitud está más próxima a 1 m. Por tanto, el orden de magnitud del largo de la tina es 1 m o 10^0 m. Con semejante razonamiento, llegamos a la conclusión de que las medidas, tanto de ancho como de fondo de la tina, están más próximas a 1 m, es decir, el orden de magnitud de ambas es de 1 m o 10^0 m. Por tanto, el orden de magnitud del volumen de la tina es:

$$1\ \text{m} \times 1\ \text{m} \times 1\text{m} = 1\ \text{m}^3$$

Para determinar el tamaño del volumen de la gota de agua se puede imaginar que tiene forma cúbica. Una arista del cubo está comprendida entre 1 mm (10^{-3} m) y 1 cm (10^{-2} m). Pero es evidente que para una gota común, dicha arista será más próxima a 1 mm. Por tanto, el orden del tamaño del volumen de la gota es:

$$10^{-3}\text{m} \times 10^{-3}\text{m} \times 10^{-3}\text{m} = 10^{-9}\text{m}^3$$

El orden de magnitud del número de gotas que caben en la tina será, entonces:

$$\frac{1\text{m}^3}{10^{-9}\text{m}^3} = 10^9 \text{ gotas}$$

es decir, ¡1 mil millones de gotas!

* Observe que el dibujo de la recta no se hizo en escala lineal.

** No debemos preocuparnos por establecer criterios rigurosos para determinar la potencia de 10 más próxima al número, puesto que el concepto de orden de magnitud, por su propia naturaleza, es una evaluación aproximada, en la cual no cabe ninguna preocupación con rigor matemático. Por esa misma razón, cuando el número esté aproximadamente en medio entre dos potencias de 10, será indistinto escoger una u otra para representar el orden de magnitud de aquel número.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

2. Mencione dos ventajas de la escritura de los números con la notación de potencias de 10.

3. Complete las igualdades siguientes, de acuerdo con el modelo.
Modelo: cien = 100 = 10^2
a) mil = *d)* un centésimo =
b) cien mil = *e)* un diezmilésimo =
c) un millón = *f)* un millonésimo =

4. Complete las igualdades siguientes, de acuerdo con el modelo.
Modelo: $3.4 \times 10^5 = 340\,000$
a) $2 \times 10^3 =$ *c)* $7.5 \times 10^{-2} =$
b) $1.2 \times 10^6 =$ *d)* $8 \times 10^{-5} =$

5. Empleando la regla práctica sugerida en el texto, escriba los números siguientes en notación de potencias de 10.
a) 382 = *d)* 0.042 =
b) 21 200 = *e)* 0.75 =
c) 62 000 000 = *f)* 0.000069 =

6. *a)* Dados los números 3×10^{-6} y 7×10^{-6}, ¿cuál es mayor?
b) Coloque las expresiones siguientes en potencias de 10
4×10^{-5}; 2×10^{-2} y 8×10^{-7}
en orden creciente de sus valores.

7. Efectúe las operaciones que se indican:
a) $10^2 \times 10^5 =$ *f)* $4.8 \times 10^{-3} : 1.2 \times 10^4 =$
b) $10^{15} \times 10^{-11} =$ *g)* $(10^2)^3 =$
c) $2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-2} =$ *h)* $(2 \times 10^{-5})^2$
d) $10^{10} : 10^4 =$ *i)* $\sqrt{16 \times 10^{-6}} =$
e) $10^{15} : 10^{-11} =$

8. Realice las operaciones que se indican:
a) $5.7 \times 10^{-4} + 2.4 \times 10^{-4} =$
b) $6.4 \times 10^7 - 8.1 \times 10^7 =$

9. Para sumar o restar dos números que están expresados en potencias de 10 y cuyos exponentes son distintos, ¿qué debe hacerse antes de efectuar la operación del caso?

10. Efectúe las operaciones que se indican:
a) $1.28 \times 10^5 + 4 \times 10^3 =$
b) $7.54 \times 10^8 - 3.7 \times 10^7 =$

11. La masa de la Tierra es:
5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg.
a) Escriba ese número con la anotación de potencia 10.
b) ¿Cuál será el orden de magnitud de la masa de la Tierra?

12. El índice de lectura en Brasil es solamente de 2 libros por persona, por año, mientras que en otros países desarrollados ese índice llega a 15 libros.
a) ¿Cuál es el orden de magnitud del número de libros leídos, por año, en Brasil?
b) ¿Cuál será el orden de magnitud cuando se logre el índice de los países desarrollados?

13. Una persona utiliza en promedio, por día, aproximadamente 200 litros de agua.
a) ¿Cuál debería ser el orden de magnitud, en metros cúbicos, del volumen de un depósito capaz de suministrar agua para la población de cualquiera de las ciudades más grandes del mundo, durante 1 día, sin reabastecimiento?
b) ¿Cuáles son los órdenes de magnitud, en metros, de cada una de las dimensiones (longitud, anchura y profundidad) que usted propondría para ese depósito?

1.3 Cifras significativas

❖ **Cifras correctas y cifras aproximadas.** Imagine que realiza una medición, como sería, por ejemplo, la de la longitud de una barra (Fig. 1-6). Considere que la menor división de la regla utilizada es de 1 mm. Al intentar expresar el resultado de esta medida, se da cuenta de que está comprendido entre 14.3 cm y 14.4 cm. La fracción de milímetro que deberá de aumentarse a 14.3 tendrá que ser aproximada, pues la regla no presenta divisiones inferiores a 1 mm.

Para efectuar esta aproximación, deberá imaginar el intervalo entre 14.3 cm y 14.4 cm

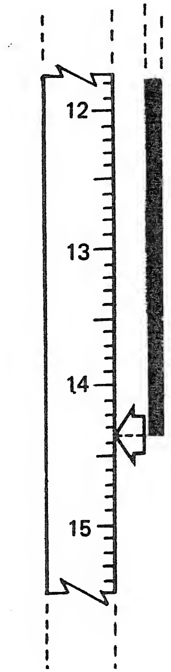


FIGURA 1-6 Al efectuar una medición obtenemos cifras correctas y una cifra aproximada.

subdividido en 10 partes iguales, y, con ello, la fracción de milímetro que debe aumentarse a 14.3 cm se podrá obtener con una estimación razonable. En la Figura 1-6 podemos apreciar que la fracción mencionada es de 5 décimos de milímetro, y el resultado de la medición se podrá expresar como

14.35 cm

Observe que se está seguro respecto de las cifras *1*, *4* y *3*, porque se obtuvieron gracias a las divisiones señaladas en la regla, es decir, son cifras *correctas*. Por otra parte, el número 5 fue *aproximado*, esto es, no podemos, estar bien seguros de su valor, por ejemplo, otra persona podría apreciar la cifra como 4 o 6. Por ello, este número estimativo, se conoce también como cifra *dudosa o incierta.*

Es claro que no tendría sentido tratar de ver qué número debería escribirse para la medida después del número 5. Para ello, sería necesario imaginar el intervalo de 1 mm subdividido mentalmente en 100 partes iguales, lo cual es obviamente imposible. Por tanto, si el resultado de la medida se escribiera como 14.357 cm, por ejemplo, podríamos afirmar que la aproximación del número 7 (segunda cifra aproximada) no tiene significado, y por ello, no debe aparecer en el resultado.

❖ **Cifras significativas.** Por lo ya visto, en el resultado de una medición sólo deben aparecer los números correctos y el primer número aproximado. Esta forma de proceder es adoptada convencionalmente entre los físicos, los químicos, y en general, por todas las personas que efectúan mediciones. Estos números (las cifras correctas y la primera dudosa) se denominan *cifras significativas*. Por tanto,

las cifras significativas de una medida son los números correctos y el primer número dudoso.

De este modo, al realizar una medición debemos hacer aparecer en el resultado únicamente las cifras significativas. El resultado de la medición indicada en la Figura 1-6 debe, entonces, expresarse como 14.35 cm.

❖ **Comentarios.** 1) Si cada división de 1 mm de la regla de la Figura 1-6 realmente estuviera subdividida en 10 partes iguales, al efectuar la lectura de la longitud de la barra (por ejemplo, empleando un microscopio), el número 5 pasaría a ser una cifra correcta pues correspondería a una división entera de la regla (Fig. 1-7). En este caso, el número siguiente sería el primero aproximado y pasaría a ser, por tanto, la última cifra significativa. Si al aproximar se encontrara, por ejemplo, el número 7, el resultado de la medida podría escribirse como 14.357 cm, siendo significativos todos los guarismos. Por otro lado, si la regla de la Figura 1-6 no tuviese las divisiones de milímetros (Fig. 1-8), únicamente los números 1 y 4 serían correctos. La cifra 3 sería el primer guarismo aproximado y el resultado de

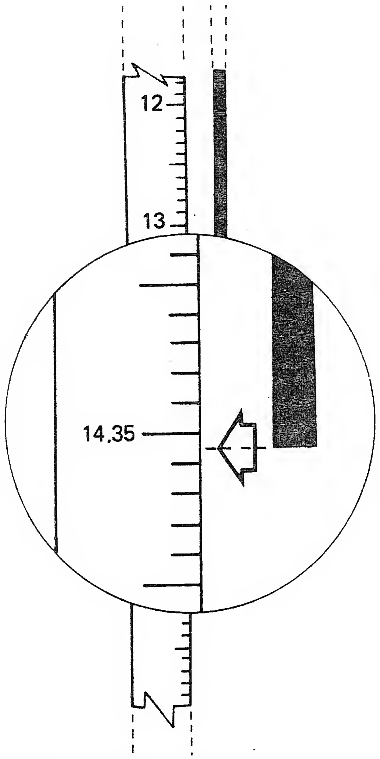


FIGURA 1-7 Con esta regla, el número 5 pasaría a ser una cifra correcta.

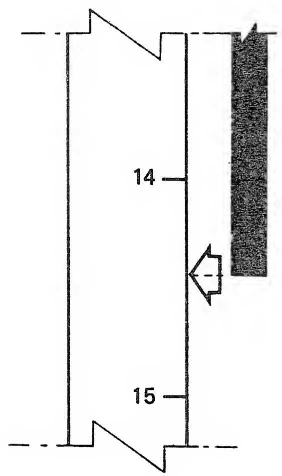


FIGURA 1-8 Si se empleara esta regla, el resultado de la medición de la longitud deberá aparecer con sólo tres cifras.

la medida se expresaría por 14.3 cm, con sólo tres cifras significativas. Vemos, entonces, que el número de guarismos significativos que se obtienen en el resultado de la medición de una magnitud determinada, dependerá del aparato o instrumento empleado para tal fin.

2) La convención de enunciar el resultado de una medida únicamente con las cifras significativas es adoptada de manera general, no sólo en la medición de longitudes, sino también en la de masas, temperaturas, fuerzas, etc. Esta convención también es empleada al expresar los resultados de cálculos en que interviene la medición de las magnitudes. Cuando una persona le informe, por ejemplo, que al medir (o calcular) la temperatura de un objeto obtuvo 37.82°C, deberá entender que la medida (o el cálculo) se hizo de tal manera que los números 3, 7 y 8 son correctos, y el último número, en este caso 2, siempre es incierto.

3) A partir de este momento podrá comprenderse que dos medidas expresadas, por ejemplo, como 42 cm y 42.0 cm no representan exactamente la misma cosa. En la primera, el número 2 se calculó en forma aproximada y no hay certeza acerca de su valor. En la segunda, el guarismo 2 es correcto, siendo el *cero* el número dudoso. De la misma manera, resultados como 7.65 kg y 7.67 kg, por ejemplo, no son fundamentalmente distintos, pues sólo difieren en el número estimativo.

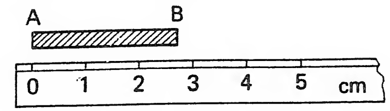
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

14. Considerando la figura de este ejercicio:

a) ¿Cómo expresaría usted la longitud de la barra *AB*?

b) ¿Cuál es el número correcto de esta medida? ¿Y cuál el número aproximado?



Ejercicio 14

15. ¿Cuáles son las cifras significativas de una medida?

16. Una persona sabe que el resultado de una medición debe expresarse únicamente con los guarismos significativos. Si esta persona afirma que la velocidad de un automóvil es de 123 km/h:

a) ¿Qué cifras observa en el velocímetro (números correctos)?

b) ¿Cuál fue el número que se apreció en forma aproximada (número dudoso)?

17. La temperatura de una persona se midió con el empleo de dos termómetros distintos, siendo los resultados 36.8°C y 36.80°C.

a) ¿Cuál es el número dudoso de la primera medición?

b) En la segunda medida, ¿el número 8 es correcto o dudoso?

1.4 Operaciones con cifras significativas

❖ De acuerdo con lo expresado, los resultados de cálculos en que intervienen mediciones solamente deben tener números significativos. Al resolver ejercicios de física, química, etc., tenemos que realizar operaciones en que intervengan medidas, y los resultados de los ejercicios también deben expresarse únicamente con guarismos significativos. Para ello será necesario observar las reglas que presentamos a continuación. Si no se hiciera así, las respuestas podrían tener números que no fueran significativos.

❖ **Adición y sustracción.** Supóngase que se desean sumar las siguientes cantidades:

2 807.5
0.0648
83.645
525.35

Para que el resultado de la adición sólo presente números significativos, deberá observar, primero, cuál (o cuáles) cantidad(es) tiene(n) el *menor número de cifras decimales*. En nuestro ejemplo, tal valor es 2 807.5, tiene solamente una cifra decimal. Dicha cantidad se mantendrá tal como está. Las demás deberán modificarse de modo que queden con el mismo número de cifras decimales que la primera que se eligió, eliminándose de ellas tantos guarismos como sea necesario.

Así, en la expresión 0.0648 debemos omitir los números *6*, *4* y *8*. Al eliminar los guarismos de una cantidad, el último número conservado deberá aumentarse en una unidad si el número eliminado contiguo era superior a 5 (regla del redondeo). Entonces, la cantidad mencionada (0.0648) debe escribirse como 0.1.

En la expresión 83.645 hay que eliminar los números *4* y *5*. Cuando el primer número eliminado sea inferior a 5, el último número conservado permanecerá invariable; así pues, la cantidad 83.645 queda reducida a 83.6.

Por último, en la expresión 525.35 debemos eliminar el número *5*. Cuando el primer número eliminado sea exactamente igual a *5*, será indiferente aumentar o no una unidad al último número restante. De cualquier modo, las respuestas sólo diferirán generalmente en el último número, y esto carece de importancia, pues se trata de una cifra incierta. Entonces, la expresión 525.35 puede escribirse como 525.3, o bien, como 525.4.

Veamos pues, como efectuaríamos la adición anterior:

2 807.5	permanece invariable .	2 807.5
0.0648	quedará como	0.1
83.645	se reduce a	83.6
525.35	se escribe como	525.3
El resultado correcto es	. . . .	3 416.5

En la sustracción se seguirá el mismo procedimiento.

❖ **Multiplicación y división.** Supóngase que deseamos, por ejemplo, multiplicar 3.67 por 2.3. Al realizar la operación en la forma acostumbrada, encontramos que

$$3.67 \times 2.3 = 8.441$$

Por otra parte, al proceder de esta manera en el producto aparecerán números que no son significativos. Para evitar esto, debemos observar la regla siguiente: verificar cuál es el factor que tiene el *menor número de guarismos significativos*, y en el resultado, se conservará solamente un número de cifras igual al de dicho factor.

Así, en el ejemplo anterior, como el factor que tiene el menor número de guarismos significativos es 2.3, sólo deben mantenerse en el resultado dos cifras, es decir, el resultado debe escribirse de la siguiente manera:

$$3.67 \times 2.3 = 8.4$$

En la aplicación de esta regla, al eliminar números del producto debemos seguir el mismo criterio de redondeo de cantidades que explicamos al estudiar la adición.

Cuando se efectúe una división debe seguirse un procedimiento similar.

❖ **Comentarios.** 1) Las reglas citadas para efectuar operaciones con cifras significativas no deben considerarse absolutamente rigurosas. Su único propósito es evitar que perdamos el tiempo trabajando inútilmente con un gran número de guarismos que no tienen significado alguno. Así pues, como estas reglas no son muy rígidas, en la multiplicación que acabamos de analizar sería razonable mantener un número más en el resultado. Por tanto, los resultados

$$3.67 \times 2.3 = 8.4$$

o bien,

$$3.67 \times 2.3 = 8.44$$

son igualmente aceptables.

2) Al contar los guarismos significativos de una medida debemos observar que el número *cero* sólo es significativo si está colocado a la derecha de una cifra significativa. Así pues,

0.00041 tiene solamente *dos* cifras significativas (4 y 1), ya que los ceros no lo son.

40 100 tiene *cinco* cifras significativas, pues aquí los *ceros* sí son significantes.

0.000401 posee *tres* guarismos significativos, ya que los ceros a la izquierda del número 4 no son significativos.

3) Cuando efectuemos un cambio de unidades, debemos tener cuidado de no escribir *ceros* que no sean significativos. Por ejemplo, supóngase que quisiéramos expresar en gramos (g) una medida de 7.3 kg. Observemos que esta cantidad tiene *dos* números significativos, y que el número 3 es dudoso. Si escribiésemos

$$7.3 \text{ kg} = 7\,300 \text{ gramos}$$

estaríamos dando la idea errónea de que el 3 es un número correcto, y que el último cero aumentado sería el número incierto. Para evitar este error de interpretación, echamos mano de la notación con potencias de 10 y escribimos

$$7.3 \text{ kg} = 7.3 \times 10^3 \text{ gramos}$$

De este modo, el cambio de unidades queda efectuado y se indica que el 3 es el número dudoso.

4) Por último, queremos llamar la atención respecto de ciertos números que encontramos en fórmulas (de matemáticas o de física) que *no* son resultados de mediciones y para los cuales, por tanto, no tendría sentido hablar de número de guarismos significativos. Por ejemplo, en la fórmula que proporciona el área A de un triángulo de base b y altura h,

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

si b se midiera con tres cifras significativas y h con cinco, el área, como ya sabemos, deberá expresarse con tres (o cuatro) guarismos. El número 2 no se obtuvo por medición, por lo cual no debe tomarse en cuenta al contar las cifras significativas del resultado.

Los mismos comentarios se aplican a otras cantidades, como el número de placas (o matrícula) de un automóvil, el de un teléfono, etcétera.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

18. Recordando las "reglas del redondeo", escriba las mediciones siguientes, con sólo tres guarismos significativos.
a) 422.32 cm^2 *b*) 3.428 g *c*) 16.15 s

19. Una persona desea efectuar la siguiente adición, de modo que el resultado solamente tenga números significativos:

$$27.48 \text{ cm} + 2.5 \text{ cm}$$

a) ¿Qué cantidad permanecerá inalterada?
b) ¿Cómo deberá escribirse la otra?
c) ¿Cuál es la suma total?

20. Para efectuar la multiplicación

$$342.2 \times 1.11$$

diga primero:

a) ¿Cuál de los factores tiene el menor número de guarismos significativos?
b) ¿Con cuántos números debemos expresar el resultado?
c) Escriba el producto de la multiplicación con sus cifras significativas.
d) ¿Sería conveniente escribir 379.8 como resultado de esta multiplicación? ¿Y 379.84?

21. ¿Cuantos números significativos hay en cada una de las medidas siguientes?
a) 702 cm *b*) 36.00 kg
c) 0.00815 m *d*) 0.05080 litro

22. Al medir la longitud de una carretera se obtuvo 56 km.
a) ¿Cuál es el número dudoso en esta medición?
b) ¿Convendría escribir tal medida como 56 000 m?
c) ¿Cuál es la forma de expresar esta cantidad en metros, sin dejar dudas en cuanto a los guarismos significativos?

23. El volumen de un cono está dado por la expresión

$$V = \frac{A \times h}{3}$$

donde A es el área de su base y h, su altura. Para un cono dado tenemos que A = 0.302 m^2 y h = 1.020 m. ¿Con cuántas cifras debe expresarse el volumen de este cono?

1.5 Un tema especial (para aprender más)

Origen del Sistema Métrico de Unidades

❖ **Importancia de las medidas.** Para descubrir las leyes que gobiernan los fenómenos naturales, los científicos deben llevar a cabo mediciones de las magnitudes relacionadas con dichos fenómenos. La física, en particular, suele ser denominada "ciencia de la medición". Lord Kelvin, destacado físico inglés del siglo pasado, destacó la importancia de las mediciones en el estudio de las ciencias, por medio de las siguientes palabras:

"Siempre digo que si es posible medir aquello de lo que se habla y se consigue expresarlo en números, entonces puede saberse algo al respecto; pero cuando no puede expresarse así, el conocimiento es deficiente e insatisfactorio..."

Como sabemos, para efectuar una medición es necesario escoger una unidad para cada magnitud. El establecimiento de unidades, reconocidas internacionalmente, también es imprescindible en el comercio y en el intercambio entre los países.

Globo terrestre construido en 1688. Observe la lujosa base y la reproducción de la forma de los continentes y de los mares con extraordinaria precisión para la época.

❖ Unidades anteriores al Sistema Métrico. Antes de que el Sistema Métrico Decimal fuese instituido (a fines del siglo XVIII) las unidades de medida se definían muy arbitrariamente y variaban de un país a otro, dificultando las transacciones comerciales y el intercambio científico entre las naciones. Por ejemplo, las unidades de longitud, casi siempre se derivaban de las dimensiones de ciertas partes del cuerpo del monarca de un país; por ejemplo, la yarda, el pie, la pulgada, etc. (Fig. 1-9). Aun en la actualidad, en los países de habla inglesa se utilizan todavía unidades como éstas, pero se definen modernamente con base en patrones menos arbitrarios.

También podemos destacar otra inconveniencia de las unidades antiguas: sus múltiplos y submúltiplos no eran decimales, lo cual dificultaba enormemente la realización de las operaciones matemáticas con dichas medidas. Hasta hace poco, los extranjeros en Inglaterra tenían muchos problemas para efectuar operaciones con las monedas inglesas, pues el sistema monetario británico no era decimal (1 libra esterlina valía 12 chelines y 1 chelín, 20 peniques).

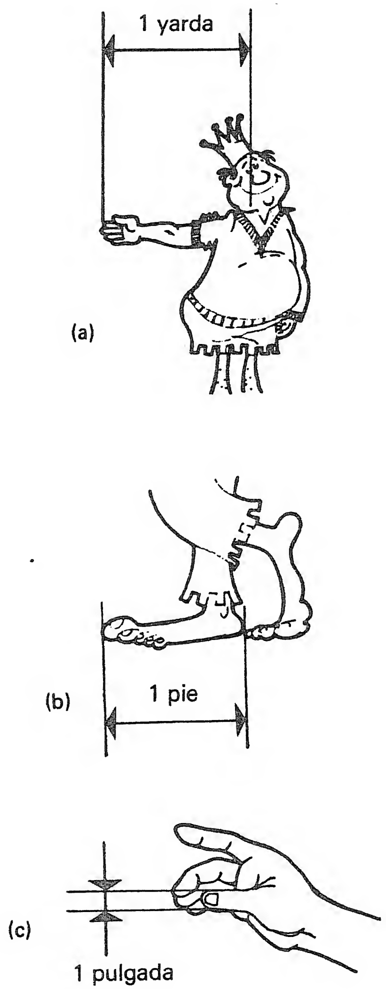


FIGURA 1-9 Las unidades antiguas anteriores al Sistema Métrico Decimal, generalmente se originaban a partir del tamaño de partes del cuerpo humano.

❖ Sistema Métrico Decimal. Las inconveniencias que acabamos de señalar llevaron a algunos científicos de los siglos XVII y XVIII a proponer unidades de medida definidas con mayor rigor y que se adoptarían en forma universal. Las diversas propuestas, aunque no tuvieron aceptación inmediata, acabaron por dar lugar al establecimiento del llamado Sistema Métrico Decimal, en Francia. La firma del decreto del 7 de abril de 1795, que instauró este sistema, constituyó una de las contribuciones más significativas de la Revolución Francesa.

Las principales características del sistema de unidades que se propuso, son:

1) como su nombre lo indica, el sistema es decimal,

2) los prefijos de los múltiplos y submúltiplos se eligieron de modo racional, empleándose palabras griegas y latinas (kilo = 10^3, mili = 10^{-3}, deca = 10, deci = 10^{-1} etc.) para designarlos,

3) la Tierra se tomó como base para escoger la unidad de longitud: el *metro* se definió como la diezmillonésima parte (10^{-7}) de la distancia del ecuador al polo (Fig. 1-10). Esta cantidad se marcó sobre una barra de platino iridiado —el metro patrón— que todavía se conserva en un archivo oficial de pesos y medidas, en París (Fig. 1-11).

La implantación del sistema métrico, en la misma Francia, se enfrentó a grandes dificultades, ya que, como era de esperarse, la población rechazó el cambio de hábitos ya arraigados en sus actividades cotidianas. En virtud de la reacción popular, Napoleón Bonaparte, entonces emperador de los franceses, emitió un decreto permitiendo que se continuaran empleando las antiguas unidades, pero, al mismo tiempo, volviendo obligatoria la enseñanza del sistema métrico en las escuelas. Por último, en 1840, una nueva ley declaró ilegal el uso de cualquier unidad que no perteneciera al sistema métrico, quedando así implantado definitivamente en Francia el nuevo sistema.

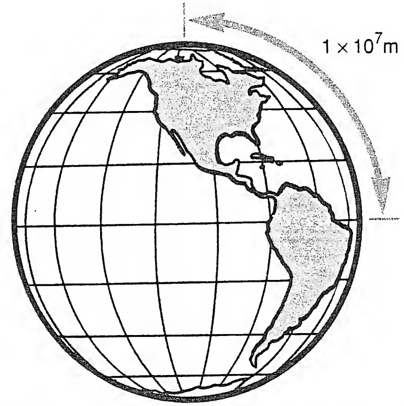


FIGURA 1-10 El metro se definió originalmente como la fracción 10^{-7} de la distancia entre el polo y el ecuador terrestres, medida sobre uno de los meridianos.

FIGURA 1-11 Copia de la barra de platino iridiado que constituye el metro patrón, y que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, en París.

Por esa misma época, el sistema métrico decimal ya se empezaba a conocer en otros países, y en 1875 se efectuó en París la célebre Convención del Metro, en la que 18 de las naciones más importantes del mundo se comprometieron a adoptarlo. Inglaterra no asistió a dicha reunión, negándose a emplear las unidades de este sistema.

❖ Sistema Internacional de Unidades. Desde entonces, el uso del sistema métrico se fue extendiendo poco a poco en todo el mundo. Nuevas unidades para medir otras magnitudes, conservando las mismas características que se emplearon en la definición del metro, fueron incorporándose al sistema. Por otra parte, la precisión de los patrones establecidos en el siglo pasado no bastaba en el gran avance científico del siglo XX. Así que los científicos advirtieron la necesidad de una reestructuración del sistema métrico, y en 1960, durante la 11a Conferencia General de Pesas y Medidas, también llevada a cabo en París, se elaboró un nuevo sistema denominado Sistema Internacional de Unidades (SI).

Debemos observar que el SI se basa en el original sistema métrico decimal, pero sus unidades están definidas de manera más rigurosa y

actualizada (en este curso de física usaremos casi exclusivamente las unidades de este sistema). En la actualidad, el Sistema Internacional de Unidades es aceptado universalmente, incluso en los países de habla inglesa (donde hasta ahora se utilizan aún las unidades denominadas libra, pie, pulgada, etc.), pero se realiza en tales países un gran esfuerzo para su adopción, no sólo en los trabajos científicos, sino también por la población en general.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

24. Cite por lo menos dos unidades utilizadas con frecuencia en su vida diaria, para medir las siguientes magnitudes:
a) Longitud
b) Área
c) Volumen
d) Tiempo

25. Consulte una enciclopedia, un diccionario u otra fuente y trate de expresar en cm el valor de las unidades inglesas que se indican en la Figura 1-9.

26. *a)* Considere las siguientes unidades de tiempo: hora (h), minuto(min) y segundo(s). ¿Constituyen éstas un sistema decimal? Explique.
b) Para que usted note que un sistema no decimal dificulta considerablemente la realización de operaciones matemáticas, conteste la pregunta siguiente: ¿cuál es la duración de un partido de volibol en el cual cada *set* dura.
1er. *set* - 50 min 32 s
2do. *set* - 49 min 45 s
3er. *set* - 30 min 35 s
Presente su respuesta en horas, minutos y segundos.

27. *a)* Suponga que la duración de un evento haya sido 3.5 h (observe que estamos utilizando la notación decimal). ¿Cree usted que ese intervalo es mayor, menor o igual a 3 h 30 min?
b) Considere un intervalo de 8.7 h. Exprese ese tiempo en la notación no decimal (horas y minutos).
c) Exprese en la notación decimal, utilizando la hora como unidad, un intervalo de 5 h 18 min.

28. *a)* El establecimiento del Sistema Métrico Decimal en Francia se dió a partir de propuestas surgidas durante un acontecimiento histórico de repercusión mundial. ¿Cuál fue?
b) ¿Quién era emperador de Francia cuando se hizo obligatoria la enseñanza del Sistema Métrico Decimal en las escuelas de ese país?

29. *a)* Un país occidental importante no participó en la Conferencia del Metro, celebrada en Francia en 1875. ¿Cuál fue?
b) ¿Cuál fue la consecuencia de ese hecho?

30. *a)* ¿Cómo se denomina el sistema de unidades, establecido en 1960, utilizado mundialmente que tiene como base al antiguo Sistema Métrico Decimal?
b) ¿Qué está ocurriendo en relación con ese sistema en los países de lengua inglesa?

31. *a)* Considere la definición del metro (*véase* Figura 1-10) y determine la longitud de la línea del ecuador. Dé su respuesta en metros y en kilómetros.
b) En el tablero de un automóvil se indica que ya "recorrió" 120 000 km. ¿Cuántas vueltas alrededor de la Tierra, a lo largo del ecuador, podría ese auto haber efectuado?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. Explique cómo se pueden escribir de manera breve números muy grandes o muy pequeños. Dé ejemplos.

2. Recordando sus conocimientos de matemáticas, diga qué debe hacerse para:
a) Multiplicar potencias de una misma base.
b) Dividir potencias de una misma base.
c) Elevar una potencia a otra.
d) Extraer la raíz cuadrada de una potencia.
e) Sumar o restar potencias.

3. En el caso de una medición explique:
a) Qué son las cifras correctas.
b) Qué es un guarismo aproximado.
c) Cuáles son las cifras significativas.

4. Describa el procedimiento para que en el resultado de una adición (o una sustracción) sólo aparezcan guarismos significativos.

5. Describa el procedimiento para que en el resultado de una multiplicación (o una división) sólo aparezcan números significativos.

TRES EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Usted ya debe saber que el número π es una constante, y que se obtiene dividiendo la longitud de una circunferencia cualquiera entre su diámetro. Para obtener experimentalmente el valor de esta constante, haga lo siguiente:

1. Con ayuda de un cordel mida la longitud de la circunferencia de cualquier objeto redondo (por ejemplo, un disco, una botella, una lata, etc.). Anote la medida sólo con sus cifras significativas.
2. Mida el diámetro del objeto.
3. Con base en sus mediciones calcule el valor de π (observe las cifras significativas), y compare su resultado con el valor teórico que ya conoce en matemáticas.
4. Repita el experimento usando objetos de diferente diámetro.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Podemos medir fácilmente la longitud de una hoja de un libro o de un cuaderno, pero, por otra parte, tendríamos dificultades en medir su espesor.

1. Trate de obtener la medida, usando una regla de milímetros, del espesor de una hoja de un libro. ¿Lograría obtener alguna cifra significativa en esta medición?
2. Un truco sencillo permite resolver satisfactoriamente este problema: mida el espesor de una pila de hojas (un número grande, digamos, de 100 hojas). Con base en el valor encontrado, calcule el espesor de una de ellas. ¿Cuántas cifras significativas hay en su respuesta?
3. Con un procedimiento semejante intente determinar la masa de un grano de frijol y el volumen de la gota de agua que sale de un cuentagotas.

TERCER EXPERIMENTO

En su curso de Matemáticas usted aprendió algunas fórmulas que permiten calcular el volumen de cuerpos con formas geométricas sencillas (esfera, cilindro, cubo, etc.). Sin embargo, no es posible encontrar una fórmula que permita determinar el volumen de un cuerpo de forma irregular, por ejemplo, una piedra. Eso, no obstante, puede hacerse experimentalmente con bastante facilidad, de la siguiente manera:

1. Tome un objeto cuyo volumen quiera determinar (una piedra u otro objeto sólido y macizo cualquiera). Procure obtener un recipiente graduado (en unidades de volumen) y ponga cierto volumen de agua dentro de él. Anote el valor del volumen.
2. Introduzca el objeto en el recipiente. El objeto debe quedar totalmente sumergido en el agua. Haga la lectura del volumen correspondiente al nuevo nivel del agua (volumen del agua + volumen del objeto)
3. Con base en sus medidas, determine el volumen del objeto irregular (observe los algoritmos significativos).

Observaciones: a) Si quisiera obtener un resultado más preciso, use un recipiente en el cual el nivel del agua sufra un cambio apreciable cuando el objeto se introduzca en él; haga las lecturas de esos niveles con bastante cuidado.
b) Si no consigue un recipiente graduado, podrá utilizar una jeringa para inyectar con el propósito de medir el volumen del agua cuando el cuerpo se introduce en el recipiente (busque, usted mismo, la manera de medir ese volumen utilizando la jeringa).

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Mediante la notación en potencias de 10 exprese:
   a) Un área de 2 km^2 en cm^2.
   b) Un volumen de 5 cm^3 en m^3.
   c) Un volumen de 4 litros en mm^3.
   d) Una masa de 8 gramos en kg.

2. De las siguientes potencias de 10
   10^{20} 10^{15} 10^{10} 10^{8} 10^{4}
   escoja la que a su parecer representa con *mayor exactitud*
   a) la población de su país.
   b) la población del mundo.

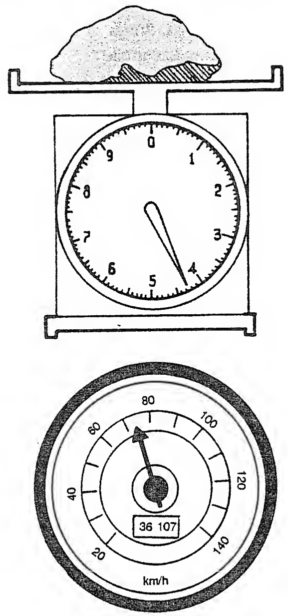
3. Determine el resultado de la expresión siguiente:
$$\frac{10^5 \times 10^2 \times \sqrt{10^{-6}}}{(10^4)^2}$$

4. *a)* Suponiendo que el protón tenga forma cúbica, y cuya arista sea de 10^{-13} cm, calcule su volumen.
   b) Considerando que la masa de un protón es de 10^{-24} gramos, determine su densidad (la densidad de un cuerpo se obtiene al dividir su masa entre su volumen).

5. Al colocar con mucho cuidado sobre una superficie libre de un recipiente con agua, una gota de aceite cuyo volumen es $V = 6 \times 10^{-2}$ cm^3, la misma se dispersa y forma una capa muy fina cuya área es $A = 2 \times 10^4$ cm^2. Calcule el espesor de esta lámina de aceite.

6. Observe los aparatos que se muestran en la ilustración de este problema.
   a) ¿Cuál es la forma adecuada de expresar la lectura del velocímetro? ¿Cuál es el número incierto o aproximado?
   b) ¿Cuál es la mejor manera de expresar la lectura de la báscula? ¿Cuántos números significativos hay en esta lectura?

7. Para probar su capacidad de percepción de valores de algunas magnitudes, conteste las siguientes preguntas:
   a) Trate de colocar sus manos separadas por una distancia que usted considere igual a 1 m. Enseguida, pida a un compañero que mida esa distancia. ¿Logró usted calcular razonablemente bien la distancia de 1 m?
   b) Observe la fotografía de la Figura 1-11. Sin ayuda de algún instrumento para medir, calcule el área de esa fotografía en cm^2. En seguida, midiendo las dimensiones de la foto, calcule su área. ¿Es razonable el cálculo que usted hizo?
   c) Ponga en su mano un objeto cualquiera (este libro, por ejemplo) y procure calcular su masa (en gramos o en kilógramos). Ahora, pese el objeto en una báscula y verifique si su cálculo fue aproximado al valor indicado por el instrumento.



Problema 6

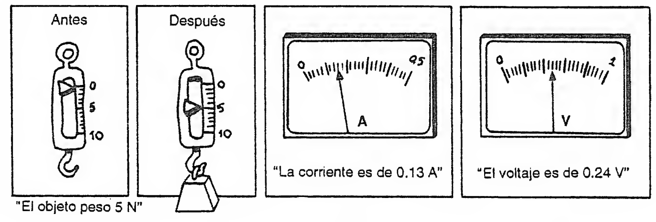
Observación: Las actividades propuestas en (a), (b) y (c) de este problema puede realizarlas un grupo de alumnos como si fuera un juego, para determinar quién efectúa cálculos más acertados.

8. En cada una de las figuras de este problema se presentan situaciones en las cuales la persona está cometiendo un error. Trate de identificarlos.

9. En cada una de las figuras de este problema hay errores en las interpretaciones de las lecturas de los aparatos mostrados. Trate de identificarlos.

10. *a)* Mida el tiempo necesario para que el corazón efectúe 100 latidos. Use un cronómetro o un reloj con segundero y exprese el resultado con un número adecuado de guarismos significativos.
    b) Con base en el valor obtenido en (a), determine el intervalo entre dos latidos consecutivos (observe los guarismos significativos).

(a) (b) (c)
Problema 8



(a) (b) (c)
Problema 9

11. Un tren viaja registrando los siguientes intervalos de tiempo entre las diversas estaciones de su ruta:

de A a B: 2.63 h	de C a D: 0.873 h
de B a C: 8.2 h	de D a E: 3 h

¿Cómo expresaría usted correctamente el tiempo que tardó:
a) en ir de la estación A a la estación C?
b) en ir de B a D?
c) en recorrer toda la ruta?

12. Realice las operaciones que se indican a continuación de modo que el resultado solamente tenga cifras significativas:
    a) $8.20 \times 10^8 + 5.4 \times 10^4 =$
    b) $3.72 \times 10^{-4} - 2.65 \times 10^{-2} =$

13. Antes de efectuar las siguientes operaciones, exprese los números en notación de potencias de 10. Calcule el resultado recordando lo referente a los números significativos.
    a) $\dfrac{700}{0.0035}$ *b)* $\dfrac{0.052 \times 0.0084}{420}$

14. ¿Cuáles de las igualdades siguientes presentan el resultado expresado adecuadamente en relación con los guarismos significativos? (No es necesario efectuar operaciones, ya que numéricamente los resultados son correctos.)
    a) $1.50 \times 10^{-3} \times 2.0 \times 10^{-1} = 3 \times 10^{-4}$
    b) $3.41 \times 10^8 - 5.2 \times 10^2 = 3.41 \times 10^8$
    c) $1.701 \times 2.00 \times 10^{-3} = 3.4 \times 10^{-3}$
    d) $9.2 \times 10^5 : 3.0 \times 10^2 = 3.1 \times 10^3$

15. Al tratar de construir un modelo a escala del sistema solar, un estudiante representó al Sol por medio de un balón o pelota, cuyo radio es igual a 10 cm. Él sabe que el radio solar tiene un valor aproximado de 10^9 m.

a) Si el radio de la Tierra es casi 10^7 m, ¿cuál debe ser el radio de la esfera que la representará en el modelo a escala?

b) Si se considera que la distancia de la Tierra al Sol es 10^{11} m, ¿a qué distancia del balón deberá colocar el estudiante la bola que represente la Tierra?

16. El *año-luz* es una unidad de longitud que se emplea para medir distancias de objetos muy lejanos a nosotros (como las estrellas, por ejemplo).

a) Realice una investigación para saber cuál es el valor de 1 año-luz y exprese dicha cantidad en km, utilizando la notación en potencias de 10.

b) Trate de saber cuál es, en años-luz, la distancia de la estrella más cercana. Exprese en km la magnitud de tal distancia.

17. La escala de una báscula está marcada sólo en kilogramos (no indica gramos).

a) ¿Con cuántas cifras significativas obtendría usted su peso en este aparato?

b) ¿Cuál sería su respuesta a la pregunta anterior si usted pesara más de 100 kilos?

c) Si en dicha báscula colocara un paquete de mantequilla (de casi 200 gramos), ¿cómo expresaría la lectura?

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Considere sus conocimientos de notación de potencias de 10 y marque la opción *incorrecta.*

a) 2 434 = 2.434×10^3
b) 0.00025 = 2.5×10^{-4}
c) dos millones = 2×10^6
d) un centésimo = 10^{-2}
e) ochenta y siete mil = 8.7×10^3

2. Indique el resultado de la operación siguiente:

$$\frac{10^3 \times (10^2)^3 \times \sqrt{10^{-6}}}{10^{-5}}$$

a) 10^{11}
b) 10^8
c) 10
d) 10^{-2}
e) 10^{-3}

3. Dadas las potencias: 8×10^2, 6×10^{-5}, 10^2, 5×10^4 y 2×10^{-2}, es correcto llegar a la conclusión de que:

a) $8\times10^2 > 5\times10^4 > 10^2 > 6\times10^{-5} > 2\times10^{-2}$
b) $5\times10^4 > 8\times10^2 > 10^2 > 2\times10^{-2} > 6\times10^{-5}$
c) $5\times10^4 > 8\times10^2 > 6\times10^{-5} > 2\times10^{-2} > 10^2$
d) $8\times10^2 > 6\times10^{-5} > 5\times10^4 > 2\times10^{-2} > 10^2$
e) $6\times10^{-5} > 5\times10^4 > 8\times10^{-2} > 2\times10^2 > 10^2$

4. De las siguientes igualdades, indique la que no es correcta:

a) $10^8 + 10^7 = 10^{15}$
b) $10^8 : 10^4 = 10^4$
c) $10^{15} + 10^{15} = 2 \times 10^{15}$
d) $3.4 \times 10^7 - 3 \times 10^6 = 3.1 \times 10^7$
e) $10^8 \times 10^7 = 10^{15}$

5. Si agregamos 1.74×10^5 cm^3 de agua con 2.3×10^3 cm^3 de este mismo líquido, el volumen total obtenido se expresará mejor por (recuérdese los algoritmos significativos):

a) 1.97×10^5 cm^3
b) 1.97×10^3 cm^3
c) 1.97×10^8 cm^3
d) 1.76×10^5 cm^3
e) 1.76×10^3 cm^3

6. La distancia media del Sol a la Tierra es de 1.496×10^8 km y de la Tierra a la Luna de 3.84×10^5 km. Cuando estos tres astros están alineados y la Tierra en medio de los dos, la distancia del Sol a la Luna será:

a) 5.336×10^8 km
b) 5.336×10^5 km
c) 1.500×10^8 km
d) 5.34×10^8 km
e) 5.34×10^5 km

7. Queremos expresar 2.34 m^2 en cm^2, sin dejar dudas en cuantos a los algoritmos significativos. Indique la opción adecuada:

a) 2.34 m^2 = 234 cm^2
b) 2.34 m^2 = 2 340 cm^2
c) 2.34 m^2 = 2.34×10^4 cm^2
d) 2.34 m^2 = 2.34×10^2 cm^2
e) 2.34 m^2 = 23 400 cm^2

8. La medida de 4.7 kg se obtuvo para la masa de un cuerpo. Una manera correcta de expresar esa medida, en gramos, considerando los algoritmos significativos, es:

a) 4.700 g
b) 0.047 g
c) 4.7×10^3 g
d) 47.0×10^2 g
e) 4.7×10^{-3} g

9. La frecuencia, v, del fotón emitido por un átomo al sufrir una transición, en la cual su energía cambia de E_2 para E_1, está dada por la fórmula:

$$v = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

Para $E_2 = 1.4 \times 10^4$ eV
$E_1 = 0$
$h = 4.14 \times 10^{-15}$ eV·s

el valor de v, que puede calcularse con el número correcto de algoritmos significativos, es:

a) 3.4×10^{18} s^{-1}
b) 0.34×10^{-11} s^{-1}
c) 3.382×10^{18} s^{-1}
d) 0.3382×10^{19} s^{-1}
e) 0.338×10^{-11} s^{-1}

10. La aceleración de la gravedad puede calcularse por la fórmula

$$g = \frac{MG}{R_T^2}, \text{ donde}$$

M = 5.98×10^{24} kg
G = 6.67×10^{-11} Nm^2/kg^2
R_T = 6.34×10^6 m

El valor de g que puede calcularse con los datos proporcionados, con el número correcto de algoritmos significativos, es:

a) 1.00×10 m/s^2
b) 0.01×10^3 m/s^2
c) 1×10 m/s^2
d) 0.1×10^2 m/s^2
e) 0.001×10^4 m/s^2

Las Preguntas **11, 12** y **13** se refieren solamente al enunciado siguiente:

Cálculos razonables muestran que el océano contiene un total aproximado de 1.5×10^{19} kg de sodio. Además de eso, se estima que los ríos llevan al océano sales que aumentan la masa total de sodio en el agua del océano 1.5×10^{11} kg por año.

11. Con base en los datos antes indicados, puede llegarse a la conclusión de que la edad del océano es del orden de:

a) 10^{17} años
b) $10^{1.73}$ años
c) 10^{209} años
d) 10^8 años
e) 10^{30} años

12. La masa total de sodio en el océano podría determinarse si se conoce la concentración de sodio en el agua del océano y además:

a) El área total de la superficie del océano.
b) El volumen total de agua en el océano.
c) La diferencia entre la densidad del agua pura y del agua del océano.
d) La densidad del agua en el océano.
e) La densidad del agua pura.

13. La determinación de la edad de las rocas más antiguas de la Tierra, mediante procesos radiactivos, indica una edad de casi 5×10^9 años, y por observaciones astronómicas, la edad del Universo se estima en 5×10^9 años. Si se comparan estos resultados con los obtenidos por el método del sodio en el océano, es *correcto* llegar a la conclusión de que:

a) La determinación de la edad de la Tierra y del océano son necesariamente incorrectas.
b) La Tierra es, en realidad, más vieja que el océano.
c) La determinación de la edad del océano es incorrecta.
d) La determinación, por el método radiactivo, de la edad de la Tierra es incorrecta.
e) Las conclusiones antes señaladas no podrían obtenerse por la comparación de los datos proporcionados.

RESPUESTAS

Ejercicios

2. es más compacta y facilita la realización de operaciones

3. *a*) 1 000 = 10^3 *b*) 100 000 = 10^5
c) 1 000 000 = 10^6 *d*) 0.01 = 10^{-2}
e) 0.000 1 = 10^{-4} *f*) 0.000 001 = 10^{-6}

4. *a*) 2 000 *b*) 1 200 000
c) 0.075 *d*) 0.000 08

5. *a*) 3.82×10^2 *b*) 2.12×10^4
c) 6.2×10^7 *d*) 4.2×10^{-2}
e) 7.5×10^{-1} *f*) 6.9×10^{-5}

6. *a*) 7×10^{-6}
b) $8 \times 10^{-7} < 4 \times 10^{-5} < 2 \times 10^{-2}$
7. *a*) 10^7 *b*) 10^4 *c*) 8×10^{-8}
d) 10^6 *e*) 10^{26} *f*) 4×10^{-7}
g) 10^6 *h*) 4×10^{-10} *i*) 4×10^{-3}
8. *a*) 8.1×10^{-4} *b*) -1.7×10^7
9. expresar ambos números con la misma potencia de 10
10. *a*) 1.32×10^5 *b*) 7.17×10^8
11. *a*) 5.98×10^{24} kg *b*) 10^{25} kg
12. *a*) 10^8 libros *b*) 10^9 libros
13. *a*) 10^6 m^3
b) Por ejemplo: longitud = 10^3 m; anchura = 10^2 m y profundidad = 10 m
14. *a*) 2.8 cm
b) 2 es correcto y 8 es aproximado
15. son los números correctos y el *primer* número dudoso
16. *a*) 1 y 2 *b*) 3
17. *a*) 8 *b*) correcto, el *cero* es el dudoso
18. *a*) 422 cm^2 *b*) 3.43 gramos
c) 16.1 s o bien 16.2 s
19. *a*) 2.5 cm *b*) 27.5 cm
c) 30.0 cm
20. *a*) 1.11 *b*) tres
c) 380 *d*) sí, no
21. *a*) tres *b*) cuatro
c) tres *d*) cuatro
22. *a*) 6 *b*) no
c) 5.6×10^4 m
23. tres
24. Por ejemplo:
a) m y km *b*) m^2 y cm^2
c) m^3 y litro *d*) segundo y año
25. Realice la investigación que se sugiere
26. *a*) no, 1 h = 60 min y 1 min = 60 s
b) 2 h 10 min 52 s
27. *a*) es igual *b*) 8 h 42 min *c*) 5.3 h
28. *a*) Revolución Francesa *b*) Napoleón Bonaparte
29. *a*) Inglaterra
b) los países de lengua inglesa (inclusive Estados Unidos de América) no adoptaron el Sistema Métrico
30. *a*) Sistema Internacional de Unidades
b) esos países están introduciendo, paulatinamente, las unidades del SI en sustitución de las unidades antiguas
31. *a*) 4×10^7 m, 4×10^4 km (40 000 km
b) 3 vueltas

Preguntas y problemas

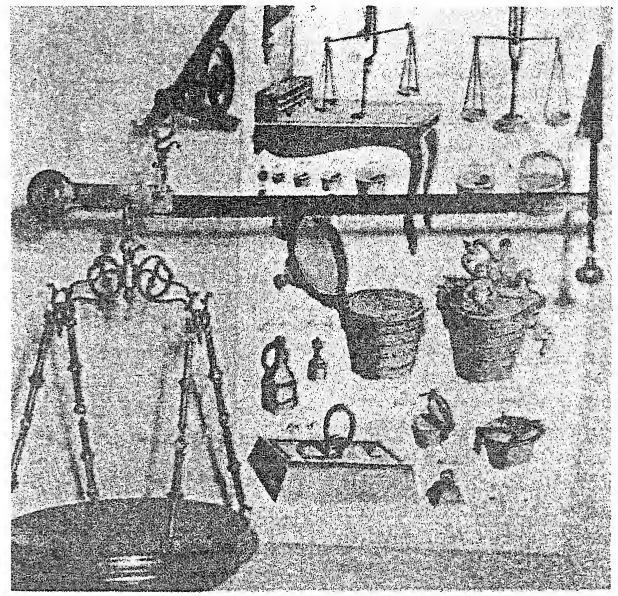
1. *a*) 2×10^{10} cm^2 *b*) 5×10^{-6} m^3
c) 4×10^6 mm^3 *d*) 8×10^{-3} kg
2. *a*) 10^8 *b*) 10^{10}
3. 10^{-4}
4. *a*) 10^{-39} cm^3 *b*) 10^{15} gramos/cm^3
5. 3×10^{-6} cm
6. *a*) 74 km/h; el número 4
b) 4.25 kg; tres cifras
8. *a*) lectura con el termómetro fuera del líquido
b) lectura con el frasco inclinado
c) exceso de cifras en el resultado (números no significativos)
9. *a*) el aparato no está en cero
b) la lectura correcta es 0.16 A
c) la lectura correcta es 0.48 V
11. *a*) 10.8 h *b*) 9.1 h *c*) 15 h
12. *a*) 8.20×10^8 *b*) -2.61×10^{-2}
13. *a*) 2.0×10^5 *b*) 1.04×10^{-6}
14. *a*) equivocada *b*) cierta
c) equivocada *d*) cierta
15. *a*) 10^{-3} m = 1 mm *b*) 10 m
16 *a*) 1 año-luz = 9.45×10^{12} km
b) 4.2 años-luz = 3.9×10^{13} km
17. *a*) tres *b*) cuatro *c*) 0.2 kg

Cuestionario

1. e
2. a
3. b
4. a
5. d
6. c
7. c
8. c
9. a
10. a
11. d
12. b
13. b

capítulo 2

funciones y gráficas



Balanza romana en bronce, para uso comercial, hecha a principio del siglo XIX. La importancia de los instrumentos de medición se evidencia por el cuidado con que se elaboró un aparato como éste.

Los científicos, al estudiar los fenómenos que se producen en la naturaleza, comprueban que en ellos, generalmente hay dos (o más) magnitudes relacionadas entre sí. Esto significa que al variar una de las magnitudes, la otra también cambia. Por ejemplo, la longitud de un tramo de riel de acero aumenta cuando se eleva su temperatura; la fuerza que un imán ejerce sobre un clavo disminuye cuando aumentamos la distancia entre ambos, etcétera.

Cuando esto sucede, es decir, cuando las magnitudes están relacionadas, decimos que una *es función* de la otra. Así, la longitud del riel *es función* de su temperatura, y la fuerza que el imán ejerce sobre el alfiler también *es función* de su distancia.

Como veremos en este capítulo, existen diversas maneras en las cuales se relacionan las magnitudes físicas. En otras palabras, existen varios tipos de *funciones* que relacionan las magnitudes. Estudiaremos algunas que serán muy útiles en nuestro curso de física, empezando con la más simple: la función de *proporción directa* (o de variación proporcional directa).

2.1 Proporción directa

❖ **Qué es una proporción directa.** Suponga que dos magnitudes están relacionadas de modo que al duplicar el valor de una de ellas, el valor de la otra también se duplica; al triplicar la primera, la segunda también queda multiplicada por tres, etc. Siempre que sucede esto decimos que existe entre ambas magnitudes, una *proporción directa*. Por ejemplo, si midiéramos las masas de bloques de fierro (o hierro) de diferente volumen obtendríamos los siguientes resultados:

un volumen $V_1 = 1\ \text{cm}^3$ tiene una masa $M_1 = 8\ \text{g}$
un volumen $V_2 = 2\ \text{cm}^3$ tiene una masa $M_2 = 16\ \text{g}$
un volumen $V_3 = 3\ \text{cm}^3$ tiene una masa $M_3 = 24\ \text{g}$
un volumen $V_4 = 4\ \text{cm}^3$ tiene una masa $M_4 = 32\ \text{g}$

y así sucesivamente. Obsérvese, entonces, que al duplicar el volumen (de 1 cm^3 a 2 cm^3) la masa también se duplicó (de 8 g a 16 g); al triplicar el volumen (de 1 cm^3 a 3 cm^3) la masa también lo hizo (de 8 g a 24 g), etcétera.

De modo que

"La masa de un bloque de hierro es directamente proporcional a su volumen".

Para expresar esta frase por medio de símbolos, designamos en general la masa por M, el volumen por V e indicamos la proporcionalidad directa por el símbolo $\propto$ (que se lee "es proporcional a"). De este modo escribiremos

$$M \propto V$$

❖ **Constante de proporcionalidad.** Observando los valores de las masas y de los volúmenes considerados, se comprueba que:

$$\frac{M_1}{V_1} = \frac{8\ \text{gramos}}{1\ \text{cm}^3} = 8\ \text{g/cm}^3$$

$$\frac{M_2}{V_2} = \frac{16\ \text{gramos}}{2\ \text{cm}^3} = 8\ \text{g/cm}^3$$

$$\frac{M_3}{V_3} = \frac{24\ \text{gramos}}{3\ \text{cm}^3} = 8\ \text{g/cm}^3, \text{ etcétera.}$$

Por tanto, al variar el volumen V del bloque, su masa M también cambia, pero el cociente entre M y V permanece constante (igual a 8 g/cm^3). Podemos escribir entonces que:

$$\frac{M}{V} = K$$

donde K es la llamada *constante de proporcionalidad* entre M y V y tiene un valor $K = 8$ g/cm^3. Así pues, cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, el cociente entre ellas permanece invariable y recibe el nombre de *constante de proporcionalidad* entre las dos magnitudes consideradas.

En el ejemplo citado, el valor de la constante de proporcionalidad es $K = 8$ g/cm^3. Obviamente, en otros ejemplos tendremos diferentes valores de K, según las condiciones de cada caso.

De la expresión $M/V = K$ resulta $M = KV$. De modo que llegamos a la conclusión de que:

Si $M \propto V$, podemos escribir $M = KV$.

Hodómetro del siglo XVI. La importancia de los instrumentos de medición es evidente en este elegante hodómetro hecho para adaptarse a la silla de un caballo y medir las distancias recorridas por el animal.

EJEMPLO 1

Una persona al recoger el agua que sale de una manguera, obtiene los siguientes datos:

en 5 s recoge 15 litros (L)
en 10 s recoge 30 L
en 30 s recoge 90 L, etcétera.

a) ¿Podemos decir que hay una proporción directa entre el volumen de agua y el tiempo empleado en la operación?

Sí, el volumen recogido es directamente proporcional al tiempo, porque al dividir cada volumen entre el tiempo correspondiente, comprobamos que su cociente permanece invariable, es decir:

$$\frac{15\ \text{L}}{5\ \text{s}} = \frac{30\ \text{L}}{10\ \text{s}} = \frac{90\ \text{L}}{30\ \text{s}}$$

b) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad entre estas magnitudes?

La constante es igual al cociente de cualquier volumen entre el tiempo correspondiente:

$$K = \frac{15\ \text{L}}{5\ \text{s}} \text{ o bien, } K = 3\ \text{L/s}$$

c) Al designar por V el volumen recogido y por t, el tiempo correspondiente, ¿cómo podemos expresar la relación entre tales magnitudes?

Podríamos escribirla de varias maneras, a saber:

$V \propto t$ (que se lee: "V es directamente proporcional a t")

o bien

$$\frac{V}{t} = K, \text{ que equivale a } V = Kt$$

donde la constante vale $K = 3$ L/s.

EJEMPLO 2

Al soltar un cuerpo desde cierta altura obtuvimos los siguientes datos para las distancias recorridas durante los tiempos de 1 s, 2 s y 3 s de caída libre:

en un tiempo $t_1 = 1$ s recorrió una distancia $d_1 = 5$ m
en un tiempo $t_2 = 2$ s recorrió una distancia $d_2 = 20$ m
en un tiempo $t_3 = 3$ s recorrió una distancia $d_3 = 45$ m

¿Podemos decir que la distancia recorrida d es directamente proporcional al tiempo de caída t?

No; al observar los valores obtenidos, comprobamos que al duplicar el tiempo de caída, el valor de la distancia recorrida *no* se duplica, y que al triplicarlo *tampoco* se triplica, etcétera.

Además, también comprobamos que el cociente entre d y t *no* es constante, es decir:

$$\frac{5\ \text{m}}{1\ \text{s}} \neq \frac{20\ \text{m}}{2\ \text{s}} \neq \frac{45\ \text{m}}{3\ \text{s}}$$

o bien

$$\frac{d_1}{t_1} \neq \frac{d_2}{t_2} \neq \frac{d_3}{t_3}$$

Por tanto, en este caso, la distancia *no* es directamente proporcional al tiempo.

❖ **Representación gráfica.** Hasta ahora hemos representado la relación entre M y V por medio de ecuaciones. Otra forma de analizar la dependencia entre dos magnitudes es por el *método gráfico*. Para trazar la gráfica (o el gráfico) que represente la relación entre M y V (o como también se dice, M en función de V, o M contra V), reproduciremos en la tabla siguiente los valores de las magnitudes que antes habíamos mencionado:

V (cm^3)	1	2	3	4
M (gramos)	8	16	24	32

Tracemos dos rectas perpendiculares como en la Figura 2-1 (el empleo de papel cuadriculado facilita este trabajo). Sobre una de ellas situaremos los valores de volumen enlistados (y será el eje de los volúmenes), y, sobre la otra, los valores de masa (eje de las masas). Para ello, debemos escoger *escalas* apropiadas, es decir, elegir cierta longitud sobre un eje para representar un valor dado de la magnitud. Por ejemplo, en el eje de los volúmenes se tomará la siguiente escala: un segmento de 1.5 cm para representar 1 cm^3. Con esta escala señalamos en la Figura 2-1, las divisiones correspondientes a 1 cm^3, 2 cm^3, etc. En el eje de las masas emplearemos una escala distinta: 1 cm para representar 4 g. Obsérvense en la Figura 2-1, las divisiones correspondientes a 4 g, 8 g, 12 g, etcétera.

Una vez elegidas las escalas de los ejes, procedemos a situar los puntos de la gráfica. A cada par de valores de la tabla mostrada corresponderá un punto del gráfico. Por ejemplo, el punto A, en la Figura 2-1, se obtuvo con los valores V = 1 cm^3 y M = 8 g; el punto B, con los valores V = 2 cm^3 y M = 16 g, etc. Una vez localizados los puntos A, B, C y D y comprobado que se encuentran alineados, podemos unirlos con una recta y obtener así el gráfico de M en función de V. Obsérvese que la recta pasa por el origen 0, o sea, cuando V = 0 tenemos también M = 0. Esto sucederá siempre que tengamos dos magnitudes ligadas por una proporción directa:

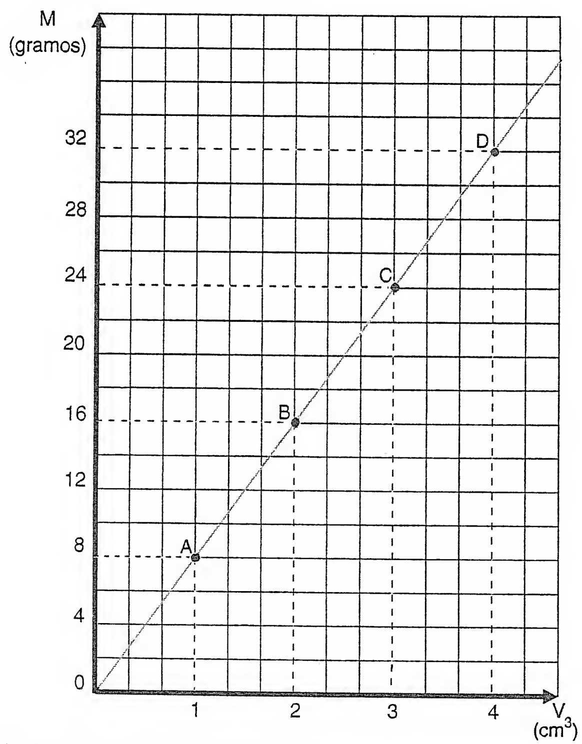


FIGURA 2.1 Esta gráfica representa la relación entre la masa y el volumen de un trozo de fierro

> La gráfica que representa una magnitud que varía en proporción directa respecto de otras, es una línea recta que pasa por el origen.

❖ **Pendiente de la gráfica.** Ya vimos, en la ecuación $M = KV$, que la constante de proporcionalidad K es una característica importante de la proporción directa. Veamos cómo obtener su valor por medio del gráfico de una función.

En la Figura 2-2, que es una reproducción de la Figura 2-1, consideremos dos puntos cualesquiera, como, por ejemplo, A y C. El punto A corresponde al volumen V_A = 1 cm^3 y a la masa M_A = 8 g. Para el punto C, tenemos V_C = 3 cm^3 y M_C = 24 g. Por tanto, en el gráfico, al pasar de A a C observamos una *variación* en el volumen y una correspondiente *variación* en la masa. La variación del volumen será representada por ΔV (la letra griega Δ, delta mayúscula siempre se utiliza delante del símbolo de una magnitud para representar su variación). Así, $\Delta V = V_C - V_A$. De la misma manera, ΔM representa la variación de la masa, es decir, $\Delta M = M_C - M_A$. En la Figura 2-2 se indican las variaciones ΔV y ΔM.

La *pendiente (o inclinación) de la recta* se define por la siguiente relación:

$$\text{pendiente de la recta} = \frac{\Delta M}{\Delta V}$$

Comprobamos que cuanto mayor es el cociente $\Delta M/\Delta V$ para la recta dada, tanto mayor será el ángulo que forma con el eje de los volúmenes, el cual se denomina ángulo

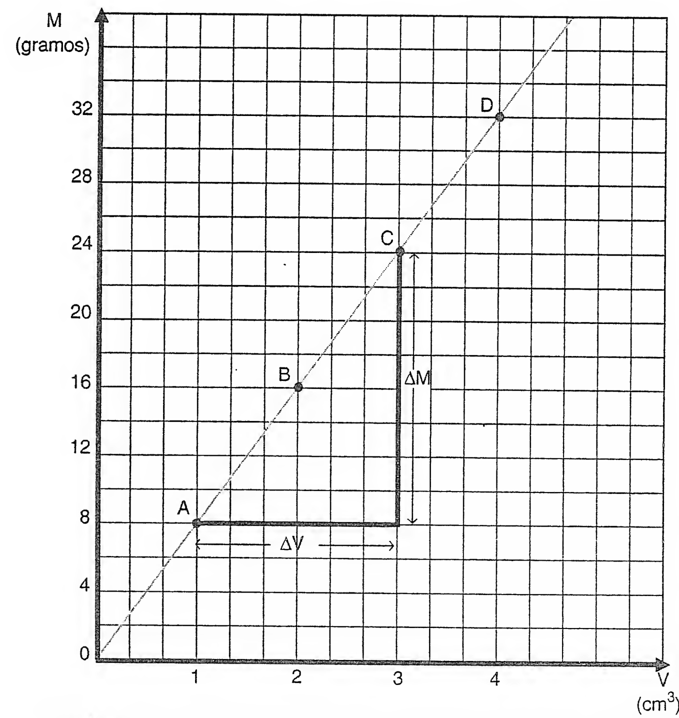


FIGURA 2-2 La pendiente o inclinación de la recta se define como $\Delta M/\Delta V$.

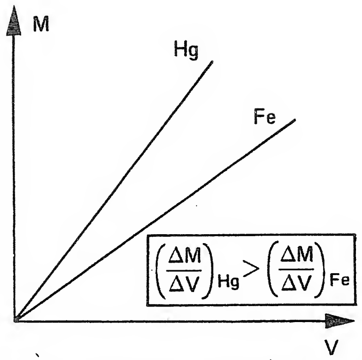


FIGURA 2-3 Cuanto mayor sea el ángulo que una recta forma con el eje horizontal, tanto mayor será el valor de su pendiente o inclinación.

de *inclinación* de la recta. Por ejemplo, en la Figura 2-3, que muestra la gráfica $M \times V$ para el Fe y para el Hg, observamos que la recta del Hg tiene una mayor inclinación que la del Fe.

Volviendo a la Figura 2-2 calculemos el valor de la pendiente de la recta. Al observar en la figura que

$$\Delta V = V_C - V_A = 3\ cm^3 - 1\ cm^3$$

o bien, $\Delta V = 2\ cm^3$

$$\Delta M = M_C - M_A = 24\ g - 8\ g$$

o bien, $\Delta M = 16$ g

vemos que

$$\text{pendiente de la recta} = \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{16\ g}{2\ cm^3}$$

o que la inclinación de la recta es 8 g/cm^3.

Como ya vimos, la constante de proporcionalidad K de la ecuación $M = KV$, también vale $K = 8$ g/cm^3. Esto sucederá siempre que tratemos con una proporción directa; es decir, la inclinación o pendiente de la recta da el valor de la constante de proporcionalidad. Por tanto,

> En la gráfica de una variación proporcional directa, la constante K es la pendiente de la recta.

❖ **Generalización.** Acabamos de estudiar un ejemplo de dos magnitudes que varían en proporción directa: la masa y el volumen. Existen muchos otros ejemplos de magnitudes ligadas por una proporción directa. Consideremos dos magnitudes cualesquiera, a las que designaremos de modo general por Y y X (podrían ser, por ejemplo, la masa y el volumen, o la presión y la temperatura de un gas, o bien, la distancia recorrida y la velocidad de un automóvil, etcétera).

> Con base en lo ya visto, si comprobamos que
>
> al duplicar X también se duplica Y,
> al triplicar X también se triplica Y,
> al cuadruplicar X también lo hace Y,
> etcétera,
>
> podemos afirmar que
>
> 1. Y es directamente proporcional a X; es decir $Y \propto X$, o bien, $Y = \mathbf{a}X$, donde **a** es la constante de proporcionalidad.
> 2. La gráfica de $Y \times X$ es una recta que pasa por el origen (Fig. 2-4).
> 3. $\Delta Y/\Delta X$ es la pendiente de la gráfica y su valor es igual a la constante de proporcionalidad **a**.

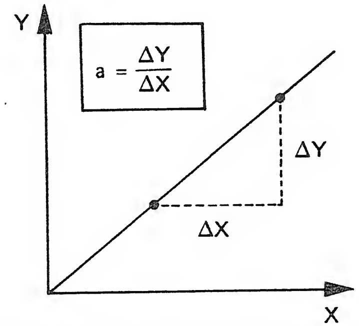


FIGURA 2-4 En el caso de una proporción directa $Y = aX$ la gráfica $Y \times X$ es una recta que pasa por el origen, y cuya pendiente es igual al valor de a.

EJEMPLO 3

En el Ejemplo 1 obtuvimos los siguientes valores para el volumen de agua, V, recogido durante un tiempo t.

t (s)	5	10	30
V (litros)	15	30	90

a) Trazar la gráfica $V \times t$.

En la Figura 2-5 escogemos las siguientes escalas para los ejes:

1 cm representa 5 segundos (s)
1 cm representa 10 litros (L)

A continuación, empleando los valores obtenidos en esta tabla, se sitúan los puntos indicados en la figura. Al unir los tres puntos obtenemos una recta que pasa por el origen, como era de esperarse, pues en el Ejemplo 1 ya habíamos visto que las dos magnitudes están relacionadas por una proporción directa.

b) Calcular la inclinación de la gráfica $V \times t$.

Inicialmente elegimos dos puntos cualesquiera de la recta, como, por ejemplo, los A y B que se muestran en la Figura 2-5. De ésta obtenemos

$\Delta V = V_B - V_A = 90$ L $- 30$ L o bien,
$\Delta V = 60$ L
$\Delta t = t_B - t_A = 30$ s $- 10$ s o bien,
$\Delta t = 20$ s

La pendiente será

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{60\ L}{20\ s} \quad \text{o bien,} \quad \frac{\Delta V}{\Delta t} = 3\ L/s$$

Observe que éste es el valor de la constante de proporcionalidad, el cual ya se calculó en el Ejemplo 1.

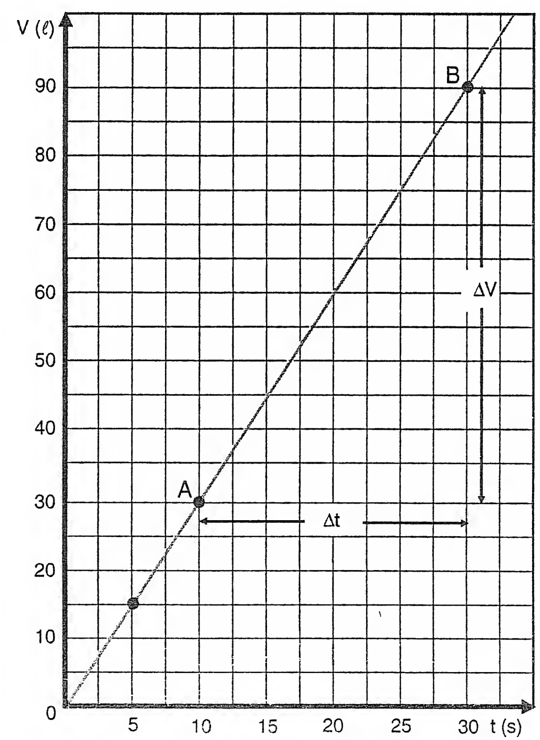


FIGURA 2-5 Para el Ejemplo 3.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Cuando una persona compra una tela (de anchura constante) paga por ella un precio P que depende de la longitud L adquirida. Suponga que 1 m de cierto género cuesta \$ 50.00.
   a) Complete la tabla de este ejercicio con los valores de P correspondientes a los valores de L que se indican.
   b) Una vez terminada la tabla, al duplicar el valor de L (por ejemplo, de 1 a 2 m), ¿se duplica también el valor de P?
   c) ¿Y al triplicar el valor de L?
   d) Entonces, ¿qué tipo de relación existe entre P y L?

2. Considere la tabla del ejercicio anterior.
   a) Divida cada valor de P entre el valor de L correspondiente ¿El cociente P/L varía o es constante?

L (m)	P (pesos)
1	50
2	
3	
4	

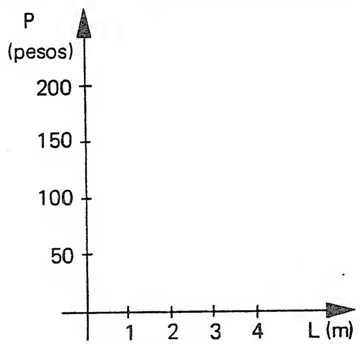
Ejercicio 1

   b) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad K entre P y L?
   c) ¿Cómo podemos expresar matemáticamente la relación entre P y L?

3. Como se sabe, el volumen V de una pelota de goma (o hule) es mayor, cuanto mayor sea su radio R. Al medir los valores de V y R para diversas pelotas, encontramos que
   cuando R = 10 cm, V = 4.2 litros
   cuando R = 20 cm, V = 33.4 litros
   cuando R = 30 cm, V = 113 litros
   a) Si el radio de una pelota se duplica, ¿también se duplica su volumen?
   b) Y si el radio se triplica, ¿el volumen también se triplicará?
   c) Entonces, ¿podemos decir que $V \propto R$?

4. Un salón de clases mide 8 m de longitud y 6 m de ancho. Usando una escala en la que 1 cm = 2 m (escala 1 cm = 2 m = 1/200):
   a) Realice un dibujo que represente ese salón de clases (planta de la sala).
   b) A partir del ángulo inferior izquierdo de su dibujo indique, sobre los lados, los puntos correspondientes a cada m de distancia.
   c) Un pedazo de gis se encuentra en el suelo de una sala, en una posición situada a las siguientes distancias del ángulo inferior izquierdo.
   6 m de longitud
   4 m de ancho
   señale en su planta, la posición del pedazo de gis.

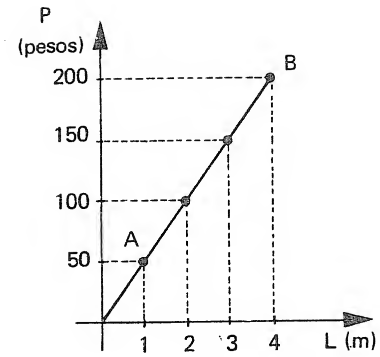
5. En el diagrama mostrado en la figura de este ejercicio se representan los valores de P y L obtenidos en el Ejercicio 1.
   a) Sitúe en dicho diagrama, los puntos correspondientes a cada par de valores de P y L.
   b) Una tales puntos. ¿Cuál es la forma de la gráfica obtenida?
   c) ¿Esperaba usted este resultado? ¿Por qué?



Ejercicio 5

6. Empleando el gráfico que trazó en el ejercicio anterior, diga:
   a) ¿Qué precio debe pagarse por 3.5 m de tela?
   b) ¿Cuántos metros de tela se podrían comprar con \$ 75.00?

7. En la figura de este ejercicio reproducimos el gráfico $P \times L$ y señalamos en él dos puntos, A y B.
   a) Trace, en el diagrama, el segmento ΔL que indica la diferencia entre las longitudes correspondientes a los puntos A y B.



Ejercicio 7

   b) Trace, además, el segmento que representa la variación ΔP para dichos puntos.
   c) ¿Cuáles son estos valores de ΔL y ΔP?
   d) Empleando los valores obtenidos en (c), calcule la inclinación de la recta.
   e) Compare este valor de la inclinación con el valor de K obtenido en el Ejercicio 2.

8. Una persona comprobó que entre dos magnitudes X y Y existe la siguiente relación matemática: $Y = 4X$.
   a) ¿Podemos decir que $Y \propto X$?
   b) Si el valor de X pasara de $X = 2$ a $X = 10$ (o sea, el valor de X se multiplicara por 5), ¿por qué factor quedaría multiplicado el valor de Y?
   c) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad a entre Y y X?
   d) ¿Cuál es la forma del gráfico $Y \times X$?
   e) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica?

2.2 Variación lineal

❖ Ya vimos que en la variación proporcional directa, cuya ecuación es $Y = aX$, cuando $X = 0$ tenemos $Y = 0$, y así, la gráfica $Y \times X$ es una recta que pasa por el origen. Por otra parte, hay casos en que esto no sucede, es decir, cuando $X = 0$ tenemos $Y \neq 0$, como veremos en el ejemplo siguiente.

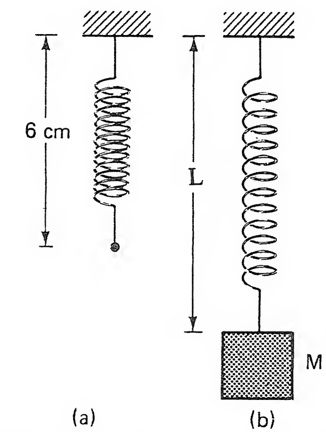


FIGURA 2-6 La longitud L de un resorte es función de la masa M colocada en su extremo.

❖ **Experimento con un resorte.** Consideremos un resorte helicoidal como el de la Figura 2-6a, cuya longitud es de 6 cm. Al colocar en su extremo una masa M, su longitud L aumenta (Fig. 2-6b). La tabla siguiente muestra los valores de L para diversos valores de M, obtenidos en el mismo experimento.

M (g)	0	100	200	300	400
L (cm)	6	9	12	15	18

Con estos datos construimos el gráfico de la Figura 2-7. Obsérvese que cuando $M = 0$, entonces $L = 6$ cm, y así la gráfica $L \times M$ es una recta que *no* pasa por el origen. En consecuencia, la relación entre L y M *no* es una proporción directa.

❖ **Qué es una variación lineal.** Siempre que representemos gráficamente los valores de dos variables y obtengamos una gráfica rectilínea que *no* pase por el origen, diremos que ambas variables están relacionadas por una *variación lineal.* Así, en el ejemplo del resorte podemos decir que L varía *linealmente con M.*

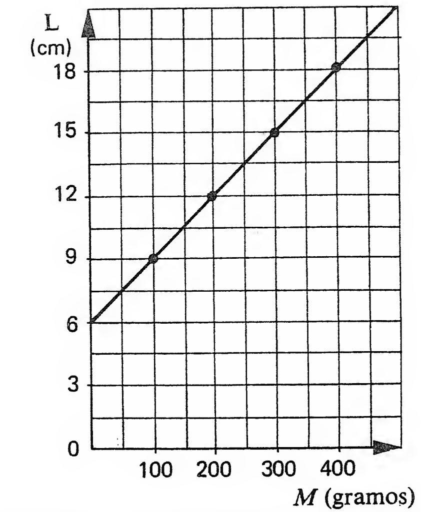


FIGURA 2-7 Este gráfico se elaboró con los valores de L y M que se obtuvieron en el experimento con el resorte de la Figura 2-6.

Para obtener la relación matemática entre L y M, basta observar que si la recta de la Figura 2-7 tuviese todos sus puntos desplazados 6 cm hacia abajo, pasaría por el origen. En este caso, la relación entre L y M sería

$$L = 0.03\ M$$

donde 0.03 cm/gramo es la inclinación o pendiente de la recta. Como la gráfica de la Figura 2-7 tiene sus puntos situados 6 cm arriba de la recta que pasa por el origen, es obvio que los valores de L estarán dados por

$$L = 0.03\ M + 6$$

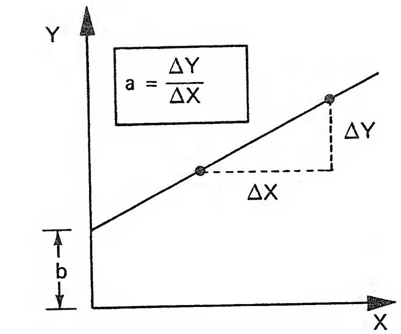


FIGURA 2-8 Cuando tenemos $Y = aX + b$ (variación lineal) la gráfica $Y \times X$ es una recta que no pasa por el origen.

Ésta es, por tanto, la relación matemática entre L y M. Obsérvese que 0.03 es la pendiente del gráfico $L \times M$, y la constante 6 representa el valor inicial de L, es decir, el valor de L cuando $M = 0$.

❖ **Generalización.** Acabamos de presentar un ejemplo de dos magnitudes ligadas por una variación lineal. De modo genérico, siempre que dos magnitudes cualesquiera, X y Y, se relacionen de manera que el gráfico $Y \times X$ sea una recta que *no* pase por el origen, como en la Figura 2-8, podremos concluir que:

1. Y varía linealmente con X.
2. La relación matemática entre Y y X es $Y = \mathbf{a}X + \mathbf{b}$.
3. La constante **a** está dada por la pendiente de la gráfica $Y \times X$, y **b** es el valor de Y cuando $X = 0$ (Fig. 2-8).

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

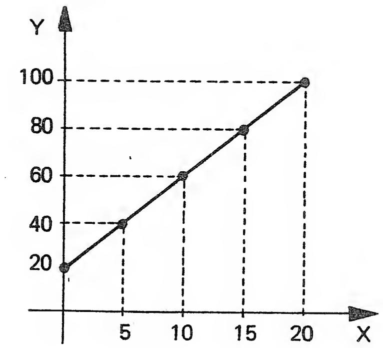
9. Analizando la tabla con los valores de M y L presentada al inicio de esta sección, diga:
   a) Cuando se duplica el valor de la masa M suspendida del resorte (por ejemplo, de 100 g a 200 g), ¿se duplicará el valor de la longitud L del resorte?
   b) Y cuando se triplica el valor de M, ¿se triplicará L?
   c) Entonces, ¿podemos decir que $L \propto M$?

10. Observando el gráfico de la Figura 2-7, responda:
    a) ¿por qué podemos afirmar que L *no* es directamente proporcional a M?
    b) ¿Cómo se denomina la relación entre L y M?
    c) ¿Cuál fue la escala utilizada para representar los valores de M?
    d) ¿Cuál fue la escala utilizada para representar los valores de L?

11. En el gráfico de la Figura 2-7, considere el primero y el último puntos señalados.
    a) Para estos puntos, ¿cuál es el valor de ΔM? ¿y el de ΔL?
    b) Con base en estos valores, calcule la pendiente de la gráfica.

12. Se comprobó que entre dos magnitudes X y Y existe la relación matemática siguiente: $Y = 3X + 4$.
    a) ¿Cómo se denomina este tipo de relación entre X y Y?
    b) ¿Cuál es el valor de Y cuando $X = 0$?
    c) Si trazáramos el gráfico $Y \times X$, ¿cuál sería su forma?
    d) ¿En qué punto cortaría esta gráfica al eje OY?
    e) ¿Cuál sería el valor de la pendiente?

13. Observe la gráfica ilustrada en la figura de este ejercicio y diga:
    a) ¿Es la relación entre las magnitudes Y y X del tipo $Y = aX + b$?



Ejercicio 13

    b) Escoja dos puntos cualesquiera del gráfico. Determine para tales puntos los valores de ΔX y de ΔY, y calcule la pendiente.
    c) ¿Cuál es el valor de la constante a? ¿Y el de b?
    d) Escriba la relación matemática entre Y y X.

2.3 Variación no lineal (cuadrática o cúbica)

❖ **Variación proporcional al cuadrado.** Usted ya sabe que el área A de un cuadrado está dada por $A = L^2$, donde L es el lado de la figura. Así:

para $L = 1$ m $\longrightarrow A = 1$ m^2
para $L = 2$ m $\longrightarrow A = 4$ m^2

Obsérvese que al duplicar el lado L del cuadrado, su área A *no* se duplicó, sino que se volvió *cuatro veces mayor* (Fig. 2-9). Entonces, la relación entre A y L *no* es una proporción directa, pues el área aumenta en una proporción mayor que el lado del cuadrado. Observe además que

para $L = 3$ m $\longrightarrow A = 9$ m^2
para $L = 4$ m $\longrightarrow A = 16$ m^2, etcétera.

De modo que cuando L se multiplica por 2, el área A se multiplica por 2^2; cuando L se multiplica por 3, el área A se multiplica por 3^2, etc. Es decir:

al duplicar L el valor de A se vuelve 4 veces mayor

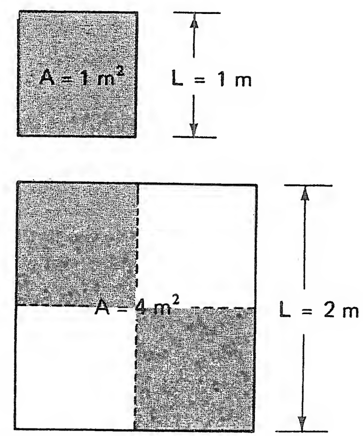


FIGURA 2-9 Cuando el lado de un cuadrado se duplica, su área se vuelve 4 veces mayor.

al triplicar L el valor de A se vuelve 9 veces mayor

al cuadruplicar L el valor de A se vuelve 16 veces mayor, etcétera.

En este caso decimos que

"el área A de un cuadrado es proporcional al *cuadrado* de su lado L"

y escribimos

$$A \propto L^2$$

Como un ejemplo más de variación con el cuadrado consideremos un disco de área A y el radio R. Como se sabe, $A = \pi R^2$. Aquí también tenemos que $A \propto R^2$ (Fig. 2-10), pues:

al duplicar R el valor de A se vuelve 4 veces mayor

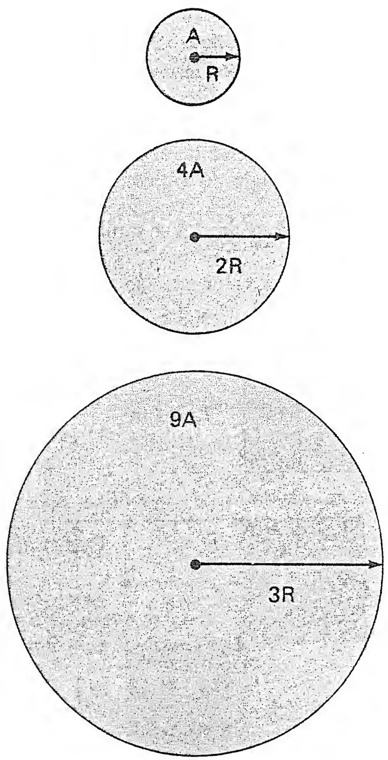


FIGURA 2-10 El área de un disco es proporcional al cuadrado de su radio.

al triplicar R el valor de A se vuelve 9 veces mayor, etcétera.

Esta variación con el cuadrado se observa siempre que estemos tratando con áreas: al ampliar una figura, o sea, al multiplicar todas sus líneas por cierto factor, comprobamos que el área de la figura queda multiplicada por el *cuadrado* de dicho factor.

❖ **Representación gráfica.** Indiquemos en la siguiente tabla, los valores ya mencionados de A y L para el cuadrado:

L (m)	1	2	3	4
A (m²)	1	4	9	16

Con estos valores vamos a trazar la gráfica de A en función de L (gráfico $A \times L$). Para esto, como se muestra en la Figura 2-11, trazamos los dos ejes, escogemos las escalas, y empleando los valores tabulados, situamos los puntos A, B, C y D. Naturalmente, la gráfica deberá pasar por el origen, pues cuando $L = 0$, tenemos que $A = 0$. Como podría esperarse ya que no se trata de una variación proporcional directa, al unir los puntos *no* obtenemos una gráfica rectilínea. El gráfico será curvilíneo, como muestra la Figura 2-11, y la curva recibe el nombre de *parábola*.

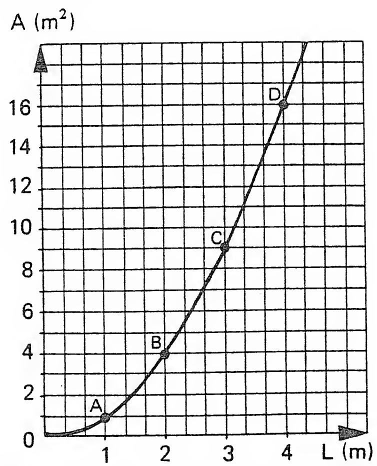


FIGURA 2-11 Esta gráfica muestra cómo el área A de un cuadrado varía cuando cambia su lado L.

Si trazáramos el gráfico $A \times R$ para el disco, también obtendríamos una curva semejante a la de la Figura 2-11, y esto sucedería siempre que representásemos gráficamente una variación con el cuadrado. En todos los casos, la curva obtenida será siempre una parábola.

❖ **Generalización.** Además de los ejemplos citados, existen otros casos en los que una magnitud varía con el cuadrado de otra. Designemos, de manera general, estas magnitudes por Y y X.

> Si comprobamos que
>
> al duplicar X el valor de Y se vuelve 4 veces mayor
>
> al triplicar X el valor de Y se vuelve 9 veces mayor
>
> al cuadruplicar X el valor de Y se vuelve 16 veces mayor, etcétera.
>
> podremos afirmar que
>
> 1. Y es proporcional al cuadrado de X: $Y \propto X^2$.
> 2. $Y = aX^2$, donde **a** es la constante de proporcionalidad entre Y y X^2.
> 3. El gráfico $Y \times X$ es una parábola, como en la Figura 2-12.

❖ **Variación proporcional al cubo.** Hay casos en los cuales dos magnitudes, X y Y, están relacionadas de modo que

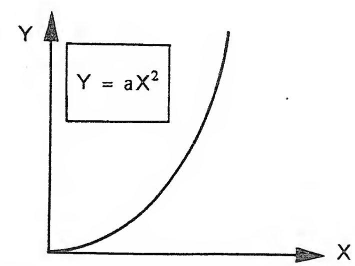


FIGURA 2-12 Cuando Y es proporcional al cuadrado de X tenemos $Y = aX^2$, y la gráfica $Y \times X$ es una curva denominada parábola.

al duplicar X el valor de Y se vuelve 8 veces mayor

al triplicar X el valor de Y se vuelve 27 veces mayor

al cuadruplicar X el valor de Y se vuelve 64 veces mayor, etcétera.

Obsérvese que en este caso Y se incrementa en una proporción mayor que en la variación con el cuadrado, es decir, cuando X se multiplica por un factor, Y se multiplica por el *cubo* de dicho factor (notemos que $8 = 2^3$; $27 = 3^3$; $64 = 4^3$, etcétera). Cuando esto sucede decimos que

"Y es proporcional al cubo de X"

y escribimos

$$Y \propto X^3 \text{ o bien, } Y = aX^3$$

donde a es la constante de proporcionalidad entre Y y X^3.

EJEMPLO 1

Consideremos un cubo con arista de longitud L y volumen V (Fig. 2-13a). Como se sabe, el volumen de un cubo está dado por

$$V = L^3$$

Esta relación muestra que el volumen V es proporcional al cubo de la arista L. Por tanto, cuando duplica-

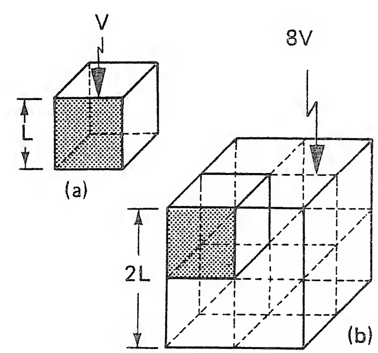


FIGURA 2-13 Cuando la arista de un cubo se duplica, su volumen se vuelve 8 veces mayor.

mos la longitud de la arista o lado L de una vasija cúbica de agua, por ejemplo, el volumen de dicho recipiente se vuelve 8 veces mayor (Fig. 2-13b).

Si trazamos la gráfica de V en función de L, obtendremos la curva mostrada en la Figura 2-14. Esta curva es semejante al gráfico de la variación con el cuadrado (Fig. 2-12), pero debe observarse que *no* es una simple parábola, pues muestra una inclinación más pronunciada conforme se incrementa L.

EJEMPLO 2

Otro ejemplo de variación con el cubo se encuentra en la relación entre el volumen V de una esfera y su radio R. Como ya sabemos,

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Siendo $(4/3)\pi$ una constante, vemos que $V \propto R^3$. Así,

al duplicar R el valor de V se vuelve 8 veces mayor
al triplicar R el valor de V se vuelve 27 veces mayor,
etcétera.

Esta variación con el cubo se observa siempre que estemos trabajando con volúmenes: al amplificar un

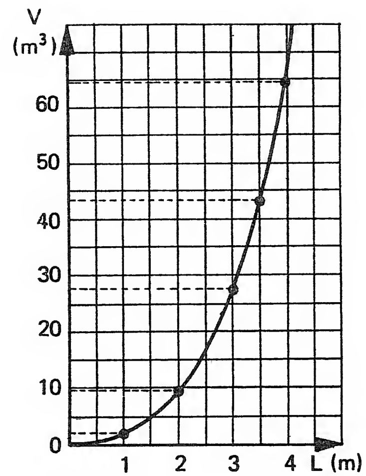


FIGURA 2-14 Este gráfico muestra cómo el volumen de un cubo varía cuando se incrementa la longitud de su arista.

cuerpo, es decir, al multiplicar todas sus líneas por un factor dado, comprobamos que el volumen de dicho cuerpo queda multiplicado por el *cubo* de ese factor.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la proxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

14. *a)* Complete la tabla de este ejercicio con los valores de las áreas de los cuadrados, cuyos lados se indican en la misma.

L (m)	A (m²)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Ejercicio 13

b) Duplicando L (por ejemplo, de 2 m a 4 m), ¿por qué factor queda multiplicada el área A?

c) Y al triplicar L (por ejemplo, de 2 m a 6 m), ¿cuantas veces se vuelve mayor el área A?

d) ¿Qué tipo de relación existe entre A y L^2?

15. *a)* Si duplicamos el radio de un disco circular, ¿cuántas veces se vuelve mayor su área?

b) Entonces, si el área de un disco es 30 cm², ¿cuál será el área de otro disco cuyo radio es dos veces mayor?

16. La relación matemática entre dos magnitudes X y Y es $Y = 2X^2$.

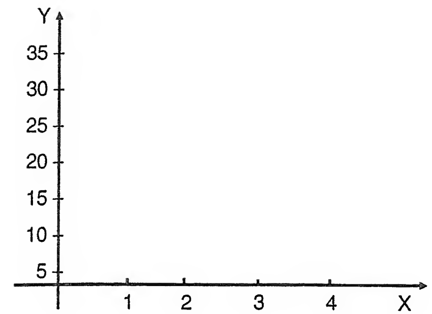
a) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad a entre Y y X^2?

b) Si el valor de X se multiplicara por 5, ¿cuántas veces se volvería mayor el valor de Y?

17. *a)* Considerando la relación matemática del ejercicio anterior, complete la tabla de éste.

X	Y
0	
1	
2	
3	
4	

Ejercicio 17



Ejercicio 17

b) Empleando los ejes mostrados en la figura de este ejercicio y los valores de la tabla, trace el gráfico $Y \times X$.

c) ¿Cómo se denomina la curva que obtuvo?

18. *a)* ¿Qué tipo de relación existe entre el volumen V de una esfera y su radio R?

b) Si triplicamos el radio de una esfera, ¿cuántas veces se vuelve mayor su volumen?

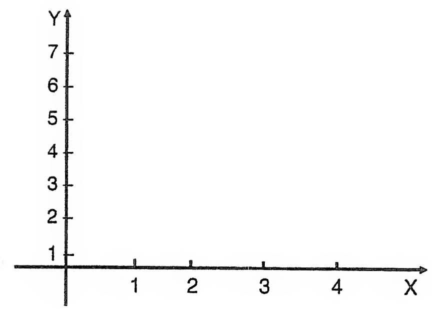
c) Entonces, si una esfera tiene un volumen igual a 5.0 cm³, ¿cuál será el volumen de otra esfera cuyo radio es tres veces mayor?

19. Suponga que entre dos magnitudes X y Y existe la siguiente relación matemática: $Y = 0.1X^3$.

a) Si el valor de X fuese multiplicado por cierto número, ¿por cuál factor quedaría multiplicado el valor de Y?

X	Y
0	
1	
2	
3	
4	

Ejercicio 19



Ejercicio 19

b) Considerando esta ecuación, complete la tabla de este ejercicio.

c) Con los valores de esta tabla, trace el gráfico $Y \times X$ en los ejes que se muestran en la figura de este ejercicio.

d) La curva que obtuvo, ¿es una parábola?

2.4 Relaciones inversas

❖ En el estudio de la proporción directa y de las variaciones con el cuadrado (o cuadrática) y con el cubo (o cúbica), vimos que la magnitud Y se incrementa a medida que X aumenta. Por otra parte, hay casos de relación entre dos variables donde el aumento de una, ocasiona la reducción de la otra. En otras palabras cuando X aumenta, Y disminuye. Vamos a estudiar dos casos en que esto sucede.

❖ **Proporción inversa.** Consideremos dos magnitudes, X y Y, tales que

al duplicar X el valor de Y quede dividido entre 2
al triplicar X el valor de Y resulte dividido entre 3
al cuadruplicar X el valor de Y quede dividido entre 4, etcétera.

Cuando esto ocurre decimos que

"Y es inversamente proporcional a X"

o bien,

"Y es proporcional al inverso de X".

Por tanto, podemos escribir

$$Y \propto \frac{1}{X}$$

y, al introducir la constante de proporcionalidad a, tenemos que

$$Y = a\left(\frac{1}{X}\right) \text{ o bien } Y = \frac{a}{X}$$

EJEMPLO 1

Supongamos que una persona realiza un viaje por automóvil con una distancia de 180 km entre una ciudad y otra. Sea X la velocidad del auto y Y, el tiempo transcurrido en el viaje. Es fácil concluir que

si X = 30 km/h ⟶ Y = 6 h
si X = 60 km/h ⟶ Y = 3 h
si X = 90 km/h ⟶ Y = 2 h, etcétera.

Vemos que al duplicar X, el valor de Y queda reducido a la mitad; al triplicar X, el valor de Y queda dividido entre 3, etc. Por tanto, podemos decir que

"el tiempo del viaje entre las dos ciudades es inversamente proporcional a la velocidad desarrollada".

Si trazamos el gráfico $Y \times X$ con los datos obtenidos, resultará la curva de la Figura 2-15. Siempre que representemos gráficamente la relación $Y = a/X$, encontraremos una curva de este tipo, la cual se conoce como *hipérbola*.

❖ **Variación con el inverso del cuadrado.** Veamos ahora una situación en la cual, cuando X aumenta, Y disminuye en una proporción

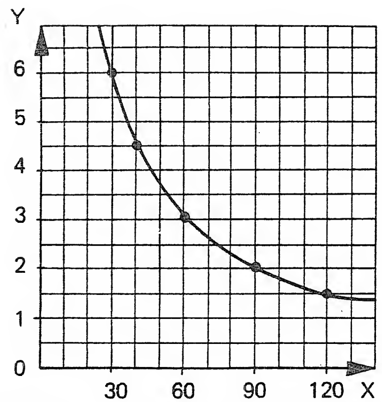


FIGURA 2-15 Cuando Y es inversamente proporcional a X tenemos $Y = a/X$, la gráfica $Y \times X$ es una hipérbola.

mayor que el caso que acabamos de estudiar. Supongamos que

al duplicar X el valor de Y se vuelve 4 veces menor
al triplicar X el valor de Y se vuelve 9 veces menor
al cuadruplicar X el valor de Y se vuelve 16 veces menor, etcétera.

Cuando esto sucede decimos que

"Y es inversamente proporcional al cuadrado de X"
o bien,
"Y es proporcional al inverso del cuadrado de X".

Así pues, podemos escribir

$$Y \propto \frac{1}{X^2}$$

y, al introducir la constante de proporcionalidad a,

$$Y = a\left(\frac{1}{X^2}\right) \text{ o bien, } Y = \frac{a}{X^2}$$

EJEMPLO 2

Imaginemos un foco o lámpara eléctrica que emite luz en todas direcciones. Al interceptar un haz luminoso por medio de una hoja de papel colocada a una distancia d del foco, tendremos sobre la hoja una cierta

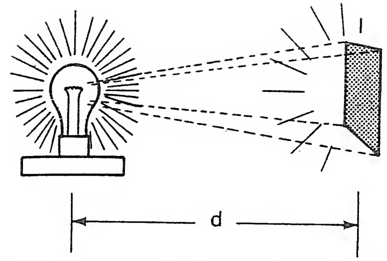


FIGURA 2-16 La intensidad luminosa sobre una pantalla es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia a la fuente luminosa.

intensidad luminosa I (Fig. 2-16). Este efecto luminoso se puede medir por medio de un fotómetro. Al alejar de la lámpara la hoja observamos una disminución en la intensidad de iluminación, indicada por el fotómetro. En un experimento determinado, al colocar una hoja de papel a diversas distancias d del foco, se obtuvieron con el aparato de medición las siguientes lecturas para cada caso:

para d = 10 cm ⟶ I = 72
para d = 20 cm ⟶ I = 18
para d = 30 cm ⟶ I = 8
para d = 40 cm ⟶ I = 4.5 etcétera.

Al observar esta tabla comprobamos que

al duplicar d el valor de I quedó dividido entre 4
al triplicar d el valor de I resultó dividido entre 9
al cuadruplicar d el valor de I quedó dividido entre 16, etcétera.

Por tanto, concluimos que la intensidad de la iluminación sobre la hoja de papel es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia del foco luminoso, y así podemos escribir:*

* **N. del R.** La constante a de proporcionalidad es la *intensidad luminosa* de la fuente de luz, y en la práctica se simboliza por I.

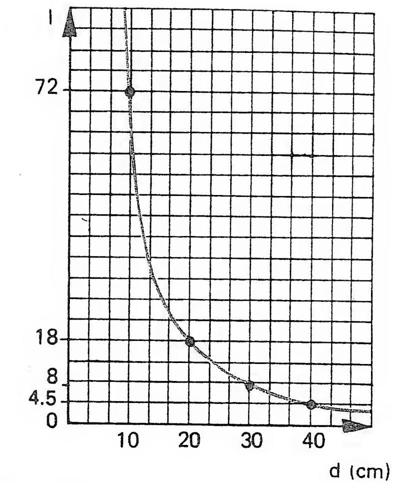


FIGURA 2-17 Este gráfico se elaboró con los valores de I y d que se obtuvieron al alejar la pantalla del foco luminoso, Figura 2-16.

$$I \propto \frac{1}{d^2} \text{ o bien, } I = \frac{a}{d^2} \ (a = \text{constante})$$

Si trazamos el gráfico $I \times d$, obtendremos la curva de la Figura 2-17, que es parecida a la hipérbola (Fig. 2-15). Pero en la variación hiperbólica (proporción inversa), el número por el cual se multiplica X es igual al número entre el cual se divide Y, mientras que en la variación con el inverso del cuadrado (Fig. 2-17), los valores de Y disminuyen según una razón mayor que en la proporción inversa.

❖ Existen muchas otras relaciones entre dos magnitudes, además de las que presentamos en este capítulo. Por otra parte, lo que se ha visto bastará para estar en condiciones de analizar y entender en forma práctica la casi totalidad de los fenómenos físicos que estudiaremos en nuestro curso.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

20. Observando la tabla de este ejercicio, diga:

a) Cuando se duplica el valor de X (de X = 1 a X = 2), ¿entre cuánto queda dividido el valor de Y?

b) Y cuando se triplica el valor de X, ¿qué sucede con el valor de Y?

X	Y
1	30
2	15
3	10
4	
5	

Ejercicio 20

c) Entonces, ¿qué tipo de relación existe entre Y y X?

d) Con base en la respuesta a la pregunta anterior, complete la tabla.

21. *a)* Con los datos de la tabla del ejercicio anterior, trace el gráfico $Y \times X$ empleando los ejes mostrados en la figura de este ejercicio.

b) ¿Cómo se llama la curva que obtuvo?

22. Sabemos que entre dos magnitudes X y Y existe la siguiente relación matemática:

$$Y = \frac{144}{X^2}$$

a) Considerando la expresión anterior, complete la tabla de este ejercicio.

X	Y
2	
4	
6	

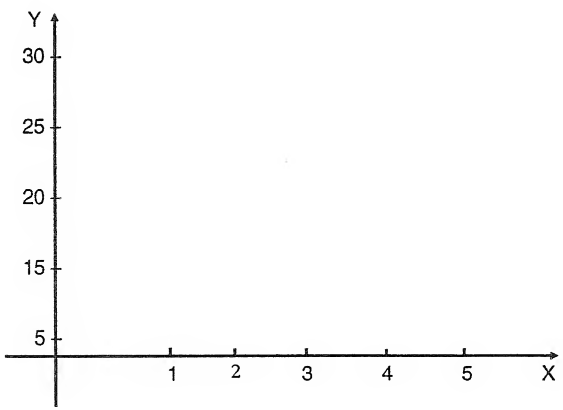
Ejercicio 22

b) Cuando se duplica el valor de X (de $X = 2$ a $X = 4$), ¿entre cuánto queda dividida Y?

c) Y cuando el valor de X se triplica, ¿qué sucede con el valor de Y?

d) ¿Qué tipo de relación existe entre Y y X?

e) Si trazáramos el gráfico $Y \times X$, ¿obtendríamos una hipérbola?



Ejercicio 21

2.5 Un tema especial (para aprender más)

Cambio de escalas

❖ **Figuras y objetos semejantes.** Usted ya tiene idea de lo que son las figuras semejantes, como es el caso de los triángulos semejantes estudiados en su curso de Matemáticas. En la Figura 2-18a, por ejemplo, se muestran dos triángulos, tales que los lados del mayor se obtuvieron al multiplicar cada lado menor por un mismo número (y se mantuvo invariable el valor de cada ángulo interior). Es justamente ese hecho lo que hace semejantes a dichos triángulos.

De esta manera, cuando las dimensionas lineales de un objeto (por ejemplo, la longitud, el ancho y la altura de una caja) son alteradas en la misma proporción, obtenemos un objeto semejante al original. Por otra parte, las propiedades de este nuevo objeto, ¿serían iguales a las del original? La experiencia nos enseña que cuando una estructura cualquiera (el cuerpo de un animal, la armazón de un edificio, un modelo de avión, etc.) es ampliada o reducida, visualmente es igual que la original, pero sus propiedades pueden sufrir enormes modificaciones. ¿Por qué sucede esto? Tratemos de dar una explicación.

❖ **Resistencia de una columna.** Llamemos resistencia (R) de una columna al peso máximo que puede soportar sin caerse. Podemos comprobar fácilmente que esta resistencia R es proporcional al área de la sección transversal de la columna (Fig. 2-18b), es decir, cuanto más gruesa sea, tanto mayor será su resistencia. Pero el área de la columna es proporcional al cuadrado de sus dimensiones lineales (L). Así pues, tenemos:

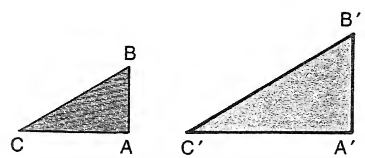


FIGURA 2-18a El triángulo *A′ B′ C′* se obtuvo al multiplicarse los lados del triángulo *ABC* por un mismo número.

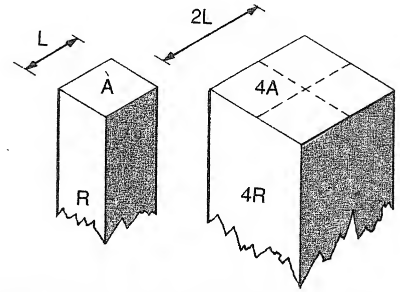


FIGURA 2-18b La resistencia de una columna es proporcional al área de su sección transversal.

$$R \propto A \text{ y como } A \propto L^2$$

entonces $\quad R \propto L^2$

Por ejemplo, en la Figura 2-18b, la columna más gruesa, del mismo material que la más delgada, y cuya sección transversal tiene unas dimensiones lineales dos veces mayores, tendrá una resistencia 4 veces más grande. Es fácil observar que la sección de la columna más gruesa corresponde a 4 áreas iguales y la columna más delgada y cada uno de esos cuadrados, de área A, puede soportar la misma carga de una columna más delgada.

❖ **Variación del peso de un objeto con sus dimensiones.** Por otra parte, el peso (P) de un cuerpo es proporcional a su volumen (V). Pero el volumen del mismo es proporcional al cubo de sus dimensiones lineales (L). Por tanto:

$$P \propto V \text{ y como } V \propto L^3$$

resulta que $\quad P \propto L^3$

Así, la botella de la Figura 2-19b, que tiene dimensiones lineales dos veces mayores que las de la botella de la Figura 2-19a, tendrá un peso 8 veces mayor que el de esta última. Lo mismo ocurre con cualquier otro objeto, como una estatua y su miniatura, hechas con el mismo material, o un árbol y una especie suya miniaturizada

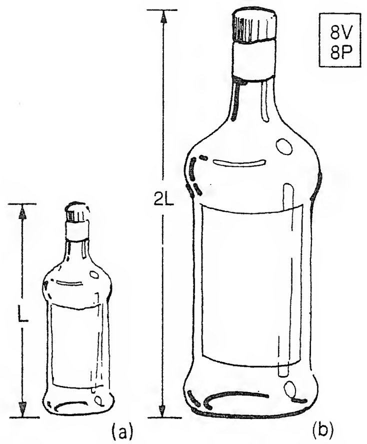


FIGURA 2-19 El peso de un objeto es proporcional al cubo de sus dimensiones lineales.

(un bello e interesante trabajo que realizaron, con éxito los japoneses).

❖ **Gigantes y enanos.** Imaginemos a una persona de tamaño normal. Su peso es soportado por su esqueleto, y sus huesos tienen una resistencia tal que permiten soportar el propio peso con relativa facilidad. En realidad, una persona normal tiene facilidad de locomoción, una agilidad determinada y la capacidad de resistir cargas adicionales.

Suponga que aumentásemos dos veces las dimensiones lineales de dicha persona, transformándola en un gigante. Su peso se vuelve 8 veces mayor, mientras que la resistencia de sus huesos sólo aumentaría 4 veces, porque la sección de cada hueso se multiplicó por 4, esto es:

Persona normal:

dimensión L → resistencia R
dimensión L → peso P

Gigante:

dimensiones $2\ L$ → resistencia $4\ R$
dimensiones $2\ L$ → peso $8\ P$

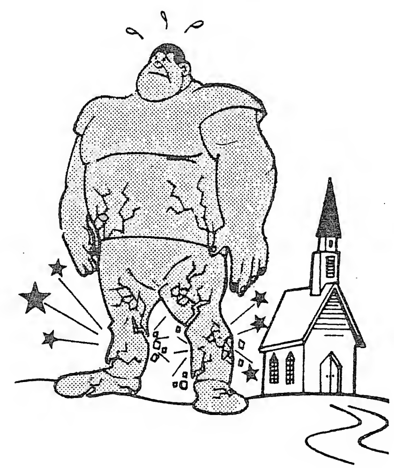
Obsérvese, entonces, que el peso aumentó en una proporción mayor que la resistencia. El hombre "aumentado" tendría por ello una mayor dificultad de locomoción y una agilidad menor, porque sus huesos están soportando una compresión mayor que la del hombre normal. Para que nuestro gigante conserve la agilidad del individuo normal, la resistencia de sus huesos habría tenido que multiplicarse por 8 acompañando esto al aumento de peso.

Por otra parte, si reducimos las dimensiones lineales de la persona y la transformamos en un enano semejante a ella, es fácil observar que ese enano tendría mayor agilidad y facilidad de locomoción que el hombre normal. De hecho, al reducir las dimensiones de la persona, el peso tendría una reducción mayor que la resistencia de sus huesos.

❖ **Amplificaciones "desastrosas".** Es fácil concluir que si el aumento fuese mayor, por ejemplo, si todas las dimensiones lineales se multiplicaran por 10, la desproporción entre el aumento de peso y el de la resistencia sería mucho mayor:

Gigante:

dimensiones $10\ L$ → resistencia $100\ R$
dimensiones $10\ L$ → peso $1\ 000\ P$



Al aumentar demasiado las dimensiones de una estructura cualquiera sin cambiar el material empleado en su construcción, ésta se derrumbará debido a la acción de su propio peso.

Seguramente, este gigante no se podría sostener de pie, pues su esqueleto se desmoronaría por la acción de su propio peso. Para que él conservara la misma agilidad del hombre normal, la resistencia de los huesos debería haberse multiplicado por 1 000, de modo que fuera proporcional al aumento de peso.

Todas estas consideraciones se aplican a cualquier estructura. La maqueta de un edificio o un automóvil a escala se pueden hacer con materiales poco resistentes, como el plástico, yeso, papel, etc. Por otra parte, el edificio o el automóvil verdaderos no se podrían construir con estos materiales, pues se derrumbarían debido a la desproporción entre el aumento de peso y el de la resistencia, originada por el incremento de las dimensiones.

❖ **Swift y Kafka.** El escritor irlandés, Jonathan Swift, en su libro *Los viajes de Gulliver*, en el cual satiriza las costumbres de los ingleses de su época, presenta seres gigantescos semejantes al ser humano y de comportamiento idéntico, con una agilidad similar y cuyas dimensiones eran doce veces mayores que las del individuo normal. Por su parte, el novelista checo Franz Kafka, al criticar las costumbres de su tiempo en su novela *Metamorfosis*, habla de un hombre convertido en una especie de escarabajo de tamaño enorme, que se mueve torpemente, no puede volar y se arrastra con dificultad. Con base en lo que aprendió en esta lectura, ¿cuál de las dos ficciones considera más correcta, desde el punto de vista físico?

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

23. Una persona dibujó varios círculos y varios rectángulos, de dimensiones diferentes. Es posible afirmar, con certeza, que:
a) ¿Todos los círculos son semejantes entre sí?
b) ¿Todos los rectángulos son semejantes entre sí?

24. Una persona tiene una colección de cubos y cilindros, de dimensiones diferentes. Se puede afirmar, sin posibilidad de equivocarse, que:
a) ¿Todos los cubos son semejantes entre sí?
b) ¿Todos los cilindros son semejantes entre sí?

25. Una cuerda es capaz de sostener, suspendida en su extremo, una carga de, al máximo, 200 kilos.* ¿Cuál es el peso máximo que otra cuerda, hecha con el mismo material, con diámetro 3 veces mayor, podrá sostener?

26. Imagine que todas las dimensiones lineales de un hombre normal se aumentarán 5 veces. Para que el gigante, resultado de esa amplificación, tuviera la misma agilidad del hombre normal:
a) ¿Cuántas veces debería aumentarse la resistencia de los huesos del hombre normal?
b) ¿Cuántas veces debería aumentarse la resistencia de los huesos del gigante?

27. En el libro citado en el texto de esta sección, el autor imagina al personaje Gulliver en una visita a un país, el reino de Lilliput, cuyos habitantes eran semejantes a una persona normal, aunque con dimensiones casi 10 veces menores. Considerando al liliputiense, así imaginado:
a) ¿Cuántas veces es menor su peso que el de una persona normal?
b) ¿Cuántas veces la resistencia de sus huesos es menor que la de una persona normal?
c) Su agilidad y facilidad de locomoción ¿serán mayores, menores o iguales a las de una persona normal?

28. Suponga que una persona normal que pesa 70 kilos, fuera capaz de cargar sobre su espalda, al máximo, otra persona igual a ella. Tome en cuenta este dato y considerando un liliputiense del ejercicio anterior, semejante a esa persona, conteste:
a) ¿Cuál es la resistencia de los huesos de la persona?
b) ¿Cuál sería el peso del liliputiense?
c) ¿Cuál sería la resistencia de los huesos del liliputiense?
d) ¿Cuántos seres iguales a él, al máximo, podría el liliputiense cargar en su espalda?

* Estamos empleando el término "kilo" para designar la unidad comúnmente empleada cuando se mide el peso de un cuerpo. En el Capítulo 5, veremos que esa unidad corresponde al kilogramo-fuerza, empleado técnicamente en el campo de la ciencia y la tecnología.

REPASO

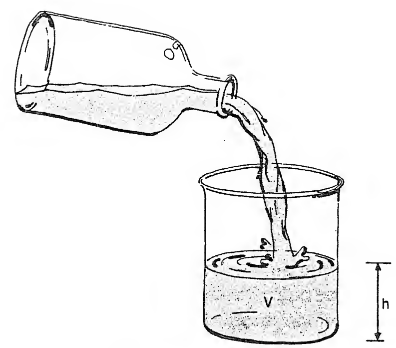
Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. ¿Qué significa decir que una magnitud es función de otra? Dé ejemplos.
2. Suponga que dos magnitudes, X y Y, están relacionadas de manera que cuando el valor de X se multiplica por un número N, el valor de Y también se vuelve N veces mayor.
   a) ¿Qué tipo de relación hay entre Y y X?
   b) ¿Cómo se expresa matemáticamente la misma?
   c) Conforme varían Y y X, ¿qué sucede con el cociente Y/X?
   d) ¿Cómo se denomina este cociente?
   e) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionan de esta manera.
3. Entre dos magnitudes X y Y existe la relación $Y = aX$.
   a) Haga un dibujo donde se muestre (cualitativamente) cómo es la gráfica $Y \times X$.
   b) Empleando el gráfico describa cómo debe proceder para calcular la inclinación o pendiente.
   c) ¿Cómo obtiene el valor de la constante de proporcionalidad con base en la gráfica?
4. *a*) Una magnitud Y varía linealmente con respecto a otra magnitud X. ¿Cómo se expresa matemáticamente su relación?
   b) ¿Cómo es el gráfico $Y \times X$?
   c) ¿Cómo se determinan, por medio de la gráfica, los valores de las constantes que aparecen en la relación matemática entre Y y X?
   d) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionen de esta manera.
5. Dos magnitudes, X y Y, están relacionadas por la ecuación $Y = aX^2$.
   a) ¿Cómo se denomina este tipo de relación?
   b) Cuando el valor de X es multiplicado por un número N, ¿qué sucede con el valor de Y?
   c) Haga un dibujo que muestre cómo es la gráfica $Y \times X$.
   d) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionen de esta manera.
6. Dos magnitudes, X y Y están relacionadas por la ecuación $Y = aX^3$.
   a) ¿Cómo se denomina este tipo de relación?
   b) Cuando el valor de X se multiplica por un número N, ¿qué sucede con el valor de Y?
   c) Haga un dibujo que muestre la forma del gráfico $Y \times X$.
   d) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionen de esta manera.
7. Dos magnitudes, X y Y, se relacionan por la ecuación $Y = a/X$.
   a) ¿Cómo se denomina este tipo de relación?
   b) Cuando el valor de X se multiplica por un número N, ¿qué sucede con el valor de Y?
   c) Realice un dibujo que muestre la forma de la gráfica $Y \times X$.
   d) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionen de esta manera.
8. Dos magnitudes, X y Y, se relacionan por la ecuación $Y = a/X^2$.
   a) ¿Cómo se denomina este tipo de relación?
   b) Cuando el valor de X se multiplica por un número N, ¿qué sucede con el valor de Y?
   c) Haga un dibujo que muestre la forma del gráfico $Y \times X$.
   d) Cite por lo menos un ejemplo de dos magnitudes que se relacionen de esta manera.

DOS EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Cuando cierto volumen V de líquido es colocado en un recipiente cilíndrico, tal fluido alcanza una altura h, como muestra la figura correspondiente a este experimento. Al variar el volumen V, observamos que la altura h también varía, o en otras palabras, que h es función de V.



Primer Experimento

En este experimento haremos mediciones que nos permitirán determinar la relación matemática entre h y V, es decir, el tipo de función que relaciona h con V.

2. Trate de conseguir una vasija cuyo volumen sea de casi 5 litros, y un recipiente de volumen conocido, como una botella de 1 litro, por ejemplo. Empleando la botella, vierta 1 litro de agua en la vasija y mida la altura h conseguida. Añada 1 litro más al recipiente, mida la altura y siga con el procedimiento hasta obtener por lo menos 5 valores para h y V. Anote sus mediciones en una tabla como la siguiente:

V (litros)					
h (cm)					

3. *a*) Mire la tabla y diga: ¿qué sucede con el valor de h cuando el valor de V se duplica? ¿Y cuánto se triplica? Por tanto, ¿qué tipo de relación existe entre h y V?

b) Si trazamos el gráfico $h \times V$, ¿qué es lo que obtenemos? Empleando los datos de la tabla, trace la gráfica $h \times V$. El resultado obtenido, ¿concuerda con lo que esperaba?

c) Calcule la pendiente de la gráfica que elaboró (no olvide indicar las unidades de la misma)

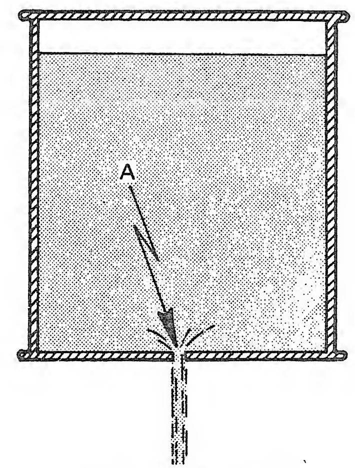
d) Ahora podrá escribir la relación matemática entre h y V. Hágalo.

SEGUNDO EXPERIMENTO

1. Considere un recipiente lleno de agua, en cuyo fondo se hace un orificio de área A. Dejando que el agua salga por el orificio (*véase* figura de este experimento) podemos medir el tiempo t necesario para que el recipiente se vacíe. Naturalmente, el valor de t dependerá del valor del área A del orificio, o sea, que *t es función de A*. Vamos a tratar de obtener, experimentalmente, el tipo de función que relaciona t y A.

2. Tome un bote (de casi 1 litro de volumen) y con un clavo grueso hágale un orificio, de dentro hacia afuera, en el fondo. Designemos por a el área de dicho agujero. Aplaste un poco el fondo de la lata, redondeándolo hacia afuera, para percibir con mayor precisión el instante en que termina el escurrimiento.

Llene completamente la vasija y deje que el agua escurra totalmente por el orificio, anotando el tiempo t que se requiere para ello. Para medirlo, use un cronómetro o un reloj con segundero, y si fuera necesario, pídale a un compañero que lo ayude.



Segundo Experimento

Haga, con el mismo clavo, otro orificio en el fondo de la vasija. Vuelva a llenarla y anote el tiempo que tarda el agua para escurrir por ambos orificios, es decir, a través de un área $A = 2a$. Repita el experimento haciendo que el agua escurra, sucesivamente, por tres orificios ($A = 3a$), cuatro orificios ($A = 4a$), y cinco orificios ($A = 5a$). Anote sus mediciones en una tabla como ésta:

A	a	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$
t (s)					

3. *a*) Analice la tabla y diga: ¿qué sucede con el valor de t cuando se duplica el área de A? ¿Y cuando

se triplica? ¿Cuando se cuadruplica? Entonces, ¿qué tipo de relación debe existir entre t y A?

b) Empleando los valores tabulados, trace la gráfica $t \times A$. ¿Cómo se llama la curva que obtiene?

c) Usando el gráfico obtenido, intente determinar cuál sería el tiempo de escurrimiento si el orificio tuviese un área $A = 2.5a$. Haga lo mismo para un orificio de área $A = 0.5a$.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. La tabla de este problema muestra las distancias recorridas por un automóvil y el consumo de gasolina correspondiente a cada recorrido.

a) Empleando los valores tabulados, trace el gráfico $d \times G$.

b) ¿Qué tipo de relación existe entre d y G?

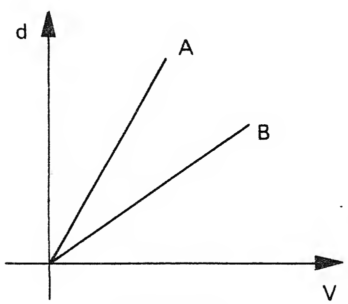
c) Calcule la pendiente de la gráfica.

d) Interprete el significado de la inclinación.

Distancia recorrida d (km)	Consumo de gasolina G (litros)
20	2.5
40	5.0
60	7.5
80	10.0

Problema 1

2. La figura de este problema muestra la gráfica de la distancia recorrida, d, en función del consumo de gasolina, G, para dos autos A y B. Con base en su respuesta a la pregunta (d) del problema anterior, diga: ¿qué auto es más económico?



Problema 2

3. Usted sabe que la longitud, C, de una circunferencia de radio R está dada por $C = 2\pi R$.

a) ¿Qué tipo de relación existe entre C y R?

b) ¿Cómo sería el gráfico $C \times R$?

c) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica?

4. Señale, entre las afirmaciones siguientes, las que corresponden a una relación de proporción directa entre dos magnitudes Y y X.

a) Al multiplicar X por un factor, Y queda multiplicada por el mismo.

b) El producto $X \times Y$ permanece constante.

c) El gráfico $Y \times X$ es una recta que pasa por el origen.

d) Conforme X crece, Y disminuye.

e) El cociente Y/X permanece constante.

5. Considere el gráfico $Y \times X$ mostrado en la figura de este problema.

a) Empleando los puntos B y C, calcule la pendiente de la recta.

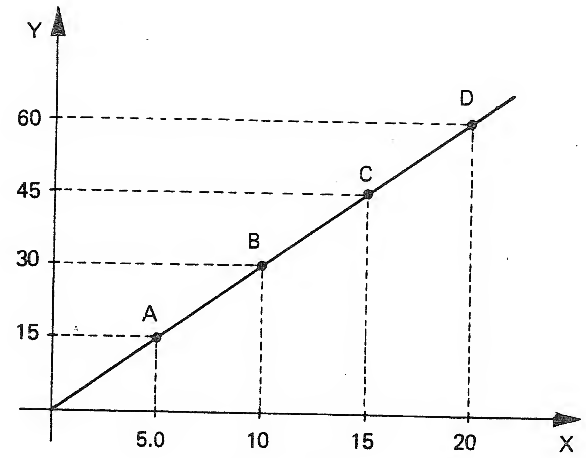
b) Repita el cálculo de la inclinación utilizando ahora otros puntos (por ejemplo, A y D).

c) Compare las respuestas de (a) y (b) y deduzca una conclusión.

6. En un servicio de taxi en cierta ciudad deben pagarse \$10.00 de "banderazo" y \$4.00 por kilómetro. Sea d la distancia recorrida por el taxi, y P el importe por pagar.

d (km)	P (pesos)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Problema 6



Problema 5

a) Complete la tabla de este problema.

b) Usando los valores tabulados, trace la gráfica $P \times d$.

c) Por medio del gráfico, determine el precio de un servicio de 3.5 km.

d) ¿Cuál es el tipo de relación entre P y d?

e) Escriba la expresión matemática que relaciona P y d.

7. Considere dos magnitudes X y Y tales que el valor de Y permanezca constante, mientras que el valor de X aumenta. Haga un dibujo que muestre la forma del gráfico $Y \times X$.

8. Un carpintero fabrica discos de madera con diámetros de 10 cm y de 20 cm, ambos con el mismo grosor. Siendo \$10.00 el precio de los discos más chicos, ¿cuánto deben costar los grandes?

9. Al dejar caer un cuerpo desde cierta altura, durante un tiempo t recorre una distancia d. La Tabla de este problema muestra los valores de t y d obtenidos en un experimento. Analice la tabla y escoja, entre las opciones siguientes, la que expresa correctamente la relación entre d y t.

t (s)	d (m)
1	5.0
2	20
3	45
4	80

Problema 9

a) $d \propto t$

b) d varía linealmente con t

c) $d \propto t^2$

d) $d \propto t^3$

e) $d \propto 1/t^2$

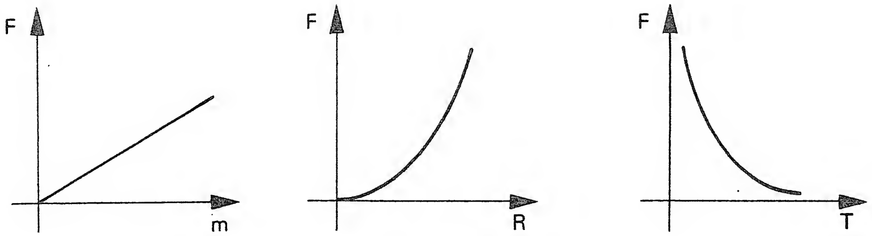
10. Suponga que la cisterna del abasto de agua de una casa es cúbica y tiene un volumen de 2 700 litros. Si el depósito fuese sustituido por otro, también cúbico, con una arista tres veces más chica, entonces:

a) ¿Cuántas veces menor será el volumen de la nueva cisterna?

b) ¿Cuántos litros de agua se podrían almacenar?

11. Un medicamento debe administrarse a un enfermo, en dosis de 8 gotas a la vez, empleando un cuentagotas. Como no se dispone de él, se usa otro que deja salir gotas con un diámetro dos veces mayor. En este caso, ¿cuántas gotas deberán administrarse al paciente?

12. Se sabe que el volumen de un gas, al cual se le mantiene a una temperatura constante, es inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él. Considere 100 cm^3 de un gas sometido a una presión determinada. Al mantener su temperatura constante y hacer que la presión sobre el gas se vuelva cuatro veces mayor, ¿qué volumen ocupará?



Problema 15

13. Dos magnitudes, X y Y, varían de tal modo que su producto permanece constante. Señale, entre las opciones siguientes, la que describe correctamente la relación antre ambas:
a) Y es directamente proporcional a X.
b) Y varía linealmente con X.
c) Y es proporcional al cuadrado de X.
d) Y es inversamente proporcional a X.
e) Y es inversamente proporcional al cuadrado de X.

14. Los experimentos demuestran que la fuerza de atracción entre un imán y un clavo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que media entre ambos. Suponga que un imán, situado a 2.0 cm de un clavo, ejerce sobre él una fuerza de atracción de 27 unidades. ¿Cuál será el valor de la fuerza si la distancia entre el objeto y el imán se aumentara a 6.0 cm?

15. Una persona, al hacer mediciones en un laboratorio, comprobó que cierta magnitud F es función de otras tres: m, R y T. Sus mediciones le permitieron trazar los gráficos mostrados en la figura de este problema. Observando dichas representaciones, señale, entre las siguientes relaciones, la que puede describir correctamente el resultado de los experimentos.
a) $F \propto \dfrac{mR^2}{T}$
b) $F \propto \dfrac{mT}{R}$
c) $F \propto \dfrac{RT}{m}$
d) $F \propto \dfrac{m^2T^2}{R^2}$
e) $F \propto mRT$

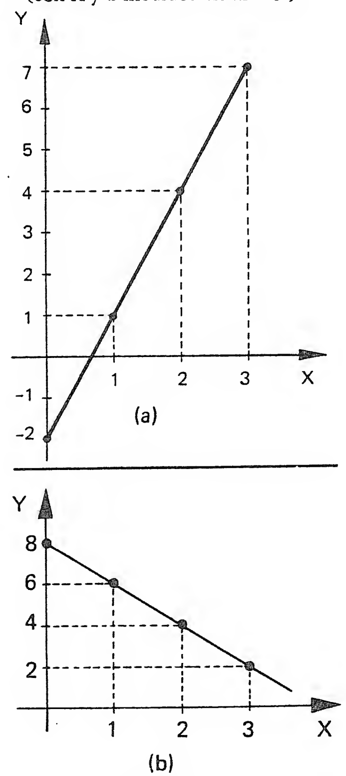
16. Escriba la relación matemática entre Y y X para el gráfico (*a*) de la figura de este problema. Haga lo mismo para el gráfico (*b*).

17. Al adquirir un terreno llano, una persona examina un dibujo o plano de dicha extensión, construido a una escala de 100:1.
a) ¿Cuál es la distancia entre dos puntos de terreno que, en el plano, corresponde a una de 0.20 m?
b) ¿Cuál es el área del terreno, si sabemos que el área en el dibujo es de 0.20 m^2?

18. El alcance A de una estación de televisión está relacionado con la altura h de la antena de la emisora, por una ecuación cuya forma aproximada es:

$$A = 4 \times 10^3 \sqrt{h}$$

(con A y h medidos en metros)



Problema 16

a) Cuando la altura de una antena se duplica, ¿cuántas veces se vuelve mayor el alcance de la emisora?
b) ¿Cuántas veces más alta debería estar la antena para que el alcance de la estación se duplicara?
c) Usando la relación matemática entre A y h, complete la tabla de este problema y trace el gráfico $A \times h$ (observe que así traza la gráfica de una magnitud que varía proporcionalmente con la *raíz cuadrada* de otra magnitud).

h (m)	A (m)
0	
4	
9	
16	
25	

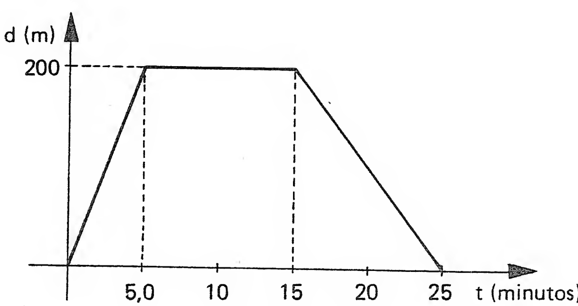
Problema 18

19. Un niño sale de su casa, camina por la calle hasta una tienda donde toma un refresco, y en seguida, regresa a su hogar. En la figura de este problema, t representa el tiempo transcurrido desde el instante en que salió de casa, y d la distancia hasta su domicilio en cada instante. Trate de interpretar el gráfico que describe el movimiento del niño y conteste:
a) ¿Qué distancia hay de la casa del niño a la tienda y cuánto tarda en llegar a ella?
b) ¿Cuánto tiempo permanece ahí?
c) ¿Cuánto tardó para volver a casa?

20. En Congonhas do Campo (Minas Gerais, Brasil), donde se encuentran unas célebres estatuas de

Problema 20 Estatua de uno de los profetas esculpida por Aleijadinho.

los profetas esculpidas por Aleijadinho, los artistas modernos realizan miniaturas de estas obras en el mismo tipo de piedra-jabón que empleó el famoso escultor. Una de estas miniaturas, con 20 cm de altura pesa cerca de 2 kilos. Sabiendo que la estatua original tiene 2 m de altura, ¿cuál debe ser, aproximadamente, el peso de dicha estatua?



Problema 19

21. Considere una persona que mide 1.80 m y pesa 80 kilos, capaz de transportar en su espalda, una carga no mayor de 100 kilos.

a) Si todas las dimensiones lineales de esa persona se multiplicaran por dos, ¿cuál es la carga máxima que ese gigante sería capaz de transportar?

b) ¿Hasta qué altura sería posible amplificar a esa persona, sin que el gigante así obtenido se cayera debido a su propio peso?

22. El notable físico italiano Galileo Galilei, en el siglo XVII se interesó en el estudio de los efectos producidos por alteraciones en las dimensiones de los objetos, como vimos en la Sección 2.5 (Cambio de escalas). En uno de sus trabajos imaginó a dos animales semejantes, tales que uno tuviera sus dimensiones lineales tres veces más grandes que otro. Analizando este cambio de escala, llegó a la conclusión que el animal mayor debería tener los diámetros de sus huesos *nueve veces* mayor que el del animal menor para que ambos tuvieran la misma agilidad. Hay un error en la conclusión de Galilei. ¿Por qué?

23. *Un problema experimental.* La tabla de este problema presenta las masas de diversas colecciones de monedas. Todas son iguales.

a) Trace un gráfico masa (m) × número de monedas (N) y descarte alguna medición dudosa.

b) ¿Debe ese gráfico pasar por el origen? ¿Por qué?

c) Utilice el gráfico para determinar la masa de 20 monedas.

d) ¿Cuántas monedas tendrán una masa total de 127 gramos? (utilice el gráfico).

e) Determine la inclinación del gráfico. ¿Qué representa dicha inclinación?

f) Escriba la relación matemática entre m y N.

N No. de Monedas	m (gramos) masas
6	29
12	59
17	83
22	108
25	127
28	137
31	152
34	167
36	177
38	187

Problema 23

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Suponga que una persona le dice que una magnitud *Y* es directamente proporcional a otra magnitud *X*. Las opciones siguientes presentan conclusiones que usted podrá obtener de esta información. Indique la incorrecta:

a) Si se duplica *X*, el valor de *Y* se duplica.

b) El gráfico *Y* × *X* es una recta que pasa por el origen.

c) El cociente *Y*/ *X* es constante.

d) La relación entre *Y* y *X* es de la forma $Y = aX$.

e) Los valores de *Y* son siempre iguales a los valores de *X*.

2. Sea *L* la longitud de un resorte suspendido verticalmente y *M* el valor de una masa colgada en su extremo. En la tabla siguiente se muestran los valores de *L* y *M* obtenidos en un experimento:

M (kg)	0.50	1.0	1.5	2.0
L (cm)	12	14	16	18

Todas las conclusiones siguientes están correctas, excepto:

a) *L* varía linealmente con *M*.

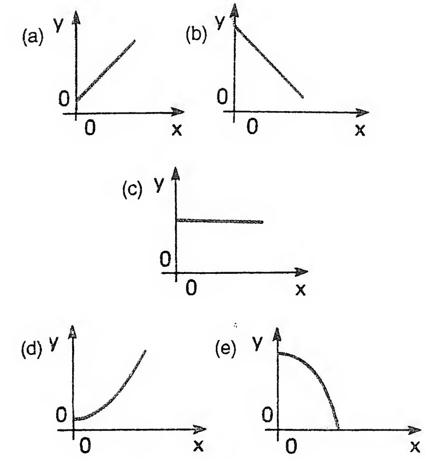
b) El gráfico *L* × *M* es rectilíneo.

c) La inclinación del gráfico *L* × *M* vale 4.0 cm/kg.

d) La relación matemática entre *L* y *M* es $L = 4.0\ M + 10$.

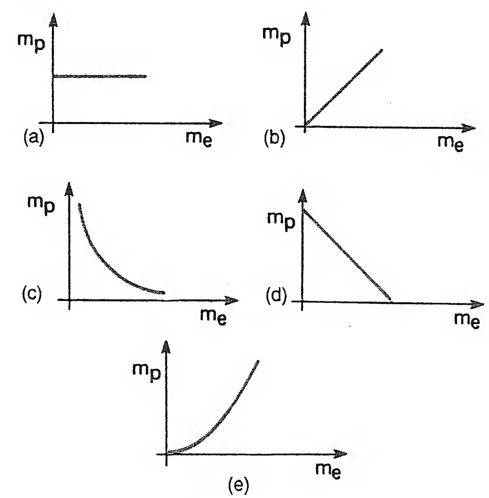
e) Cuando $M = 0$, debemos tener $L = 0$.

3. Dos magnitudes físicas están relacionadas de acuerdo con la siguiente expresión: $y = 7.2 + 3.1x$. De los gráficos cartesianos siguientes, el que mejor representa esta relación es:



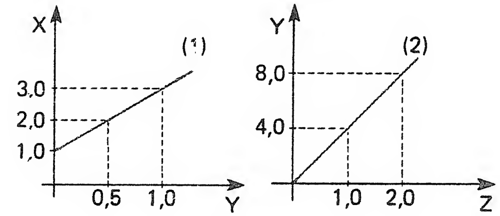
Pregunta 3

4. Para vaciar una alberca, se utiliza una bomba de desagüe con flujo constante. ¿Cuál de los gráficos cartesianos siguientes representa la masa de agua en la alberca (m_p) en función del agua que se saca (m_e)?



Pregunta 4

5. En un experimento, la interdependencia entre tres magnitudes *X*, *Y* y *Z* se investigó de la siguiente manera: se asignaron arbitrariamente valores para *Y* y se midieron los valores correspondientes de *X*, con lo que se obtuvo el gráfico (1). A continuación, se asignaron valores arbitrarios a *Z*, se midieron los valores correspondientes de *Y* y se obtuvo el gráfico (2). Cuando *Z* vale 1.5 el valor de *X* será:



a) 11 *b)* 13 *c)* 17 *d)* 18

e) Diferente de los valores presentados en las alternativas anteriores.

6. Durante un periodo de 30 días se registra la diferencia ($T_1 - T_2$) entre las horas que indican dos relojes, 1 y 2. Los resultados se muestran en el gráfico cartesiano de abajo. En relación con este periodo de 30 días, ¿cuál de las siguientes alternativas es correcta, según los datos del gráfico?

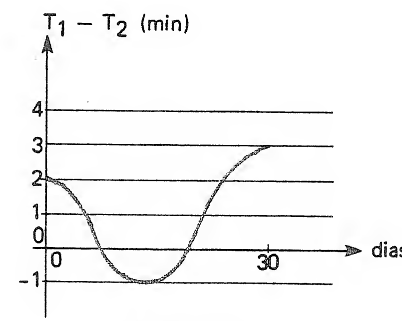
a) Al final de los 30 días, un reloj estaba adelantado 4 minutos en relación con el otro.

b) Durante 30 días, el mayor atraso de un reloj en relación con el otro fue de 1 minuto.

c) Uno de los relojes siempre estuvo adelantado o a tiempo en relación con el otro.

d) Por lo menos tres veces los relojes indicaron la misma hora.

e) Durante aproximadamente una semana, uno de los relojes estuvo adelantado en relación con el otro.



Pregunta 6

7. Una pizza, cuyo radio es de 20 cm cuesta $80.00 y otra, de 40 cm de radio (y del mismo grosor que la primera), deberá costar:
   a) $160.00
   b) $320.00
   c) $120.00
   d) $40.00
   e) $20.00

8. Sea a el área de cada cara de un cubo. El área total A del cubo es la suma de las áreas de cada cara. Si amplificáramos 3 veces todas las dimensiones lineales del cubo, tendríamos:
   a) a aumenta 3 veces y A también.
   b) a aumenta 9 veces y A aumenta 54 veces.
   c) a aumenta 9 veces y A también.
   d) a aumenta 9 veces y A aumenta 6 veces.

9. En un experimento de laboratorio se obtuvo la siguiente tabla:

X	2.00	4.00	6.00	8.00	10.0
Y	5.00	2.50	1.67	1.25	1.00

   Después de analizar esta tabla se puede llegar a la conclusión de que:
   a) X es proporcional a Y.
   b) La razón X/Y es constante
   c) $Y = 2.5\ X$
   d) Y es inversamente proporcional a X.
   e) Y es inversamente proporcional a X^2.

10. Una lata está totalmente llena de agua. Si se hace un orificio, cuyo diámetro es d, en el fondo de la lata, transcurre un tiempo t para que la lata se vacíe. Se verifica que t es inversamente proporcional al cuadrado de d, por tanto, si con un orificio de diámetro $d = 0.50$ cm una lata se vacía en un tiempo $t = 200$ s, con un orificio de diámetro $d = 1.0$ cm esa lata se vaciará en:
   a) 100 s
   b) 75 s
   c) 50 s
   d) 25 s
   e) 10 s

11. Usted ve una fuente luminosa situada a una distancia 1.8 × 10 m de sus ojos, casi 10^4 veces más brillante que otra fuente idéntica a ésta. Esto significa que la segunda está distante de usted cerca de:
   a) 1.8×10^3 m
   b) 1.8×10^5 m
   c) 10^5 m
   d) 1.8×10^2 m
   e) 10^3 m

12. Si una persona tuviera sus dimensiones lineales aumentadas 5 veces, el cociente P/R(P = peso, R = resistencia de los huesos) para esta persona estaría:
   a) Disminuido 5 veces
   b) Disminuido 25 veces
   c) Aumentado 25 veces
   d) Aumentado 5 veces
   e) Aumentado 125 veces

13. Una columna, cuya área de sección recta vale (10 × 10) cm^2, puede soportar, al máximo, una caja cúbica de agua de 2.0 m de arista. Para que la columna pudiera soportar una caja de agua de 4.0 m de arista, el área de su sección recta debería valer, al mínimo:
   a) (40 × 40) cm^2
   b) (20 × 20) cm^2
   c) (10 × 20) cm^2
   d) (40 × 20) cm^2
   e) (40 × 30) cm^2

14. Una pilastra de sección recta cuadrada sostiene exactamente una caja llena de agua de 0.50 m × 0.50 m × 0.50 m. Si cambiamos la caja por otra que tenga el doble de sus dimensiones lineales, también llena de agua, debemos:
   a) Duplicar todas las dimensiones lineales de la pilastra para que continúe sosteniendo la segunda caja.
   b) Duplicar solamente las dimensiones de la sección recta de la pilastra, sin importar la altura que pueda tener la nueva pilastra.
   c) Duplicar el área de la sección recta de la pilastra, sin importar la altura que pueda tener la nueva pilastra.
   d) Debemos aumentar ocho veces el área de la nueva pilastra, aunque conservemos la misma altura para la nueva pilastra.
   e) Debemos construir la nueva pilastra con una sección recta cuadrada de $\sqrt[3]{8}$ m, y conservar la misma altura.

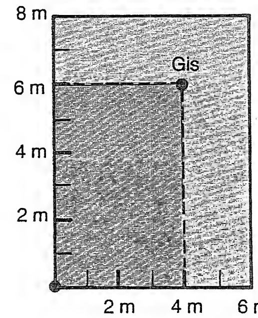
RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*)

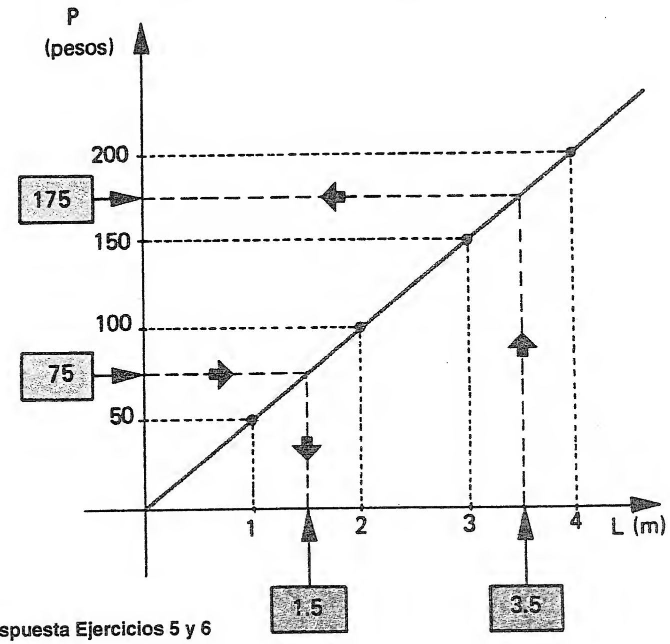
L (m)	1	2	3	4
P (pesos)	50	100	150	200

   b) sí
   c) P se triplicó
   d) P es directamente proporcional a L
2. *a*) es constante
   b) K = 50 pesos/m
   c) $P \propto L$, o bien, $P = 50\ L$
3. *a*) no
   b) no
   c) no
4. *véase* figura
5. *a*) *véase* figura
   b) recta que pasa por el origen
   c) sí, pues sabíamos que $P \propto L$
6. *véase* figura
7. *a*) *véase* figura   *b*) *véase* figura
   c) ΔL = 3 m y ΔP = 150 pesos
   d) inclinación = $\Delta P/\Delta L$ = 50 pesos/m

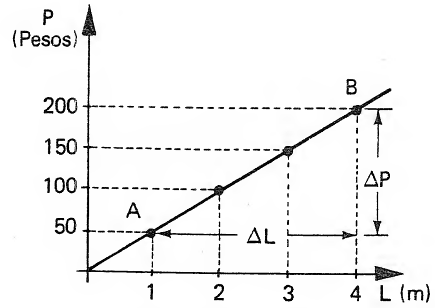


Respuesta Ejercicio 4

   e) son iguales
8. *a*) sí
   b) Y también quedará multiplicada por 5
   c) $a = 4$
   d) recta que pasa por el origen
   e) $\Delta Y/\Delta X = a = 4$
9. *a*) no
   b) no
   c) no



Respuesta Ejercicios 5 y 6



Respuesta Ejercicio 7

10. *a)* la recta no pasa por el origen
b) variación lineal
c) cada lado del cuadrado representa 50 g
d) cada lado del cuadrado representa 1.5 cm

11. *a)* $\Delta M = 400$ g y $\Delta L = 12$ cm;
b) $\Delta L/\Delta M = 0.03$ cm/g

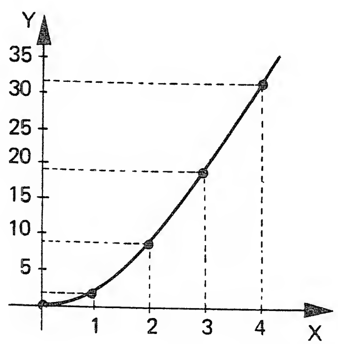
12. *a)* variación lineal
b) $Y = 4$
c) recta que *no* pasa por el origen
d) en $Y = 4$ (cuando $X = 0$)
e) 3 (coeficiente de X)

13. *a)* sí
b) $\Delta Y/\Delta X = 4$
c) $a = \Delta Y/\Delta X = 4$ y $b = 20$
d) $Y = 4X + 20$

14. *a)*

L (m)	1	2	3	4	5	6
A (m²)	1	4	9	16	25	36

b) 4 *c)* 9
d) A es proporcional al cuadrado de L



Respuesta Ejercicio 17

15. *a)* 4 *b)* 120 cm²

16. *a)* $a = 2$ *b)* 25

17. *a)*

X	0	1	2	3	4
Y	0	2	8	18	32

b) *véase* figura *c)* parábola

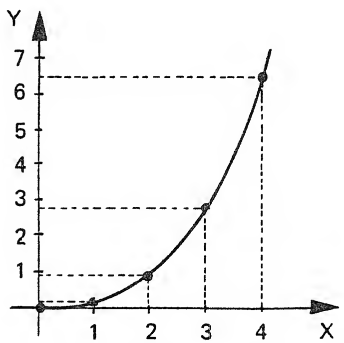
18. *a)* V es proporcional al cubo de R
b) 27 *c)* 135 cm³

19. *a)* por el cubo de este número

b)

X	0	1	2	3	4
Y	0	0.1	0.8	2.7	6.4

c) *véase* figura
d) no, pues se trata de una variación proporcional al cubo



Respuesta Ejercicio 19

20. *a)* por 2
b) queda dividido entre 3
c) Y es inversamente proporcional a X (o sea, $Y \propto 1/X$)

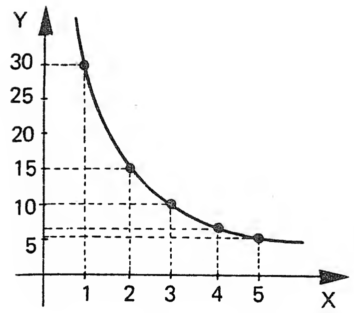
d)

X	1	2	3	4	5
Y	30	15	10	7.5	6

21. *a)* *véase* figura *b)* hipérbola

22. *a)*

X	2	4	6
Y	36	9	4



Respuesta Ejercicio 21

b) por 4
c) queda dividido entre 9
d) Y es inversamente proporcional al cuadrado de X
e) no, pues $Y \propto 1/X^2$

23. *a)* sí
b) no

24. *a)* sí
b) no

25. 1 800 kilos

26. *a)* 125 veces
b) 5 veces

27. *a)* 1 000 veces
b) 100 veces
c) mayores

28. *a)* 140 kilos
b) 0.070 kilo
c) 1.40 kilo
d) 19

Preguntas y problemas

1. *a)* *véase* figura
b) $d \propto G$
c) $\Delta d/\Delta G = 8.0$ km/L
d) distancia recorrida por litro de gasolina

2. automóvil A

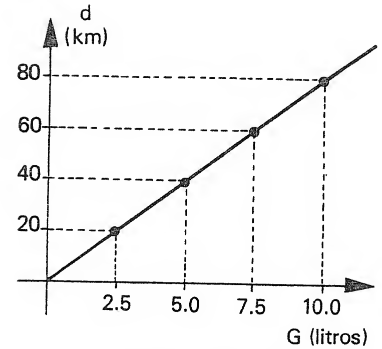
3. *a)* $C \propto R$
b) recta que pasa por el origen

4. (a), (c) y (e)

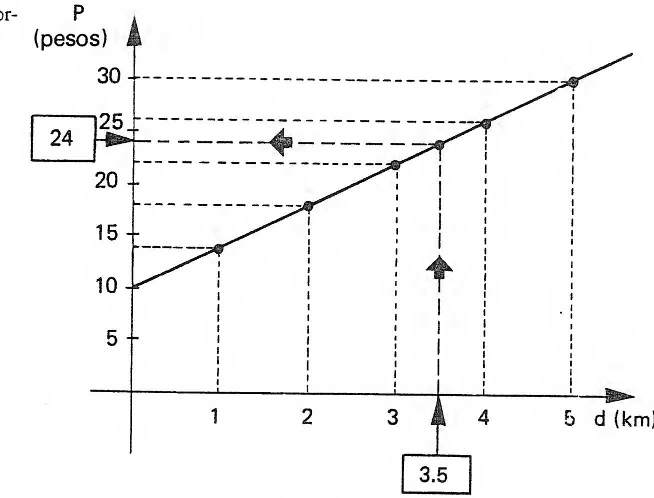
5. *a)* $\Delta Y/\Delta X = 3.0$
b) $\Delta Y/\Delta X = 3.0$
c) el valor de la inclinación es el mismo para cualquier par de puntos de la recta

6. *a)*

d (km)	0	1	2	3	4	5
P (pesos)	10	14	18	22	26	30



Respuesta Problema 1



Respuesta Problema 6

b) *véase* figura
c) $24.00 (*véase* figura)
d) variación lineal
e) $P = 4d + 10$ (con d en km y P en pesos)

7. *véase* figura

8. $40.00

9. (c)

10. *a)* 27 veces menor *b)* 100 litros

11. sólo una gota

12. 25 cm³

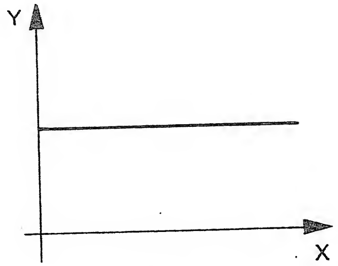
13. (d)

14. 3.0 unidades

15. (a)

16. *a)* $Y = 3X - 2$
b) $Y = -2X + 8$

17. *a)* 20 m



Respuesta Problema 7

b) 2 000 m^2

18. *a*) 1.4 veces

b) 4 veces

19. *a*) 200 m y 5.0 minutos

b) 10 minutos

c) 10 minutos

20. 2 000 kilos

21. *a*) 80 kilos

b) 4.05 m

22. la relación entre los diámetros de los huesos de los animales debería ser $\sqrt{27} = 5.2$

Cuestionario

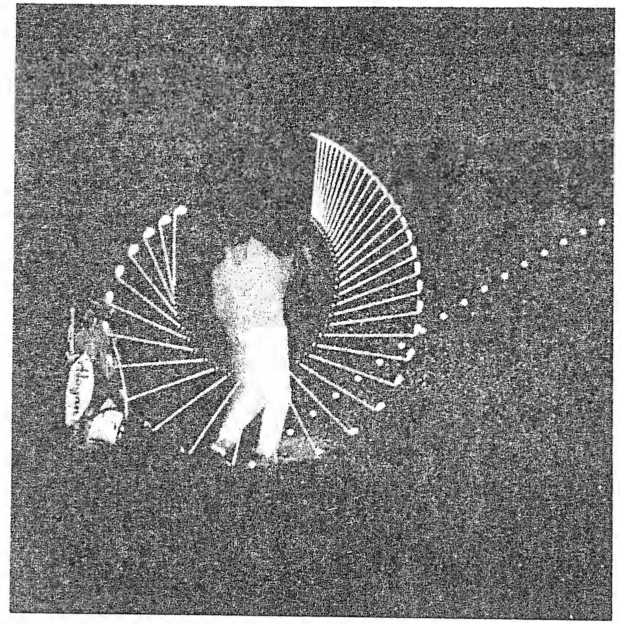
1. e
2. e
3. a
4. d
5. b
6. e
7. b
8. c
9. d
10. c
11. a
12. d
13. d
14. d

unidad II

cinemática

capítulo 3

movimiento rectilíneo



Fotografía estroboscópica de un "golpe" en el golf. La Cinemática trata de describir movimientos como los de la foto.

3.1 Introducción

Hasta ahora, en los capítulos anteriores, hemos estudiado los temas introductorios necesarios para el desarrollo de nuestro curso. En este capítulo comenzaremos nuestro curso de Física propiamente dicho, y daremos los primeros pasos hacia el estudio de la mecánica, comenzando con la *Cinemática*.

❖ **Qué se estudia en Cinemática.** Cuando estudiamos esta disciplina tratamos de describir los movimientos sin preocuparnos de sus causas. Por ejemplo, al analizar el desplazamiento de un automóvil, diremos que se mueve en forma recta, que su velocidad es de 60 km/h y que luego aumenta a 80 km/h, que describe una curva, etc., pero no tratamos de explicar las causas de cada uno de estos hechos. Esto se realizará, a partir del Capítulo 5, donde estudiaremos las leyes de Newton.

❖ **Qué es una partícula.** Es muy común al estudiar el movimiento de un cuerpo cualquiera, que lo tratemos como una *partícula*. Decimos que un cuerpo es una *partícula* cuando sus dimensiones son muy pequeñas en comparación con las demás dimensiones que participan en el fenómeno. Por ejemplo, si un automóvil de 3.0 m de longitud, se desplaza 15 m, no podrá considerarse como una partícula; pero, si el mismo automóvil viaja de una ciudad a otra que dista unos 200 km, la longitud del automóvil sí será despreciable en relación con esta distancia, y en este caso, el automóvil podrá ser considerado como una partícula (Fig. 3-1).

Cuando un cuerpo se puede considerar como una partícula, el estudio de su movimiento se simplifica bastante. Por este motivo, siempre que hablamos del movimiento de un objeto cualquiera (a menos que se indique lo contrario), lo estaremos considerando como si fuese una partícula.

❖ **El movimiento es relativo.** Suponga que un avión, al volar horizontalmente, deja caer una bomba (Fig. 3-2). Si observara la caída de dicha bomba estando dentro de la aeronave, observaría que cae según una línea vertical. Por otra parte, si se estuviera de pie sobre la superficie de la Tierra (en *B*) observando la caída de la bomba, se advertiría que al caer describe una trayectoria curva, como se muestra en la Figura 3-2. En el primer caso, decimos que el movimiento de la bomba estaba siendo observado *tomando como punto de referencia al avión* y, en el segundo caso, *desde una referencia en la Tierra*. Este ejemplo nos demuestra que

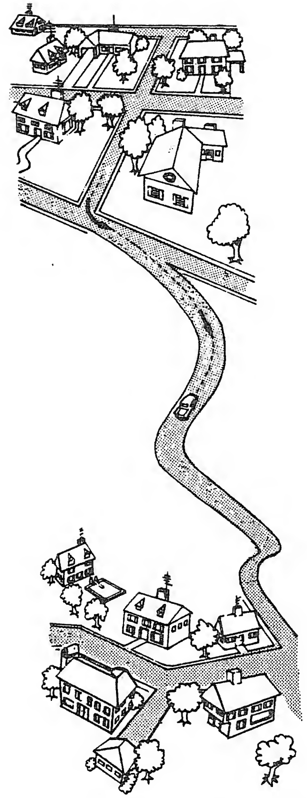


FIGURA 3-1 Decimos que un cuerpo es una partícula cuando sus dimensiones son despreciables en comparación con las demás dimensiones en el problema.

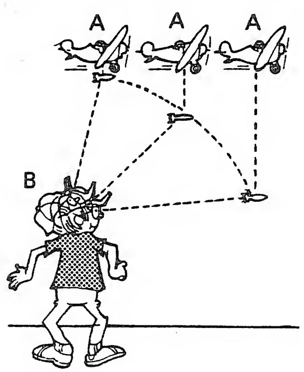


FIGURA 3-2 El observador *A* dentro del avión, ve que la bomba cae verticalmente. Para el observador *B*, su trayectoria es curvilínea.

> el movimiento de un cuerpo, visto por un observador, depende del punto de referencia en el cual se halla situado.

En la vida cotidiana, se encuentran varios ejemplos de esta dependencia del movimiento en relación con el punto de referencia. Examinemos el caso de la Figura 3-3: el observador *B*, sentado en una locomotora que se desplaza sobre una vía, y el observador *A*, de pie en tierra, observan una lámpara fijada al techo de la cabina. Para el observador *A*, la lámpara y el observador *B* se encuentran en movimiento, junto con la máquina. Por otra parte, desde el punto de vista del observador *B*, la lámpara y la locomotora se hallan en reposo, mientras que el observador *A* se desplaza en sentido contrario al del movimiento del vehículo. En otras palabras, *B* se desplaza hacia la derecha *con respecto al observador A*, y *A* lo hace hacia la izquierda *en relación con el observador B*.

Otro ejemplo importante de la dependencia del movimiento en relación con el punto de referencia, es cuando se afirma que la Tierra gira alrededor del Sol. Esto es verdad si el punto de referencia es el Sol, es decir, si el observador se imagina situado en ese lugar, viendo cómo se mueve nuestro planeta. Por otra parte, para un observador en este último (punto de referencia en la Tierra), el Sol es el que gira a su alrededor. Así, lo mismo es decir que la Tierra gira alrededor del Sol, o viceversa, siempre y cuando se indique correctamente cuál es el punto de referencia de la observación. El astrónomo Copérnico (siglo XVI) y el físico Galileo (siglo XVII) tenían una visión clara de estas ideas, pero la mayoría de sus contemporáneos no podían comprenderlas, y por tal causa Galileo fue víctima de persecuciones y obligado a comparecer ante el Tribunal de la Inquisición, quien lo obligó a afirmar que la Tierra no podría estar girando alrededor del Sol.

Casi siempre, nuestros estudios del movimiento se hacen tomando a la Tierra como punto de referencia (un observador inmóvil en la superficie de la Tierra). Siempre que utilicemos otro punto de referencia, ello se indicará expresamente.

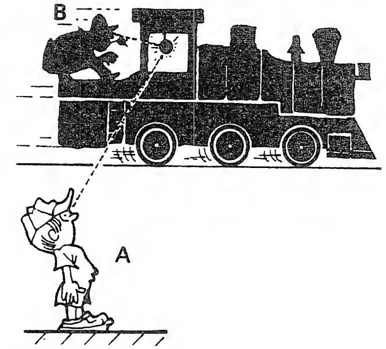


FIGURA 3-3 La lámpara está inmóvil en relación con el observador *B*, pero se encuentra en movimiento en relación con el *A*.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. La distancia de la Tierra al Sol es casi 10^4 veces mayor que el diámetro de la Tierra. Al estudiar el movimiento de ésta alrededor del Sol, ¿diría usted que la podemos considerar como una partícula?

2. Un satélite artificial, de 10 m de radio, está girando en torno de la Tierra a una altura de 500 km. Sabemos que el radio terrestre tiene un valor de casi 6 000 km. En el estudio de este movimiento:
   a) ¿La Tierra se podría considerar como una partícula?
   b) ¿Y el satélite?

3. Dos automóviles, A y B, se desplazan por una carretera recta y plana, en el mismo sentido. El auto A corre a 60 km/h, y el auto B, un poco más adelante, también corre a esa velocidad.
   a) ¿Varía la distancia entre A y B?
   b) Para un observador en A, ¿el auto B está parado o en movimiento?

4. Una persona, junto a la ventanilla de un autobús en movimiento, deja caer una piedra en dirección al suelo.
   a) Para este viajero, ¿qué trayectoria describe la piedra al caer?
   b) Para otra persona que está en tierra y ve pasar el autobús, ¿cómo sería la trayectoria de la piedra? (haga un dibujo).

3.2 Movimiento rectilíneo uniforme

❖ **Distancia, velocidad y tiempo.** Cuando un cuerpo se desplaza con velocidad constante a lo largo de una trayectoria rectilínea, decimos que su movimiento es *rectilíneo uniforme* (la palabra "uniforme" indica que el valor de la velocidad permanece constante en el tiempo).

Como ejemplo, supongamos que un automóvil se desplaza por una carretera recta y plana, y que su velocímetro siempre indica una velocidad de 60 km/h. Como usted sabe, esto significa que

en 1.0 h el auto recorrerá 60 km
en 2.0 h el auto recorrerá 120 km
en 3.0 h el auto habrá recorrido 180 km, etcétera.

Observe que la distancia cubierta se obtiene multiplicando la velocidad por el tiempo transcurrido en el movimiento. Por tanto, si se representa por:

d, la distancia recorrida
v, la velocidad (constante)
t, el tiempo en que se recorre la distancia d

podemos escribir

$$\boxed{d = vt}$$

Obviamente, esta ecuación se aplica igualmente en el caso de que la trayectoria no sea rectilínea, como en la Figura 3-4, pero no olvidemos que sólo es válida cuando el valor de la velocidad permanece constante.

FIGURA 3-4 Para el movimiento uniforme se tiene que también $d = vt$ cuando la trayectoria es curva.

❖ **El diagrama $v \times t$.** Trate ahora de graficar velocidad en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza a una velocidad constante (considere, por ejemplo, un automóvil a 60 km/h). Deberá obtenerse un gráfico igual que el de la Figura 3-5, pues para cualquier valor del tiempo la velocidad es la misma, y esto, en el esquema corresponde a los puntos A, B, C, D, etc., situados sobre una recta paralela al eje del tiempo.

Supongamos que el auto se ha desplazado durante 5.0 h, recorriendo, por tanto, una distancia d = 300 km. Si calculamos el área bajo la gráfica, Figura 3-5, obtendremos 60 × 5 = 300, es decir, el valor de la distancia recorrida.

Así pues, aprendimos ya que en el movimiento uniforme, la gráfica $v \times t$ es una recta paralela al eje del tiempo, y que el área bajo dicha línea proporciona el valor de la distancia recorrida.

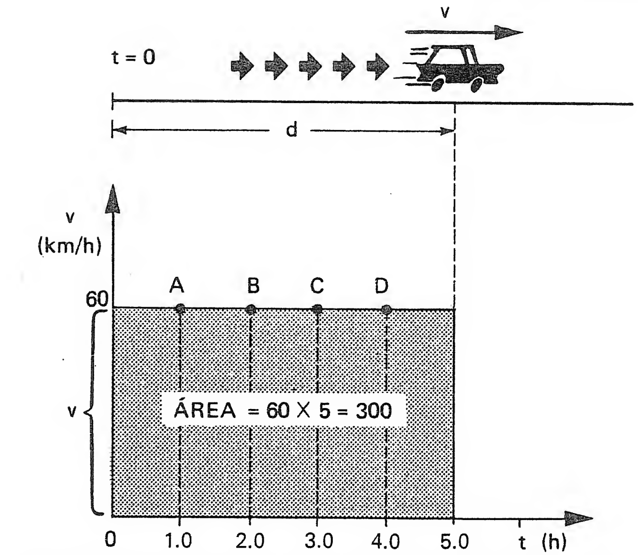


FIGURA 3-5 Esta gráfica muestra que el valor de la velocidad permanece constante durante el movimiento.

♦ EJEMPLO 1

Un automóvil se desplaza por una carretera, de modo que su diagrama $v \times t$ es como el de la Figura 3-6.
a) Describir el movimiento del auto.

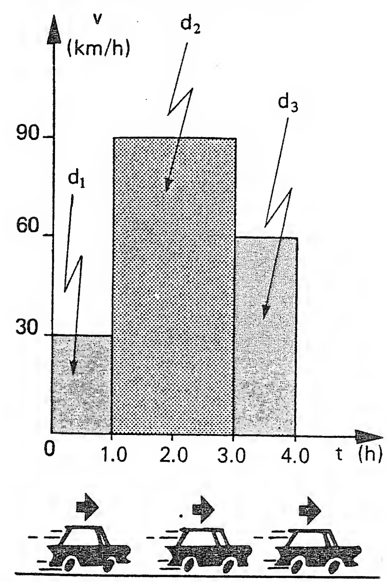
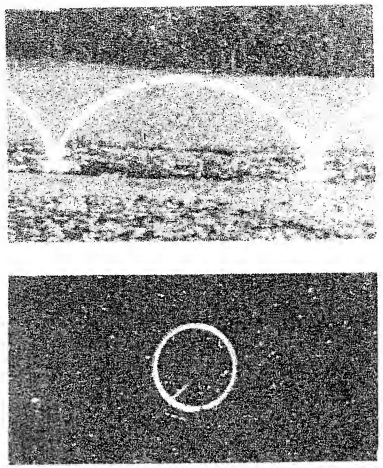


FIGURA 3-6 Para el Ejemplo 1.

La gráfica muestra que el movimiento fue observado durante un tiempo total de 4.0 h. Cuando se empezó a contar el tiempo (en el instante inicial t = 0), el automóvil ya se desplazaba a una velocidad de 30 km/h. Mantuvo esta velocidad durante 1.0 h. En el instante t = 1.0 h, el conductor oprimió el pedal del acelerador y su velocidad aumentó súbitamente a 90 km/h. En realidad, un cambio instantáneo de la velocidad como en este caso, no es posible. Pero si el cambio fue muy rápido, la situación real diferirá muy poco de la que se muestra en el diagrama y no es necesario considerar tal diferencia. Desde este instante, la gráfica nos indica que el auto mantuvo su velocidad de 90 km/h durante 2.0 h, o sea, hasta el instante t = 3.0 h. En este momento, el conductor oprimió el pedal de los frenos y la velocidad disminuyó rápidamente a 60 km/h, manteniéndose constante durante 1.0 h (hasta el instante t = 4.0 h).

b) ¿Cuál es la distancia recorrida por el automóvil durante el tiempo en que fue observado?

Es obvio que el movimiento del automóvil no es uniforme, pues el valor de su velocidad sufre variaciones durante el trayecto. Por tanto, la ecuación $d = vt$ no se podría utilizar para calcular d. Por otra parte, el movimiento puede ser dividido en partes, en cada una de las cuales la velocidad no cambió y donde es aplicable la ecuación $d = vt$. Así, de t = 0 a t = 1.0 h, cuando la velocidad se mantuvo constante a 30 km/h, tendríamos una distancia recorrida d_1 dada por



Trayectorias de una pequeña lámpara sujeta a la válvula de la llanta de una bicicleta, fotografiada en la noche en dos referencias diferentes: en la primera foto, la cámara fotográfica estaba fija en el suelo y, en la segunda, se colocó en el eje de la rueda para que se desplazara como la bicicleta.

$$d_1 = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 1.0 \text{ h} \quad \text{donde } d_1 = 30 \text{ km}$$

Análogamente se determina la distancia d_2, recorrida entre $t = 1.0$ h y $t = 3.0$ h, y la distancia d_3 recorrida entre $t = 3.0$ h y $t = 4.0$ h:

$$d_2 = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 2.0 \text{ h} \quad \text{donde } d_2 = 180 \text{ km}$$

$$d_3 = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 1.0 \text{ h} \quad \text{donde } d_3 = 60 \text{ km}$$

Cada una de estas distancias recorridas corresponde a cierta área del diagrama $d \times t$ y todas están indicadas en la Figura 3-6. La distancia total buscada será

$$d = d_1 + d_2 + d_3 \text{ o bien, } d = 270 \text{ km}$$

Esta distancia corresponde en la Figura 3-6, al área total, desde $t = 0$ hasta $t = 4.0$ h. Por tanto, hemos ya comenzado a encontrar movimientos en los cuales no se puede aplicar directamente la ecuación $d = vt$, pero comprobamos que el área bajo la gráfica $v \times t$, también en el caso de este movimiento más complejo, sigue proporcionándonos la distancia recorrida por el automóvil.

❖ **Qué significa una velocidad negativa.** Cuando un cuerpo se desplaza en cierta trayectoria, suele considerarse el movimiento en uno u otro de dos sentidos, uno de los cuales es positivo y el otro negativo. Así, para un automóvil que se desplaza por una carretera, consideraremos positivo el sentido desde el punto de partida (sentido del aumento de los kilómetros recorridos). Si el automóvil se estuviera aproximando al punto de partida (de regreso) diríamos que se desplaza en sentido negativo. En el primer caso, la velocidad del auto se consideraría positiva, y en el segundo, negativa. Por tanto, cuando decimos que la velocidad de un auto es de −60 km/h, debemos entender que se deplaza a 60 km/h en el sentido que se considere negativo.

❖ **Atención a las unidades.** Si la velocidad de un cuerpo vale $v = 30$ km/h y usted desea calcular la distancia que recorrió durante un tiempo $t = 3.0$ h, ya sabemos que:

$$d = vt = 30\,\frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times 3.0\,\cancel{\text{h}} = 90 \text{ km}$$

Observe que la unidad de tiempo se simplifica cuando efectuamos la multiplicación y el resultado se expresa correctamente en km, que es una unidad de distancia.

Pero si el valor de la velocidad fuese, por ejemplo, $v = 60$ m/min (o sea, que el cuerpo recorre 60 m en cada minuto) y el tiempo transcurrido fuese $t = 15$ s, la operación no se podría llevar a cabo, ya que tendríamos

$$d = vt = 60\,\frac{\text{m}}{\text{min}} \times 15 \text{ s}$$

y vemos así que, al contrario del caso anterior, no es posible simplificar las unidades de tiempo. Nos hallamos, por primera vez, frente a un problema que muchas veces tendremos que enfrentar, tanto en la vida práctica como en nuestro curso: manejar unidades distintas, que se emplean para las mediciones de una misma magnitud. Es necesario que preste la debida atención a las unidades antes de efectuar cualquier operación, y si es el caso, se deberán reducir las unidades de la misma especie a una sola. Así pues, para calcular en el caso anterior la distancia recorrida, se debe expresar el intervalo de tiempo de 15 s en minutos, o bien, la velocidad de 60 m/min, en m/s. Para la primera opción basta recordar que 1 min = 60 s, y por tanto, 15 s = 0.25 min, donde

$$d = vt = 60\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{min}}} \times 0.25\,\cancel{\text{min}} = 15 \text{ m}$$

En la segunda opción se deberá proceder como sigue:

$$v = 60\,\frac{\text{m}}{\text{min}} = 60\,\frac{\text{m}}{60 \text{ s}} = 1.0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

es decir, la velocidad de 60 m/min corresponde a 1.0 m/s. De este modo,

$$d = vt = 1.0\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \times 15\,\cancel{\text{s}} = 15 \text{ m}$$

Obviamente, ambos cálculos son equivalentes y nos llevan al mismo valor de la distancia recorrida.

❖ **El diagrama $d \times t$.** Ya hemos visto que en el movimiento uniforme, la distancia recorrida d está dada por

$$d = vt$$

donde v es la velocidad constante y t es el tiempo transcurrido. Esta relación (d y t variables y v constante) se puede comparar con $Y = aX$, que expresa una proporción directa entre Y y X, y cuya gráfica $Y \times X$ es una recta que pasa por el origen:

t corresponde a X
d corresponde a Y
v corresponte a a

Así podemos concluir que

> en un movimiento con velocidad constante, la distancia recorrida, d, es directamente proporcional al tiempo t. La gráfica $d \times t$ será una recta, la cual pasa por el origen, y cuya pendiente es igual que el valor de la velocidad v.

EJEMPLO 2

Un auto, en movimiento uniforme, recorre:

60 km en 1.0 h
120 km en 2.0 h
180 km en 3.0 h
240 km en 4.0 h

a) Trazar la gráfica $d \times t$ para este caso.

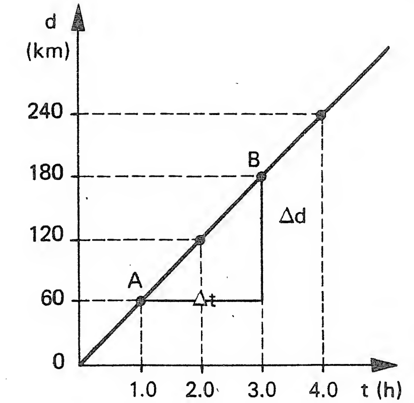


FIGURA 3-7 Para el Ejemplo 2.

Eligiendo una escala adecuada y señalando los puntos correspondientes a los pares de valores de t y d, obtenemos una recta que pasa por el origen (Fig. 3-7), como se esperaba.

b) Con base en el gráfico, calcular la velocidad del auto.

Como ya se dijo, la velocidad está dada por la pendiente de la gráfica $d \times t$, es decir,

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Al elegir dos puntos cualesquiera de la Figura 3-7, por ejemplo, los puntos A y B, tenemos:

$$\Delta t = 3.0 \text{ h} - 1.0 \text{ h} = 2.0 \text{ h}$$

$$\Delta d = 180 \text{ km} - 60 \text{ km} = 120 \text{ km}$$

Entonces,

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{120 \text{ km}}{2.0 \text{ h}} \quad \text{donde } v = 60 \text{ km/h}$$

Por los datos proporcionados era fácil prever este resultado.

❖ **El diagrama posición × tiempo.** En algunos casos, además de interesar la distancia recorrida por un cuerpo, tal vez se desee también conocer su *posición*, es decir, en qué punto de su trayectoria se encuentra en determinado instante. Por ejemplo, cuando decimos que un automóvil se encuentra en el kilómetro 80 después de cierto tiempo de estar en movimiento, estamos proporcionando la *posición* del automóvil en ese instante. Evidentemente, esto no

significa que la distancia recorrida por él haya sido de 80 km, pues no tuvo que haber partido, necesariamente, del kilómetro cero.

Consideremos la gráfica de la Figura 3-8, donde d representa la *posición* de un auto en relación con el punto de partida. Interpretando este diagrama, podemos decir que en el instante $t = 0$ (en el cual comenzamos a contar el tiempo), el auto se hallaba en la posición $d = 20$ km, o sea, se encontraba en el kilómetro 20 de la carretera. Después de 1.0 h de viaje, se encontraba en el kilómetro 80, habiendo recorrido, por tanto, una distancia de 60 km. De $t = 1.0$ h hasta $t = 3.0$ h, su posición permaneció invariable, es decir, el auto permaneció *parado* en el kilómetro 80. A partir del instante $t = 3.0$ h, el valor de d empezó a disminuir, indicando que el auto estaba regresando y se aproximaba al inicio (punto de partida) en la carretera. En el instante $t = 5.0$ h tenemos que $d = 0$, o sea, que en este instante llegó al kilómetro cero.

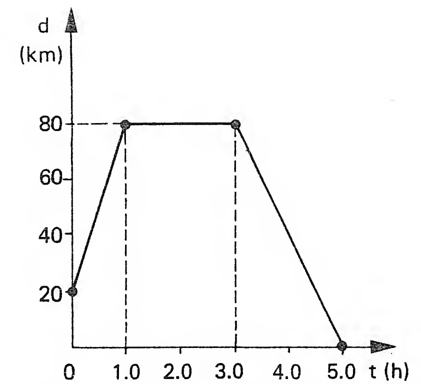


FIGURA 3-8 En este diagrama, d representa la *posición* de un automóvil en relación con el inicio de la carretera, a medida que pasa el tiempo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. Una persona le informa que un cuerpo está en *movimiento rectilíneo uniforme*.
 a) ¿Qué quiere decir con el término "rectilíneo"?
 b) ¿Y qué con el término "uniforme"?

6. Cuando un cuerpo está en movimiento uniforme con velocidad v, ¿cuál es la expresión matemática que permite calcular la distancia d que recorre después de cierto tiempo t?

7. Empleando la expresión solicitada en el ejercicio anterior, calcule:
 a) La distancia recorrida por un auto que se desplaza a una velocidad constante $v = 54$ km/h, durante un tiempo $t = 0.50$ h.
 b) La velocidad, que se supone constante, de un nadador (campeón mundial) que recorre en nado libre una distancia $d = 100$ m en un tiempo $t = 50$ s.
 c) El tiempo que la luz tarda para viajar del Sol a la Tierra ($d = 1.5 \times 10^{11}$ m) sabiendo que su velocidad es constante y vale $v = 3.0 \times 10^{8}$ m/s.

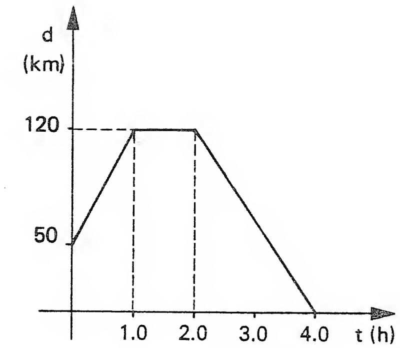
8. *a*) Trace el diagrama $v \times t$ para un auto que se desplaza con una velocidad constante $v = 50$ km/h, durante un tiempo $t = 3.0$ h.
 b) ¿Qué representa el área bajo la gráfica que trazó? ¿Cuál es su valor?

9. Suponga que el auto del ejercicio anterior se ha desplazado de una ciudad A a otra ciudad B y el sentido de A hacia B se considera positivo. Si el auto regresa de B hacia A, también con velocidad constante, tardándose 3.0 h en el recorrido:
 a) ¿Cómo se debería expresar su velocidad en el regreso?
 b) Trace el diagrama $v \times t$ para este caso.

10. Deseamos calcular la distancia que un auto, a una velocidad constante $v = 72$ km/h, recorre en un tiempo $t = 20$ s.
 a) ¿Qué precaución debe tomarse antes de sustituir estos valores en $d = vt$?
 b) Sabiendo que 3.6 km/h = 1 m/s, exprese 72 km/h en m/s.
 c) Una vez hecho lo anterior, calcule la distancia buscada.

11. En la expresión $d = vt$, que es válida para un movimiento uniforme, d y t varían, en tanto que v permanece constante.
 a) Siendo así, ¿qué tipo de relación hay entre d y t?
 b) Dibuje la gráfica $d \times t$.
 c) ¿Qué representa la pendiente de la línea?

12. El gráfico de este ejercicio representa la *posición* de un automóvil, contada a partir del origen *cero* de la carretera, en función del tiempo.
 a) ¿Cuál era la posición del auto al principio del movimiento ($t = 0$)?
 b) ¿Cuál era en el instante $t = 1.0$ h?
 c) ¿Qué velocidad desarrolló en esta primera hora de viaje?
 d) ¿En qué posición y por cuánto tiempo permaneció parado?
 e) ¿Cuál es su posición a las 4.0 h de viaje?
 f) ¿Cuál es su velocidad en el viaje de regreso?



Ejercicio 12

3.3 Velocidad instantánea y velocidad media

❖ **Velocidad instantánea.** Cuando el valor de la velocidad de un cuerpo no se mantiene constante, decimos que tiene *movimiento variado*. Por ejemplo, esto sucede, con un automóvil cuyo velocímetro indica diferentes valores en cada instante. El valor que el velocímetro indica en un instante dado, representa la *velocidad instantánea* del automóvil en dicho momento.

Veamos una manera de calcular una velocidad instantánea. Consideremos un automóvil en movimiento variado que pasó por el punto A (Fig. 3-9), en el instante t, con una velocidad instantánea v (lectura del velocímetro en ese momento). Una vez transcurrido un intervalo de tiempo Δt, el auto estará en B, habiendo recorrido una distancia Δd. Si el movimiento fuese uniforme, al calcular el cociente $\Delta d/\Delta t$ obtendríamos la velocidad del auto. Pero al tratarse de un movimiento variado, comprobamos que el valor de $\Delta d/\Delta t$ generalmente *no* coincide con la lectura del velocímetro en el instante t. Con todo, comprobamos que si el punto B se tomara muy próximo a A, de modo que el intervalo de tiempo Δt se volviera muy pequeño, tendríamos un cociente $\Delta d/\Delta t$ muy cercano a la indicación del velocímetro en A, es decir, muy próximo al valor v de la velocidad instantánea. El valor de $\Delta d/\Delta t$ estaría tanto más cercano de v cuanto menor fuese el intervalo de tiempo Δt. Por tanto,

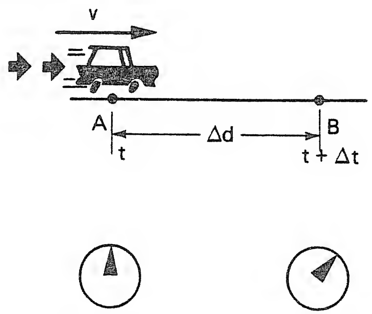


FIGURA 3-9 La velocidad instantánea en A está dada por $v = \Delta d/\Delta t$, tomando Δt, como el menor posible.

> en un movimiento variado la velocidad instantánea está dada por $v = \Delta d/\Delta t$, siendo Δt el menor posible.

❖ **Determinación gráfica de la velocidad instantánea.** Consideremos el gráfico de la Figura 3-10, que representa la distancia recorri-

da por un automóvil en función del tiempo. Debe observarse que el movimiento de este auto es variado, ya que si fuera uniforme, la gráfica $d \times t$ sería rectilínea. Es posible, a partir de este diagrama, obtener la velocidad instantánea del automóvil en un instante cualquiera t_1. Para ello, debemos trazar la tangente a la gráfica en el punto de la curva correspondiente a ese instante (punto P_1 en la Fig. 3-10). La inclinación de esta tangente proporciona el valor de la velocidad en el instante considerado. De la misma manera, para obtener la velocidad en otro instante t_2, debemos determinar la inclinación de la tangente a la curva en el punto P_2. Observemos que, en el caso del movimiento representado en la Figura 3-10, la inclinación de la tangente en P_2 es mayor que en P_1, y por tanto, la velocidad instantánea en t_2 es mayor que en t_1. Concluyendo,

> la inclinación de la tangente a una gráfica $d \times t$ proporciona el valor de la velocidad instantánea.

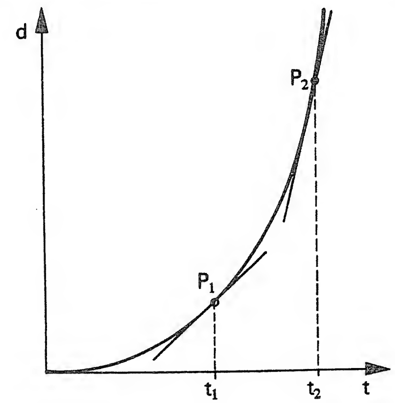


FIGURA 3-10 En el diagrama $d \times t$, la inclinación de la tangente proporciona el valor de la velocidad instantánea.

❖ **Velocidad media.** Si un automóvil recorre una distancia de 560 km en 8.0 horas, usted y probablemente muchas otras personas dirían: "el automóvil desarrolló, en promedio, 70 km/h". Este resultado, que se obtuvo al dividir la distancia recorrida (560 km) entre el tiempo de viaje (8.0 h) es lo que se conoce como *velocidad media* y la representaremos por v_m. Entonces, por definición,

> $$v_m = \frac{\text{distancia total recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}} \quad \text{o bien,}$$
> $$v_m = \frac{d}{t}$$

Observe que, durante el movimiento, la velocidad del auto pudo haber sufrido variaciones. En el ejemplo citado, su valor podría haber sido unas veces mayor y otras menor que los 70 km/h. Por otra parte, si durante todo el recorrido la velocidad se mantuviera igual a 70 km/h, el auto habría recorrido la misma distancia en ese mismo tiempo.

♠ EJEMPLO 1

Un automóvil recorre una distancia de 150 km y desarrolla, en los primeros 120 km, una velocidad media de 80 km/h, en tanto que en los últimos 30 km tiene una velocidad media de 60 km/h.

a) ¿Cuál fue el tiempo total de viaje?

Conociendo la distancia recorrida y la velocidad media, la relación $v_m = d/t$ proporciona $t = d/v_m$. Entonces, en la primera parte del recorrido el tiempo fue

$$t_1 = \frac{120}{80} \quad \text{o bien,} \quad t_1 = 1.5 \text{ h}$$

En la segunda parte del recorrido tendremos

$$t_2 = \frac{30}{60} \quad \text{o bien,} \quad t_2 = 0.5 \text{ h}$$

Así, el tiempo total de viaje fue

$$t = 1.5 \text{ h} + 0.5 \text{ h} \quad \text{o bien,} \quad t = 2.0 \text{ h}$$

b) ¿Cuál fue la velocidad media del automóvil en el transcurso total?

Siendo de 150 km la distancia total recorrida, y 2.0 h el tiempo total de viaje, la velocidad media en este recorrido es

$$v_m = \frac{150 \text{ km}}{2.0 \text{ h}} \quad \text{o bien,} \quad v_m = 75 \text{ km/h}$$

❖ **Determinación gráfica de la distancia recorrida.** Cuando el movimiento de un cuerpo es uniforme, la distancia que recorre está dada por $d = vt$, o por el área bajo la gráfica $v \times t$.

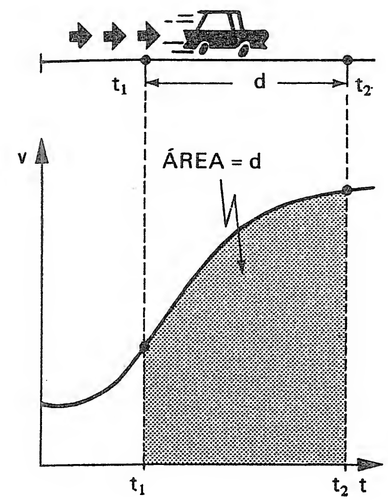


FIGURA 3-11 El área bajo la gráfica $v \times t$ proporciona la distancia recorrida en cualquier movimiento.

Pero si el movimiento fuese variado, la relación $d = vt$ ya no se puede aplicar; pero la distancia recorrida se podrá aún obtener por el área bajo la gráfica $v \times t$; es decir:

> el área bajo la gráfica $v \times t$ proporciona la distancia recorrida en cualquier clase de movimiento.

En la Figura 3-11, por ejemplo, que presenta el diagrama $v \times t$ de un movimiento variado, el área señalada da el valor de la distancia que el cuerpo recorre, desde el instante t_1 hasta el instante t_2.

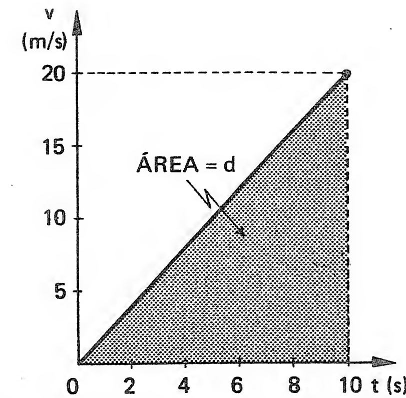


FIGURA 3-12 Para el Ejemplo 2.

♠ EJEMPLO 2

Un automóvil, frente a un semáforo y luego que se enciende la luz verde, arranca con una velocidad que varía de acuerdo con el gráfico de la Figura 3-12. Después de transcurridos 10 s, ¿cuál es la distancia que habrá recorrido el auto?

Como el movimiento es variado (la velocidad varió de $v = 0$ a $v = 20$ m/s en 10 s), la distancia recorrida deberá calcularse por medio del área bajo la gráfica $v \times t$. En la Figura 3-12, esta área es la del triángulo mostrado, cuya base corresponde al tiempo de 10 s y cuya altura corresponde a la velocidad de 20 m/s. Entonces, como en un triángulo, área = (base × altura)/2, resulta que:

$$d = \frac{10 \times 20}{2}$$

o bien,

$$d = 100 \text{ m}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

13. Un automóvil se desplaza en línea recta. Clasifique el movimiento del auto suponiendo que:

a) La aguja del velocímetro indica siempre el mismo valor.

b) La posición de la aguja varía de un momento a otro.

14. Una persona, al observar el movimiento del auto de la Figura 3-9, comprueba, después de que éste

pasa por el punto A, que transcurrido $\Delta t = 0.10$ s, la distancia recorrida fue $\Delta d = 0.50$ m, y que transcurrido $\Delta t = 5.0$ s, la distancia recorrida fue $\Delta d = 60$ m.

a) Calcule el cociente $\Delta d/\Delta t$ para cada observación.

b) La velocidad instantánea del auto en A, ¿debe aproximarse más a 5.0 m/s o a 12 m/s?

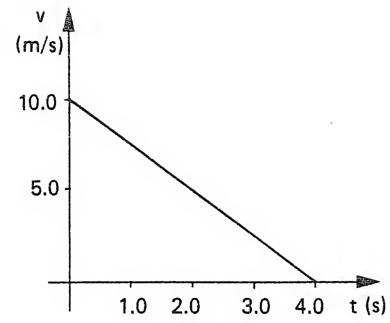
15. En el movimiento uniforme vimos que la gráfica $d \times t$ es una recta que pasa por el origen, y su inclinación o pendiente proporciona el valor de la velocidad.

a) En el movimiento variado, ¿la gráfica $d \times t$ es también una recta?

b) En este movimiento, ¿cómo se calcula, empleando el gráfico $d \times t$, el valor de la velocidad en un instante determinado?

c) En la Figura 3-10, ¿la inclinación de la tangente a la gráfica es mayor en P_1 o en P_2? Y el valor de la velocidad, ¿es mayor en el instante t_1 o en t_2?

16. Un cuerpo cae verticalmente desde una altura de 80 m y tarda 4.0 s en llegar al suelo. ¿Cuál es la velocidad media del cuerpo en este movimiento?



Ejercicio 17

17. *a*) Cómo se calcula mediante el diagrama $v \times t$, la distancia recorrida por un cuerpo en movimiento variado, desde un instante t_1, hasta un instante t_2?

b) La figura de este ejercicio muestra el gráfico $v \times t$ para el movimiento de un automóvil. ¿Es uniforme este movimiento?

c) Calcule la distancia que recorrió desde $t = 0$ hasta $t = 4.0$ s.

3.4 Movimiento rectilíneo uniformemente variado

❖ **Qué es aceleración.** Consideremos un automóvil cuyo velocímetro indica, en cierto instante, una velocidad de 30 km/h. Si 1 s después, la indicación del velocímetro cambia a 35 km/h, podemos decir que su velocidad varió 5 km/h en 1 s. En otras palabras, el auto recibió una *aceleración*. El concepto de aceleración siempre se relaciona con un *cambio en la velocidad*.

Para definir matemáticamente la *aceleración*, supongamos un cuerpo en movimiento rectilíneo, como en la Figura 3-13. Representemos por v_1 el valor de su velocidad en el instante t_1. Si el movimiento del cuerpo es variado, en un instante cualquiera t_2 su velocidad tendría un valor v_2, distinto de v_1, es decir, durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$, la velocidad sufre una variación $\Delta v = v_2 - v_1$. El valor de la aceleración del cuerpo está dado por

$$a = \frac{\text{variación de la velocidad}}{\text{intervalo de tiempo transcurrido}}$$

es decir,

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \text{o bien,} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

❖ **Comentarios.** Para facilitar el estudio del movimiento variado, vamos a considerar la velocidad siempre con valor positivo, es decir, vamos a considerar el sentido en el cual el cuerpo se mueve como si fuera el sentido positivo. De esta manera, es fácil llegar a la conclusión de que:

1. Si el valor de la velocidad estuviera aumentando con el tiempo, tendríamos $v_2 > v_1$ ($\Delta v > 0$) y, entonces, la aceleración del movimiento será *positiva*. En este caso, decimos que el movimiento es *acelerado*.

2. Si el valor de la velocidad disminuyera a través del tiempo, tendríamos, $v_2 < v_1$ ($\Delta v < 0$) y entonces, la aceleración del movimiento será *negativa*. En este caso, decimos que el movimiento es *retardado*.

EJEMPLO 1

En la Figura 3-13 supongamos que $v_1 = 10$ m/s, y que después de 12 s ($\Delta t = 12$ s), la velocidad es $v_2 = 70$ m/s. ¿Cuál es la aceleración del cuerpo?

Empleando la ecuación de definición tenemos

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{12\ \text{s}} = \frac{60\ \text{m/s}}{12\ \text{s}} \quad \text{o bien,}$$

$$a = 5.0\ \frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$

Este resultado significa que la velocidad del cuerpo aumentó 5.0 m/s en cada 1 s. Se acostumbra expresar las unidades de la siguiente manera:

$$a = 5.0\ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} \quad \text{o bien,} \quad a = 5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Este movimiento, en el cual la velocidad aumenta en el tiempo, se denomina *movimiento acelerado*.

Si la velocidad disminuyera en el tiempo, decimos que el movimiento es *retardado*. Por ejemplo, si $v_1 = 36$ m/s, y después de 5.0 s cambia a $v_2 = 6.0$ m/s, la aceleración del movimiento será

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6.0\ \text{m/s} - 36\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} = \frac{-30\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} \quad \text{o bien,}$$

$$a = -6.0\ \text{m/s}^2$$

Esto significa que la velocidad *disminuyó* 6.0 m/s en cada 1 s.

Observe que en el movimiento acelerado, el valor de la aceleración es positivo, y en el movimiento retardado, la aceleración es negativa (estamos considerando la velocidad siempre positiva).

❖ **Movimiento rectilíneo con aceleración constante.** Suponga que se observa el velocímetro de un auto en movimiento rectilíneo en intervalos de tiempo sucesivos de 1 s, y que obtenemos los resultados siguientes:

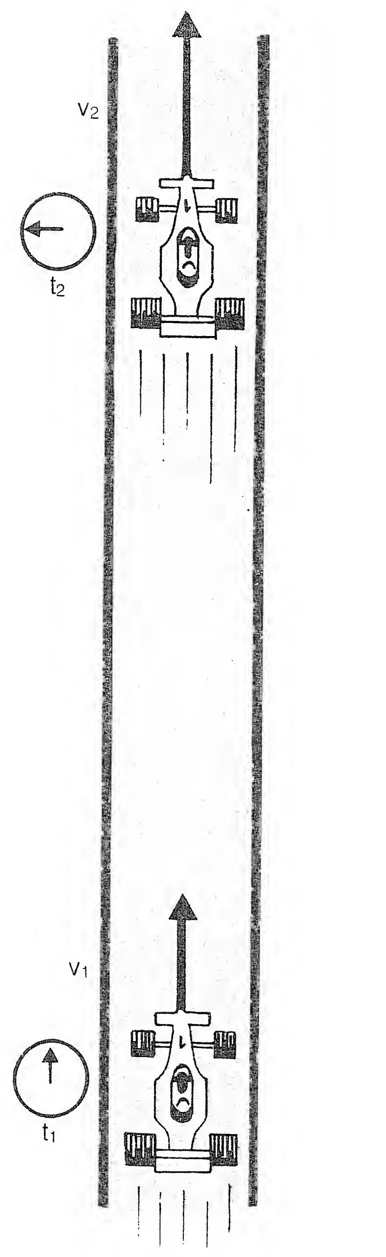


FIGURA 3-13 Cuando la velocidad de un cuerpo varía, decimos que tal cuerpo posee aceleración.

1a. observación ____ 30 km/h		
2a. observación (1 s después de la 1a.) ______ 35 km/h	}	$\Delta v = 5$ km/h
3a. observación (1 s después de la 2a.) ______ 50 km/h	}	$\Delta v = 15$ km/h
4a. observación (1 s después de la 3a.) ______ 52 km/h	}	$\Delta v = 2$ km/h

Se advierte que la *variación* de la velocidad en cada intervalo de 1 s no es constante y, por tanto, la aceleración del auto es variable.

Por otra parte, en otro caso podríamos obtener los siguientes valores:

1a. observación ____ 30 km/h		
2a. observación (1 s después de la 1a.) ______ 35 km/h	}	$\Delta v = 5$ km/h
3a. observación (1 s después de la 2a.) ______ 40 km/h	}	$\Delta v = 5$ km/h
4a. observación (1 s después de la 3a.) ______ 45 km/h	}	$\Delta v = 5$ km/h

Ahora la variación de la velocidad en cada intervalo de 1 s es constante, es decir, la *aceleración del movimiento no es variable.* Un movimiento como éste en el cual es constante la aceleración, recibe el nombre de *movimiento rectilíneo uniformemente variado.* Hasta el final de esta sección únicamente estudiaremos movimientos de este tipo.

❖ **Cálculo de la velocidad.** Imaginemos un cuerpo en movimiento uniformemente variado, con una velocidad v_0 en el instante en que vamos a empezar a contar el tiempo, es decir, en el instante $t = 0$ (Fig. 3-14). La velocidad v_0 se denomina *velocidad inicial.* Como el movimiento es uniformemente variado, el cuerpo posee una aceleración a constante, o sea, la variación de su velocidad en cada intervalo de 1 s, es numéricamente igual al valor de a. Así, la velocidad v del cuerpo variará de la siguiente manera:

en $t = 0$ la velocidad es v_0
en $t = 1$ s la velocidad es $v_0 + a \cdot 1$
en $t = 2$ s la velocidad es $v_0 + a \cdot 2$

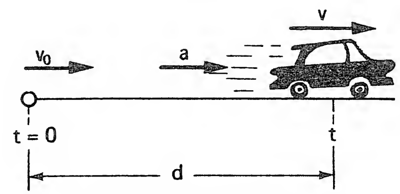


FIGURA 3-14 La velocidad inicial v_0 es la que posee el cuerpo en el instante $t = 0$.

en $t = 3$ s la velocidad es $v_0 + a \cdot 3$

y después de t segundos, la velocidad será $v_0 + at$.

Por tanto, la velocidad v después de transcurrido un tiempo t cualquiera, está dada por

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

Observemos que el valor de la velocidad en el instante t, es la suma de la velocidad inicial y el producto at, que representa la variación de la velocidad durante el tiempo t.

❖ **Cálculo de la distancia recorrida.** La distancia d recorrida por el cuerpo, desde el momento inicial hasta el momento t (Fig. 3-14) se podrá obtener mediante el área bajo la gráfica $v \times t$, como aprendimos en la Sección 3.3. La ecuación $v = v_0 + at$ indica que la velocidad varía linealmente en el tiempo (v y t son variables, y para un movimiento dado, v_0 y a son constantes). En la Figura 3-15 se tiene el diagrama $v \times t$ para

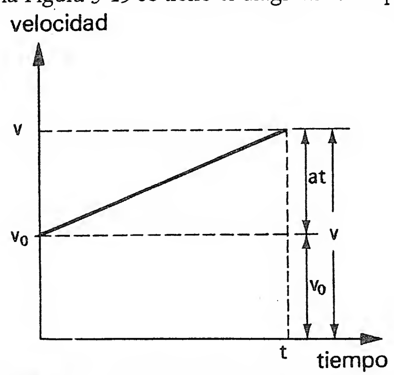


FIGURA 3-15 En el movimiento uniformemente acelerado, la velocidad aumenta linealmente con el transcurso del tiempo.

el caso en que la velocidad aumenta en el tiempo. Como vemos en la figura, el área bajo la gráfica es la suma de las áreas de:

un rectángulo de lados v_0 y t: área = $v_0 t$

un triángulo de base t y altura at:

$$\text{área} = \frac{t \times at}{2} = \frac{1}{2}at^2$$

Por tanto, la distancia d recorrida por el cuerpo, que es numéricamente igual al área total bajo la gráfica, estará dada por

$$\boxed{d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

❖ **Velocidad en función de la distancia.** Ya vimos que conociendo la velocidad v_0 y la aceleración a en el movimiento uniformemente variado, las expresiones

$$v = v_0 + at \quad \text{y} \quad d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

permiten calcular la velocidad y la distancia recorrida en función del tiempo t. Puede suceder que tengamos necesidad de calcular la velocidad del cuerpo luego que ha recorrido cierta distancia, sin que se conozca el tiempo t del movimiento. Ello se puede hacer fácilmente obteniendo el valor de t de la primera ecuación:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

y llevándolo a la segunda:

$$d = v_0 \cdot \frac{(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

Efectuando el desarrollo algebraico y simplificando (hágalo), obtenemos

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ad}$$

Con esta expresión podemos calcular la velocidad v en función de la distancia d (sin conocer el tiempo t).

❖ **Comentarios.** 1. En el estudio del movimiento uniformemente acelerado puede suceder que la velocidad en el instante $t = 0$, es decir, su velocidad inicial, sea nula ($v_0 = 0$). Cuando esto sucede, decimos que el cuerpo partió del reposo. En este caso, las ecuaciones de movimiento se vuelven naturalmente más sencillas:

$$v = at \qquad d = \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{y} \qquad v^2 = 2ad$$

2. Ya vimos que el movimiento uniformemente variado puede ser acelerado o retardado. Las ecuaciones

$$v = v_0 + at \qquad d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

y $v^2 = v_0^2 + 2ad$

obviamente, son válidas para ambos casos. Pero no debemos olvidar que en el movimiento retardado la aceleración es negativa, y esto debe tomarse en cuenta cuando se empleen las ecuaciones citadas (recuérdese que estamos considerando a v siempre positiva).

EJEMPLO 2

Un automóvil corre a una velocidad de 10 m/s en el momento en que el conductor pisa el acelerador. Esto ejercerá sobre el auto una aceleración constante que aumenta su velocidad a 20 m/s en 5.0 s. Considérese $t = 0$ el instante en que el manejador pisa el acelerador. De manera que

a) ¿Cuál es la aceleración del automóvil?

En el instante $t = 0$ tenemos $v_0 = 10$ m/s, y en el instante $t = 5.0$ s, se tiene que $v = 20$ m/s. Entonces, aplicando estos valores en la ecuación $v = v_0 + at$, tenemos

$20 = 10 + a \times 5.0$ donde $a = 2.0$

Como la unidad de distancia que se empleó fue 1 m, y la de tiempo, 1 s, resulta que

$a = 2.0$ m/s^2

b) Suponiendo que el auto mantuviera esta aceleración hasta el instante $t = 10$ s, ¿cuál es la velocidad en este momento?

Empleando una vez más la ecuación $v = v_0 + at$, tenemos:

$v = 10 + 2.0 \times 10$ donde $v = 30$ m/s

c) ¿Cuál es la distancia recorrida por el auto desde el inicio de la aceleración hasta el instante $t = 10$ s?

La distancia recorrida se puede calcular por la relación $d = v_0 t + (1/2)at^2$. Al emplearla se ve que

$$d = 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2.0 \times 10^2$$

donde

$$d = 200 \text{ m}$$

d) En el instante $t = 10$ s, el conductor pisa el freno, desacelerando el automóvil con una aceleración negativa constante de 6.0 m/s^2. ¿Qué distancia recorre el auto desde tal instante hasta que se detiene?

Para esta pregunta, el instante inicial será aquel en el cual la velocidad era de 30 m/s, es decir, $v_0 = 30$ m/s. Como el movimiento es retardado, la aceleración es negativa: $a = -6.0$ m/s^2. Ya que no conocemos el tiempo que tarda el auto en detenerse, emplearemos la relación $v^2 = v_0^2 + 2ad$. Como estamos buscando el valor de la distancia d que el auto recorre hasta parar, se hará que $v = 0$. Así,

$$0 = 30^2 + 2(-6)d \quad \text{donde} \quad d = 75 \text{ m}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

18. Un automóvil, al desplazarse en línea recta, desarrolla una velocidad que varía en el tiempo, de acuerdo con la tabla de este ejercicio.
   a) ¿En qué intervalos de tiempo el movimiento del auto muestra una aceleración?
   b) ¿En qué intervalo es nula la aceleración?
   c) ¿En qué intervalo es negativa?
   d) ¿En cuál es uniformemente acelerado su movimiento?

t (s)	v (m/s)
0	10
1.0	12
2.0	14
3.0	16
4.0	16
5.0	16
6.0	15
7.0	18
8.0	20

Ejercicio 18

19. En la tabla del ejercicio anterior considere el intervalo de tiempo de $t = 0$ a $t = 3.0$ s.
   a) ¿Cuál es el valor de Δv en dicho intervalo?
   b) Empleando su respuesta a la pregunta anterior, calcule la aceleración del auto en tal intervalo.
   c) Exprese con palabras (como se hizo en el Ejemplo 1), lo que significa el resultado que obtuvo en (b).

20. Un cuerpo en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado desarrolla, en el instante $t = 0$, una velocidad inicial $v_0 = 5.0$ m/s y su aceleración es $a = 1.5$ m/s^2.
   a) Calcule el *aumento* de la velocidad del cuerpo en el intervalo de cero a 8.0 s.
   b) Halle la velocidad del cuerpo en el instante $t = 8.0$ s.
   c) Trace el diagrama $v \times t$ para el intervalo de tiempo considerado.
   d) ¿Qué representa la pendiente de la gráfica?

21. Como ya vimos, la fórmula $d = v_0 t + (1/2)at^2$ se obtuvo calculando el área bajo la gráfica $v \times t$.
   a) Señale en la Figura 3-15 la parte del área bajo la gráfica que corresponda a la fracción $v_0 t$. Haga lo mismo para la fracción $(1/2)at^2$.
   b) Emplee la fórmula citada para calcular la distancia que recorrió el cuerpo del ejercicio anterior en el intervalo de cero a 8.0 s.

22. *a)* Un cuerpo en movimiento uniformemente variado, con velocidad inicial v_0 y aceleración a, recorre una distancia d. ¿Cuál es la ecuación que permite calcular la velocidad al final del recorrido en función de estos datos? (Observe que el tiempo t *no* es un dato del problema.)
   b) Un automóvil se desplaza a una velocidad de 12 m/s. En un instante dado ($t = 0$) el conductor aplica los frenos, haciendo que el auto adquiera un movimiento uniformemente retardado, con una aceleración cuyo valor numérico es 1.0 m/s^2. Calcule la velocidad del auto después que recorre una distancia de 40 m a partir del inicio del frenado.

23. Un cuerpo que parte del reposo se desplaza en línea recta con aceleración constante. En este caso:
   a) ¿Qué tipo de relación existe entre d y t?
   b) Trace un croquis del diagrama $d \times t$.

3.5 Caída libre

❖ **Caída de los cuerpos.** Entre los diversos movimientos que se producen en la naturaleza siempre ha habido interés en el estudio del movimiento de caída de los cuerpos próximos a la superficie de la Tierra. Cuando dejamos caer un objeto (por ejemplo, una piedra) desde cierta altura, podemos comprobar que al caer su velocidad aumenta, es decir, su movimiento es acelerado. Si lanzamos el objeto hacia arriba, su velocidad disminuye gradualmente hasta anularse en el punto más alto, o sea, el movimiento de subida (ascendente) es retardado (Fig. 3-16). Las características de estos movimientos ascendente y descendente fueron objeto de estudio desde tiempos muy remotos.

Aristóteles (384-322 a.C.). Nació en Macedonia, y a los 17 años partió a Atenas para estudiar con Platón. Fue uno de los mayores pensadores de todos los tiempos, cuya obra abarcó la psicología, la lógica, la moral, la ciencia política, la biología, etc. Las enseñanzas de Aristóteles constituyeron las bases de la Filosofía y de la Ciencia, que predominaron en el mundo hasta el siglo XVII.

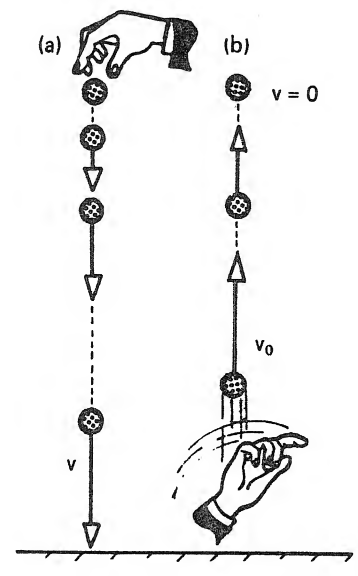


FIGURA 3-16 Cuando un cuerpo cae, su velocidad aumenta en forma continua. Si es arrojado hacia arriba, su velocidad disminuye, anulándose en el punto más alto.

❖ **Aristóteles y la caída de los cuerpos.** El gran filósofo Aristóteles, aproximadamente 300 años antes de Cristo, creía que al dejar caer cuerpos ligeros y pesados desde una misma altura, sus tiempos de caída serían diferentes: los cuerpos más pesados llegarían al suelo antes que los más ligeros. La creencia en esta afirmación perduró durante casi dos milenios, sin que nadie procurase comprobar su veracidad con mediciones cuidadosas. Esto sucedió en virtud de la gran influencia del pensamiento aristotélico en varias áreas del conocimiento. Un estudio más minucioso del movimiento de la caída de los cuerpos fue realizado por el gran físico Galileo Galilei, en el siglo XVII.

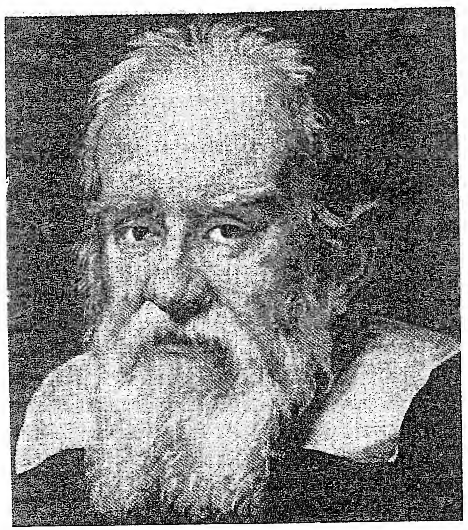
❖ **Galileo y la caída de los cuerpos.** Galileo es considerado el creador del *método experimental* en física, estableciendo que cualquier afirmación relacionada con algún fenómeno debía estar fundamentada en experimentos y en observaciones cuidadosas. Este método de estudio de los fenómenos de la naturaleza no se había adoptado hasta entonces, por lo cual varias conclusiones de Galileo se oponían al pensamiento de Aristóteles.

Al estudiar la caída de los cuerpos mediante experimentos y mediciones precisas, Galileo llegó a la conclusión de que,

> si se dejan caer simultáneamente desde una misma altura un cuerpo ligero y otro pesado, ambos caerán con la misma aceleración, llegando al suelo en el mismo instante.

contrariamente a lo que pensaba Aristóteles.

Cuentan que Galileo subió a lo alto de la torre de Pisa, y para demostrar en forma experimental sus afirmaciones, dejó caer varias esferas de distinto peso, las cuales llegaron al suelo simultáneamente (Fig. 3-17). A pesar de la evidencia proporcionada por los experimentos realizados por Galileo, muchos simpatizantes del pensamiento aristotélico no se dejaron convencer, siendo el gran físico objeto de persecuciones por propagar ideas que se consideraron revolucionarias.



Galileo Galilei (1564-1642). *Véase* Sección 3.6: Un tema especial.

❖ **Caída libre.** Como ya debe haber visto muchas veces, cuando se deja caer una piedra y una pluma al mismo tiempo, la piedra cae más de prisa, como afirmaba Aristóteles. Pero es posible demostrar que tal cosa sucede porque el aire produce un efecto retardante en la caída de cualquier objeto, y que dicho efecto ejerce una mayor influencia sobre el movimiento de la pluma que sobre el de la piedra. En realidad, si dejamos caer la piedra y la pluma dentro de un tubo del cual se extrajo el aire (se hizo el vacío), comprobaremos que ambos objetos caen en forma simultánea, como afirmó Galileo (Fig. 3-18).

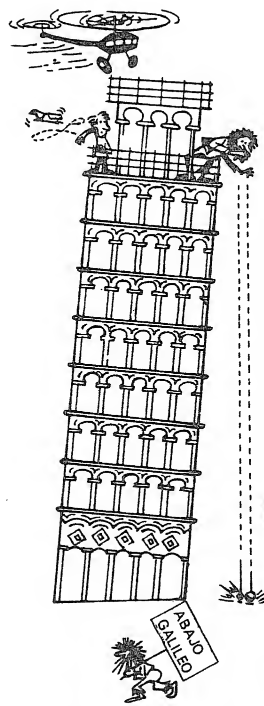


FIGURA 3-17 Se cuenta que Galileo dejó caer cuerpos de distinto peso desde lo alto de la torre de Pisa, comprobando que dichos cuerpos caen en forma simultánea.

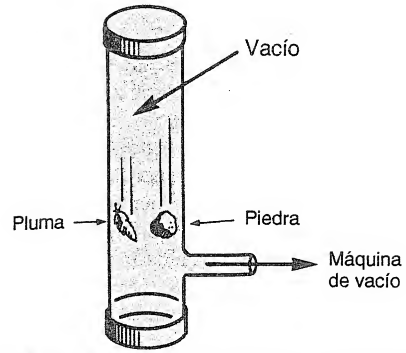


FIGURA 3-18 En el vacío, una piedra y una pluma caen con la misma aceleración.

Por tanto, la afirmación de Galileo sólo es válida para los cuerpos que caen en el vacío. Observamos, entretanto, que la resistencia del aire retarda notablemente la caída de ciertos cuerpos, como el de una pluma, un pedazo de algodón o una hoja de papel, siendo despreciable en el caso de otros más pesados, como una piedra, una bola de metal, e incluso un pedazo de madera. Así, para estos últimos, la caída en el aire se produce, prácticamente, como si los cuerpos estuvieran cayendo en el vacío; es decir, que al dejarlos caer desde una misma altura y al mismo tiempo en el aire, tales cuerpos caen simultáneamente o con la misma aceleración, como aseguró Galileo.

El movimiento de caída de los cuerpos en el vacío o en el aire, cuando se desprecia la resistencia de este último, se denomina *caída libre*.

❖ **La aceleración de la gravedad.** Como ya se dijo, el movimiento de caída libre es acelerado. Con sus experimentos, Galileo logró comprobar que el movimiento es *uniformemente acelerado*, es decir, durante la caída el cuerpo cae con una *aceleración constante*. Tal aceleración, que recibe el nombre de *aceleración de la gravedad*, suele representarse por *g*, y por lo que ya vimos, puede concluirse que su valor es el mismo para todos los cuerpos en caída libre.

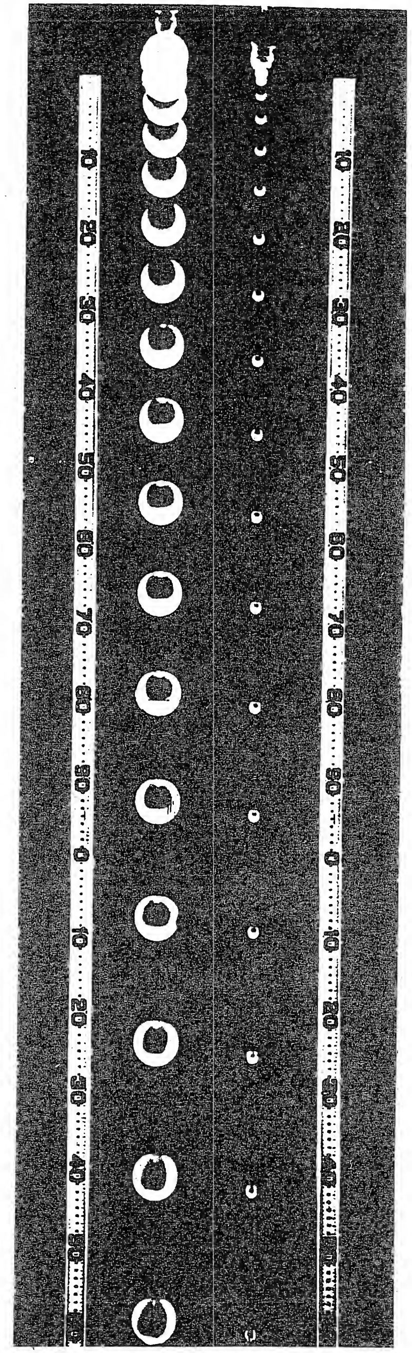


FIGURA 3-19 Esta fotografía muestra las posiciones sucesivas de dos esferas, de distinto peso, en caída libre. Observe que caen en forma simultánea, como advirtiera Galileo.

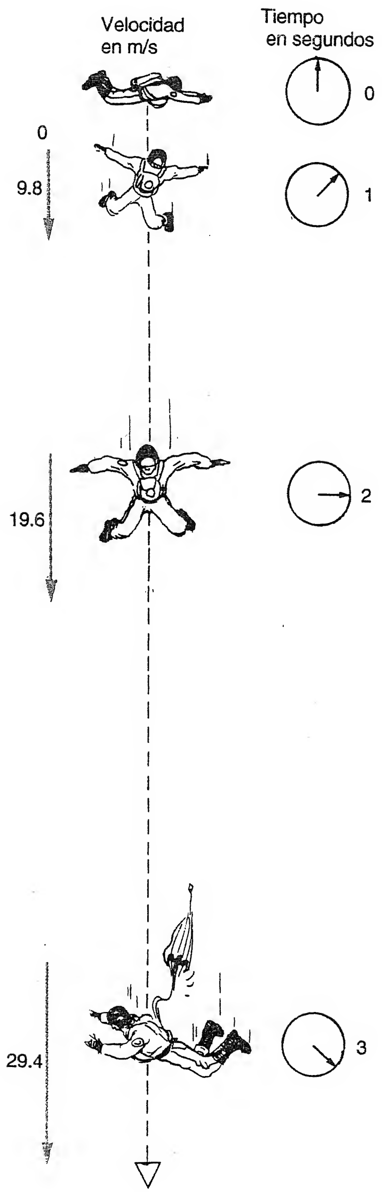


FIGURA 3-20 Cuando un cuerpo desciende en caída libre, su velocidad aumenta 9.8 m/s en cada intervalo de 1 s.

La determinación del valor de g se puede efectuar de varias maneras. Por ejemplo, empleando técnicas modernas es posible obtener una fotografía como la de la Figura 3-19. En ella se observan las posiciones sucesivas de dos esferas de distinto peso, en caída libre. Vemos claramente que al soltarlas en el mismo instante, caen en forma simultánea, como previó Galileo. Puesto que las posiciones sucesivas fueron fotografiadas a intervalos de tiempo iguales, se puede comprobar por tal medio que la aceleración es constante. Un cuidadoso análisis de fotografías como ésta permite obtener el valor de la aceleración de la gravedad, el cual resulta ser, aproximadamente,

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

es decir, cuando un cuerpo está en caída libre, su velocidad aumenta 9.8 m/s en cada intervalo de 1 s (Fig. 3-20). Si el cuerpo es lanzado en dirección vertical hacia arriba, su velocidad *disminuirá* 9.8 m/s en cada lapso de 1 s.

❖ **Ecuaciones de la caída libre.** Siendo uniformemente acelerado el movimiento de caída libre, es obvio que podemos aplicarle las ecuaciones estudiadas en la sección anterior para este tipo de movimiento. Así, suponiendo que

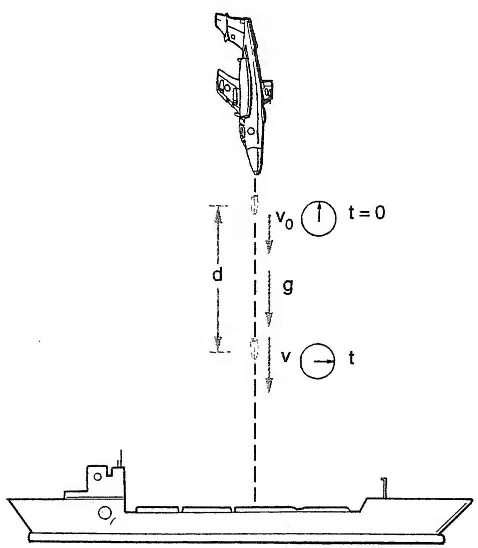


FIGURA 3-21 En el movimiento de caída libre son válidas las ecuaciones que establecimos para el movimiento uniformemente variado, siendo $a = g$.

un cuerpo es lanzado hacia abajo con una velocidad inicial v_0 (Fig. 3-21), después de caer durante cierto tiempo t y haber recorrido una distancia d, son válidas las ecuaciones

$$v = v_0 + at, \quad d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

y

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

siendo $a = g$. Estas mismas fórmulas, se pueden emplear para el movimiento ascendente, pues basta recordar que en este caso, el movimiento es uniformemente retardado (con aceleración negativa).

♦ EJEMPLO

Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial $v_0 = 30$ m/s. Considerar que $g = 10$ m/s^2 y se desprecia la resistencia del aire.

a) ¿Cuál será la velocidad del cuerpo 2.0 s después del lanzamiento?

La velocidad estará dada por $v = v_0 + at$, y como el movimiento es retardado tenemos $a = -10$ m/s^2. Entonces

$$v = 30 - 10 \times 2.0 \text{ o bien, } v = 10 \text{ m/s}$$

b) ¿Cuánto tarda el cuerpo en llegar al punto más alto de su trayectoria?

En el punto más elevado tenemos $v = 0$, y así, la ecuación $v = v_0 + at$ nos da

$$0 = 30 - 10t \quad \text{donde} \quad t = 3.0 \text{ s}$$

c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cuerpo?

La distancia recorrida está dada por $d = v_0t + (1/2)at^2$. Como tardó $t = 3.0$ s en llegar al punto más alto, tendremos para la altura máxima,

$$d = 30 \times 3.0 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3.0^2$$

o bien, $\quad d = 45$ m

d) ¿A qué velocidad regresa el cuerpo al punto de lanzamiento?

Al descender, el citado cuerpo parte del reposo (en el punto más elevado) y recorrerá la misma distancia que al subir. Entonces, en la ecuación $v^2 = v_0^2 + 2ad$ tenemos $v_0 = 0$, $d = 45$ m y $a = g = 10$ m/s^2. Por tanto,

$$v^2 = 2 \times 10 \times 45$$

donde $\quad v = 30$ m/s

Como es claro, el cuerpo regresa al punto de partida con la misma velocidad con que fue lanzado.

e) ¿Cuánto tardó en descender?

Este tiempo se puede obtener de la ecuación $v = v_0 + at$, donde $v_0 = 0$ (el cuerpo parte del reposo en el punto más elevado), $v = 30$ m/s (como se obtuvo en la pregunta anterior) y $a = 10$ m/s^2. Así pues,

$$30 = 10\,t \quad \text{donde} \quad t = 3.0 \text{ s}$$

Obsérvese, que cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba, el tiempo de descenso es igual al tiempo de ascenso.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

24. Un libro pesado y una hoja de papel se dejan caer simultáneamente desde una misma altura.
a) Si la caída fuera en el aire, ¿cuál llegará primero al suelo?
b) ¿Y si fuera en el vacío?
c) ¿Por qué ambos experimentos proporcionan resultados distintos?

25. *a)* Un cuerpo se deja caer desde cierta altura y cae en dirección vertical. ¿En qué condiciones podemos considerar que tal cuerpo está en caída libre?
b) ¿Cuál es el tipo de movimiento de un cuerpo que se mueve en caída libre?

26. Dos cuerpos, uno de los cuales es más pesado que el otro, descienden en caída libre en las proximidades de la superficie de la Tierra.
a) ¿Cuál es el valor de la aceleración de caída para el cuerpo más pesado? Y ¿para el más ligero?
b) ¿Cómo se denomina y cómo se representa esta aceleración de la caída de los cuerpos?

27. *a)* Cuando un cuerpo desciende en caída libre, ¿qué sucede al valor de la velocidad en cada segundo?
b) ¿Y si el cuerpo fuera lanzado verticalmente hacia arriba?

28. Un cuerpo se deja caer (o sea, parte del reposo) desde lo alto de un edificio, y tarda 3.0 s en llegar al suelo. Considere despreciable la resistencia del aire y $g = 10\ m/s^2$.

a) ¿Cuál es la altura del edificio?

b) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al piso?

3.6 Un tema especial (para aprender más)

Galileo Galilei

❖ **Galileo, de la Medicina a la Física.** El gran físico y astrónomo italiano Galileo Galilei, nació en Pisa en 1564 y era hijo de una familia pobre de la nobleza de Florencia. A los 17 años el joven Galileo fue encaminado por su padre hacia el estudio de la medicina, por tratarse de una profesión lucrativa. Pero la carrera médica no fue muy atractiva para Galileo, y su espíritu inquieto lo hizo interesarse en otros tipos de problemas.

Cuéntase que cierta vez, mientras observaba despreocupadamente las oscilaciones de un candelabro en la catedral de Pisa, se interesó en medir el tiempo de cada oscilación comparándolo con el número de latidos de su pulso (en esa época todavía no se inventaban los relojes ni los cronómetros). Pudo comprobar, sorprendido, que aun cuando las oscilaciones fueran cada vez menores, el tiempo de cada oscilación era siempre el mismo. Al repetir el experimento en su casa, comprobó lo anterior utilizando un

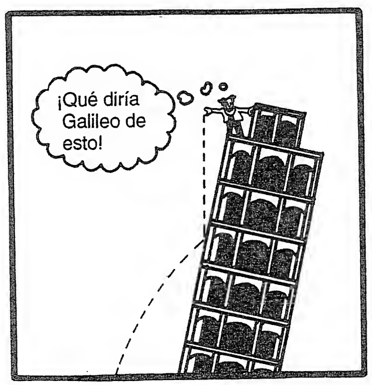


FIGURA 3-22 Galileo comprobó experimentalmente que el movimiento de un cuerpo al descender por un plano inclinado, es uniformemente acelerado. Para tener una idea de las dificultades que encontró, basta recordar que medía el tiempo con un "reloj de agua", es decir, determinaba la cantidad de este líquido que caía en un recipiente mientras el cuerpo descendía por el plano.

péndulo (una piedra atada al extremo de una cuerda), encontrando además que el tiempo de la oscilación dependía de la longitud de la cuerda. Estos descubrimientos llevaron a Galileo a proponer el uso de un péndulo de longitud patrón para medir las pulsaciones en los enfermos. El empleo de este aparato se volvió muy popular entre los médicos de la época.

Esta fue la última contribución de Galileo a la medicina, pues el estudio del péndulo y de otros dispositivos mecánicos alteraron por completo su orientación profesional. Después de cierta discusión con su padre, cambió sus planes académicos y empezó a estudiar matemáticas y ciencias.

❖ **El péndulo y la caída libre.** En sus experimentos con el péndulo, Galileo descubrió otro hecho importante: el tiempo de una oscilación

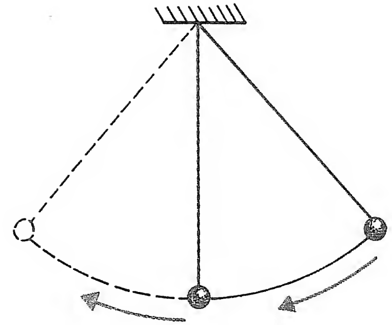


FIGURA 3-23 Galileo llegó a conclusiones acerca de la caída libre mientras observaba el movimiento de un péndulo.

no depende del peso del cuerpo suspendido del extremo de la cuerda, es decir, el tiempo de oscilación es el mismo tanto para un cuerpo ligero como para uno pesado.

Este descubrimiento llevó a Galileo a formular el razonamiento siguiente: una piedra ligera y otra pesada, al oscilar en el extremo de una cuerda, tardan lo mismo para "caer", es decir, para desplazarse desde la posición más alta a la posición más baja de la trayectoria (Fig. 3-23). Entonces, si tales piedras se soltaran en caída libre desde cierta altura, también deberán caer simultáneamente, y ambas deben tardar el mismo tiempo en llegar al suelo. Esta conclusión era contraria a las enseñanzas de Aristóteles (como vimos anteriormente), y para comprobarla, se cuenta que Galileo llevó a cabo el famoso experimento de la torre de Pisa (*véase* Sección 3.5).

Algunos historiadores dudan que Galileo haya realizado verdaderamente este experimento, pero no hay duda de que en efecto realizó diversos experimentos, observando distintos objetos en caída, así como péndulos oscilantes quizás en su propia casa. En otras palabras, Galileo basaba sus conclusiones en cuidadosos experimentos y conclusiones, aunadas a un raciocinio lógico. Este modo de proceder constituye la base del *método experimental,* que él introdujo en el estudio de los fenómenos naturales, por lo cual se le considera el precursor de la gran revolución que se llevó a cabo en el campo de la Física a partir del siglo XVII.

❖ **Descubrimientos en astronomía.** Además de sus trabajos en el campo de la mecánica, Galileo efectuó también importantes contribuciones para el desarrollo de la astronomía. Aprovechando su gran habilidad como experimentador, logró construir el primer telescopio para emplearlo en las observaciones astronómicas. Con este instrumento realizó una serie de descubrimientos, casi todos los cuales contradecían las creencias filosóficas y religiosas de la época, basadas en las enseñanzas de Aristóteles.

Entre los descubrimientos de Galileo podemos destacar:

1. Se dio cuenta de que la superficie de la Luna es rugosa e irregular, y no lisa y perfectamente esférica como se creía.

2. Descubrió que hay cuatro satélites que giran alrededor de Júpiter, contradiciendo así la idea aristotélica de que todos los astros debían girar alrededor de la Tierra. Algunos filósofos de la época se negaban a mirar a través del telescopio, para no verse obligados a admitir la realidad, y llegaron a afirmar que las observaciones eran irreales y sólo trucos ideados por Galileo.

Portada de la obra "*Diálogos sobre los Dos Grandes Sistemas del Mundo*", en la cual Galileo defiende la teoría heliocéntrica.

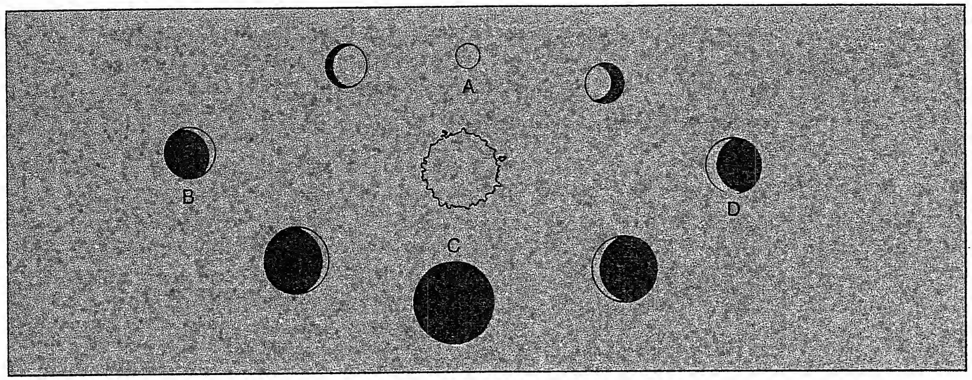


FIGURA 3-24 Las fases de Venus, vistas desde la Tierra, mientras gira en torno al Sol.

3. Comprobó que el planeta Venus presenta fases (como las de la Luna), observación que llevó a concluir que Venus gira alrededor del Sol, como aseguraba el astrónomo Copérnico en su teoría heliocéntrica (Fig. 3-24).

Con base en estos descubrimientos, Galileo procedió a defender y a divulgar la teoría de que la Tierra, así como los demás planetas, se mueven realmente alrededor del Sol. Estas ideas fueron presentadas en su obra *Diálogos Sobre los Dos Grandes Sistemas del Mundo*, publicada en 1632.

❖ **Galileo y la inquisición.** Las consecuencias del gran alboroto producido por la amplia divulgación de este libro, son bien conocidas. La obra fue condenada por la Iglesia, Galileo fue acusado de herejía, y apresado y sometido a un juicio por la Inquisición en 1633. Para evitar que fuese condenado a muerte (quemado vivo) Galileo se vio obligado a negar sus ideas mediante una "confesión", leída en voz alta ante el Santo Oficio de la Iglesia.

Con todo y eso, se le condenó por hereje y fue obligado a permanecer confinado en su casa, cerca de Florencia, impedido de abandonar aquel lugar hasta el fin de sus días. A pesar de que se encontraba casi ciego y muy enfermo, la prodigiosa actividad mental de Galileo permaneció inalterada, y en 1638, se publicaba su última obra titulada *Dos Nuevas Ciencias*, en la cual expone las bases de la Mecánica. Tres años más tarde, todavía activo y sugiriendo a los científicos de la época diversas ideas relacionadas con su trabajo, Galileo, entonces completamente ciego, moría el 8 de enero de 1642.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, conteste las siguientes preguntas, consultando el texto siempre que sea necesario.

29. *a)* ¿Cuáles son las dos ciudades italianas mencionadas en el texto de esta sección, muy relacionadas con la vida y obra de Galileo?
b) Procure localizar estas ciudades en un mapa de Italia.

30. *a)* ¿Qué descubrió Galileo del movimiento de un péndulo al observar las oscilaciones de un candelabro en la Catedral de Pisa?
b) En sus experimentos; Galileo descubrió un factor que influía en el tiempo de oscilación de un péndulo. ¿Cuál fue ese factor?

31. *a)* ¿Cuál fue el "cronómetro" que utilizó Galileo para medir el tiempo de oscilación de un péndulo?
b) ¿Con qué finalidad Galileo sugirió el uso del péndulo en Medicina?

32. *a)* Suponga que Galileo, en el experimento presentado en la Figura 3-23, haya usado inicialmente una esfera de 50 gramos de masa y que haya observado que el tiempo de oscilación de ese péndulo era de 1.5 s. Si se sustituye la esfera por otra de masa igual a 100 gramos (manteniendo el cordón con la misma longitud), el tiempo de oscilación de este nuevo péndulo, ¿sería mayor, menor o igual a 1.5 s?
b) Observaciones como las realizadas en el experimento de la pregunta (a) llevaron a Galileo a una importante conclusión acerca de la caída de los cuerpos. ¿Cuál fue esta conclusión?

33. Calcule el tiempo aproximado de los cuerpos que Galileo dejó caer, desde lo alto de la torre de Pisa, necesitaron para llegar al suelo. La altura de esa torre es de casi 45 m.

34. La Figura 3-24 muestra a Venus en diversas posiciones en su recorrido alrededor del Sol. Se sabe que el sentido de ese movimiento, en la figura, es contrario a las manecillas del reloj. Indique en cuál de las posiciones, A, B, C o D una persona en la Tierra observa:
a) Venus lleno
b) Venus nuevo
c) Venus menguante
d) Venus creciente

35. Investigue acerca de las teorías de Galileo que eran contrarias a las establecidas como dogmas en la época y que lo llevaron a ser condenado por el tribunal de la Inquisición.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. ¿En qué condiciones podemos considerar partícula a un cuerpo? Proporcione ejemplos.

2. *a)* El movimiento de un cuerpo depende del punto de referencia desde el cual es observado. Cite ejemplos que ilustren esta afirmación.
b) Describa una situación en la cual un cuerpo se encuentre en reposo para un observador, y en movimiento para otro.
c) Cuando decimos que la Tierra gira alrededor del Sol, ¿dónde suponemos situado el punto de referencia? Y, ¿cuándo decimos que el Sol gira alrededor de la Tierra?

3. Un cuerpo se desplaza en movimiento uniforme.
a) ¿Qué podemos decir acerca del valor de su velocidad v?
b) ¿Cómo es el diagrama $v \times t$?
c) ¿Cuál es la expresión que relaciona la distancia recorrida d, la velocidad v, y el tiempo de movimiento, t?
d) ¿Cómo es el diagrama $d \times t$?
e) ¿Qué representa la pendiente de esta gráfica?

4. *a)* Proporcione un ejemplo donde se muestre que la distancia recorrida por un automóvil y su posición en la carretera son dos conceptos distintos.
b) ¿Qué entiende usted cuando alguien le dice que la velocidad de un automóvil es negativa?

5. En un movimiento variado:
a) ¿En qué condición el cociente $\Delta d/\Delta t$ proporciona el valor de la velocidad instantánea?
b) ¿Cómo se obtiene en el diagrama $d \times t$ el valor de la velocidad en un instante dado?

6. En un movimiento cualquiera:
a) ¿Cómo se define la velocidad media de un cuerpo en cierto recorrido?
b) ¿Cómo podemos calcular por medio del gráfico $v \times t$ la distancia recorrida por el cuerpo?

7. *a)* Un cuerpo en movimiento rectilíneo tiene una velocidad v_1 en el instante t_1, y una velocidad v_2 en el instante t_2. ¿Cómo se calcula la aceleración de este cuerpo?
b) Explique qué se entiende por *movimiento acelerado* y por *movimiento retardado*. ¿Cuál es el signo de la aceleración en cada caso?

8. Complete la tabla siguiente con las ecuaciones establecidas en este capítulo para calcular las

magnitudes indicadas. En caso de que alguna sea nula o constante, indíquelo.

Movimiento rectilíneo uniforme	Movimiento rectilíneo uniformemente variado
a = v = d =	a = v = v^2 = d =

9. Haga un dibujo donde se observe el aspecto del gráfico $v \times t$ para un movimiento rectilíneo, con velocidad inicial v_0, suponiendo que sea:
   a) Uniformemente acelerado
   b) Uniformemente retardado

10. *a*) Elabore un resumen de cuanto se expresó en la Sección 3.5 en relación con las ideas de Aristóteles y Galileo acerca de la caída de los cuerpos.
    b) En la tabla que completó en la Pregunta 8 (de este repaso), ¿cuáles ecuaciones se aplican al movimiento de caída libre? ¿Cuál es; en este caso, el valor de *a*?

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Deje caer simultáneamente, de una misma altura, dos hojas de cuaderno (iguales). Observe que, en la caída, oscilan levemente debido a la resistencia del aire. ¿Llegan, aproximadamente, juntas al suelo?
2. Amase una de las hojas hasta que forme una bola. ¿Altera este procedimiento el peso de la hoja?

Déjela caer simultáneamente con la hoja no amasada, desde una misma altura. ¿Llegan juntas al suelo? ¿Por qué razón las caídas en los puntos 1 y 2 son diferentes?

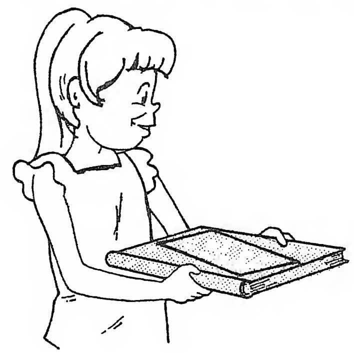
SEGUNDO EXPERIMENTO

Podrá comprobar fácilmente que son correctas las ideas de Galileo en relación con la caída de los cuerpos, si realiza el experimento siguiente:

1. Deje caer, simultáneamente y de una misma altura, un libro pesado y una hoja de papel. Observe la caída de ambos y vea cuál llega primero al suelo.

2. Ponga el libro, como se muestra en la figura, con la hoja de papel encima. Suelte el libro y observe la caída. ¿Cayeron juntos conforme a las afirmaciones de Galileo? Explique por qué esto no sucede cuando los objetos caían cada cual por su lado.

3. Repita el experimento, pero ahora utilice un pedazo de unicel y una lata vacía (el unicel debe caber, con holgura, en la lata). Deje caer ambos, primero por separado y, después con el unicel dentro de la lata.



Segundo Experimento

TERCER EXPERIMENTO

Aborde un automóvil llevando un reloj con segundero (o bien, un cronómetro), y pida que un compañero lo ayude en las observaciones. Consiga una superficie recta y horizontal para realizar el experimento.

1. Pida al conductor que "arranque" lo más rápidamente posible, sin cambiar la marcha. Anote la velocidad máxima que el auto logra alcanzar y el tiempo necesario para obtenerla.

2. Cuando el auto se desplace a una velocidad determinada, diga al conductor que retire el pie del acelerador, y mida el tiempo transcurrido hasta que la velocidad se reduzca a la mitad del valor inicial.

3. Cuando el auto se traslade a cierta velocidad, pida al conductor que frene hasta pararlo, lo más

rápidamente posible. Anote la velocidad inicial y el tiempo necesario para hacer que el auto se detenga.

Empleando sus anotaciones determine:

a) El valor de la velocidad máxima alcanzada en el arranque, en m/s (recuerde que 1 m/s = 3.6 km/h).

b) El valor de la aceleración del auto durante el arranque, en m/s^2. Este valor, ¿es mayor o menor que la aceleración de la gravedad?

c) El valor de la aceleración (en m/s^2) del movimiento retardado del auto, cuando el conductor retiró el pie del acelerador.

d) El valor de la aceleración (en m/s^2) durante el frenado del auto. El valor absoluto de esta cantidad ¿es mayor, menor o igual que el valor de la aceleración en el arranque?

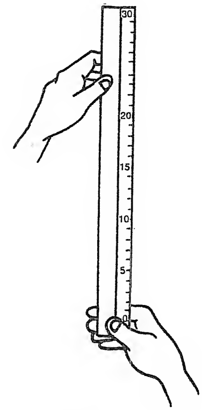
CUARTO EXPERIMENTO

Usted puede medir el tiempo de reacción de un compañero, con relativa facilidad, si realiza el siguiente experimento:

1. Mantenga una regla (de casi 30 cm) sostenida verticalmente, tomándola entre sus dedos por el extremo superior, de modo que el *cero* de la regla esté en el extremo inferior (*véase* figura).

2. Pida a su compañero que coloque los dedos de su mano cerca del cero de la regla, sin tocarla, pero preparado para detenerla cuando vea que usted soltó la regla, dejándola caer.

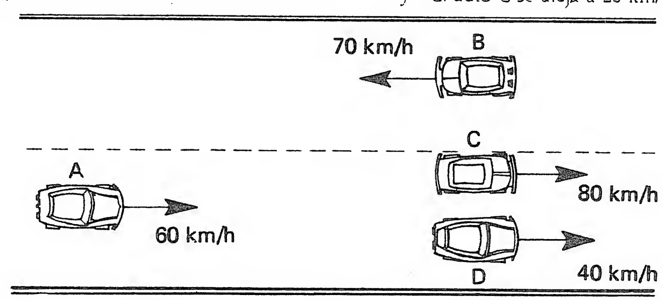
3. Sin aviso, suelte la regla. Su compañero debe tratar de detenerla lo más rápido posible. Si observa la posición donde logró sujetarla, usted tendrá la distancia que ésta recorrió durante la caída, y que corresponda al tiempo de reacción de su compañero. Utilizando esa medida y sus conocimientos de caída libre, determine el tiempo de reacción del compañero. Compare el resultado con los tiempos de reacción de otros compañeros.



Cuarto Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Los autos *A*, *B*, *C* y *D*, en un instante dado, se desplazan sobre una carretera recta y plana, con velocidad y posición indicadas en la figura de este problema. Para el conductor del auto *A* (observador en *A*), ¿cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?
   a) El auto *B* se aproxima a 130 km/h.
   b) El auto *D* se aleja a 20 km/h.
   c) El auto *B* se aproxima a 10 km/h.
   d) El auto *D* se aleja a 100 km/h.
   e) El auto *D* se aproxima a 20 km/h.
   f) El auto *C* se aleja a 20 km/h.



Problema 1

2. La velocidad de las embarcaciones generalmente se mide con una unidad denominada *nudo,* cuyo valor es de aproximadamente 1.8 km/h. ¿Qué distancia recorrería una embarcación si desarrollara una velocidad constante de 20 nudos, durante 10 horas?

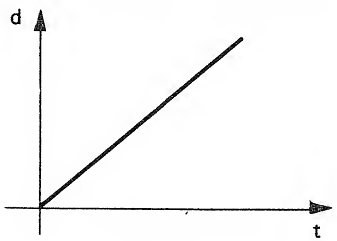
3. Un tren, cuya longitud es de 100 m, y que se desplaza con una velocidad constante de 15 m/s, debe atravesar un túnel de 200 m de largo. En un instante determinado, el tren está entrando en el túnel. ¿Después de cuánto tiempo habrá salido completamente?

4. Suponga que una persona le informa que un automóvil se desplaza por una carretera, de tal modo que la distancia d que recorre está dada, en función del tiempo t, por la ecuación

$$d = 60\ t, \text{ con } t \text{ en horas y } d \text{ en km.}$$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son conclusiones correctas que usted podrá deducir a partir de esta información?
a) El movimiento es rectilíneo.
b) La velocidad del automóvil es v = 60 km/h.
c) La distancia d es directamente proporcional al tiempo t.
d) La velocidad v del auto es directamente proporcional al tiempo t.
e) El diagrama $d \times t$ consiste en una recta que pasa por el origen.

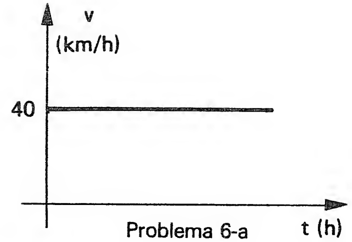
5. El gráfico $d \times t$ de la figura de este problema se refiere al movimiento de cierto cuerpo.
a) ¿Podemos afirmar que el movimiento es uniforme?
b) ¿Es posible decir que es rectilíneo?



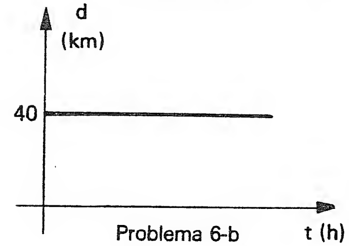
Problema 5

6. Observe la figura de este problema y diga cuál es la velocidad del cuerpo:
a) En el caso representado en el gráfico (a).
b) En el caso representado en el gráfico (b).

7. El movimiento de un auto en una carretera se representa en la figura de este problema. Entre



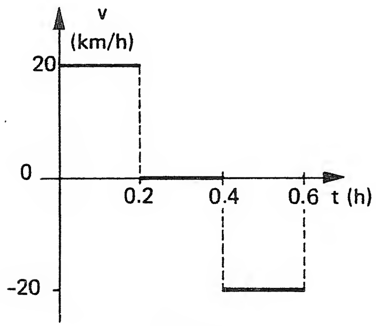
Problema 6-a



Problema 6-b

Problema 6

las afirmaciones siguientes, relativas al movimiento, señale la que está *equivocada.*
a) De t = 0.2 h a t = 0.4 h, el auto permanece parado.
b) La distancia total recorrida por el vehículo fue de 8.0 km.
c) En el instante t = 0.6 h, el auto estaba de regreso a la posición inicial.
d) El auto recorrió 4.0 km en un sentido y 4.0 km en sentido contrario.
e) En el instante t = 0 el automóvil se hallaba en el kilómetro 20 y en el instante t = 0.6 h, en el kilómetro –20.

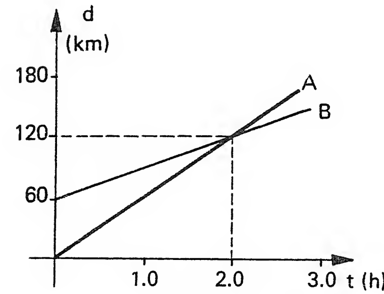


Problema 7

8. Trace la gráfica de la posición en función del tiempo ($d \times t$) para el movimiento que se describe en seguida: un automóvil parte del kilómetro cero

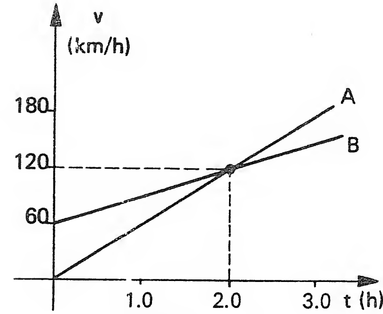
de una carretera, desarrollando 100 km/h durante 1.0 h; se detiene por completo durante 0.5 h; regresa a 50 km/h durante 1.0 h; vuelve a detenerse durante 0.5 h, y finalmente, vuelve al punto de partida a 50 km/h.

9. Dos automóviles, A y B, se van por una misma carretera. En la figura de este problema se indica en función del tiempo la posición de cada uno en relación con el comienzo de la carretera. Analice las afirmaciones siguientes, relacionadas con el movimiento de estos autos y señale las que son correctas.
a) En el instante t = 0, A se halla en el kilómetro cero y B, en el kilómetro 60.
b) Ambos autos se desplazan con un movimiento uniforme.
c) De t = 0 a t = 2.0 h, A recorrió 120 km y B, 60 km.
d) La velocidad de A es 60 km/h y la de B, 30 km/h.
e) A alcanza a B en el instante t = 2.0 h al pasar por la señal del kilómetro 120.



Problema 9

10. Los autos A y B van por una misma carretera de acuerdo con el gráfico de la figura de este problema. En t = 0, ambos se encuentran en el kilómetro



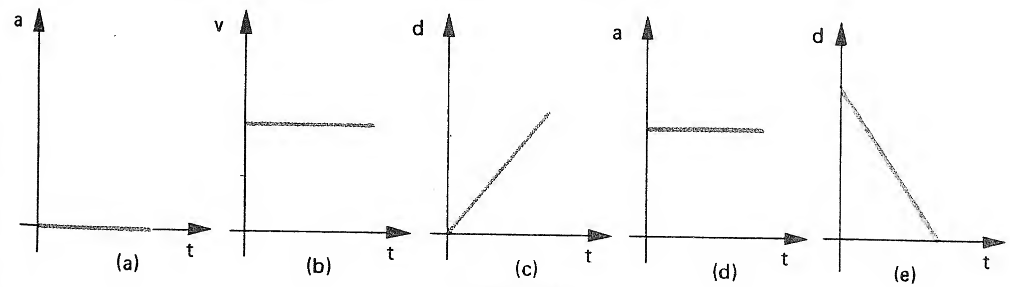
Problema 10

cero. Analice las afirmaciones siguientes relacionadas con el movimiento de tales automóviles y señale las que son correctas.
a) En t = 0, tenemos que v_A = 0 y v_B = 60 km/h.
b) Ambos autos se deplazan con un movimiento uniformemente acelerado.
c) De t = 0 a t = 2.0 h, A recorrió 120 km, y B, 180 km.
d) A y B tienen velocidades constantes, siendo v_A = 60 km/h, y v_B = 30 km/h.
e) A alcanza a B cuando t = 2.0 h.

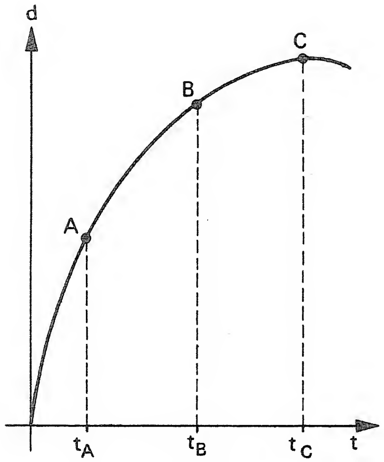
11. Analice los diagramas siguientes e indique el que no puede corresponder a un movimiento rectilíneo uniforme.

12. En la figura de este problema se tiene el diagrama posición-tiempo para un cuerpo con movimiento variado.
a) ¿La velocidad del cuerpo en el instante t_A es mayor, menor o igual que la velocidad en el instante t_B?
b) ¿Cuál es su velocidad en el instante t_C?

13. Un auto inicia un viaje desarrollando 30 km/h, y mantiene esta velocidad durante 4.0 h. Luego alcanza la de 80 km/h, viajando a esta velocidad durante 1.0 h.



Problema 11



Problema 12

a) Calcule la velocidad media del auto en el recorrido total.
b) Un estudiante calculó la velocidad media del auto como el promedio aritmético de las dos velocidades alcanzadas. ¿Fue correcto su cálculo?

14. Un cuerpo cuya aceleración es nula, ¿puede estar en movimiento? Justifique su respuesta.

15. La tabla siguiente proporciona para varios instantes, los valores de la velocidad de un cuerpo que se desplaza en línea recta.

t (s)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
v (m/s)	5.0	8.0	11.0	14.0	17.0

a) ¿De qué tipo es el movimiento del cuerpo?
b) ¿Cuál es el valor de su aceleración?
c) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en el instante $t = 0$ (velocidad inicial)?
d) ¿Cuál es la distancia que recorre el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 4.0$ s?

16. La figura de este problema muestra una pista horizontal donde se probó un automóvil. Al desplazarse, el auto deja caer sobre la pista a intervalos de 1 s, gotas de aceite que determinan los espacios *A*, *B*, *C*, etc., que se observan en la figura. Sabiendo que el auto se desplaza de *A* hacia *L* indique:
a) El tramo en que desarrolló la mayor velocidad.
b) El espacio en el cual desarrolló la menor velocidad.
c) Los tramos en los cuales aceleró su movimiento.
d) El tramo donde se retardó o desaceleró el movimiento del auto.
e) El espacio en el cual su desplazamiento fue uniforme.

17. Un auto se mueve con una velocidad de 15 m/s cuando el conductor aplica los frenos. El movimiento pasa a ser uniformemente retardado, haciendo que el auto se detenga totalmente en 3.0 s.
a) Calcule la desaceleración que los frenos imprimen al auto.
b) Trace el diagrama $v \times t$ durante el tiempo de frenado.

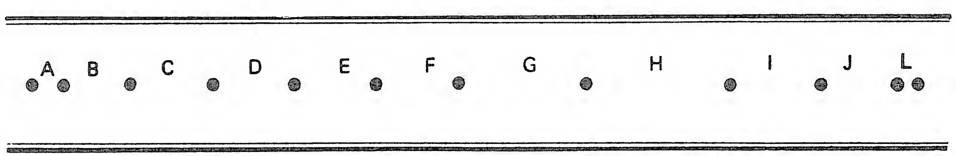
18. En el problema anterior calcule la distancia que el automóvil recorre durante el frenado:
a) A partir del área bajo la gráfica $v \times t$.
b) Empleando la ecuación $d = v_0t + (1/2)at^2$. Compare este resultado con el que obtuvo en (a).

19. Una persona le proporciona la siguiente ecuación del movimiento de un cuerpo que se desplaza en línea recta:

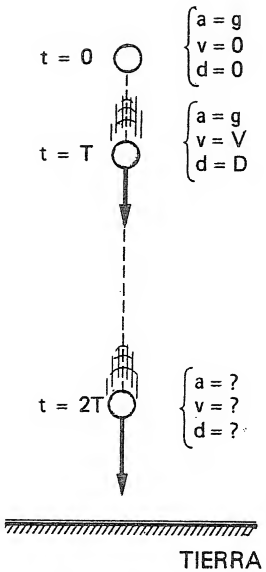
$$d = 6.0t + 2.5t^2 \ (t \text{ en s y } d \text{ en m}).$$

Con base en esta información, determine:
a) El tipo de movimiento del cuerpo.
b) La velocidad inicial del mismo.
c) La aceleración del movimiento.

20. La figura de este problema muestra un cuerpo en caída libre, el cual partió del reposo desde poca altura en relación con la superficie de la Tierra. Observe, en el instante $t = T$, los valores de *a*, *v* y *d* para dicho cuerpo. Con base en estos datos, determine los valores de *a*, *v* y *d* en el instante $t = 2T$.



Problema 16



Problema 20

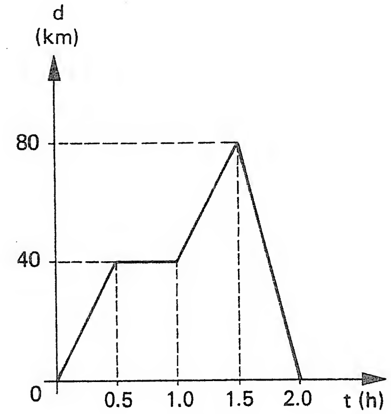
21. El movimiento de caída de un cuerpo, cerca de la superficie de un astro cualquiera, es uniformemente variado, como sucede en la Tierra. Un habitante de un planeta *X*, que desea medir el valor de la aceleración de la gravedad en este planeta, deja caer un cuerpo desde una altura de 64 m, y observa que tardó 4.0 s en llegar al suelo.
a) ¿Cuál es el valor de *g* en el planeta *X*?
b) ¿Cuál es la velocidad a la cual llegó hasta el suelo el cuerpo soltado?

22. Un astronauta, en la Luna, arrojó un objeto verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 8.0 m/s. El objeto tardó 5.0 s para alcanzar el punto más alto de su trayectoria. Con estos datos calcule:
a) El valor de la aceleración de la gravedad lunar.
b) La altura que alcanzó el objeto.

23. Suponga que un objeto fuese lanzado verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra, con la misma velocidad inicial del problema anterior. Calcule la altura que alcanzaría y compárela con la altura alcanzada en la Luna.

24. Para el caso descrito en el Problema 22, determine:
a) La velocidad con que el objeto regresa a la mano del lanzador.
b) Cuánto tiempo permaneció el objeto fuera de las manos del mismo.

25. La posición, *d*, de un automóvil en una carretera, varía con el tiempo *t* de acuerdo con el gráfico de la figura de este problema.
a) Describa el movimiento del auto.
b) Trace el diagrama $v \times t$ para este movimiento.

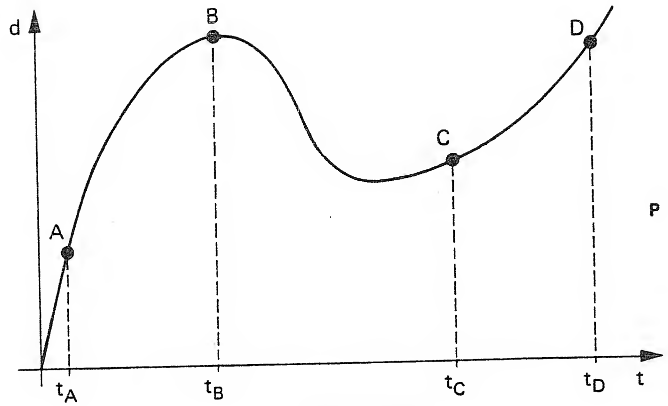


Problema 25

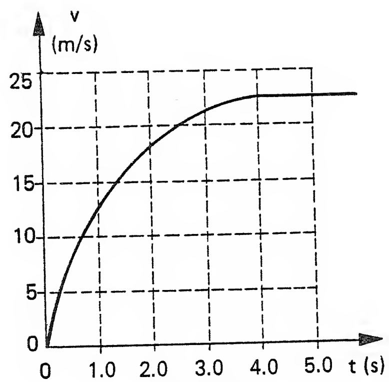
26. Una partícula se desplaza a lo largo de una recta. Su posición, *d*, en relación con un punto *O* de la recta, varía en el tiempo de acuerdo con el gráfico de la figura de este problema. Considerando los instantes t_A, t_B, t_C y t_D:
a) ¿Para cuál de ellos, la partícula se halla más cercana a 0? ¿Y más lejos?
b) Coloque en orden creciente los valores de la velocidad de la partícula en dichos instantes.

27. La figura de este problema es un gráfico $v \times t$ para un automóvil al arrancar desde frente a un semáforo, cuando se enciende la luz verde.
a) ¿Cuál es la distancia equivalente al área de cada cuadrado de la cuadrícula?
b) Calcule la distancia que recorrió el auto hasta el instante $t = 5.0$ s, mediante la estimación del área del cuadriculado bajo la gráfica.
c) ¿Cuál fue la velocidad media del vehículo en el intervalo de $t = 0$ a $t = 5.0$ s?

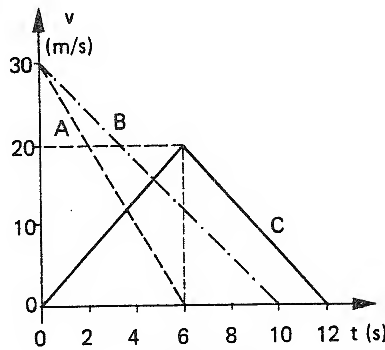
28. Los movimientos de tres autos *A*, *B* y *C*, en una calle, están representados en el diagrama $v \times t$ de la figura de este problema. En el instante $t = 0$, los tres coches se hallan uno al lado del otro, a una distancia de 140 m de una señal que dice que "No hay paso".
a) Describa el movimiento de cada auto.
b) Empleando el gráfico, verifique si alguno de ellos rebasó la señal.



Problema 26



Problema 27



Problema 28

29. Luisa, la chica enamorada de Supermán en esta historieta, es empujada desde lo alto de un edificio de 180 m de altura y desciende en caída libre (con $v_0 = 0$). Supermán llega a lo alto del edificio a los 4.0 s después del inicio de la caída de Luisa y se lanza, con velocidad constante, para salvarla. ¿Cuál es el mínimo valor de la velocidad que Supermán debe desarrollar para alcanzar a su admiradora antes de que choque contra el suelo? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

30. *a*) El astronauta Scott, de la nave Apolo 15 que llegó a la superficie de la Luna, dejó caer desde una misma altura, una pluma y un martillo, y al comprobar que los objetos llegaron juntos al suelo exclamó: "¡Vaya que Galileo tenía razón!". ¿Cómo explicaría usted el hecho de que ambos objetos cayeran simultáneamente? ¿Por qué, por lo general, en la Tierra una pluma cae con más lentitud que un martillo?

b) Un diario de la época, al comentar el hecho, aseguraba: "La experiencia del astronauta muestra la gran diferencia entre los valores de la aceleración gravitatoria en la Tierra y en la Luna" Haga una crítica a este comentario.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

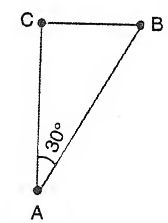
1. Suponga que un compañero, no muy hábil en Física, al ver a sus compañeros ya sentados en sus lugares, haya comenzado a recordar sus conceptos de movimiento, antes del inicio de esta prueba. De las afirmaciones siguientes, formuladas "precipitadamente" en la mente de su compañero, la *única* correcta es:
a) Estoy en reposo en relación con mis compañeros, pero todos nosotros estamos en movimiento en relación con la Tierra.
b) Como no hay reposo absoluto, ninguno de nosotros está en reposo, en relación con ningún punto de referencia.
c) También para el inspector, que no deja de andar, sería posible encontrar un punto de referencia en relación con el cual él estuviera en reposo.
d) La trayectoria descrita por este mosquito, que no deja de molestarme, tiene una forma complicada, cualquiera que sea el punto de referencia desde el cual se observe.
e) La velocidad de todos los estudiantes que yo observo ahora, sentados en sus respectivos lugares, es nula para cualquier observador humano.

2. Dos autos, *A* y *B*, avanzan en el mismo sentido, en línea recta, uno al lado del otro, ambos a 80 km/h. *En relación con el conductor del auto A*, podemos afirmar que el auto *B*:
a) Está detenido.
b) Está con $v = 60$ km/h.
c) Está con $v = 80$ km/h.
d) Está con $v = 160$ km/h.
e) Está avanzando en reversa.

3. Dos autos pasan por una calle, separados 50 m, a una velocidad constante de 15 m/s. Un tercer auto pasa por la misma calle, en el mismo sentido que los dos primeros, a una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es el intervalo que separa a los dos rebases del tercer auto por el primero y el segundo, respectivamente?
a) 20 s
b) 20/7 s
c) 40 s
d) 10 s
e) 10/7 s

4. Una calle *EF* es recta y mide 4.0 km de longitud. Un auto *A*, con velocidad constante de módulo 20 m/s, parte del extremo *E* para ir al extremo *F* y otro auto, *B*, con velocidad constante de módulo 25 m/s, parte de *F* para ir a *E*, 20 s después de la partida de *A*. En relación con este enunciado, podemos afirmar que los autos *A* y *B* se cruzan:
a) 44 s después de la partida de *A*, en un punto más cercano al extremo E.
b) 80 s después de la partida de *B*, en el punto medio de la calle *EF*.
c) 100 s después de la partida de *B*, en un punto más cercano al extremo *E*.
d) 100 s después de la partida de *A*, en un punto más cercano al extremo *F*.
e) 89 s después de la partida de *A*.

5. Un avión se dirige de *B* a *C*. Una persona en *A* oye el ruido que el avión emite en *B* justo cuando el avión está en *C*. En estas condiciones, si la velocidad del sonido vale 340 m/s, la velocidad del avión será:
a) 170 m/s
b) 340 m/s
c) 680 m/s
d) ninguna de las anteriores



Pregunta 5

6. Dos trenes, uno de 120 m de longitud y otro de 90 m, avanzan en sentidos contrarios en vías rectas y paralelas a velocidades de módulos constantes e iguales a 20 m/s y 10 m/s, respectivamente. El tiempo necesario para que un tren pase totalmente al otro es:
a) 21 s
b) 9.0 s
c) 7.0 s
d) 6.0 s
e) 4.0 s

7. Un automóvil recorre la calle *ABC* que se muestra en la figura de la siguiente manera: tramo *AB* = velocidad media de 60 km/h durante 2 horas; tramo *BC* = velocidad media de 90 km/h durante 1 hora. La velocidad media del automóvil en el recorrido *AC* será:
a) 75 km/h
b) 70 km/h
c) 65 km/h
d) ninguna de las anteriores

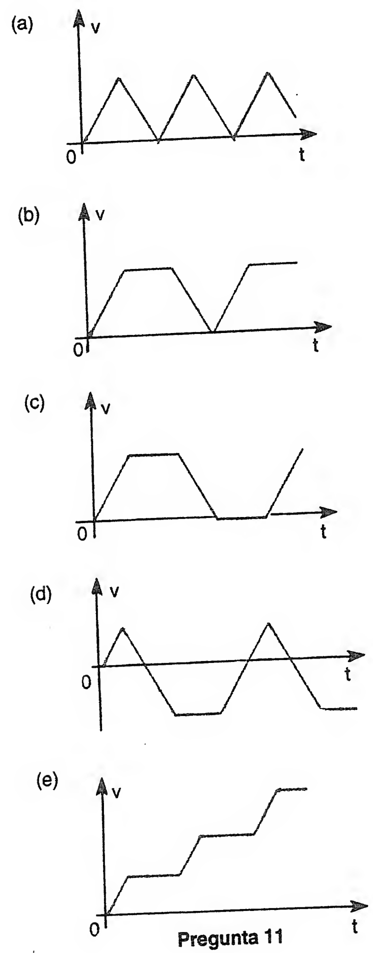
Pregunta 7

8. Un tren de juguete avanza con velocidad constante de 3 m/s durante 20 s. Después de detenerse en la estación durante 10 s, continúa su recorrido 30 s más, a una velocidad constante de 2 m/s. Su velocidad media durante todo el recorrido fue de:
a) 2.5 m/s
b) 2.0 m/s
c) 3.4 m/s
d) 3.0 m/s
e) 5.0 m/s

9. Una patrulla de caminos mide el tiempo que cada vehículo necesita para recorrer 400 m de carretera. Un automóvil recorre la primera mitad del trecho a una velocidad de 140 km/h. Si la velocidad permitida es de 80 km/h, ¿cuál debe ser la mayor velocidad media del auto en la segunda mitad del tramo, para evitar que lo multen?
a) 20 km/h
b) 48 km/h
c) 56 km/h
d) 60 km/h
e) 80 km/h

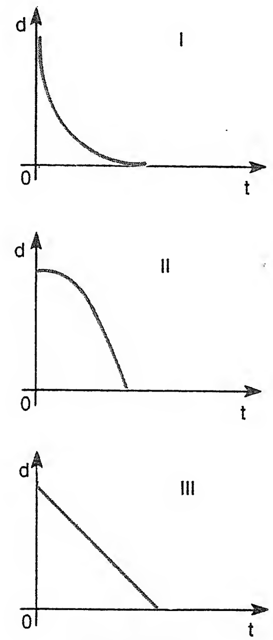
10. Durante una campaña, un candidato que reside en *M*, debe ir a la ciudad *N* a realizar un trabajo y regresar a *M*. El reglamento le permite una alternativa: ir a una velocidad media de 60 km/h y regresar a una media de 40 km/h o ir y regresar a la misma media de 50 km/h.
Para ir y regresar más rápido, el candidato:
a) Podrá escoger cualquiera de las opciones, porque la velocidad media en ambas será la misma.
b) Debe saber con exactitud la distancia entre las dos ciudades, porque solamente después de obtener este dato estará en condiciones de saber cuál es el plan más rápido.
c) Debe estudiar bien los diversos tramos de carretera por recorrer a una velocidad media en tiempos variables. Esto depende de la habilidad del conductor.
d) Deberá optar por la primera opción.
e) Deberá optar por la segunda opción.

11. ¿Cuál de los gráficos siguientes representa mejor la velocidad *v*, en función del tiempo *t*, de un convoy del Metro en recorrido normal que se detiene en varias estaciones?



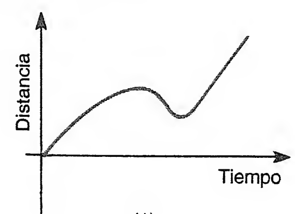
Pregunta 11

12. Los gráficos que se incluyen a continuación se refieren a las distancias recorridas por tres vehículos a medida que el tiempo pasa. Podemos afirmar que la magnitud de la velocidad disminuye en:
a) I
b) II
c) III
d) I, II y III
e) Ninguno de los movimientos

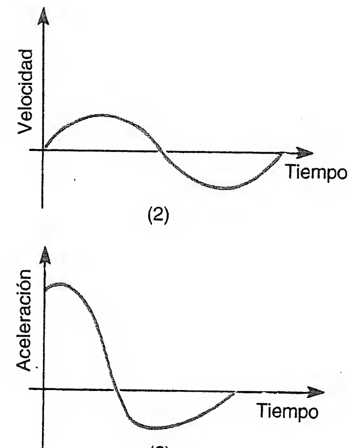


Pregunta 12

13. Al observar el movimiento de un cuerpo que se desplaza siempre en una misma dirección y un mismo sentido, un alumno trazó los siguientes gráficos. ¿Cuál de ellos puede representar correctamente el movimiento mencionado?
a) Solamente el gráfico 1.
b) Solamente el gráfico 2.
c) Solamente el gráfico 3.
d) Solamente los gráficos 2 y 3.
e) Todos los gráficos.



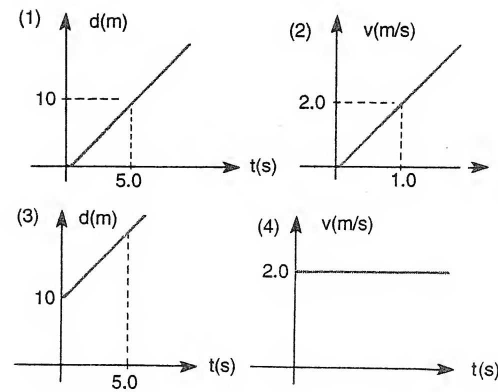
(1)



(2) (3)

14. Un vehículo parte del reposo en movimiento rectilíneo y acelera 2 m/s^2. Podemos decir que su velocidad y la distancia recorrida después de 3 segundos, valen, respectivamente:
a) 6 m/s y 9 m
b) 6 m/s y 18 m
c) 3 m/s y 12 m
d) 12 m/s y 36 m
e) 2 m/s y 12 m

15. Dos gráficos *distancia* × *tiempo* y *velocidad* × *tiempo* incluidos a continuación, son los que representan un mismo movimiento rectilíneo:



a) 1 y 4
b) 3 y 2
c) 3 y 4
d) 1 y 3
e) 1 y 2

16. Dos esferas, E_1 y E_2, de radio 0.10 m cada una y de pesos P_1 y P_2, se dejan caer de una altura de 3 m, en el mismo lugar y al mismo tiempo. Se puede afirmar que (si se desprecia la resistencia del aire):

a) E_1 y E_2 llegarán juntas al suelo solamente si $P_1 = P_2$.
b) Si P_1 fuera mayor que P_2, E_1 llegará primero al suelo que E_2.
c) E_1 y E_2 llegarán juntas al suelo, a pesar de que sus pesos son diferentes.
d) La esfera que tuviera mayor densidad llegará primero al suelo.
e) Si P_1 fuera mayor que P_2, E_2 llegará primero al suelo.

17. El gato puede salir ileso de muchas caídas. Suponga que la mayor velocidad con la cual él puede llegar al suelo sin golpearse sea de 8 m/s. Entonces, si desprecia la resistencia del aire, la altura máxima de caída, para que el gato no se lastime, debe ser:

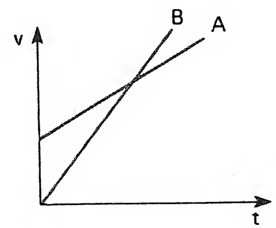
a) 3.2 m *c*) 10 m *e*) 4 m
b) 6.4 m *d*) 8 m

18. Suponga que un atleta esté entrenando salto con garrocha. Si parte de reposo, él recorre cierta distancia, al final de la cual su velocidad vale 10 m/s. Si en ese momento salta, la altura máxima que puede alcanzar por lo menos teóricamente, debe ser:

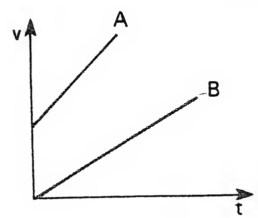
a) 2.0 m *c*) 5.0 m *e*) 7.0 m
b) 3.5 m *d*) 6.5 m

19. Dos cuerpos parten en caída libre en el mismo instante. Al cuerpo *A* se le aplica una velocidad inicial hacia abajo, mientras que *B* parte de reposo. Si *A* pesa más que *B*, tenemos el siguiente gráfico *velocidad* × *tiempo*:

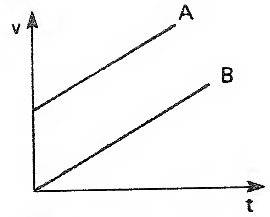
(a)



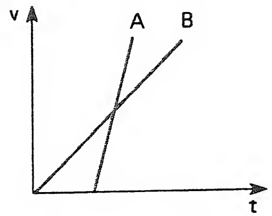
(b)



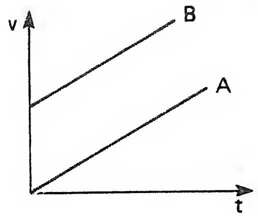
(c)



(d)



(e)



20. Un nino está en un puente, sobre una vía, y observa que el tren se aproxima con velocidad constante. Cuando el tren está a 30 m del puente, él deja caer una piedra que llega al suelo a 4 m frente al tren. La altura del puente es de 20 m y $g = 10$ m/s^2. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que son correctas:

I. El tiempo de caída de la piedra es 2 s.
II. La velocidad final de la piedra es 20 m/s.
III. La velocidad del tren es 13 m/s.

21. Se arroja una piedra verticalmente hacia arriba, en el vacío, en donde la aceleración de gravedad es $g = 9.8$ m/s^2. En el punto más alto de la trayectoria la velocidad es nula. En este punto, la aceleración de la piedra es:

a) También nula.
b) Vertical hacia arriba y vale 9.8 m/s^2.
c) Vertical hacia abajo y vale 9.8 m/s^2.
d) Vertical hacia abajo y mayor que 9.8 m/s^2.
e) Vertical hacia abajo y menor que 9.8 m/s^2.

22. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba, a partir de la superficie de la Tierra, con una velocidad inicial $v_0 = 20$ m/s. Si se desprecia la resistencia del aire y se considera $g = 10$ m/s^2, se llega a la conclusión de que el tiempo total que el cuerpo permanece en el aire es:

a) 1.0 s *c*) 4.0 *e*) 20 s
b) 2.0 s *d*) 10 s

23. En la pregunta anterior, el cuerpo alcanzó una altura máxima igual a:

a) 40 m
b) 80 m
c) 10 m
d) 5 m
e) 20 m

24. En un experimento se verificó que la velocidad inicial necesaria para que un cuerpo alcance la altura *H*, cuando es lanzado verticalmente hacia arriba, era igual a v_0. Si el mismo cuerpo fuera lanzado con una velocidad inicial igual a $2v_0$, su velocidad al alcanzar la altura *H* (despreciada la resistencia del aire) será:

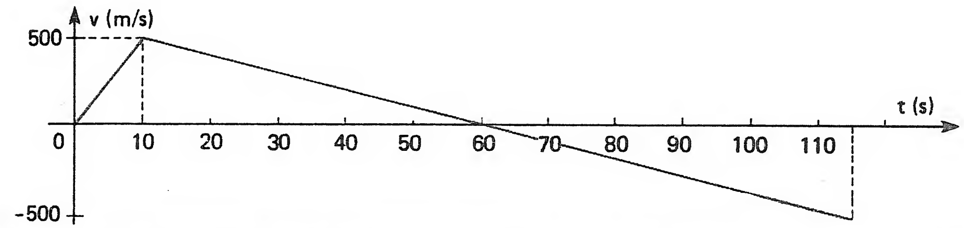
a) v_0
b) $v_0/2$
c) $v_0/4$
d) $v_0 \cdot \sqrt{3}$
e) $v_0/3$

25. Desde lo alto de una torre se deja caer un cuerpo *A* y, 2.0 s después, se deja caer otro cuerpo, *B*. Se desprecia la resistencia del aire y así se puede afirmar que la distancia entre los dos cuerpos:

a) Permanecerá constante durante la caída de ambos.
b) Disminuirá si *B* pesara más que *A*.
c) Disminuirá aunque *A* y *B* pesen lo mismo.
d) Aumentará continuamente, sin importar los pesos de *A* y *B*.
e) Sólo aumentará si *A* pesara más que *B*.

26. El diagrama de abajo representa, aproximadamente, la velocidad de un pequeño cohete, lanzado verticalmente hacia arriba. Acerca de su movimiento podemos afirmar, excepto:

a) Durante los 10 s iniciales del movimiento, su aceleración es constante e igual a 50 m/s^2.
b) La altura máxima que alcanza es de 1.50 × 10^4 m.
c) El cohete comienza a descender después de 10 s.
d) Durante todo el tiempo que el cohete permanece en el aire, los movimientos que describe son uniformemente variados.
e) La aceleración del cohete, después de 10 s del inicio del movimiento, se mantiene constante y con magnitud igual a 10 m/s^2, porque éste es el valor aproximado de la aceleración de la gravedad.



PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

(En la solución de estos problemas considere $g = 10$ m/s^2.)

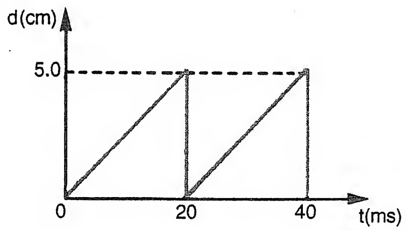
1. Un sonar, instalado en un navío, está a una altura de 6.8 m arriba de la superficie del agua. En determinado momento, emite un ultrasonido que, reflejado en el fondo del mar, regresa al aparato 1.0 s después de su emisión. Se sabe que el ultrasonido se propaga con velocidad constante en un medio dado y que, en el aire, esta velocidad vale 340 m/s, mientras que en el agua vale 1.40 × 10^3 m/s. Determine la profundidad local del mar.

2. Dos carreteras rectilíneas se cortan en ángulo recto. Dos autos, *A* y *B*, parten simultáneamente de ese punto de encuentro, cada uno en una carretera y avanzan a velocidades constantes v_A = 15 m/s y v_B = 20 m/s. ¿Después de cuánto tiempo la distancia entre *A* y *B* será igual a 250 m?

3. Un observador *A*, dentro de un vagón que avanza horizontalmente en línea recta con velocidad constante de 10 m/s, lanza hacia arriba una esfera que sube verticalmente en relación con él. Un observador *B*, en el suelo, en reposo en relación

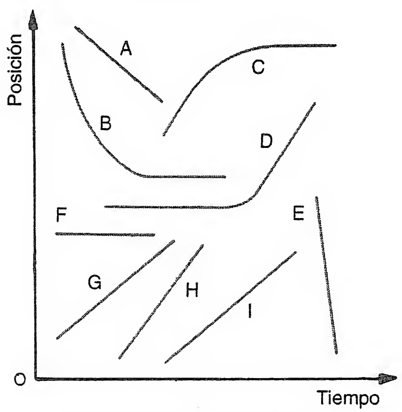
con la Tierra ve pasar al vagón. Sean v_A y v_B, respectivamente, los valores de la velocidad de la esfera, en relación con cada observador, en el momento en que la esfera alcanza el punto más alto de su trayectoria. ¿Cuáles son los valores de v_A y de v_B?

4. La señal luminosa en la pantalla de un osciloscopio describe un segmento de recta horizontal, de 5.0 cm de longitud, a partir del punto 0, situado a la izquierda del segmento. El gráfico *posición* × *tiempo* de ese movimiento está representado en la figura de este problema.
   a) ¿Qué tipo de movimiento o señal luminosa describe entre 0 y 20 ms? (1ms = 10^{-3}s)
   b) ¿Cuál es, en cm/s, la magnitud de la velocidad de la señal?
   c) ¿Cuál es la posición de la señal en el momento t = 4 ms?
   d) ¿Qué acontece con la señal después del momento t = 20 ms?
   e) ¿Cuál es la posición de la señal en el instante t = 30 ms?



Problema Complementario 4

5. La figura de este problema muestra el gráfico *posición* × *tiempo* para varios automóviles que avanzan a lo largo de una carretera. Las posiciones se cuentan a partir del kilómetro cero de la carretera.



Problema Complementario 5

   a) ¿Cuáles autos se apartan siempre del inicio de la carretera?
   b) ¿Cuál auto desarrolla una velocidad constante de mayor mangnitud?
   c) ¿Cuáles autos tienen la misma velocidad?
   d) ¿Cuál auto permanece detenido?
   e) ¿Cuál auto fue acelerado, a partir del reposo, y alcanzó una velocidad constante?

6. Los fabricantes de buenos automóviles anuncian que en un "arrancón" sus autos pueden alcanzar 100 km/h (a partir del reposo) en 10 s. La magnitud de aceleración de ese vehículo (se supone constante), ¿es mayor o menor que la magnitud de aceleración de la gravedad? ¿Cuántas veces?

7. Un tren expreso pasa por cierta estación a 20 m/s. La siguiente estación está a 2.0 km de distancia y el tren pasa por ella 1.0 minuto después.
   a) ¿Se modificó la velocidad del tren en el trayecto entre las estaciones? Explique.
   b) Si se modificó, ¿cuál fue la velocidad con que el tren pasó por la segunda estación? Suponga constante su aceleración durante todo el trecho.

8. Una partícula, que se desplaza en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, recorre 20 cm durante el primer segundo de su movimiento y 110 cm durante el décimo segundo. Calcule, para esa partícula:
   a) Su aceleración.
   b) Su velocidad inicial.

9. Un Boeing 747 (Jumbo), para elevarse necesita alcanzar una velocidad de 360 km/h. Se sabe que sus reactores pueden imprimirle, en tierra, una aceleración máxima de 3.0 m/s^2. Suponiendo que el Jumbo, en la pista, se desplaza con una aceleración constante, ¿cuál debe ser la longitud mínima de la pista para que pueda despegar?

10. Un automóvil en una carretera desarrolla 120 km/h y rebasa a un camión cuando aparece en sentido contrario otro automóvil a 100 km/h. Los dos conductores frenan simultáneamente, y frenan ambos autos con una aceleración de magnitud igual a 5.0 m/s^2. ¿Cuál debe ser la distancia mínima entre los autos, al inicio de la frenada, para que no choquen entre sí?

11. Un automóvil está detenido en un alto. En el momento en que la luz verde se enciende, arranca a una aceleración constante de 2.0 m/s^2. En ese momento un autobús, que avanza a una velocidad constante de 60 km/h, lo rebasa. ¿A qué distancia de su punto de partida el auto alcanza al autobús?

12. Un conductor pasa frente a un motociclista de tránsito quien decide seguirlo porque el límite de velocidad es de 60 km/h y el auto iba a 72 km/h. El inspector, partiendo del reposo, inicia la persecución 10 s después de que pasó el auto, a una aceleración constante. Se sabe que el motociclista alcanza al conductor a 3.0 km de donde partió. Determine la velocidad del motociclista en ese momento.

13. El maquinista de un tren rápido que avanza a 30 m/s, ve en la misma vía, a una distancia de 100 m, un tren de carga que avanza a 10 m/s en el mismo sentido. Inmediatamente acciona el freno con lo que imprime al tren un movimiento uniformemente retardado de aceleración a. ¿Cuál debe ser el menor valor de la magnitud de a para que los trenes no choquen?

14. Un auto, al frenar, adquiere un movimiento uniformemente retardado, cuya aceleración tiene magnitud igual a 4.0 m/s^2. El conductor, que iba a 72 km/h, se da cuenta de un obstáculo frente a él. Aplica el freno y logra detenerse en un tramo de 60 m contados a partir del momento en que vio el obstáculo. ¿Cuál fue el tiempo de reacción del conductor?

15. Un elevador está detenido de tal manera que su piso se encuentra a una distancia de 30 m del fondo del cubo. Una persona, dentro del elevador, sostiene una naranja a 2.0 m del piso del elevador. En el momento en que éste empieza a funcionar, la persona deja caer la naranja. ¿Cuánto tiempo necesitará la naranja para llegar al piso del elevador, suponiendo que, en ese instante:
   a) El elevador empiece a subir con aceleración de 1.0 m/s^2
   b) El cable del elevador se rompa.

16. Una persona, en un globo que está detenido a una altitud de 150 m, deja caer un costal de arena y empieza a subir a una velocidad de 2.0 m/s. ¿A qué altura está el globo en el momento en que el costal de arena llega al suelo?

17. Un cohete es lanzado verticalmente hacia arriba con una aceleración constante de 8.0 m/s^2 y su combustible se acaba 5.0 s después del lanzamiento. Suponiendo despreciable la resistencia del aire, determine:
   a) La altura máxima que alcanza el cohete.
   b) ¿Cuánto tiempo después del lanzamiento el cohete regresa al punto de partida?

18. Un edificio mide 18 m de altura. Una persona, situada en la base del edificio, lanza una pelota verticalmente hacia arriba, con velocidad de 12 m/s. En el mismo momento, otra persona, en lo alto del edificio, deja caer, en la misma vertical, otra pelota. ¿A qué altura del suelo las pelotas se encontrarán?

19. Una pequeña esfera de acero se deja caer desde una altura de 5.0 m, arriba de un tanque de arena con superficie bien nivelada. Forma en la arena una depresión de 2.5 cm de profundidad. Si se supone constante la aceleración del retardamiento provocado por la arena, calcule el tiempo que la esfera necesita para detenerse.

20. Para saber la profundidad de un pozo, una persona dejó caer una piedra y 3.0 s después oyó el ruido del choque contra el fondo del pozo. Se sabe que la velocidad del sonido en el aire vale 340 m/s.
   a) Calcule el tiempo que la piedra necesitó para llegar al fondo del pozo.
   b) Determine la profundidad del pozo.
   c) ¿Cuál sería el error cometido en el cálculo de la profundidad si se despreciara el tiempo que el sonido necesita para llegar al oído de la persona? (Exprese ese error de manera porcentual.)

21. Un niño, en un puente existente sobre una calle, deja caer una piedra exactamente en el momento en que un camión empieza a pasar por abajo. El camión mide 10 m de longitud y la piedra se dejó caer de una posición 5.0 m arriba del vehículo. ¿Cuál debe ser, en km/h, la mínima velocidad del camión para que la piedra no lo golpee?

22. Una esfera metálica se deja caer desde cierta altura sobre la superficie de una piscina, llena, con 6.0 m de profundidad. Dentro del agua, la esfera se mueve con movimiento uniforme, de velocidad igual a la que tenía al llegar a la superficie de la piscina. Suponiendo que la esfera necesita 1.5 s para llegar de la superficie al fondo, determine la altura, en relación con el agua, de la cual se dejó caer la esfera.

23. Un peatón está corriendo a 6.0 m/s, que es la máxima velocidad que logra desarrollar, a fin de alcanzar un autobús que está detenido. Cuando se encuentra a 25 m del autobús, éste inicia la marcha con una aceleración constante de 1.0 m/s^2. Demuestre que el peatón no alcanzará al autobús y calcule la menor distancia del vehículo que él logra alcanzar.

24. La tabla de este problema proporciona, en varios instantes, la posición d de una bicicleta respecto al kilómetro cero de la carretera por donde va.

t (s)	d (m)
0	200
2.0	180
4.0	160
6.0	140
8.0	120
10.0	100

Problema Complementario 24

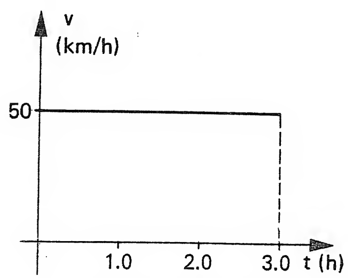
a) Escriba la ecuación que proporciona la posición d de la bicicleta en función del tiempo t.
b) Suponga que el origen del conteo de la posición se cambiara para la posición inicial de la bicicleta y que el sentido en que avanza se considerara positivo. Escriba, para ese caso, la ecuación que indica la posición d en función de t.

25. Una partícula se desplaza sobre una recta, partiendo de un punto 0 con una velocidad constante de 3 m/s. Después de 6 s, al pasar por un punto P, adquiere un movimiento uniformemente acelerado, con una aceleración de 4 m/s^2. Escriba la ecuación que proporciona la posición d de la partícula en función del tiempo t, para los siguientes casos:
a) El origen de d está en 0 y se toma $t = 0$ cuando la partícula pasa por P.
b) El origen de d está en P y se toma $t = 0$ cuando la partícula pasa por ese punto.
c) ¿En cuál de los casos considerados el valor que proporciona la posición de la partícula coincide con la distancia recorrida por ella?

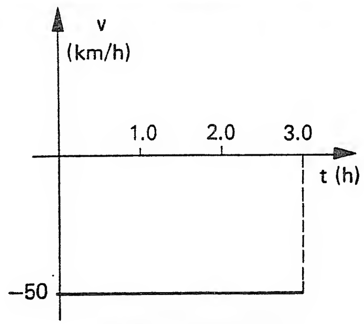
RESPUESTAS

Ejercicios

1. sí
2. *a*) no *b*) sí
3. *a*) no *b*) detenido
4. *a*) recta vertical
b) curva, como la descrita por la bomba de la Figura 3-2
5. *a*) la trayectoria es una recta
b) es constante el valor de la velocidad
6. $d = vt$
7. *a*) 27 km *b*) 2.0 m/s *c*) 500 s
8. *a*) *véase* figura
b) distancia recorrida = 150 km

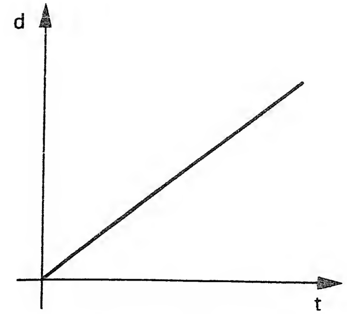


Respuesta Ejercicio 8



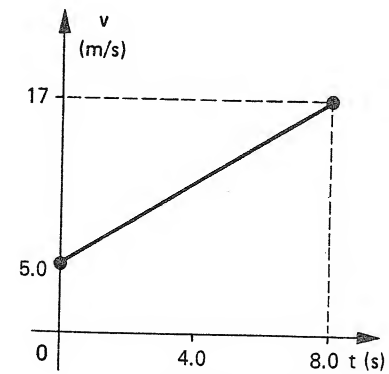
Respuesta Ejercicio 9

9. *a*) $v = -50$ km/h *b*) *véase* figura
10. *a*) expresar, v y t con la misma unidad de tiempo
b) 20 m/s *c*) 400 m
11. *a*) proporción directa
b) *véase* figura
c) el valor de la velocidad v
12. *a*) kilómetro 50 *b*) kilómetro 120
c) 70 km/h
d) kilómetro 120, durante 1.0 h
e) kilómetro cero
f) − 60 km/h
13. *a*) movimiento rectilíneo uniforme
b) movimiento rectilíneo variado
14. *a*) 5.0 m/s y 12 m/s *b*) de 5.0 m/s

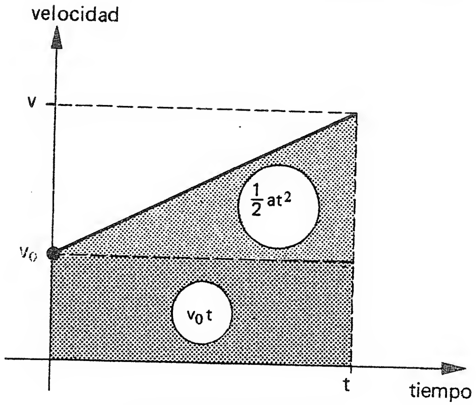


Respuesta Ejercicio 11

15. *a*) no
b) por la inclinación de la tangente al gráfico en el punto correspondiente a ese instante
c) en P_2, en t_2
16. 20 m/s
17. *a*) por el área bajo la gráfica, desde t_1 hasta t_2
b) no, la velocidad disminuye
c) 20 m
18. *a*) de $t = 0$ a $t = 3.0$ s y de $t = 5.0$ s a $t = 8.0$ s
b) de $t = 3.0$ s a $t = 5.0$ s
c) de $t = 5.0$ s a $t = 6.0$ s
d) de $t = 0$ a $t = 3.0$ s
19. *a*) $\Delta v = 6$ m/s
b) $a = \Delta v/\Delta t = 2.0$ m/s^2
c) la velocidad aumenta 2.0 m/s en cada intervalo de 1 s
20. *a*) 12 m/s *b*) 17 m/s *c*) *véase* figura
d) el valor de la aceleración
21. *a*) *véase* figura *b*) 88 m
22. *a*) $v^2 = v_0^2 + 2ad$ *b*) 8.0 m/s
23. *a*) d es proporcional a t^2
b) *véase* figura

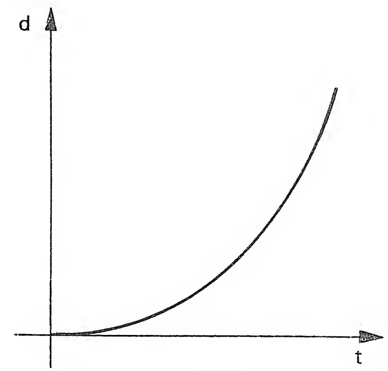


Respuesta Ejercicio 20



Respuesta Ejercicio 21

24. *a*) el libro *b*) llegan juntos
c) porque la resistencia del aire produce un efecto retardante mayor sobre la hoja de papel
25. *a*) en el vacío o en el aire, cuando la resistencia a la caída sea despreciable
b) movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
26. *a*) 9.8 m/s^2 para ambos
b) aceleración de la gravedad, g
27. *a*) aumenta 9.8 m/s en cada intervalo de 1 s
b) disminuye 9.8 m/s en cada lapso de 1 s
28. *a*) 45 m *b*) 30 m/s
29. Pisa y Florencia
30. *a*) el tiempo de oscilación *no* depende del "tamaño de la oscilación" (amplitud)
b) la longitud del péndulo
31. *a*) su pulso
b) en la medición de las pulsaciones de pacientes

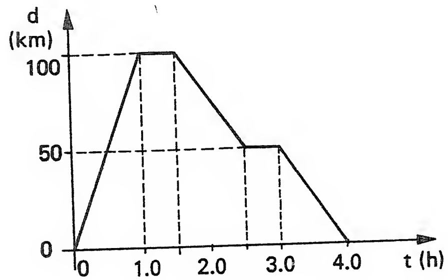


Respuesta Ejercicio 23

32. *a*) igual
b) cuerpos de masas diferentes, soltados de una misma altura, caen simultáneamente
33. cerca de 3 s
34. *a*) A *b*) C
c) B *d*) D

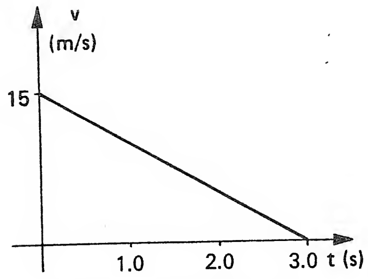
Preguntas y problemas

1. (a), (e) y (f)
2. 360 km
3. 20 s
4. (b), (c) y (e)
5. *a*) sí *b*) no
6. *a*) 40 km/h *b*) cero
7. (e)
8. *véase* figura



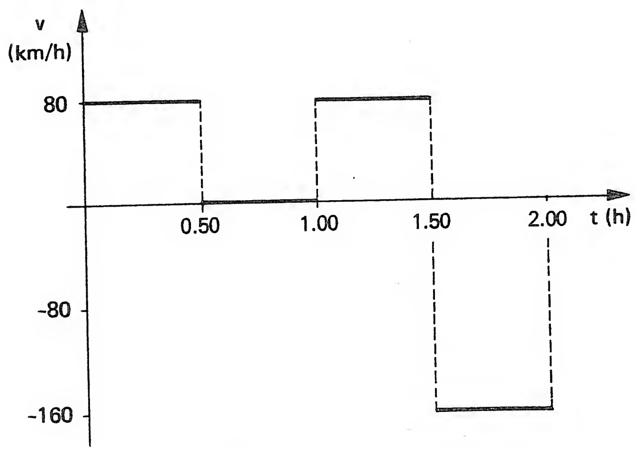
Respuesta Problema 8

9. todas son correctas
10. (a), (b) y (c)



Respuesta Problema 17

11. (d)
12. *a*) mayor *b*) cero
13. *a*) 40 km/h *b*) no
14. sí, si el movimiento fuese rectilíneo uniforme
15. *a*) movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
b) 3.0 m/s² *c*) 2.0 m/s *d*) 32 m
16. *a*) *H* *b*) *L* *c*) de *A* a *C* y de *F* a *H*
d) de *H* a *L* *e*) de *C* a *F*
17. *a*) -5.0 m/s² *b*) *véase* figura
18. *a*) 22.5 m *b*) 22.5 m (¡como era de esperar!)
19. *a*) uniformemente acelerado
b) 6.0 m/s *c*) 5.0 m/s²
20. $a = g$, $v = 2V$, $d = 4D$
21. *a*) $g = 8.0$ m/s² *b*) 32 m/s
22. *a*) 1.6 m/s² *b*) 20 m
23. 3.2 m
24. *a*) 8.0 m/s *b*) 10 s
25. *b*) *véase* figura
26. *a*) en t_A, en t_B *b*) $v_B < v_C < v_D < v_A$
27. *a*) 5.0 m *b*) cerca de 88 m



Respuesta Problema 25

c) casi 18 m/s
28. *b*) sólo el auto *B*
29. 90 m/s
30. *a*) como no hay atmósfera en la Luna, no hay resistencia alguna a la caída de ambos objetos.
b) la aceleración gravitacional en la Luna es menor que en la Tierra, pero el simple hecho de que los objetos cayeran en forma simultánea no aclara esto.

Cuestionario

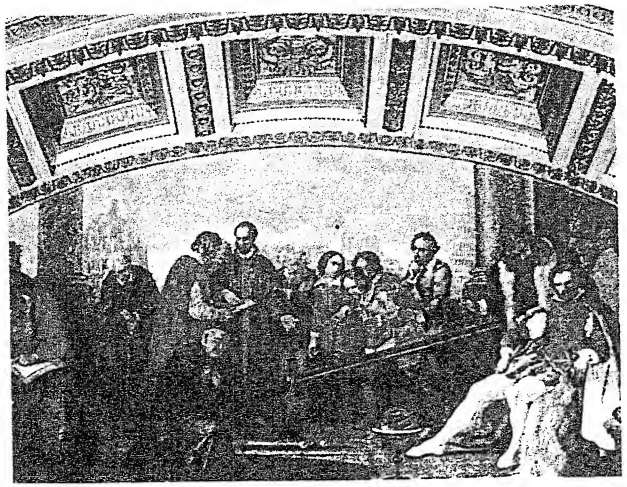
1. c	14. a
2. a	15. a
3. d	16. c
4. b	17. a
5. a	18. c
6. c	19. c
7. b	20. todas son correctas
8. b	21. c
9. c	22. c
10. e	23. e
11. c	24. d
12. a	25. d
13. c	26. c

Problemas complementarios

1. 672 m
2. 10 s
3. $v_A = 0$ y $v_B = 10$ m/s
4. *a*) rectilíneo uniforme *b*) 2.5×10^2 cm/s
c) 1.0 cm *d*) regresa al punto 0
e) 2.5 cm
5. *a*) G, H, I *b*) E *c*) G e I
d) F *e*) D
6. 3.7 veces menor
7. *a*) sí *b*) 46 m/s
8. *a*) 10 cm/s² *b*) 15 cm/s
9. 1.67 km
10. 187 m
11. 276 m
12. 43 m/s
13. 2.0 m/s²
14. 0.50 s
15. *a*) 0.60 s *b*) 2.5 s
16. 161 m
17. *a*) 180 m *b*) 15 s
18. 6.8 m
19. 5.0×10^{-3} s
20. *a*) 2.8 s *b*) 39 m *c*) 15%
21. 36 km/h
22. 0.80 m
23. 7.0 m
24. *a*) $d = 200 - 10t$, con t en s y d en m
b) $d = 10t$, con t en s y d en m
25. *a*) $d = 18 + 3t + 2t^2$, con t en s y d en m
b) $d = 3t + 2t^2$, con t en s y d en m
c) en el caso de (b)

capítulo 4

vectores - movimiento curvilíneo



Cuadro del artista italiano G. Bezzuoli, pintado en 1841, en el cual representa una escena donde aparece Galileo estudiando el movimiento de una pequeña esfera, en un plano inclinado. Nobles, científicos y estudiantes de Pisa lo observan. Galileo es el más alto en el cuadro, a la izquierda, casi en el centro.

4.1 Cantidades vectoriales y escalares

❖ **Cantidades escalares.** Por lo general, se está acostumbrado a trabajar con diversas especies físicas o cantidades como, por ejemplo, el volumen de un cuerpo, el área de un terreno, la temperatura de un objeto, etc. Así pues, decimos que el volumen de un tanque de agua es de 1 000 litros, que el área del terreno de una casa es 300 m^2, o que la temperatura de un niño con fiebre es 38°C etc. Observemos que en todos estos ejemplos, las cantidades citadas quedan plenamente conocidas cuando especificamos su *magnitud,* es decir, su *valor numérico (o módulo)* y la *unidad* utilizada en la medición.

Todas las cantidades como las que hemos mencionado, y las cuales quedan completamente definidas cuando se proporciona su magnitud, reciben el nombre de *magnitudes escalares.*

Pero, existen otras, como veremos a continuación, las cuales no pueden clasificarse como escalares, pues no resultan completamente determinadas si únicamente se proporciona su magnitud.

❖ **Dirección y sentido.** En esta sección, entender las ideas de *dirección* y *sentido* es fundamental y, por eso, se analizan primero.

Probablemente, usted ya escuchó a alguien hacer referencia a esos términos y es posible que tenga alguna noción de su significado. Para hacer más preciso el conocimiento de dichos conceptos, observe la Figura 4-1a. La recta r_1, allí trazada, define o determina una *dirección.*

La recta r_2, no paralela a r_1, determina otra dirección, diferente de la dirección definida por la recta r_1. La recta r_3, paralela a r_1, tiene ya la *misma dirección* que la recta r_1. Por tanto, el concepto de dirección tiene su origen en la geometría y se caracteriza por una recta y por todas las rectas paralelas a ella. En otras palabras, las rectas paralelas tienen la *misma dirección.* Por ejemplo: los autos que se desplazan en una misma calle recta, o en calles paralelas entre sí, están desplazándose en la misma dirección.

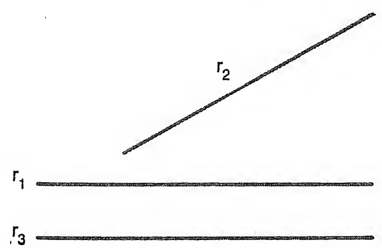


FIGURA 4-1a Las rectas r_1 y r_3 tienen la misma dirección, que difiere de la que tiene la recta r_2.

Consideremos ahora, una dirección dada, definida por la recta *AB* de la Figura 4-1b. Es evidente que podemos imaginar una persona que va por esa recta (en esa dirección) de dos maneras diferentes: de *A* hacia *B* o de *B* hacia *A*. Decimos, entonces, que existen dos sentidos posibles en la dirección de la recta *AB*: el sentido de *A* hacia *B* y el sentido contrario a él, es decir, el sentido de *B* hacia *A*. Por tanto, sólo tiene significado decir que dos sentidos son iguales o contrarios si estamos haciendo esa comparación en una misma dirección. Por ejemplo: considerando una recta vertical, sabemos que ella define una dirección y sobre esa dirección tenemos dos, y sólo dos, sentidos posibles: el sentido hacia abajo y el sentido hacia arriba.

FIGURA 4-1b En una orientación o dirección dada hay dos sentidos posibles.

❖ **Cantidades vectoriales: desplazamiento.** Imaginemos un automóvil que salió de Brasilia con rumbo a Recife siguiendo la ruta que se indica con flechas en el mapa (Fig. 4-2a). El auto sufre un *cambio de posición*: salió de *A* (Brasilia) y se dirigió hacia *B* (Recife). El cambio de posición está definido por el segmento *AB*, denominado *desplazamiento.* En otras palabras: el *desplazamiento* de un cuerpo es el segmento que une su posición inicial con su posición final. Nótese que no debe confundirse el desplazamiento con la *trayectoria* seguida por el cuerpo. Un avión por ejemplo, que fuese de Brasilia a Recife probablemente seguiría una trayectoria completamente distinta, y a pesar de ello, su desplazamiento sería el mismo que el del automóvil (es decir, el segmento *AB* que une la posición de Brasilia con la de Recife).

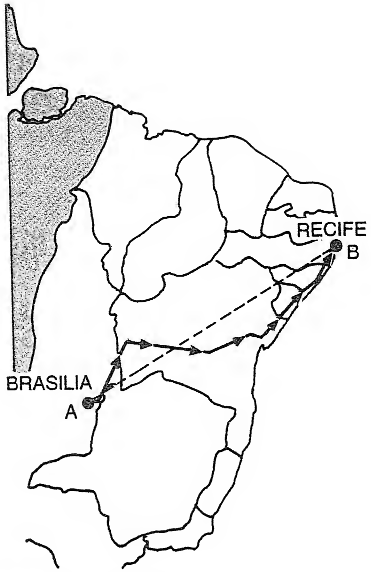


FIGURA 4-2a Si un automóvil viaja de Brasilia hacia Recife, su desplazamiento está representado por el segmento rectilíneo *AB*.

Suponga que deseara informar a alguien acerca del desplazamiento del auto mencionado. Si solamente le indicase que se desplazó 1 600 km, es decir que se le da a conocer sólo la magnitud del desplazamiento, tal persona no podría formarse una idea del cambio de posición del auto. Dicho cambio de posición de 1 600 km, podría haber ocurrido en cualquier *dirección*, la cual usted no especificó. Entonces, para una mejor comprensión hay que informar que el citado desplazamiento se produjo en la dirección de la recta que pasa por Brasilia y Recife. Asimismo, para tener una idea completa del desplazamiento, la persona tendría que saber si se produjo de Brasilia a Recife, o viceversa, es decir, tendría que conocer el *sentido* del desplazamiento. En este caso, habrá que informarle también que el sentido fue de *A* hacia *B* (o sea, de Brasilia a Recife).

En resumen, para especificar completamente un desplazamiento *AB* cualquiera, es necesario proporcionar los siguientes datos:

su *magnitud*, valor del desplazamiento
su *dirección*, recta a lo largo de la cual se produjo el desplazamiento
su *sentido*, si fue de *A* a *B* o viceversa.*

Las cantidades que se comportan como el desplazamiento reciben el nombre de *cantidades vectoriales*. Por tanto,

> una cantidad vectorial queda totalmente determinada sólo cuando se conoce su magnitud, su dirección y su sentido.

❖ **Otras cantidades vectoriales.** Además del desplazamiento, en nuestro curso vamos a encontrar algunas otras cantidades vectoriales. Por ejemplo, la velocidad, es una de ellas. En realidad, si alguien dice que un auto se desplaza a 50 km/h (magnitud de la velocidad) no se tendrá una idea completa de la forma en que se mueve. Necesitaría saberse también la dirección de dicha velocidad (por ejemplo, dirección norte-sur), y su sentido (por ejemplo de sur a norte).

La *fuerza* es otra magnitud vectorial que encontramos a menudo. Además de especificar su magnitud (intensidad de la fuerza) es necesario proporcionar su dirección (si actúa en forma horizontal, vertical o inclinada), así como su sentido (si actúa de derecha a izquierda, o viceversa; si es de abajo hacia arriba o al revés, etcétera).

En su oportunidad, en los próximos capítulos entraremos en el conocimiento de otras cantidades vectoriales.

❖ **Representación de una cantidad vectorial.** Consideremos nuevamente el automóvil que viaja de Brasilia hacia Recife. Como ya vimos, su desplazamiento queda definido cuando se especifica su magnitud, dirección y sentido. Estas tres características de la cantidad pueden proporcionarse al mismo tiempo, si representamos el desplazamiento con la flecha *AB* que se muestra en la Figura 4-2b: su longitud, a la escala apropiada, representa la magnitud del desplazamiento; su dirección corresponde a la de la recta del segmento *AB*, y su sentido está indicado por la punta de la flecha.

* **N. del R.** A veces se designa también por dirección el concepto de rumbo, o sea, una situación angular definida de la recta de acción del punto móvil, y el sentido a lo largo de tal línea. En matemáticas se determina por medio de uno o varios ángulos directores y un sistema de ejes coordenados.

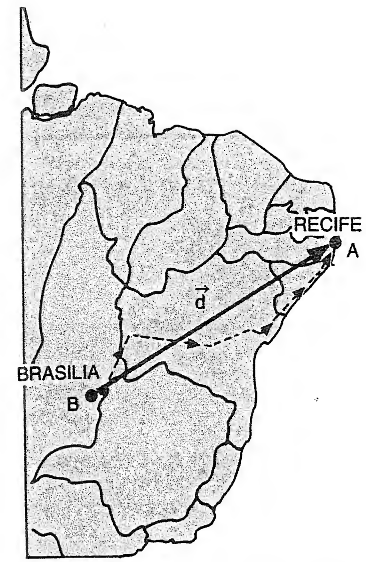


FIGURA 4-2b Podemos representar mejor el desplazamiento del automóvil mediante un vector trazado de *A* a *B*.

Cualquier cantidad vectorial se puede representar así, geométricamente, en la misma forma. De modo que en la Figura 4-3, la flecha representa una velocidad de 50 km/h (cada tramo de 1 cm representa 10 km/h), en la dirección norte-sur, y en el sentido del sur hacia el norte. En la Figura 4-4, la flecha representa en magnitud, dirección y sentido, la fuerza que una persona ejerce sobre el cuerpo indicado.

Se dice que en estas representaciones, las flechas corresponden a *vectores*: en la Figura 4-2b se tiene un vector-desplazamiento; en la Figura 4-3, un vector velocidad, y en la Figura 4-4, un vector fuerza. Cuando hablamos de un vector cualquiera trazado de un punto a otro, por ejemplo, de *A* a *B*, se escribe $\overrightarrow{AB}$, y lo cual se lee: "vector *AB*". También podemos designar un vector usando una sola letra para representarlo. Por ejemplo, $\vec{d}$ (*léase:* vector *d*), como se indica en la Figura 4-2b; $\vec{v}$ (*léase*: vector *v*), *como se ve en la Figura 4-3, o bien*, $\vec{F}$ (*léase* vector *F*), como está en la Figura 4-4.

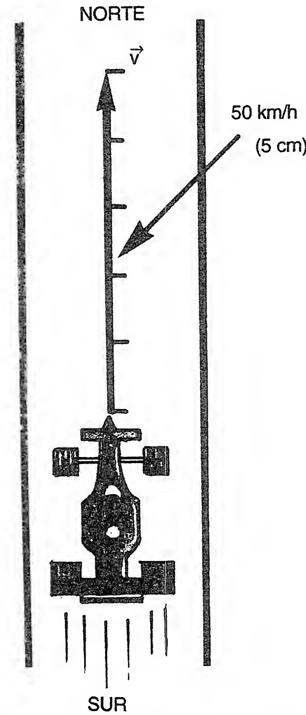


FIGURA 4-3 La velocidad de un automóvil se puede representar, en magnitud, dirección y sentido, mediante un vector.

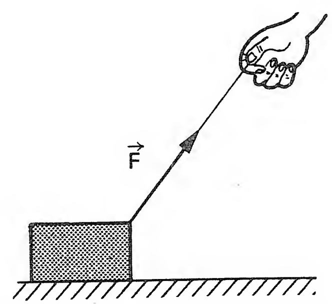


FIGURA 4-4 Una fuerza también se puede representar por medio de un vector.

Cuando sólo nos referimos a la magnitud de un vector no se coloca la flecha sobre la letra que lo representa, y simplemente escribimos: d, v, F, etc. Por tanto,

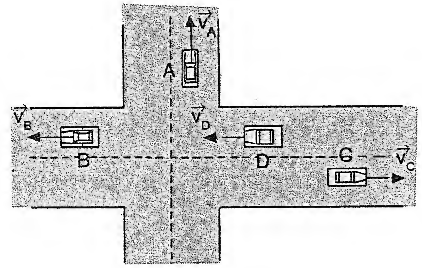
$\vec{d}$ representa íntegramente al vector (en magnitud, dirección y sentido)

d representa solamente la magnitud del vector.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. En cada una de las frases siguientes, diga si la palabra en cursivas corresponde a una cantidad escalar o vectorial.
   a) El *volumen* de un depósito de agua es de 500 litros.
   b) Un niño tira de una cuerda con una *fuerza* horizontal hacia la derecha.
   c) Un avión vuela con una *velocidad* de 500 km/h, de este a oeste.
   d) La *temperatura* en el salón de clase es de 25°C.



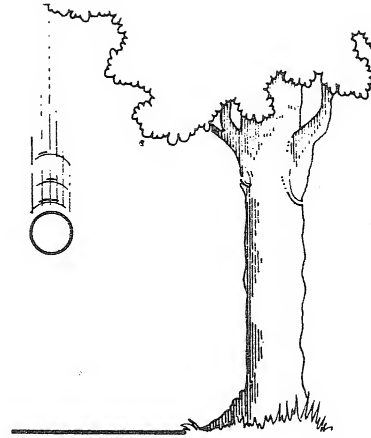
Ejercicio 2

2. En la figura de este ejercicio, los vectores $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ y $\vec{v}_D$ representan las velocidades de algunos automóviles que se desplazan cerca del cruce de las calles.
   a) ¿Los vectores $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ tienen la misma dirección o dirección diferente?
   b) Los vectores $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$, ¿tienen la misma dirección? ¿Y el mismo o distinto sentido?
   c) Los vectores $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_D$ ¿tienen la misma dirección? ¿Y el mismo o diferente sentido?

3. Un auto viajó por todo el litoral, desde la ciudad de Salvador hasta la de Fortaleza, en Brasil.
   a) Trace en la figura de este ejercicio, el vector $\vec{d}$ que representa el desplazamiento del auto.
   b) Observe la escala del mapa y determine d, es decir, la magnitud del vector $\vec{d}$.
   c) ¿Cuál es la dirección del vector $\vec{d}$?
   d) ¿Y cuál es su sentido?

4. La figura de este ejercicio muestra una pelota en caída libre en un momento determinado, en el cual su velocidad es de 8.0 m/s, su dirección vertical y su sentido de arriba hacia abajo. Empleando una escala donde 1 cm represente una velocidad de 2 m/s, trace en la figura el vector velocidad de la pelota en dicho instante.

Ejercicio 3



Ejercicio 4

4.2 Adición de vectores

❖ Es seguro que ya debe estar acostumbrado a trabajar con las cantidades escalares, y por tanto, sabe que se suman conforme a las reglas comunes del álgebra. Por ejemplo: si un tanque contiene $2\ m^3$ de agua, al aumentarle $5\ m^3$ quedará con un total de $7\ m^3$ de agua, pues

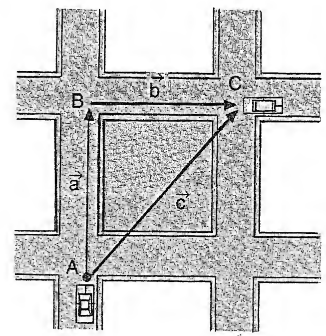
$$2\ m^3 + 5\ m^3 = 7\ m^3$$

Si una persona tiene un terreno cuya área es de $1\ 000\ m^2$, y vende una parte de $400\ m^2$, obviamente le quedará una porción de

$$1\ 000\ m^2 - 400\ m^2 = 600\ m^2$$

Como veremos a continuación, la forma de realizar operaciones con las cantidades vectoriales, es muy distinta.

❖ **Resultante de dos vectores.** Imaginemos un automóvil que se desplaza de A a B, y luego de B a C (Fig. 4-5). Estos desplazamientos, en la Figura 4-5, están representados por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$. El efecto final de esos dos desplazamientos combinados consiste en llevar el auto de A a C. Evidentemente, el vector $\vec{c}$, trazado de A a C (Fig. 4-5), representa un desplazamiento equivalente al efecto de $\vec{a}$ y $\vec{b}$. Decimos entonces



$$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$$

FIGURA 4-5 El vector $\vec{c}$ es la resultante de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, es decir, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

que el vector $\vec{c}$ es la *suma* o *resultante* de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, y escribimos

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Esta forma de sumar dos desplazamientos es válida para cualquier cantidad vectorial. Observemos que estas cantidades se suman de distinta manera en comparación con las escalares, y que las palabras "adición", "suma" y el signo " + " tienen aquí un significado especial. Así, para evitar confusiones, acostumbramos utilizar la expresión *adición vectorial* cuando sumamos vectores. Por tanto, mediante la Figura 4-5, es claro que

> para encontrar la resultante, $\vec{c}$, de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, trazamos el vector $\vec{b}$ de modo que su origen (o punto inicial) coincida con la extremidad (o punto final) del vector $\vec{a}$. Al unir el origen del vector $\vec{a}$ con la extremidad del vector $\vec{b}$, se obtiene la resultante $\vec{c}$.

❖ **Regla del paralelogramo.** Otra forma de obtener la resultante $\vec{c}$ de dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se muestra en la Figura 4-6. Dichos vectores se trazan de manera que sus orígenes coincidan (por ejemplo: $\vec{a}$ y $\vec{b}$ pueden representar dos fuerzas aplicadas en el punto 0). Si trazamos un paralelogramo que tenga $\vec{a}$ y $\vec{b}$ como lados, la resultante $\vec{c}$ estará dada por la diagonal de este paralelogramo, que parte del origen común de los dos vectores. Suele denominarse *regla del paralelogramo* a este método. Obviamente, ambos procesos que acabamos de presentar (Figs. 4-5 y 4-6) para la determinación de la resultante de dos vectores, son equivalentes y producen resultados idénticos.

❖ **Resultante de varios vectores.** Para encontrar la resultante de varios vectores, usaremos un procedimiento semejante al que corresponde a dos vectores. Consideremos, por ejemplo, que se hayan dado los vectores de desplazamiento $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, y $\vec{v}_4$. Elegida una escala apropiada, trazamos los vectores de modo que

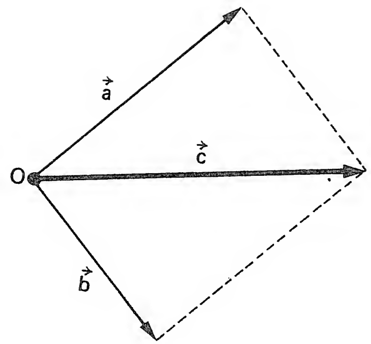


FIGURA 4-6 La resultante de dos vectores también se puede obtener por la "regla del paralelogramo".

la extremidad del primero coincida con el origen del siguiente, como se indica en la Figura 4-7. Obviamente, el desplazamiento resultante, o sea, el desplazamiento capaz de sustituir los desplazamientos sucesivos combinados, será el vector $\vec{V}$, que une el origen del primer vector con la extremidad del último. Por tanto, en la Figura 4-7 tenemos

$$\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4$$

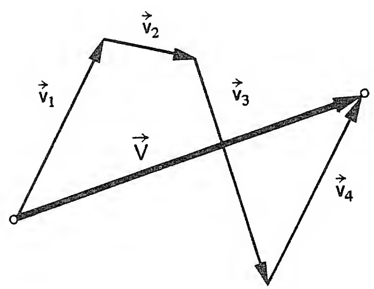


FIGURA 4-7 El diagrama muestra la resultante de varios vectores, obtenida al unir el origen del primer vector con la extremidad del último.

EJEMPLO 1

Consideremos dos desplazamientos, $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$, de magnitudes $d_1 = 4$ m y $d_2 = 3$ m. Determine la resultante $\vec{D}$ de tales desplazamientos en los siguientes casos:

a) $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ tienen la misma dirección y el mismo sentido.

Siguiendo la indicación establecida en el texto, trazamos los vectores de manera que el origen de $\vec{d}_2$ coincida con la extremidad de $\vec{d}_1$ (Fig. 4-8a). El desplazamiento resultante $\vec{D}$, que se obtiene al unir el origen de $\vec{d}_1$ con la extremidad de $\vec{d}_2$ tendrá, como indica la Figura 4-8a, la magnitud $D = 7$ m, y la misma dirección y sentido que los vectores dados.

b) $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ tienen la misma dirección, pero sentidos opuestos (Fig. 4-8b).

Usando el mismo procedimiento obtenemos el desplazamiento resultante $\vec{D}$ que se muestra en la Figura 4-8b. Obsérvese que su magnitud es $D = 1$ m, su dirección es la misma que la de los vectores dados, y su sentido es el del vector de mayor magnitud (sentido de $\vec{d}_1$).

c) $\vec{d}_2$ es perpendicular a $\vec{d}_1$, como indica la Figura 4-8c.

Obtenemos la resultante $\vec{D}$ al unir el origen de $\vec{d}_1$ con la extremidad de $\vec{d}_2$. Vemos que esta resultante es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$. La magnitud de $\vec{D}$ se podrá obtener en forma algebraica empleando el teorema de Pitágoras. Es decir,

$$D^2 = d_1^2 + d_2^2 \quad \text{o bien,} \quad D^2 = 4^2 + 3^2$$

donde $D = 5$ m

Observe que $\vec{D} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$ (suma vectorial), pero la magnitud de $\vec{D}$ es diferente de la suma de las magnitudes de $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ $(5 \neq 4 + 3)$.

d) $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ forman un ángulo de 120°, como se indica en la Figura 4-8d.

Para este caso, en el cual los vectores no están en la misma dirección y forman un ángulo distinto de 90°, aun cuando podemos determinar algebraicamente la resultante, será más simple y práctico emplear el método gráfico. Para ello, trazamos los vectores a una escala adecuada. En la Figura 4-8d, elegimos representar cada 1 m por 1 cm (escala de 1: 100), y por tanto, representamos $\vec{d}_1$ por un vector de 4 cm, y $\vec{d}_2$ por uno de 3 cm. Al unir el origen del vector $\vec{d}_1$ con la extremidad de $\vec{d}_2$, obtenemos la resultante $\vec{D}$, indicada en magnitud, dirección y sen-

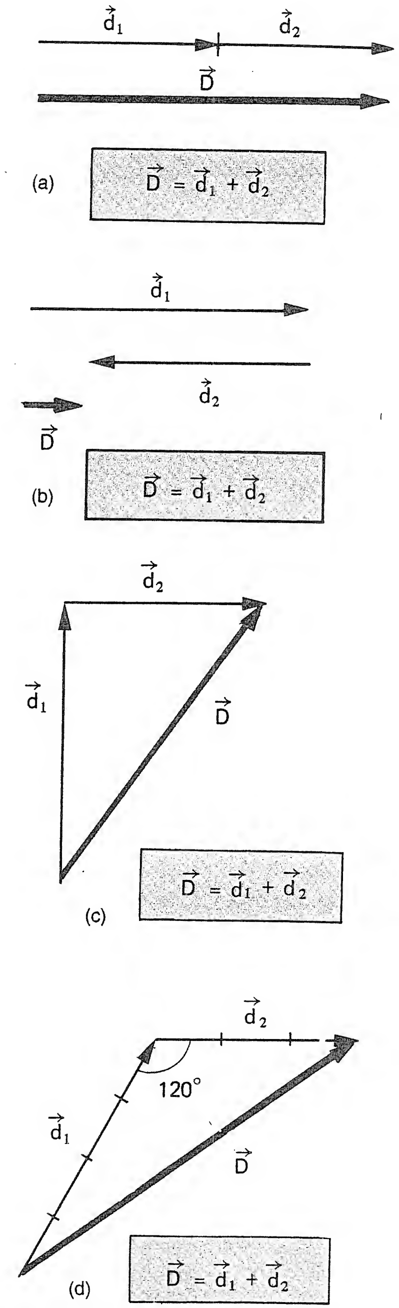


FIGURA 4-8 Para el Ejemplo 1.

tido en la Figura 4-8d. Su magnitud se obtendrá midiendo, con una regla, la longitud del segmento que representa $\vec{D}$. Haga esto y obtendrá, en la Figura 4-8d, una medida de 6.1 cm. Por tanto, de acuerdo con la escala del dibujo, la magnitud de $\vec{D}$ será $D = 6.1$ m.

Como ya se expresó, este valor *no* es igual a la suma de las magnitudes de $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$.

❖ **Componentes de un vector.** Consideremos el vector $\vec{V}$ representado en la Figura 4-9. Tracemos a partir del origen O del vector, los ejes perpendiculares OX y OY. Desde la extremidad de $\vec{V}$, se traza una normal a OX. Es decir, se proyecta el vector $\vec{V}$ sobre el eje OX, y obtenemos así el vector $\vec{V}_x$, mostrado en la Figura 4-9. Este vector $\vec{V}_x$ se denomina *componente* del vector $\vec{V}$ en la dirección X (o del eje OX). Por tanto,

> la componente de un vector en una cierta dirección, es la proyección (ortogonal) del vector sobre la recta que define aquella dirección.

De la misma manera podemos obtener la componente de $\vec{V}$ según el eje OY, proyectándolo sobre este eje. Esta componente, $\vec{V}_y$, también se observa en la Figura 4-9. De este modo, $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ se denominan *componentes rectangulares* del vector $\vec{V}$.

Observemos que $\vec{V}$ es la resultante de $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ (recuérdese la regla del paralelogramo), y por tanto, el vector $\vec{V}$ se podrá sustituir por sus componentes rectangulares. Así,

> cuando determinamos las componentes rectangulares de un vector $\vec{V}$, se obtienen dos vectores, $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$, que en conjunto pueden sustituir al vector $\vec{V}$.

Para evaluar matemáticamente estas componentes, volvamos a la Figura 4-9, recordando que para un triángulo rectángulo se tienen las relaciones

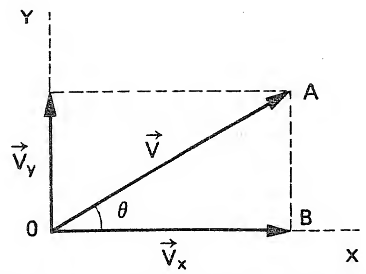


FIGURA 4-9 Los vectores $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ son las componentes rectangulares del vector $\vec{V}$.

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}}$$

y

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}}$$

tendremos, para el triángulo OAB de la Figura 4-9:

$$\text{sen } \theta = \frac{V_y}{V} \qquad \text{donde} \quad V_y = V \text{sen } \theta$$

y

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V} \qquad \text{donde} \quad V_x = V \cos \theta$$

Estas relaciones permiten calcular los valores de las componentes $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ cuando conocemos la magnitud del vector $\vec{V}$ y el ángulo que forma con el eje OX.

Por otra parte, si se conocen los valores de las componentes $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$, la magnitud del vector $\vec{V}$ se podrá obtener por el teorema de Pitágoras. En realidad, en el triángulo OAB de la Figura 4-9, tenemos

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

♦ EJEMPLO 2

Imaginemos un cuerpo que experimenta un desplazamiento $\vec{D}$ de 100 km, según un ángulo de 30° con la dirección este-oeste, como se observa en la Figura 4-10.

Considerando el eje OX dirigido hacia el este, y el eje OY dirigido hacia el norte, calcular las componentes $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ de tal desplazamiento.

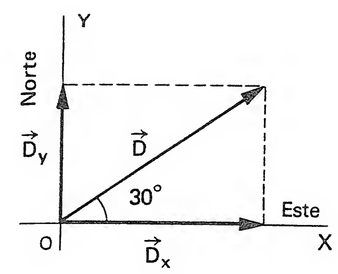


FIGURA 4-10 Para el Ejemplo 2.

Al proyectar el vector $\vec{D}$ sobre OX y OY encontraremos las componentes $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ (Fig. 4-10). Los valores de estas componentes se obtendrán por las relaciones

$$D_x = D \cos \theta \text{ y } D_y = D \text{ sen } \theta$$

donde $\theta = 30°$ y $D = 100$ km. Consultando la tabla de funciones trigonométricas que aparece al final del libro, resulta (tomando sólo dos cifras significativas):

$$\cos 30° = 0.87 \text{ y sen } 30° = 0.50$$

Así pues,

$$D_x = 100 \times 0.87 \quad \text{donde} \quad D_x = 87 \text{ km}$$

$$D_y = 100 \times 0.50 \quad \text{donde} \quad D_y = 50 \text{ km}$$

Obsérvese que cuando el cuerpo sufre el desplazamiento considerado, se aleja de 0, desplazándose un tanto hacia el este y un tanto hacia el norte. Las componentes indican estas cantidades. En consecuencia, los resultados $D_x = 87$ km y $D_y = 50$ km indican que, en virtud del desplazamiento $\vec{D}$, el cuerpo se desplaza 87 km hacia el este y 50 km hacia el norte.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. La figura de este ejercicio muestra el vector $\vec{c}$ que es la resultante de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

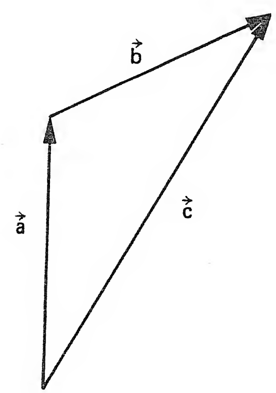
a) Indique este hecho por medio de una expresión matemática.

b) ¿Sería correcto indicar lo anterior escribiendo que $c = a + b$?

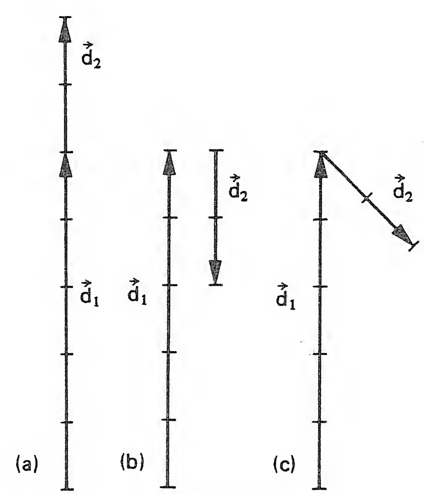
6. Los vectores $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$, mostrados en la figura de este ejercicio, representan desplazamientos cuyas magnitudes son $d_1 = 5$ cm y $d_2 = 2$ cm.

a) En la figura (a), trace la resultante $\vec{D}$ de esos vectores y determine su magnitud.

b) Haga lo mismo en el caso de la figura (b).



Ejercicio 5



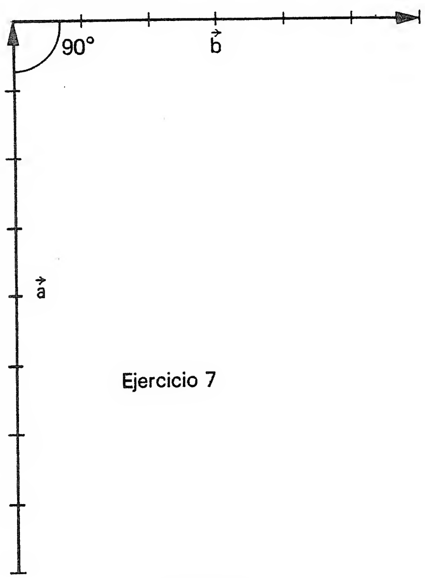
Ejercicio 6

c) En la figura (c), trace la resultante $\vec{D}$ y use una regla para determinar su magnitud.

d) ¿Es correcto decir que en todos los casos anteriores, se tiene que $\vec{D} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$?

e) ¿En cuál de los casos podemos decir que $D = d_1 + d_2$?

7. Dos desplazamientos $\vec{a}$ y $\vec{b}$, perpendiculares entre sí, tienen magnitudes a = 8.0 cm y b = 6.0 cm (*véase* ilustración).



Ejercicio 7

a) Trace en la figura, la resultante $\vec{c}$ de esos dos vectores y determine su magnitud empleando una regla.

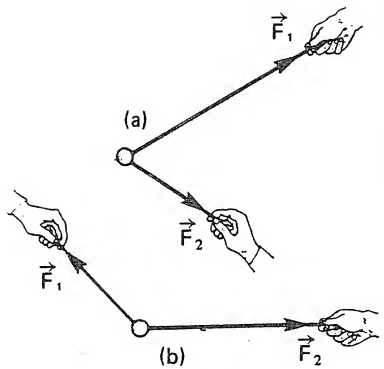
b) Determine la magnitud de $\vec{c}$ empleando el teorema de Pitágoras. Compare este resultado con el que obtuvo gráficamente.

8. En cada uno de los casos mostrados en la figura de este ejercicio, trace la resultante de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ empleando la regla del paralelogramo.

9. Un avión parte de Teresina (en Brasil), y haciendo escalas en San Luis, Sobral y Fortaleza, llega a Mossoró.

a) En el mapa del Ejercicio 3, trace estos desplazamientos sucesivos del avión.

b) Trace en el mapa el desplazamiento resultante del avión.



Ejercicio 8

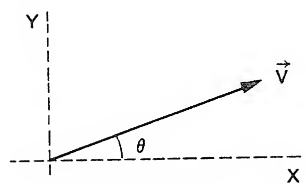
c) Determine la magnitud del desplazamiento resultante (observe la escala del mapa), y diga cuál es su dirección y su sentido.

d) Suponga que el avión de Mossoró volviera a Teresina. ¿Cuál sería entonces el desplazamiento resultante del recorrido total realizado por el avión?

10. El vector $\vec{V}$ que se muestra en la figura representa un desplazamiento cuya magnitud es V = 20 m.

a) Trace en la figura las componentes rectangulares $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ del vector $\vec{V}$.

b) Sabiendo que θ = 25°, calcule V_x y V_y.



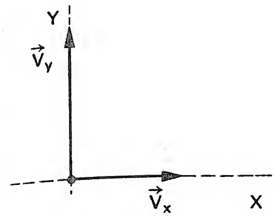
Ejercicio 10

11. *a*) La figura de este ejercicio muestra las componentes $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ de un vector $\vec{V}$. Trace el vector $\vec{V}$ en la figura.

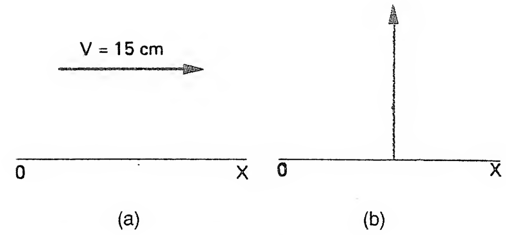
b) Siendo V_x = 12 m y V_y = 16 m, determine la magnitud de $\vec{V}$.

12. *a*) En la figura (a) de este ejercicio, ¿cuál es el valor del ángulo θ que el vector $\vec{V}$ forma con el eje OX? Determine la magnitud de $\vec{V}_x$.

b) Conteste las preguntas formuladas en la cuestión anterior para el caso de la figura (b).



Ejercicio 11



Ejercicio 12

4.3 Vector velocidad y vector aceleración

❖ Como ya se dijo en la Sección 4.1, la velocidad es una cantidad vectorial. La aceleración, como veremos ahora, también es una magnitud vectorial. Hasta ahora no nos hemos referido al carácter direccional de estas cantidades porque sólo estudiamos los movimientos rectilíneos, y para tal análisis, basta conocer sólo la magnitud de la velocidad y de la aceleración.

❖ **Vector velocidad.** Imaginemos una partícula que describe una trayectoria curva, como se ve en la Figura 4-11. Para estudiar un movimiento como éste es necesario considerar el carácter vectorial de la velocidad, es decir, debemos definir el vector velocidad $\vec{v}$, en cada instante. Ya vimos, en el capítulo anterior, cómo se calcula el valor de la velocidad instantánea (Sección 3.3). Este valor es la magnitud del vector $\vec{v}$. La dirección de $\vec{v}$ es la de la recta tangente a la trayectoria en el punto que la partícula ocupa en el instante considerado, y su sentido es el del movimiento de la partícula en ese instante. La Figura 4-11 muestra el vector $\vec{v}$ trazado para diversos instantes del movimiento:

Obsérvese que conociendo el vector $\vec{v}$ en un instante determinado, se conoce el valor de la velocidad instantánea, la dirección del movimiento en ese instante, y también su sentido instantáneo.

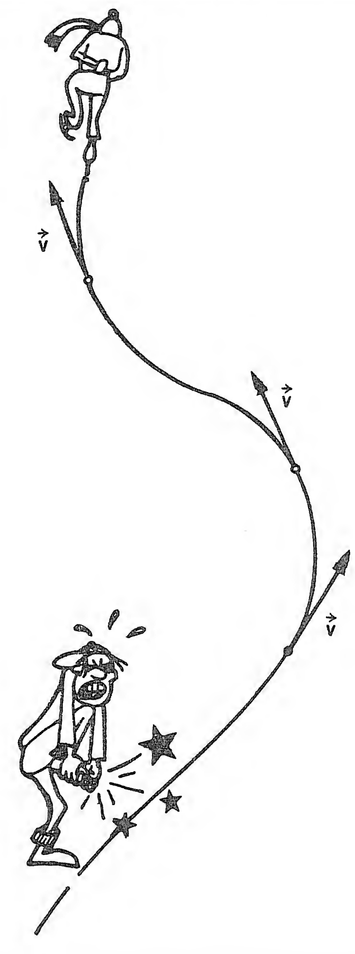


FIGURA 4-11 La velocidad instantánea se representa en cada punto de la trayectoria por un vector tangente a la misma.

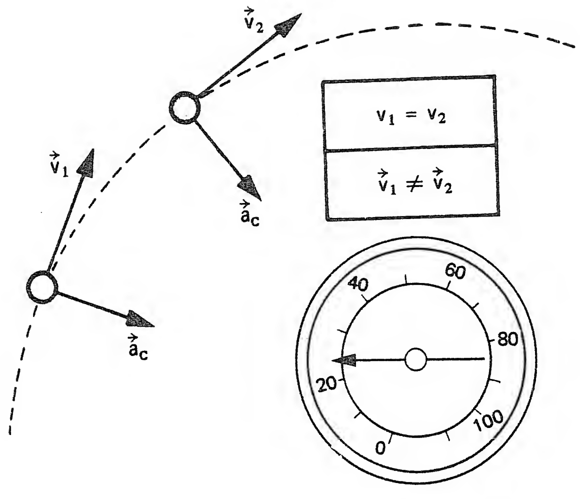


FIGURA 4-12 Cuando la dirección de la velocidad cambia existe una aceleración centrípeta.

❖ **Aceleración centrípeta.** Consideremos ahora una partícula que sigue una trayectoria curva, de modo que el *valor* de su velocidad permanezca constante (Fig. 4-12). Aun cuando la magnitud o valor de la velocidad sea constante, cambia la *dirección* del vector $\vec{v}$ (varía la dirección de la tangente a la curva). Como vimos en el capítulo anterior (Sección 3.4), cuando cambia la magnitud de la velocidad, existe una aceleración que la caracteriza. De la misma manera, cuando sólo varía la dirección de la velocidad, para caracterizar tal cambio definimos una aceleración que se denomina *aceleración centrípeta*. La aceleración centrípeta, $\vec{a}_c$, es un vector perpendicular a la velocidad y que está dirigido siempre hacia el centro de la trayectoria ("centrípeta" significa "que apunta hacia el centro"). Esta aceleración como es perpendicular a $\vec{v}$, también suele recibir el nombre de *aceleración normal*, $\vec{a}_N$.* Por tanto, siempre que varíe la dirección del vector $\vec{v}$ (trayectoria curva) tendremos una aceleración centrípeta. En la Figura 4-12 se indica el vector $\vec{a}_c$ en dos puntos de la trayectoria. En la siguiente sección se verá cómo calcular la magnitud de la aceleración centrípeta.

❖ **Aceleración tangencial.** En la Figura 4-13, supongamos que un automóvil entra en una curva con una velocidad cuya magnitud va en aumento. Podemos decir que el auto posee dos aceleraciones: la aceleración centrípeta $\vec{a}_c$ (pues cambia la dirección de $\vec{v}$), y además, una aceleración llamada *aceleración tangencial*, $\vec{a}_T$, que caracteriza la variación de la magnitud de $\vec{v}$. La aceleración tangencial $\vec{a}_T$ es un vector con la misma dirección de $\vec{v}$ (tangente a la trayectoria), y cuya magnitud es la que ya se sabe como calcular ($a_T = \Delta v/\Delta t$). El sentido de $\vec{a}_T$ será el mismo de $\vec{v}$ si el movimiento es acelerado (v aumenta), y contrario al de $\vec{v}$, si es retardado (v disminuye). Obsérvense en la Figura 14-13, los vectores $\vec{a}_c$ y $\vec{a}_T$ en determinado instante del movimiento.

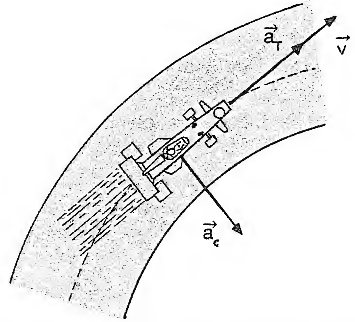


FIGURA 4-13 Si además de la variación en la dirección del vector velocidad se produce una variación en su magnitud, una partícula en movimiento curvilíneo poseerá una aceleración centrípeta y también una tangencial.

* **N. del R.** Recibe asimismo el nombre de aceleración radial, $\vec{a}_R$, pues tiene la dirección del radio de curvatura de la trayectoria en el punto dado, y apunta al centro de la curva.

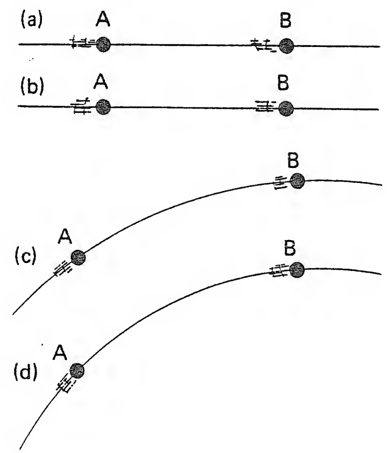
Entonces, en resumen podemos decir que:

> siempre que varíe la dirección del vector velocidad de un cuerpo, éste poseerá una aceleración centrípeta.
> Asimismo, siempre que varíe la magnitud del vector velocidad de un cuerpo, el mismo poseerá una aceleración tangencial.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

13. En cada una de las figuras de este ejercicio tenemos la trayectoria de una partícula que se desplaza de *A* a *B*. Trace, en las figuras, el vector velocidad de la partícula en los puntos *A* y *B*, suponiendo que:
a) En la figura (a) el movimiento es uniforme.



Ejercicio 13

b) En la figura (b) el movimiento es uniformemente acelerado.
c) En la figura (c) el movimiento es uniforme.
d) En la figura (d) el movimiento es uniformemente acelerado.

14. *a*) ¿Cuándo se puede decir que una partícula en movimiento posee aceleración centrípeta?
b) Siendo $\vec{v}$ y $\vec{a}_c$ los vectores velocidad y aceleración centrípeta de una partícula en un instante determinado, ¿cuál es el valor del ángulo formado por estos vectores?
c) ¿Por qué la aceleración que caracteriza la variación de la dirección del vector $\vec{v}$ se denomina *aceleración centrípeta*?

15. *a*) ¿Cuándo podemos afirmar que una partícula en movimiento posee una aceleración tangencial $\vec{a}_T$?
b) ¿Por qué esta aceleración se denomina *aceleración tangencial*?
c) Cuando la magnitud de la velocidad aumenta, ¿los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}_T$ tienen el mismo sentido o sentidos contrarios?
d) Cuando la magnitud de la velocidad disminuye, ¿los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}_T$ tienen el mismo sentido o sentidos contrarios?

16. Considere los movimientos que se muestran en las figuras del Ejercicio 13. Para cada una de esas figuras, diga si la partícula posee:
a) Aceleración centrípeta.
b) Aceleración tangencial.

4.4 Movimiento circular uniforme

❖ **Introducción.** Decimos que una partícula se encuentra en *movimiento circular* cuando su trayectoria es una circunferencia, como, por ejemplo, la trayectoria descrita por una piedra que se hace girar atada al extremo de una cuerda (Fig. 4-14). Si además de eso, el valor de la velocidad permanece constante, el movimiento circular recibe también el calificativo de *uniforme*. Entonces, en este movimiento el vector velocidad tiene magnitud constante, pero su dirección varía en forma continua.

El tiempo que la partícula tarda en dar una vuelta completa se denomina periodo del movimiento, y se le representa por T. El espacio recorrido por la partícula durante un periodo, es la longitud de la circunferencia que, como se sabe, tiene por valor $2\pi R$ (siendo R el radio de la trayectoria). Por tanto, como el movimiento es uniforme, el valor de la velocidad estará dado por

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo de recorrido}};$$

o sea,

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

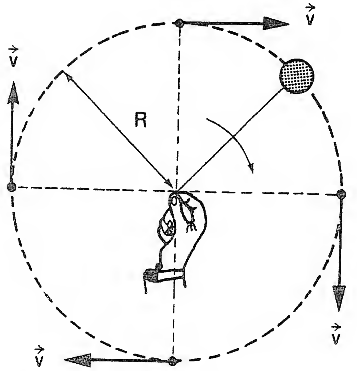


FIGURA 4-14 Una partícula que gira atada al extremo de una cuerda, se encuentra en movimiento circular.

❖ **Frecuencia del movimiento circular.** Suponga que, al observar la piedra mostrada en la Figura 4-14, comprobáramos que efectúa 30 vueltas completas en un tiempo igual a 10 s. La frecuencia f, de ese movimiento es, por definición, el cociente entre el número de vueltas y el tiempo necesario para efectuarlas. Por tanto, la frecuencia de la piedra será:

$$f = \frac{30 \text{ vueltas}}{10 \text{ s}} \quad \text{o} \quad f = 3.0 \text{ vueltas/s}$$

Observe que ese resultado significa que la piedra efectuó 3.0 vueltas en cada segundo. La unidad de frecuencia, 1 vuelta/s, se denomina 1 hertz, en homenaje al científico alemán H. Hertz (1857-1894). Por tanto, podemos señalar:

> *La frecuencia f de un movimiento circular es definida por*
>
> $$f = \frac{\text{número de vueltas efectuadas}}{\text{tiempo necesario para efectuarlas}}$$
>
> *Este resultado representa el número de vueltas que el cuerpo ejecuta por unidad de tiempo.*

El concepto de frecuencia puede aplicarse en otros tipos de movimientos, como se verá en el Capítulo 17.

La frecuencia y el periodo de un movimiento están relacionados. Para relacionar f y T, basta observar que esas magnitudes son inversamente proporcionales y, así podemos establecer la siguiente proporción:

en el tiempo T (un periodo) se efectúa una vuelta

en la unidad de tiempo se efectuarán f vueltas (frecuencia) o, esquemáticamente

T — 1

1 — f

Entonces: $\boxed{fT = 1}$

donde

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{o} \quad T = \frac{1}{f}$$

Por tanto, la frecuencia es igual al inverso del periodo y recíprocamente. Por ejemplo, si el periodo de un movimiento circular es $T = 0.5$ s, su frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.5}$$

donde

$f = 2$ vueltas/s = 2 hertz

❖ **Velocidad angular.** Consideremos una partícula en movimiento circular, que pasa por la posición P_1 mostrada en la Figura 4-15. Después de un intervalo de tiempo Δt, la partícula estará pasando por la posición P_2. En dicho intervalo Δt, el radio que sigue a la partícula en su movimiento describe un ángulo $\Delta\theta$ (Fig. 4-15).

La relación entre el ángulo descrito por la partícula y el intervalo de tiempo necesario para describirlo, se denomina *velocidad angular* de la partícula. Representando por ω la velocidad angular tenemos

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

La velocidad definida por la relación $v = \Delta d/\Delta t$ que ya conocemos, suele recibir el nombre de *velocidad lineal*, para distinguirla de la *velocidad angular* que acabamos de definir. Observe

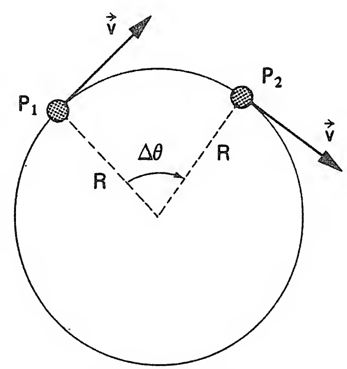


FIGURA 4-15 Si una partícula describe un ángulo $\Delta\theta$ en un intervalo de tiempo Δt, su velocidad angular está dada por $\omega = \Delta\theta/\Delta t$.

que las definiciones de v y ω son semejantes: la velocidad lineal se refiere a la distancia recorrida en la unidad de tiempo, en tanto que la velocidad angular se refiere al *ángulo descrito* en dicha unidad de tiempo.

La velocidad angular proporciona información acerca de la rapidez con la cual gira un cuerpo. En realidad cuanto mayor sea la velocidad angular de un cuerpo, tanto mayor será el ángulo que describe por unidad de tiempo, es decir, estará girando con más rapidez.

Recordando que los ángulos se pueden medir en grados o en radianes (como se aprendió en matemáticas; *véase* Tabla 4-1), concluimos que ω se podrá medir en grados por segundo (°/s) o en radianes por segundo (rad/s).

TABLA 4-1

360° = 2π rad
180° = π rad
90° = $\pi/2$ rad
60° = $\pi/3$ rad
45° = $\pi/4$ rad
30° = $\pi/6$ rad
1 rad = 57.3°

Otra manera de evaluar la velocidad angular consiste en considerar que la partícula realiza una vuelta completa o *revolución*. En este caso, el ángulo descrito será $\Delta\theta = 2\pi$ rad (Tabla 4-1) y el intervalo de tiempo será de un periodo, o sea, $\Delta t = T$. Así,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

❖ **Relación entre v y ω.** Vimos que en el movimiento circular uniforme, la velocidad lineal se puede obtener por la relación

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

o bien,

$$v = \left(\frac{2\pi}{T}\right) R$$

Como $2\pi/T$ es la velocidad angular, concluimos que

$$\boxed{v = \omega R}$$

Esta ecuación permite calcular la velocidad lineal v cuando conocemos la velocidad angular ω y el radio R de la trayectoria. Observe que sólo será válida si los ángulos están medidos en radianes.

❖ **Aceleración centrípeta.** En el movimiento circular uniforme, la magnitud de la velocidad de la partícula permanece constante, y por tanto, la partícula no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección del vector velocidad varía continuamente, la partícula sí posee aceleración centrípeta $\vec{a}_c$. En la Figura 4-16 se presentan los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}_c$ en cuatro posiciones distintas de la partícula. Observe que el vector $\vec{a}_c$ tiene la dirección del radio y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia.

Podemos deducir, matemáticamente, que el valor de la aceleración centrípeta en el *movimiento circular,* está dado por

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$$

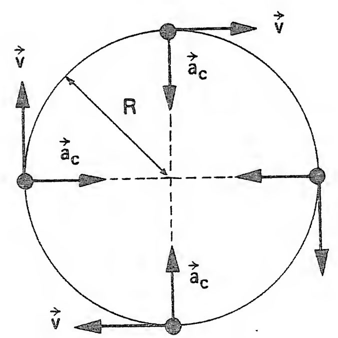


FIGURA 4-16 La figura muestra los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}_c$ de una partícula en movimiento circular uniforme, en algunos puntos de su trayectoria.

Observe que la magnitud de $\vec{a}_c$ es proporcional al cuadrado de la velocidad, e inversamente proporcional al radio de la circunferencia. Por tanto, si un automóvil toma una curva "cerrada" (con R pequeño) a gran velocidad, tendrá una aceleración centrípeta enorme. Más tarde veremos que estos hechos se relacionan con la posibilidad de que el auto pueda o no tomar la curva.

EJEMPLO

Una barra gira con movimiento uniforme, alrededor de un eje que pasa por el punto 0 (Fig. 4-17), efectuando dos revoluciones por segundo. Para los puntos A y B de la barra, situados a las distancias R_A = 2.0 m y R_B = 3.0 m del eje de rotación, calcule:

a) el periodo de movimiento de cada uno.

Obviamente, cada punto de la barra tiene movimiento circular uniforme alrededor de 0 (Fig. 4-17), siendo el periodo de rotación el mismo para todos esos puntos. Como la barra efectúa 2 revoluciones por segundo, es evidente que para realizar una vuelta tardará 0.50 s. Así, todos los puntos de la barra están girando con un periodo T = 0.50 s.

b) las velocidades angulares ω_A y ω_B.

Sabemos que $\omega = 2\pi/T$. Como A y B giran con el mismo periodo, también tendrán la misma velocidad angular (ambos describen el mismo ángulo de 2π rad en el mismo tiempo de 0.50 s).

Entonces,

$$\omega_A = \omega_B = \frac{2\pi}{0.50} \quad \text{o bien,} \quad \omega_A = \omega_B = 4\pi \text{ rad/s}$$

c) las velocidades lineales v_A y v_B.

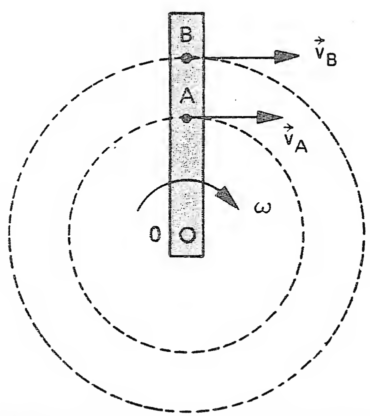


FIGURA 4-17 Para el Ejemplo de la Sección 4.4.

Observe en la Figura 4-17, que los puntos A y B recorren distancias diferentes en un mismo intervalo de tiempo. Por tanto, aun cuando poseen la misma velocidad angular, tienen distinta velocidad lineal. En efecto, como $v = \omega R$, tendremos

$$v_A = \omega_A R_A = 4\pi \times 2.0 \quad \text{o bien} \quad v_A = 25 \text{ m/s}$$

$$v_B = \omega_B R_B = 4\pi \times 3.0 \quad \text{o bien} \quad v_B = 38 \text{ m/s}$$

Así, como ya debe haber advertido, la velocidad de B es mayor que la de A.

d) las aceleraciones centrípetas a_{cA} y a_{cB}.

La aceleración radial o centrípeta está dada por $a_c = v^2/R$. Luego entonces:

$$a_{cA} = \frac{v_A^2}{R_A} = \frac{25^2}{2.0} \quad \text{o bien} \quad a_{cA} = 3.1 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{cB} = \frac{v_B^2}{R_B} = \frac{38^2}{3.0} \quad \text{o bien,} \quad a_{cB} = 4.8 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

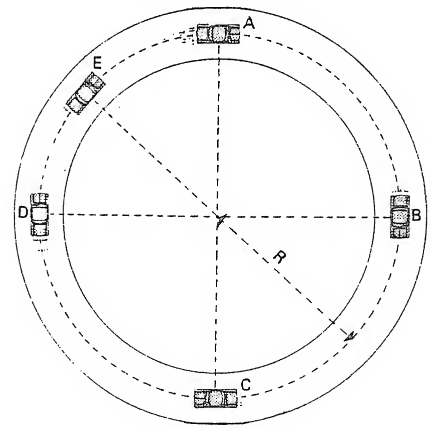
17. Un auto se encuentra en movimiento circular uniforme en la pista horizontal que se representa en la figura de este ejercicio. El sentido del movimiento es de A hacia B.

a) Trace, en la figura, el vector velocidad del auto en cada una de las posiciones A, B, C, D y E que se muestran.

b) ¿Tiene el auto aceleración tangencial? ¿Posee aceleración centrípeta?

c) Trace, en la figura, el vector $\vec{a}_c$ para cada una de las posiciones A, B, C, D y E que se indican.

18. Suponga que la pista del ejercicio anterior tiene un radio R = 100 m, y que el auto le da 2 vueltas en cada minuto.



Ejercicio 17

a) ¿Cuál es, en segundos, el periodo del movimiento del auto?

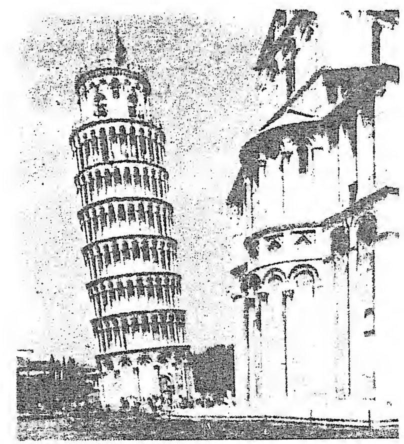
b) ¿Cuál es, en hertz, la frecuencia de este movimiento?

c) ¿Cuál es la distancia que recorre en cada revolución (perímetro de la circunferencia)?

d) ¿Qué valor tiene la velocidad lineal del vehículo?

e) ¿Qué expresión nos permite calcular la aceleración centrípeta? Úsela para calcular el valor de $\vec{a}_c$ del automóvil.

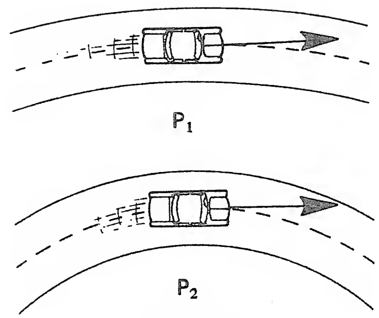
19. Para el movimiento considerado en el ejercicio anterior; determine:



La famosa torre inclinada de Pisa, cuya altura es de aproximadamente 45 m. Se dice que desde lo alto de esta torre, Galileo realizó su célebre experimento acerca de la caída de los cuerpos.

a) El valor del ángulo (en grados y en radianes) que el auto describe durante un periodo.
b) La velocidad angular del vehículo (en rad/s y en grados/s).

20. *a*) ¿Cómo se define la velocidad angular de un cuerpo en movimiento circular uniforme y que describe un ángulo $\Delta\theta$ durante un tiempo Δt? Usando esta expresión, calcule la velocidad angular de un cuerpo para el cual $\Delta\theta = \pi/2$ rad y $\Delta t = 0.50$ s.
b) ¿Cuál es la ecuación que relaciona ω y T? Utilícela para calcular el periodo del movimiento del cuerpo citado en (a).
c) Calcule la frecuencia de este cuerpo.
d) Suponga que la trayectoria del cuerpo citada en (a) tiene un radio $R = 10$ cm. Use la relación entre v, ω y R para calcular la velocidad lineal de este cuerpo.
e) ¿Podría utilizar la expresión que se pidió en (d) con el valor de ω dado en grados por segundo?



Ejercicio 21

21. Dos autos se desplazan a una misma velocidad en las pistas P_1 y P_2, que se muestran en la figura de este ejercicio.
a) ¿Cuál de las dos pistas tiene un radio mayor?
b) ¿Para cuál de los dos autos es mayor la aceleración centrípeta?

4.5 Composición de velocidades

❖ **Introducción.** Consideremos un avión que vuela a cierta velocidad sobre un lugar donde el aire está quieto, sin corrientes. Si comenzara a hacer viento, el avión se hallaría animado de dos movimientos: el que tiene en relación con el aire, proporcionado por sus motores, y el movimiento del aire mismo (en relación con la Tierra), el cual también hace desplazar al avión. Situaciones como ésta, en que un cuerpo posee simultáneamente dos o más velocidades en relación o con respecto a un observador, surgen a menudo. Por ejemplo, un barco que se mueve en un río cuando es arrastrado por la corriente; una persona que camina en el interior de un vehículo, cuando éste se encuentra en movimiento, etcétera.

¿Cuál sería la velocidad con la que un observador vería moverse un cuerpo animado de varias velocidades? Recordando que la velocidad es una cantidad vectorial, podemos concluir que *la velocidad observada para el cuerpo será la resultante de las velocidades que posee*. Por tanto, el avión citado se desplazará con una velocidad igual a la *suma vectorial* de la velocidad del avión en el aire con la velocidad del aire con respecto a la Tierra.

EJEMPLO 1

Consideremos una lancha o bote cuya velocidad en relación con el agua (proporcionada por sus motores) es $v_B = 6.0$ m/s. La embarcación se desplaza en un río cuya corriente tiene una velocidad $v_C = 4.0$ m/s.

a) ¿A qué velocidad se desplaza río abajo?

La lancha está animada simultáneamente por dos velocidades. Por tanto, se desplazará (con respecto a la Tierra) con una velocidad total $\vec{v}$ que es la resultante de $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$. En este caso, $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$ son vectores con la misma dirección y el mismo sentido (Fig. 4-18a). Entonces,

$$v = v_B + v_C = 6.0 + 4.0 \text{ o bien, } v = 10 \text{ m/s}$$

Vemos que el valor de la velocidad resultante está dado por la suma algebraica de las magnitudes de

$\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$, y así, el bote se desplaza con más rapidez que si no existiese la corriente.

b) ¿A qué velocidad se desplaza río arriba?

En este caso, los vectores $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$ tienen la misma dirección pero sentido contrario (Fig. 4-18b), y el valor de la velocidad resultante será

$$v = v_B - v_C = 6.0 - 4.0$$

o bien,

$$v = 2.0 \text{ m/s}$$

Obviamente, en virtud del menor valor de tal velocidad resultante, la lancha tardará más en desplazarse río arriba que río abajo.

c) Si la velocidad $\vec{v}_B$ se orientase perpendicularmente en relación con las márgenes del río (Fig. 4-18c), ¿a qué velocidad se desplazaría por las aguas fluviales?

En este caso, $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$ no poseen la misma dirección. La velocidad resultante $\vec{v}$ se podrá obtener por la regla del paralelogramo, como indica la Figura 14-18c. En consecuencia, la lancha se deslizará a lo largo de la trayectoria *AB* que se muestra en la figura.

Como $\vec{v}_B$ es perpendicular a $\vec{v}_C$, la magnitud de la velocidad resultante $\vec{v}$ será

$$v = \sqrt{v_B^2 + v_C^2} = \sqrt{6.0^2 + 4.0^2}$$

donde

$$v = 7.2 \text{ m/s}$$

❖ **Independencia de las velocidades.** Si examinamos la Figura 4-18c, notamos que las velocidades $\vec{v}_B$ (velocidad de la embarcación) y $\vec{v}_C$ (velocidad de la corriente), son perpendiculares entre sí.

Ello significa que $\vec{v}_C$ no tiene componente en la dirección de $\vec{v}_B$, y por tanto, la corriente no ejercerá ninguna influencia en el tiempo que la lancha tarda en cruzar el río. En consecuencia, haya o no corriente, el tiempo de travesía será el mismo, pues el efecto de la corriente consiste únicamente en desplazarla río abajo.

De la misma manera, siendo nula la componente de $\vec{v}_B$ en la dirección de la corriente, la velocidad del bote no ejercerá influencia alguna en su movimiento corriente abajo. Luego las velocidades $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$ son independientes. En otras palabras:

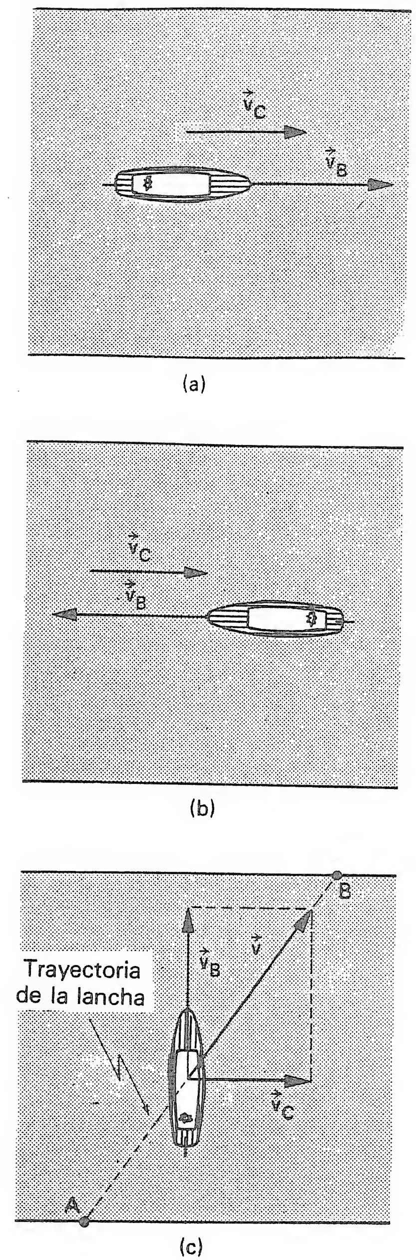


FIGURA 4-18 En cualquiera de los casos indicados, la velocidad $\vec{v}$ de la lancha en relación con la de la Tierra, está dada por la resultante de $\vec{v}_B$ y $\vec{v}_C$.

cuando un cuerpo está animado simultáneamente por dos movimientos perpendiculares entre sí, el desplazamiento en la dirección de uno de ellos es determinado solamente por la velocidad en esa dirección.

Esta independencia entre dos movimientos simultáneos y perpendiculares fue observada, en forma experimental, por Galileo. En la Figura 4-19 mostramos el experimento que realizó.

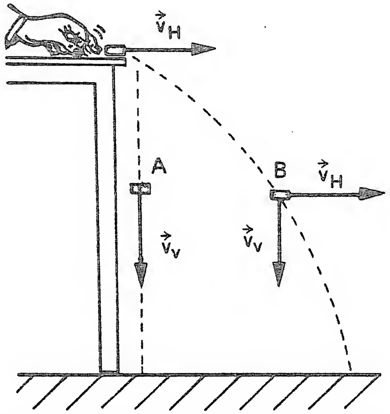


FIGURA 4-19 Galileo comprobó que la velocidad horizontal del objeto *B* no influye en su movimiento según la vertical.

Dejando que un objeto *A* caiga verticalmente, y lanzando horizontalmente en el mismo instante un objeto *B*, Galileo comprobó que ambos caen al mismo tiempo, y tardan lo mismo en llegar al suelo. El objeto *A*, en caída libre, tiene solamente la velocidad vertical $\vec{v}_v$. El objeto *B* está animado por dos movimientos perpendiculares, y posee, además de la velocidad $\vec{v}_v$ de caída, una velocidad horizontal $\vec{v}_H$, debida al impulso del lanzamiento. Como *A* y *B* tardan lo mismo en caer, Galileo concluyó que la velocidad $\vec{v}_H$ no influye en el movimiento de caída del cuerpo *B*, o sea, que las velocidades $\vec{v}_H$ y $\vec{v}_v$ actúan simultáneamente sobre *B*, pero en forma independiente una de la otra.

En la actualidad, podemos comprobar que Galileo obtuvo resultados correctos, gracias a métodos fotográficos especiales, como el de la Figura 4-20.

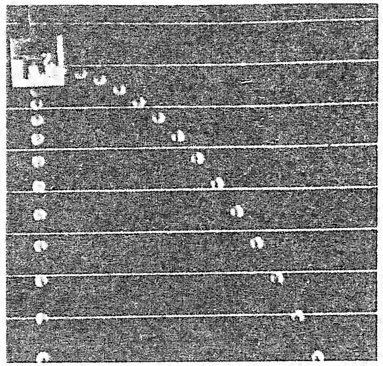


FIGURA 4-20 Esta moderna fotografía muestra que las dos bolas caen simultáneamente, comprobando así el descubrimiento de Galileo.

EJEMPLO 2

Una lancha, con una velocidad $v_B = 4.0$ m/s, enfilada perpendicularmente a las márgenes, atraviesa un río que tiene un ancho $L = 100$ m, partiendo del punto *A* y llegando al punto *C* (Fig. 4-21). La velocidad de la corriente es $v_c = 2.0$ m/s.

a) ¿Cuanto tardará en cruzar el río?

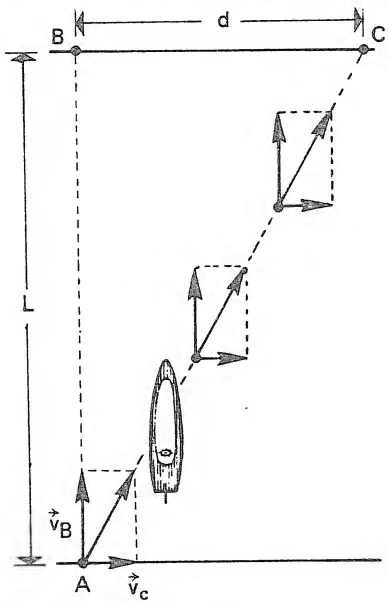


FIGURA 4-21 Para el Ejemplo 2.

El tiempo de travesía está determinado únicamente por $\vec{v}_B$, pues $\vec{v}_C$ es perpendicular a $\vec{v}_B$ y no influye en este desplazamiento (*véase* Fig. 4-21). Esto equivale a decir que el bote recorre una distancia *L* con la velocidad $\vec{v}_B$, tardando en la travesía un tiempo *t*, dado por

$$t = \frac{L}{v_B} = \frac{100}{4.0}$$

donde

$$t = 25 \text{ s}$$

Si no existiera la velocidad de la corrriente, es obvio que el tiempo de la travesía sería de 25 s también.

b) ¿Cuál es el valor de la distancia *d* entre los puntos *B* y *C* de la Figura 4-21?

Si no hubiese corriente, la lancha seguiría la trayectoria *AB*. La distancia *d* es, entonces, el desplazamiento provocado únicamente por el flujo del agua, pues $\vec{v}_B$ no influye en dicho desplazamiento. Como ambas velocidades actuaron en forma simultánea durante un tiempo $t = 25$ s, el desplazamiento producido por $\vec{v}_C$ será

$$d = v_C t = 2.0 \times 25 \quad \text{donde} \quad d = 50 \text{ m}$$

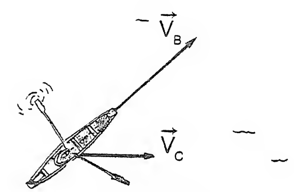
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Un bote que desarrolla una velocidad $\vec{v}_B$ en relación con el agua (velocidad que su motor le imprime), va a atravesar un río cuya corriente tiene una velocidad $\vec{v}_c$. Estas velocidades están representadas en la figura de este ejercicio.

a) Si no hubiera corriente (aguas tranquilas), ¿cuál sería la velocidad del bote con respecto a la Tierra? Muestre en la figura la trayectoria que seguiría la embarcación en estas condiciones.

b) Considerando la corriente, indique en la figura la velocidad, $\vec{v}$, del bote en relación con la Tierra (velocidad resultante), y la trayectoria que sigue en este caso al cruzar el río.



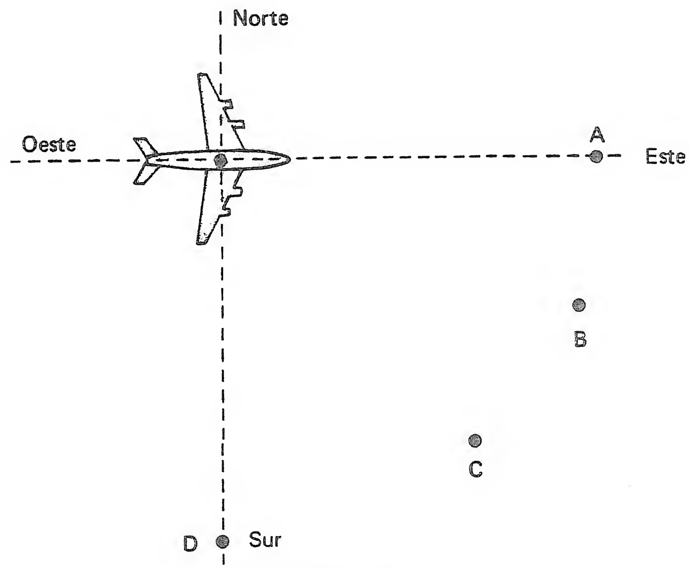
Ejercicio 22

23. Un avión vuela a una velocidad con respecto al aire $v_a = 200$ km/h. En determinado momento comienza a soplar un viento fuerte, con velocidad $v_v = 80$ km/h dirigido de norte a sur. ¿Cuál será la velocidad del avión con respecto a la Tierra, suponiendo que vuela:

a) de norte a sur?

b) de sur a norte?

24. Suponga que el avión del ejercicio anterior tuviese su velocidad $\vec{v}_a$ de oeste a este.



Ejercicio 24

a) Empleando una escala donde 1 cm represente 40 km/h, trace en la figura de este ejercicio los vectores $\vec{v}_a$ y $\vec{v}_v$.

b) Trace también la velocidad resultante del avión y determine su valor, midiendo su longitud con la regla (recuerde la escala del dibujo).

c) ¿Hacia cuál de las ciudades señaladas en la figura (*A, B, C,* o *D*) se dirige el avión?

d) Sabiendo que el aeroplano se encuentra a 430 km de esta ciudad, ¿cuánto tiempo tardará en llegar a ella?

25. En la Figura 4-19, suponga que el cuerpo *A* tardó 0.45 s en llegar al suelo, y que el cuerpo *B* haya sido lanzado con una velocidad v_H = 2.0 m/s.

a) ¿Cuánto tarda *B* en llegar al suelo?

b) Sabiendo que el valor de la velocidad horizontal v_H permanece constante durante la caída, ¿a qué distancia de la pata de la mesa caerá el cuerpo *B*?

4.6 Un tema especial (para aprender más)

La Física en los encuentros deportivos

❖ **Errores de medición en los deportes.** En atletismo, los resultados de las competiciones requieren medidas de longitud o distancia y del tiempo. Aun cuando tales mediciones están sujetas a errores, como cualquier otra medida física, los jueces y las autoridades del deporte no las toman en cuenta. Además, también se omiten ciertos fenómenos físicos que afectarían notablemente las marcas registradas por un atleta. Estos hechos pueden hacer que se otorgue un premio, o bien, que sea designado un atleta como campeón mundial, en forma injusta.

El profesor estadunidense P. Kirkpatrick, en un artículo muy conocido, analiza diversos casos y señala las correcciones que deberían llevarse a cabo en las mediciones deportivas para evitar engaños de este tipo. A continuación describimos algunas de las situaciones que analiza Kirkpatrick en su artículo.

❖ **Dos ejemplos de errores muy comunes.** Inicia su trabajo criticando la falta de cuidado con las cifras significativas cuando se dan a conocer los resultados de las mediciones efectuadas durante las pruebas. Por ejemplo, es común obtener el valor de la velocidad desarrollada en una carrera de automóviles, expresada hasta con siete cifras decimales, en tanto que la distancia recorrida y el tiempo empleado en el recorrido no se miden ni con 1/10 de esta precisión.

Otro ejemplo de este tipo de incongruencias puede observarse en las carreras de distancia, donde se instalan dispositivos electrónicos o fotográficos capaces de medir el tiempo con una precisión hasta de 0.01 s; pero, al mismo tiempo, la pistola que da la señal de salida, y que acciona en forma simultánea el cronómetro o medidor del tiempo, suele estar situada a tal distancia de los competidores, que el sonido del disparo tarda hasta 0.04 s en llegar a sus oídos. Obsérvese, entonces, que no tiene sentido el empleo de un cronómetro tan preciso, pues el error inicial en la medida del tiempo es muy superior a la precisión del aparato.

❖ **Importancia de la nivelación en las pruebas de lanzamiento.** El hecho de que no se acostumbre nivelar con todo cuidado el suelo de los campos donde se efectúan las competiciones de lanzamiento de bala, disco o jabalina, puede ocasionar injusticias en los resultados de dichas pruebas. Para entender esto, observe la Figura 4-22, la cual muestra a un atleta que lanza una bala que cae al suelo en el punto *B*. Si el terreno estuviera nivelado, la bala caería en *A*. Así pues, nos damos cuenta de que el atleta resultó beneficiado en el alcance de su lanzamiento, con un aumento igual a la distancia *AC*. Resulta claro, que, dependiendo de las irregularidades del terreno, pudo haber ocurrido también una disminución en el alcance real, y entonces, el error se produciría al azar, dependiendo de la suerte del lanzador.

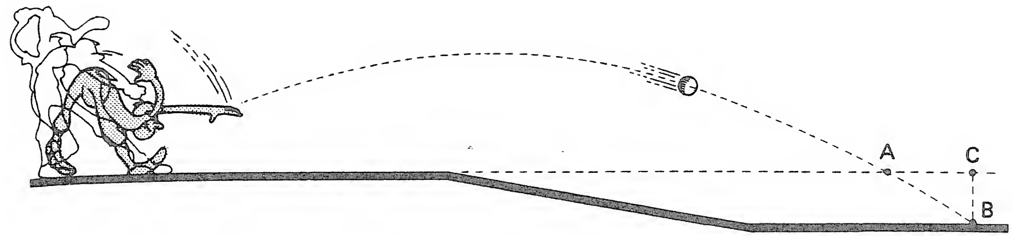


FIGURA 4-22 El hecho de que el terreno donde se efectúa una prueba de lanzamiento de bala no esté bien nivelado, puede ocasionar notables errores en los resultados de una prueba.

Podría pensarse que tal error es despreciable. Pero, los registros de los lanzamientos se realizan "al milímetro", y los errores producidos por el desnivel del terreno pueden llegar hasta unos 15 cm (aproximadamente).

❖ **Influencia de la aceleración de la gravedad.** Entre los numerosos errores que afectan las mediciones en las actividades del deporte, el que se comete con más frecuencia y que, por otra parte, es el que se podría eliminar más fácilmente, es el relacionado con la variación de la aceleración de la gravedad.

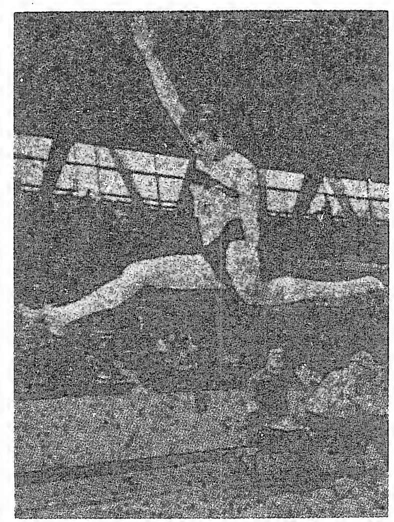
Se sabe que el alcance de un lanzamiento, o de un salto de longitud, es inversamente proporcional al valor de *g*. Como veremos en nuestro curso (Capítulos 6 y 7) la aceleración de la gravedad varía de un lugar a otro de la Tierra, dependiendo de la latitud y de la altitud del lugar. Entonces, un atleta que lanza una jabalina, por ejemplo, en una ciudad donde el valor de *g* es relativamente pequeño (grandes altitudes y pequeñas latitudes) resultará beneficiado por su influencia.

Para dar una idea de la importancia de estas consideraciones, el profesor Kirkpatrick revela que un lanzamiento cuyo alcance sea de 16.75 m en Boston, en realidad constituye un resultado mejor que un alcance de 16.78 m logrado en la ciudad de México. Esto se debe a que el valor de la aceleración de la gravedad es menor en la ciudad de México que en Boston.

Las correcciones que se podrían hacer fácilmente para evitar discrepancias de esta naturaleza, no son mencionadas siquiera en los reglamentos olímpicos.

❖ **Rechazo popular a los intentos de correcciones.** El autor del artículo, en su calidad de físico y preocupado por las consideraciones expuestas, hizo notar esto a las autoridades del deporte en Estados Unidos de América, a fin de que adoptaran las medidas necesarias para reducir la magnitud de dichos errores.

Observó, con sorpresa, un gran desinterés por el asunto, y llegó a la conclusión de que la actividad deportiva es predominantemente un arte, y las personas que la practican con éxito difícilmente estarían dispuestas a aceptar cambios en su proceder. Kirkpatrick cita luego la prueba realizada en California, de emplear dispositivos electrónicos para auxiliar al juez en sus



El valor de la aceleración de la gravedad influye en el resultado de un salto de longitud en distintos lugares.

anotaciones en un partido de fútbol. El experimento fue un éxito tecnológico y un fracaso popular, pues los aficionados se negaron a aceptar una medición que ni ellos ni el juez podían percibir.

En resumen, afirma que posiblemente existe el sentir generalizado de que gran parte del encanto del deporte, se halla en el azar y en la incertidumbre de los resultados de las pruebas o competiciones.

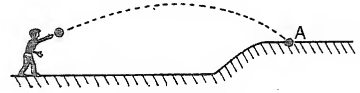
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección conteste las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

26. Un auto Fórmula 1, durante una toma de tiempo para definir la posición de arranque, efectuó una vuelta completa a la pista y sus aparatos de medición registraron los siguientes valores:
— distancia recorrida = 4 846.6 m
— tiempo de recorrido = 82.642 s
Después, una emisora de televisión anunció que el piloto alcanzó, en esa prueba, una velocidad media de 211.1246 km/h.
   a) ¿Cree usted que, en términos de algoritmos significativos, la emisora de televisión presentó correctamente el valor de la velocidad?
   b) Escriba el valor de esa velocidad de manera adecuada.

27. Se sabe que la velocidad del sonido en el aire vale 340 m/s.
   a) ¿A qué distancia del revólver se encuentra un atleta, mencionado en el texto, que oye el disparo 0.04 s después del disparo?
   b) ¿Cuál es la máxima distancia que podría existir entre un atleta y el revólver para que sea coherente con la precisión (0.01 s) del dispositivo de medición de tiempo mencionado en el texto?

28. En un lanzamiento de bala, el suelo del local de la prueba no estaba nivelado, como lo muestra la figura de este ejercicio. En estas condiciones, en el lanzamiento de un atleta, la bala alcanzó el suelo en el punto *A*.



Ejercicio 28

   a) Muestre, en la figura, la posición aproximada en la cual la bala alcanzaría el suelo si éste estuviera nivelado.
   b) ¿Se perjudicó el atleta o se benefició en ese lanzamiento?
   c) Indique, en la figura, el error aproximado que se cometió al determinar el alcance del lanzamiento.

29. Dos atletas lanzan pesos iguales, aplicando ambos el mismo impulso. Uno de los dos se encuentra en Quito, Ecuador, y el otro, en Río de Janeiro. ¿Cuál de ellos se favorecerá, en su lanzamiento, por el valor local de la aceleración de la gravedad? Explique.

30. Trate de verificar si algunos de los factores físicos analizados en esta sección (u otros factores no mencionados), están presentes en deportes que usted practica o que conoce.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) ¿Qué es una cantidad escalar? Dé ejemplos.
   b) ¿Qué características deben proporcionarse para que una cantidad vectorial quede bien determinada? Dé ejemplos de cantidades vectoriales.
   c) ¿Cuál es la diferencia que advierte entre las notaciones $\vec{d}$ y d?

2. En el texto se presentaron dos procedimientos para la determinación de la resultante $\vec{c}$ de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$. Describa cada uno de esos procesos.

3. *a*) Explique qué entiende por componente de un vector $\vec{V}$ según un eje *OX*.
   b) ¿Qué son componentes rectangulares de un vector?

4. *a*) Siendo θ un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, defina sen θ y cos θ.
   b) ¿Cuáles son las expresiones matemáticas que permiten calcular las componentes rectangulares de un vector?
   c) Si conocemos los valores de las componentes rectangulares de un vector $\vec{V}$, ¿cómo podemos calcular su magnitud?

5. Vimos que la velocidad de una partícula en un instante determinado, se representa por un vector $\vec{v}$. Diga cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de ese vector.

6. *a*) ¿Cuál es la dirección y el sentido del vector aceleración centrípeta $\vec{a}_C$?
   b) Si una partícula posee $\vec{a}_C$, ¿cómo debe ser su trayectoria? En estas condiciones, ¿cuál es la característica del vector $\vec{v}$ que, obligadamente, está cambiando?

7. *a*) ¿Cuál es la dirección y el sentido del vector aceleración tangencial $\vec{a}_T$?
   b) Si una partícula posee $\vec{a}_T$ ¿qué característica del vector $\vec{v}$ está cambiando necesariamente?

8. *a*) ¿Qué es el *periodo* de un cuerpo en movimiento circular uniforme?
   b) Si un cuerpo está en movimiento circular uniforme, ¿cómo se define su velocidad angular?
   c) Exprese esta velocidad angular en función del periodo *T*.

9. *a*) ¿Qué expresión relaciona v, ω y R en un movimiento circular uniforme?
   b) ¿Cuál es la expresión que proporciona el valor de $\vec{a}_C$ en el movimiento circular uniforme.

10. *a*) Si un avión posee una velocidad $\vec{v}_1$ en relación con el aire, y si éste se mueve con una velocidad $\vec{v}_2$, con respecto a la Tierra, ¿cómo debemos proceder para encontrar la velocidad, $\vec{v}$, del avión con respecto a la Tierra?
   b) Cuando un cuerpo está animado de dos movimientos perpendiculares entre sí, decimos que son independientes uno del otro. Explique el significado de esto.
   c) Describa el experimento que Galileo realizó para mostrar la independencia de dos movimientos perpendiculares.

TRES EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Coloque una moneda pequeña en la orilla del plato giratorio de un tocadiscos. Mida y anote la distancia, *R*, de la moneda al centro del tornamesa, y ponga en marcha el aparato. Usando un cronómetro (o un reloj con manecilla de segundos) mida y anote el tiempo que tarda la moneda en dar 10 vueltas. Para mayor seguridad, aconsejamos repetir la medida algunas veces. Con base en sus anotaciones, determine:
   a) El periodo *T* de rotación de la moneda.
   b) El número de revoluciones que realiza en 1 minuto. Compare este resultado con la indicación del aparato.
   c) La velocidad angular ω de la moneda.
   d) Su velocidad lineal v.
   e) Su aceleración centrípeta a_C.

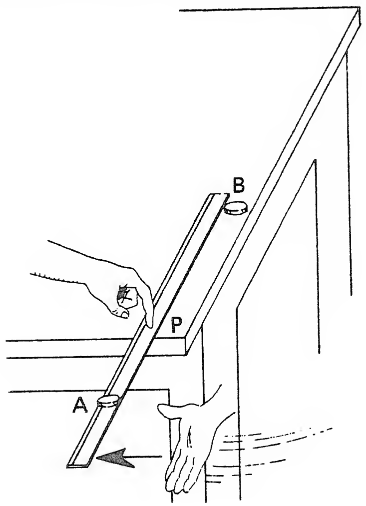
2. a) Si la moneda se colocara en la circunferencia media del plato, de modo que el radio de su trayectoria sea ahora dos veces menor (o de la mitad), los valores de T, ω, v y a_C para esta posición, ¿serían mayores, menores o iguales que los valores correspondientes a la anterior?
   b) Coloque la moneda en la posición indicada en (a), realice las mediciones necesarias, y calcule los valores de T, ω, v y a_C. ¿Los valores obtenidos confirman sus respuestas a la pregunta de (a)?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Como ya dijimos, la velocidad horizontal de B (Fig. 4-19) no afecta su movimiento según la vertical, y por eso A y B llegan simultáneamente al suelo (independencia de los movimientos). El experimento siguiente semejante al que realizó Galileo, está destinado a comprobar esta independencia de dos movimientos perpendiculares entre sí.

La figura presenta la forma en que debe realizarse el experimento: se debe emplear una regla apoyada parcialmente sobre una mesa, y dos monedas, A y B, colocando a B sobre dicha mesa, cerca de su orilla y a un lado de la regla, y a A sobre esta última (por fuera de la mesa).

1. Fije la regla con un dedo en el punto P, de manera que pueda girar alrededor de ese punto. Dé un golpe rápido en el extremo libre de la regla, como indica la figura. Observe las trayectorias de ambas monedas, y compruebe si A cae verticalmente (caída libre), y si B, en el mismo instante, es lanzada horizontalmente hacia la derecha.
2. Repita el experimento, y escuchando con atención el ruido que produzcan al llegar al suelo, compruebe si tardaron lo mismo en caer.
3. Repita una vez más el experimento dando un golpe más fuerte a la regla, para que B adquiera una mayor velocidad inicial. ¿Las monedas A y B siguen cayendo simultáneamente? ¿Diría usted que ha quedado comprobada así la independencia de los dos movimientos (horizontal y vertical) de la moneda B?



Segundo Experimento

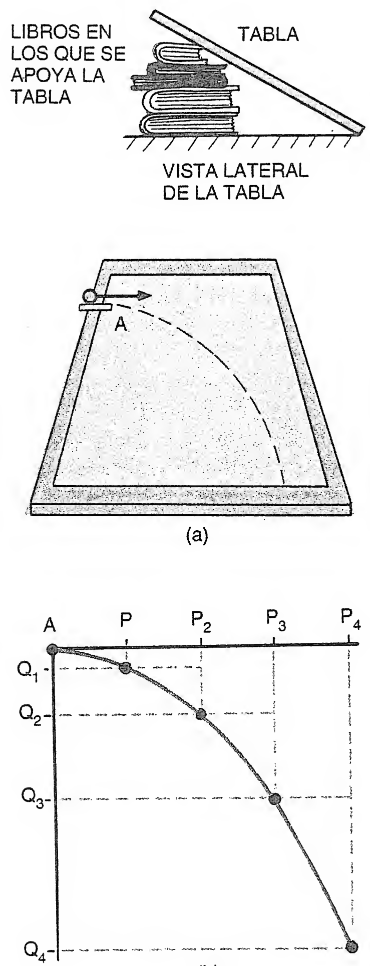
TERCER EXPERIMENTO

Este experimento le permitirá analizar el movimiento de un objeto lanzado horizontalmente que cae bajo la acción de la gravedad. Para realizarlo, proceda de la siguiente manera:

1. Tome una superficie rígida, como una tabla (o inclusive un libro), y cúbrala con una hoja de papel blanco. Coloque la superficie, cubierta con el papel, apoyada de tal manera que permanezca inclinada en cierto ángulo sobre la horizontal (*véase* Figura (a) de este experimento).
2. En lo alto de la hoja, marque un punto A (*véase* figura) y coloque una pequeña plataforma (o canaleta) horizontal de modo que su extremo coincida con el punto A, como se muestra en la figura (a). Si es necesario, pida ayuda a un compañero.
3. Tome una pequeña esfera (de acero, o de vidrio, etc.) y pase aceite o vaselina líquida en la superficie. Coloque la esfera en la plataforma e impúlsela con cierta velocidad horizontal, de modo que corra sobre el papel. La trayectoria de la esfera será marcada en la hoja y usted podrá remarcarla o retocarla con la punta de un lápiz.

El movimiento de esa esfera es igual al que se analizó en la Sección 4.5, mostrado en la Figura 4-20. En este caso, sin embargo, la aceleración de la caída es menor que la de la gravedad (debido a la inclinación de la superficie). Recuérdese que ese movimiento cuya trayectoria se trazó es una composición de dos movimientos independientes: un movimiento horizontal, con velocidad constante y un movimiento acelerado hacia abajo.

4. A partir del punto A trace, en la hoja de papel, un eje horizontal y otro perpendicular a él, como en la Figura (b) de este experimento. En el eje horizontal, señale los puntos P_1, P_2 y P_3, etc., de tal modo que $AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = ...$ Como el movimiento horizontal es uniforme, esas distancias corresponden a intervalos iguales en el movimiento de la esfera. Indique, ahora, las distancias AQ_1, Q_1Q_2, Q_2Q_3, etc., que corresponden a los desplazamientos de la esfera, hacia abajo, en cada uno de aquellos intervalos iguales. Observe que esas distancias aumentan gradualmente, lo que muestra que el movimiento hacia abajo es acelerado.
5. Observe la forma de la trayectoria obtenida en el papel y vea cómo es semejante a la de la Figura 4-20. Esa curva es una *parábola*, como la curva que describe la "variación con el cuadrado" estudiada en el Capítulo 2.
6. Trate de repetir el experimento, pero ahora varíe la velocidad inicial de la bola y la inclinación de la superficie.



Tercer Experimento

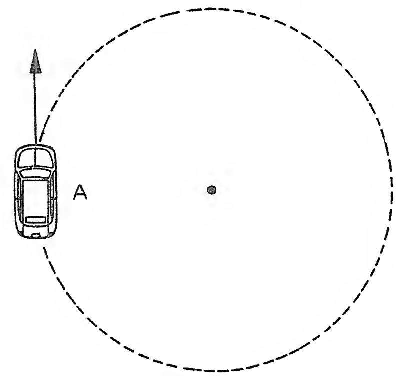
PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Un automóvil, al ser probado en una pista circular de 300 m de radio, parte del punto A, como se ve en la figura de este problema.

a) Trace, en la figura, el vector $\vec{d}$ que representa el desplazamiento del automóvil luego de haber efectuado media vuelta.

b) ¿Cuál es la magnitud de este desplazamiento?

c) ¿Cuál será la magnitud del desplazamiento del auto después de haber dado una vuelta completa?



Problema 1

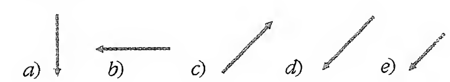
2. Dos desplazamientos $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ tienen magnitudes $d_1 = 4.0$ m y $d_2 = 3.0$ m. Se sabe que $\vec{d}_1$ tiene dirección horizontal y sentido de izquierda a derecha.

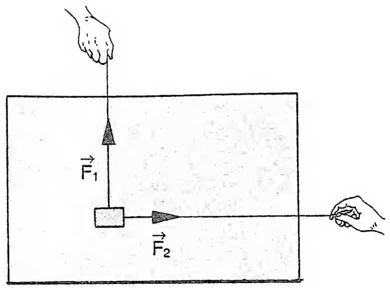
a) ¿Cuál debe ser la dirección y el sentido de $\vec{d}_2$ para que la resultante de esos vectores tenga una magnitud igual a 7.0 m?

b) Responda la pregunta anterior considerando que la resultante debe tener una magnitud igual a 1.0 m.

c) ¿La resultante de $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$ podría tener un valor igual a 8.0 m? ¿O bien, igual a 0.5 m?

3. En la figura de este problema, los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ representan, en magnitud, dirección y sentido, dos fuerzas que actúan sobre un objeto apoyado en una mesa lisa. Se desea aplicar al cuerpo, una fuerza $\vec{F}_3$, de modo que sea nula la resultante de las tres fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$. Escoja, entre los vectores que se muestran a continuación, el que mejor represente a $\vec{F}_3$.

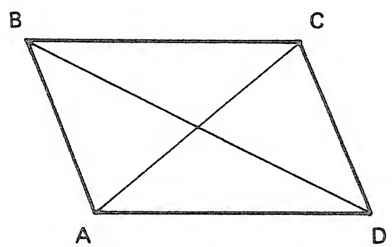




Problema 3

4. Las figuras de este problema las dibujó un estudiante cuando trataba de obtener la resultante, $\vec{V}$, de dos vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$. Señale las figuras en las cuales la resultante $\vec{V}$ se obtuvo correctamente.

5. En la figura de este problema, los segmentos rectilíneos *AB*, *BC*, *CA*, etc., representan vectores ($\vec{AB}$ y $\vec{BA}$, por ejemplo, son vectores de sentido contrario). En las igualdades siguientes se presentan algunas relaciones entre estos vectores. Indique cuál *no* es verdadera.



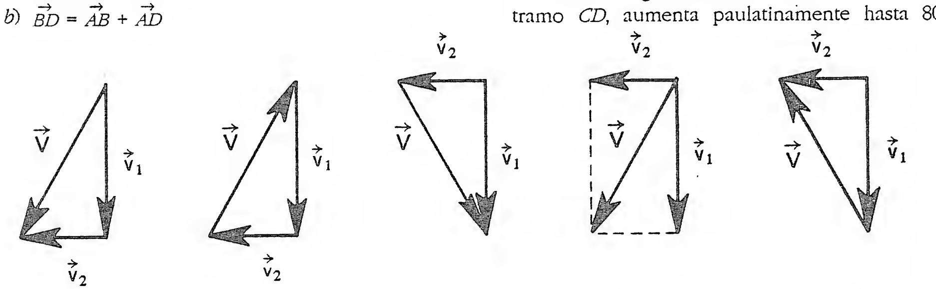
Problema 5

a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$
b) $\vec{BD} = \vec{AB} + \vec{AD}$
c) $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$
d) $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$
e) $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{AC}$

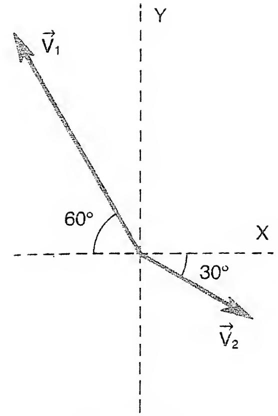
6. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes está *equivocada*?
a) La magnitud de la componente de un vector no puede ser mayor que la del propio vector.
b) Si la componente de un vector sobre un eje es nula, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.
c) Si un vector es perpendicular a un eje, la componente del vector sobre dicho eje es nula.
d) Si un vector es paralelo a un eje, la magnitud de la componente del vector sobre el eje es igual a la del vector.
e) Si ambas componentes rectangulares de un vector son nulas, podemos concluir que la magnitud del vector también lo es.

7. Los vectores $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ mostrados en la figura de este problema tienen magnitudes V_1 = 20 cm y V_2 = 10 cm.
a) Trace, en la figura, las componentes rectangulares, $\vec{V}_{1x}$ y $\vec{V}_{1y}$, de $\vec{V}_1$.
b) Haga lo mismo para el vector $\vec{V}_2$.
c) Calcule los valores de estas componentes, y al presentar los resultados, considere la siguiente convención de signos: las componentes sobre *OX* son positivas si están orientadas hacia la derecha, y negativas en caso contrario; las componentes sobre *OY* son positivas si están orientadas hacia arriba, y negativas en caso contrario.

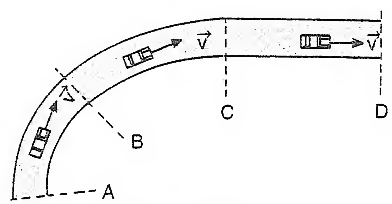
8. El velocímetro de un auto que va por una carretera plana, según muestra la figura de este problema, indica constantemente 60 km/h en el tramo *AB*. En el tramo *BC* la indicación del velocímetro cae gradualmente a 40 km/h, y en el tramo *CD*, aumenta paulatinamente hasta 80 km/h. Trace los vectores $\vec{a}_C$ (aceleración centrípeta) y $\vec{a}_T$ (aceleración tangencial) del movimiento del automóvil, en las posiciones que se indican en la figura.



(a) (b) (c) (d) (e)
Problema 4



Problema 7

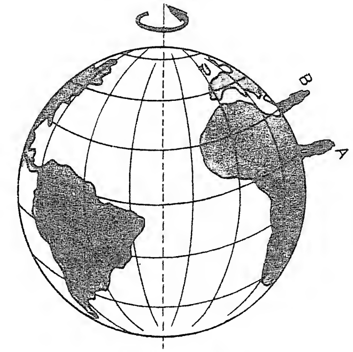


Problema 8

9. Seguro que usted sabe que la Tierra posee un movimiento de rotación alrededor de su eje.
a) ¿Cuál es el periodo de este movimiento?
b) ¿Cuál es su velocidad angular en grados por hora?

10. Una polea *A*, en rotación tiene 10 cm de radio y un punto de su periferia tiene una velocidad lineal de 50 cm/s. Otra polea, *B*, de 25 cm de radio, gira de modo que un punto de su periferia tiene una velocidad lineal de 75 cm/s.
a) Calcule la velocidad angular de cada polea.
b) ¿Cuál de las dos poleas gira más rápidamente?

11. Una piedra atada a una cuerda, posee un movimiento circular uniforme de periodo T = 0.20 s y radio R = 10 cm. Calcule para tal piedra:
a) La velocidad angular, en rad/s.
b) La velocidad lineal, en m/s.
c) La aceleración centrípeta, en m/s^2.



Problema 12

12. Imagine a dos personas *A* y *B* situadas sobre la superficie de la Tierra, estando *A* en el ecuador y *B* en un paralelo del hemisferio norte y en el mismo meridiano (*véase* Figura de este problema). Usted sabe que estas personas girarán junto con la Tierra en su movimiento de rotación. Diga, de entre las siguientes afirmaciones relacionadas con el movimiento de rotación de *A* y *B*, cuáles son correctas y cuáles están equivocadas.
a) El periodo de rotación de *A* es mayor que el de *B*.
b) La velocidad angular de *A* es igual que la de *B*.
c) El radio de la trayectoria de *A* es igual al radio de la trayectoria de *B*.
d) La velocidad lineal de *A* es mayor que la de *B*.
e) La aceleración centrípeta de *A* es menor que la de *B*.

13. Dos autos, *A* y *B*, van por una misma curva circular de una carretera, desarrollando ambos 40 km/h.
a) El conductor del auto *A* aumenta la velocidad a 80 km/h ¿La aceleración centrípeta del auto se volverá mayor o menor? ¿Cuántas veces?
b) El auto *B*, manteniendo su velocidad, entra en una curva más "cerrada" y de radio dos veces menor. ¿Su aceleración centrípeta se vuelve mayor o menor? ¿Cuántas veces?

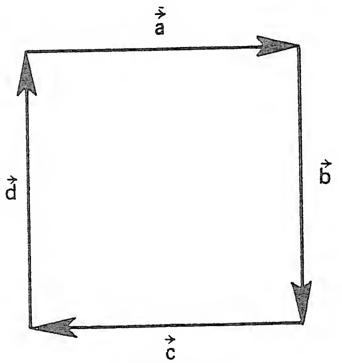
14. En la Figura 4-18b, ¿qué sucedería al bote si:
a) $v_B = v_C$?
b) $v_B < v_C$?

15. Dos ciudades, situadas en las márgenes de un río, se encuentran a 100 km de distancia. Un bote que hace un recorrido entre ellas, tarda 5.0 h cuando va río arriba, y 4.0 h cuando va río abajo. Calcule:

a) La velocidad de la corriente.
b) La velocidad del bote respecto al agua.

16. Una embarcación zarpa del puerto y navega en dirección norte-sur, desplazándose 22 km hacia el norte. En seguida toma el rumbo oeste-este y se desplaza 9.0 km hacia el este. Finalmente, retoma la dirección norte-sur, desplazándose 10 km hacia el sur.
a) Usando una escala de 1 cm: 1 km (o sea, que 1 cm representa 1 km) trace un diagrama que muestre los desplazamientos sucesivos de la embarcación.
b) Trace el vector desplazamiento resultante de la nave y determine su magnitud, midiendo directamente en el diagrama.
c) Use el teorema de Pitágoras para calcular la magnitud del desplazamiento resultante. Compare este resultado con el que se obtuvo en (b).

17. En un cuadrado de 20 cm de lado, y cuya diagonal vale, por tanto, 28 cm, están representados los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ y $\vec{d}$ (*véase* Figura de este problema). Determine la magnitud del resultado de cada una de las siguientes operaciones vectoriales:

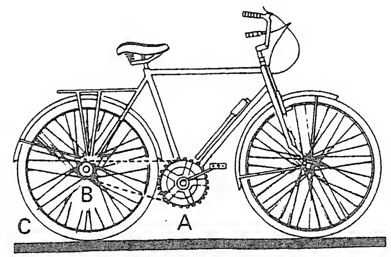


Problema 17

a) $\vec{a} + \vec{b}$
b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

18. El segundero de un reloj tiene 2 cm de longitud. Determine, para un punto en el extremo libre de la manecilla (considerando $\pi = 3$):
a) El periodo de rotación.
b) La velocidad angular.
c) La velocidad lineal.
d) La aceleración centrípeta.
e) La aceleración tangencial.

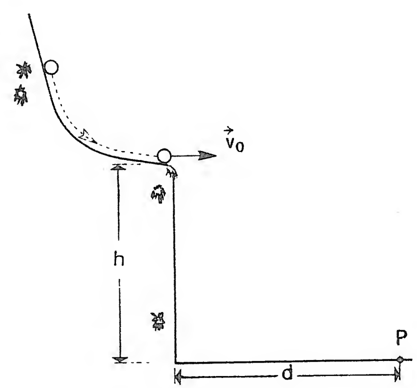
19. Considere las ruedas dentadas *A* y *B*, de la transmisión de una bicicleta (*véase* Figura de este problema). Como se sabe, el engrane *B* está unido a la rueda trasera *C*, y gira junto con ella cuando el ciclista pedalea. Suponiendo que lo anterior está ocurriendo, diga si:



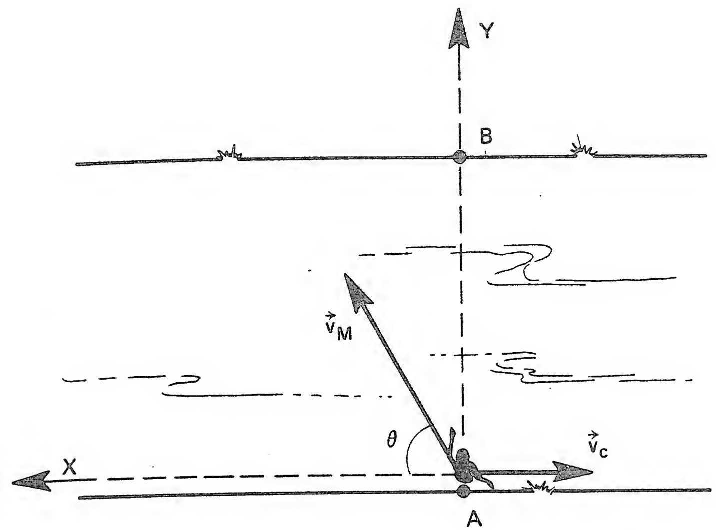
Problema 19

a) La velocidad lineal de un punto en la periferia de *A*, es mayor, menor o igual que la de un punto en la periferia de *B*.
b) La velocidad angular de *A* es mayor, menor o igual que la velocidad angular de *B*.
c) La velocidad angular de *B* es mayor, menor o igual que la velocidad angular de *C*.
d) La velocidad lineal de un punto en la periferia de *B*, es mayor, menor o igual que la de un punto en la periferia de *C*.

20. Una piedra se desprende de una montaña y rueda por la cuesta, llegando al borde de un desfiladero con una velocidad horizontal $\vec{v}_0$ (*véase* Figura de este problema). En virtud de esta velocidad inicial llegará al suelo en el punto *P*.



Problema 20

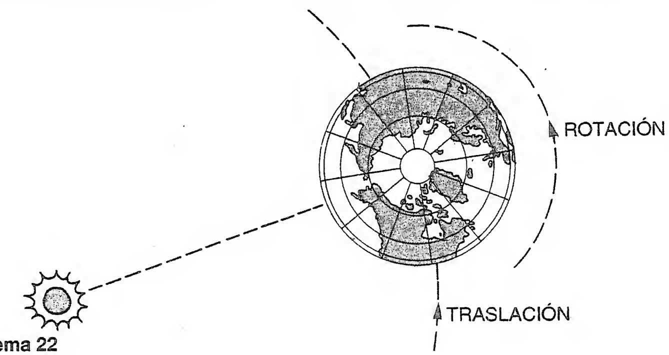


Problema 21

a) En la figura, haga un croquis que muestre la forma de la trayectoria que la piedra describe en el aire.
b) Si se sabe que h = 20 m y se considera que g = 10 m/s^2, calcule el tiempo que la piedra tarda en desplazarse desde el borde del precipicio hasta el suelo.
c) Suponiendo que v_0 = 6.0 m/s, calcule la distancia *d* mostrada en la figura.

21. Una muchacha, que nada con una velocidad $\vec{v}_M$, debe atravesar un río cuya corriente tiene una velocidad $\vec{v}_C$. Suponga que desea seguir la trayectoria *AB*, perpendicular a las márgenes (*véase* Figura de este problema). Para ello, la joven nada orientando su velocidad en una dirección que forma un ángulo θ con la orilla.
a) Trace, en la figura, las componentes $\vec{v}_{Mx}$ (paralela a la margen) y $\vec{v}_{My}$ (perpendicular a la orilla). Escriba las expresiones de estas componentes en función de v_M y θ.
b) ¿Cuál debe ser la relación entre v_{Mx} y v_C para que la muchacha siga la trayectoria *AB*?
c) Considerando que v_C = 0.50 m/s y v_M = 1.0 m/s, calcule el valor de θ para que la nadadora siga la trayectoria *AB* deseada.

22. Sabemos que la Tierra posee, además del movimiento de rotación alrededor de su eje, un movimiento de traslación alrededor del Sol. En la figura de este problema, las flechas indican los sentidos de ambos movimientos. Analice la figura y diga si la velocidad resultante (relación con el Sol) de una persona situada en el ecuador, ¿es mayor al mediodía o a la media noche?

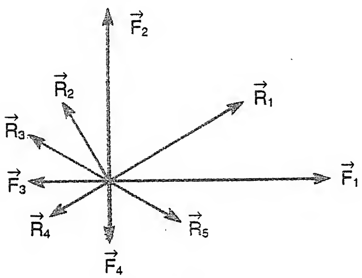


Problema 22

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. La resultante de las cuatro fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ y $\vec{F}_4$ que se muestran en la figura, está mejor representada por el vector:



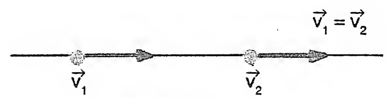
Pregunta 1

a) $\vec{R}_1$
b) $\vec{R}_2$
c) $\vec{R}_3$
d) $\vec{R}_4$
e) $\vec{R}_5$

2. La resultante de dos vectores de módulos 20 unidades y 30 unidades:
a) Nunca puede ser igual a 50 unidades.
b) Es, con seguridad menor que 50 unidades.
c) Nunca es menor que 10 unidades.
d) Es siempre dada por $\sqrt{20^2 + 30^2}$
e) Puede ser nula.

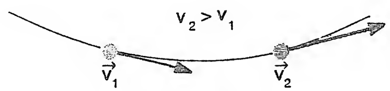
3. Un satélite gravita en torno a un planeta de 6.0×10^3 km de radio, describiendo una órbita circular estable a 1.0×10^3 km de altura. Si su periodo es de 2.0 años, ¿cuál será el valor de la aceleración comunicada al satélite por el planeta?
a) Nulo
b) $\frac{1}{28} \times 10^{-3}$ km/año^2
c) 9.8×10^3 km/año^2
d) 69×10^3 km/año^2
e) Faltan datos para resolver el problema.

4. Un automóvil se desplaza por una carretera recta. La figura muestra el vector velocidad del automóvil en dos instantes diferentes (movimiento uniforme). Es correcto afirmar que:
a) La aceleración centrípeta del movimiento es diferente de cero.
b) La aceleración tangencial del movimiento es nula.
c) El movimiento es uniformemente acelerado.
d) La aceleración tangencial es diferente de cero y la aceleración centrípeta es nula.
e) Todas las afirmaciones indicadas son correctas.



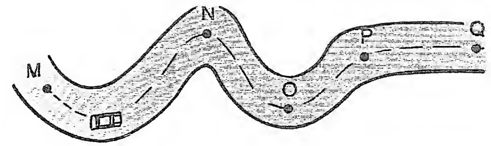
Pregunta 4

5. Un automóvil circula por una carretera curva. La figura muestra el vector velocidad del automóvil en dos momentos diferentes.
Es correcto afirmar que:
a) La aceleración centrípeta del movimiento es diferente de cero.
b) La aceleración tangencial del movimiento es nula.
c) El movimiento es uniformemente acelerado.
d) La aceleración tangencial es diferente de cero y la aceleración centrípeta es nula.
e) Todas estas afirmaciones pueden ser correctas.



Pregunta 5

6. Un auto recorre el tramo de la carretera que se muestra en la figura. El velocímetro marca todo el tiempo 60 km/h.
La aceleración del auto fue nula en el punto:
a) M
b) N
c) O
d) P
e) Q

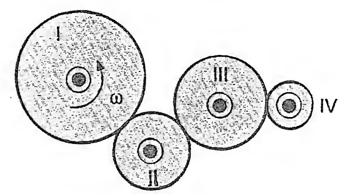


Pregunta 6

7. Un cuerpo describe un movimiento circular uniforme al efectuar 240 rotaciones por minuto. El periodo de este movimiento es de:
a) 4.0 s
b) 0.25 s
c) (1/240) s
d) 240 min
e) 4 min

8. La velocidad angular del cuerpo de la pregunta anterior vale:
a) 8π rad/s
b) 4π rad/s
c) 2π rad/s
d) π rad/s
e) $\frac{\pi}{2}$ rad/s

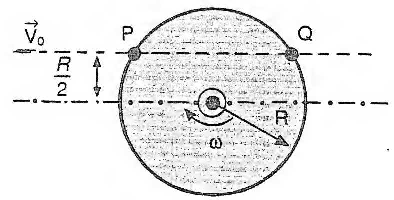
9. Un engranaje está formado por varias ruedas ligadas de manera que una no se desliza sobre otra (*véase* Figura). Se sabe que la rueda I gira en sentido antihorario (contrario al del reloj) con velocidad angular ω. ¿Cuál de ellas tiene la velocidad angular mayor y cuál es el sentido de su movimiento?
a) Rueda I: sentido contrario al del reloj.
b) Rueda II: sentido horario.
c) Rueda III: sentido horario.
d) Rueda III: sentido antihorario.
e) Rueda IV: sentido horario.



Pregunta 9

10. Suponga que la Tierra sea una esfera de radio $R = 6.0 \times 10^6$ m y considere solamente su movimiento de rotación. ¿Cuál es, aproximadamente, el valor de la velocidad tangencial de un punto de la superficie terrestre en la latitud de 60°?
a) 4.4×10^2 m/s
b) 2.2×10^2 m/s
c) 1.1×10^2 m/s
d) 7.0×10^1 m/s
e) 6.0×10^2 m/s

11. Un disco horizontal de radio $R = 0.50$ m gira en torno de su eje con velocidad angular $\omega = 2\pi$ rad/s. Un proyectil se lanza fuera del mismo plano del disco y rasante a él, sin tocarlo, con velocidad v_0, pasando sobre el punto P (*véase* figura). El proyectil sale del disco en el punto Q, en el instante en que el punto P está pasando por allí por vez primera. ¿Cuál es la velocidad v_0?
a) 2.6 m/s
b) 1.5 m/s
c) 6.28 m/s
d) 5.2 m/s
e) 3.0 m/s



Pregunta 11

12. Un navío avanza en dirección norte-sur con movimiento rectilíneo y uniforme de velocidad 10 m/s. Un pajarito, posado en una de las paredes del navío, levanta vuelo en dirección este-oeste, con velocidad constante de 20 m/s, en relación con el navío. Para un observador de pie, en el navío, el pájaro:
a) Vuela en la dirección este-oeste, con velocidad $\sqrt{500}$ m/s
b) Vuela en la dirección aproximada del sudoeste, con velocidad $\sqrt{500}$ m/s
c) Vuela en la dirección este-oeste, con velocidad 20 m/s
d) Vuela aproximadamente en la dirección noreste, con velocidad 20 m/s.
e) Vuela con dirección y velocidad no identificables con las respuestas anteriores.

13. Un barco que desciende por un río, cuya corriente se desplaza a 10 km/h, necesita 6.0 h para recorrer la distancia entre una ciudad y otra, situadas en la misma margen, a una distancia de 180 km. ¿Cuánto tiempo necesitaría el barco para hacer ese viaje si no hubiera corriente?

a) 20 h
b) 18 h
c) 12 h
d) 9.0 h
e) 6.0 h

14. El motor de un barco le imprime una velocidad (relativa al agua) $V_B = 4.0$ m/s, orientada perpendicularmente a las márgenes de un río. Existe una corriente con velocidad $V_C = 3.0$ m/s. Un observador situado en la orilla vería al barco avanzar a una velocidad:
a) 4.0 m/s
b) 3.0 m/s
c) 7.0 m/s
d) 1.0 m/s
e) 5.0 m/s

15. En la pregunta anterior, si se sabe que el río mide 40 m de ancho, podemos decir que el barco necesitará, para cruzar el río:
a) 5.5 s
b) 8.0 s
c) 40 s
d) 10 s
e) 16 s

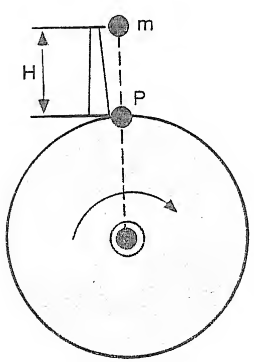
16. Un estudiante de Física quiere saber la altura de un edificio. Para ello lanza horizontalmente una piedra, desde lo alto de una terraza que está en la parte alta del edificio. Oye el impacto de la piedra al caer sobre el asfalto casi 2 s después y llega a la conclusión despreciando la resistencia del aire, que la altura era, aproximadamente:

$$h = (1/2)g\,t^2 = (1/2) \times 10 \times 2^2 = 20 \text{ m}$$

Analice las observaciones que le hizo un colega e indique las que son correctas:
I. "Su experimento no es correcto, porque al lanzar la piedra horizontalmente toma más tiempo para caer que si hubiera sido soltada, sin velocidad inicial".
II. "Al despreciar el tiempo que el sonido producido por el impacto de la piedra contra el asfalto, necesitó para llega a su oído, usted cometió un error de casi 50% en sus cálculos".
III. "El hecho de que usted haya hecho cálculos aproximados, despreciando la resistencia del aire y no haya tomado en consideración la velocidad del sonido, lo llevó a obtener, para la altura del edificio, un valor superior al verdadero".

17. Un barco, con velocidad $\vec{v}$ necesita atravesar un río cuya corriente es $\vec{u}$. Suponga $v > u$. Acerca de este movimiento se puede afirmar:
a) El tiempo de la travesía será mínimo si el barco se orienta de tal manera que el recorrido se realice perpendicularmente las márgenes.
b) Según la orientación del barco el componentente de su velocidad resultante, en la dirección normal a las márgenes, podrá ser superior a v.
c) Según la orientación del barco, el componente de su velocidad resultante, en la dirección de la corriente podrá ser nula.
d) Cuando el barco orienta su velocidad $\vec{v}$ normalmente a las márgenes recorrerá el menor camino posible en la travesía.
e) La mayor velocidad resultante que el barco alcanzará, se dará cuando se oriente normalmente a las márgenes.

18. Considere el ecuador terrestre y sobre él montada una torre de altura H, según la figura. Una partícula de masa m se deja caer de lo alto de la torre. Si se desprecia la resistencia del aire y se supone que no sopla viento, el punto en que la partícula llega al suelo estará en relación con el punto P.
a) Al norte
b) Al sur
c) Sobre el punto P
d) Al oeste
e) Al este

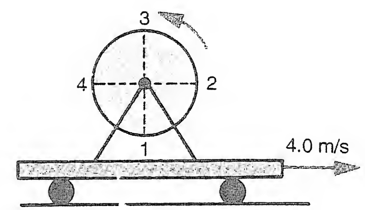


Pregunta 18

19. Un disco, de 1.0 m de radio, situado sobre una plataforma (*véase* Figura) se pone en rotación contraria a las manecillas del reloj, con una velocidad angular de 3.0 rad/s, en torno de un eje que pasa por su centro. La plataforma avanza por las vías con una velocidad de 4.0 m/s. Si consideramos un punto en la periferia del disco, podemos

afirmar que los módulos de las velocidades de este punto, en relación con la Tierra, cuando pasa en las posiciones (1), (2), (3) y (4) de la figura, valen (en m/s):

a) $v_1 = 4.0$; $v_2 = 3.0$; $v_3 =$ cero; $v_4 = 3.0$
b) $v_1 = 4.0$; $v_2 = 5.0$; $v_3 =$ cero; $v_4 = 5.0$
c) $v_1 = 7.0$; $v_2 = 5.0$; $v_3 = 1.0$; $v_4 = 5.0$
d) $v_1 = 1.0$; $v_2 =$ cero; $v_3 = 1.0$; $v_4 =$ cero
e) $v_1 = 7.0$; $v_2 = 3.0$; $v_3 = 7.0$; $v_4 = 3.0$



Pregunta 19

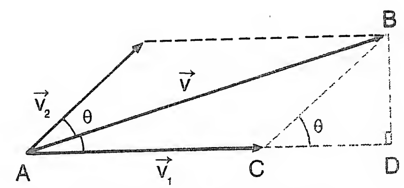
PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. En algunos libros de secundaria se acostumbra afirmar que las direcciones posibles para una recta son las siguientes: horizontal, vertical, e inclinada. Para que usted observe que esa afirmación es totalmente equivocada, conteste las siguientes preguntas:
a) ¿Cree usted que dos (o más) rectas horizontales pueden tener la misma dirección? ¿Y todas las rectas horizontales tienen la misma dirección?
b) ¿Cree usted que dos (o más rectas) inclinadas pueden tener la misma dirección? ¿Y todas las rectas inclinadas tienen la misma dirección?
c) Suponga una recta vertical en un punto del ecuador y otra en un punto cercano a uno de los polos de la Tierra. ¿Cree usted que esas dos rectas verticales tienen la misma dirección?
d) Considere varias rectas verticales en puntos diferentes de su salón de clases. ¿Cree usted razonable considerar que esas rectas verticales tienen la misma dirección? Explique.

2. Trace un par de ejes OX y OY perpendiculares entre sí. Trace un vector $\vec{V}_1$ del origen O al punto A, de coordenadas $X_1 = 3$ y $Y_1 = 4$. En seguida, trace el vector $\vec{V}_2$ del origen al punto B de coordenadas $X_2 = 4$ y $Y_2 = 3$. Conteste:
a) ¿$\vec{V}_1$ es igual a $\vec{V}_2$?
b) ¿V_1 es igual a V_2?

3. Un helicóptero, a cierta altura, parte de un punto A, avanza 4.0 km hasta el punto B, manteniéndose en la misma altitud. En seguida, aún en la misma altura, avanza 3.0 km en ángulo recto con dirección AB, hasta el punto C. A partir de C, sube verticalmente y recorre una distancia de 5.0 km, para llegar al punto D.
a) Haga un dibujo que muestre los desplazamientos sucesivos del helicóptero.
b) Calcule el módulo del vector desplazamiento resultante $\vec{AD}$ del helicóptero.
c) ¿Cuál es el valor del ángulo de inclinación del vector $\vec{AD}$ en relación con la horizontal?
d) ¿Cuáles son los módulos de las componentes horizontal y vertical del vector $\vec{AD}$?

4. La figura de este problema muestra la resultante $\vec{V}$, de los vectores $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ obtenida por medio de la regla del paralelogramo. La geometría permite obtener una fórmula para calcular el valor de la resultante, cuando se conocen los módulos de $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ y el ángulo θ formado por esos vectores.



Problema Complementario 4

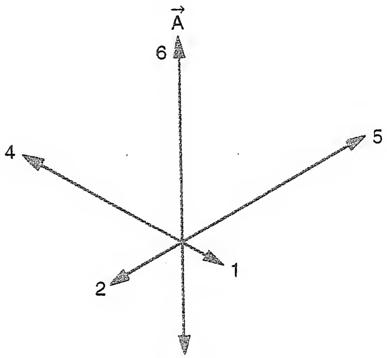
a) Para obtener esa fórmula, considere las indicaciones siguientes: utilice las construcciones hechas en la figura y aplique el teorema de Pitágoras a los triángulos ABD y CBD, observe que el ángulo BCD es igual a θ y muestre que la fórmula que se busca es:

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2\,V_1\,V_2 \cos\theta$$

b) Dos vectores tienen módulos $V_1 = 10$ cm y $V_2 = 6.0$ cm y forman un ángulo θ = 60°. Utilice la ecuación obtenida en (a) para calcular la magnitud V de la resultante de estos vectores.

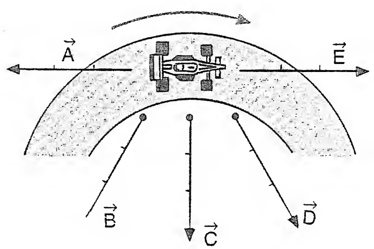
5. Para verificar que la ecuación obtenida en la pregunta (a) del problema anterior proporciona resultados que ya son de su conocimiento, aplíquela a los siguientes casos específicos, para obtener el módulo de la resultante $\vec{V}$:
   a) $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ tienen la misma dirección y sentido.
   b) $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ tienen la misma dirección y sentidos contrarios.
   c) $\vec{V}_1$ es perpendicular a $\vec{V}_2$.

6. La figura de este problema muestra seis vectores de módulos allí indicados, cada uno de ellos forma ángulos de 60° con los vectores adyacentes.
   a) Determine el módulo de la resultante de esos vectores.
   b) ¿Cuál es la dirección y el sentido de esa resultante, en relación con el vector $\vec{A}$?



Problema Complementario 6

7. Un auto de Fórmula 1 describe una curva, desplazándose de izquierda a derecha, como se indica en la figura. Si se sabe que el piloto, en ese momento, está frenando el vehículo, ¿cuál de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ o $\vec{E}$ representa mejor su aceleración en ese momento?

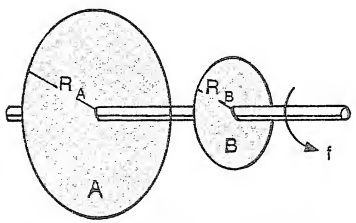


Problema Complementario 7

8. Considere las manecillas de las horas (H), de los minutos (M) y de los segundos (S) de un reloj. Calcule, para cada una:
   a) Su velocidad angular, en grados/hora.
   b) Su frecuencia, en hertz.

9. a) Un cuerpo, en movimiento circular uniforme, tiene una velocidad angular $\omega = 10\ \pi$ rad/s. Determine la frecuencia, f, y el periodo, T, de ese movimiento.
   b) Suponga que una partícula efectúe un movimiento circular uniforme con frecuencia f = 0.25 hertz. Calcule el periodo, T, y la velocidad angular, ω, de esa partícula.

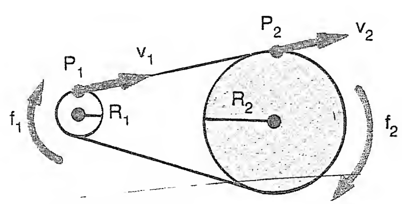
10. Dos discos, colocados en un mismo eje común, giran con una frecuencia, f, constante (*véase* figura de este problema). Siendo $R_A = 2R_B$, determine la relación:



Problema Complementario 10

   a) (ω_A/ω_B) entre las velocidades angulares de los dos discos.
   b) (v_A/v_B) entre las velocidades lineales de dos puntos en las periferias de cada disco.
   c) (a_A/a_B) entre las aceleraciones de los dos puntos mencionados en (b).

11. Dos poleas, de radios R_1 = 10 cm y R_2 = 30 cm, están acopladas por una banda de trasmisión no extensible como lo muestra la figura de este problema.
   a) Suponiendo que la banda no se deslice sobre las poleas, ¿cree usted que la velocidad lineal



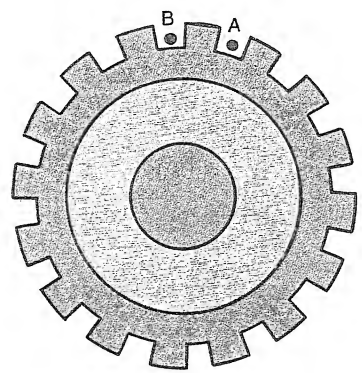
Problema Complementario 11

v_1, de un punto en la periferia de la polea R_1, es mayor, menor o igual a la velocidad v_2, de un punto en la periferia de la polea R_2?
   b) Si se sabe que la polea R_1 gira con una frecuencia f_1 = 60 rpm (rotaciones por minuto), determine la frecuencia f_2 de la polea R_2.

12. Un tocadiscos está tocando a 33 1/3 rpm. La cara útil del LP, tiene un radio interno igual a 7.0 cm y el radio externo igual a 15.0 cm. La cara se toca en 24 minutos.
   a) ¿Cuál es la distancia media entre dos surcos consecutivos del disco?
   b) ¿Cuál es la velocidad lineal del punto del disco que está bajo la aguja al final de la ejecución de la cara?

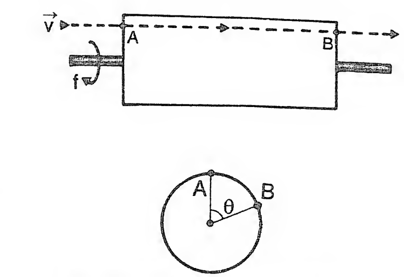
13. Un automóvil se desplaza con una velocidad constante de 72 km/h. Si sus ruedas tienen un diámetro de 60 cm y no deslizan, calcule el número de rotaciones que efectúan por minuto.

14. En un experimento para medir la velocidad de la luz, realizado en el siglo XIX, el físico francés H. Fizeau utilizó una rueda dentada, como se ilustra en la figura, puesta en rotación en torno a su eje. Esta rotación se ajustaba de tal modo que un haz luminoso, pasando por el intervalo A entre dos dientes de la rueda, incidía en un espejo fijo, situado a cierta distancia siendo reflejado y regresando a la rueda exactamente en el momento de pasar en el intervalo B entre los dientes siguientes (*véase* Figura). Suponiendo que la rueda dentada tuviera 720 dientes, que su distancia al espejo fuera de 9.0 km y sabiendo que la velocidad de la luz es de 3.0×10^5 km/s, determine cuántas rotaciones por minuto debía efectuar la rueda para que eso ocurriera.



Problema Complementario 14

15. Para determinar la velocidad de una bala, un técnico hace incidir el proyectil en un cilindro



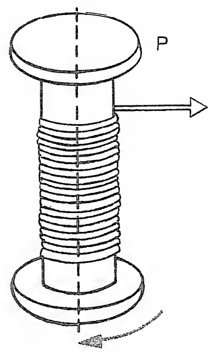
Problema Complementario 15

hueco (con bases de papel frágil), puesto en rotación con una frecuencia f (*véase* Figura de este problema). La bala perforó una de las bases en el punto A, atravesó el cilindro y salió por la otra base en el punto B. Los radios que pasan por los puntos A y B de cada base formaron un ángulo θ entre sí, cómo muestra la figura. Suponiendo que F = 1.200 rpm, que la longitud del cilindro sea de 1.0 m y que $\theta = 72°$, determine la velocidad de la bala.

16. En un experimento para medir el valor de aceleración de la gravedad, un estudiante hizo girar un disco, a 50 rpm, en torno a un eje vertical pasando por su centro O. De dos puntos arriba del disco, a lo largo de una misma vertical, dejó caer simultáneamente sobre él dos esferas, una de ellas desde una altura de 4.5 m y la otra, desde 2.0 m. Al chocar con el disco, las esferas marcaron sobre él los puntos M y N tales que el ángulo MON era igual a 96°. ¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad que el estudiante encontró a partir de esos valores que obtuvo?

17. El radio del cilindro de un carrete mide 2.0 cm. Una persona, en 10 s, desenrrolla uniformemente 50 cm del hilo que está en contacto con el cilindro (*véase* Figura de este problema).
   a) ¿Cuál es el valor de la velocidad lineal de un punto de la superficie del cilindro?
   b) ¿Cuál es la velocidad angular del punto P, mostrado en la figura, situado a 4.0 cm del eje de rotación?

18. Un barco navega río arriba con una velocidad $\vec{v}_B$ en relación con el agua. La corriente del río tiene una velocidad $\vec{v}_C$ y $\vec{v}$ representa la velocidad del barco en relación con la Tierra. Una persona afirmó que las relaciones entre esos vectores y entre sus módulos debe expresarse de la siguiente manera:



Problema Complementario 17

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C \quad \text{y} \quad v = v_B + v_C$$

Otra persona no está de acuerdo y propone las siguientes relaciones:

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C \quad \text{y} \quad v = v_B - v_C$$

¿Está usted de acuerdo con la primera persona? ¿Con la segunda? ¿Con ambas? ¿O con ninguna? Explique.

19. Una persona, de pie en un autobús en reposo, deja caer una moneda. A la moneda le toman 0.40 s para llegar al piso del autobús. El experimento se repite cuando el autobús avanza horizontalmente, con movimiento rectilíneo uniforme, de velocidad v = 10 m/s.

a) ¿Cuál es el tiempo de caída de la moneda en el segundo experimento?

b) ¿Cuál es la distancia entre los puntos del piso del autobús alcanzados por la moneda en el primer experimento y en el segundo?

20. Un barco se dirige al Este a 16 km/h, mientras un viento sopla hacia el Sur a 12 km/h. ¿Cuál es el módulo de la velocidad del humo que sale de la chimenea (desprecie la velocidad vertical del humo)?

a) ¿En relación con el barco? (indique aproximadamente su dirección).

b) ¿En relación con la Tierra? (Indique su dirección).

21. Dos barcos pequeños, *A* y *B*, desarrollan las siguientes velocidades en relación con un referencial en la Tierra.

v_A = 6.0 nudos, para el Norte

v_B = 8.0 nudos, para el Este

a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del barco *A* en relación con el barco *B*? (Indique, aproximadamente, su dirección en un diagrama).

b) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del barco *B* en relación con el barco *A*? (Indique, aproximadamente, su dirección en un diagrama.)

22. Dos trenes avanzan, con movimientos uniformes, en sentidos contrarios, a lo largo de vías paralelas con velocidades, en relación con la Tierra, de 40 km/h y 32 km/h. Un pasajero, en el primer tren, observa que el segundo necesita 12 s para pasar por él.

a) ¿Cuál es la velocidad del segundo tren en relación con el pasajero mencionado?

b) ¿Cuál es la longitud del segundo tren?

23. Un automóvil avanza en línea recta con una velocidad de 10 m/s, bajo la lluvia. Se sabe que las gotas caen verticalmente, en relación con el suelo, a una velocidad de 6.0 m/s.

a) Determine el módulo de la velocidad de las gotas en relación con un observador que está dentro del automóvil.

b) Determine la dirección de esa velocidad, calculando el ángulo que forma la vertical (trace un diagrama que ilustre su respuesta).

24. Un tren avanza a una velocidad constante de 50 km/h. Al mismo tiempo, cae una lluvia cuyas gotas caen verticalmente en relación con la Tierra. La trayectoria de las gotas en los vidrios de las ventanillas laterales del tren son segmentos de recta que forman un ángulo de 65° con la vertical. Calcule el módulo de la velocidad de las gotas en relación con el suelo.

25. Se avienta una pequeña esfera con una velocidad horizontal desde la orilla de una mesa. Considere la esfera al pasar en una posición cualquiera de su trayectoria, en la cual ella tiene una aceleración tangencial $\vec{a}_T$ y una aceleración centrípeta $\vec{a}_c$. Exprese, en función de $\vec{g}$ (aceleración de la gravedad), el resultado que se obtendría si se calculara la resultante $\vec{a}_c + \vec{a}_T$.

26. Cuando dos autos avanzan uniformemente en sentidos contrarios, en la misma carretera recta, se aproximan 9 m cada décimo de segundo. Cuando avanzan en el mismo sentido, con velocidades de módulos iguales a las anteriores, se aproximan 10 m cada segundo. Calcule las velocidades de dichos autos.

27. Se lanza una pelota desde lo alto de una escalera con una velocidad horizontal de módulo igual a 4.0 m/s. Los escalones miden 20 cm de altura por 35 cm de ancho. ¿A qué escalón llegará la pelota? (Considere g = 10 m/s^2.)

28. Un camión que se desplaza por una carretera recta, con una velocidad constante de 15 m/s, es alcanzado por un helicóptero que vuela horizontalmente, sobre la carretera, a una altura de 80 m. La velocidad del helicóptero es de 50 m/s y el piloto, tratando de alcanzar al camión, consulta la computadora de abordo y suelta una bomba en el instante en que su distancia horizontal hasta el camión era de 140 m. ¿Alcanzó la bomba al camión? (Considere g = 10 m/s^2.)

29. Un niño, situado en la terraza de un edificio, a 21 m de altura, arroja un pequeño florero de porcelana con una velocidad horizontal de 2.0 m/s. Su mamá, en el suelo, a una distancia de 10.0 m de la base del edificio, ve lo que ocurre y 0.5 s después (tiempo de reacción) parte corriendo, con sus manos a 1.0 m del suelo y logra detener el florero. ¿Cuál fue el mínimo valor de la velocidad media desarrollada por la madre del niño? (g = 10 m/s^2).

30. Un piloto quiere volar de Oeste a Este, de un punto *P* a un punto *Q*, separados por una distancia *D* y, en seguida, regresar del Este al Oeste, regresando a *P*. La velocidad del avión en el aire es $\vec{v}$ y la velocidad del aire en relación con el suelo es $\vec{u}$ ambas supuestas constantes.

a) Si u = 0 (no hay viento), demuestre que el tiempo t_0, de ida de vuelta, vale $t_0 = 2\,D/v$.

b) Suponga que la velocidad del viento esté dirigida hacia el Este. Demuestre, que, en este caso, el tiempo de ida y regreso será

$$t' = \frac{t_0}{1 - \dfrac{u^2}{v^2}}$$

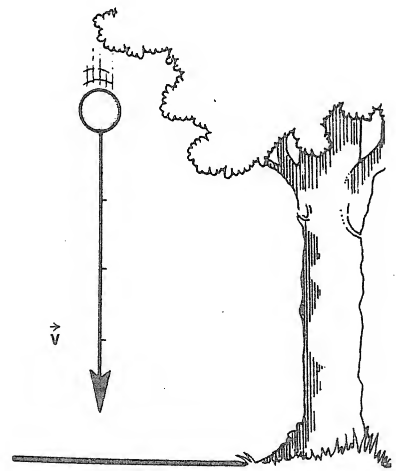
RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) escalar *b*) vectorial
c) vectorial *d*) escalar

2. *a*) direcciones distintas
b) sí, sentidos contrarios
c) sí, mismo sentido

3. *b*) cerca de 960 km



Respuesta Ejercicio 4

c) norte-sur
d) de sur a norte

4. *véase* figura

5. *a*) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
b) no

6. *a*) D = 7 cm
b) D = 3 cm
c) D = 3.9 cm
d) sí
e) sólo en (*a*)

7. *a*) 10 cm *b*) 10 cm

8. *véase* figura

9. *c*) cerca de 570 km, dirección este-oeste y sentido del oeste al este
d) cero

10. *b*) V_x = 18 m y V_y = 8.4 m

11. *b*) V = 20 m

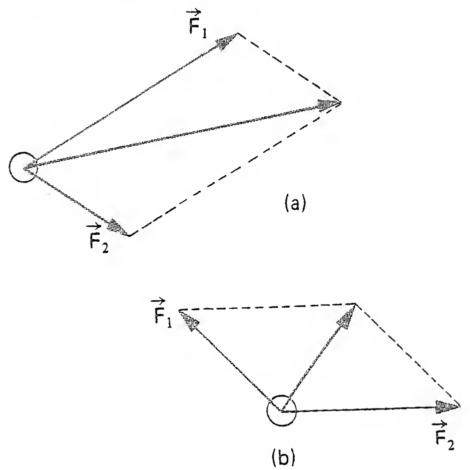
12. *a*) θ = 0° y V_x = 15 cm
b) θ = 90° y V_x = 0

13. *véase* figura

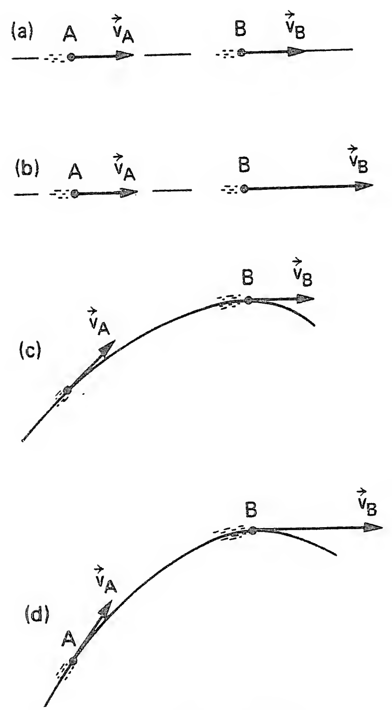
14. *a*) cuando la direccion de $\vec{v}$ varía (trayectoria curva)
b) 90°
c) porque $\vec{a}_c$ apunta hacia el centro de la curva

15. *a*) cuando varía la magnitud de $\vec{v}$
b) porque $\vec{a}_T$ es tangente a la trayectoria (en la misma dirección de $\vec{v}$)
c) mismo sentido
d) sentidos contrarios

16. Figura (*a*): 1) no 2) no



Respuesta Ejercicio 8



Respuesta Ejercicio 13

Figura (*b*): 1) no 2) sí
Figura (*c*): 1) sí 2) no

Figura (*d*): 1) sí 2) sí

17. *b*) no, sí

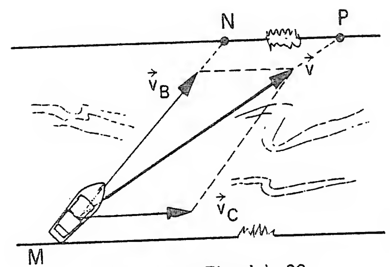
18. *a*) $T = 30$ s
b) 0.033 hertz
c) 628 m
d) 21 m/s
e) $a_c = v^2/R$, $a_c = 4.4$ m/s^2

19. *a*) 360°, o bien, 2π rad
b) (π/15) rad/s = 0.21 rad/s, o bien, 12 grados/s

20. *a*) $\omega = \Delta\theta/\Delta t$, $\omega = \pi$ rad/s
b) $\omega = 2\pi / T$, $T = 2.0$ s
c) $f = 0.50$ Hz
d) $v = \omega R = 31.4$ cm/s
e) no

21. *a*) P_1
b) el auto de la pista P_2

22. *a*) $\vec{v}_B$, *véase* figura (trayectoria *MN*)
b) *véase* figura (trayectoria *MP*)



Respuesta Ejercicio 22

23. *a*) 280 km/h
b) 120 km/h

24. *b*) 215 km/h
c) *B*
d) 2.0 h

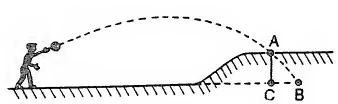
25. *a*) 0.45 s
b) 90 cm

26. *a*) no
b) 211.12 km/h

27. *a*) cerca de 14 m
b) 3.4 m

28. *a*) punto *B* (*véase* figura)
b) perjudicado
c) *CB* (*véase* figura)

29. el atleta en Quito



Respuesta Ejercicio 28

Preguntas y problemas

1. *b*) 600 m
c) cero

2. *a*) misma dirección y sentido de $\vec{d}_1$
b) misma dirección y sentido contrario al de $\vec{d}_1$
c) no, no

3. (d)

4. (a) y (d)

5. (b)

6. (b)

7. *c*) $V_{1x} = -10$ cm y $V_{1y} = 17$ cm, $V_{2x} = 8.7$ cm y $V_{2y} = -5.0$ cm

8. *AB*: sólo $\vec{a}_c$; *BC*: $\vec{a}_c$ y $\vec{a}_T$ (opuesta a $\vec{v}$); *CD* sólo $\vec{a}_T$ (en el mismo sentido de $\vec{v}$)

9. *a*) 24 h
b) 15 grados/hora

10. *a*) $\omega_A = 5.0$ rad/s y $\omega_B = 3.0$ rad/s
b) polea *A*, pues $\omega_A > \omega_B$

11. *a*) 10π rad/s
b) π m/s
c) $10\pi^2$ m/s^2

12. *a*) equivocada
b) cierta
c) equivocada
d) cierta
e) equivocada

13. *a*) 4 veces mayor
b) 2 veces mayor

14. *a*) quedaría parado
b) iría río abajo

15. *a*) $v_C = 2.5$ km/h
b) $v_B = 22.5$ km/h

16. *b*) 15 km
c) 15 km

17. *a*) 28 cm
b) 20 cm
c) cero

18. *a*) 60 s
b) 0.1 rad/s
c) 0.2 cm/s
d) 0.02 cm/s^2
e) cero

19. *a*) igual
b) menor
c) igual
d) menor

20. *b*) 2.0 s
c) 12 m

21. *a*) $v_{Mx} = v_M \cos\theta$ y $v_{My} = v_M \operatorname{sen}\theta$
b) $v_{Mx} = v_C$
c) $\theta = 60°$

22. a la media noche

Cuestionario

1. a
2. c
3. d
4. b
5. a
6. e
7. b
8. a
9. e
10. b
11. a
12. c
13. d
14. e
15. d
16. solamente III es correcta
17. c
18. e
19. c

Problemas complementarios

1. *a*) sí; no
b) sí; no
c) no
d) sí

2. *a*) no
b) sí

3. *b*) 7.1 km
c) 45°
d) ambos iguales a 5.0 km

4. *b*) 14 cm

5. *a*) $V = V_1 + V_2$
b) $V = |V_1 - V_2|$
c) $V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$

6. *a*) 6
b) misma dirección y mismo sentido que *A*

7. $\vec{B}$

8. *a*) $\omega_H = 30$ grados/hora; $\omega_M = 360$ grados/hora; $\omega_S = 21.600$ grados/hora
b) $f_H = 2.3 \times 10^{-5}$ hertz; $f_M = 2.8 \times 10^{-4}$ hertz; $f_S = 1.7 \times 10^{-2}$ hertz

9. *a*) $f = 5.0$ hertz y $T = 0.20$ s
b) $T = 4.0$ s y $\omega = \pi/2$ rad/s

10. *a*) 1
b) 2
c) 2

11. *a*) igual
b) 20 rpm

12. *a*) 0.010 cm
b) 24 cm/s

13. 637 rpm

14. 1 380 rpm

15. 100 m/s

16. 9.76 m/s^2

17. *a*) 5.0 cm/s
b) 2.5 rad/s

18. las relaciones correctas son:
$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C$ y $v = v_B - v_C$ (segunda persona)

19. *a*) 0.40 s
b) cero

20. *a*) 20 km/h, hacia el sudoeste

b) 12 km/h, hacia el sur

21. *a*) 10 nudos, hacia el noroeste

b) 10 nudos, hacia el sudeste

22. *a*) 72 km/h

b) 240 m

23. *a*) 11.6 m/s

b) 59°

24. 23.4 km/h

25. $\vec{a}_C + \vec{a}_T = \vec{g}$

26. 50 m/s y 40 m/s

27. sexto escalón

28. sí

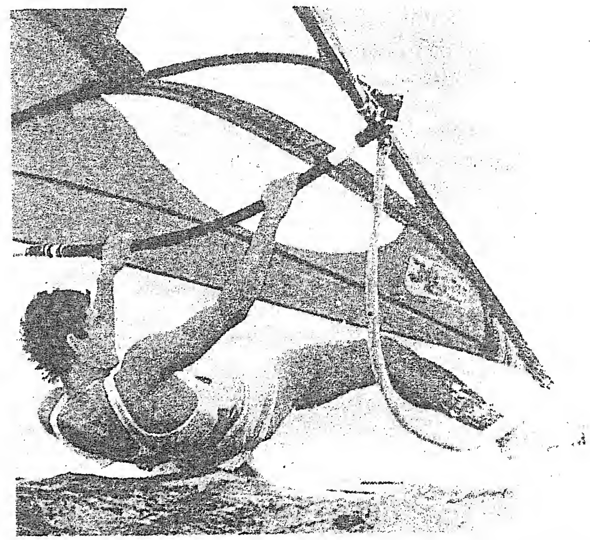
29. 4.0 m/s

unidad III

leyes de Newton

capítulo 5

primera y tercera leyes de Newton



La eficiencia en los deportes modernos depende del análisis complejo de las relaciones entre las fuerzas y los movimientos. El objetivo de la Dinámica, cuyo estudio se inicia en este capítulo, establece estas relaciones.

En los Capítulos 3 y 4 estudiamos los movimientos sin indagar cuáles son sus causas, es decir, se estudió la Cinemática. En este capítulo vamos a iniciar el estudio de la Dinámica, procurando contestar preguntas como: ¿Qué es lo que produce un movimiento? ¿Es necesario algo específico para que se conserve? ¿Cuáles son las causas de las variaciones observadas en un movimiento?

Hace aproximadamente tres siglos, el famoso físico y matemático inglés Isaac Newton (1642-1727) con base en sus observaciones y las de otros científicos, formuló tres principios que son fundamentales para contestar tales preguntas y para la resolución de otros problemas relacionados con los movimientos, y que reciben el nombre de "Leyes del Movimiento".

Estos principios constituyen los pilares de la Mecánica, y fueron enunciados en la famosa obra de Newton titulada *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, publicada en 1686. Se conocen también como primera, segunda y tercera leyes de Newton, de acuerdo con el orden en que aparecieron en la obra citada. En este capítulo estudiaremos la primera y la tercera leyes, que nos permitirán analizar el equilibrio de un cuerpo. En el siguiente capítulo se estudiará la segunda ley de Newton.

5.1 Concepto de fuerza. Primera ley de Newton

❖ **Concepto de fuerza.** Cuando realizamos un esfuerzo muscular para empujar o tirar de un objeto, le estamos comunicando una *fuerza* (Fig. 5-1); una locomotora ejerce una *fuerza* para arrastrar los vagones de un tren (Fig. 5-2); un chorro de agua ejerce una fuerza para hacer funcionar una turbina (Fig. 5-3), etc. Así, todos tenemos intuitivamente la idea de lo que es una *fuerza*.

FIGURA 5-1 Cuando una persona tira de un objeto, o lo empuja está ejerciendo una fuerza sobre él.

Analizando los ejemplos que acabamos de citar, es posible concluir que para que el efecto de una fuerza quede bien definido, será necesario especificar su *magnitud*, su *dirección* y su *sentido*, conforme se indicó en la Sección 4.1. En otras palabras, la fuerza es una magnitud vectorial y podrá, por tanto, ser representada con un vector, como se hizo en las Figuras 5-1, 5-2 y 5-3.

Otro ejemplo de fuerza, con la cual tratamos con frecuencia, es la acción atractiva de la Tierra sobre los cuerpos situados cerca o en su superficie. Esta fuerza se conoce como *peso de un cuerpo*. Entonces,

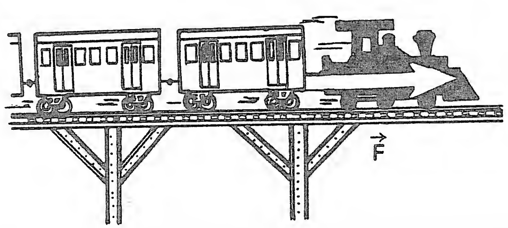


FIGURA 5-2 Una locomotora ejerce una fuerza para arrastrar los vagones de su tren.

Isaac Newton (1642-1727). *Véase* "Un tema especial" al final de este capítulo.

> el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra atrae a dicho cuerpo.

Naturalmente, el peso es una cantidad vectorial y se puede representar por un vector. En la Figura 5-4 se indica el vector $\vec{P}$ que representa el peso del cuerpo. Obsérvese que $\vec{P}$ tiene la dirección vertical y su sentido es hacia abajo.

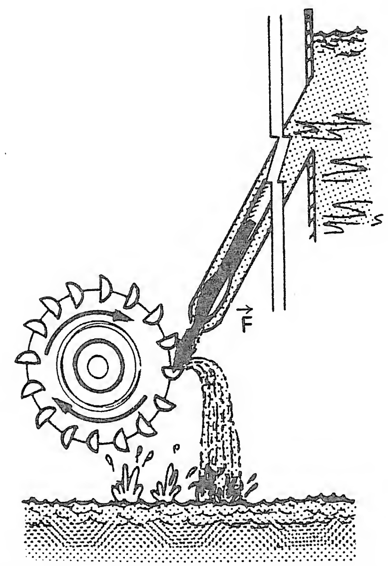


FIGURA 5-3 El chorro de agua ejerce una fuerza sobre las paletas de la turbina.

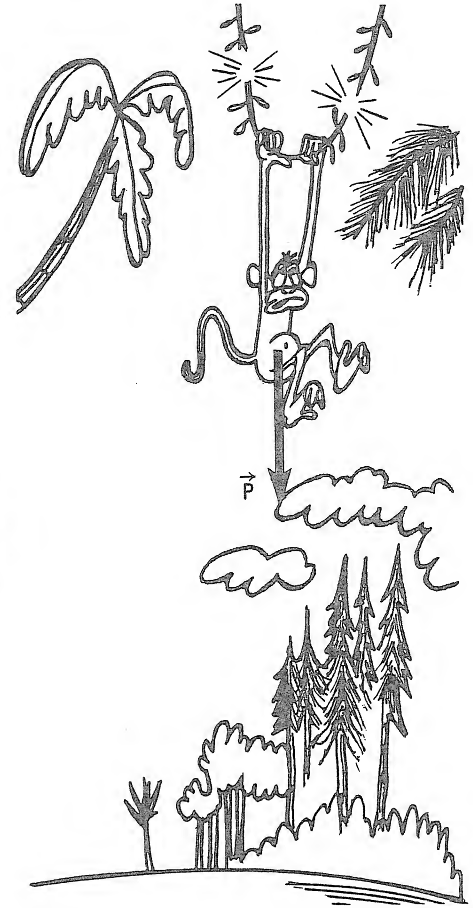


FIGURA 5-4 El peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae.

La fuerza de atracción de la Tierra sobre un objeto, así como las fuerzas eléctricas o las magnéticas (por ejemplo, fuerza de un imán sobre un clavo) son ejercidas sin que haya necesidad de contacto entre los cuerpos (son de acción a distancia). Se diferencian así de las fuerzas citadas al inicio de esta sección, las cuales sólo pueden ser ejercidas si existe contacto entre los cuerpos.

❖ **Medición de una fuerza.** Cuando una fuerza (el peso de un cuerpo u otra fuerza cualquiera) es ejercida sobre el extremo de un resorte, éste se deforma (Fig. 5-5). Tal hecho se utiliza para evaluar fuerzas. Para medir cualquier cantidad física es necesario escoger una *unidad de medida*. En el caso de la fuerza, una unidad que se escogió convencionalmente es el peso de un cuerpo patrón (el *kilogramo prototipo*), que se denomina *kilogramo fuerza* (símbolo kgf). Por definición,

> el kilogramo fuerza (kgf) es el peso del kilogramo prototipo, al nivel del mar y a 45° de latitud (Fig. 5-6).

Si colgamos pesos de 1 kgf, 2 kgf, 3 kgf, etc., en el extremo de un resorte, podemos graduarlo para medir cualquier otra fuerza. Un resorte calibrado de esta manera recibe el nombre de *dinamómetro*. Algunas básculas son, en realidad, dinamómetros. Entonces, cuando una persona se sube a uno de estos aparatos, mide en efecto su peso. Si la báscula indica, por ejemplo, "60 kilos", esto significa que el peso (fuerza de atracción) es de 60 kgf; es decir, que la persona es atraída por la Tierra con una fuerza de 60 kgf.*

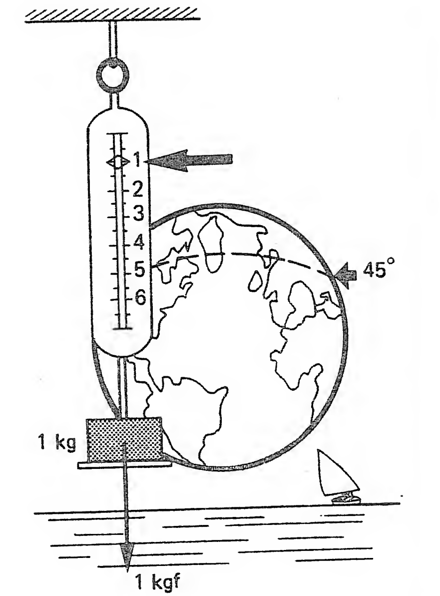


FIGURA 5-6 El kilogramo fuerza (kgf) es el peso del kilogramo patrón (kg) al nivel del mar y a 45° de latitud.

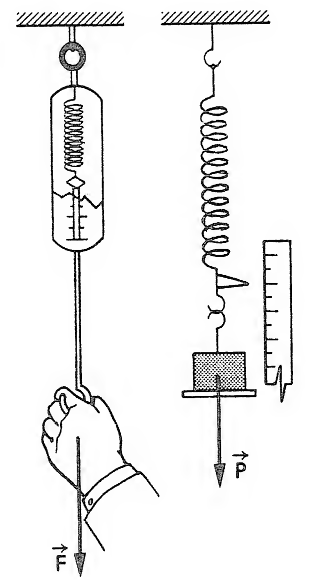


FIGURA 5-5 Mediante la deformación de un resorte o cuerpo elástico podemos medir el peso de un cuerpo o la intensidad de una fuerza cualquiera.

Otra unidad muy utilizada actualmente en la ciencia para medir fuerzas, es el *newton* (símbolo: N). Posteriormente daremos su definición. Por ahora basta saber que, muy aproximadamente,

$$1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$$

Por tanto, una fuerza de 1 N equivale, cercanamente, al peso de un paquete de 100 gramos (0.1 kgf).

❖ **Fuerza y movimiento: Aristóteles.** Las relaciones entre la fuerza y el movimiento siempre fueron objeto de estudio desde la Antigüedad. El filósofo Aristóteles, por ejemplo, al analizar estas relaciones, creía que un cuerpo sólo podría mantenerse en movimiento cuando existiera una fuerza que actuase sobre él continuamente. De modo que si un cuerpo estuviera en reposo y ninguna fuerza actuara sobre él, permanecería en reposo. Cuando una fuerza se ejerciera sobre el cuerpo, se pondría en movimiento entonces, pero al cesar la acción de la fuerza, el cuerpo volvería al reposo (Fig. 5-7). Las afirmaciones de Aristóteles pueden parecer correctas a primera vista, pues en nuestra diaria experiencia, vemos que los objetos, en general, sólo se encuentran en movimiento cuando están siendo halados o empujados. Un libro que se impulsa sobre una mesa, por ejemplo, se detiene inmediatamente cuando dejamos de empujarlo.

* **N. del R.** Una balanza común de platillos no mide el *peso* del cuerpo que se "pesa" en ella, sino más bien su *masa*, como se explicará en el Capítulo 6.

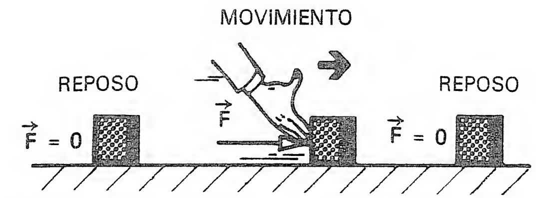


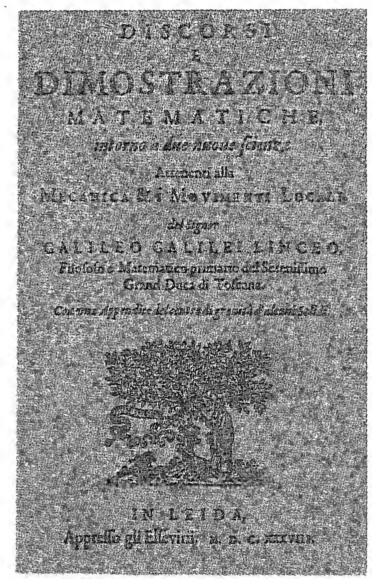
FIGURA 5-7 Según Aristóteles, un cuerpo sólo podría estar en movimiento cuando hubiese una fuerza que actuara continuamente sobre él.

Durante toda la Edad Media, las ideas de Aristóteles fueron aceptadas sin que se hiciera un análisis más cuidadoso en relación con ellas. Las críticas a las teorías aristotélicas, como dijimos en el Capítulo 3, sólo surgieron con Galileo, en el siglo XVII.

❖ **Fuerza y movimiento: Galileo.** Al introducir el método experimental en el estudio de los fenómenos físicos. Galileo realizó una serie de experimentos que lo llevaron a conclusiones diferentes de las de Aristóteles.

Estando en reposo una esfera sobre una superficie horizontal, Galileo observó que al empujarla con cierta fuerza, se ponía en movimiento. Por otra parte, la esfera seguía moviéndose y recorriendo cierta distancia, aun después que dejaba de empujarla (Fig. 5-8a). Así, Galileo comprobó que un cuerpo podía estar en movimiento sin la acción permanente de una fuerza que lo empujase.

Cuando repitió el experimento usando ahora una superficie horizontal más lisa, observó que el cuerpo recorría una distancia mayor, luego de cesar la acción de la fuerza (Fig. 5-8b). Basándose en una serie de experimentos semejantes, Galileo concluyó que el cuerpo se detenía después de haber dejado de impulsarlo, en virtud del efecto de la *fricción* o roce entre la superficie y el cuerpo, que siempre actúa para retardar su movimiento. De modo que si fuese posible eliminar totalmente la acción de rozamiento, el cuerpo continuaría moviéndose en forma indefinida, sin ninguna retardación, es decir, en movimiento rectilíneo uniforme (Fig. 5-8c). Al generalizar sus conclusiones, Galileo llegó al resultado siguiente:



Portada de la obra de Galileo: *Dos nuevas ciencias*, en la cual descartó las ideas de Aristóteles acerca del movimiento de los cuerpos.

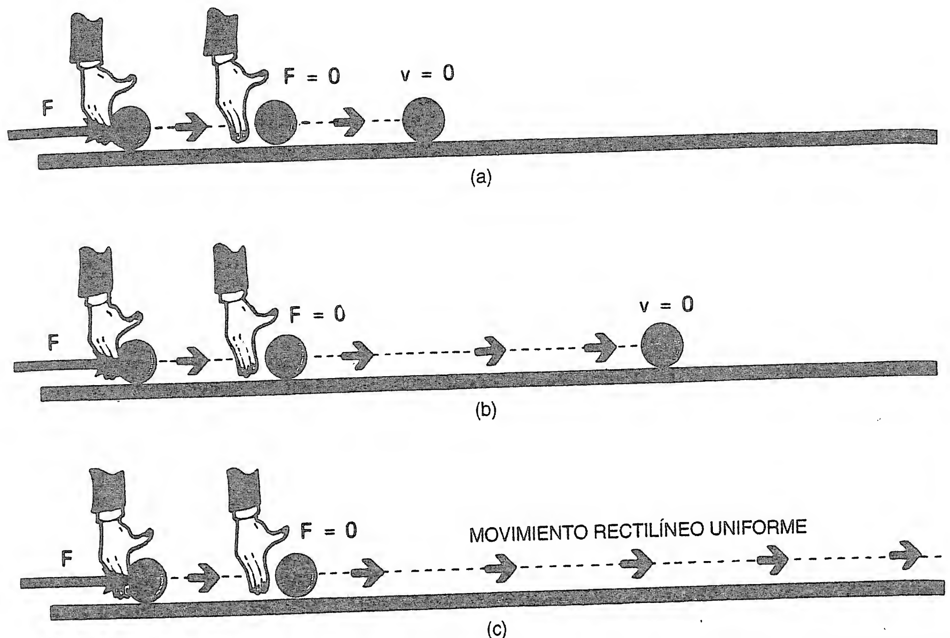


FIGURA 5-8 Galileo, al refutar lo aseverado por Aristóteles, llegó a la conclusión de que un cuerpo puede estar en movimiento, aunque ninguna fuerza actúe sobre él.

> si un cuerpo está en reposo, es necesaria la acción de una fuerza sobre él para ponerlo en movimiento. Una vez iniciado éste, y después de cesar la acción de las fuerzas que actúan sobre él, seguirá moviéndose indefinidamente en línea recta con velocidad constante.

Las Figuras 5-9 y 5-10 muestran dispositivos experimentales que se utilizan en la actualidad y permiten comprobar las conclusiones a las que llegó Galileo.

❖ **Inercia.** Los experimentos de Galileo lo llevaron a atribuir a todos los cuerpos una propiedad denominada *inercia*, por la cual un cuerpo tiende a permanecer en su estado de reposo o de movimiento uniforme rectilíneo. En otras palabras cuando un cuerpo está en reposo tiende, por inercia, a seguir inmóvil, y solamente por la acción de una fuerza podrá salir de ese estado; si un cuerpo se halla en movimiento sin que ninguna fuerza actúe sobre él, el objeto tiende por inercia a moverse en línea recta con velocidad constante. Se necesitará la acción de una fuerza para aumentar o disminuir su velocidad, o para hacer que se desvíe hacia un lado o hacia otro.

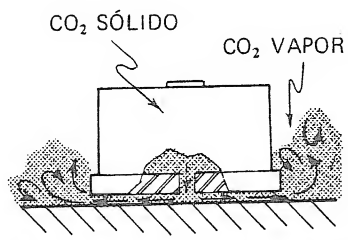


FIGURA 5-9 Con este moderno equipo podemos estudiar un movimiento casi sin fricción, como lo idealizó Galileo. Consta de un pesado disco de metal, altamente pulido en su cara inferior y que lleva un recipiente lleno de hielo seco (CO_2 sólido). Éste, al vaporizarse, escapa por un orificio en el centro de la cara inferior del disco. Entonces, se forma constantemente una capa gaseosa entre el disco y la superficie en la cual se apoya. El disco puede deslizarse así sobre la capa gaseosa, prácticamente sin fricción.

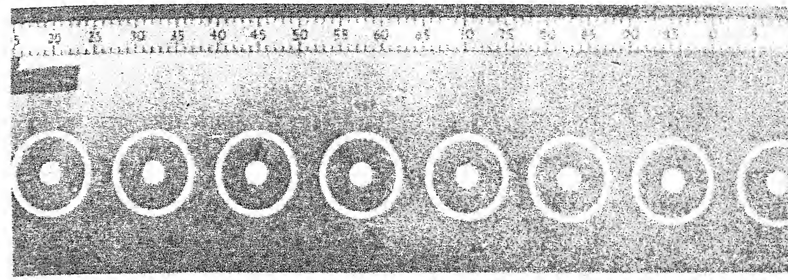


FIGURA 5-10 Esta es una fotografía de un disco de hielo seco que se desplaza sobre una superficie horizontal. Como prácticamente no hay fricción, el movimiento es rectilíneo y uniforme, conforme a lo previsto por Galileo.

Varios hechos ligados a la experiencia diaria se relacionan con el concepto de inercia. Las Figuras 5-11, 5-12 y 5-13 ilustran casos en los que la inercia desempeña un papel importante. Interprete cada uno de ellos.

❖ **Primera ley de Newton.** Al estructurar los principios de la Mecánica, Newton se basó en los estudios realizados por los físicos que lo precedieron, entre ellos Galileo. Así, la primera

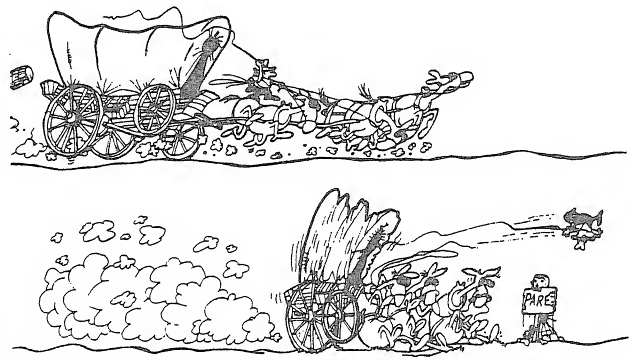


FIGURA 5-11 Un cuerpo en movimiento tiende, por *inercia*, a continuar en movimiento.

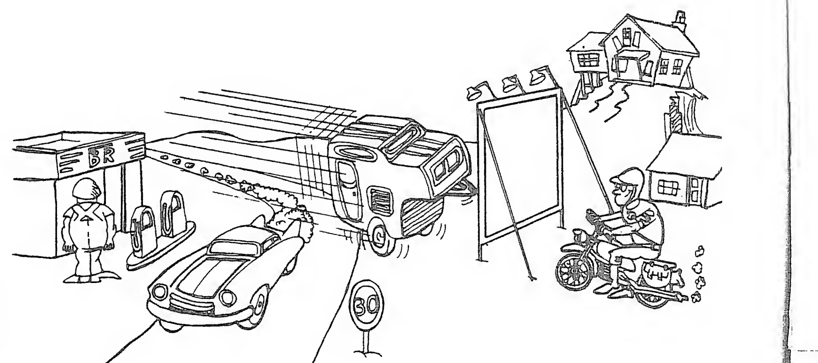


FIGURA 5-12 Un cuerpo en movimiento tiende, por *inercia*, a moverse en línea recta.

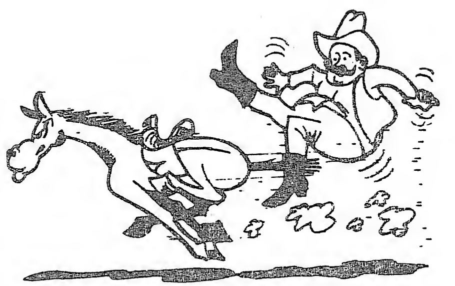


FIGURA 5-13 Un cuerpo en reposo tiende, por *inercia*, a seguir en reposo.

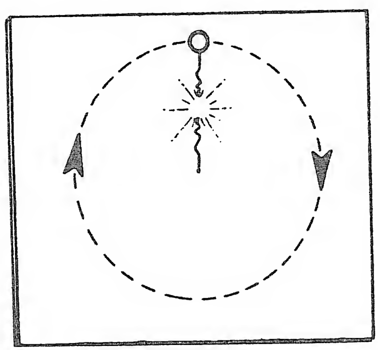
ley de Newton no es más que una síntesis de las ideas de Galileo referentes a la inercia, y por eso mismo, también se le denomina *ley de la inercia*:

> PRIMERA LEY DE NEWTON
> (Ley de la inercia, de Galileo)
>
> En ausencia de la acción de fuerzas, un cuerpo en reposo continuará en reposo, y uno en movimiento se moverá en línea recta y con velocidad constante.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Dos fuerzas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, actúan sobre un pequeño cuerpo; $\vec{F}_1$ es vertical hacia abajo y vale $F_1 = 8.0$ N, mientras que $\vec{F}_2$ es horizontal hacia la derecha y vale $F_2 = 6.0$ N.
   a) Usando una escala de 1 cm: 2 N, trace un croquis que muestre los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.
   b) En la figura trace luego la resultante de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, y empleando una regla, determine la magnitud de dicha resultante.
2. *a*) Usted sabe que su peso es una fuerza vertical dirigida hacia abajo. ¿Cuál es el cuerpo que ejerce esta fuerza en usted?
   b) En el lenguaje común, una persona le dice que "pesa 100 kilos". De acuerdo con lo que aprendimos en esta sección, ¿debe usted entender que esta persona pesa cuántos kgf? O bien, ¿cuántos newtons?
3. Un estudiante, al tratar de darse una idea del valor de la fuerza de 1 N, sostuvo en la palma de su mano un paquete de 500 gramos. ¿Cuál es, en newtons, el valor aproximado del esfuerzo muscular que estaba realizando?
4. Suponga que usted empuja un aparato deslizante de hielo seco (como el de la Fig. 5-9) sobre una superficie horizontal, haciéndolo que se mueva. En el instante en que el disco alcanza la velocidad de 2.0 m/s, se deja de empujarlo. A partir de ese instante, ¿qué pasará con el disco, según Aristóteles? ¿Y según Galileo?
5. *a*) Si un cuerpo se está moviendo, ¿qué tipo de movimiento tiende a desarrollar en virtud de su inercia?
   b) ¿Qué debe hacerse para que la velocidad de un cuerpo aumente, disminuya o cambie de dirección?
6. Un cuerpo atado a una cuerda describe un movimiento circular sobre una mesa lisa. Cuando pasa por la posición que se observa en la figura de este ejercicio, la cuerda se rompe.
   a) Trace, en la figura, la trayectoria que el cuerpo describirá sobre la mesa.
   b) ¿Qué propiedad del cuerpo hace que siga esa trayectoria?



Ejercicio 6

5.2 Equilibrio de una partícula

❖ **Resultante de fuerzas.** La Figura 5-14 presenta dos fuerzas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, que actúan simultáneamente sobre un cuerpo. La experiencia indica que estas dos fuerzas se pueden sustituir por una fuerza única, $\vec{R}$, que es la resultante de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. La fuerza $\vec{R}$ se determina, en magnitud, dirección y sentido, por la regla del paralelogramo, de acuerdo con lo que estudiamos en la Sección 4.2.

Hablando en términos generales, si varias fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etc., actuaran sobre una partícula, podrían ser sustituidas por su resultante, $\vec{R}$, obtenida por la suma vectorial de tales fuerzas; o sea,

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ...$$

o bien,

$$\vec{R} = \Sigma\vec{F}$$

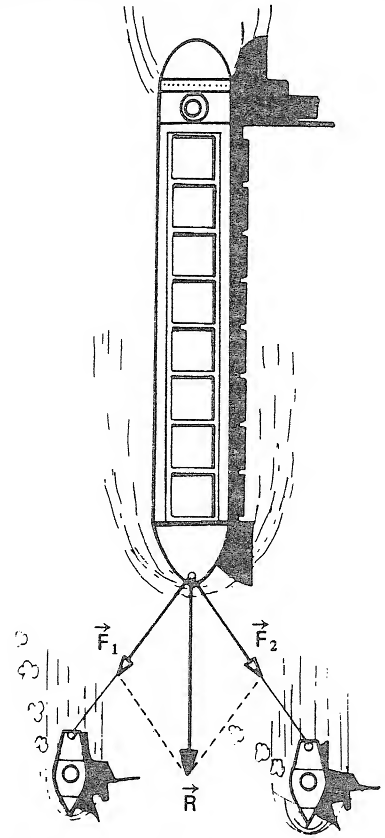


FIGURA 5-14 La resultante de dos fuerzas es otra fuerza única que produce el mismo efecto que las dos fuerzas consideradas.

La fuerza $\vec{R}$, al actuar sola, produce en la partícula el mismo efecto, es decir, la misma modificación en su movimiento, que el sistema de fuerzas que sustituye. Si $\vec{R}$ fuera nula, todo ocurriría como si no existiera ninguna fuerza sobre la partícula. Por tanto, según la primera ley de Newton, estas dos situaciones se pueden considerar equivalentes, y podemos enunciar dicha ley en términos más generales de la siguiente manera:

> cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, si está en reposo continuará en reposo, y si se halla en movimiento, seguirá desplazándose con movimiento rectilíneo uniforme.

❖ **Condición de equilibrio de una partícula.** Decimos que una partícula está en equilibrio cuando se encuentra en uno de los siguientes casos:

1) la partícula se halla inmóvil;
2) la partícula tiene movimiento rectilíneo uniforme.

Como vimos en la primera ley de Newton, cualquiera de esas situaciones se produce cuando es nula la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula. En consecuencia.

> la condición para que una partícula esté en equilibrio es que sea nula la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella ($\vec{R} = 0$, o bien, $\Sigma\vec{F} = 0$).

❖ **Ecuaciones de equilibrio.** Consideremos una partícula bajo la acción de un sistema de fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etc. (Fig. 5-15). Al descompo-

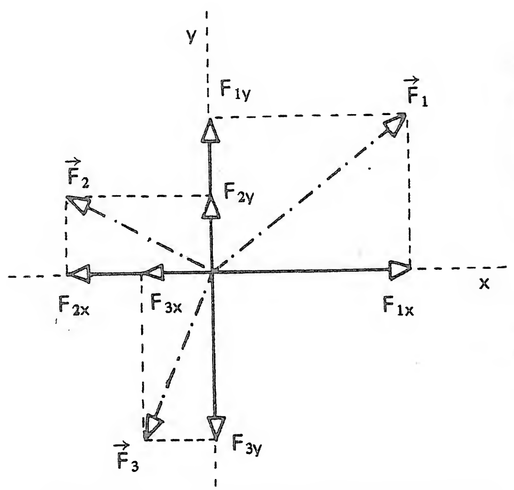


FIGURA 5-15 Las fuerzas que actúan en una partícula se pueden sustituir por sus componentes sobre los ejes $0X$ y $0Y$.

ner dichas fuerzas según los ejes $0X$ y $0Y$, como estudiamos en la Sección 4.2, obtenemos:

sobre $0X$: F_{1x}, F_{2x}, F_{3x}, etc.

sobre $0Y$: F_{1y}, F_{2y}, F_{3y}, etc.

Si la resultante de las componentes según $0X$ fuera nula ($\Sigma\vec{F}_x = 0$) y la de las componentes según $0Y$ también lo fuera ($\Sigma\vec{F}_y = 0$), obviamente, la resultante $\vec{R}$ de las fuerzas que actúan sobre la partícula será también nula. Por consiguiente, en estas condiciones la partícula estará en equilibrio. Por ejemplo, en la Figura 5-15 tendremos:

según $0X$: $\Sigma\vec{F}_x = 0$ significa que
$\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} = 0$

o considerando las magnitudes, $F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = 0$; es decir, la componente $\vec{F}_{1x}$ debe anularse con $\vec{F}_{2x}$ y $\vec{F}_{3x}$;

según $0Y$: $\Sigma\vec{F}_y = 0$ significa que
$\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} = 0$

considerando las magnitudes, $F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = 0$; es decir, las componentes $\vec{F}_{1y}$ y $\vec{F}_{2y}$ deben anularse con $\vec{F}_{3y}$.

Así, considerando los ejes $0X$ y $0Y$, podemos decir que

> la condición para que una partícula esté en equilibrio es que $\Sigma\vec{F}_x = 0$ y $\Sigma\vec{F}_y = 0$. Estas ecuaciones son equivalentes a la ecuación $\vec{R} = 0$.

EJEMPLO 1

Imagínese un automóvil desplazándose en una carretera horizontal, con movimiento rectilíneo uniforme. El motor proporciona al auto una fuerza de propulsión $F = 1\,500$ N (Fig. 5-16).

a) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas que actúan sobre el automóvil?

Como el movimiento es rectilíneo uniforme, el auto está en equilibrio, y por tanto, la resultante de las fuerzas que actúan en él debe ser nula.

b) ¿Cuál es el valor total de las fuerzas de retardación que tienden a actuar en sentido contrario al movimiento del auto?

Las fuerzas que tienden a ejercerse en sentido opuesto al movimiento del auto, es decir, las de la resistencia del aire, las que existen entre las piezas mecánicas del auto, etc., están representadas por la fuerza $\vec{f}$ de la Figura 5-16. Como la resultante de las fuerzas que actúan sobre el automóvil es nula, $\vec{f}$ deberá tener la misma magnitud, la misma dirección y sentido contrario a $\vec{F}$. Por tanto, debemos tener que $f = 1\,500$ N.

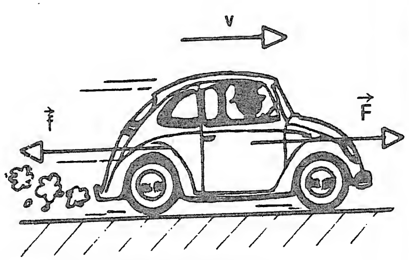


FIGURA 5-16 Para el Ejemplo 1.

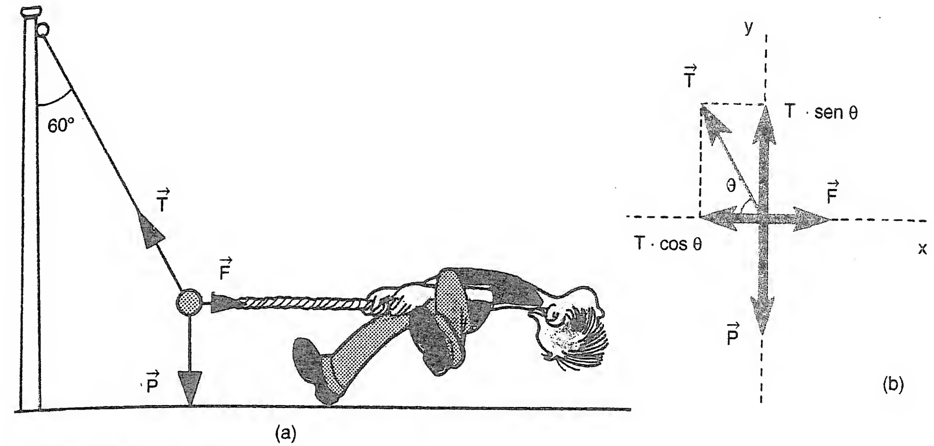


FIGURA 5-17 Para el Ejemplo 2.

EJEMPLO 2

Una esfera de acero, cuyo peso es $P = 50.0$ kgf está suspendida de una cuerda atada a un poste. Una persona, al ejercer sobre la esfera una fuerza $\vec{F}$ horizontal, la desplaza lateralmente, manteniéndola en equilibrio en la posición que se muestra en la Figura 5-17a. En esta figura, el vector $\vec{T}$ representa la tensión de la cuerda, o sea, la fuerza que ejerce sobre la esfera en esa posición.

a) Calcular el valor de la tensión $\vec{T}$ en la cuerda.

En la Figura 5-17b, trazamos las fuerzas $\vec{T}$, $\vec{F}$ y $\vec{P}$ que actúan en la esfera, y dos ejes $0X$ y $0Y$. En seguida, sustituimos la tensión $\vec{T}$ por sus componentes $T\cos\theta$ (sobre $0X$) y $T\operatorname{sen}\theta$ (sobre $0Y$). Como la esfera está en equilibrio, sabemos que $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Usando esta última ecuación, tendremos:

$\Sigma F_y = 0$ o bien, $T\operatorname{sen}\theta - P = 0$

donde

$$T = \frac{P}{\operatorname{sen}\theta}$$

Por la Figura 5-17 es fácil concluir que $\theta = 30°$ y como $P = 50.0$ kgf, obtenemos

$$T = \frac{50.0}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{50.0}{0.500} \quad \text{donde} \quad T = 100 \text{ kgf}$$

b) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que la persona está ejerciendo?

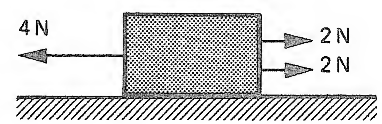
Usando la ecuación $\Sigma F_x = 0$ veremos que:

$$\begin{aligned} F - T\cos\theta &= 0 \quad \text{donde} \quad F = T\cos\theta \\ &= 100 \times \cos 30° \\ &= 100 \times 0.866 \quad \text{o bien,} \quad F = 86.6 \text{ kgf} \end{aligned}$$

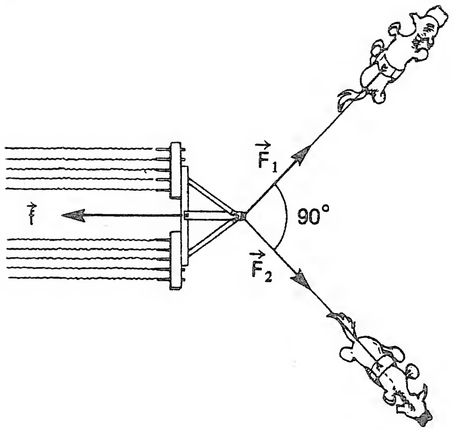
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

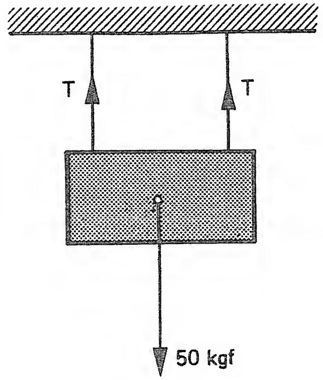
7. Sobre un bloque colocado en una mesa lisa, actúan las fuerzas mostradas en la figura de este ejercicio.
a) ¿Cuál es el valor de la resultante de tales fuerzas?
b) ¿El bloque está en equilibrio?
c) ¿El cuerpo puede estar en movimiento? ¿De qué tipo?



Ejercicio 7



Ejercicio 8



Ejercicio 10

8. Un arado se desplaza en movimiento rectilíneo uniforme, tirado por dos caballos que ejercen sobre él las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que se indican en la figura de este ejercicio. Cada una de esas fuerzas vale 100 kgf, y $\vec{f}$ es la fuerza total de resistencia que tiende a impedir el movimiento del arado.
   a) ¿El arado se halla en equilibrio?
   b) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas que actúan sobre él?
   c) Use el teorema de Pitágoras y calcule la resultante de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.
   d) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{f}$?

9. Suponga que la partícula mostrada en la Figura 5-15 se encuentra en equilibrio.
   a) Considere la magnitud de F_{2x} igual a 10 N, y la de F_{3x} igual a 7 N. ¿Cuál es el valor de F_{1x}?
   b) Considere la magnitud de F_{3y} igual a 15 N, y la de F_{2y} igual a 6 N. ¿Cuánto vale F_{1y}?

10. Un bloque, cuyo peso es de 50 kgf, está sostenido por dos cuerdas verticales (*véase* figura de este ejercicio). Cada una de esas cuerdas es capaz de soportar una tensión hasta de 60 kgf, sin que se rompa.
   a) ¿Cuál es el valor de la tensión T en cada cuerda?
   b) ¿Se podría usar una de ellas sin que se rompa, para sostener la esfera de 50 kgf de la Figura 5-17, en la posición mostrada? ¿Podría ser empleada por la persona para tirar lateralmente de la esfera?

5.3 Tercera ley de Newton

En sus estudios de Dinámica, Newton se dio cuenta de que las fuerzas siempre aparecen como resultado de la interacción de dos cuerpos. En otras palabras, la acción de una fuerza sobre un cuerpo no se puede manifestar sin que haya otro cuerpo que la provoque. Además, Newton pudo comprobar que, en la interacción de dos cuerpos, las fuerzas siempre aparecen en pares: para cada acción de un cuerpo sobre otro siempre existirá una reacción igual y contraria de éste sobre el primero. Tales observaciones de Newton se pueden sintetizar en el enunciado de su tercera ley, que también se conoce como *ley de la acción y la reacción*:

> TERCERA LEY DE NEWTON
> (Ley de la acción y la reacción)
> Cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B, éste reacciona sobre A con una fuerza de la misma magnitud, misma dirección y de sentido contrario.

❖ **Comentarios.** Las dos fuerzas mencionadas en la tercera ley de Newton, y que aparecen en la interacción de dos cuerpos, se denominan *acción* y *reacción*. Cualquiera de ellas podrá, indistintamente, ser considerada como acción o como reacción.

Observemos que la acción es aplicada a uno de los cuerpos y la reacción actúa en el cuerpo que ejerce la acción, es decir, están aplicadas en *cuerpos diferentes*. Por consiguiente, la acción y la reacción no se pueden equilibrar mutuamente, porque para ello sería necesario que estuviesen aplicadas sobre un mismo cuerpo, lo cual nunca sucede.

EJEMPLOS

En los siguientes ejemplos analizaremos algunas interacciones entre dos cuerpos, según el punto de vista de la tercera ley de Newton. El estudio de tales interacciones ayudará a comprender mejor la tercera ley, y a identificar las fuerzas de acción y de reacción.

1. Imagine que una persona empuja una mesa con una fuerza $\vec{F}_1$ (acción). La mesa reacciona y empuja a la persona con una fuerza $\vec{F}_2$ (reacción) igual y contraria a $\vec{F}_1$. Si la mesa y la persona estuvieran sobre una superficie lisa (Fig. 5-18), observamos que tanto la mesa como la persona se pondrían en movimiento, cada una en sentido contrario a la otra.

2. Un clavo y un imán son colocados sobre una mesa, como indica la Figura 5-19. Sabemos que el imán atrae al clavo con una fuerza $\vec{F}_1$. Por la tercera ley de Newton, el clavo reacciona y atrae al imán con una fuerza $\vec{F}_2$, de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario a $\vec{F}_1$.

Como se dijo, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ se ejercen en cuerpos distintos, y por tanto, no se pueden equilibrar mutua-

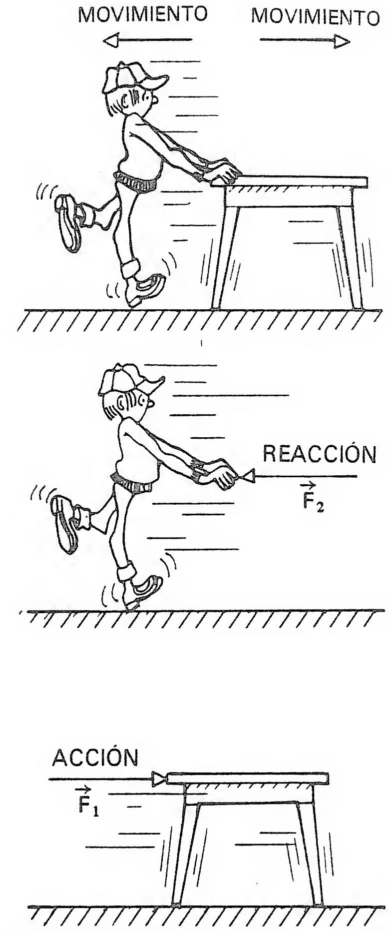


FIGURA 5-18 Si una persona empuja una mesa, ésta empujará a la persona con una fuerza igual y contraria.

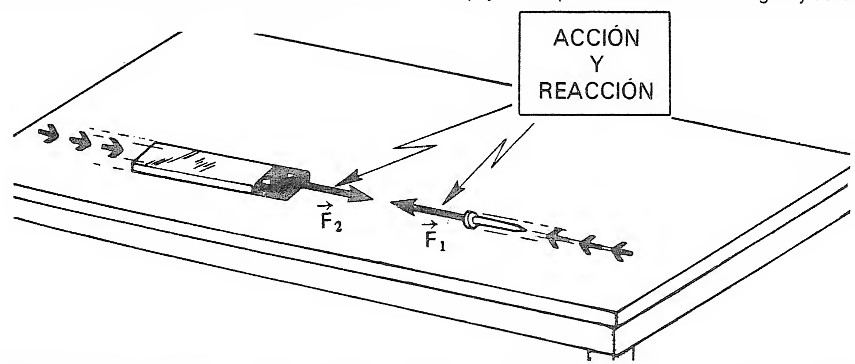
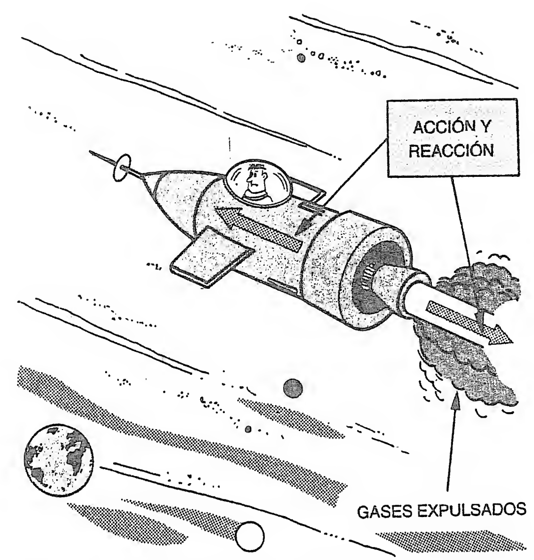


FIGURA 5-19. Si un imán atrae un clavo, éste atraerá al imán con una fuerza igual y contraria.



El movimiento de un cohete (o de un avión de propulsión a chorro) es producido por la fuerza de reacción que los gases expulsados ejercen sobre él.

mente. En realidad. si la mesa fuera lo bastante lisa, observaríamos que tanto el clavo como el imán se desplazarían uno hacia el otro.

3. Un bloque de peso $\vec{P}$, apoyado sobre una superficie horizontal, ejerce sobre ella una compresión $\vec{N}'$, perpendicular a la superficie (Fig. 5-20). La superficie reacciona sobre el bloque, ejerciendo en él una reacción normal $\vec{N}$. Evidentemente, $\vec{N}$ y $\vec{N}'$ tienen la misma magnitud, la misma dirección y sentidos contrarios.

En el caso mostrado en la Figura 5-20, las únicas fuerzas que actúan en el bloque son su peso $\vec{P}$ y la reacción normal $\vec{N}$. Como el cuerpo está en equilibrio, resulta obvio que debemos tener $N = P$. Pero existen casos en los que la reacción normal no es igual al peso. Por ejemplo, en la Figura 5-21 presentamos el mismo bloque de la Figura 5-20, comprimido por una

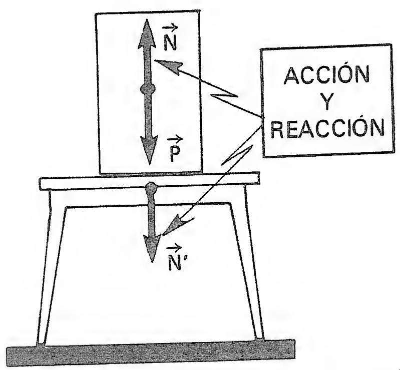


FIGURA 5-20 Si un objeto comprime una mesa, esta reacciona sobre el objeto con una fuerza igual y contraria.

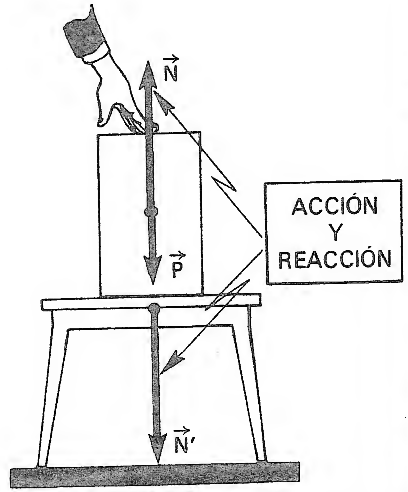
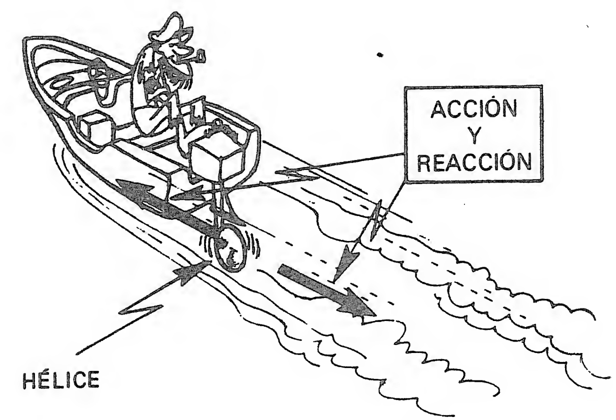


FIGURA 5-21 Si se aumenta la compresión del objeto sobre la mesa, la reacción de ésta sobre el objeto también aumentará.



Al girar, la hélice del bote empuja el agua hacia atrás. El agua reacciona y empuja la hélice hacia adelante, haciendo que la lancha se mueva.

persona mediante una fuerza vertical. En este caso, la compresión del bloque sobre la superficie, $\vec{N}'$, será mayor que el peso del cuerpo. De modo que la superficie reacciona sobre el bloque con una fuerza $\vec{N}$ igual y contraria a $\vec{N}'$, y por consiguiente tendremos que $N > P$. Usted podrá ahora imaginar una situación en la que se tenga $N < P$.

4. Consideremos un bloque colocado sobre una superficie plana en declive (plano inclinado), como se ve en la Figura 5-22. Para facilitar el análisis de la situación, vamos a sustituir el peso $\vec{P}$ del bloque, por sus componentes $\vec{P}_N$ (normal al plano inclinado) y $\vec{P}_T$ (paralela a dicho plano). La componente $\vec{P}_T$ tiende a desplazar el bloque paralelamente a la superficie. La componente $\vec{P}_N$ hace que el cuerpo ejerza sobre el plano una compresión normal $\vec{N}'$. Debido a esta compresión, el plano reacciona sobre el bloque,

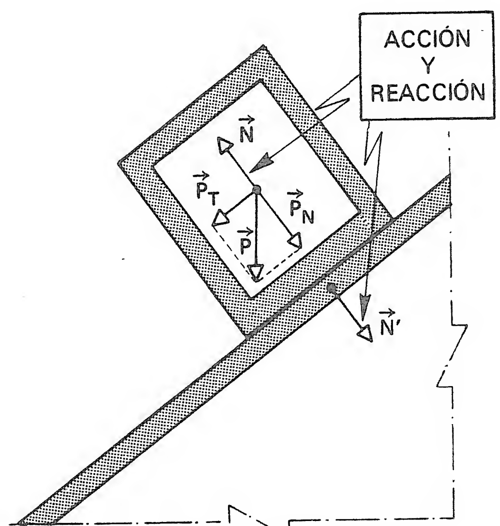


FIGURA 5-22 Cuando un objeto está apoyado en un plano inclinado, la compresión sobre el plano es menor que el peso del objeto.

ejerciendo en él la reacción normal $\vec{N}$, como muestra la Figura 5-22. Observe que la compresión sobre el plano sólo se debe a la componente $\vec{P}_N$, así que $N' < P$. Por consiguiente, también tendremos que $N < P$.

5. Sabemos que el peso de una persona es la fuerza con que es atraída por la Tierra. En consecuencia, si la Tierra atrae a una persona con la fuerza $\vec{P}$, esta persona, según la tercera ley de Newton, atraerá a la Tierra con una fuerza $\vec{P}'$, de igual magnitud, misma dirección y sentido contrario a $\vec{P}$ (Fig. 5-23).

De esta forma, si el peso de usted mismo fuera de 60 kgf, o sea, si estuviera siendo atraído por la Tierra con una fuerza de 60 kgf, ésta también estaría siendo atraída por usted con una fuerza de 60 kgf.

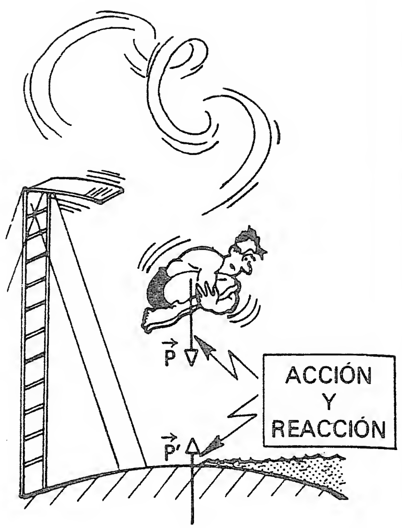


FIGURA 5-23 La Tierra atrae a una persona hacia abajo (peso de la persona), pero la persona, por reacción, también atrae a la Tierra hacia arriba con una fuerza igual y contraria.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. Un niño patea una piedra, ejerciendo así sobre ella una fuerza de 5 kgf.
a) ¿Cuánto vale la reacción de esta fuerza?
b) ¿Cuál cuerpo ejerce esta reacción?
c) ¿Dónde se aplica tal reacción?

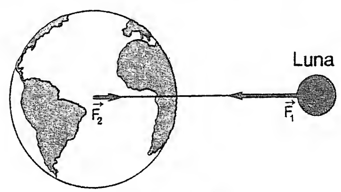
12. Un pequeño auto choca con un gran camión cargado.
a) En esta interacción, ¿la fuerza que el auto ejerce sobre el camión es mayor, menor o igual que la fuerza que el camión ejerce sobre él?
b) Entonces, ¿por qué el automóvil pequeño normalmente queda más averiado que el camión?

13. Observe la Figura 5-20 y diga:
a) ¿Qué cuerpo ejerce la fuerza $\vec{P}$ sobre el bloque?
b) ¿Cuál ejerce la fuerza $\vec{N}'$ sobre la mesa?
c) ¿Cuál ejerce la fuerza $\vec{N}$ sobre el bloque?
d) La fuerza $\vec{N}$ es la reacción a la fuerza $\vec{P}$, o sea, ¿$\vec{N}$ y $\vec{P}$ constituyen un sistema de acción y reacción?
e) Y $\vec{N}$ y $\vec{N}'$, ¿son un sistema de acción y reacción?

14. Suponga que en la Figura 5-21 el peso del bloque es $P = 10$ N, y que la fuerza de compresión que la persona ejerce, es de 5 N.
a) ¿Cuál es el valor de la compresión $\vec{N}'$ sobre la mesa?
b) ¿Cuál es la reacción de esta fuerza, cuál su valor, y dónde está aplicada?

15. Suponga que el valor de su peso es de 720 N. Como sabe, este peso es una fuerza que actúa sobre usted en dirección vertical y dirigida hacia abajo.
a) ¿Cuál es el cuerpo que ejerce esta fuerza sobre usted?
b) ¿Dónde está aplicada la reacción a su peso, y cuál es su valor, su dirección y su sentido?

16. Es un hecho bien conocido que la Tierra ejerce una fuerza de atracción sobre la Luna. Por la tercera ley de Newton podemos concluir que la Luna también atrae a la Tierra. La figura de este ejercicio se encontró en cierto libro de física; en ella se muestran estas fuerzas de interacción entre la Tierra y la Luna. Hay un error grave en este dibujo. Diga cuál es.



Ejercicio 16

5.4 Fuerza de fricción (o rozamiento)

❖ **Fricción.** Consideremos un bloque apoyado en una superficie horizontal. Como el cuerpo está en reposo, las fuerzas que actúan sobre él tienen resultante nula, o sea, su peso $\vec{P}$ está equilibrado por la reacción normal $\vec{N}$ de la superficie (Fig. 5-24). Supongamos ahora que una persona empuja o tira del bloque con una fuerza $\vec{F}$ (Fig. 5-25) y que el cuerpo continúa en reposo. Entonces la resultante de las fuerzas que actúan sobre el bloque sigue siendo nula. Debe entonces existir una fuerza que equilibre a $\vec{F}$. Este equilibrio se debe a una acción ejercida por la superficie sobre el bloque y que se denomina *fuerza de fricción (o rozamiento)* $\vec{f}$ (Fig. 5-25).

La fuerza de roce siempre se opone a la tendencia al movimiento de los cuerpos sobre una superficie, y se debe, entre otras causas, a la existencia de pequeñas irregularidades en las superficies que están en contacto.

❖ **Fricción estática.** En la Figura 5-25, si aumentamos el valor de la fuerza $\vec{F}$ y vemos que el bloque sigue en reposo, podemos concluir que la fuerza de fricción $\vec{f}$ también se vuelve mayor al aumentar la intensidad de $\vec{F}$. Esta

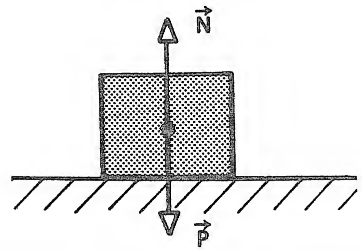


FIGURA 5-24 Al no haber tendencia al movimiento por parte del bloque sobre la superficie, no habrá fuerza de fricción entre ellos.

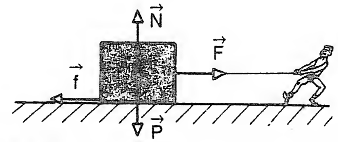


FIGURA 5-25 En este caso el cuerpo continúa en reposo porque la fuerza $\vec{F}$ está equilibrada por la fuerza de fricción estática $\vec{f}$.

fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque en reposo, se denomina *fuerza de fricción estática* $\vec{f}_e$. Concluimos, pues, que

> el rozamiento estático (o la fricción estática) $\vec{f}_e$ que actúa sobre un cuerpo, es variable y siempre equilibra las fuerzas que tienden a poner en movimiento al cuerpo.

❖ **Rozamiento estático máximo.** Al aumentar continuamente el valor de $\vec{F}$ (Fig. 5-25), comprobamos que la fuerza de fricción estática $\vec{f}_e$, también aumenta, conservando siempre su magnitud igual a la de $\vec{F}$. Pero la fuerza $\vec{f}_e$, crecerá hasta un valor límite, después del cual dejará de equilibrar a $\vec{F}$. Este valor límite de $\vec{f}_e$, se denomina *fuerza máxima de fricción estática*, simbolizada por $\vec{f}_{eM}$ (Fig. 5-26). Cuando el valor de $\vec{F}$ sobrepasa el valor $\vec{f}_{eM}$, el bloque empieza a moverse.

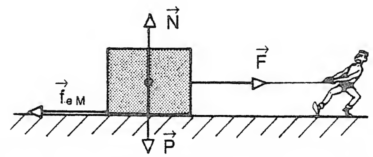


FIGURA 5-26 La fuerza de fricción estática crece conforme aumenta el valor de $\vec{F}$, hasta alcanzar un valor máximo $\vec{f}_{eM}$.

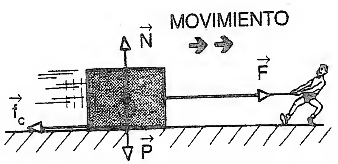
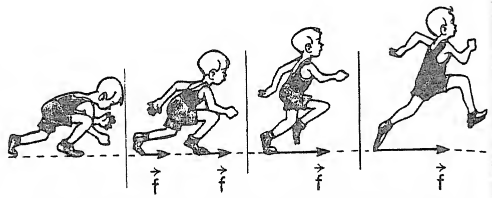


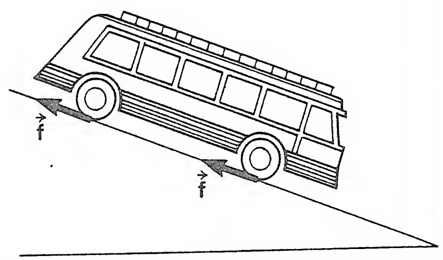
FIGURA 5-27 Cuando el bloque se mueve, el rozamiento que actúa sobre él recibe el nombre de fuerza de fricción cinética.

La *fricción* puede ser útil

Al pisar el acelerador, las ruedas de tracción (en la figura, las delanteras) comienzan a girar, empujando el suelo hacia atrás. En virtud de la fricción, el suelo reacciona sobre las ruedas empujando al auto hacia adelante. Luego, es gracias a la fricción que un auto puede moverse.



Al caminar (o correr), una persona empuja el suelo con sus pies, hacia atrás. Una fuerza de fricción se ejerce entonces por el suelo sobre la persona, empujándola hacia adelante. De modo que en una superficie sin rozamiento ninguna persona podría caminar.



Un autobús estacionado en una calle inclinada no se desliza gracias a la fricción entre el suelo y las ruedas. Entonces, si no existiese el rozamiento, sería imposible estacionarlo en la forma que se observa en la figura.

La experiencia demuestra que f_{eM} es proporcional a la compresión normal que el bloque ejerce sobre la superficie, o sea, cuanta más compresión ejerce sobre ella, tanto mayor será el valor del rozamiento estático máximo. Como dicha compresión tiene un valor igual al de la reacción normal $\vec{N}$ de la superficie sobre el bloque, podemos escribir que $f_{eM} \propto N$. La constante de proporcionalidad entre f_{eM} y N se representa por μ_e y se denomina *coeficiente de fricción estática*. El valor de μ_e depende de la naturaleza de las superficies en contacto, de su pulimento, de la presencia o ausencia de lubricación entre ellas, etc. En resumen,

> la fuerza de fricción estática aumenta hasta un valor máximo f_{eM}. Este valor máximo está dado por $f_{eM} = \mu_e N$, donde μ_e es el coeficiente de fricción estática entre las superficies.

❖ **Fricción cinética.** Supongamos que el valor de $\vec{F}$ se vuelve superior al de $\vec{f}_{eM}$. En estas condiciones, el bloque está en movimiento. Observamos, entonces, que la fuerza de fricción sigue actuando sobre el cuerpo, oponiéndose siempre a su desplazamiento. Esta fuerza de roce que actúa sobre el cuerpo en movimiento se denomina *fuerza de fricción cinética* $\vec{f}_c$ (Fig. 5-27).

Se puede comprobar que el valor de $\vec{f}_c$ es menor que el valor de $\vec{f}_{eM}$; es decir, el valor de la fuerza de fricción disminuye cuando se inicia el movimiento. El valor de $\vec{f}_c$ es prácticamente constante (independientemente de la velocidad del cuerpo), y proporcional al valor de la compresión normal que el mismo ejerce sobre la superficie. Así,

$$f_c \propto N \quad \text{donde} \quad \boxed{f_c = \mu_c N}$$

siendo μ_c el *coeficiente de fricción cinética* entre el cuerpo y la superficie. El valor de μ_c depende de los mismos factores que afectan a μ_e, y obviamente, para dos superficies de contacto dadas, tenemos que $\mu_c < \mu_e$.

EJEMPLO 1

Suponga que el bloque de la Figura 5-25 pesa 20 kgf. Los coeficientes de fricción entre él y la superficie valen $\mu_e = 0.40$ y $\mu_c = 0.20$.

a) Ejerciendo sobre el bloque una fuerza $\vec{F}$ de 5.0 kgf, comprobamos que permanece parado. ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción estática, $\vec{f}_e$, que actúa en el bloque?

Como el cuerpo permanece en reposo, concluimos que $\vec{f}_e$ anuló la fuerza $\vec{F}$, y por tanto, $f_e = 5.0$ kgf.

b) ¿Cuál debe ser el mínimo valor de $\vec{F}$ para que el bloque se ponga en movimiento?

La máxima fuerza de fricción estática vale $f_{eM} = \mu_e N$. Como en este caso $N = P = 20$ kgf, vemos que:

$$f_{eM} = \mu_e N = 0.40 \times 20$$

donde

$$f_{eM} = 8.0 \text{ kgf}$$

Para que inicie el movimiento hay que vencer la fuerza $\vec{f}_{eM}$. Por tanto, debemos aplicar una fuerza $\vec{F}$ con magnitud un poco mayor que 8.0 kgf.

c) Una vez que se inicie el movimiento, ¿cuál debe ser el valor de $\vec{F}$ para mantener al cuerpo en movimiento uniforme?

Durante el desplazamiento hay una fuerza de fricción cinética que vale

$$f_c = \mu_c N = 0.20 \times 20 \quad \text{donde} \quad f_c = 4.0 \text{ kgf}$$

Por tanto, para que el movimiento sea rectilíneo y uniforme, la fuerza $\vec{F}$ deberá ser exactamente igual y contraria a $\vec{f}_c$ (primera ley de Newton), o sea, que la fuerza $\vec{F}$ tiene que ser de 4.0 kgf.

EJEMPLO 2

Un bloque, cuyo peso es $P = 100$ kgf, se encuentra en reposo sobre un plano inclinado, siendo el ángulo $\theta = 30°$ (Fig. 5-28).

a) ¿Cuál es el valor de la componente $\vec{P}_N$ del peso del bloque, en la dirección perpendicular al plano (Fig. 5-28)?

El ángulo entre $\vec{P}$ y $\vec{P}_N$ es igual al angulo θ del plano inclinado, porque sus lados son perpendiculares entre sí. Observando que $\vec{P}_N$ es el cateto adyacente a θ y que $\vec{P}$ es la hipotenusa, podemos escribir

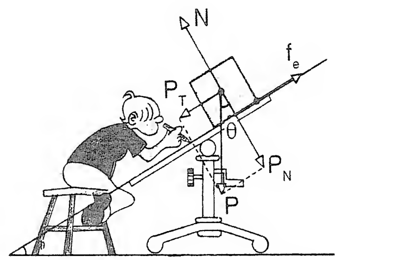


FIGURA 5-28 Para el Ejemplo 2.

$$P_N = P\cos\theta = 100 \times \cos 30°$$

donde

$$P_N = 87 \text{ kgf}$$

b) ¿Cuál es el valor de la reacción normal $\vec{N}$ del plano sobre el bloque?

Como el bloque está en reposo, concluimos que $\vec{N}$ y $\vec{P}_N$ se equilibran, es decir,

$$N = P_N \quad \text{donde} \quad N = 87 \text{ kgf}$$

Por tanto, la compresión del bloque sobre el plano es también de 87 kgf (menor que el peso del cuerpo).

c) ¿Cuál es el valor de la componente $\vec{P}_T$ del peso del bloque en la dirección paralela al plano (Fig. 5-28)?

El valor de $\vec{P}_T$ es igual al del cateto opuesto al ángulo θ, y entonces,

$$P_T = P\,\text{sen}\,\theta = 100 \times \text{sen } 30°$$

donde

$$P_T = 50 \text{ kgf}$$

d) ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción estática que el plano ejerce sobre el bloque?

La componente $\vec{P}_T$ tiende a hacer que el bloque descienda por el plano. Como permanece en reposo, concluimos que la fuerza de fricción $\vec{f}_e$ está equilibrando a $\vec{P}_T$. Entonces,

$$f_e = P_T \quad \text{donde} \quad f_e = 50 \text{ kgf}$$

e) Si se conociera el valor de μ_e entre el bloque y el plano, ¿el valor de la fuerza $\vec{f}_e$ se podría calcular por la relación $f_e = \mu_e N$?

No. Esta relación solamente puede utilizarse para calcular la máxima fuerza de fricción estática, f_{eM}. Y no se dijo en este caso que el rozamiento hubiera alcanzado su valor máximo.

f) Suponga que una persona empieza a empujar el bloque con una fuerza $\vec{F}$ creciente paralela al plano

y dirigida hacia abajo. Siendo $\mu_e = 0.70$ el valor del coeficiente de fricción estática entre el plano y el bloque, ¿para qué valor de $\vec{F}$ comenzará el cuerpo a descender por el plano?

Cuando el movimiento del cuerpo sea inminente, la fuerza de fricción sobre el bloque habrá alcanzado su valor máximo. Sabemos que

$$f_{eM} = \mu_e N, \text{ y entonces } f_{eM} = 0.70 \times 87$$

donde

$$f_{eM} = 61 \text{ kgf}$$

En esta situación, como el cuerpo todavía está en equilibrio, $\vec{f}_{eM}$ está equilibrando a $\vec{P}_T$ y a la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la persona. Por consiguiente,

$$f_{eM} = P_T + F \text{ o bien, } 61 = 50 + F$$

donde

$$F = 11 \text{ kgf}$$

Así, cualquier valor de F superior a 11 kgf hará que el bloque empiece a descender por el plano.

EJERCICIOS

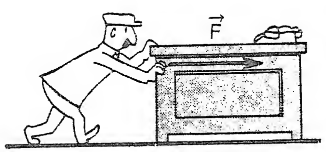
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. Una mesa es empujada por una persona con una fuerza $\vec{F}$ horizontal, como muestra la figura de este ejercicio. Suponiendo que $F = 3.5$ kgf y que la mesa no se mueve:

a) Trace, en la figura, la fuerza de fricción estática $\vec{f}_e$ que actúa sobre la mesa.

b) ¿Cuál es en tales condiciones el valor de $\vec{f}_e$?

c) Si el valor de $\vec{F}$ aumenta sea $F = 7.0$ kgf y la mesa todavía estuviera inmóvil, ¿cuál sería entonces el valor de $\vec{f}_e$?



Ejercicio 17

18. Considere que la mesa del ejercicio anterior tiene un peso $P = 15$ kgf. Entonces,

a) ¿Cuánto vale la reacción normal $\vec{N}$ que el suelo ejerce sobre la mesa?

b) Si sabemos que la mesa empieza a moverse cuando el valor de $\vec{F}$ se vuelve ligeramente superior a 9.0 kgf, ¿cuál es el valor de la máxima fuerza de fricción estática, $\vec{f}_{eM}$?

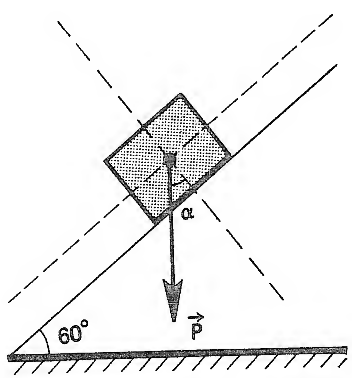
c) ¿Cuál es el valor del coeficiente de fricción estática μ_e entre la mesa y el suelo?

19. Considere la mesa mencionada en los Ejercicios 17 y 18, ahora en movimiento, que la persona aún empuja en dirección horizontal.

a) Si el coeficiente de fricción cinética entre la mesa y el suelo es $\mu_c = 0.40$, ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento cinético, $\vec{f}_c$, que actúa sobre la mesa?

b) Para que el cuerpo se desplace en movimiento rectilíneo uniforme, ¿la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la persona debe ser mayor, menor o igual a 6.0 kgf?

20. Un bloque, cuyo peso es $P = 200$ N, se encuentra en reposo sobre un plano inclinado, como muestra la figura de este ejercicio.



Ejercicio 20

a) Trace, en la figura, la reacción normal $\vec{N}$ y la fuerza de fricción estática $\vec{f}_e$, ejercidas por el plano sobre el bloque.

b) Trace, sobre los ejes que se muestran en la figura, las componentes rectangulares $\vec{P}_N$ y $\vec{P}_T$ del peso del bloque.

c) ¿Cuál es el valor del ángulo α que se observa en la figura?

d) Calcule los valores de $\vec{P}_N$ y $\vec{P}_T$.

21. Suponga que el bloque del ejercicio anterior *no* está a punto de deslizarse.

a) ¿Qué valor tiene $\vec{f}_e$?

b) ¿Cuál es el valor de la reacción normal $\vec{N}$?

c) El coeficiente de fricción estática μ_e entre el bloque y el plano, ¿podría calcularse dividiendo el resultado que se obtuvo en (a) entre el que se obtuvo en (b)? ¿Por qué?

5.5 Un tema especial (para aprender más)

Isaac Newton

❖ **Infancia y adolescencia.** En la Navidad de 1642, año de la muerte de Galileo, en una pequeña ciudad de Inglaterra nació Isaac Newton, el gran físico y matemático que formuló las leyes básicas de la Mecánica. Su madre, viuda de un hacendado, se casó nuevamente cuando su hijo sólo tenía dos años, y al trasladarse a otra ciudad, dejó la educación del pequeño Newton a cargo de su abuela. Esta falta de cuidado materno durante su infancia aparentemente influyó en la personalidad de Newton y fue responsable del temperamento tímido, introspectivo, y hasta cierto punto, intolerante, que lo caracterizó cuando adulto.

Grabado que muestra al joven Newton cuando era estudiante del Trinity College. Su vestimenta se usa todavía como uniforme escolar en esa institución.

Se cuenta que durante su infancia fue un niño retraído, a la manera típica de los hijos de hacendados, que gustaba de construir y jugar con pequeños aparatos mecánicos. Además, parecía mostrar una tendencia especial hacia las matemáticas.

Al morir su padrastro, su madre pidió a Newton, quien aún era muy joven, que se encargara de la administración de los bienes de la familia. Demostró muy poco interés en el desempeño de su cargo; sus biógrafos dicen que pasaba la mayor parte del tiempo en lo alto de los árboles, absorto en lecturas y divagaciones. Así, su administración se convirtió en un rotundo fracaso.

Entonces, en 1661, cuando tenía 18 años y con la ayuda económica de un tío, Newton fue enviado al Trinity College de la Universidad de Cambridge (cerca de Londres) para continuar sus estudios. Allí se dedicó inicialmente al estudio de las matemáticas (¡aplicadas a la astrología!), revelándose como un alumno excelente y lleno de entusiasmo. En 1664, a los 21 años de edad, escribía en forma de apuntes o notas su primer libro (que no fue publicado) y que tituló *Algunas cuestiones filosóficas.*

❖ **Un periodo de brillantes ideas.** En 1665, Londres fue asolada por la peste bubónica que diezmó gran parte de su población, ocasionando una paralización casi total de la ciudad y el cierre de oficinas públicas, escuelas, etc. Como consecuencia de esta catástrofe, Newton regresó a su ciudad natal, refugiándose en la tranquila finca de su familia, donde permaneció durante 18 meses, hasta que fueron eliminados los daños de la peste, permitiendo su regreso a Cambridge.

Este tiempo que vivió en el ambiente sereno y tranquilo del campo fue —según palabras del propio Newton— el más importante de su vida. Al entregarse totalmente al estudio y a la reflexión cuando sólo tenía de 23 a 24 años, logró en esa época realizar muchos descubrimientos, elaborando prácticamente las bases de toda su obra. Entre los trabajos que elaboró en su refugio podemos citar:

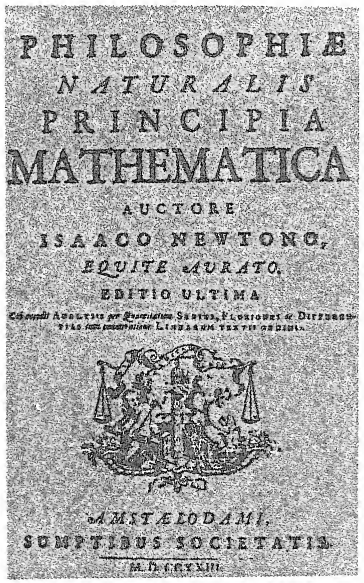
1. Desarrollo de un binomio en series de potencias, que suele enseñarse en las escuelas actuales con el nombre de "binomio de Newton" o "teorema de Newton para la potencia de un binomio".
2. Creación y desarrollo de las bases del cálculo infinitesimal (o diferencial e integral), una poderosa herramienta para el estudio de los fenómenos físicos que él mismo utilizó por primera vez.
3. Estudio de algunos fenómenos ópticos que culminaron con la formulación de una teoría acerca de los colores de los cuerpos.
4. Concepción de la primera y segunda leyes del movimiento ("primera y segunda leyes de Newton"), estableciendo así las bases de la Mecánica.
5. Elaboración de las primeras ideas relativas a la Gravitación Universal (que estudiaremos en el Capítulo 7).

Hay que observar que un trabajo tan extenso y profundo, realizado en tan poco tiempo por una persona aún muy joven, sólo pudo ser fruto de una mente genial.

❖ **Newton publica su gran obra: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.*** Al volver a Cambridge (1667), Newton se dedicó a desarrollar las ideas que había concebido durante el tiempo que permaneció lejos de la Universidad. Se iniciaba así su brillante carrera, siendo invitado a impartir la cátedra de matemáticas en la propia Universidad de Cambridge, y más tarde, a los 30 años, fue designado miembro de la Real Academia de Ciencias de Londres, el más alto título honorífico otorgable a científicos en Inglaterra.

En esta época, además de presentar en la Real Academia varios trabajos de investigación, publicó su libro *Teoría de la Luz y de los Colores.* Las ideas que propugnaba en esta obra fueron refutadas por otros científicos, involucrando a Newton en una gran polémica, principalmente con los físicos Robert Hooke y Christian Huyghens. Estas discusiones afectaron tan profundamente al retraído científico, que decidió no volver a publicar jamás los resultados de ninguna de sus investigaciones. Sus biógrafos comentan que la timidez de Newton y su aversión a las polémicas eran tan grandes, que si hubiese tenido que afrontar el hostil ambiente en que vivió Galileo, posiblemente no habría publicado una sola línea de su vasta obra.

Doce años después de estas controversias (en 1684), Newton recibió la visita de su amigo


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.
AUCTORE
ISAACO NEWTONO,
EQUITE AURATO.
EDITIO ULTIMA.
AMSTÆLODAMI,
SUMPTIBUS SOCIETATIS.

Portada de la célebre obra de Newton: *Principios matemáticos de la filosofía natural.*

Edmund Halley (el astrónomo que determinó la órbita del cometa que lleva su nombre), quien le pidió orientación en asuntos relativos a problemas de Mecánica. Halley comprobó, con sorpresa, que Newton pudo aclarar todas sus dudas, y además tenía ya en sus manos, completamente estructurado, un tratado sobre Mecánica y Gravitación Universal.

A pesar de sus propósitos de no publicar estos trabajos, Halley logró persuadirlo, animándolo y comprometiéndose, inclusive, a costear su publicación. Después de dos años de intensa actividad, en 1686, Newton presentaba a la imprenta, la primera edición de su famosa obra *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural.* Como sucedía con las obras de los grandes pensadores de la época, el libro de Newton estaba escrito en latín y le dio el título de *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.* La publicación de los *Principia* (como suele abreviarse el nombre de la obra) en poco tiempo consagró a Newton como uno de los mayores genios de la historia.

LEX I

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

LEX II

Mutationem motus proportionalem esse vi motrice impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

LEX III

Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

Las tres leyes de Newton, escritas en latín, tal como fueron enunciadas por él en su obra original.

❖ **Newton también ocupó cargos políticos y administrativos.** Algunos años después de la publicación de los *Principia,* Newton sufrió una crisis nerviosa, de la cual logró recuperarse. Pero, a partir de entonces, no volvió a elaborar ningún trabajo científico importante. Comenzó a interesarse en estudios religiosos y a escribir trabajos sobre temas de teología, concentrándose cada vez más en tales ideas. Al mismo tiempo recibía honores de toda especie y de diversos orígenes, como consecuencia de los logros científicos que había realizado.

A los 50 años de edad, Newton abandonó la carrera universitaria en busca de una ocupación más lucrativa. En esta ocasión, al ofrecérsele el cargo de director de una escuela frecuentada por la aristocracia británica, rechazó la oferta por considerar que la retribución no satisfacía sus aspiraciones económicas. En 1699 fue nombrado director de la Casa de Moneda de Londres, por lo cual recibió ya emolumentos muy elevados, que lo convirtieron en un hombre rico. En este cargo desempeñó brillantemente su misión, logrando restaurar las finanzas del país, que entonces se hallaban en mal estado.

Fue miembro del Parlamento inglés, y en 1705, a los 62 años, fue nombrado "Caballero de la reina de Inglaterra", lo que le daba condición de nobleza y le confería el título de *Sir,* por lo cual empezó a ser tratado como *Sir Isaac Newton.* Desde 1703 hasta su muerte en 1727, a los 84 años de edad, Newton permaneció en la presidencia de la Real Academia de Ciencias de Londres.

La grandiosidad de su obra no le impidió reconocer el mérito de los trabajos de los científicos que le antecedieron, como Galileo, Kepler, Copérnico, Descartes, etc. Con la modestia propia de muchos sabios, Newton afirmaba que logró mirar más lejos que muchos de sus colegas porque se apoyó en "hombros de gigantes", o en sus propias palabas: *if I have seen further than others it was by standing upon the shoulders of giants.*

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. *a*) ¿Cuál es el notable físico, citado en el texto, que falleció el año en que nació Newton?
b) ¿Cuáles son las dos características de la personalidad de Newton, mencionadas en el texto, atribuidas a problemas de la educación que recibió en su infancia?

23. En el texto hay un pasaje que muestra cómo, en la época de Newton, no había una distinción muy clara entre la ciencia y ciertas creencias descartadas de carácter científico. Indique el pasaje.

24. *a*) ¿Cuál fue el hecho que ocurrió en 1665, que llevó a Newton a alejarse de la universidad y lo hizo regresar a la hacienda de su familia, en donde permaneció mucho tiempo?
b) Cite por lo menos dos grandes ideas que Newton tuvo en ese periodo que pasó en el campo.

25. *a*) ¿Cuál es la disciplina que Newton enseñó en la Universidad de Cambridge, al principio de su carrera universitaria?
b) ¿Qué gran distinción honorífica recibió Newton a los 30 años de edad?

26. *a*) ¿Cuál libro escrito por Newton lo llevó a una polémica con otros físicos de la época?
b) ¿Quiénes fueron esos físicos?
c) ¿Qué decisión drástica tomó Newton debido a esa polémica?

27. *a*) ¿Qué científico convenció a Newton a publicar su más famosa obra: *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural?*
b) ¿Cuál es el cuerpo celeste que recibió el nombre de ese científico?
c) ¿En qué idioma se escribió originalmente la obra mencionada en la pregunta (a)?

28. *a*) Trate de descubrir en qué año se publicó la edición de los *Principia*, cuya portada se reproduce en esta sección (*véase* figura).
b) Analice el enunciado original, en latín, de las leyes de Newton y trate de traducir el mayor número posible de palabras por su semejanza con el español. ¿Puede percibir así el significado de cada una de las leyes?

29. ¿Cuál fue la famosa frase de Newton con la cual destaca la importancia que tuvo, para él, el trabajo de los científicos que lo precedieron?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. ¿La *fuerza* es una magnitud escalar o vectorial? Justifique su respuesta.

2. *a*) ¿Qué es el *peso* de un cuerpo?
b) ¿Cuál es la dirección y el sentido del vector que representa el peso de un cuerpo?

3. *a*) ¿Qué unidades de fuerza se citaron en este capítulo?
b) Diga qué es el kilogramo fuerza y dé su relación con el newton.

4. *a*) Describa, a grandes rasgos, las ideas de Aristóteles acerca de la relación entre fuerza y movimiento.
b) Cite un ejemplo que a primera vista parezca estar de acuerdo con tales conceptos.

5. *a*) Describa, a grandes rasgos, los experimentos de Galileo que lo hicieron descubrir nuevas ideas acerca de la relación entre la fuerza y el movimiento.
b) Examine e interprete las Figuras 5-9 y 5-10, diciendo por qué confirman las ideas de Galileo.

6. *a*) ¿Qué entiende usted por *inercia* de un cuerpo? Proporcione ejemplos que ilustren dicho concepto.
b) Enuncie la primera ley de Newton.

7. *a*) ¿Una partícula en reposo o inmóvil está en equilibrio?
b) ¿Una partícula en equilibrio puede estar en movimiento? ¿De qué tipo?
c) Para que una partícula esté en equilibrio, ¿qué condición debe cumplir la resultante, $\vec{R}$, de las fuerzas que actúan sobre la partícula? ¿Cómo expresaría usted esta condición, en función de las componentes rectangulares de las fuerzas sobre los ejes *OX* y *OY*?

8. *a*) Enuncie la tercera ley de Newton.
b) Dé ejemplos de interacción entre dos cuerpos, mostrando las fuerzas de acción y reacción, e indique en qué cuerpos están aplicadas.
c) Explique por qué las fuerzas de acción y reacción no se equilibran mutuamente.

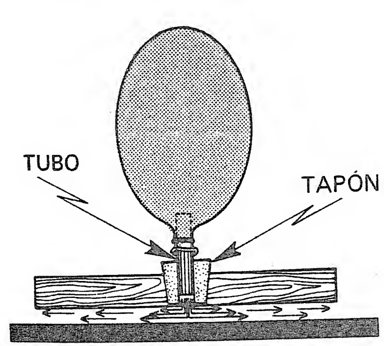
9. *a*) ¿Qué entiende por *fuerza de fricción estática* $\vec{f_e}$?
b) ¿Es fijo o variable el valor de $\vec{f_e}$?
c) ¿Qué se entiende por *fuerza máxima de fricción estática* $\vec{f_{eM}}$?
d) ¿Qué expresión matemática permite calcular f_{eM}?

10. *a*) ¿Qué es *fuerza de fricción cinética* $\vec{f_c}$?
b) ¿Qué expresión matemática permite calcular f_c?
c) Para dos superficies dadas, ¿f_c es mayor, menor o igual que f_{eM}? ¿Y μ_c es mayor, menor o igual que μ_e?

SIETE EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

La figura de este experimento muestra un dispositivo simple, con el cual usted podrá observar un movimiento prácticamente sin fricción. Tome una pequeña tabla, en cuyo centro debe hacer un orificio pequeño. Inflando un globo de goma, fije luego su boquilla a la entrada del orificio, usando un tubito para facilitar la conexión. Al dejar escapar lentamente el aire entre el trozo de madera y la superficie sobre la cual se apoya (por ejemplo, un suelo liso), se forma un "colchón de aire", como indica la figura. Debido a ello, el trozo de madera se podrá deslizar con suavidad sobre la superficie, prácticamente sin fricción.



Primer Experimento

Estando el globo lleno de aire, dé un pequeño impulso al aparato y observe su movimiento sobre una superficie horizontal. ¿Cuál es, prácticamente, el valor de la resultante de las fuerzas que actúan en él? ¿Qué tipo de movimiento describe?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Cuando usted se encuentre a bordo de un autobús, procure efectuar el experimento siguiente: al darse cuenta de que el autobús se desplaza en línea recta con una velocidad más o menos constante, lance un objeto (por ejemplo, un llavero) verticalmente hacia arriba. El objeto, al caer, ¿vuelve a su mano? ¿Por qué no cae en otro sitio? Emplee sus conocimientos acerca de la inercia para explicar el resultado de la prueba.

TERCER EXPERIMENTO

Usando unos patines, colóquese cerca de una mesa que tenga ruedas en las patas o un carrito para transportar víveres, por ejemplo, (como los de los supermercados). Dé un empujón a la mesa (o al carrito). ¿Se mueve la mesa? ¿Usted se desplaza? ¿En qué sentido? Entonces, cuando usted aplica una fuerza sobre la mesa, ¿ésta también ejerce una fuerza sobre usted? ¿Qué ley física estudiada en este capítulo se demuestra con este experimento?

CUARTO EXPERIMENTO

Coloque sobre una mesa lisa un imán pequeño y un clavo. Aproxímelos hasta que la atracción entre ellos pueda ser evidente y asegúrelos en esta posición.

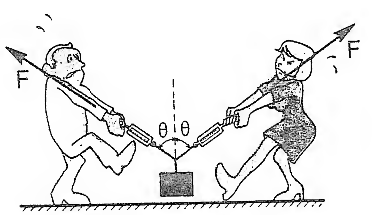
1. Manteniendo fijo el imán, suelte el clavo. ¿Se mueve en dirección al imán?

2. Volviendo a la posición inicial, mantenga fijo el clavo y suelte el imán. ¿Se mueve en dirección al clavo? Entonces, ¿podría usted concluir que si el imán atrae el clavo, éste también atrae al imán? ¿Qué ley física estudiada en este capítulo se demuestra con este experimento?

QUINTO EXPERIMENTO

Un tipo de dinamómetro (aparato para medir fuerzas) muy común, conocido como "báscula de resorte", se puede adquirir a bajo costo en una ferretería.

Con la ayuda de uno de sus compañeros (o compañeras) trate de levantar un cuerpo pesado por medio de dos cuerdas, como muestra la figura de este experimento, usando los dinamómetros para medir las fuerzas necesarias para equilibrar el peso del cuerpo.



Quinto Experimento

1. Aumente el valor del ángulo θ (ángulo de cada cuerda con la vertical) y observe las indicaciones de los dinamómetros. ¿El resultado observado está de acuerdo con su respuesta a la pregunta (b) del Problema 4?

2. Intente equilibrar el cuerpo con las cuerdas en dirección horizontal (θ = 90°). ¿Cuál es el resultado? Trate de explicarlo.

SEXTO EXPERIMENTO

En esta prueba usted tendría que usar una "báscula de resorte" y una polea que puede construir u obtener adaptando un objeto que sirva como tal (un yoyo, por ejemplo).

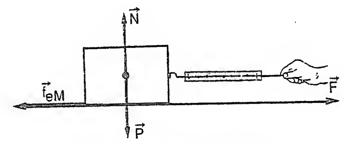
1. Con el dinamómetro determine el peso de un objeto.

2. Fijando el eje de la polea, cuelgue el objeto como indica la figura (a) del Problema 5. Use el dinamómetro para medir la fuerza que debe aplicar para equilibrar el peso del objeto. ¿Su medición concuerda con lo que se dijo en el enunciado del Problema 5?

3. Construya un dispositivo semejante al de la Figura (b) del Problema 5 (una polea móvil). Mida el valor de la fuerza necesaria para equilibrar el peso del objeto suspendido del eje de la polea. ¿La medida concuerda con la respuesta a la cuestión (a) del Problema 5?

SÉPTIMO EXPERIMENTO

A fin de determinar el coeficiente de fricción estática entre un cuerpo pesado y la superficie donde se apoya (el piso de un salón, por ejemplo) proceda de la siguiente manera:



Séptimo Experimento

1. Tirando del cuerpo con un dinamómetro ("báscula de resorte"), como indica la figura de este experimento, y aumentando poco a poco el valor de la fuerza $\vec{F}$, trate de leer en el aparato el valor de $\vec{F}$ en el momento en que el cuerpo se pone en movimiento. ¿Cuál es, entonces, el valor de la fuerza de fricción estática máxima, f_{eM} entre el cuerpo y la superficie?

2. Cuelgue el cuerpo del dinamómetro y determine su peso. ¿Cuál es el valor de la reacción normal, $\vec{N}$, de la superficie sobre el cuerpo cuando está apoyado sobre ella?

3. Utilizando sus respuestas a las preguntas anteriores, determine el valor del coeficiente de fricción estática entre el cuerpo y la superficie.

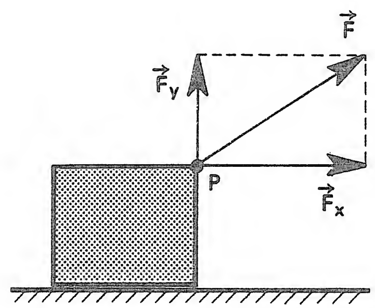
4. Repita el experimento y determine el coeficiente de fricción entre el mismo cuerpo y otras superficies (una placa de vidrio, una hoja de papel lija, etcétera).

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. *a)* Algunas personas pueden sacar el mantel de una mesa servida tirando del mismo rápidamente y sin quitar lo que está puesto, de manera que los objetos quedan en su lugar. ¿Cómo explicaría usted esta "magia"?

b) Una persona se encuentra de pie en el corredor de un autobús en movimiento. Si el conductor frena bruscamente, las personas son "empujadas" hacia adelante. Explique este hecho.

2. Un bloque está siendo tirado sobre una superficie por una fuerza $\vec{F}$ aplicada en un punto P. Para analizar los efectos de esta fuerza en las direcciones horizontal y vertical, un estudiante la descompone en sus componentes $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$, como muestra la figura de este problema. Llega a la conclusión de que en el punto P hay tres fuerzas aplicadas: $\vec{F}$, $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$. Examine la conclusión del estudiante.

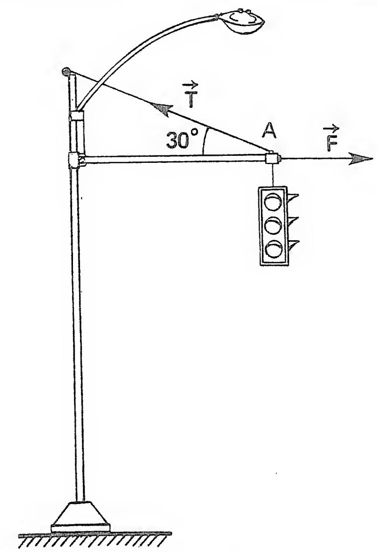


Problema 2

3. Un semáforo está sostenido por un sistema que consta de un brazo horizontal y un cable inclinado, según se observa en la figura de este problema. En el punto A actúan las siguientes fuerzas: el peso del semáforo, cuyo valor es P = 20 kgf; la tensión $\vec{T}$ del cable, y la fuerza $\vec{F}$ de reacción del brazo sobre el cable. Recordando que el sistema está en equilibrio, determine los valores de $\vec{T}$ y $\vec{F}$.

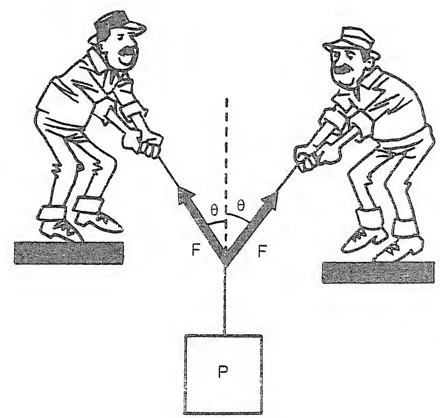
4. Dos personas sostienen, en equilibrio, un peso P = 20 kgf por medio de dos cuerdas inclinadas un ángulo θ = 45° en relación con la vertical (*véase* figura de este problema).

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que cada persona ejerce?

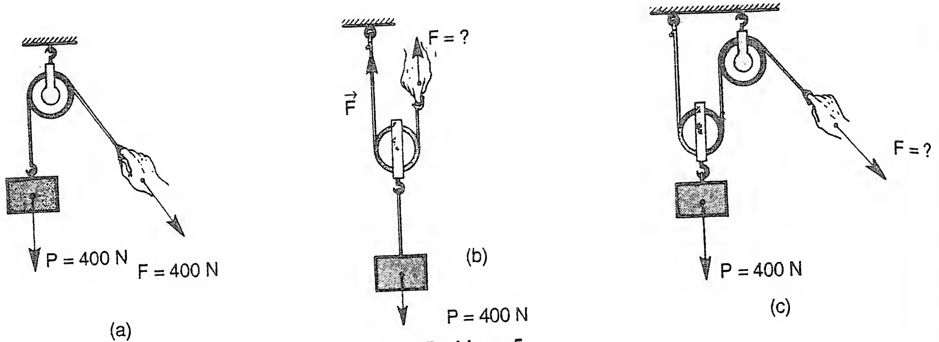


Problema 3

b) Si las personas aumentaran la inclinación de las cuerdas (en relación con la vertical) de manera que el ángulo θ se vuelva mayor de 45°, ¿la fuerza $\vec{F}$ que cada una debe ejercer será mayor, menor o igual que el valor calculado en (a)?

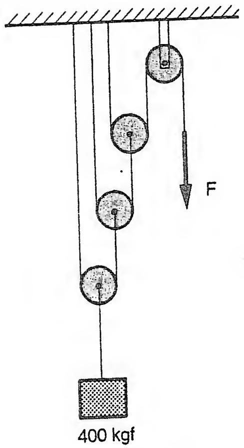


Problema 4



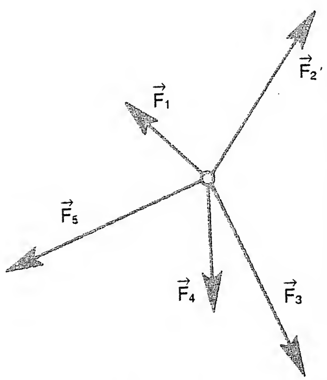
Problema 5

5. La Figura (a) de este problema muestra un cuerpo de peso P = 400 N, colgado de una polea fija y sostenido por una persona. La polea fija facilita la tarea de sostener (o levantar) el cuerpo. Pero como podrá comprobar fácilmente, la persona deberá ejercer, para equilibrarlo, una fuerza $\vec{F}$ igual al peso del cuerpo suspendido. La Figura (b) muestra el mismo cuerpo atado al eje de una polea móvil, o sea, una polea que se puede desplazar hacia arriba o hacia abajo. Observe que esta polea está suspendida por una fuerza $\vec{F}$ que la persona ejerce, y por otra, también igual a $\vec{F}$, que ejerce un apoyo fijo.
   a) ¿Qué valor de la fuerza $\vec{F}$ debe ejercer la persona para sostener el peso suspendido del eje de la polea móvil? (Deprecie el peso de la polea.)
   b) Para facilitar la elevación de cuerpos pesados, es común combinar una polea fija y una móvil, como en la Figura (c). En este caso, ¿cuál debe ser el valor de $\vec{F}$ para sostener el cuerpo suspendido? Entonces, ¿cuál es la ventaja de emplear este sistema?



Problema 6

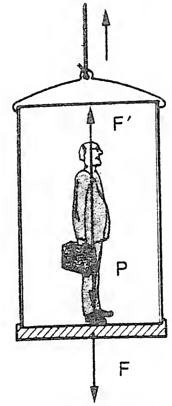
6. Cuando se desea elevar un peso muy grande, normalmente se emplea un sistema de poleas como el de la figura de este problema. Recordando lo que aprendió acerca de las poleas en el problema anterior, determine el valor de la fuerza $\vec{F}$ necesaria para sostener el peso de 400 kgf (deprecie el peso de las poleas).



Problema 7

7. La partícula de la figura de este problema se encuentra en equilibrio bajo la acción del sistema de fuerzas representado. Si F_4 = 25 N, ¿cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la resultante de las demás fuerzas que actúan en la partícula?

8. Una persona, de peso P, se encuentra en el interior de un ascensor que sube con *movimiento*

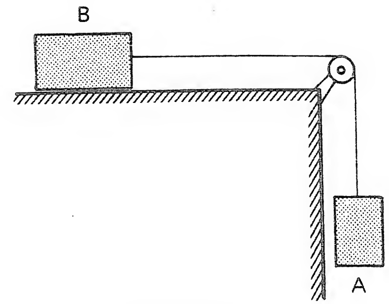


Problema 8

uniforme. Sea F la magnitud de la fuerza con la que la persona comprime el piso del elevador, y F' la de la fuerza que éste ejerce sobre la persona (*véase* figura de este problema). Señale entre las afirmaciones siguientes, las que son correctas.
   a) $F = F'$ porque constituyen un par de acción y reacción.
   b) $F' = P$ porque el movimiento de la persona es uniforme.
   c) F' y P constituyen un sistema de acción y reacción.
   d) $F' > P$ porque el ascensor está subiendo.
   e) $F > P$ porque el elevador asciende.

9. Un cuerpo se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal con fricción. Explique por qué es mas difícil hacer que el cuerpo comience a moverse, que mantenerlo en movimiento uniforme.

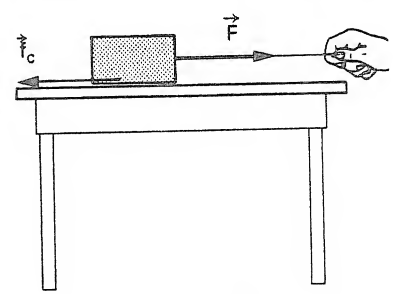
10. Un cuerpo B, de peso P_B= 20 kgf y apoyado sobre una superficie horizontal, está unido mediante una cuerda a otro cuerpo A, de peso P_A =5 kgf, como muestra la figura de este problema. Analice las afirmaciones siguientes y señale la que está *equivocada*.
   a) Como $P_B > P_A$ el sistema quedará en reposo siempre y cuando no haya fricción entre B y la superficie.
   b) Si el sistema está en reposo, la fuerza de fricción estática en B vale 5 kgf.
   c) Si el sistema está en reposo y el coeficiente de fricción estática entre B y la superficie vale 0.4, podríamos aumentar el peso de A hasta 8 kgf sin que el sistema abandone el reposo.



Problema 10

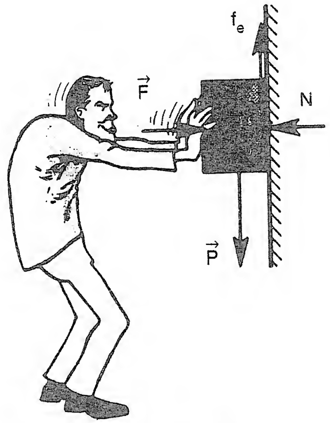
   d) Si el cuerpo A desciende con movimiento uniforme, la fuerza de fricción cinética en B vale 5 kgf.
   e) Si el cuerpo A está descendiendo con movimiento uniforme, el coeficiente de fricción cinética entre B y la superficie vale 0.25.

11. Un bloque está siendo arrastrado sobre la superficie de una mesa por la acción de una fuerza $\vec{F}$. Suponga que también actúa sobre el cuerpo una fuerza de fricción cinética f_c = 2 N (*véase* figura de este problema).
   a) ¿Cuál es el cuerpo que ejerce la fuerza $\vec{f_c}$ sobre el bloque?
   b) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la reacción a la fuerza $\vec{f_c}$?
   c) ¿En qué cuerpo está aplicada esta reacción?



Problema 11

12. Un bloque es comprimido contra una pared por una fuerza $\vec{F}$, según muestra la figura de este problema. En las afirmaciones siguientes existe una equivocada. ¿Cuál es?
   a) La pared ejerce sobre el bloque una reacción normal de misma magnitud y de sentido contrario a $\vec{F}$.



Problema 12

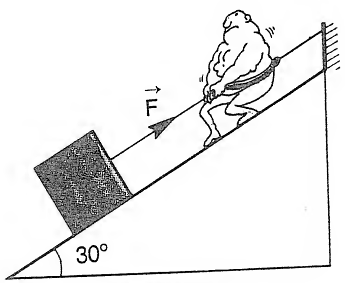
b) Si el bloque permanece en reposo, existe una fuerza de fricción estática que actúa sobre él, dirigida hacia arriba.

c) Si el cuerpo permanece en reposo, podemos concluir que la fuerza de fricción estática de la pared sobre él, es mayor que el peso del bloque.

d) Si el valor de $\vec{F}$ es nulo, no habrá fuerza de fricción de la pared sobre el bloque.

e) Si el coeficiente de fricción entre la pared y el cuerpo es nulo, este último caerá, no importa cuán grande sea el valor de $\vec{F}$.

13. Un bloque de peso igual a 100 N, está siendo arrastrado hacia arriba con movimiento uniforme y a lo largo de un plano inclinado sin fricción, aplicándole una fuerza $\vec{F}$ (*véase* figura de este problema). Entre las afirmaciones siguientes, señale las que son correctas.



Problema 13

a) El bloque ejerce sobre el plano una compresión normal igual a 100 N.

b) El componente del peso que tiende a hacer que descienda el cuerpo vale 50 N.

c) La resultante de las fuerzas que actúan sobre el bloque es nula.

d) El valor de la fuerza $\vec{F}$ que la persona está ejerciendo sobre el bloque es mayor de 50 N.

e) La reacción normal del plano sobre el cuerpo arrastrado es nula, pues no hay fricción entre ellos.

14. Se coloca un bloque de peso P sobre un plano inclinado, cuyo ángulo de inclinación con la horizontal es θ. Sea $\vec{P}_N$ la componente del peso del bloque normal al plano y $\vec{P}_T$ la componente paralela a él. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?

a) Para cualquier valor de θ tal que $0° < \theta < 90°$, tenemos que $P_N < P$ y $P_T < P$.

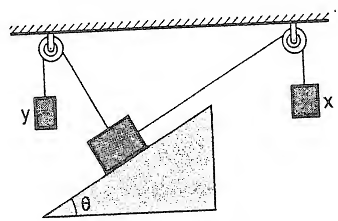
b) Cuanto mayor sea el valor de θ, tanto mayor será el de $\vec{P}_T$.

c) Cuanto mayor sea el valor de θ, tanto mayor será el de $\vec{P}_N$.

d) Si $\theta = 0°$, entonces $P_N = P$ y $P_T = 0$.

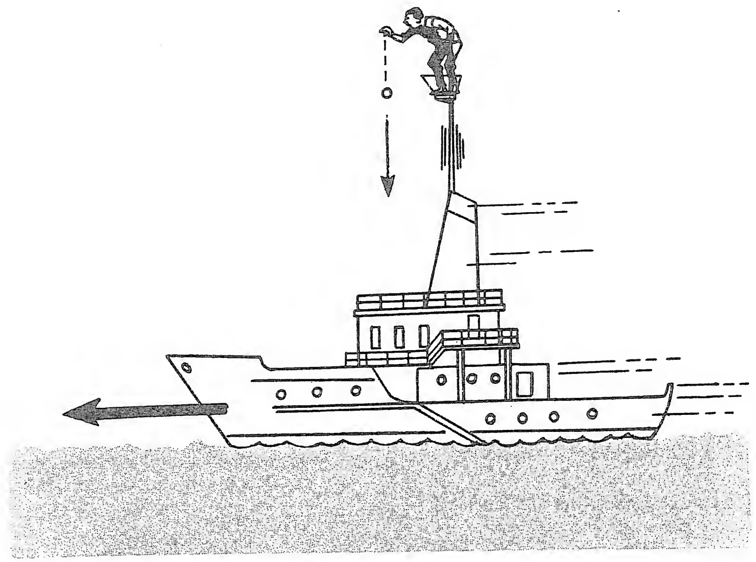
e) Si $\theta = 90°$, entonces $P_N = 0$ y $P_T = P$.

15. Un bloque de peso P = 10 kgf se encuentra apoyado sobre un plano inclinado de un ángulo $\theta = 40°$. Este bloque se une a dos cuerdas que pasan por poleas fijas y sostienen en sus extremos a los cuerpos X y Y, como muestra la figura de este problema. ¿Cuáles deben ser los valores de los pesos X y Y para que al retirar el plano inclinado, el bloque permanezca colgado de las cuerdas en la misma posición anterior?



Problema 15

16. En el siglo XVII, uno de los problemas acerca de los cuales existía divergencia de opiniones entre Galileo y los aristotélicos, era el siguiente: si un navío está en movimiento rectilíneo uniforme y se deja caer una piedra desde lo alto de un mástil (*véase* figura de este problema), ¿dónde caerá? Según Galileo, la piedra debe caer al pie del mástil, en tanto que los discípulos de Aristóteles aseguraban que caería por atrás del pie del mástil, alegando que en cuanto la piedra estuviese en el aire, el navío se habría desplazado cierta distancia. La experiencia nos demuestra que Galileo tenía razón. Recordando el concepto de inercia, describa el razonamiento de Galileo para llegar a la conclusión correcta.



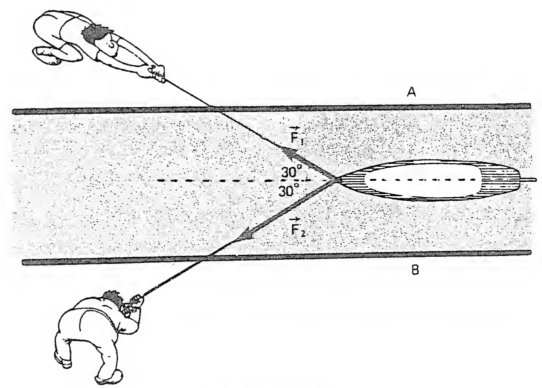
Problema 16

17. Dos hombres tiran de una embarcación en un canal, ejerciendo sobre ella las fuerzas F_1 = 300 N y F_2 = 400 N, como muestra la figura de este problema.

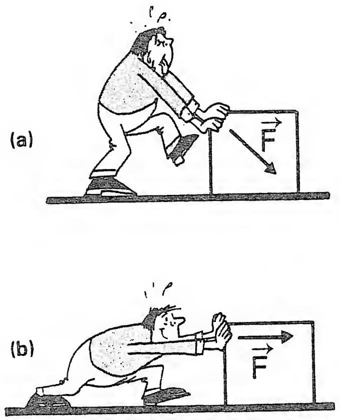
a) Determine las componentes de cada una de tales fuerzas en la dirección perpendicular a las orillas del canal.

b) Para que la embarcación no se desvíe hacia una de las orillas, una tercera persona ejerce sobre ella una fuerza $\vec{F}_3$, perpendicular a aquéllas. ¿Cuál es la magnitud y el sentido de $\vec{F}_3$?

c) ¿La fuerza $\vec{F}_3$ influye en el desplazamiento de la embarcación en la dirección del canal?

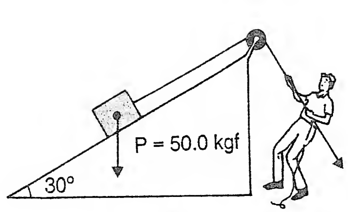


Problema 17



Problema 18

18. Un obrero trata de empujar una caja sobre un plano horizontal, como muestra la figura (a) de este problema, y no consigue ponerla en movimiento. Intuitivamente, se agacha y empuja la caja aplicando la fuerza como vemos en la figura (b),



Problema 19

y en este caso, con el mismo esfuerzo, logra su intento. Explique la razón.

19. En la figura de este problema, considere que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano vale $\mu_c = 0.10$. Calcule el valor de la fuerza $\vec{F}$ que la persona ejerce, suponiendo que:

a) El bloque sube con velocidad constante.
b) El bloque desciende con velocidad constante.

20. Una persona, que pesa 60 kgf, está acostada en una red cuyos extremos están detenidos, mediante cuerdas, a paredes verticales. Si esas cuerdas forman con las paredes ángulos de 30° y 60°, calcule la tensión en cada una.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Analice las afirmaciones siguientes e indique las correctas:

I. Una fuerza de 5 N y otra de 3 N pueden combinarse de modo que tengan una resultante nula.
II. Dos vectores de módulos diferentes nunca pueden combinarse para que den una resultante nula.
III. La resultante de dos vectores de módulos iguales será siempre nula.

2. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas de intensidad 3 N y 4 N. La intensidad de la fuerza resultante es:

a) 7 N
b) 5 N
c) $\sqrt{7}$ N
d) 1 N
e) Imposible de calcular.

3. Complete correctamente la siguiente frase relativa a la primera ley de Newton. "Si la resultante de las fuerzas que actúan en una partícula es *nula*, entonces ...

a) ... estará en reposo".
b) ... tendrá una aceleración de 9.8 m/s^2, porque ésta es la aceleración de la gravedad".
c) ... estará con seguridad en movimiento rectilíneo uniforme".
d) ... podrá estar en movimiento circular uniforme".
e) ... estará en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme".

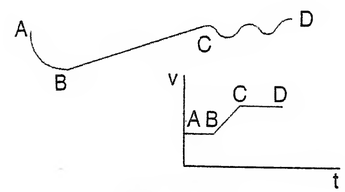
4. Considere un automóvil que se desplaza por una carretera plana y recta, en movimiento uniformemente acelerado. Es *incorrecto* afirmar que:

a) La resultante de las fuerzas que actúan en el auto es, con seguridad, diferente de cero.
b) En cualquier momento, su aceleración centrípeta es nula.

c) Siendo Δd la distancia que recorre en un intervalo Δt cualquiera, su velocidad instantánea está dada por $v = \Delta d/\Delta t$.
d) Si el automóvil partió del reposo ($v_0 = 0$), la distancia que recorre es proporcional al cuadrado del tiempo de viaje.
e) Si, durante el intervalo Δt, su velocidad varía de Δv, su aceleración en cualquier momento vale $a = \Delta v/\Delta t$.

5. En la figura se muestra la trayectoria que sigue una abeja al volar y el gráfico que describe la velocidad de la abeja en función del tiempo. Señale la afirmación correcta.

a) En el trecho *AB*, la resultante de las fuerzas que actúan en la abeja es igual a cero.
b) En el trecho *BC*, el movimiento es rectilíneo uniforme.
c) En el trecho *CD* no existe aceleración.
d) En el trecho *BC*, el módulo y la dirección de la velocidad no varían.
e) En el trecho *AB*, el movimiento es uniforme y tiene aceleración.



Pregunta 5

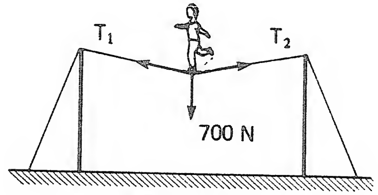
6. ¿Cuál de los grupos siguientes de fuerzas puede actuar en una partícula y que ésta permanezca en equilibrio?

a) 20 kgf, 30 kgf y 60 kgf
b) 10 kgf, 20 kgf y 50 kgf
c) 15 kgf, 15 kgf y 15 kgf
d) 5 kgf, 10 kgf y 20 kgf
e) 8 kgf, 8 kgf y 20 kgf

7. Un artista de circo, con 700 N de peso, está en equilibrio en el centro de una cable de cero, como se muestra en la figura. Los valores posibles para las tensiones T_1 y T_2 son:

a) $T_1 = T_2 = 250$ N
b) $T_1 = 250$ N, $T_2 = 450$ N
c) $T_1 = 350$ N, $T_2 = 450$ N
d) $T_1 = T_2 = 350$ N
e) $T_1 = T_2 = 500$ N

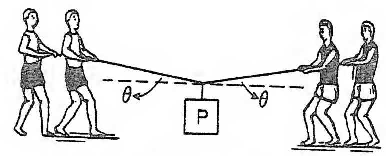
8. Una cuerda, que tiene sujeto en medio un peso $\vec{P}$, es halada de ambos extremos por cuatro (4) atletas (*véase* figura). Las afirmaciones siguientes,



Pregunta 7

relativas a la situación descrita son todas correctas, *excepto:*

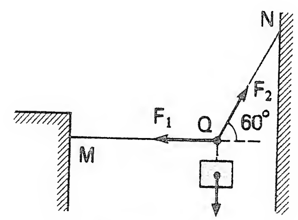
a) Si el suelo en donde se apoyan los atletas no ofrece fricción, ellos no podrán halar la cuerda como se indica en la figura.
b) Cuanto mayor es la fuerza que cada atleta ejerce, menor será el ángulo θ.
c) A pesar de que los atletas sean muy fuertes, no lograrán poner la cuerda en la horizontal.
d) El esfuerzo de los atletas será mínimo cuando θ = 90 °.
e) El esfuerzo que cada atleta debe realizar para conservar el equilibrio, es igual a *P*/4.



Pregunta 8

9. Un cuerpo de 8.7 kgf está sujetado por dos cuerdas: *MQ*, horizontal, y *QN*, que forma un ángulo de 60° con la horizontal según se indica en la figura de abajo. Siendo cos 30° = 0.87 y cos 60° = 0.50, las fuerzas que actúan a lo largo de las cuerdas valen:

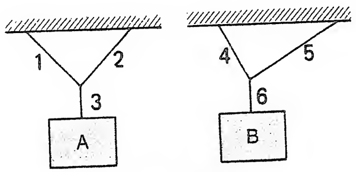
a) $F_1 = 5$ N y $F_2 = 8.5$ N
b) $F_1 = 0$ y $F_2 = 10$ kgf



Pregunta 9

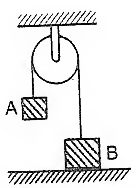
c) $F_1 = 8.5$ N y $F_2 = 10$ N
d) $F_1 = 5$ kgf y $F_2 = 10$ kgf
e) $F_1 = 0$ y $F_2 = 8.5$ kgf

10. Dos cuerpos, *A* y *B*, del mismo peso están suspendidos por cables, como lo indica el dibujo de abajo. Podemos afirmar, en relación con la intensidad de las fuerzas ejercidas por los cables:
a) 1 es menor que 2
b) 4 es menor que 5
c) 1 es igual que 4
d) 3 es igual que 6
e) 4 es igual que 5



Pregunta 10

11. En la figura se ilustran dos cuerpos, *A* y *B*, de pesos $P_A = 20$ N y $P_B = 40$ N, unidos por un alambre que pasa por una polea supuesta ideal. El bloque *B* está apoyado en el suelo. Si se deprecia el peso del alambre y las fricciones, ¿cuál es el módulo de la fuerza que el suelo ejerce en el bloque *B*?
a) 20 N
b) 40 N
c) 60 N
d) 30 N
e) cero



Pregunta 11

12. Un tractor de peso igual a 5.0×10^3 kgf, tira de una carreta cuyo peso es 7.0×10^3 kgf. La fuerza de tracción $\vec{F}$ es transmitida a la carreta mediante una cuerda que se mantiene extendida, paralela al plano horizontal y tiene valor de 9.0×10^3 N. ¿Cuál es la fuerza que la carreta ejerce en el tractor?
a) 2.0×10^4 N
b) 7.0×10^4 N
c) 5.0×10^4 N
d) 9.0×10^3 N
e) cero

13. Un bloque de peso $\vec{P}$ se encuentra apoyado sobre una mesa horizontal. La reacción normal de la mesa en el bloque es $\vec{N}$ y la fuerza con que el bloque atrae la Tierra es $\vec{F}$. Considere los siguientes grupos de fuerzas:

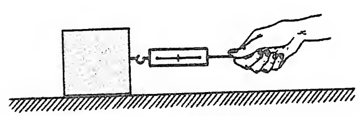
I. $\vec{P}$ y $\vec{N}$ II. $\vec{P}$ y $\vec{F}$ III. $\vec{N}$ y $\vec{F}$

Tenemos un par de acción y reacción:
a) Sólo en I
b) Sólo en II
c) Sólo en III
d) En I, II y III
e) En ningún grupo presentado

14. Suponga que un automóvil y un camión haya chocado en una carretera. Considere las siguientes fuerzas durante el impacto:
$\vec{F}_1$ Fuerza ejercida por el camión en el automóvil.
$\vec{F}_2$ Peso del automóvil.
$\vec{F}_3$ Peso del camión.
$\vec{F}_4$ Atracción que el automóvil ejerce sobre la Tierra.
$\vec{F}_5$ Fuerza ejercida por el automóvil en el camión.

Constituyen un par de acción y reacción las fuerzas:
a) $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$
b) $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$
c) $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$
d) $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_5$
e) $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_4$

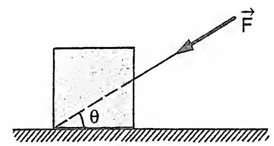
15. En la figura se muestra a una persona que tira de un objeto mediante un dinamómetro y lo desplaza sobre una superficie a lo largo de la cual el coeficiente de fricción varía. El desplazamiento del objeto es rectilíneo y la lectura del dinamómetro se mantiene invariable. Esto indica que:


Pregunta 15

a) La fuerza de fricción entre el objeto y la superficie es constante.
b) La fuerza resultante que actúa en el objeto es constante.
c) El valor de la fuerza de fricción entre el objeto y la superficie está dado por la lectura del dinamómetro.
d) El objeto avanza con una velocidad constante.
e) La fuerza que la persona aplica en el objeto es constante.

16. Un cuerpo de peso $\vec{P}$ está sobre una superficie plana horizontal, sometido a una fuerza $\vec{F}$ paralela al plano, menor que la fuerza necesaria para moverlo. Siendo μ_e el coeficiente de fricción estático entre el cuerpo y el plano, la primera ley de Newton se aplica en este caso con la siguiente forma:
a) $\vec{P} = 0$
b) F_a (fuerza de fricción) $= \mu_e N$ (N = reacción del plano al peso del cuerpo).
c) $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{F} = 0$
d) $F = \mu_e N$
e) Ninguna de las expresiones indicadas es correcta.

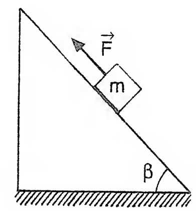
17. Un cuerpo de peso $\vec{P}$, apoyado sobre una superficie horizontal está sometido a la fuerza $\vec{F}$, representada en el diagrama. Siendo μ_c el coeficiente de fricción cinético, el módulo de la fuerza de fricción entre el cuerpo y la superficie es:



Pregunta 17

a) Igual al componente horizontal de $\vec{F}$, ya sea que el cuerpo esté detenido, ya sea que esté en movimiento rectilíneo uniforme.
b) Igual que $\mu_c P$, si el cuerpo estuviera en movimiento rectilíneo uniforme.
c) Mayor que el componente horizontal de $\vec{F}$, si el cuerpo permaneciera detenido.
d) Igual a $\mu_c (P + F \cos \theta)$, si el cuerpo estuviera en movimiento rectilíneo uniforme.
e) No podrá ser inferior a $\mu_c (P + F \operatorname{sen} \theta)$.

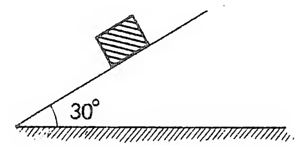
18. En la figura respectiva se representa un bloque de peso igual a 1.0 kgf, apoyado sobre un plano



Pregunta 18

inclinado, que forma con el plano horizontal un ángulo $\beta = 60°$. Sabiendo que el coeficiente de fricción estático entre el bloque y el plano inclinado es igual a 0.50, para que el bloque quede en reposo sobre el plano inclinado, ¿cuál debe ser el mínimo valor de la fuerza $\vec{F}$?
a) 0.6 N
b) 2.5 N
c) 6.1 N
d) 9.4 N
e) 11.1 N

19. Un bloque está en reposo sobre un plano inclinado (*véase* figura). Si el coeficiente de fricción estático entre el bloque y el plano es $\mu_e = 0.70$ y el peso del bloque es $P = 100$ N, la fuerza de fricción en el bloque vale:
a) 70 N
b) 60 N
c) 100 N
d) 50 N
e) 110 N



Pregunta 19

20. Si el bloque de la pregunta anterior estuviera subiendo el plano con velocidad constante, tirado por una fuerza $\vec{F}$ paralela al plano, se puede concluir que el módulo de $\vec{F}$ deberá ser (considere $\mu_c = 0.50$):
a) 50 N
b) 100 N
c) 60 N
d) 93 N
e) 43 N

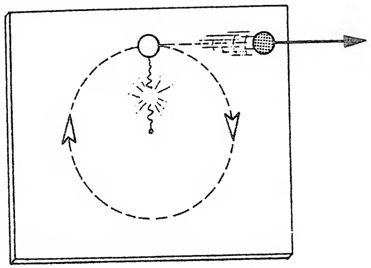
RESPUESTAS

Ejercicios

1. *b*) 10 N
2. *a*) la Tierra
b) 100 kgf, 980 N
3. 5 N
4. según Aristóteles, el disco debería detenerse de inmediato; según Galileo, el disco sigue despla-

zándose con una velocidad de 2.0 m/s en línea recta

5. *a)* movimiento rectilíneo uniforme
   b) aplicar una fuerza sobre el cuerpo
6. *a)* *véase* figura
   b) su inercia



Respuesta Ejercicio 6

7. *a)* cero
   b) sí
   c) sí, movimiento rectilíneo uniforme
8. *a)* sí
   b) cero
   c) 141 kgf
   d) 141 kgf
9. *a)* 17 N
   b) 9 N
10. *a)* 25 kgf
    b) no, se rompería en ambos casos
11. *a)* 5 kgf
    b) la piedra
    c) sobre el pie del niño
12. *a)* igual
    b) porque se hace con material más frágil
13. *a)* la Tierra
    b) el bloque
    c) la mesa
    d) no
    e) sí
14. *a)* 15 N
    b) reacción normal $\vec{N}$; 15 N; sobre el bloque
15. *a)* la Tierra
    b) está aplicada sobre la Tierra, vale 720 N y está dirigida verticalmente hacia arriba
16. las magnitudes de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ deben ser iguales (tercera ley de Newton)
17. *b)* 3.5 kgf
    c) 7.0 kgf
18. *a)* 15 kgf
    b) 9.0 kgf
    c) 0.60
19. *a)* 6.0 kgf
    b) igual
20. *c)* 60°
    d) P_N = 100 N y P_T = 173 N
21. *a)* 173 N
    b) 100 N
    c) no, el resultado de (a) no es el valor de f_{eM}
22. *a)* Galileo
    b) introspección e intolerancia
23. Newton aplicó conocimientos de Matemáticas al estudio de la Astrología.
24. *a)* Londres fue asolada por la peste bubónica
25. *a)* Matemáticas
    b) fue electo miembro de la Real Academia de Ciencias de Londres
26. *a)* Teoría de la luz y de los colores
    b) Hooke y Huyghens
    c) Nunca más publicar sus trabajos
27. *a)* E. Halley
    b) el cometa Halley
    c) Latín
28. *a)* 1723
29. "Si pude ver más allá que otros, fue porque me apoyé en hombros de gigantes."

Preguntas y problemas

1. *a)* los objetos tienden, por inercia, a permanecer en el mismo lugar
   b) la persona tiende, por inercia, a continuar en movimiento
2. la conclusión no es correcta, pues debemos considerar que la fuerza $\vec{F}$ fue eliminada, habiéndose sustituido por $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$
3. T = 40 kgf y F = 35 kgf
4. *a)* 14.3 kgf
   b) mayor
5. *a)* 200 N
   b) 200 N; mayor comodidad en la aplicación de la fuerza
6. 50 kgf
7. 25 N, misma dirección y sentido contrario a $\vec{F}_1$
8. (a) y (b)
9. porque la fuerza de fricción estática máxima es mayor que la fuerza de fricción cinética
10. (a)
11. *a)* la superficie de la mesa
    b) 2 *N*, en la misma dirección de $\vec{f}_c$ y en sentido contrario a ésta
    c) en la superficie de la mesa
12. (c)
13. (b) y (c)
14. (a), (b), (d) y (e)
15. X = 6.4 kgf y Y = 7.7 kgf

16. por inercia, al dejarla caer, la piedra sigue moviéndose según la horizontal, con la misma velocidad del navío.
17. *a)* F_{1N} = 150 N y F_{2N} = 200 N
    b) 50 N para la margen *A*
    c) no
18. en (b) la fuerza de fricción es menor y la componente de $\vec{F}$ que empuja la caja es mayor
19. *a)* 29.3 kgf
    b) 20.7 kgf
20. 30 kgf y 52 kgf

Cuestionario

1. sólo II está correcta
2. e
3. e
4. c
5. e
6. c
7. e
8. e
9. d
10. d
11. a
12. d
13. b
14. e
15. e
16. c
17. a
18. c
19. d
20. d

APÉNDICE A

Los temas aquí analizados se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán otros temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulos siguientes.

A.1 Momento de una fuerza

❖ **Qué es un cuerpo rígido.** Como ya indicamos al inicio del Capítulo 3, al estudiar la mecánica tratamos solamente el movimiento y el equilibrio de una partícula. En esta sección, analizaremos el equilibrio de un cuerpo grande,* que no puede considerarse como una partícula. Además, vamos a considerar dicho cuerpo como un *cuerpo rígido*, es decir, un cuerpo que no sufre deformaciones bajo la acción de fuerzas externas como, por ejemplo, una barra de fierro, un pedazo de madera o una piedra. En realidad, ningún cuerpo es perfectamente rígido, pero si las deformaciones que sufre fueran despreciables, podrá considerase así.

❖ **Traslación y rotación.** Cuando estudiamos la Sección 5.2, vimos que una partícula está en equilibrio cuando es nula la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella, es decir,

$$\vec{R} = 0 \quad \text{o} \quad \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{array}$$

Trataremos, ahora, de determinar las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido. Podemos suponer, a primera vista, que un cuerpo rígido también está en equilibrio siempre que $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Sin embargo, esas condiciones no son suficientes, aunque sean necesarias; esto

* Consideramos que el estudio de la Dinámica de los cuerpos grandes, por exigir procedimientos físicos y matemáticos más elaborados, solamente podrá tratarse convenientemente en cursos de Física más avanzados, de nivel universitario.

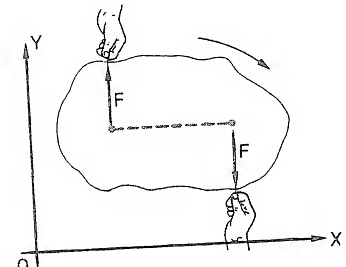


FIGURA A-1 El binario tiende a provocar una rotación acelerada del cuerpo en el cual se aplica.

es, hay casos en que se verifican y, aun así, el cuerpo rígido no está en equilibrio.

Para entender esta afirmación, consideremos la Figura A-1, en la cual tenemos un cuerpo rígido sujeto a la acción de dos fuerzas de la misma magnitud, misma dirección y sentidos contrarios, pero cuyas líneas de acción no coinciden.* Es evidente que, considerando los ejes *OX* y *OY* mostrados tenemos, para ese caso $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Se percibe fácilmente, sin embargo, que bajo la acción solamente de ese sistema de fuerzas, el cuerpo entrará en rotación en el sen- tido indicado en la Figura A-1 y el experimento muestra que la velocidad de rotación del cuerpo (velocidad angular) se vuelve cada vez mayor, es decir, la acción continuada de aquel sistema de fuerzas provoca una rotación acelerada. Ese cuer- po, no obstante que esté en equilibrio de traslación, no está en equilibrio de rotación porque, por definición, para que esto ocurra, no podría estar girando (velocidad angular nula) o debería estar girando con velocidad de rotación uniforme (velocidad angular constante).

Entonces, el equilibrio de un cuerpo no está garantizado solamente por las condiciones $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$, porque esas ecuaciones aseguran solamente el equilibrio de traslación. Por tanto, es necesario establecer una manera de asegurar también el equilibrio de rotación. Por consiguiente, introduciremos el concepto de *momento* (o *torque*) de una fuerza.

* Ese sistema de fuerzas usualmente se llama *binario*.

❖ **Momento de una fuerza.** Consideremos, en la Figura A-2, un cuerpo rígido que puede girar en torno a un eje perpendicular al plano de la figura, pasando por el punto *O*. Suponga que se aplica a este cuerpo una fuerza $\vec{F}$, cuya línea de acción se encuentra a una distancia *d* de *O* (observe que *d* es la distancia perpendicular de *O* a la línea de acción de $\vec{F}$, como se indica en la Figura A-2).

Es evidente que debido a la acción de $\vec{F}$, el cuerpo tiende a girar en torno al eje que pasa por *O* y que esa rotación será más acentuada cuanto mayor fuera el módulo de $\vec{F}$ (el cuerpo adquiere mayor velocidad angular en determinado intervalo de tiempo). Es fácil observar experimentalmente que, además de eso, cuanto mayor fuera el valor de la distancia *d*, más acentuada será la rotación del cuerpo. Teniendo en cuenta esas observaciones, los físicos definieron una magnitud, utilizada para medir el efecto de rotación de una fuerza, denominada *momento* o *torque* de fuerza:

> El momento, *M*, o torque de una fuerza $\vec{F}$, que actúa en un cuerpo, en relación con un eje que pasa por el punto *O*, está definido por la relación
>
> $$M = F \cdot d$$
>
> donde *d* es la distancia (perpendicular) de *O* a la línea de acción de $\vec{F}$

Por ejemplo, suponiendo que en la Figura A-2 tengamos $F = 10$ N y $d = 0.45$ m, el valor (magnitud) del momento aplicado al cuerpo será;

$$M = F \cdot d = (10\ \text{N})\ (0.45\ \text{m}) = 4.5\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Observe que la unidad de medida del momento será siempre el producto de una unidad de fuerza por una unidad de distancia (1 N · m, 1 kgf · m, etc., que no reciben ningún nombre especial).

❖ **Comentarios.** 1) El concepto de torque se utiliza, incluso intuitivamente, con mucha frecuencia en la vida diaria. Es el caso, por ejemplo,

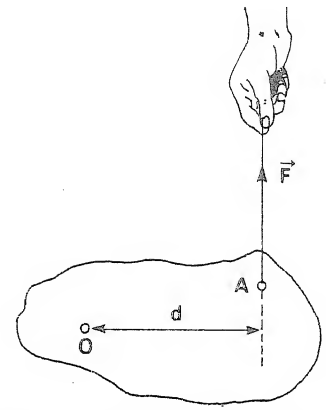


FIGURA A-2 La fuerza $\vec{F}$ aplica un torque, en relación con el punto *O*, dado por $M = F \times d$.

de una persona que cierra una puerta. Si aplica una fuerza $\vec{F}$ en el punto medio de la puerta (Fig. A-3), obtendrá un efecto de rotación menor

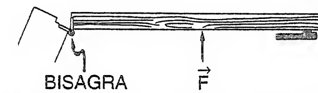


FIGURA A-3 Cuanto mayor sea la distancia de la línea de acción de la fuerza al eje de rotación, mayor es el torque que produce.

que si aplicara la *misma* fuerza $\vec{F}$ en el extremo de la puerta (como se hace usualmente). En esta última situación, la distancia de la fuerza al eje de rotación es mayor y, por tanto, mayor será el momento de esa fuerza, es decir, mayor será el efecto de rotación que produce.

2) Otro ejemplo es el que se ilustra en la Figura A-4, donde se ve a un individuo que utiliza una llave para desmontar ruedas y aflojar

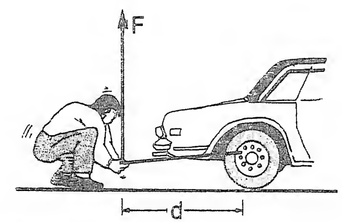


FIGURA A-4 La llave de cruz es un dispositivo que se usa para aplicar un torque a la tuerca que fija la rueda.

una de las tuercas que detiene a la rueda de un automóvil. Como no logra aflojarla, trata de usar una llave de palanca más larga, es decir, aumenta la distancia d mostrada en la Figura A-4. Observe que cuanto mayor sea la distancia d, mayor será el *torque* aplicado a la tuerca, lo cual provoca su rotación (algunas personas acostumbran pensar, erróneamente, que este recurso propicia la aplicación de una fuerza mayor sobre la llave).

3) Se acostumbra atribuir un signo (positivo o negativo) al momento de una fuerza, según el sentido de rotación que tiende a producir en el cuerpo. Por tanto:

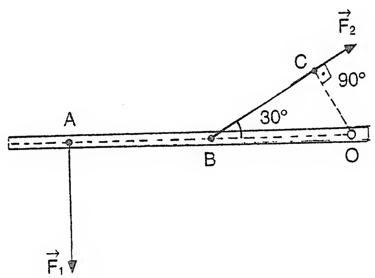
a) En la Figura A-2, la fuerza $\vec{F}$ tiende a hacer que el cuerpo gire en sentido contrario a las manecillas de un reloj (sentido antihorario). En ese caso, se atribuye el signo *positivo* al momento de la fuerza.

b) En la Figura A-4, la fuerza $\vec{F}$ tiende a hacer girar la llave en sentido de las manecillas del reloj (sentido horario). En ese caso, el momento de la fuerza se considera *negativo*.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

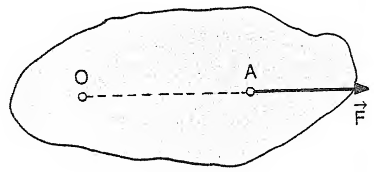
1. La figura de este ejercicio muestra una barra rígida que puede girar en torno a un eje pasando por O. Una fuerza $\vec{F}_1$ cuyo módulo es F_1 = 20 N, se aplica en el punto A, como se indica en la figura. Siendo OA = 0.60 m:



Ejercicio 1

a) ¿Cuál es el módulo del torque, M_1, que la fuerza $\vec{F}_1$ aplica a la barra, en relación con O?
b) ¿Cuál es el sentido de rotación que esa fuerza tiende a producir en la barra?
c) Entonces, ¿cuál es el signo de M_1?

2. Considere ahora, la fuerza $\vec{F}_2$ de magnitud F_2 = 30 N, aplicada en el punto B de la barra del ejercicio anterior (*véase* figura).
a) ¿Cuál de los dos productos $F_2 \cdot OB$ o $F_2 \cdot OC$, expresa el módulo del momento M_2, de $\vec{F}_2$ en relación con O?



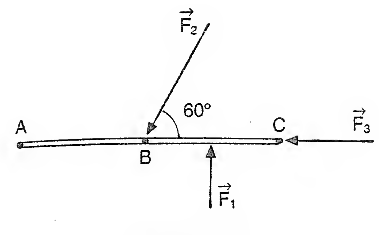
Ejercicio 3

b) Siendo OB = 0.30 m, determine el momento M_2 (magnitud y signo)

3. Una fuerza $\vec{F}$ se aplica en el punto A de un cuerpo rígido, el cual puede girar en torno a un eje que pasa por O, como se indica en la figura de este ejercicio.
a) ¿Tiende esa fuerza a provocar la rotación del cuerpo en torno a O? ¿Por qué?
b) Un alumno calculó la magnitud del momento M de esa fuerza, en relación con O, por el producto $F \cdot OA$. ¿Es correcto ese cálculo?
c) Entonces, ¿cuál será el valor de M? Explique.
d) ¿Son concordantes las respuestas a las preguntas (a) y (c)? Explique.

4. Una barra delgada, rígida, que puede girar en torno a un eje O, el cual pasa por uno de sus extremos, está sometida a la acción de las fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ mostradas en la figura de este ejercicio. Considere:

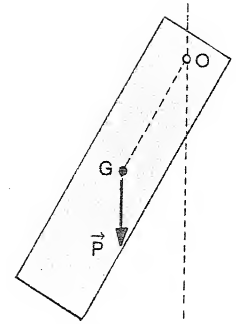
F_1 = 5.0 N	OA = 1.5 m
F_2 = 10 N	OB = 1.0 m
F_3 = 7.0 N	OC = 2.0 m



Ejercicio 4

a) Determine, en magnitud y signo, el momento de cada una de esas fuerzas en relación con O.
b) ¿Cuál es el momento total (momento resultante) que actúa sobre la barra?
c) ¿Cuál es el sentido de rotación que la barra tiende a adquirir en torno a O?

5. Un péndulo está constituido por una placa rígida que puede girar, bajo la acción de su peso $\vec{P}$, en torno a un eje horizontal que pasa por O, como se muestra en la figura de este ejercicio.
a) Al soltar el péndulo en la posición que se muestra en la figura, la medida que se aproxima a la vertical, o torque de $\vec{P}$ en relación con O, ¿aumenta, disminuye o no se altera? (El peso $\vec{P}$ está siempre aplicado en el punto G).



Ejercicio 5

b) ¿Cuál es el valor del torque del peso $\vec{P}$ (en relación con O) cuando el péndulo pasa por la vertical?
c) ¿Por qué el péndulo no se detiene cuando pasa por la posición vertical?

A.2 Equilibrio de un cuerpo rígido

❖ **Equilibrio de rotación.** Consideremos una fuerza $\vec{F}_1$, aplicada a un cuerpo rígido, como la barra de la Figura A-5, que puede girar en torno a un eje pasando por O. Esa fuerza dará origen a un momento (torque) que tenderá a provocar la rotación de la barra en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Bajo la

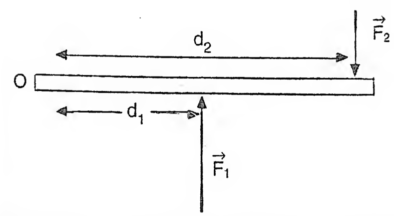


FIGURA A-5 El equilibrio de rotación de esta barra se obtiene por la aplicación de dos torques de misma magnitud y de sentidos contrarios.

acción de $\vec{F}_1$, la barra adquirirá una rotación acelerada, es decir, no estará en equilibrio de rotación. Si quisiéramos colocar la barra en equilibrio de rotación, debemos anular el momento de $\vec{F}_1$, aplicando una fuerza $\vec{F}_2$ que tenga un momento del mismo valor que el de $\vec{F}_1$ y que produzca rotación en sentido contrario (sentido horario). Si recordamos la convención de signos establecida para los momentos vemos, entonces, que la suma de los momentos de las fuerzas que actúan en la barra debe ser nula, para que quede en equilibrio de rotación. Matemáticamente, tendremos:

$\Sigma M = F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \Leftrightarrow$ equilibrio de rotación de la barra

Ese análisis hecho para la barra de la Figura A-5 es válido para un cuerpo rígido cualquiera. Llegamos, así, a las condiciones necesarias y suficientes para el equilibrio de un cuerpo rígido, como el que se muestra en la Figura A-6:

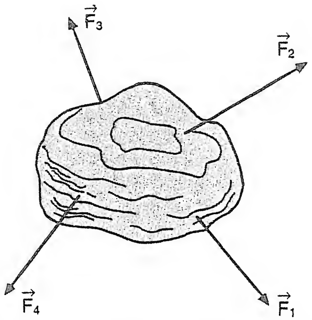


FIGURA A-6 La condición de equilibrio de un cuerpo rígido está dada por las ecuaciones: $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma M = 0$.

> las condiciones generales de equilibrio de un cuerpo rígido están dadas por las relaciones
>
> $\left.\begin{matrix}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\end{matrix}\right\}$ aseguran el equilibrio de traslación
>
> $\Sigma M = 0 \rightarrow$ asegura el equilibrio de rotación

❖ **Comentario.** Si un cuerpo rígido estuviera en equilibrio, es evidente que las fuerzas que actúan en él tienen magnitudes y direcciones tales que las ecuaciones $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma M = 0$ se cumplan. Entonces, podremos establecer tres ecuaciones que incluyan las fuerzas que actúan en el cuerpo, las cuales permitirán determinar el valor de hasta tres incógnitas relacionadas con la situación. Los Ejemplos 1 y 2, resueltos en esta sección, ilustran ese procedimiento.

❖ **Centro de gravedad.** Ya sabemos que el peso de un cuerpo es el resultado de las acciones de atracción de la Tierra sobre en él. Cuando se trata de una partícula, esa acción se representa por una fuerza aplicada en la partícula. Pero, si las dimensiones del cuerpo no fueran despreciables, las acciones de atracción de la Tierra se harán en cada partícula, es decir, esas acciones constituirán un sistema de fuerzas prácticamente paralelas, aplicadas en partículas diferentes. El peso $\vec{P}$ del cuerpo será la resultante de ese sistema de fuerzas y el punto en donde podemos suponer aplicada esa resultante se denomina *centro de gravedad del cuerpo*, como se muestra en la Figura A-7.

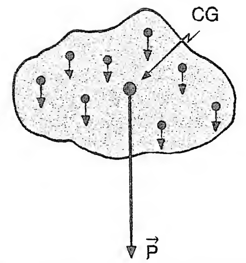


FIGURA A-7 El centro de gravedad (C.G.) de un cuerpo es el punto en donde se puede considerar aplicado su peso.

Para los cuerpos homogéneos, de forma geométrica definida, el centro de gravedad estará en el centro de simetría del cuerpo. En la Figura A-8 se muestran los centros de gravedad de algunos cuerpos homogéneos, de forma geométrica conocida.

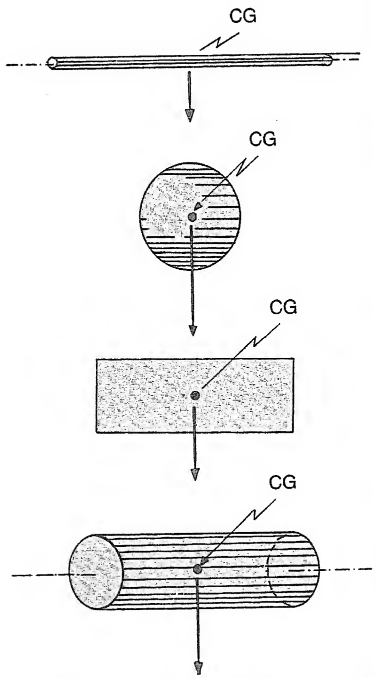
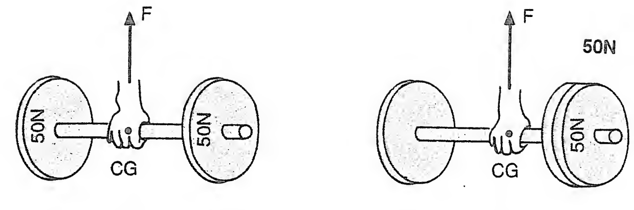


FIGURA A-8 Centros de gravedad de algunos cuerpos homogéneos, de formas geométricas definidas.



(a) (b)

FIGURA A-9 Cuando suspendemos un cuerpo por su centro de gravedad, y se le aplica una fuerza igual y contraria a su peso, el cuerpo queda en equilibrio.

Cuando suspendemos un cuerpo por su centro de gravedad, queda en equilibrio de traslación y de rotación, porque estamos aplicando en él una fuerza igual, de sentido contrario y en la misma línea de acción de su peso (Fig. A-9a). Observe que eso ocurre también cuando el cuerpo es asimétrico y el centro de gravedad está más cerca a la parte más pesada del cuerpo, como se ve en la Figura A-9b.

♦ EJEMPLO 1

En la Figura A-10 se muestra una barra homogénea, rígida y horizontal OA, de peso $P = 20$ N, articulada en O (puede girar en torno a O), sostenida por un cabo AB, sujeto a una pared en el punto B, y formando un ángulo de 60° con la horizontal. Un peso $P' = 10$ N está colgado en el extremo A de la barra. Sabiendo que la barra está en equilibrio, determine la tensión $\vec{T}$ en el cabo y el valor de la fuerza $\vec{F}$ que la articulación ejerce en la barra.

Un cabo o cordón tensionado solamente puede ejercer una fuerza en la dirección del cabo mismo. Por tanto, en la Figura A-10, la tensión $\vec{T}$ que el cabo ejerce en la barra tiene la dirección y el sentido indicados. A su vez, una articulación puede ejercer una fuerza en cualquier dirección y, por eso, la reacción de la articulación en O sobre la barra se representó con un vector $\vec{F}$ de dirección desconocida. Además de las fuerzas $\vec{F}$ y $\vec{T}$ están aplicados en la barra su propio peso $\vec{P}$ (en el punto medio, que es su centro de gravedad) y el peso $\vec{P}'$ aplicado en A.

Si se consideran los ejes OX y OY que se muestran en la figura y si se recuerda que la barra está en equilibrio, se sabrá que las fuerzas $\vec{F}$, $\vec{T}$, $\vec{P}$ y $\vec{P}'$ satisfacen las ecuaciones:

$$\Sigma F_x = 0,\ \Sigma F_y = 0 \quad \text{y} \quad \Sigma M = 0$$

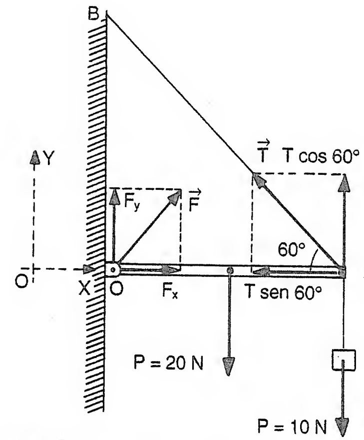


FIGURA A-10 Para el Ejemplo 1.

Determinándo las componentes de las fuerzas según OX y OY, tenemos:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x - T\cos 60° = 0$$
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y + T\,\text{sen}\,60° - 20 - 10 = 0$$

Tomemos los momentos en relación con O (observe que las fuerzas F_x, F_y y $T\cos 60°$ pasan por ese punto y, por tanto, sus momentos en relación con él serán nulos):

$$\Sigma M = 0 \rightarrow T\,\text{sen}\,60° \cdot OA - 20 \cdot \frac{OA}{2} - 10 \times OA = 0$$

Esas tres ecuaciones constituyen un sistema que nos permite calcular los valores de las incógnitas F_x, F_y y T. Al resolver el sistema (¡haga esto!), obtenemos:

$$T = 23\text{ N} \qquad F_x = 11.5\text{ N} \qquad F_y = 10\text{ N}$$

Conociendo F_x y F_y, podemos determinar el módulo de $\vec{F}$:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(11.5)^2 + (10)^2}$$

donde $F = 15.2$ N

EJEMPLO 2

Un niño, de peso $P_M = 400$ N, camina a lo largo de una plancha de peso $P = 300$ N, apoyada por dos soportes, en los puntos A y B, a una distancia de 4.0 m uno del otro, como se muestra en la Figura A-11. Las fuerzas $\vec{N}_A$ y $\vec{N}_B$ representan las reacciones de los apoyos sobre la plancha y su centro de gravedad está situado en medio de AB.

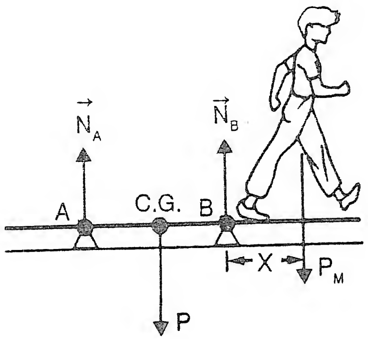


FIGURA A-11 Para el Ejemplo 2.

a) Estando la plancha en equilibrio en la posición horizontal y siendo x la distancia del niño al punto B, determine el valor de la reacción $\vec{N}_A$ en función de x.

Como la plancha está en equilibrio, sabemos que las fuerzas que actúan en él son tales que $\Sigma M = 0$. Tomemos los momentos en relación con el punto B porque, así, la incógnita $\vec{N}_B$, que tiene momento nulo en relación con ese punto, no aparecerá en la ecuación. Tendremos:

$$P \cdot \frac{AB}{2} - N_A \cdot AB - P_M \cdot x = 0$$

o

$$300 \cdot \frac{4.0}{2} - N_A \cdot 4.0 - 400 \cdot x = 0$$

Donde obtenemos:

$$N_A = 150 - 100x$$

b) ¿Cuál es la distancia máxima x que el niño puede alejarse de B sin que la plancha se desequilibre, girando en torno de B?

Por la relación $N_A = 150 - 100x$, obtenida en la pregunta (a), veremos que a medida que x aumenta, la reacción N_A disminuye. Cuando la plancha estuviera lista para girar en torno a B, estará solamente tocando A, sin hacer compresión en ese apoyo, es decir, tendremos $N_A = 0$. Por tanto, el valor pedido de x se obtendrá de la siguiente manera:

$$0 = 150 - 100x \quad \text{donde} \quad x = 1.50 \text{ m}$$

c) En la situación considerada en (b), ¿cuál será el valor de la reacción $\vec{N}_B$?

En esa situación, la plancha aún está en equilibrio, pero $N_A = 0$. Entonces, por la relación $\Sigma F_y = 0$ (considerando OY vertical), tenemos:

$$N_A + N_B - P - P_M = 0$$

o

$$N_B = 300 + 400 \quad \text{donde} \quad N_B = 700 \text{ N}$$

❖ **Palancas.** Las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido tienen una aplicación importante en el estudio de las palancas. Como ya debe saber, una palanca está constituida, en síntesis, por una barra rígida que puede girar en torno a un punto de apoyo. Consideremos, por ejemplo, la palanca que se muestra en la Figura A-12, con el punto de apoyo en O y que tiene un cuerpo de peso $\vec{F}_2$ suspendido en uno de sus extremos. Una persona aplica, en el otro extremo, una fuerza $\vec{F}_1$ que equilibra la palanca

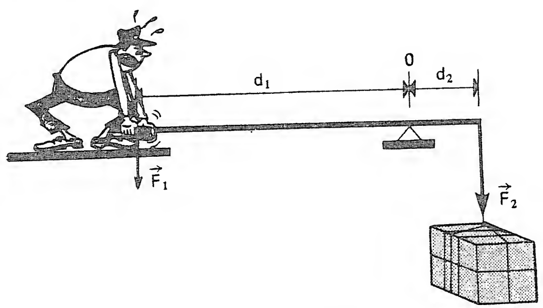


FIGURA A-12 Con una palanca como ésta, es posible equilibrar la fuerza $\vec{F}_2$, ejerciendo una fuerza $\vec{F}_1$ de magnitud inferior al de $\vec{F}_2$.

en torno a O. Ya sabemos que, como la palanca puede girar libremente en torno a O, el equilibrio ocurrirá cuando la suma de los torques de las fuerzas aplicadas, en relación con O, fuera nula, es decir, cuando $\Sigma M_O = 0$. Por tanto, tenemos:

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \quad \text{donde} \quad F_1 d_1 = F_2 d_2$$

Esa relación nos muestra que, siendo $d_1 > d_2$, tenemos $F_1 < F_2$, es decir, una persona consigue equilibrar un peso F_2, al ejercer una fuerza *menor* que ese peso (tanto menor cuanto mayor sea la relación entre d_1 y d_2).

La condición de equilibrio $F_1 d_1 = F_2 d_2$ es válida para cualesquiera valores y para cualquier tipo de palanca. El notable matemático y filósofo griego Arquímedes, en el siglo III a.C. ya conocía esa condición de equilibrio de las palancas, aunque el concepto de torque haya sido establecido muy recientemente (*véase* "Un tema especial", del capítulo 8).

❖ **Tipos de palancas.** Regresando a la Figura A-12, podemos decir que la fuerza $\vec{F}_2$, que necesita ser equilibrada (o desplazada) comúnmente se denomina *fuerza resistente* o *resistencia*. Además de eso, $\vec{F}_1$ representa la fuerza que se aplica para equilibrar (o desplazar) la resistencia, la cual se denomina *fuerza potente* o *potencia*. El punto de apoyo, como el punto O de esa figura, se denomina a veces como *punto fijo* (o apoyo).

De acuerdo con la posición relativa de los elementos que acabamos de comentar, se acostumbra clasificar las palancas de la siguiente manera:

1) *Palanca interfija*, cuando el punto de apoyo se encuentra situado entre la potencia y la resistencia, como se ilustra en la Figura A-12.

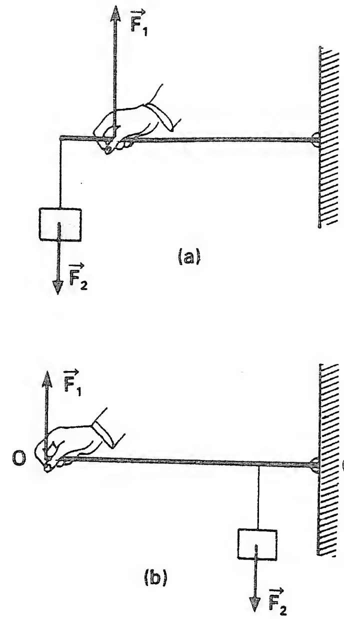


FIGURA A-13 En (a) tenemos una palanca interpotente y, en (b) una palanca interresistente.

2) *Palanca interpotente*, cuando la fuerza potente se sitúa entre el punto de apoyo y la resistencia, como en la Figura A-13a.

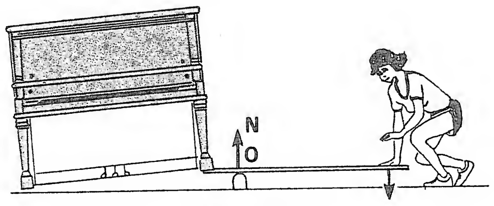
3) *Palanca interresistente*, cuando la resistencia está situada entre el punto de apoyo y la fuerza potente, como en la Figura A-13b.

Varios dispositivos que usamos en la vida cotidiana son palancas (o combinaciones de ellas) como se puede constatar al contestar las preguntas propuestas en el Ejercicio 13 de esta sección.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

6. Una persona A que trata de cerrar una puerta, aplica a la manija una fuerza $F = 40$ N, perpendicularmente a la puerta, tratando de girarla en el sentido de las manecillas del reloj.
   a) Sabiendo que la manija dista 90 cm de las bisagras, determine el torque (magnitud y signo), en relación con las bisagras, que la persona A aplica a la puerta.



Ejercicio 7

b) Una persona *B* logra impedir que la puerta cierre y le aplica una fuerza $\vec{F}'$. ¿Cuál es el torque (magnitud y signo) que *B* aplicó a la puerta (en relación con las bisagras)?

c) Suponiendo que $\vec{F}'$ también sea perpendicular a la puerta, aplicada a 20 cm de las bisagras, determine el módulo de esa fuerza.

7. Para levantar directamente uno de los lados de un piano, una persona tendría que ejercer una fuerza de 100 kgf. Debido a que no puede realizar ese esfuerzo, usa una barra de fierro (palanca), de peso despreciable, como se ilustra en la figura de este ejercicio.

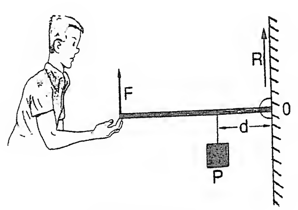
a) ¿Cuál es el tipo de palanca que utiliza la persona?

b) Suponga que la persona haya utilizado un apoyo *O* situado a 30 cm de las patas por levantar, ¿cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$, aplicada por la persona a 1.50 m de *O*, para mantener el piano en equilibrio, en la posición de la figura?

c) ¿Cuál es el valor de la reacción $\vec{N}$ que el apoyo *O* ejerce en la palanca?

d) ¿Cuál es el valor de la compresión que la palanca ejerce en el apoyo? Explique.

8. Una persona ejerciendo una fuerza $F = 100$ N, sostiene, en la horizontal, una barra rígida (palanca), de peso despreciable, en la cual está colgado un peso $P = 400$ N (*véase* figura de este ejercicio). La barra está articulada, sin fricción, en el extremo *O*.



Ejercicio 8

a) ¿Qué tipo de palanca está usando esta persona?

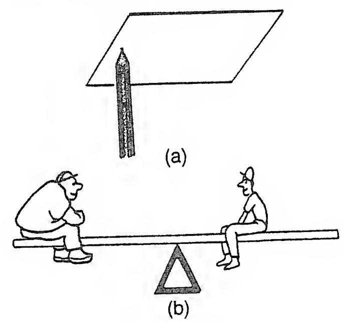
b) Suponiendo que la longitud de la barra sea de 100 cm, determine el valor de la distancia *d* que se ilustra en la figura.

c) ¿Cuál es el valor de la reacción $\vec{R}$, de la articulación de la barra?

9. Conteste las preguntas (b) y (c) del ejercicio anterior, suponiendo que la palanca sea homogénea y tenga un peso $P' = 40$ N.

10. *a*) Examine las figuras (a) y (b) de este ejercicio y diga por qué las situaciones de los cuerpos en equilibrio no son físicamente correctas.

b) ¿Qué modificaciones deberían hacerse en las posiciones de los cuerpos mostrados, en cada figura, para que hubiera equilibrio?



Ejercicio 10

11. Determine los valores de las fuerzas $\vec{T}$ y $\vec{F}$ del Ejemplo 1, resuelto en esta sección (Figura A-10), suponiendo que el peso *P'*, suspendido en *A*, se haya quitado.

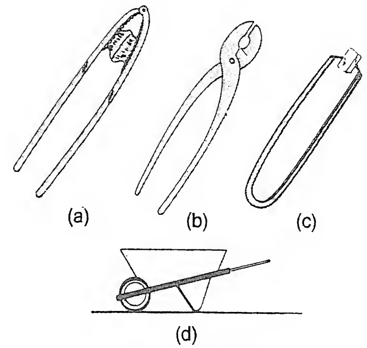
12. En el Ejercicio 4 de la sección anterior, se desea equilibrar la barra. Para ello se aplica en *C* una fuerza $\vec{F}_4$ paralela a $\vec{F}_1$.

a) ¿Cuál debe ser el sentido de $\vec{F}_4$?

b) ¿Cuál debe ser la magnitud de $\vec{F}_4$?

13. Observe las ilustraciones referentes a ese ejercicio. Tenemos:
en (a) - un cascanueces
en (b) - unos alicates
en (c) - unas pinzas
en (d) - una carretilla
Como es fácil de observar, cada uno de esos dispositivos es una palanca (o una asociación de dos palancas). Trate de identificar, en el uso de cada uno, la localización del punto fijo, de la potencia, de la resistencia y el tipo de palanca que constituye el dispositivo.

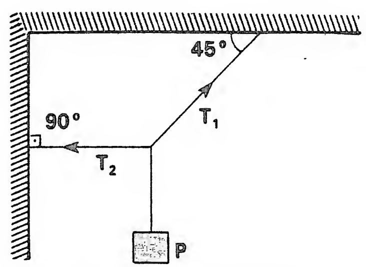
14. En el ejercicio anterior, determine si la fuerza potente, aplicada por una persona que esté utilizando adecuadamente cada dispositivo, será mayor, menor o igual a la fuerza resistente.



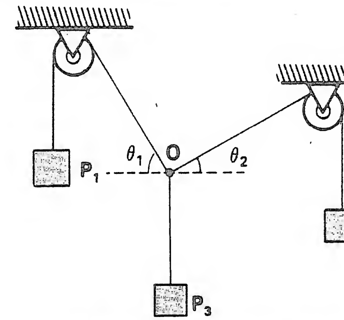
Ejercicio 13

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Un peso $P = 200$ N está suspendido, en equilibrio, por el sistema de cuerdas que se muestra en la figura de este problema. Determine los valores de las tensiones $\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$ indicadas en la figura.



Problema Complementario 1

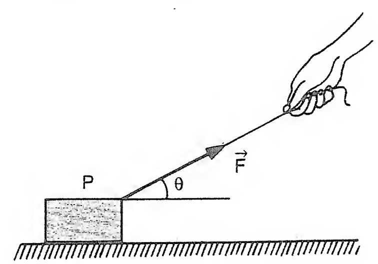


Problema Complementario 2

2. El sistema que se ilustra en la figura de este problema está en equilibrio. Considere que las poleas son pequeñas y no presentan fricción. Suponiendo que $\theta_1 = 60°$, $\theta_2 = 30°$ y $P_3 = 20$ kgf determine los valores de P_1 y P_2.

3. El bloque de la figura de este problema, de peso $\vec{P}$, está siendo halado hacia la derecha, con velocidad constante sobre la superficie horizontal. Siendo μ_c el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie, muestre que el valor de la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la persona está dado por:

$$F = P\left(\frac{\mu_c}{\cos\theta + \mu_c \operatorname{sen}\theta}\right)$$



Problema Complementario 3

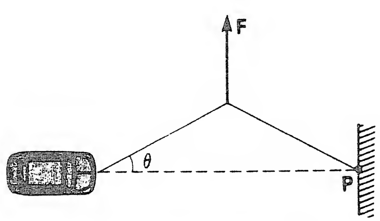
4. Observe, en el problema anterior, que el valor de $\vec{F}$ depende del ángulo θ que mide la inclinación de la fuerza que ejerce la persona. Para estudiar la variación de F con θ haga lo siguiente:
   a) Suponiendo que $\mu_c = 0.25$, complete la tabla de este problema para los ángulos allí indicados, calculando los valores de D, donde $D = \cos\theta + \mu_c \operatorname{sen}\theta$ (denominador de la expresión de F).
   b) Trace un gráfico $D \times \theta$ y determine, mediante él, el valor de θ para el cual D es máximo.
   c) Entonces, ¿para cuál valor de θ la persona realizará un esfuerzo mínimo para arrastrar el bloque?

   Observación: Si usted tuviera conocimientos de cálculo diferencial (máximos y mínimos) podría probar que el ángulo θ que vuelve a F mínimo está dado por $tg\,\theta = \mu_c$ y comparar ese resultado con el valor obtenido mediante el gráfico.

θ	D
5°	
10°	
15°	
20°	
25°	
30°	

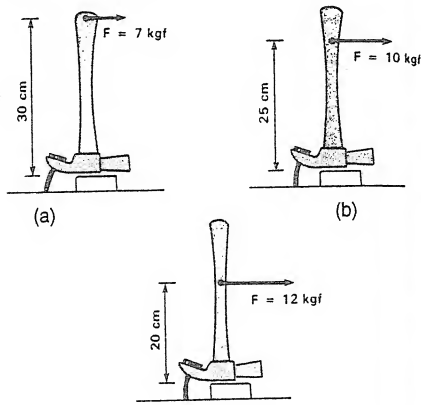
Problema Complementario 4

5. Para halar un auto que quedó atorado, el conductor usa una cuerda que, extendida horizontalmente, está amarrada al auto y a un poste P, como se muestra en la figura de este problema. En seguida, el conductor tira lateralmente del punto medio de la cuerda, con una fuerza $F = 500$ N, hasta que el ángulo θ de la figura sea θ = 5°. Suponiendo que el auto permanecerá atorado (es decir, en equilibrio), calcule el valor de la tensión $\vec{T}$ que la cuerda transmite al auto en esa situación.



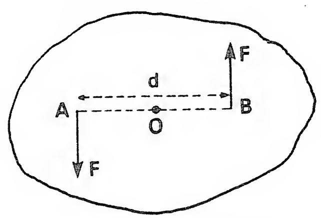
Problema Complementario 5

6. *a*) Un bloque está colocado sobre un plano inclinado de un ángulo θ. Se aumenta gradualmente el valor de ese ángulo hasta que el bloque esté a punto de deslizarse. Siendo θ_M el valor de θ para el cual eso ocurre, muestre que el coeficiente de fricción estático, μ_e, entre el bloque y el plano está dado por $\mu_e = tg\,\theta_M$.
   b) Si se considera el resultado de la pregunta (a), determine experimentalmente el coeficiente de fricción estático entre la portada de este libro y otro cuerpo cualquiera (una goma, un cenicero, etcétera.)
7. Para sacar un clavo de una tabla, una persona hace los tres intentos que se muestran en la figura de este problema. Se sabe que solamente en uno de los tres intentos lo logrará. Indique en cuál fue y justifique su respuesta.



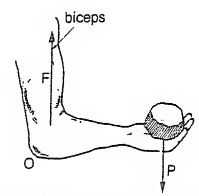
Problema Complementario 7

8. El cuerpo rígido que se ilustra en la figura de este problema está sometido a la acción de un sistema constituido por dos fuerzas paralelas, de misma magnitud y sentidos contrarios que, como sabemos, se denomina *binario*. Siendo d la distancia entre las líneas de acción de las fuerzas, determine la magnitud de torque ejercido por ese binario en relación con:
   a) Uno de los extremos (A o B) del binario.
   b) El punto O (punto medio de AB).
   c) Verifique que sus respuestas a las preguntas (a) y (b) confirmen la siguiente propiedad: "El momento del binario no depende del punto en relación con el cual se calcula".



Problema Complementario 8

9. El antebrazo de una persona puede considerarse como una palanca tal que la fuerza potente $\vec{F}$ sea proporcionada por la contracción muscular del bíceps, para equilibrar (o superar) una fuerza resistente cualquiera, como el peso $\vec{P}$ de la figura de este problema.



Problema Complementario 9

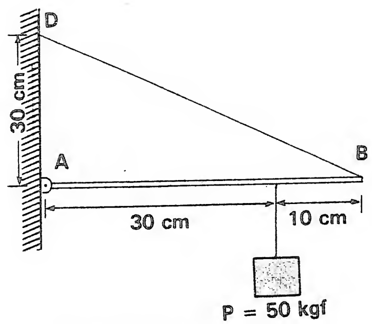
   a) Observe, en la figura del problema, la localización del punto fijo O e identifique qué tipo de palanca es el antebrazo.
   b) Suponga que el bíceps actúe a una distancia de 4 cm del punto O y que la distancia de $\vec{P}$ a O sea de 32 cm. Suponiendo que $P = 5.0$ kgf, ¿cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que el bíceps debe ejercer para equilibrar el peso?
10. Por la respuesta de la pregunta (b) del problema anterior, usted podría pensar que no hay ventaja en el uso de su antebrazo. Sin embargo, aunque haya una "pérdida" de fuerza en el uso del bíceps, existe una ventaja en el hecho de que el antebrazo tenga aquella constitución. Procure descubrir cuál será ésta.
11. Como usted ya sabe, al usar una pala se mantiene aproximadamente fija a la mano que queda junto al cuerpo (*véase* figura de este problema).
   a) Observe la figura e identifique que tipo de palanca es la pala.
   b) ¿La fuerza potente de la persona debe ser mayor, menor o igual al peso que sustenta en la pala?
   c) Entonces, ¿qué ventaja observa usted en el uso de la pala?

Problema Complementario 11

12. Observe el remo que se usa para impulsar la lancha que se muestra en la figura de este problema. Considerando un sistema de referencia en la Tierra:

Problema Complementario 12

   a) ¿En dónde se localiza el punto de apoyo de la palanca constituida por el remo?
   b) ¿Qué tipo de palanca es ese remo?
   c) ¿La fuerza potente es mayor, menor o igual que la fuerza resistente?
13. En la estructura en equilibrio que se muestra en la figura de este problema, la barra AB tiene peso despreciable. Determine la magnitud de la tensión $\vec{T}$ en la cuerda BD y las magnitudes F_x y F_y de las componentes horizontal y vertical que la articulación A ejerce en la barra.
   a) Usando las condiciones $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ y $\Sigma M = 0$.
   b) Usando sólo la condición $\Sigma M = 0$, tomando los momentos sucesivamente en relación con A, B y D, para obtener así tres ecuaciones independientes, como en (a).
14. Una escalera uniforme, de 5.0 m de longitud y peso igual a 40 kgf, está en equilibrio con su parte superior apoyada en una pared vertical sin fricción y su base apoyada en el suelo a 3.0 m de la pared.

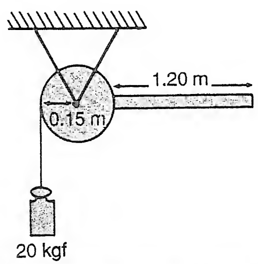


Problema Complementario 13

a) Trace un diagrama correspondiente a la situación y que muestre todas las fuerzas que actúan en la escalera.
b) Determine la reacción normal de la pared (N_1), del suelo (N_2) y la fuerza de fricción en la escalera (f).

15. Suponga que un hombre que pesa 90 kgf, sube lentamente por la escalera del problema anterior. Si el coeficiente de fricción entre el suelo y la escalera es igual a 0.40, determine la distancia máxima que el hombre puede subir por la escalera sin que ésta se deslice.

16. Una polea, de peso despreciable, y de 0.15 m de radio puede girar en torno a un eje horizontal, sin fricción, pasando por su centro. Un peso de 20.0 kgf está suspendido de uno de los lados de la polea y una barra de 1.20 m de longitud, es sujeta en su orillas, como se muestra en la figura de este problema.

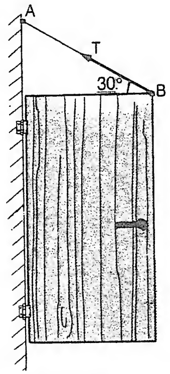


Problema Complementario 16

a) Sabiendo que el sistema queda en equilibrio con la barra en la horizontal, determine el peso de la barra.
b) Suponga que un peso de 2.2 kgf esté sujeto en el extremo derecho de la barra. Determine el ángulo que dicha barra formará con la horizontal en su nueva posición de equilibrio.
c) En la situación de la pregunta (b), ¿cuál es el valor de la reacción del eje sobre la roldana?

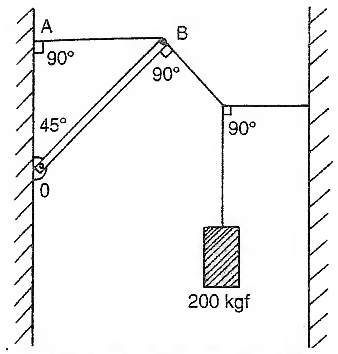
17. Una puerta uniforme, mide 2.0 m de altura y 1.0 m de ancho, está sujeta por dos bisagras separadas entre sí por 1.7 m e igualmente separadas de la base y de lo alto de la puerta. La puerta pesa 34 kgf.
a) Determine la magnitud de la componente horizontal de la fuerza ejercida sobre la puerta en cada bisagra.
b) ¿Cuál es el valor de la suma de las componentes verticales de las fuerzas ejercidas por las bisagras en la puerta?

18. Para reducir el esfuerzo sobre la bisagra superior de la puerta considerada en el problema anterior, se colocó un tirante *AB*, como se indica en la figura de este problema. La tracción del tirante se ajustó a manera de anular la fuerza horizontal sobre la bisagra superior. En esas condiciones, conteste:
a) ¿Cuál es el valor de la tracción del tirante?
b) ¿Cuál es el módulo de la componente horizontal de la fuerza ejercida en la puerta por la bisagra inferior?
c) ¿Cuál es la suma de las componentes verticales de las fuerzas ejercidas por las bisagras en la puerta?



Problema Complementario 18

19. En la figura de este problema, la barra *OB* es uniforme y pesa 400 kgf. El sistema está en equilibrio.



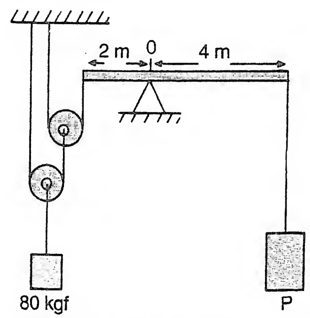
Problema Complementario 19

a) ¿Cuál es el valor de la tracción (tensión) en el cabo *AB*?
b) ¿Cuál es el valor de la reacción ejercida por la articulación *O* en la barra *OB*?

20. Una regla está apoyada en una pared vertical sin fricción. El otro extremo de la regla está apoyado sobre un piso horizontal. El coeficiente de fricción estático entre la regla y el piso es $\mu_e = 0.30$. Determine cuál es el mayor ángulo que la regla puede formar con la pared sin que se deslice.

21. Un auto pesa 1.200 kgf y la distancia entre el eje trasero y el delantero es de 3.60 m. La línea de acción del peso pasa a una distancia de 1.20 m del eje delantero. Estando el automóvil sobre una superficie horizontal, determine la fuerza total que el suelo ejerce sobre:
a) Las ruedas delanteras.
b) Las ruedas traseras.

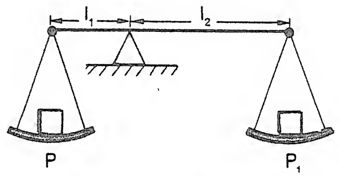
22. El sistema mostrado en la figura de este problema está en equilibrio. Los pesos de las roldanas y de la palanca, así como las fuerzas de fricción, son despreciables. Determine:



Problema Complementario 22

a) El valor del peso *P*.
b) La reacción del apoyo *O* sobre la palanca.

23. Suponga que una balanza está defectuosa porque sus brazos ℓ_1 y ℓ_2 son desiguales (*véase* figura de este problema). Por ello, un cuerpo de peso desconocido *P*, colocado en el plato de la izquierda, se equilibra con un peso conocido P_1, en el plato de la derecha, que no indica el valor exacto del peso *P*. Si se pone *P* en el plato de la derecha, se equilibrará por un peso P_2 conocido, en el plato de la izquierda. Indique cómo puede determinarse el valor correcto del peso *P* a partir de los valores P_1 y P_2 obtenidos en las dos acciones de pesar.



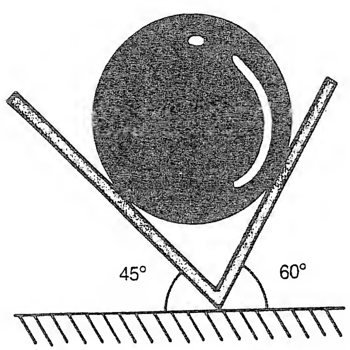
Problema Complementario 23

Observación: Ese método de pesar un cuerpo, para evitar errores producidos por la desigualdad de los brazos de una balanza, se atribuye al notable científico alemán C. Gauss (1777-1855) y se denomina "doble pesada de Gauss".

24. Una regla metálica, uniforme, con peso de 10 N, está suspendida verticalmente mediante un clavo que pasa por un orificio hecho en su extremo superior. El extremo inferior es desplazado lateralmente por una fuerza horizontal $\vec{F}$, de tal manera que la regla forma un ángulo de 35° con la vertical. Determine:
a) El valor de la fuerza $\vec{F}$.
b) Las componentes horizontal, *H*, y vertical, *V*, de la fuerza aplicada a la regla por el clavo.

25. Una barra *OM*, de peso despreciable, tiene una longitud de 4.0 m. Tres pesos, $P_1 = 4.0$ N, $P_2 = 5.0$ N y $P_3 = 6.0$ N están colgados, respectivamente, en los puntos *A*, *B* y *C* de la barra, tales que *OA* = 1.0 m, *OB* = 2.0 m y *OC* = 3.0 m. ¿A qué distancia del punto *O* debemos colgar la barra para que quede en equilibrio en la horizontal?

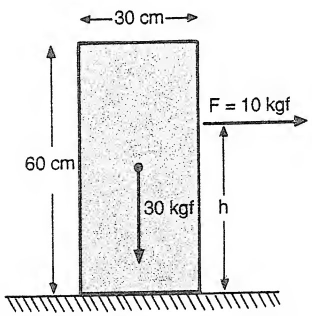
26. Dos planos inclinados lisos forman ángulos de 45° y 60° con la horizontal, como se muestra en la figura de este problema. Una esfera, de peso igual a 100 N, está en equilibrio, apoyada sobre



Problema Complementario 26

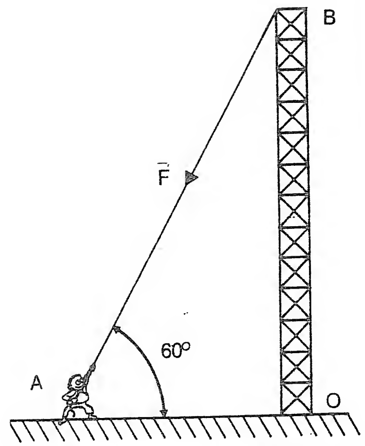
esos planos. Determine las fuerzas de reacción de los planos sobre la esfera.

27. Un bloque homogéneo, que pesa 30 kgf, está apoyado sobre una superficie horizontal. Una persona aplica en él una fuerza horizontal $F = 10$ kgf a una altura h arriba del suelo (*véase* figura de este problema). Suponiendo que la persona aplica la fuerza a alturas cada vez mayores, determine para cuál valor de h el bloque comienza a inclinarse, girando en torno de O.



Problema Complementario 27

28. La publicidad de un motor de automóvil indica que su torque máximo es de 20 kgfm.
   a) ¿Cuál debería ser el valor de la fuerza mínima que debe aplicarse en la manija de una puerta,



Problema Complementario 30

de 0.50 m de ancho, para aplicar en ella un torque con aquel valor?
   b) ¿Es posible obtener aquel mismo torque si se ejercen, en la manija, fuerzas de valores diferentes de aquel calculado en (a)? Explique.
   c) Explique por qué el valor calculado en (a) representa la fuerza mínima que debe aplicar a la manija.

29. Para hacer girar una tuerca que fija la rueda de un automóvil, es necesario un momento de 12 kgf.m. Suponiendo que la fuerza máxima que el conductor puede ejercer sea de 50 kgf, ¿cuál debe ser la longitud mínima del brazo de la llave de cruz para que él logre sacar la rueda?

30. Se desea derribar una torre OB, de 10 m de altura, halándola con una fuerza $\vec{F}$, aplicada mediante un cabo AB (*véase* figura de este problema). Se sabe que la torre caerá, girando en torno a O, si el momento aplicado fuera, por lo menos, igual a 2.5×10^3 N.m.
   a) Si se aumenta gradualmente la fuerza aplicada, ¿para cuál valor de $\vec{F}$ la torre empezará a caer?
   b) Si se utilizara un cabo de mayor longitud, ¿el valor de $\vec{F}$ para el cual la torre comenzaría a caer, sería mayor, menor o igual al valor calculado en (a)? Explique.

RESPUESTAS

Ejercicios

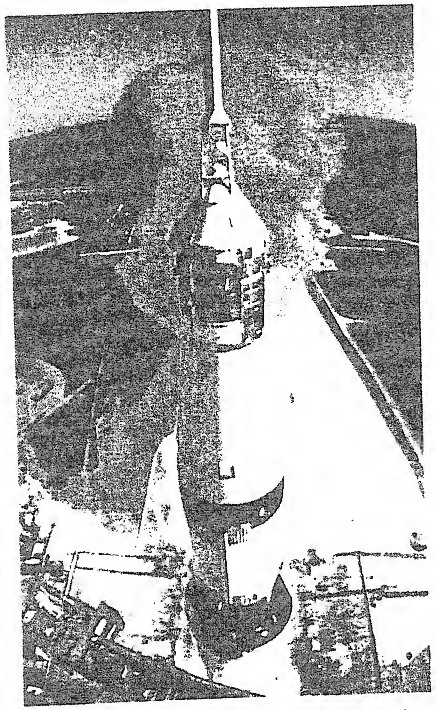
1. *a*) $|M_1| = 12$ N · m
   b) antihorario
   c) positivo ($M_1 = 12$ N · m)
2. *a*) $F_2 \cdot OC$
   b) $M_2 = -4.5$ N · m
3. *a*) no *b*) no
   c) $M = 0$ (porque $d = 0$) *d*) sí
4. *a*) $M_1 = +7.5$ N · m; $M_2 = -8.7$ N · m; $M_3 = 0$
   b) $M = -1.2$ N · m
   c) en el sentido horario
5. *a*) disminuye
   b) cero
   c) debido a su inercia
6. *a*) $M_A = -36$ N · m
   b) $M_B = +36$ N · m
   c) $F' = 180$ N
7. *a*) interfija
   b) $F = 20$ kgf
   c) $N = 120$ kgf
   d) 120 kgf (tercera ley de Newton)
8. *a*) interresistente
   b) 25 cm
   c) 300 N
9. *b*) 20 cm
   c) 340 N
10. *a*) en ambos casos, la suma de los torques de las fuerzas presentes, en relación con el punto de apoyo, no es nula.
   b) en la figura (a), el cartón debería apoyarse en su centro de gravedad. En (b) la persona más liviana debería estar más lejos del apoyo.
11. $T = 11.5$ N; $F = 11.5$ N
12. *a*) mismo sentido que $\vec{F}_1$
   b) $F_1 = 0.60$ N
13. *a*) interresistente
   b) interfija
   c) interpotente
   d) interresistente
14. *a*) menor
   b) menor
   c) mayor
   d) menor

Problemas complementarios

1. $T_1 = 283$ N; $T_2 = 200$ N
2. $P_1 = 17$ kgf; $P_2 = 10$ kgf
4. *b*) aproximadamente 15° *c*) 15°
5. $T = 2.87 \times 10^3$ N (observe que la fuerza transmitida al auto es mucho mayor que la ejercida por el conductor)
7. tentativa (b) — mayor torque aplicado
8. *a*) $M = F \cdot d$ *b*) $M = F \cdot d$ *c*) sí
9. *a*) interpotente *b*) 40 kgf
10. pequeñas contracciones de los bíceps generan grandes desplazamientos de la mano, lo que propicia mayor agilidad en su movimiento
11. *a*) interpotente
   b) mayor
   c) mayor desplazamiento del material por transportar
12. *a*) en el agua *b*) interresistente
   c) menor
13. *a*) $F_x = 50$ kgf; $F_y = 12.5$ kgf; $T = 62.5$ kgf
   b) evidentemente, las mismas respuestas de la pregunta (a)
14. *a*) la reacción normal de la pared, del suelo, fuerza de fricción de suelo sobre la escalera y peso de la escalera
   b) $N_1 = 15$ kgf; $N_2 = 40$ kgf; $f = 15$ kgf
15. 2.7 m
16. *a*) 4.0 kgf
   b) 60°
   c) 26.2 kgf
17. *a*) 10 kgf en cada bisagra
   b) 34 kgf
18. *a*) 8.1 kgf
   b) 7.0 kgf
   c) 30 kgf
19. *a*) 598 kgf
   b) 720 kgf
20. 31°
21. *a*) 800 kgf
   b) 400 kgf
22. *a*) 10 kgf
   b) 30 kgf
23. $P = \sqrt{P_1 P_2}$
24. *a*) $F = 3.5$ N
   b) $H = 3.5$ N y $V = 10$ N
25. 2.13 m
26. 73.5 N y 89.6 N
27. $h = 45$ cm
28. *a*) 40 kgf
   b) sí
   c) porque esa fuerza es perpendicular a la puerta
29. 24 cm
30. *a*) 5.0×10^2 N *b*) menor

capítulo 6

segunda ley de Newton



Lanzamiento del cohete Saturno 5. Los complejos cálculos que hacen posible el lanzamiento de los cohetes modernos se efectúan con base en las leyes enunciadas por Newton en el siglo XVII.

6.1 La segunda ley de Newton

❖ **Introducción.** Cuando estudiamos la primera ley de Newton vimos que si la resultante de las fuerzas que actúan en un cuerpo es nula, este cuerpo se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. En cualquiera de estos casos, la aceleración del cuerpo es nula. De modo que

$$\text{si } \vec{R} = 0 \text{ tendremos } \vec{a} = 0$$

Entonces, ¿qué tipo de movimiento tendría el cuerpo si la resultante de las fuerzas que actúan en él fueran distintas de cero? La respuesta a esta pregunta se puede encontrar mediante un experimento muy sencillo. Consideremos un objeto colocado sobre una superficie horizontal lisa (sin fricción), y que es arrastrado por una fuerza $\vec{F}$ (Fig. 6-1a). Como las demás fuerzas que actúan en él (peso y reacción normal) se equilibran, podemos considerar la fuerza $\vec{F}$ como la única fuerza que actúa en el cuerpo. La Figura 6-1b muestra las posiciones del cuerpo tomadas a intervalos de tiempo iguales, en su movimiento por la acción de la fuerza $\vec{F}$. Como la distancia entre dos posiciones sucesivas está aumentando, obviamente la velocidad del cuerpo también aumenta, o sea, que el *movimiento del cuerpo es acelerado*. Concluimos entonces que

> un cuerpo, por la acción de una fuerza única, adquiere una aceleración, o sea, si $\vec{F} \neq 0$ tenemos que $\vec{a} \neq 0$.

❖ **Relación entre fuerza y aceleración.** En el experimento mostrado en la Figura 6-1, para cierto valor de la fuerza $\vec{F}$ aplicada al cuerpo podemos medir el valor de la aceleración $\vec{a}$ que el cuerpo adquiere. Repitiendo el experimento con diversos valores de la fuerza $\vec{F}$, comprobamos que

al duplicar F, el valor de a también se duplica
al triplicar F, el valor de a se triplica asimismo
al cuadruplicar F, el valor de a también lo hace, etcétera.

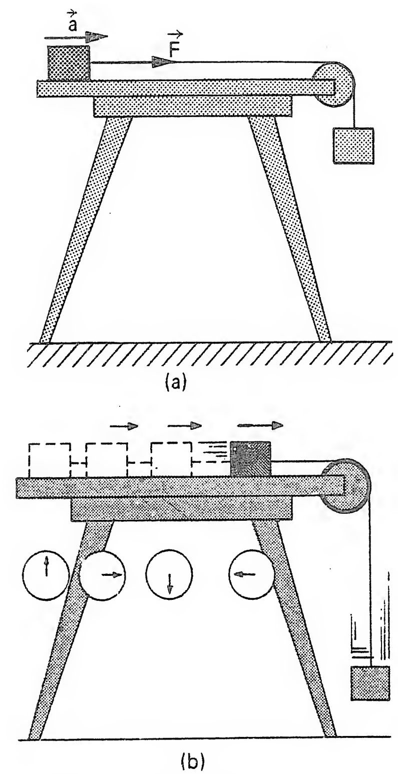


FIGURA 6-1 La fuerza $\vec{F}$ imparte al cuerpo un movimiento acelerado.

Por tanto, a partir del experimento podemos concluir que

> la fuerza F que actúa en un cuerpo es directamente proporcional a la aceleración a que produce en el mismo, o sea, $F \propto a$.

De este modo, si trazamos un diagrama $F \times a$ con los valores obtenidos por el experimento citado, tendremos una recta que pasa por el origen (Fig. 6-2).

❖ **Masa de un cuerpo.** Siendo $F \propto a$, sabemos que la relación F/a es una constante, y esta última es igual a la pendiente de la gráfica $F \times a$.

Suponga que repetimos el experimento, pero ahora con otro cuerpo. Trazando el diagrama

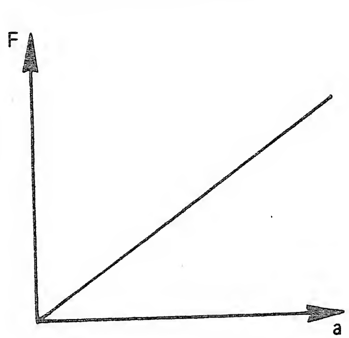


FIGURA 6-2 La fuerza aplicada a una partícula es directamente proporcional a la aceleración que produce.

$F \times a$ para este nuevo cuerpo, obtendríamos nuevamente una recta que pasa por el origen, pero con una inclinación distinta de la anterior. De modo general, comprobamos que para un cuerpo dado, siempre se tendrá que $F \propto a$, pero la pendiente de la gráfica $F \times a$ variará de un cuerpo a otro (Fig. 6-3). Por tanto, el cociente F/a tiene un valor constante para un cuerpo determinado, y por ello es característico de cada objeto. Este cociente se denomina *masa* (símbolo: m) del cuerpo. Entonces,

> masa de un cuerpo es el cociente entre la fuerza que actúa en el mismo, y la aceleración que produce en él, o sea,
>
> $$m = \frac{F}{a}$$

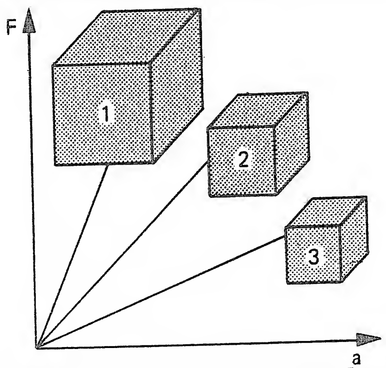


FIGURA 6-3 La pendiente de la gráfica $F \times a$ representa la masa del cuerpo.

Observemos que la inclinación de la gráfica $F \times a$ nos proporciona el valor de la masa m del cuerpo. Entonces, en la Figura 6-3 se tiene que $m_1 > m_2 > m_3$. De $m = F/a$, resulta

$$a = \frac{F}{m}$$

Esta relación muestra que para una fuerza dada, cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, tanto menor será la aceleración que adquiere. En otras palabras, la masa de un cuerpo caracteriza la "dificultad" que presenta para adquirir una aceleración. Por tanto, dados dos cuerpos de diferente masa, el de masa mayor presentará una mayor "dificultad" para modificar su velocidad, o sea, que *el de masa mayor presenta una más alta inercia.* Por ejemplo, un camión cargado (mayor masa = mayor inercia) que parte del reposo, se tardará más en adquirir cierta velocidad que si estuviese descargado (menor masa = menor inercia). De la misma manera, si el camión en movimiento "se quedara sin frenos", sería más difícil pararlo cuando estuviera cargado, dado que su inercia sería mayor que si estuviese sin carga. Concluyendo,

> cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, tanto mayor será su inercia; es decir, la masa de un cuerpo es una medida de la inercia del mismo.

❖ **Los vectores $\vec{F}$ y $\vec{a}$.** El valor de la fuerza $\vec{F}$ que actúa en un cuerpo, el de la aceleración $\vec{a}$ que adquiere, y su masa m, están relacionados, como vimos, por la expresión

$$m = \frac{F}{a} \quad \text{donde} \quad F = ma$$

La relación $F = ma$ se establece entre las magnitudes de los vectores $\vec{F}$ y $\vec{a}$.

Experimentalmente podemos comprobar que cuando una fuerza actúa en un cuerpo, la aceleración que adquiere éste tiene la misma dirección y el mismo sentido que la fuerza aplicada, es decir, *el vector $\vec{a}$ tiene siempre la misma dirección y el mismo sentido que el vector* $\vec{F}$ (Fig. 6-4). Por tanto, la relación $F = ma$ podrá escribirse, en forma vectorial de la siguiente manera:

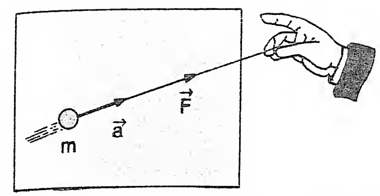


FIGURA 6-4 El vector $\vec{a}$ tiene siempre la misma dirección y el mismo sentido que el vector $\vec{F}$.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Por consiguiente, la masa m debe ser una cantidad escalar siempre positiva, para que el producto $m\vec{a}$ tenga la misma dirección y el mismo sentido que el vector $\vec{F}$.* Si la masa de un cuerpo pudiera ser negativa, éste adquiriría una aceleración de sentido *contrario* al de la fuerza aplicada, lo cual, como nos demuestra el experimento, nunca sucede.

❖ **La segunda ley de Newton.** Consideremos ahora, un cuerpo sometido a la acción de varias fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etc. (Fig. 6-5). Sabemos que al suceder esto, es posible sustituir el sistema de fuerzas por una fuerza única, la resultante $\vec{R}$ del sistema. La aceleración que el cuerpo vaya a adquirir por la acción del sistema de fuerzas, se obtendrá como si el cuerpo estuviese sometido a la acción de una fuerza única, igual a $\vec{R}$. La ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$ será, en este caso, sustituida por $\vec{R} = m\vec{a}$. y el vector $\vec{a}$ tendrá la misma dirección y el mismo sentido que el vector $\vec{R}$ (Fig. 6-5). La ecuación $\vec{R} = m\vec{a}$ es la expresión matemática de la segunda ley de Newton en su forma más general.

* Cuando se multiplica un escalar por un vector, se obtiene otro vector cuya *magnitud* es el producto del valor del escalar por la magnitud del vector dado, cuya *dirección* es la misma de este último y cuyo *sentido* será el mismo del vector dado si el escalar es positivo, y contrario al de dicho vector si el escalar es negativo.

$$\boxed{\vec{R} = m\vec{a}}$$

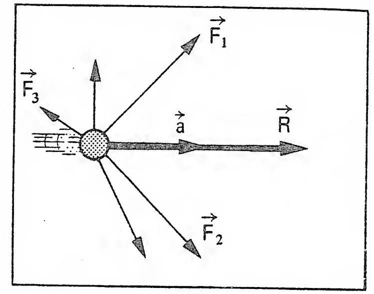


FIGURA 6-5 Cuando varias fuerzas actúan sobre una partícula, ésta adquiere una aceleración en la misma dirección y sentido que la resultante de dichas fuerzas.

> SEGUNDA LEY DE NEWTON
>
> $\boxed{\vec{R} = m\vec{a}}$ o bien, $\boxed{\Sigma\vec{F} = m\vec{a}}$
>
> La aceleración que un cuerpo adquiere es directamente proporcional a la resultante de las fuerzas que actúan en él, y tiene la misma dirección y el mismo sentido que dicha resultante.

> La segunda ley de Newton es una de las leyes básicas de la mecánica; se utiliza en el análisis de los movimientos próximos a la superficie de la Tierra y también en el estudio de los movimientos de los cuerpos celestes. El mismo Newton la aplicó al estudiar los movimientos de los planetas, y el gran éxito logrado constituyó una de las primeras confirmaciones de esta ley. Usted tendrá oportunidad de ver cómo es importante el papel de la segunda ley de Newton en el resto del curso, no solamente en el estudio de la mecánica sino, además, en otras ramas de la Física.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. La figura de este ejercicio muestra algunas posiciones que ocupa un auto en movimiento. El intervalo de tiempo entre dos posiciones sucesivas es el mismo. ¿Podemos concluir que existe una fuerza que actúa sobre el auto? ¿Por qué?

2. Un bloque, que es arrastrado por una fuerza $\vec{F}$ sobre una superficie horizontal, ocupa a intervalos de tiempo iguales, las posiciones que se muestran en la ilustración de este ejercicio.
   a) Observe la figura y diga si existe fricción entre el bloque y la superficie. Explique.
   b) Si se eliminara el roce, ¿qué tipo de movimiento tendría el cuerpo?

3. *a*) En la tabla de este ejercicio, F representa la fuerza que actúa en cierto cuerpo, y a es la aceleración que adquiere al estar sometido a tal fuerza. Complete la tabla.

F (N)	a (m/s^2)
1.5	0.70
3.0	
4.5	
6.0	

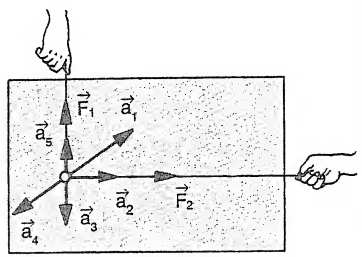
Ejercicio 3

   b) ¿Cómo sería la forma del diagrama $F \times a$?
   c) ¿Qué representa la pendiente de la gráfica?

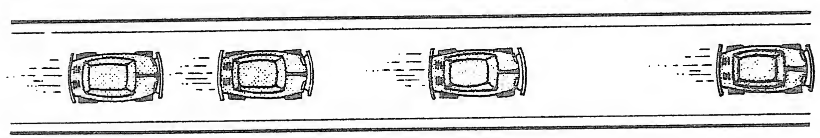
4. Suponga que alguien arroja una bola de goma y otra de fierro (de igual tamaño) ejerciendo sobre ambas el mismo esfuerzo muscular.
   a) ¿Cuál, en su opinión, adquirirá mayor aceleración?
   b) Entonces, ¿cuál posee mayor inercia?
   c) Así pues ¿cuál tiene una masa mayor?

5. Un bloque se mueve con una velocidad $\vec{v}$ constante sobre una superficie horizontal lisa. En un instante dado, una fuerza $\vec{F}$ también constante es aplicada al bloque. Diga qué tipo de movimiento describe el cuerpo suponiendo que:
   a) $\vec{F}$ tiene la misma dirección y el mismo sentido que $\vec{v}$.
   b) $\vec{F}$ tiene la misma dirección y sentido contrario al de $\vec{v}$.

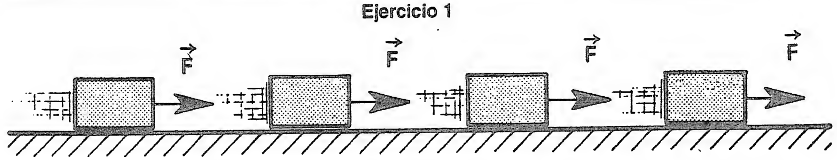
6. Dos personas tiran de un pequeño objeto sobre una mesa lisa, ejerciendo sobre él las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ (*véase* figura de este ejercicio). ¿Cuál de los vectores que se observan en la figura, representa mejor la aceleración adquirida por el objeto?



Ejercicio 6



Ejercicio 1



6.2 Unidades de fuerza y de masa

Sistema de unidades. Vimos que una unidad de fuerza que se utiliza mucho en la técnica y en la vida diaria es el kilogramo fuerza (kgf). Pero éste no es la unidad de fuerza más conveniente cuando se trata de emplear la segunda ley de Newton y al utilizar otras ecuaciones de la Física.

Las unidades de medida de las diversas cantidades empleadas hasta hace algunos años, variaban mucho de un país a otro, dificultando así la comunicación, las transacciones comerciales y el intercambio científico y tecnológico entre las naciones. En su intento por obtener la unificación en el empleo de unidades, científicos y técnicos en metrología de todo el mundo se reunieron en congresos, en los cuales se estructuró un nuevo *sistema de unidades,* que abarcó un conjunto de ellas para todas las ramas de la ciencia, y de la Física en particular. Este conjunto, llamado *Sistema Internacional de Unidades* (SI) se usa actualmente en casi todos los países del mundo. En nuestro curso procuraremos emplear casi exclusivamente las unidades del SI.

Unidades fundamentales del SI. Un sistema de unidades puede ser estructurado a partir de un pequeño número de las mismas, escogidas arbitrariamente, denominadas *unidades básicas* o *fundamentales*. Las unidades del SI que se emplean en mecánica se pueden establecer con base únicamente en tres unidades fundamentales, habiendo sido escogidas las siguientes:

la unidad de longitud: metro (m)
la unidad de masa: kilogramo (kg)
la unidad de tiempo: segundo (s).

Debido a esta elección, el sistema físico de unidades de la mecánica se llamó anteriormente *sistema MKS* (metro, kilogramo, segundo). En las actividades diarias se emplean constantemente estas unidades, y por tanto sus valores son bien conocidos. Sus definiciones rigurosas (que *no* aconsejamos memorizar) fueron cuidadosamente estudiadas por los científicos y se presentan en las Figuras 6-6 (a, b y c).

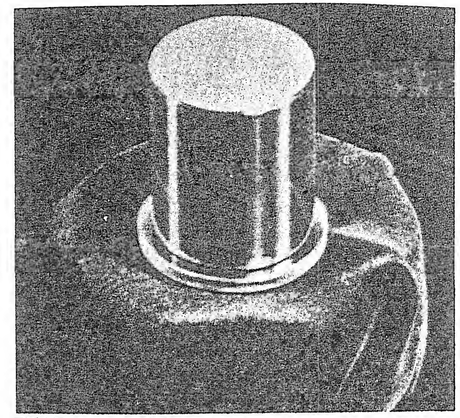


FIGURA 6-6a Cilindro de platino iridiado, que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, en Francia. El *kilogramo* (kg) es, por definición, la masa de este cilindro.

FIGURA 6-6b Lámpara de criptón 86. El *metro* (m) se define actualmente como la longitud igual a 1 650 763.73 longitudes de onda, en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles $2p_{10}$ y $5d_5$ del átomo de criptón 86.

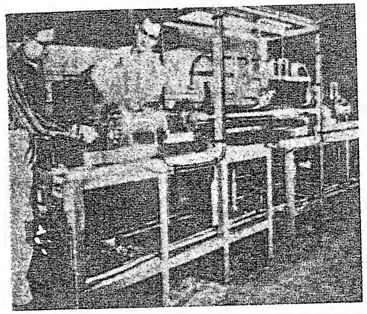


FIGURA 6-6c Reloj atómico de cesio. El *segundo* (s) se define en la actualidad como la duración de 9 192 631 770 ciclos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

❖ **Unidades derivadas.** Las unidades de las cantidades no fundamentales, llamadas *unidades derivadas,* se obtienen a partir de las unidades fundamentales. De modo que tendremos, por ejemplo, las siguientes unidades:

de área (producto de dos longitudes)

$$1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$$

de volumen (producto de tres longitudes)

$$1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^3$$

de velocidad (relación entre longitud y tiempo)

$$\frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}$$

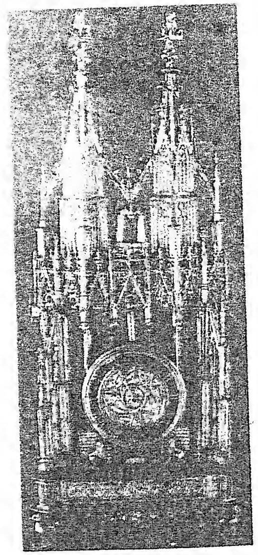
de aceleración (relación entre velocidad y tiempo)

$$\frac{1 \text{m/s}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2$$

Para obtener la unidad de fuerza usaremos la segunda ley de Newton. La ecuación $F = ma$, nos muestra que la unidad de fuerza debe ser igual al producto de la unidad de masa y la unidad de aceleración. Es decir:

unidad de fuerza (producto de masa por aceleración) –1 kg × 1 m/s² = 1 kg · m/s².

Esta unidad de fuerza se denomina *newton* (símbolo: N) y ya se mencionó en el Capítulo 5. Ahora estamos en condiciones de definirla rigurosamente:



Medición del tiempo en el siglo XV. Reloj de cobre dorado, hecho en 1450. Tal vez sea uno de los primeros relojes accionados por muelle (en lugar de pesos, como era usual), lo que lo hacía transportable. Debe destacarse el contraste con el moderno reloj atómico de la Figura 6-6c.

> 1 N = 1 kg · m/s², o sea, 1 N es la fuerza que al actuar sobre una masa de 1 kg, le imprime una aceleración de 1 m/s² (Fig. 6-7).

Como vamos a utilizar primordialmente las unidades del Sistema Internacional, al emplear la segunda ley de Newton observe siempre las unidades indicadas. Se deben utilizar de la siguiente manera:

> R (en N) = m (en kg) × a (en m/s²)

EJEMPLO

a) Un cuerpo de masa m = 2.0 kg, se desplaza con una aceleración a = 6.0 m/s². ¿Cuál es el valor de la resultante, $\vec{R}$, de las fuerzas que actúan en el cuerpo?

El valor de $\vec{R}$ estará dado por la segunda ley de Newton, $\vec{R} = m\vec{a}$. Como el valor de m está expresado en kg y el de a en m/s², sabemos que el valor de $\vec{R}$ quedará en newtons. Por tanto,

$$R = ma = 2.0 \times 6.0 \quad \text{donde} \quad R = 12 \text{ N}$$

b) Si una fuerza resultante R = 10 kgf actúa en un cuerpo, produciendo en él una aceleración de 2.0 m/s², ¿cuál es la masa del mismo?

Para obtener la masa del cuerpo en kg debemos expresar el valor de R en newtons (el valor de a ya está expresado en m/s²). Como 1 kgf = 9.8 N, como vimos en el Capítulo 5, tendremos

$$R = 10 \text{ kgf} = 10 \times 9.8 \text{ N} \quad \text{donde} \quad R = 98 \text{ N}$$

Entonces, de $R = ma$ resulta que

$$m = \frac{R}{a} = \frac{98}{2.0} \quad \text{donde} \quad m = 49 \text{ kg}$$

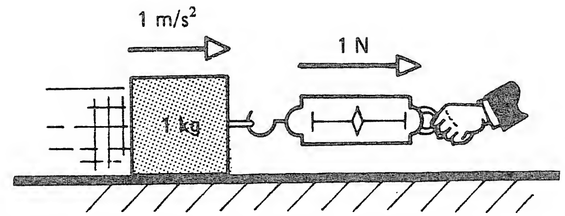


FIGURA 6-7 Cuando un cuerpo de masa igual a 1 kg, es impulsado por una fuerza resultante de 1 N, adquiere una aceleración de 1 m/s².

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. La resultante de las fuerzas que actúan en un cuerpo cuya masa es m = 4.0 kg, vale R = 20 N. ¿Cuál es el valor de la aceleración que posee dicho cuerpo?

8. Un bloque, por la acción de una fuerza resultante R = 2.0 kgf, adquiere una aceleración a = 400 cm/s².

a) Para calcular en kg la masa del bloque, ¿en qué unidades deben expresarse los valores de R y a?

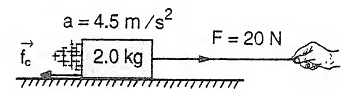
b) Calcule la masa del bloque en kg.

9. Un automóvil se desplaza en línea recta con una velocidad v_1 = 10 m/s. El conductor pisa el acelerador durante un tiempo Δt = 2.0 s, y la velocidad cambia entonces a v_2 = 15 m/s.

a) ¿Cuál es el valor de la aceleración que se imprime al auto?

b) ¿Qué otro dato necesitaría conocer para determinar el valor de la resultante de las fuerzas que actuaban sobre él?

10. *a*) Un bloque, cuya masa es de 2.0 kg, posee una aceleración de 4.5 m/s². Calcule el valor de la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo.



Ejercicio 10

b) Sabiendo que el bloque es arrastrado por una fuerza de 20 N sobre una superficie horizontal (*véase* figura de este ejercicio), calcule el valor de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre él.

6.3 Masa y peso

Los conceptos de masa y peso de un cuerpo ya se vieron en secciones anteriores. Pero como estas dos cantidades son por lo general muy importantes en el estudio de la mecánica y de la física, aquí las vamos a analizar con más detalle.

❖ **Masa.** Como ya sabemos, la masa de un cuerpo es una *cantidad escalar* definida por la relación $m = F/a$, donde F es la magnitud de la fuerza que actúa en el cuerpo, y a es el valor de la aceleración que $\vec{F}$ produce en él. Recuérdese, además, que la masa puede ser considerada como una medida del concepto de inercia. De manera que si la masa de un cuerpo es pequeña, tendrá también poca inercia y así fuerzas pequeñas pueden producir alteraciones notables en su movimiento.

Experimentalmente, podemos comprobar otra propiedad importante de la masa de un cuerpo: es una constante característica del mismo. En realidad, es posible comprobar que la masa *no cambia* cuando el cuerpo es trasladado de un lugar a otro, cuando su temperatura se altera, o inclusive, cuando el cuerpo cambia de un estado físico (solido, líquido o gaseoso) a otro.

❖ **Peso.** El peso de un cuerpo se definió como la fuerza con que la Tierra lo atrae. Como el peso es una fuerza, es obvio que se trata de una cantidad vectorial.

TABLA 6-1

Variación de g con la latitud (al nivel del mar)	
Latitud	g (m/s^2)
0°	9.780
20°	9.786
40°	9.802
60°	9.819
80°	9.831
90°	9.832

Si un cuerpo de masa m se dejara caer desde cierta altura sobre la superficie de la Tierra, se moverá debido a la acción de su peso $\vec{P}$. Siendo $\vec{P}$ la única fuerza que actúa en él, el cuerpo adquirirá la aceleración de la gravedad $\vec{g}$. Podemos decir entonces que

> el peso de un cuerpo es una fuerza que le imprime una aceleración igual a $\vec{g}$ (Fig. 6-8).

Así, por la segunda ley de Newton, tenemos que

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

Cuando utilicemos esta ecuación debemos tener en mente que estamos tratando con la misma segunda ley de Newton, y como ya se dijo, si expresamos m en kg y g en m/s^2, obtendremos el valor de P expresado en newtons.

❖ **Variaciones del peso.** En la ecuación $P = mg$, como ya sabemos, el valor de m es constante. Pero la aceleración de la gravedad sufre variaciones cuando nos desplazamos de un lugar a otro de la superficie de la Tierra. En las cercanías de los polos, por ejemplo, el valor de g es mayor que en las proximidades del ecuador

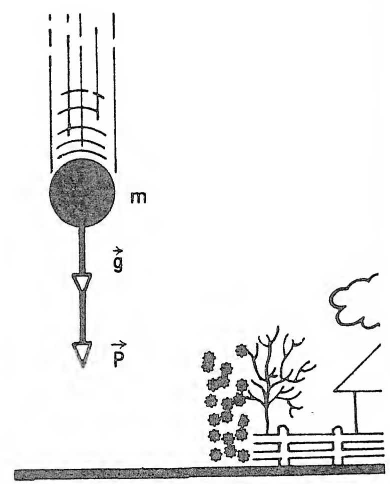


FIGURA 6-8 El peso $\vec{P}$ produce en el cuerpo de masa m, una aceleración $\vec{g}$. Luego entonces $\vec{P} = m\vec{g}$.

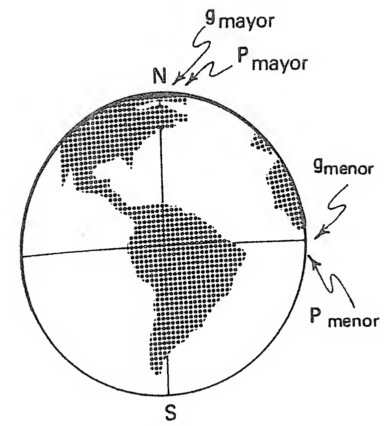


FIGURA 6-9 Una persona situada cerca de los polos de la Tierra tiene un peso mayor que si estuviese cerca del ecuador.

(*véase* Tabla 6-1). Concluimos entonces que el valor del peso, P, de un cuerpo *también sufrirá cambios* debido a las variaciones que se observan en g. El peso de una persona será mayor en los polos que en el ecuador; es decir, una persona situada en los polos es atraída por la Tierra con una fuerza mayor que si estuviera situada en el ecuador (Fig. 6-9). Esta diferencia es, por cierto, muy pequeña, como podemos advertir en la Tabla 6-1. En cualquier punto en las proximidades de la superficie de la Tierra, todo cuerpo cae con una aceleración que es prácticamente igual a 9.8 m/s^2.

Pero si se dejara caer el mismo cuerpo desde cierta altura, sobre la superficie de la Luna, caería con una aceleración casi seis veces menor que 9.8 m/s^2, pues el valor de g en la Luna es, aproximadamente, de 1.6 m/s^2. Por consiguiente, el peso de un objeto en la Luna (fuerza con que ésta lo atrae) es casi seis veces menor que su peso en la Tierra (Fig. 6-10).

❖ **Medición de la masa.** Por la ecuación $m = F/a$, que define la masa de un cuerpo, vemos que para medir el valor de m debemos impulsarlo con una fuerza $\vec{F}$ conocida, y medir luego el valor de la aceleración que adquiere. El cociente F/a nos proporcionará el valor de m.

En la práctica, este proceso de obtención de m resultaría muy difícil de realizar, pero podemos echar mano de un proceso mucho más simple, empleando la *balanza*, instrumento que es bien conocido. Cuando una balanza de brazos iguales está equilibrada, y tenemos en uno de sus platillos el cuerpo cuya masa m deseamos medir, y en el otro, masas conocidas m' (Fig. 6-11), concluimos que son iguales, los pesos P y P' que actúan en cada brazo. Como el valor de g sobre las masas m y m' es el mismo:

$$P = mg \quad \text{y} \quad P' = m'g$$

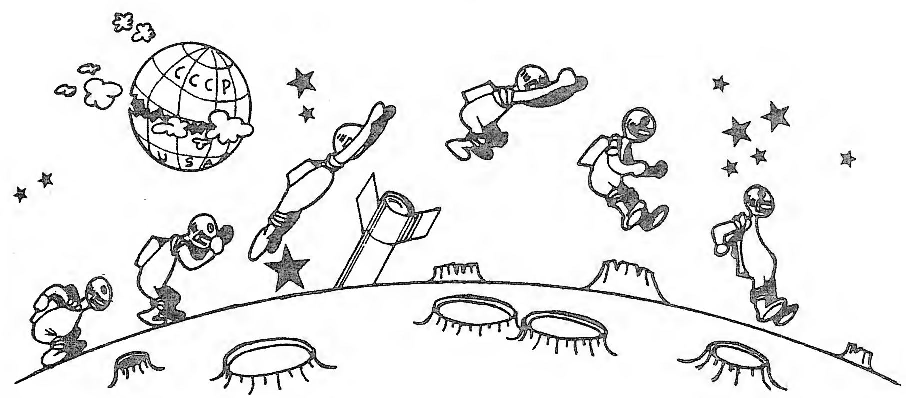


FIGURA 6-10 Como la aceleración de la gravedad en la Luna es casi seis veces menor que en la Tierra, el peso de un astronauta en la superficie lunar también será casi seis veces menor. Por ello, al dar un salto en esa superficie, el astronauta alcanzaría alturas y distancias mucho mayores que en la Tierra.

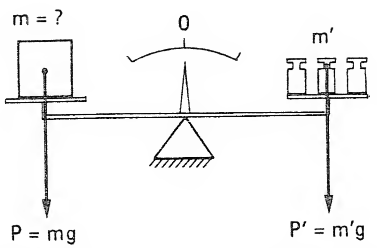


FIGURA 6-11 Cuando la balanza está equilibrada, concluimos que $P = P'$ y así, $m = m'$.

Luego entonces,

$$mg = m'g \quad \text{donde} \quad m = m'$$

Por tanto, la masa del cuerpo está dada por el valor de las masas conocidas que equilibran la balanza.*

Este proceso de medición de masa con una balanza sólo se puede emplear en lugares donde los cuerpos tienen peso. En una región del espacio sideral donde un cuerpo estuviese aislado, lejos de la influencia de cualquier cuerpo celeste, es decir, en una región donde se pudiera tener la total falta de gravedad, no se podría medir la masa del cuerpo por medio de una balanza, pues el objeto no tendría peso. Por otra parte, la masa del cuerpo sí se podría medir mediante la relación $m = F/a$, que es válida en cualquier caso (Fig. 6-12).

EJEMPLO

Un astronauta con su traje adecuado para descender en la superficie lunar, fue pesado en la Tierra, resultando un peso de 980 N para el conjunto astronauta-traje.

a) ¿Cuál es la masa del conjunto?

En cualquier lugar de la superficie de la Tierra se puede considerar que $g = 9.8$ m/s^2. Entonces, como $P = mg$, vemos que

$$m = \frac{P}{g} = \frac{980}{9.8} \quad \text{donde} \quad m = 100 \text{ kg}$$

Observemos que estando P dado en newtons y g en m/s^2, obtendremos m en kg.

b) En la Luna, ¿cuál sería la masa del conjunto?

Como ya vimos, la masa de un cuerpo no varía si es transportado de un lugar a otro. Por tanto, el astronauta y su traje seguirán teniendo en la Luna la misma masa $m = 100$ kg.

c) ¿Cuál sería en nuestro satélite el peso del conjunto? (La aceleración de la gravedad en la Luna es 1.6 m/s^2.)

El peso del conjunto estará dado por $P = mg$, donde $m = 100$ kg y $g = 1.6$ m/s^2. Por tanto,

$$P = mg = 100 \times 1.6 \quad \text{donde} \quad P = 160 \text{ N}$$

Observe que el astronauta y su vestimenta se vuelven mucho más ligeros cuando se encuentran en la Luna.

* **N. del R.** En la práctica, estas masas suelen llamarse "pesas", y se habla de "pesar" un cuerpo cuando se determina realmente su masa.

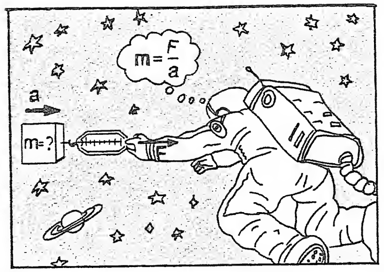


FIGURA 6-12 La expresión $m = F/a$ permite determinar la masa de un cuerpo, cualquiera que sea el lugar donde se encuentre.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. Un pequeño carro, bien cerrado, contiene bloques de hielo. Al aplicarle una fuerza de 15 N se comprueba que adquiere una aceleración de 0.50 m/s^2. Si el hielo se derritiera transformándose totalmente en agua, ¿qué fuerza deberá aplicársele para que adquiera la misma aceleración de 0.50 m/s^2? ¿Por qué?

12. Un avión salió de la ciudad de Macapá, situada en el ecuador, con rumbo hacia una estación de investigaciones en la Antártida. Al llegar a su destino:
    a) ¿El peso del avión aumentó, disminuyó o no se alteró?
    b) ¿Y su masa?

13. Usted sabe que cuando un cuerpo está en caída libre cerca de la superficie de la Tierra, posee una aceleración $g = 9.8$ m/s^2. ¿Cuál es la fuerza que proporciona esta aceleración al cuerpo?

14. Imagine que un astronauta pudiese descender en Júpiter, donde la aceleración de la gravedad es $g = 26$ m/s^2, y usando un dinamómetro, pesara una piedra, encontrando que $P = 13$ kgf.
    a) ¿En qué unidad el astronauta debe expresar P para calcular la masa m de la piedra en kg?
    b) Obtenga la masa de la piedra en kg (considere que 1 kgf = 10 N).

15. Si el astronauta trajera a la Tierra la piedra del ejercicio anterior, ¿cuál sería aquí
    a) su masa? *b)* su peso?

16. Suponga ahora que la piedra del Ejercicio 14 fuera transportada a una región libre de la influencia de cualquier cuerpo celeste (donde no hay gravedad). En este caso:
    a) ¿Cuál sería la masa de la piedra?
    b) ¿Cuál sería su peso?
    c) ¿La inercia de la piedra sería la misma que la que poseía aquí en la Tierra?

6.4 Ejemplos de aplicación de la segunda ley de Newton

La segunda Ley de Newton se emplea constantemente en Física al analizar un gran número de problemas. Por medio de ella es como, al observar el movimiento de un objeto y determinar su aceleración, podemos calcular la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo.

Por otra parte, conociendo las fuerzas que actúan en un cuerpo y determinando su resultante, podemos calcular la aceleración del mismo ($a = R/m$). Mediante la aceleración podemos determinar la velocidad del cuerpo y la posición que ocupará en cualquier instante, o sea, llegar a una conclusión acerca del movimiento que describe.

En los ejemplos siguientes presentamos casos en los cuales la segunda ley de Newton se utiliza en el estudio de algunos movimientos.

EJEMPLO 1

Un bloque, de masa $m = 2.0$ kg, es arrastrado sobre una superficie horizontal por una fuerza $\vec{F}$ constante, de magnitud igual a 4.0 N y dirección horizontal (Fig. 6-13). Entre el cuerpo y la superficie hay una fuerza de fricción $\vec{f}$ constante, de magnitud igual a 1.0 N.

a) ¿Cuál es la aceleración del bloque?

De $\vec{R} = m\vec{a}$, vemos que $\vec{a} = \vec{R}/m$. Como se conoce la masa del bloque ($m = 2.0$ kg) debemos determinar la resultante $\vec{R}$ de las fuerzas que actúan en él, para obtener su aceleración $\vec{a}$. Todas las fuerzas que se ejercen en dicho cuerpo se muestran en la Figura 6-13. Las fuerzas verticales $m\vec{g}$ (peso del bloque) y $\vec{N}$ (reacción normal de la superficie) se equilibran. Quedan, pues, las fuerzas horizontales $\vec{F}$ y $\vec{f}$ cuyos sentidos son contrarios. Entonces,

$$R = F - f = 4.0 - 1.0 \quad \text{donde} \quad R = 3.0 \text{ N}$$

Obviamente, la dirección de $\vec{R}$ es horizontal y su sentido es el de $\vec{F}$ (la fuerza mayor). Así, el valor de $\vec{a}$ será:

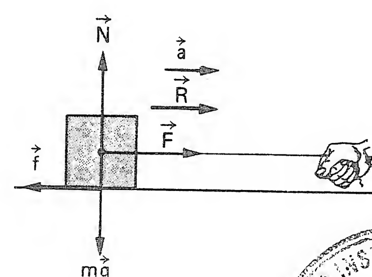


FIGURA 6-13 Para el Ejemplo 1.

$$a = \frac{R}{m} = \frac{3.0}{2.0} \quad \text{o bien} \quad a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

Como sabemos, el vector $\vec{a}$ tendrá la misma dirección y el mismo sentido que el vector $\vec{R}$ (Fig. 6-13).

b) Suponiendo que el bloque partió del reposo (v_0 = 0), ¿cuál será su velocidad y la distancia que recorre después de transcurrido un tiempo t = 4.0 s?

Como las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son constantes, la aceleración calculada (a = 1.5 m/s^2) también será constante y, por consiguiente, el movimiento del bloque será uniformemente acelerado. Por tanto, tendremos

$$v = at = 1.5 \times 4.0 \quad \text{donde} \quad v = 6.0 \text{ m/s}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 16 \quad \text{donde} \quad d = 12 \text{ m}$$

EJEMPLO 2

Un cuerpo, de masa m, se deja deslizar sobre un plano inclinado sin fricción. El ángulo de inclinación del plano es θ (Fig. 6-14). ¿Cuál es la aceleración en el movimiento del cuerpo al descender por el plano?

La aceleración del cuerpo estará dada por $\vec{a} = \vec{R}/m$. Por tanto, debemos determinar la resultante, $\vec{R}$, de las fuerzas que actúan sobre él. Estas fuerzas son: su peso, $m\vec{g}$, y la reacción normal, $\vec{N}$, del plano sobre él.

Como tales fuerzas $\vec{N}$ y $m\vec{g}$ no tienen la misma dirección, para determinar más fácilmente su resultante vamos a sustituir $m\vec{g}$ por sus componentes mg sen θ y mg cos θ (Fig. 6-14). La fuerza $\vec{N}$ y la componente mg cos θ se anulan mutuamente. Entonces la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo estará constituida sólo por la componente mg sen θ. Por tanto,

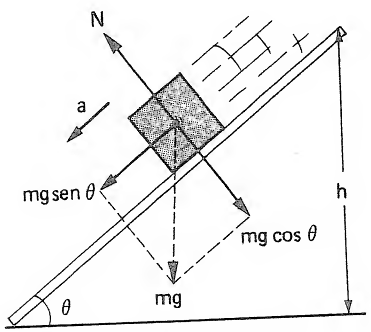


FIGURA 6-14 Para el Ejemplo 2.

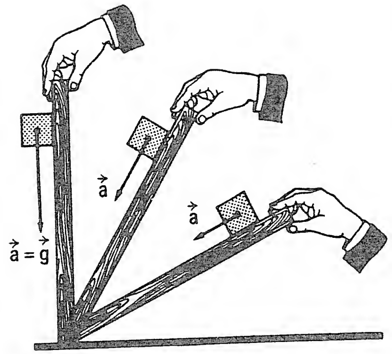


FIGURA 6-15 La aceleración de un cuerpo que resbala sobre un plano inclinado, sin fricción, es $a = g$ sen θ. Si θ = 90°, tenemos que $a = g$.

$$R = mg \text{ sen } \theta$$

y la aceleración del cuerpo será

$$a = \frac{R}{m} = \frac{mg \text{ sen } \theta}{m} \quad \text{donde} \quad a = g \text{ sen } \theta$$

Observe que la aceleración no depende de la masa m; es decir, cualquiera que sea la masa del cuerpo, bajará por el plano con una aceleración $a = g$ sen θ. Vemos también que para cualquier valor de $\theta < 90°$, se tiene que $a < g$, pues sen $\theta < 1$. Naturalmente, si $\theta = 90°$ tendremos que $a = g$ sen 90°, o bien $a = g$. Este resultado es el que era de esperar, pues cuando $\theta = 90°$, el plano estará vertical (Fig. 6-15) y el cuerpo descenderá en caída libre (sin roce alguno, entre el cuerpo y el plano).

EJEMPLO 3

Un cuerpo, de masa m = 10 kg, cuelga de una báscula de resorte fijada al techo de un elevador (Fig. 6-16). El ascensor sube con una aceleración a = 3.2 m/s^2.

a) ¿Cuál es la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo suspendido?

La resultante, $\vec{R}$, se obtendrá por la segunda ley de Newton $\vec{R} = m\vec{a}$. El cuerpo tendrá, evidentemente, la misma aceleración que el elevador, o sea, una aceleración vertical hacia arriba, de magnitud a = 3.2 m/s^2. Por tanto, $\vec{R}$ también será vertical hacia arriba (Fig. 6-17a), con una magnitud

$$R = ma = 10 \times 3.2 \quad \text{donde} \quad R = 32 \text{ N}$$

b) ¿Cuál es el valor de la fuerza con la que el resorte tira del cuerpo?

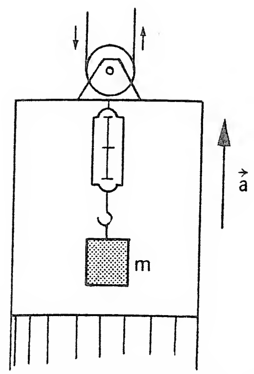


FIGURA 6-16 Un cuerpo está siendo pesado en el interior de un elevador que sube con cierta aceleración.

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cuestión son: su peso $m\vec{g}$ y la fuerza $\vec{F}$ ejercida por el resorte. Como la resultante $\vec{R}$ está dirigida hacia arriba, concluimos que $\vec{F}$ también debe estarlo, y tener una magnitud *mayor* que mg (Fig. 6-17b). El valor de la resultante $\vec{R}$ estará dado por la diferencia entre las magnitudes de $\vec{F}$ y $m\vec{g}$. Por tanto.

$$R = F - mg$$

Como sabemos que R = 32 N y que mg = (10 × 9.8) N = 98 N, tendremos

$$32 = F - 98 \quad \text{donde} \quad F = 130 \text{ N}$$

c) ¿Cuál es la lectura de la báscula de resorte?

Como el muelle tira del cuerpo hacia arriba con una fuerza $\vec{F}$, el cuerpo reacciona y hala al resorte

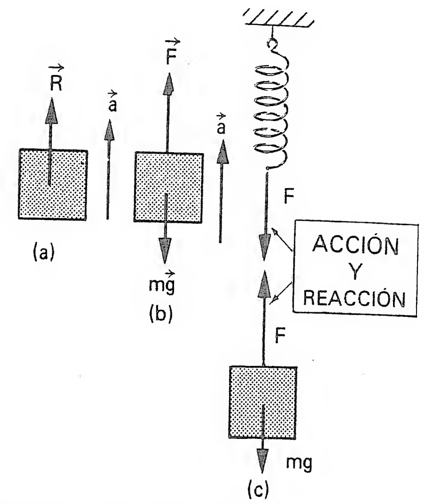


FIGURA 6-17 Para el Ejemplo 3.

hacia abajo con una fuerza igual y contraria a $\vec{F}$ (Fig. 6-17c). Por tanto, dicho muelle es estirado por una fuerza de magnitud F = 130 N, la cual será indicada por la báscula.

Observe que la indicación de la báscula (130 N) es *mayor* que el peso del cuerpo (98 N). La lectura del aparato se denomina "peso aparente" del cuerpo. Así, el hecho de que el elevador tenga una aceleración hacia arriba, da la impresión de que los objetos en su interior se vuelven más pesados. Usted puede observar esto cuando entre en un ascensor y éste "arranca" hacia arriba.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. En el Ejemplo 2 de esta sección, suponga que la masa del cuerpo es m = 5.0 kg y que θ = 30° (considere g = 10 m/s^2).

a) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo?

b) ¿Cuánto vale la aceleración con la cual el cuerpo desciende por el plano?

18. Responda a las preguntas del ejercicio anterior, suponiendo que la masa del cuerpo fuese dos veces mayor.

19. Todavía para un cuerpo que desciende por un plano inclinado, sin fricción, diga:

a) Al aumentar el valor del ángulo θ, ¿la aceleración del cuerpo aumenta, disminuye o no se altera?

b) ¿Cuál será el valor de la aceleración del cuerpo cuando θ = 90°?

20. Considerando el Ejemplo 3 de esta sección, examine la Figura 6-17 y responda:
    a) ¿Por qué se concluyó que la resultante $\vec{R}$ está dirigida hacia arriba?
    b) ¿Por qué se llegó a la conclusión de que, en la Figura (b), F debe ser mayor que mg?
    c) ¿Por qué, en la Figura (c), se concluyó que la fuerza que estira al resorte es igual a la fuerza que éste ejerce sobre el cuerpo?

21. Considere de nuevo la Figura 6-17, pero suponga ahora que el elevador estuviese subiendo con velocidad constante.
    a) En este caso, ¿cuál sería el valor de $\vec{R}$?
    b) El valor de F, en la figura (b), ¿sería mayor, menor o igual a mg?
    c) ¿Cuál sería la lectura de la báscula?

6.5 Caída con resistencia del aire

❖ **La resistencia del aire aumenta con la velocidad.** En la Sección 3.5 estudiamos el movimiento de caída libre, es decir, la caída de un cuerpo cuando se desprecia el efecto retardador de la resistencia del aire. Ahora se hará el análisis de la caída de un cuerpo en casos en los cuales *no* es despreciable dicha resistencia.

Comprobamos que la fuerza de resistencia del aire sobre un cuerpo, siempre tiene sentido contrario a su movimiento, y el valor de tal resistencia es mayor conforme aumenta la velocidad del objeto. Por ejemplo, sobre un automóvil se ejerce una fuerza resistente del aire que aumenta considerablemente cuando lo hace la velocidad del vehículo. A velocidades altas, buena parte del combustible que el automóvil consume, se emplea en vencer esta fuerza de oposición del aire.

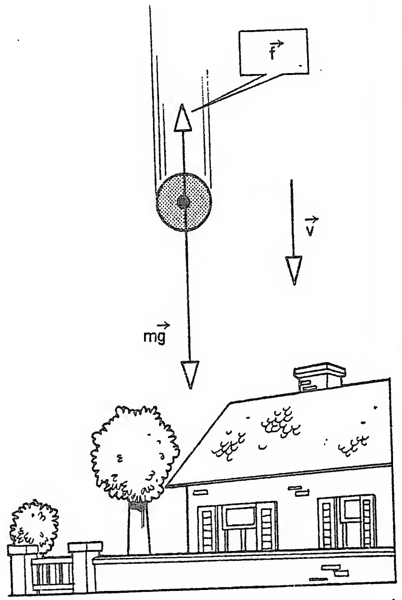


FIGURA 6-18 Cuando un cuerpo cae, sobre él actúan dos fuerzas: su peso y la resistencia de aire.

❖ **Velocidad terminal.** Consideremos un cuerpo que cae por la acción de su peso $m\vec{g}$ y recibe la acción de la fuerza $\vec{f}$ de resistencia del aire (Fig. 6-18). Al principio de la caída, la velocidad del cuerpo es pequeña y f es menor que mg. La resultante de tales fuerzas está, por tanto, dirigida hacia abajo, y el movimiento del cuerpo será acelerado. Por otra parte, como $\vec{f}$ es contraria a $m\vec{g}$, la aceleración, $\vec{a}$, en el inicio de la caída, es *menor* que g. Pero, como el movimiento es acelerado, el valor de la velocidad del cuerpo irá en aumento y, por consiguiente, el valor de $\vec{f}$ aumentará. Habrá, entonces, un instante determinado en el cual f se volverá igual a mg. A partir de este instante, la resultante de $\vec{f}$ y $m\vec{g}$ será nula, y así, la velocidad del cuerpo permanecerá constante (es obvio que el valor de f tampoco cambiará).

En resumen: la velocidad del cuerpo inicialmente aumenta (con una aceleración $a < g$) hasta alcanzar un valor v_t, que se llama *velocidad terminal* o *velocidad límite;* a partir de este momento la velocidad no aumentará más y el cuerpo continuará su caída en movimiento uniforme con la velocidad terminal $\vec{v}_t$ (Fig. 6-19).

❖ **Algunas situaciones reales.** Gran parte de los objetos que caen a través de la atmósfera terrestre alcanzan esta velocidad terminal.

Algunos cuerpos alcanzan esa velocidad muy rápidamente, como es el caso de una hoja de papel, una pluma de ave, un pequeño pedazo de algodón, etc. Una gota de lluvia, debido a su poco peso, también adquiere una velocidad terminal al caer. A casi 1 s después de haber iniciado su caída, una gota de lluvia de tamaño medio, pasa a tener un movimiento uniforme, con una velocidad aproximada de 5 m/s. Es fácil observar que esos valores varían según el tamaño de la gota. Usted podrá comprobar esas diferencias si observa el movimiento de las gotas en una lluvia "fina" y en una tempestad.

Otros objetos que alcanzan velocidad terminal rápidamente son los paracaídas. Sin embargo, aun cuando no se abra el paracaídas, la persona en caída también alcanzará una velocidad terminal, pero esto solamente ocurrirá después de un tiempo considerablemente mayor. En este caso, el movimiento es acelerado durante cerca de 10 s, al final de los cuales la persona alcanza una velocidad aproximada de 150 km/h a 200 km/h. Esto depende de su peso, del área de su sección recta horizontal, etcétera.

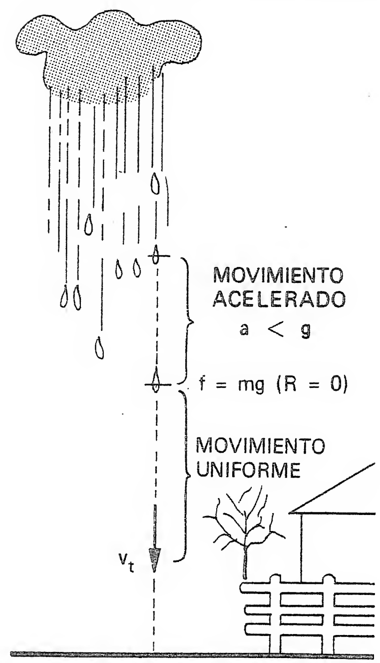


FIGURA 6-19 Después de cierto tiempo de la caída, el cuerpo adquiere un movimiento uniforme.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Al realizar el primer experimento propuesto en el Capítulo 3, usted debe haber dejado caer, desde la misma altura, dos hojas de papel idénticas, una de ellas abierta y la otra hecha bola (si aún no realizó el experimento, realícelo ahora).
    a) ¿Llegan juntas las dos bolas al suelo?
    b) ¿Pesan lo mismo?
    c) ¿Cuál es la otra fuerza que actúa en cada una, durante la caída?
    d) ¿Son iguales las fuerzas mencionadas en (c) en las dos hojas?

23. Tome en cuenta las respuestas a las preguntas del ejercicio anterior y trate de identificar qué factor, relacionado con un cuerpo en movimiento en el aire, influye en la resistencia que encuentra en ese movimiento.

24. Ya debe haber oído que los automóviles modernos tienen "perfil aerodinámico". Trate de saber cuál es el significado y la finalidad de ese perfil.

25. Un objeto que se deja caer desde un helicóptero, desciende verticalmente y tarda 10 s en alcanzar su velocidad terminal. Considerando el movimiento del objeto durante este intervalo de tiempo, responda:
    a) La fuerza de resistencia del aire, ¿es mayor, menor o igual al peso del objeto?

b) La aceleración de caída del objeto, ¿es mayor, menor o igual a *g*?

c) La fuerza de resistencia del aire, ¿aumenta, disminuye o permanece sin cambio?

26. Después de 10 s de iniciarse la caída del objeto mencionado en el ejercicio anterior:

a) La fuerza de resistencia del aire, ¿es mayor, menor o igual que el peso del objeto?

b) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas que actúan sobre él?

c) ¿Qué tipo de movimiento tiene?

27. Considere a la persona mencionada en esta sección, cuyo paracaídas no se abrió y alcanzó una velocidad terminal de 180 km/h después de 10 s de caída.

a) Calcule la velocidad que alcanzaría en ese tiempo si no hubiera la resistencia del aire (considere $g = 10$ m/s^2).

b) ¿Cuántas veces la velocidad calculada en (a) es mayor que la velocidad que realmente alcanzó la persona?

28. Imagine que un astronauta haya saltado con paracaídas, a partir de un cohete, a cierta altura de la superficie de la Luna, y que cae en dirección al suelo lunar.

a) ¿Cree usted que, al abrirse el paracaídas, haya influido en el movimiento de caída del astronauta? ¿Por qué?

b) ¿Qué tipo de movimiento tendría el astronauta hasta llegar al suelo lunar?

6.6 Fuerzas en el movimiento circular

❖ Fuerza centrípeta. En la Sección 4.4 se estudió el movimiento circular uniforme, en el cual el vector velocidad, $\vec{v}$, tiene magnitud constante y dirección variable. Vimos, entonces, que la variación de la dirección del vector $\vec{v}$ se caracteriza por una aceleración centrípeta, $\vec{a}_c$, dirigida hacia el centro de la curva (Fig. 6-20a), y cuya magnitud está dada por

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

donde R es el radio de la circunferencia.

Como el movimiento del cuerpo presenta una aceleración, concluimos, por la segunda ley de Newton, que sobre el cuerpo debe estar actuando una fuerza responsable de dicha aceleración. Tal fuerza tendrá la misma dirección y el mismo sentido que la aceleración $\vec{a}_c$, o sea, apuntará hacia el centro de la curva. Por este motivo, recibe el nombre de *fuerza centrípeta*, $\vec{F}_c$ (Fig. 6-20b). Siendo m la masa del cuerpo en movimiento, podemos escribir

$$F_c = ma_c \quad \text{o bien,} \quad F_c = m\frac{v^2}{R}$$

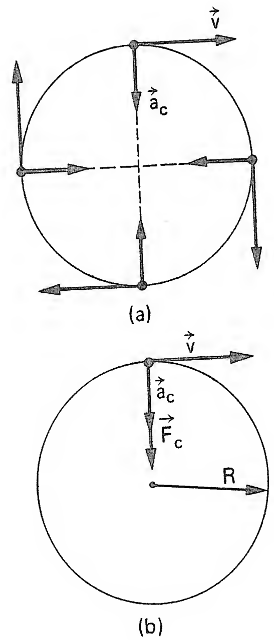


FIGURA 6-20 La fuerza centrípeta produce la aceleración centrípeta.

En resumen:

> para que un cuerpo describa un movimiento circular uniforme, debe actuar sobre él una fuerza centrípeta, $F_c = mv^2/R$, que hace que la velocidad del cuerpo cambie constantemente de dirección ($\vec{F}_c$ origina a $\vec{a}_c$).

❖ La fuerza centrípeta en algunos movimientos. Siempre que una fuerza actúa sobre un cuerpo, debe existir un agente responsable de la misma. Así, cuando un cuerpo describe una trayectoria curva hay un agente responsable de la fuerza centrípeta que se ejerce sobre el cuerpo. En los ejemplos siguientes trataremos de identificar la fuerza centrípeta, así como a su agente responsable, en algunos movimientos.

1. Imagine un cuerpo apoyado sobre una mesa horizontal lisa, que gira sujeto por una cuerda o cordón fijo en un clavo (Fig. 6-21a). Sobre el cuerpo actúan la tensión $\vec{T}$ (ejercida por la cuerda), la

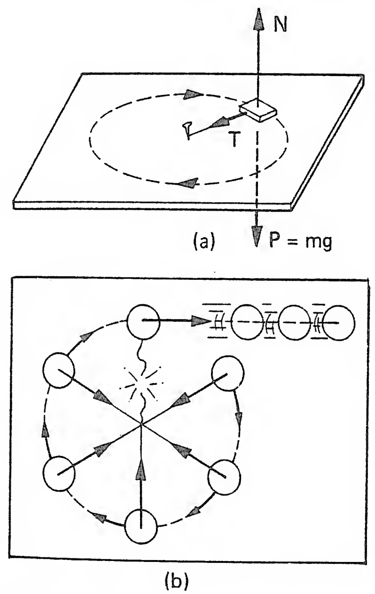


FIGURA 6-21 Para el movimiento circular que se muestra en la figura, la fuerza centrípeta está proporcionada por la tensión de la cuerda. Si se reventara, la fuerza centrípeta dejaría de existir, y el cuerpo pasaría, por inercia, a desplazarse en línea recta.

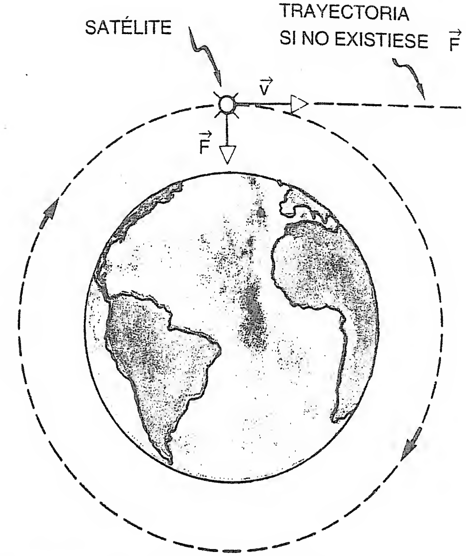


FIGURA 6-22 En el caso de un satélite artificial en órbita, la fuerza centrípeta la proporciona la atracción gravitacional de la Tierra sobre él.

reacción normal $\vec{N}$ (de la mesa) y el peso $m\vec{g}$. Como $m\vec{g}$ y $\vec{N}$ son verticales, la aceleración centrípeta sólo es producida por la tensión $\vec{T}$ del cordón. Por tanto, $\vec{T}$ es la fuerza centrípeta en este movimiento y su valor estará dado por $T = mv2/R$. La cuerda (que ejerce la tensión $\vec{T}$) es el agente responsable del cambio en la dirección de la velocidad del cuerpo. Si se reventara, la fuerza centrípeta dejaría de existir, y el cuerpo, por inercia, pasará a moverse en la dirección de la tangente a la curva en el punto donde se rompió el cordón (Fig. 6-21b).

2. Cuando un satélite artificial se encuentra en órbita alrededor de la Tierra, podemos considerar que la única fuerza que actúa sobre él es la fuerza $\vec{F}$, de atracción de la Tierra sobre el satélite (Fig. 6-22). Suponiendo que la órbita del satélite sea circular, la fuerza $\vec{F}$ se halla dirigida hacia el centro de la trayectoria, que es también el centro de la Tierra.

Si en un instante dado, la atracción terrestre sobre el satélite dejase de existir, éste, por inercia, pasaría a moverse en movimiento rectilíneo uniforme en la dirección de la tangente a la trayectoria en ese instante (Fig. 6-22). Por tanto, el efecto de la fuerza $\vec{F}$ es el de cambiar continuamente la dirección de la velocidad del satélite, obligándolo a describir su trayectoria circular alrededor de la Tierra. En otras palabras, la

fuerza $\vec{F}$ es la fuerza centrípeta del movimiento circular del satélite, y la Tierra es el agente responsable de la existencia de esta fuerza.

3. Consideremos un automóvil en una carretera plana y horizontal, cuando toma una de las curvas. Como la trayectoria es curvilínea, la velocidad $\vec{v}$ del auto cambia constantemente de dirección. Deberá, entonces, existir una fuerza centrípeta que actúe sobre el automóvil, y la cual sea responsable del cambio de dirección del vector $\vec{v}$. En este caso, la fuerza centrípeta es proporcionada por la fricción entre los neumáticos y la carretera.

Cuando el conductor gira el volante al entrar en la curva, aparece como reacción de la carretera sobre las ruedas una fuerza de fricción lateral, $\vec{f}$, dirigida hacia el centro de la curva (Fig. 6-23). Esta fuerza de fricción es la fuerza centrípeta en este movimiento, y así, su valor podrá ser calculado por $f = mv^2/R$.

Si en un momento determinado esta fuerza friccional dejara de existir (por ejemplo, si hubiera aceite derramado en la carretera), el auto no podría describir la curva y, por inercia, seguiría en línea recta, saliéndose del camino (Fig. 6-23).

4. La Figura 6-24 muestra a un motociclista en un "globo de la muerte", de radio R, moviéndose en el sentido que se indica. Despreciando las fuerzas de fricción, sobre la motocicleta actúan, en cada una de sus posiciones, el peso total $m\vec{g}$ (motocicleta + motociclista) y la reacción normal, $\vec{N}$, del globo. La fuerza $\vec{N}$ aparece como una reacción a la compresión que la motocicleta ejerce sobre el globo, debido a su tendencia a moverse en línea recta. En cada punto debe actuar sobre la máquina una fuerza centrípeta responsable de la variación en la dirección de su velocidad.

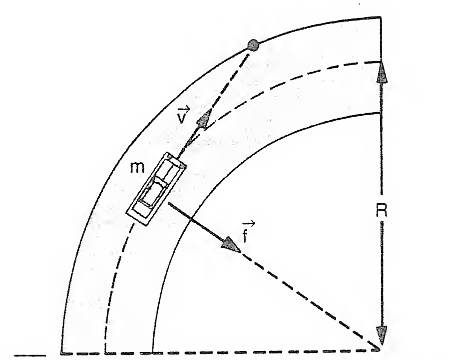


FIGURA 6-23 Para un auto que describe una curva, la fuerza centrípeta la proporciona la fricción entre los neumáticos y el suelo.

Tendremos, para los puntos A, B, C y D de la Figura 6-24, que

en A: $\vec{N}$ y $m\vec{g}$ están dirigidas ambas hacia el centro del globo. Luego, la fuerza centrípeta en este punto está dada por $N + mg$, o sea, $N + mg = mv^2_A/R$;

en B: sólo $\vec{N}$ está dirigida hacia el centro ($m\vec{g}$ es vertical). Por tanto, $\vec{N}$ es la fuerza centrípeta en este punto y así $N = mv^2_B/R$;

en C: la resultante dirigida hacia el centro es igual a $N - mg$, y la fuerza centrípeta está dada por esta resultante. Entonces, $N - mg = mv^2_C/R$;

en D: existe aquí una situación semejante a la del punto B, y la fuerza centrípeta sólo está representada por la fuerza $\vec{N}$. Así, en D tenemos que $N = mv^2_D/R$.

> En resumen: siempre que un cuerpo describe una trayectoria circular, la fuerza centrípeta está dada, en cada instante, por la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección del radio de la trayectoria.

EJEMPLO

Suponga ahora que un automóvil, de masa m = 900 kg, va a describir una curva cuyo radio es R = 30 m, en una carretera plana y horizontal.

a) Si la velocidad del auto es v = 10 m/s (36 km/h), ¿cuál es el valor de la fuerza centrípeta que deberá actuar sobre él para que consiga entrar en la curva?

El valor de la fuerza centrípeta deberá ser:

$$F_c = m\frac{v^2}{R} = 900 \times \frac{(10)^2}{30}$$

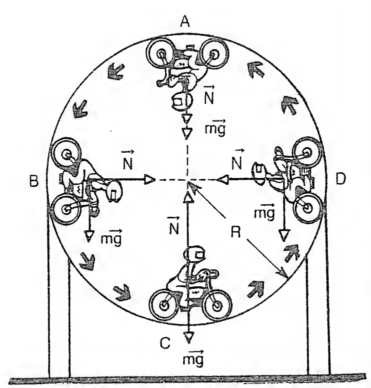


FIGURA 6-24 Fuerzas que actúan sobre un motociclista dentro del "globo de la muerte".

donde

$$F_c = 3.0 \times 10^3 \text{ N}$$

Obsérvese que como m, v y R están en unidades SI, el valor de F_c queda expresado en newtons.

b) Si el coeficiente de fricción entre los neumáticos y la carretera es μ = 0.50, ¿el auto logrará describir la curva?

Como sabemos, la fuerza centrípeta la proporcionará la fricción entre los neumáticos y la carretera. La fuerza de rozamiento máxima vale:

$$f = \mu N = \mu mg = 0.50 \times 900 \times 9.8$$

donde

$$f = 4.4 \times 10^3 \text{ N}$$

Como el automovil "necesita" de una fuerza centrípeta de solamente 3.0×10^3 N, concluimos que conseguirá describir la curva; o sea, la fricción podrá ejercer la fuerza de 3.0×10^3 N necesaria para que el auto no se salga de la carretera.

c) ¿Cuál es el valor máximo de la velocidad que el automóvil podría desarrollar en esta curva, sin derrapar?

La velocidad máxima sería la que "exigiese" una fuerza centrípeta igual al valor máximo de la fuerza de fricción. Entonces, siendo v_M esta velocidad máxima, podemos escribir:

$$m = \frac{v_M^2}{R} = f \quad \text{o bien,} \quad 900 \times \frac{v_M^2}{30} = 4.4 \times 10^3$$

donde v_M = 12.2 m/s (v_M = 44 km/h)

Un error conceptual bastante frecuente: "Fuerza centrífuga"

❖ Cuando tratamos de las fuerzas en movimiento circular, es común que encontremos referencias a una fuerza, denominada *fuerza centrífuga*. Por ejemplo: en la Figura 6-25, tenemos una pequeña esfera en movimiento circular uniforme, bajo la acción de una fuerza centrípeta $\vec{F}_c$, ejercida por el cordón. Algunas personas acostumbran suponer que también actúa en la esfera otra fuerza, $\vec{F}_{cf}$, dirigida radialmente para afuera de la trayectoria, denominada *fuerza centrífuga* (*véase* Fig. 6-25). Esta fuerza, según esas personas, estaría equilibrando la fuerza centrípeta $\vec{F}_c$. Evidentemente, esa fuerza centrífuga $\vec{F}_{cf}$ *no puede existir** porque, si así fuera, la resultante de las fuerzas que actúan en la esfera sería nula y no podría estar describiendo una trayectoria circular: su movimiento debería ser rectilíneo y uniforme, de acuerdo con la primera ley de Newton.

Probablemente, esa interpretación errónea se debe al hecho de pensar que una partícula en movimiento circular uniforme, como la de la Figura 6-25, estaría en equilibrio. En realidad, como ya lo señalamos, para un observador en la Tierra (referencial en la Tierra) esa partícula *no* está en equilibrio, porque tiene una aceleración centrípeta y, por tanto, debe haber una fuerza resultante, diferente de cero, actuando en ella.

* Estamos suponiendo los movimientos analizados siempre en relación con una referencia inercial.

❖ La idea de fuerza centrífuga se debe también a interpretaciones equivocadas de determinadas situaciones que las personas observan en su vida cotidiana. Una de esas interpretaciones erróneas se ilustra en la Figura 6-26: algunas personas creen que, si el cordón se rompiera, la partícula en movimiento circular pasará a moverse hacia afuera, en dirección del radio de la trayectoria, y ese movimiento hacia afuera se atribuye a la acción de la fuerza centrífuga. Sin embargo, en la Figura 6-21 ya analizamos lo que realmente ocurre en esa situación: cuando el cordón se rompe, la partícula, por inercia, empieza a moverse en dirección de su velocidad en ese momento, es decir, en la dirección tangente a la trayectoria, lo que comprueba que no hay ninguna fuerza que actúe en ella. Del mismo modo, en la Figura 6-23 se acostumbra creer, erróneamente, que hay una fuerza centrífuga que actúa en el auto que describe la

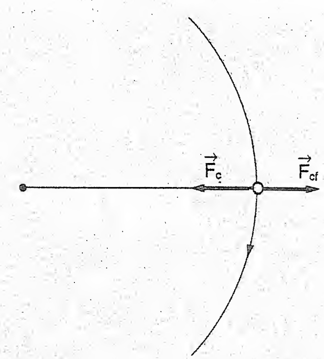


FIGURA 6-25 Si la esfera estuviese bajo la acción de las fuerzas centrípeta y "centrífuga", se encontraría en equilibrio y su trayectoria sería rectilínea.

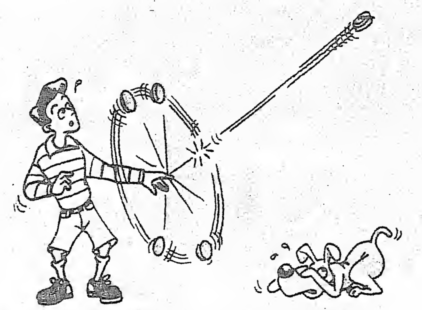


FIGURA 6-26 Algunas personas consideran de manera errónea que cuando la cuerda se rompe el objeto de desplaza radialmente hacia el exterior.

curva y que, si la fricción dejara de actuar, el auto sería lanzado radialmente hacia afuera, debido a esa fuerza. Como lo analizamos en el texto, no es eso lo que ocurre porque, a falta de fricción, el auto, por inercia, sale tangencialmente a la trayectoria que describía.

❖ Otra situación semejante que se interpreta inadecuadamente por medio de "fuerza centrífuga" es la siguiente: suponga que una persona esté de pie dentro de un autobús que, en determinado momento, por ejemplo, toma una curva hacia la izquierda. Los pies de la persona, debido a la fricción con el piso del autobús, se desplazan hacia la izquierda junto con el autobús. Sin embargo, la parte superior del cuerpo de la persona, por inercia (no estando en contacto directo con el autobús) tiende a continuar su movimiento en línea recta, en la dirección de la velocidad que el autobús llevaba antes de entrar en la curva. Debido a estos desplazamientos, una persona en la Tierra vería al pasajero inclinarse hacia la derecha dentro del autobús. Un análisis erróneo de esa situación lleva a algunas personas a atribuir a la inclinación del pasajero a la existencia de una fuerza centrífuga que lo habría lanzado radialmente hacia afuera de la curva. En realidad, visto por el observador en la Tierra, el cuerpo del pasajero *no* fue lanzado hacia afuera: la parte superior continúa desplazándose en línea recta, mientras que los pies siguen la curva junto con el autobús.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

29. Un cuerpo de masa m = 1.5 kg describe una trayectoria circular de radio R = 2.0 m, con movimiento uniforme de velocidad v = 4.0 m/s.

a) Para que el cuerpo describa este movimiento, ¿es necesario que una fuerza actúe sobre él? ¿Cómo se denomina esta fuerza?

b) Calcule la magnitud de la fuerza centrípeta, $\vec{F}_c$, que actúa en el cuerpo. ¿Hacia dónde apunta dicha fuerza?

c) Si la fuerza $\vec{F}_c$ dejase de actuar sobre el cuerpo, ¿qué tipo de movimiento adquiriría?

30. *a*) En la Figura 6-21a, ¿cuál de las fuerzas que se indican hace que la velocidad del cuerpo cambie constantemente de dirección?

b) Entonces, ¿cuál de ellas produce sobre el cuerpo la aceleración centrípeta $\vec{a}_c$?

c) Suponiendo que la masa del cuerpo sea m = 200 gramos, su velocidad v = 3.0 m/s, y que el radio de su trayectoria sea R = 50 cm, calcule el valor de la tensión $\vec{T}$ de la cuerda (ponga atención a las unidades).

31. Suponga que para describir la curva mostrada en la Figura 6-23 fuera necesario hacer actuar sobre el auto una fuerza centrípeta (proporcionada por la fricción) de 400 kgf. Determine el valor de la fuerza centrípeta que debería actuar sobre el auto para que pudiera tomar la curva si:

a) La masa del auto fuera dos veces mayor.

b) Su velocidad fuera dos veces mayor.

c) El radio de la curva fuera dos veces mayor.

32. Considere el "globo de la muerte" que se ilustra en la Figura 6-24. Sea R = 2.0 m su radio, m = 150 kg la masa del conjunto de motocicleta y motociclista, y v = 6.0 m/s la velocidad de la máquina al pasar por el punto A (tome g = 10 m/s^2). En este punto:

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza centrípeta que actúa sobre el conjunto de máquina y conductor?

b) ¿Cuál es el valor de la reacción normal del globo sobre el conjunto?

33. Suponga que el movimiento de la motocicleta del ejercicio anterior es circular uniforme. Al pasar por el punto B:

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza centrípeta que actúa en el conjunto?

b) ¿Cuál es el valor de la reacción normal ejercida por el globo?

6.7 Un tema especial (para aprender más)

Limitaciones de la Mecánica Newtoniana

❖ **La validez de la mecánica de Newton y la velocidad de los cuerpos.** Las aplicaciones de la *Mecánica Newtoniana*, que fueron coronadas por el éxito en el estudio de un gran número de fenómenos, hicieron que las leyes básicas propuestas por Newton prevalecieran durante casi 200 años.

Pero a finales del siglo pasado, los científicos comenzaron a encontrar algunos casos que no se podían describir adecuadamente por medio de las leyes de Newton. Es decir, la Mecánica Clásica (como se denomina actualmente a la Mecánica de Newton) al ser empleada para explicar el comportamiento de ciertos cuerpos en movimiento, proporcionaba resultados que no concordaban con las observaciones experimentales. Se comprobó que esto sucedía siempre que los cuerpos se movían a velocidades muy grandes. Para ser más exactos, las fallas de la Mecánica Clásica empezaban a percibirse cuando estas velocidades alcanzaban casi 10% de la velocidad de la luz, volviéndose más evidentes conforme aumentaban las velocidades.

La velocidad de la luz suele representarse por c y su valor es muy elevado ($c = 3 \times 10^8$ m/s = 300 000 km/s). Entonces, como los cuerpos que vemos diariamente (una piedra, un automóvil, un avión, etc.) siempre se desplazan con velocidades muy inferiores a 10% de c, las leyes de Newton se pueden utilizar, sin ningún problema, para describir los movimientos de dichos cuerpos. Las leyes newtonianas también pueden emplearse muy exitosamente en el cálculo de las órbitas y del lanzamiento de los veloces y modernos cohetes y satélites.

Sin embargo, se observa que las partículas atómicas (electrones, protones, etc.) pueden lograr velocidades muy elevadas, llegando a alcanzar hasta 99% de la velocidad de la luz. En estos casos, la Mecánica Clásica resulta totalmente inadecuada para describir el comportamiento de una partícula.

❖ **La teoría de la relatividad de Einstein.** Para atacar estos problemas surgió la necesidad de formular una nueva teoría que sustituyese a la Mecánica de Newton, y que se pudiera utilizar para describir los movimientos con cualquier velocidad. La solución la dio Einstein, en 1905, cuando presentó su célebre *Teoría de la Relatividad*. En esta nueva teoría, Einstein estableció ecuaciones para sustituir a las newtonianas, que al aplicarse al movimiento de las partículas muy rápidas, proporcionaban resultados en perfecta concordancia con las observaciones experimentales.

Es interesante advertir que tales ecuaciones de Einstein coinciden con las ecuaciones de la Mecánica Clásica en los casos en que la velocidad de la partícula es mucho menor que c. En otras palabras, la Mecánica Clásica o newtoniana se convirtió en un caso particular de la Mecánica Relativista o einsteniana.

En seguida presentamos algunas ideas que Einstein propuso en su Teoría de la Relatividad, y otras aparecerán oportunamente a lo largo de nuestro curso.

❖ **La velocidad de la luz no depende del sistema de referencia.** Una de las proposiciones fundamentales de la Teoría de la Relatividad se refiere al hecho de que la velocidad de la luz tiene el mismo valor en cualquier sistema de referencia. Para comprender el significado de esta

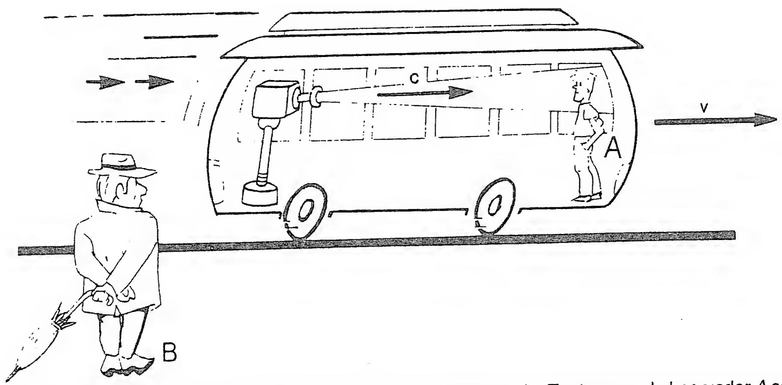


FIGURA 6-27 La velocidad de la luz no depende del sistema de referencia. Tanto para el observador *A* como para el observador *B*, tiene el mismo valor.

afirmación, consideremos un observador *A* dentro de un vehículo que se mueve con una velocidad v respecto a la Tierra, y un observador externo *B* de pie en el suelo como indica la Figura 6-27. Una lámpara, dentro del vehículo emite un haz de luz que se propaga con velocidad c en relación con el observador *A*.

De acuerdo con la Mecánica Clásica, si el observador *B* midiera la velocidad de este haz de luz, encontraría un resultado igual a $c + v$ (como vimos en el Capítulo 4, cuando estudiamos la composición de movimientos). Pero de acuerdo con el postulado de Einstein, la velocidad del haz de luz, medida por *B*, también será igual a c, es decir, la velocidad de la luz no varía cuando cambia el sistema de referencia. Aunque este resultado pueda parecer extraño, ha sido plenamente confirmado en varias comprobaciones experimentales.

❖ **La masa de un cuerpo varía con su velocidad.** Al estudiar la segunda ley de Newton, vimos que la masa de un cuerpo es una constante característica de dicho cuerpo. Por el contrario, una de las ecuaciones de la Teoría de la Relatividad asegura que la masa m de una partícula que se desplaza con velocidad v está dada por

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

donde m_0 es la masa estática (o de reposo) de la partícula, es decir, su masa cuando $v = 0$.

Al analizar esta ecuación se ve que la masa de la partícula es variable, siendo tanto mayor cuanto más alta sea su velocidad v. Ello significa que de acuerdo con las ideas de Einstein, la inercia de una partícula, o sea, la "dificultad" que presenta a ser acelerada, es tanto mayor cuanto más rápidamente se esté moviendo.

Observe, sin embargo, en la relación

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

que si v fuera mucho menor que c, tendríamos v^2/c^2 prácticamente igual a cero, y las variaciones en la masa serían imperceptibles. En estas condiciones,

$$m = m_0 = \text{constante}$$

y, entonces, como ya habíamos afirmado, cuando v es pequeña en relación con c, las leyes de la Mecánica Relativista coinciden con las de la Mecánica Clásica.

❖ **Existe un límite para la velocidad que un cuerpo puede alcanzar.** En la Mecánica de Newton no hay límites para el valor de la velocidad que puede adquirir un cuerpo: como una fuerza al actuar sobre un objeto produce en él una aceleración, su velocidad podría aumentar indefinidamente mientras durase la acción de la fuerza.

Por la Teoría de la Relatividad, como hemos visto, la masa de una partícula aumenta con su velocidad. Entonces, si la velocidad de dicha partícula alcanzara la velocidad de la luz ($v = c$), la ecuación $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ indica que la masa de esta partícula se volvería infinitamente grande, lo cual resultaría absurdo. Esto nos lleva a concluir que ningún cuerpo se podrá mover con una velocidad igual (o mayor) que la velocidad de la luz. Así pues, la velocidad de la luz constituye un límite superior para la velocidad de los cuerpos materiales.

Este hecho se confirma experimentalmente en los grandes laboratorios del mundo, donde las partículas atómicas son aceleradas hasta alcanzar velocidades muy próximas de la velocidad de la luz, sin que se logre alcanzarla, por más poderosos que sean los dispositivos empleados (Fig. 6-28).

FIGURA 6-28 Esta edificación en la Universidad de Stanford (EUA) alberga un acelerador lineal de partículas, de casi 4 km de longitud, capaz de acelerar electrones hasta hacerlos alcanzar 99.9% de la velocidad de la luz.

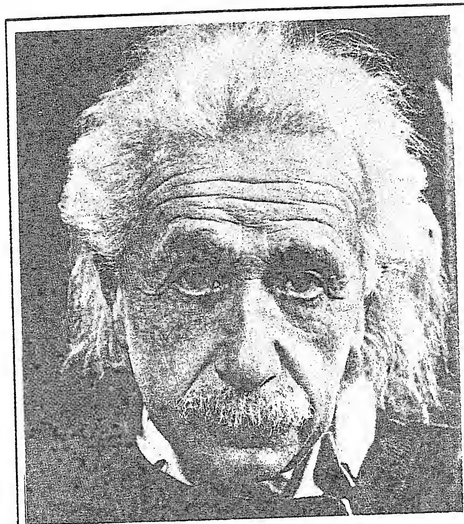
Albert Einstein

El gran físico Albert Einstein, considerado como uno de los personajes más importantes del siglo xx, nació en 1879, en la ciudad de Ulm, Alemania. Realizó sus primeros estudios en Alemania y posteriormente en Suiza.

Después de graduarse en la Escuela Politécnica de Zurich, Einstein comenzó a trabajar en una oficina pública de registro de patentes, en Berna. En este empleo recibía un salario suficiente para mantenerse y, además, disponía de tiempo libre para estudiar y meditar acerca de los diversos problemas de la Física, lo cual era, sin duda, lo más importante para él.

En 1905, a los 26 años de edad, Einstein dio a conocer tres artículos de gran importancia y enorme repercusión. En uno de ellos presentó el estudio teórico del efecto fotoeléctrico, interpretándolo con base en la Teoría Cuántica. En otro, trataba cuestiones relativas al movimiento y tamaño de las moléculas, elaborando un análisis matemático del "movimiento browniano". El tercero, sin duda el que

Albert Einstein (1879-1955).



Einstein en los últimos años de su vida. La gran tristeza que se revela en su rostro se atribuye al pesar que sentía al saber que los descubrimientos científicos se empleaban en armas de guerra que acabarían con millares de vidas humanas.

desempeñó el papel más importante en el desarrollo de la Física, presentaba las ideas básicas de la *Teoría de la Relatividad*, revolucionando los conceptos clásicos de espacio y tiempo.

Después de 10 años de arduo trabajo, Einstein consiguió ampliar las ideas contenidas en su Teoría de la Relatividad presentada en 1905. Publicó entonces, en 1915, el resultado de sus nuevos estudios, dando a conocer una nueva teoría, denominada: *Teoría de la Relatividad Generalizada*. Por sus valiosas contribuciones en varios campos de la Física, Einstein recibió el Premio Nobel en 1921.

En 1933, Adolfo Hitler asumió el poder de Alemania. Como Einstein era de origen judío, se vio obligado, para escapar de las persecuciones del gobierno nazi, a abandonar su país. Al refugiarse en Estados Unidos de América el gran físico fue recibido en la Universidad de Princeton, convirtiéndose en uno de los miembros más destacados del Instituto de Estudios Avanzados de dicha universidad. En Princeton, donde pasó el resto de su vida, se dedicó principalmente al intento de elaborar una nueva teoría, denominada *Teoría del Campo Unificado*, en la cual trataría de relacionar la gravitación y el electromagnetismo. Pero no pudo terminar con éxito este trabajo, y murió sin haber logrado alcanzar su objetivo. Pero la idea del "campo unificado" todavía perdura, y varios físicos importantes siguen investigando en torno de la idea propuesta por Einstein.

En el inicio de la Segunda Guerra Mundial, Einstein escribió una carta al presidente de Estados Unidos de América, Franklin D. Roosevelt, alertándolo acerca de la amenaza de una nueva arma, la "bomba atómica", que los alemanes estaban perfeccionando. Esta carta hizo que el gobierno estadunidense estructurase un intenso plan de trabajo, con lo cual lograron fabricar la bomba atómica antes que el gobierno nazi. El uso de las armas nucleares contra poblaciones civiles en Japón, abatió profundamente el espíritu bondadoso y humanitario del eminente científico. Después de la guerra, Einstein dedicó gran parte de su tiempo a trabajar en pro de la paz mundial, tratando de crear un acuerdo internacional para prohibir las bombas atómicas.

En 1955, el 18 de abril, los periódicos de todo el mundo anunciaban la muerte de Albert Einstein, reconocido en su propio tiempo como una de las mayores inteligencias creativas en la historia de la humanidad.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, conteste las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

34. Los cohetes más rápidos que se lanzan actualmente, utilizados para colocar satélites en órbita, alcanzan velocidades cercanas a los 9 km/s.
a) ¿Qué porcentaje de la velocidad de la luz representa ese valor?
b) ¿Cree usted que las leyes de Newton pueden aplicarse, con éxito, en el estudio del movimiento de esos cohetes?

35. Un electrón avanza, en un acelerador de partículas atómicas, a una velocidad de 2.7×10^5 km/s.
a) ¿Cuál es el porcentaje de la velocidad de la luz que ese valor representa?
b) ¿Cree usted que las leyes de Newton pueden aplicarse, con éxito, en el estudio del movimiento de ese electrón?

36. *a)* ¿Qué teoría debe aplicarse para estudiar el movimiento del electrón de la pregunta anterior? ¿Quién la se propuso y en qué año?
b) ¿En qué condiciones las ecuaciones de la Teoría de la Relatividad coinciden con las ecuaciones de la Mecánica Clásica?

37. Imagine que el vagón de la Figura 6-27 estuviera desplazándose a una velocidad de 50% de la velocidad de la luz ($v = 0.5\ c$). Cuál sería, para el observador en la Tierra, la velocidad V del haz luminoso:
a) ¿De acuerdo con la Mecánica Clásica?
b) ¿De acuerdo con la Mecánica Relativista?

38. Suponga que una partícula esté siendo acelerada, desplazándose con una velocidad v cada vez mayor. Considere la ecuación relativista que da la masa m de la partícula, en función de su velocidad v, conteste:
a) ¿El valor de $1 - (v^2/c^2)$ para dicha partícula, ¿aumentará o disminuirá?
b) Considere la respuesta de la pregunta (a), ¿puede usted llegar a la conclusión, por la ecuación mencionada, de que el valor m aumentará o disminuirá?

39. Considere el electrón mencionado en el Ejercicio 35, cuya velocidad es $v = 0.9\ c$ y determine cuántas veces su masa es mayor que su masa de reposo m_0.

40. Considere, ahora, el cohete del Ejercicio 34, para el cual tenemos $v = 3 \times 10^{-5}\ c$.
a) ¿Cuál es el valor de v^2/c^2 para ese cohete?
b) ¿Es razonable despreciar v^2/c^2 en relación con el número 1, al calcular el término $(1 - v^2/c^2)$?
c) Teniendo en cuenta su respuesta a la pregunta anterior, ¿cuál es la relación entre la masa m del cohete en movimiento y su masa en reposo m_0?

41. En la Figura 6-28 se muestra un acelerador lineal que mide casi 4 km de longitud, capaz de acelerar un electrón hasta una velocidad de $v = 0.999\ c$. Una persona se enteró de que recientemente, en Europa, se construyó un acelerador con casi 7 veces mayor longitud (!) que el de la Figura 6-28. Con base en esa información, llegó a la conclusión de que en ese acelerador un electrón podría alcanzar una velocidad

$$v = 7 \times 0.999\ c = 6.993\ c$$

¿Está usted de acuerdo con esa conclusión? ¿Por qué?

42. *a)* Es frecuente escuchar entre los estudiantes comentarios como el siguiente:
"La Mecánica Clásica fue totalmente sustituida por la Teoría de la Relatividad, porque la superó. Por tanto, no veo la razón para estudiarla, ya que se volvió inútil".
Comente esta opinión.
b) ¿Considera usted posible que, en el futuro, se observen fenómenos físicos que no puedan explicarse adecuadamente mediante la Teoría de la Relatividad? ¿Cree usted que los conceptos y las leyes propuestas por esta teoría deban aceptarse como verdades absolutas e inmutables? Comente estas ideas.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Si la resultante de las fuerzas que actúan en un cuerpo fuera distinta de cero, ¿puede este cuerpo estar en movimiento rectilíneo uniforme? Explique.
b) Siendo $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas que actúan en un cuerpo dado y $\vec{a}$ la aceleración que adquiere, ¿cómo es el diagrama $R \times a$?
c) ¿Qué magnitud obtenemos al calcular la pendiente de la gráfica $R \times a$?

2. Explique lo que entiende por la afirmación de que: *la masa de un cuerpo es una medida de su inercia.*

3. *a)* Enuncie y exprese matemáticamente la segunda ley de Newton.
b) Un cuerpo, de masa m, está sujeto a una fuerza resultante $\vec{R}$ (conocida en magnitud, dirección y sentido). Explique cómo determinaría usted la magnitud, la dirección y el sentido de la aceleración $\vec{a}$ que $\vec{R}$ produce en el cuerpo.

4. *a)* ¿Cuáles son las unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades (SI)?
b) Dé ejemplos de algunas unidades derivadas del SI.
c) ¿Cómo se denomina y cómo se define la unidad de fuerza del SI?
d) Para trabajar con la ecuación $R = ma$ en el SI, ¿en qué unidades debemos expresar R, m y a?

5. *a)* ¿Qué sucede al valor de la masa de un cuerpo cuando éste es transportado de un lugar a otro (por ejemplo, de la Tierra a la Luna)? ¿Y qué ocurre con su inercia?
b) Si la única fuerza que actúa en el cuerpo fuera su peso, ¿qué aceleración adquiriría?
c) ¿Cuál es la relación entre el peso $\vec{P}$ de un cuerpo, su masa m y la aceleración de la gravedad $\vec{g}$?

6. Considere la ecuación $\vec{P} = m\vec{g}$:
a) Si m se expresa en kg y g en m/s^2, ¿en qué unidad se obtiene el valor de $\vec{P}$?
b) De las magnitudes que figuran en esta relación, ¿cuáles son vectoriales? ¿Cuál es escalar?
c) En el caso de un cuerpo dado, ¿qué magnitudes, de las que figuran en esta relación, pueden cambiar? ¿Cuál permanece siempre constante?

7. En este capítulo usted aprendió dos medios por los cuales podemos obtener la masa de un cuerpo. Describa ambos procedimientos.

8. Un pequeño objeto (por ejemplo, una gota de lluvia) cae desde una gran altura bajo la acción de su peso y sujeto a la fuerza resistente del aire. Describa el movimiento del objeto hasta llegar al suelo.

9. Un cuerpo está sujeto a la acción de una fuerza única, $\vec{F}$, haciéndolo que describa un movimiento circular uniforme.
a) Si $\vec{F}$ dejara de actuar, ¿el cuerpo seguiría en movimiento circular? Explique.
b) ¿Cómo se denomina esta fuerza $\vec{F}$?
c) ¿Cuál es, en cada instante, el ángulo entre $\vec{F}$ y la velocidad, $\vec{v}$, del cuerpo?

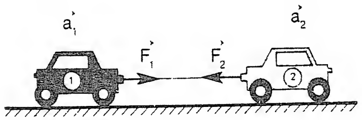
10. En el caso del cuerpo de la cuestión anterior, responda:
a) La fuerza $\vec{F}$, ¿ocasiona variaciones en la dirección de $\vec{v}$? ¿Y en la magnitud de $\vec{v}$?
b) ¿Cual es la expresión matemática de la aceleración centrípeta que $\vec{F}$ produce en el cuerpo?
c) ¿Qué expresión matemática nos permite calcular el valor de $\vec{F}$?

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Tome dos pequeños autos de juguete de igual masa (casi 0.50 kg cada uno) y únalos con una liga. Estirando la banda elástica, separe ambos carritos apoyándolos sobre una superficie plana y lisa hasta que la distancia entre ellos sea de aproximadamente 1 m (*véase* Figura de este experimento).

Suelte los dos autos simultáneamente. Observe que se desplazarán por la acción de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ ejercidas por la liga, adquiriendo las aceleraciones $\vec{a}_1$, y $\vec{a}_2$ que se indican en la Figura. Señale la posición



Primer Experimento

donde chocan los carritos. Para definir mejor esta posición repita el experimento varias veces. Responda las preguntas siguientes:

a) ¿Las distancias que recorren los autos son más o menos iguales?
b) Entonces, ¿las aceleraciones $\vec{a}_1$ y $\vec{a}_2$ que los carritos adquieren deben tener valores iguales o diferentes?
c) Recuerde que las masas de los juguetes son iguales. Luego entonces, por la segunda ley de Newton, los valores de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que la liga ejerce sobre los carros, ¿son iguales? ¿Confirma este resultado la tercera ley de Newton?

2. Sobre uno de los carritos coloque cierta cantidad de arena (u otro peso cualquiera), de modo que su masa m_1 se vuelva dos veces mayor que m_2. Imagine que usted fuese a realizar ahora el experimento con los pequeños autos:

a) Los valores de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que la liga va a ejercer sobre los carritos, ¿seguirán siendo iguales entre sí?
b) Recordando la segunda ley de Newton ¿cuántas veces sería mayor el valor de $\vec{a}_2$ que el de $\vec{a}_1$?
c) Sean d_1 y d_2 las distancias recorridas por los carritos hasta chocar. En estas condiciones, ¿cuántas veces d_2 será mayor que d_1?
d) Teniendo en cuenta la respuesta a la pregunta anterior, señale en la superficie donde se desplazan los autos, la posición donde deben chocar. Realice el experimento (repítalo varias veces) y compruebe si el resultado experimental confirma su pronóstico.

SEGUNDO EXPERIMENTO

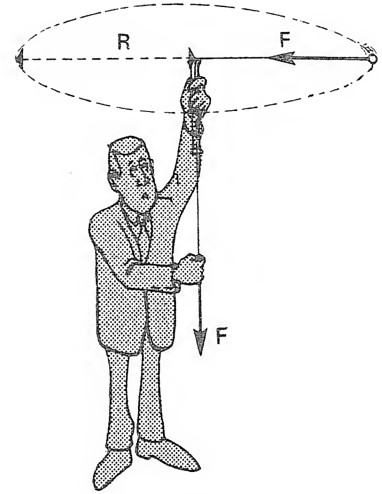
1. Vimos que para que un cuerpo describa un movimiento circular es necesario que sobre él actúe una fuerza centrípeta, cuyo valor está dado por $F_c = mv^2/R$. Observe, entonces, que si el radio R de la trayectoria que el cuerpo describe fuera constante, el valor de la fuerza centrípeta será tanto mayor cuanto más grande sea la masa m del cuerpo y cuanto mayor sea su velocidad v. Al realizar el experimento siguiente podrá comprobar que estas afirmaciones son verdaderas.

2. Tome un tubo de vidrio, de metal o de plástico, con los bordes perfectamente lisos. Pase a través de él un cordón (de preferencia un hilo de nailon), atando en uno de sus extremos un objeto de masa m (por ejemplo, una pelota de goma).

Asiendo el tubo con una de sus manos y con la otra el extremo libre del cordón, ponga el objeto en rotación en un plano horizontal, como muestra la figura de este experimento. Compruebe que para que el objeto describa un círculo de radio R, usted debe ejercer una fuerza F en el extremo libre del cordón. Esta fuerza se transmitirá al objeto, proporcionándole la fuerza centrípeta que lo hará describir la trayectoria circular.

3. Manteniendo constante el radio de la trayectoria, haga que el objeto gire con mayor velocidad. ¿Observa usted que para mantener el objeto en la misma trayectoria y girando más rápidamente, tiene que ejercer una mayor fuerza en el extremo del cordón? En otras palabras, ¿observa usted que la fuerza centrípeta tiene que ser incrementada cuando aumenta la velocidad del objeto? Trate de hacer estas mismas observaciones colocando en rotación el objeto con otras velocidades.

4. Ahora trate de observar que el valor de la fuerza centrípeta depende de la masa del objeto en rotación. Para ello, repita dos veces el experimento, empleando



Segundo Experimento

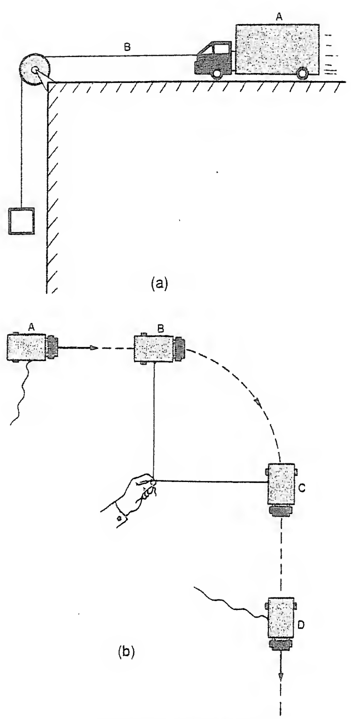
objetos de diferente masa, pero procurando mantener, en ambas, el mismo radio y la misma velocidad de rotación. A fin de obtener en forma aproximada la misma velocidad en ambos experimentos, bastará que procure mantener el mismo ritmo al impulsar el tubo.

Es aconsejable que la masa utilizada en un experimento sea dos o tres veces mayor que en el otro (pueden utilizarse dos o tres pelotas de goma). En cada experimento procure "sentir" el valor de la fuerza que debe ejercer en el extremo libre del cordón para proporcionar la fuerza centrípeta. ¿Logró advertir que tuvo que aumentar la fuerza centrípeta cuando fue mayor la masa del objeto?

TERCER EXPERIMENTO

Trate de conseguir un coche de juguete, accionado por pilas y, póngalo a funcionar sobre la superficie de una mesa; observe que avanza con una velocidad prácticamente constante. En este experimento, usted observará la acción de una fuerza sobre el movimiento del cochecito, que altera su velocidad de tres maneras diferentes.

1. Haga un montaje semejante al mostrado en la figura (a) de este experimento. (Si usted no tiene una polea, use un dispositivo cilíndrico cualquiera, sobre el cual el cordón pase con poca fricción.) Ponga en movimiento el cochecito en la misma recta del cordón y en el sentido de A hacia B. Observe la velocidad del cochecito y, en seguida, amarre a él el extremo



Tercer Experimento

velocidad del cochecito y, en seguida, amarre a él el extremo del cordón, para que sufra la acción del peso colgado. Procure observar que el cochecito se acelera (la magnitud de su velocidad aumenta) bajo la acción de la fuerza constante ejercida por el cordón. (Trate de ajustar el valor del peso suspendido de manera que la aceleración no sea muy grande, facilitando su percepción.)

2. Ahora, ponga en marcha el cochecito en el sentido *B* para *A*. Repita el experimento y trate de observar que la fuerza que actúa en sentido contrario al movimiento, provoca un retraso del cochecito (disminución de su velocidad).

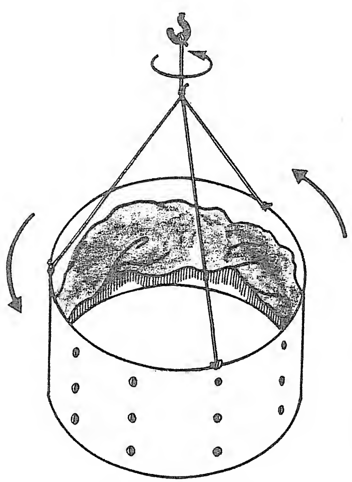
3. Amarre un cordón a un lado del cochecito y póngalo en marcha a partir de la posición *A* sobre la mesa (*véase* Figura (b) de este experimento). Al pasar por una posición *B* cualquiera, sujete el cordón, manteniéndolo estirado y procurando hacer que permanezca siempre perpendicular al cochecito. Observe que empieza a describir una trayectoria circular, bajo la acción de la fuerza centrípeta que usted ejerce mediante el cordón. Después de cierto tiempo, suelte el cordón [por ejemplo, en la posición *C* de la Figura (b)]. Observe que, como la fuerza centrípeta deja de actuar, el cochecito empieza a desplazarse en línea recta. Trate de repetir el experimento con cordones de diversa longitud, es decir, varía el radio de la trayectoria y también soltando y halando el cordón en diferentes posiciones.

CUARTO EXPERIMENTO

Tome un recipiente cilíndrico vacío cualquiera (lata de margarina, vaso de plástico, lata de dulce, etc.) y haga varias perforaciones en la superficie lateral. Coloque en el interior del recipiente un trapo bastante mojado y cuélguelo mediante tres cordones, como se indica en la figura de este experimento. Gire el recipiente de manera que haya torsión acentuada en los cordones y, en seguida, suelte el conjunto a partir de reposo.

Observe las trayectorias de las gotas de agua que salen del recipiente a través de los orificios mientras que éste gira en rotación (una vista desde arriba le dará una mejor percepción de esas trayectorias). ¿Observa usted que las gotas salen tangencialmente a la superficie del recipiente? ¿Por qué ocurre esto? (Recuerdése que ya se trató en la Sección 6.6).

Observación: Una lavadora cuando opera en fase de secado de las prendas, funciona de manera semejante al dispositivo que se va a montar. Procure observar los orificios que existen en el cilindro de una máquina de este tipo.


Cuarto Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. En la tabla siguiente presentamos las aceleraciones adquiridas por tres cuerpos *A*, *B* y *C*, cuando las fuerzas indicadas actúan sobre ellos.

	F (N)	a (m/s^2)
cuerpo A	20	1.0
cuerpo B	10	2.0
cuerpo C	4.0	0.80

Basándonos en esta tabla, concluimos que entre las masas de estos cuerpos existe la siguiente relación:

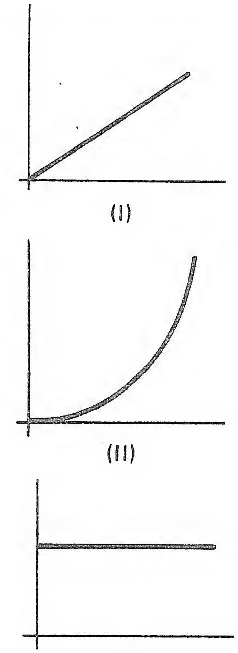
a) $m_A > m_B > m_C$
b) $m_B < m_A < m_C$
c) $m_C < m_A < m_B$
d) $m_A = m_B = m_C$
e) $m_A > m_B = m_C$

2. Un disco de hielo seco, al ser deslizado sobre una superficie horizontal por una fuerza de tracción $\vec{F}$, también horizontal, adquiere una aceleración $\vec{a}$.
La tabla siguiente indica diversos valores de $\vec{F}$ y $\vec{a}$ que se obtuvieron en un experimento.

F (N)	0.20	0.40	0.60	0.80	1.0
a (m/s^2)	0.40	0.80	1.20	1.60	2.0

a) Con los datos de esta tabla trace el diagrama $F \times a$.
b) Calcule la pendiente de la gráfica.
c) Con la respuesta a la pregunta (b), diga cuál es el valor de la masa del disco.

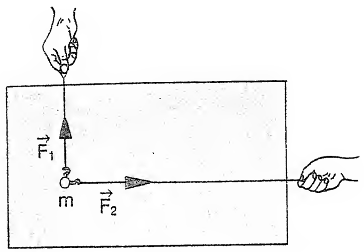
3. Un conductor "arranca" su automóvil (a partir del reposo), de modo que la resultante de las fuerzas que actúan en el auto permanece constante durante cierto intervalo de tiempo. Indique cuál de las gráficas que se muestran en la figura de este problema, es la que puede representar, en este intervalo de tiempo:
a) La aceleración del auto, en función del tiempo.
b) La velocidad del automóvil, en función del tiempo.
c) La distancia recorrida por el mismo, en función del tiempo.



Problema 3

4. La Tierra atrae a la Luna con una fuerza $\vec{F}_1$ que produce en el satélite una aceleración $\vec{a}_1$. A su vez, la Luna atrae a la Tierra con una fuerza $\vec{F}_2$, que produce en nuestro planeta una aceleración $\vec{a}_2$.
a) El valor de $\vec{F}_1$, ¿es mayor, menor o igual que el de $\vec{F}_2$? Explique.
b) El valor de $\vec{a}_1$, ¿es mayor, menor o igual que el de $\vec{a}_2$? Explique.

5. Una pequeña esfera de masa m = 200 gramos es arrastrada sobre una mesa lisa por las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ mostradas en la figura de este ejercicio. Siendo F_1 = 3.0 N y F_2 = 4.0 N:
a) Calcule el valor de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la esfera.
b) Determine la magnitud de la aceleración que adquiere el objeto.
c) Muestre, en la figura, la dirección y el sentido de la aceleración de la esfera.



Problema 5

6. Un bloque, cuya masa es m = 5.0 kg, se desplaza en línea recta, sobre una superficie horizontal, impulsado por una fuerza F = 20 N, también horizontal. Sobre el bloque actúa también una fuerza de fricción cinética f_c = 5.0 N.

a) ¿Cuál es el valor de la resultante, $\vec{R}$, de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo?

b) ¿Cuál es el valor de la aceleración del bloque?

c) Si en el instante t = 0 la velocidad del objeto era v_0 = 1.5 m/s, ¿cuál será su velocidad en el instante t = 2.0 s?

7. Un cohete V-2 tiene una masa de 1.5×10^4 kg. Al inicio de su despegue adquiere una aceleración vertical hacia arriba, de 12 m/s^2. En este momento:

a) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas que actúan en el cohete?

b) ¿Cuál es el valor de su peso? (Considere g = 10 m/s^2.)

c) ¿Cuánto vale la fuerza que los gases expulsados comunican al cohete?

8. La figura de este problema muestra a una persona, de peso $\vec{P}$, en el interior de un ascensor que avanza con una aceleración $\vec{a}$ dirigida hacia arriba. La fuerza $\vec{F}_1$ es aquella con la que la persona comprime el piso del ascensor, y $\vec{F}_2$ es la fuerza del piso del mismo sobre la persona. De las afirmaciones siguientes señale las que sean correctas.

a) El valor de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la persona es $F_2 - P - F_1$.

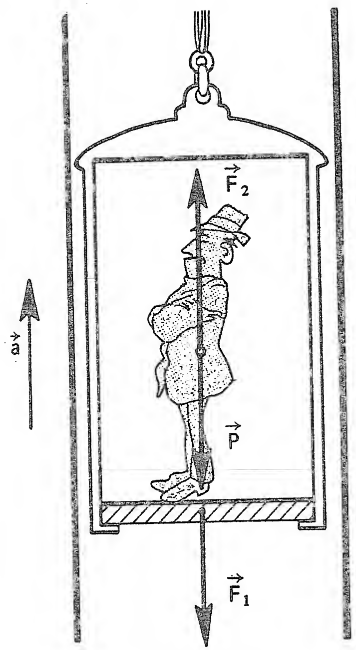
b) $F_2 > P$ porque la persona posee una aceleración hacia arriba.

c) $F_1 = F_2$ porque constituye un grupo de acción y reacción.

d) $F_1 = P$, o sea, la compresión de la persona sobre el piso, es igual a su peso.

e) $F_2 = P$, porque constituyen un grupo de acción y reacción.

9. Un bloque de masa m = 0.50 kg se desplaza sin fricción sobre una mesa, por la acción de una



Problema 8

fuerza horizontal F = 2.0 N. Imagine que este experimento se realizara en la Luna, con el mismo bloque impulsado por la misma fuerza y sobre la misma mesa. Considere, en la Tierra, g = 10 m/s^2, y en la Luna, g = 1.6 m/s^2. Entre las afirmaciones siguientes señale las que son correctas.

a) En la Tierra, el bloque, al ser deslizado sobre la mesa, adquiere una aceleración a = 4.0 m/s^2.

b) La masa del bloque, en la Luna, es igual a 0.50 kg.

c) En la Luna, el bloque, al ser impulsado sobre la mesa, adquiere una aceleración a = 4.0 m/s^2.

d) El peso del bloque, en la Tierra, es de 5.0 N.

e) El peso del bloque, en la Luna, es de 0.80 N.

10. Considere el mismo enunciado del problema anterior, pero suponga ahora que entre el bloque y la mesa existe una fuerza de fricción cinética cuyo valor, aquí en la Tierra, es f_c = 1.0 N. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?

a) En la Tierra, el bloque, al ser impulsado sobre la mesa, adquiere una aceleración a = 2.0 m/s^2.

b) El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa tienen el mismo valor en la Tierra y en la Luna.

c) En la Luna, el valor de la reacción normal de la mesa sobre el bloque es menor que en la Tierra.

d) En la Luna, el valor de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre el bloque es menor que 1.0 N.

e) En la Luna, el bloque, al ser impulsado sobre la mesa, adquiere una aceleración mayor que 2.0 m/s^2.

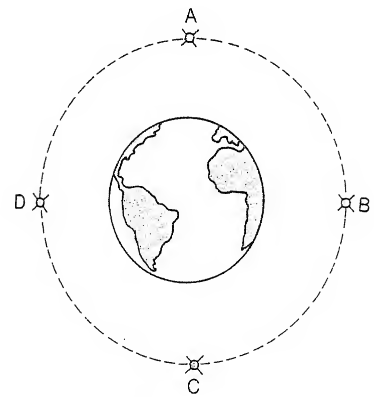
11. Una gota de lluvia cae de una nube situada a 2.0 km de altura.

a) Calcule la velocidad con la que la gota llegará al suelo si desciende en caída libre (considere g = 10 m/s^2).

b) Un observador comprobó que la velocidad de esta gota al llegar al suelo, era de solamente 5.0 m/s. Explique la causa de la enorme diferencia entre este valor y el que calculó en (a).

12. Un estudiante afirmó que en un satélite en órbita (como el de la Figura 6-22) actúan dos fuerzas: la de atracción de la Tierra sobre el satélite y la centrípeta que lo mantiene en órbita. Critique la afirmación de ese estudiante.

13. La figura de este problema representa un satélite que gira con movimiento uniforme, en una órbita circular alrededor de la Tierra, y en el sentido *ABCD*. En cada una de las opciones siguientes se muestra un vector y se indica la cantidad que representa. Una de las opciones está *equivocada*. ¿Cuál es?



Problema 13

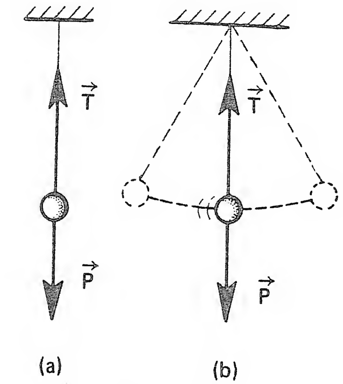
a) ↓ velocidad del satélite en B.

b) → aceleración del satélite en D.

c) ↑ fuerza que actúa sobre el satélite en C.

d) → fuerza que el satélite ejerce sobre la Tierra cuando pasa por B.

e) ↑ fuerza que actúa sobre el satélite en A.



Problema 14

14. *a*) Una piedra de masa m = 0.50 kg está colgada, en equilibrio, en el extremo de un cordel, como muestra la figura (a) de este problema. ¿Cuál es el valor de la tensión T, del cordel?

b) Suponga que la piedra se haga oscilar (como un péndulo) en la forma indicada en la figura (b). Al pasar por el punto mas bajo de la trayectoria, el valor de $\vec{T}$, ¿es mayor, menor o igual que el de P? Explique.

15. El plato de un tocadiscos gira con una velocidad angular ω = 4.0 rad/s. Una moneda, cuya masa es m = 20 gramos, puesta en el plato, gira con él a una distancia R = 10 cm del eje.

a) ¿Cuál es la velocidad lineal, v, de la moneda?

b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta, a_c, de la misma?

c) ¿Qué fuerzas actúan sobre ella?

d) ¿Cuál de ellas proporciona la fuerza centrípeta que actúa sobre la moneda?

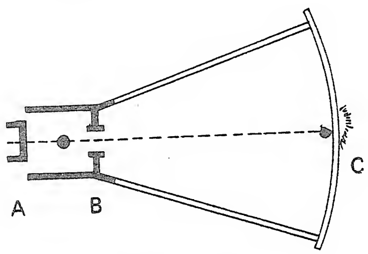
e) Al considerar la respuesta de la pregunta anterior, calcule el valor de la fuerza de fricción que actúa en dicho objeto.

16. Considere el enunciado del problema anterior. Suponiendo que la velocidad de rotación del tocadiscos se aumenta poco a poco, habrá un momento en el que la fuerza de fricción será insuficiente para mantener la moneda en rotación, junto con el plato (la moneda se desplazará y saldrá del tornamesa). Orientándose por la solución del ejemplo de la Sección 6.5, responda:

a) ¿Cuál es la máxima velocidad lineal, V_M, que la moneda puede alcanzar sin que eso suceda? (El coeficiente de fricción entre el plato y la moneda vale 0.25; considere g = 10 m/s^2.)

b) ¿Cuál es la velocidad angular, ω, del tocadiscos en el momento en que la moneda alcanza la velocidad v_M?

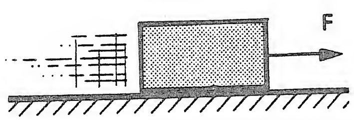
17. La figura de este problema representa, esquemáticamente, un cinescopio de televisión. En él, un electrón (de masa $m = 9 \times 10^{-31}$ kg) es acelerado, a partir del reposo, desde *A* hasta *B*, por una fuerza constante $F = 2.7 \times 10^{-13}$ N. Después que el electrón pasa por *B*, ninguna fuerza actúa sobre él (su peso es despreciable) hasta que llega a la pantalla, en *C*. Sabiendo que *AB* = 0.60 cm y *BC* = 42 cm, responda:



Problema 17

a) ¿Cuál es la aceleración del electrón entre *A* y *B*?
b) ¿Qué tipo de movimiento del electrón hay entre *A* y *B*? ¿y entre *B* y *C*?
c) ¿Qué velocidad tiene el electrón al pasar por *B*?
d) ¿Cuánto tarda el electrón en desplazarse desde *B* hasta *C*?

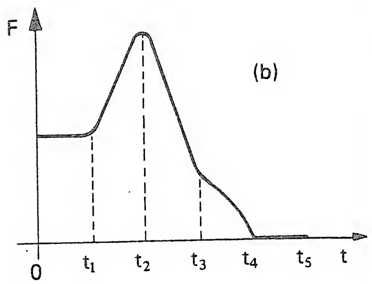
18. El bloque mostrado en la Figura (a) de este problema se encuentra inicialmente en reposo, siendo luego solicitado por una fuerza resultante, $\vec{F}$, de dirección y sentido constantes, y cuya magnitud varía en el tiempo de acuerdo con la gráfica mostrada en la Figura (b).



(a)

Problema 18a

a) ¿En qué intervalo de tiempo el movimiento del cuerpo es uniformemente acelerado?



Problema 18b

b) ¿Hay algún intervalo de tiempo en el cual el movimiento sea retardado?
c) ¿En qué instante es máxima la aceleración del bloque?
d) ¿En qué momento alcanza su máximo valor la velocidad del cuerpo?
e) ¿Hay algún intervalo de tiempo en el cual el movimiento sea uniforme?

19. Un bloque es lanzado con velocidad $\vec{v}_0$ sobre una superficie horizontal. Sea μ_c el coeficiente de fricción cinética entre el objeto y la superficie.
a) Muestre en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre el bloque.
b) ¿Cuál de tales fuerzas representa la resultante del sistema?
c) Determine la aceleración del cuerpo en función de μ_c y *g*.
d) ¿Qué distancia recorre el bloque hasta detenerse?

20. Un cuerpo de masa m = 2.5 kg se desplazaba sobre una superficie horizontal lisa, con una velocidad v_1 = 3.5 m/s. Al ejercerse sobre el cuerpo una fuerza $\vec{F}$ horizontal, de magnitud constante, en sentido contrario a la velocidad $\vec{v}_1$, se comprobó que después de un intervalo de tiempo Δt = 1.5 s, el cuerpo estaba moviéndose con una velocidad v_2 = 2.5 m/s, en sentido contrario al movimiento inicial.
a) Describa el movimiento del cuerpo durante el intervalo de tiempo Δt.
b) ¿Cuál es la magnitud de la aceleración que $\vec{F}$ produce en el cuerpo?
c) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$?

21. Suponga que usted tira de un bloque de masa m = 2.0 kg con una fuerza horizontal F = 10 N, deslizándolo sobre una superficie horizontal que presenta fricción.

a) Si observa que el bloque, a partir del reposo, adquiere un movimiento uniformemente acelerado y recorre una distancia d = 4.0 m en un tiempo t = 2.0 s, ¿cuál es la aceleración del bloque?
b) Calcule el cociente F/m y explique por qué su valor no coincide con la respuesta de la pregunta (a).
c) Calcule el valor de la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque.

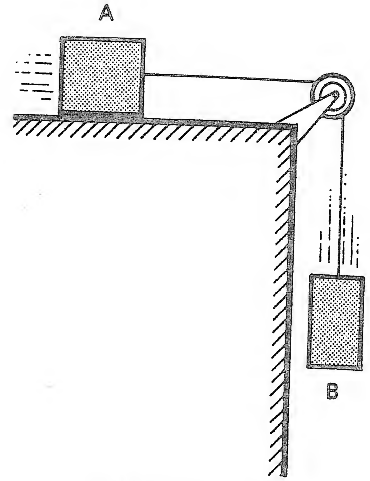
22. Un elevador tiene una masa m = 500 kg. En este problema considere g = 10 m/s^2.
a) ¿Cuál es el valor de la tensión $\vec{T}$ en el cable de acero que lo sostiene cuando está inmóvil? ¿Cuándo sube con velocidad constante? ¿Cuándo baja con velocidad invariable?
b) Suponga que al iniciar un ascenso, el elevador posee una aceleración de 2.0 m/s^2. ¿Cuál es, en este instante, la tensión en el cable?
c) Considere que la tensión máxima que el cable puede soportar es igual a 8.0×10^3 N. ¿Cuánto vale la aceleración máxima que podrá ser comunicada al elevador sin que se rompa el cable?

23. Suponga que el valor de la resistencia del aire sobre una gota de lluvia que cae, está dada por $f = kv$, siendo $k = 1.0 \times 10^{-4}$ N · s/m. La masa de la gota es m = 0.10 gramos y considere g = 10 m/s^2.
a) ¿Cuál es el valor de la aceleración de caída de la gota, en el instante en que su velocidad es v = 3.0 m/s?
b) ¿Y en el instante en que v = 8.0 m/s?
c) ¿Cuál es el valor de la velocidad terminal de la gota?

24. Un bloque baja por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Siendo μ_c = 0.30 el coeficiente de fricción cinética entre el plano y el cuerpo, determine su aceleración al bajar por el plano (suponga que g = 10 m/s^2).

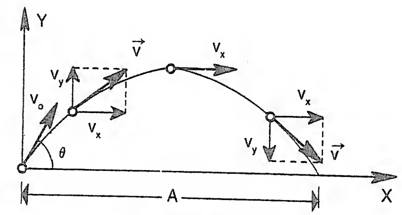
25. Considere el sistema que se muestra en la figura de este problema, suponiendo que no existe fricción en el bloque *A*, ni en la pequeña polea. Si sabemos que las masas de *A* y *B* son iguales a 1.0 kg, calcule la aceleración con que se mueven estos cuerpos. (*Sugerencia*: observe que el peso de *B* acelera conjuntamente los bloques *A* y *B*.)

26. *Estudio del movimiento de un proyectil.* Usted ya debe haber observado que un cuerpo lanzado oblicuamente al aire, describe una trayectoria curva, como la que se muestra en la figura de este problema. Este fenómeno se denomina *movi-*



Problema 25

miento de un proyectil. Si la resistencia del aire es despreciable, la trayectoria del proyectil será una parábola. Para estudiar el movimiento del cuerpo lanzado suele imaginársele como resultante de un movimiento horizontal (según *OX*) y de un movimiento vertical (según *OY*).

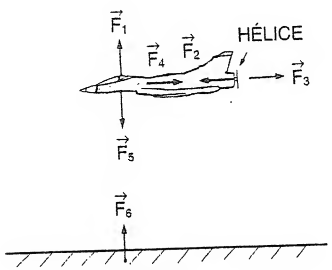


Problema 26

a) ¿Cuál es la fuerza única que actúa sobre el proyectil mientras se desplaza? (Desprecie la resistencia del aire.)
b) ¿Cuanto vale la aceleración $\vec{a}_x$ del proyectil en la dirección horizontal? ¿Y la aceleración $\vec{a}_y$ en la dirección vertical?
c) Considerando las respuestas dadas a la pregunta anterior, ¿cuál es su conclusión acerca del valor de $\vec{v}_x$? Describa cómo varía el valor de $\vec{v}_y$ mientras el proyectil se encuentra en movimiento.
d) La distancia *A* indicada en la figura, recibe el nombre de *alcance* del proyectil. El valor de *A*, para un valor determinado de la velocidad

inicial $\vec{v}_0$, dependerá del ángulo de elevación θ. Empleando una manguera de agua, trate de determinar experimentalmente para qué valor de θ el alcance es máximo.

27. Considere un avión monomotor, con hélice en la cola, que vuela horizontalmente en movimiento rectilíneo uniforme. En la figura se representan las direcciones y los sentidos de las siguientes fuerzas:



Problema 27

$\vec{F}_1$: fuerza del aire, que sostiene al avión;
$\vec{F}_2$: fuerza del aire en la hélice que impulsa al avión;
$\vec{F}_3$: fuerza de la hélice en el aire, desplazándolo para atrás;
$\vec{F}_4$: fuerza de fricción del aire sobre el avión;
$\vec{F}_5$: peso del avión;
$\vec{F}_6$: fuerza de atracción del avión sobre la Tierra.

Tome en consideración esta información e indique la alternativa en que se presenta una relación correcta entre las magnitudes de algunas de esas fuerzas.

a) $F_1 + F_6 = F_5$
b) $F_2 > F_4$
c) $F_2 = F_3$
d) $F_5 < F_6$
e) $F_2 = F_3 + F_4$

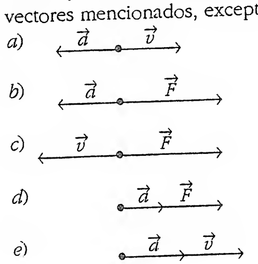
28. Ahora suponga que el avión del problema anterior está volando horizontalmente, pero que la magnitud de su velocidad va en aumento. Basándose en esa información se puede afirmar que:

a) $F_1 + F_6 = F_5$
b) $F_2 > F_4$
c) $F_2 > F_3$
d) $F_5 < F_6$
e) $F_2 > F_3 + F_4$

29. Suponga que un automóvil acelera durante un "arrancón" hacia el frente. Se sabe que tiene tracción delantera. Diga cuál es el sentido de las fuerzas de fricción que el suelo ejerce en el auto en ese momento:

a) En las ruedas delanteras.
b) En las ruedas traseras.

30. Una partícula está en movimiento bajo la acción de una fuerza resultante $\vec{F}$. Sean $\vec{v}$ y $\vec{a}$, respectivamente, la velocidad y la aceleración de la partícula en un momento determinado. En todas las alternativas siguientes están indicadas direcciones y sentidos físicamente posibles para los vectores mencionados, excepto en:



31. Una piedra de peso $\vec{P}$ gira en un plano vertical, amarrada a un cordón, de tal manera que éste siempre esté estirado. Sea $\vec{F}_c$ la fuerza centrípeta en la piedra y $\vec{T}$ la tensión ejercida sobre el cordón. Considerando despreciable la fricción con el aire, sería adecuado afirmar que, en el punto más alto de la trayectoria, actúan en la piedra:

a) Las tres fuerzas $\vec{P}$, $\vec{T}$ y $\vec{F}_c$.
b) Solamente la fuerza $\vec{P}$.
c) Solamente las dos fuerzas $\vec{F}_c$ y $\vec{P}$.
d) Solamente las dos fuerzas $\vec{F}_c$ y $\vec{T}$.
e) Solamente las dos fuerzas $\vec{T}$ y $\vec{P}$.

32. Un pequeño bloque se deslizó, sin fricción, a lo largo de una rampa. Las medidas tomadas durante su movimiento proporcionaron los siguientes datos:

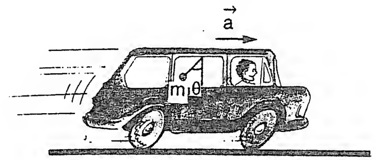
tiempo(s)	0	1	2	3	4	5	6
velocidad (m/s)	0	6	12	18	20	22	24

Trace un diagrama que represente aproximadamente la forma de la rampa en la cual se desplazó el bloque.

33. Una partícula, cuya masa es m = 100 gramos, se desplaza en movimiento rectilíneo uniforme, sobre una superficie horizontal sin fricción, con una velocidad v_0 = 4.0 m/s. En determinado momento, una fuerza constante, de magnitud F = 0.15 N, actúa paralelamente a la superficie, en una dirección perpendicular a la velocidad v_0. La fuerza $\vec{F}$ actúa durante un intervalo Δt = 2.0 s.

a) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de aceleración que la fuerza $\vec{F}$ produce en la partícula?
b) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad $\vec{v}$ de la partícula, después de cesar la acción de la fuerza $\vec{F}$?

34. Un pequeño cuerpo, de masa m, está suspendido de un hilo en el techo de un auto. Cuando el auto inicia la marcha en una carretera horizontal, con una aceleración $\vec{a}$, el hilo toma una posición inclinada de un ángulo θ con la vertical (*véase* figura de este problema).



Problema 34

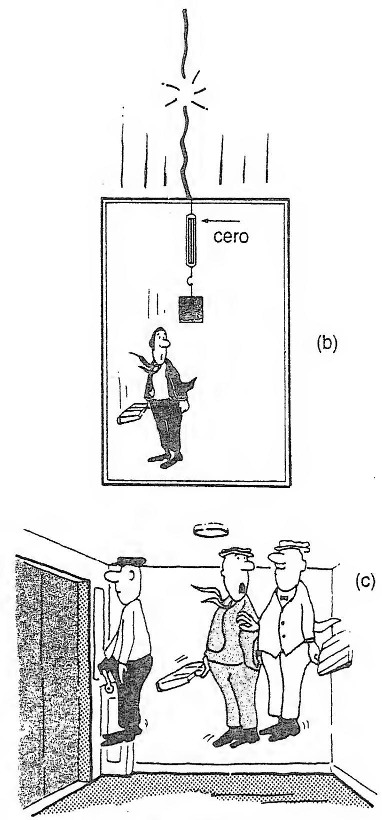
a) Muestre, en un diagrama, las fuerzas que actúan en el cuerpo suspendido.
b) ¿Cuál es la fuerza que provoca la aceleración del cuerpo suspendido?
c) Muestre que la aceleración del auto está dada por $a = g\ tg\ \theta$.

Observación: Este dispositivo puede usarse como un acelerómetro, es decir, una persona en el interior del auto, podrá medir su aceleración mediante la medición del ángulo θ.

35. En el Ejemplo 3 de la Sección 6.4, suponga que el elevador esté descendiendo con una aceleración $\vec{a}$ dirigida hacia abajo.

a) Muestre que la lectura de la balanza de resorte será $F = m(g - a)$.
b) Con base en la pregunta anterior, ¿cuál sería la lectura de la balanza, si el cable del elevador se rompiera? Interprete físicamente este resultado (*véase* figura de esta pregunta).
c) ¿En qué condiciones se podría dar el caso que se muestra en la figura que ilustra esta pregunta?

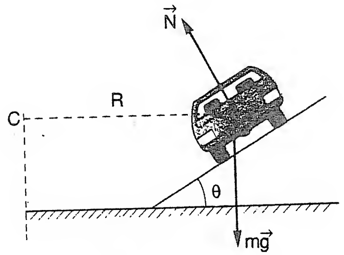
36. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba, alcanza el punto más alto de la trayectoria y regresa al punto de lanzamiento. Suponga que la resistencia del aire no es despreciable:



Problema 35

a) Muestre, en un diagrama, las fuerzas que actúan en el cuerpo durante el ascenso y durante el descenso.
b) La magnitud de aceleración, en el ascenso, ¿es mayor, menor o igual que el valor de g?
c) Al descender, la magnitud de aceleración del cuerpo ¿es mayor, menor o igual que el valor de g?
d) Con base en sus respuestas a las preguntas anteriores, ¿cree usted que el tiempo de ascenso será mayor, menor o igual que el tiempo de descenso?

37. Un auto de masa m, está describiendo una curva de radio R y centro C, con una velocidad $\vec{v}$ (*véase* figura de este problema). Para hacer que el auto tenga más seguridad al describir esa curva los ingenieros construyen la pista de modo que la parte externa sea la más alta. Siendo θ el ángulo



Problema 37

de elevación dado a la pista, vamos a determinar el valor de ese ángulo para que el auto logre hacer la curva incluso en ausencia total de fricción (pista completamente lisa).

a) Dibuje, en la figura, las componentes vertical $\vec{N}_V$ y horizontal $\vec{N}_H$ de la reacción normal $\vec{N}$ de la pista sobre el auto.

b) Exprese la magnitud de la componente horizontal $\vec{N}_H$ en función de mg y de θ.

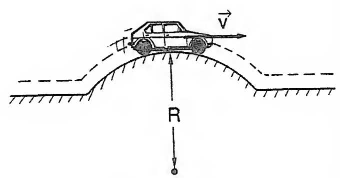
c) Usando su respuesta a la pregunta anterior, muestre que el valor de θ está dado por $tg\,\theta = v^2/gR$.

d) Suponga que un auto Fórmula 1, con una velocidad de 180 km/h, estuviera describiendo una curva de radio R = 50 m. Imagine que la pista se encontrara totalmente cubierta de aceite (sin fricción) y determine cuál debería ser el valor de su inclinación θ para que el auto lograra describir la curva normalmente (considere g = 10 m/s^2). ¿Considera usted que sería posible construir una pista como ésta?

38. Suponga que la velocidad de rotación terrestre aumenta gradualmente. A determinado valor de dicha velocidad, los cuerpos situados en la superficie terrestre, en la línea ecuatorial flotarían sin ejercer compresión sobre el suelo (el peso aparente de dichos cuerpos sería nulo). El radio de la Tierra es R = 6.400 km y se considera g = 10 m/s^2, calcule el periodo de rotación de la Tierra en este caso.

39. La piedra mencionada en el Problema 14, de masa m = 0.50 kg, está oscilando en la extremidad de un hilo de longitud L = 1.0 m. Al pasar por la posición más baja de su trayectoria, la piedra tiene una velocidad v = 2.0 m/s. Determine el valor de la tensión $\vec{T}$ del hilo en esta posición (g = 10 m/s^2).

40. Un auto, de masa m = 1 500 kg, avanza por una carretera a 36 km/h, pasa por una loma cuyo radio, en el punto más alto, vale R = 50 m (*véase* figura de este problema). Considerando g = 10 m/s^2.



Problema 40

a) Calcule la compresión vertical que el auto está ejerciendo sobre el suelo al pasar por aquel punto.

b) Compare el valor de esa compresión con el peso del auto.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Suponga que el motor de un automóvil, durante la aceleración, ejerza en el auto una fuerza constante de 1 500 N. Admitiendo que el auto parta del reposo y que la fuerza actúe durante 6.0 s, siendo de 900 kg la masa del auto, la velocidad alcanzada al final de ese tiempo será:

a) 10 m/s *b*) 10 km/h *c*) 36 m/s
d) 30 m/s *e*) 15 km/h

2. Un bloque es halado sobre una superficie horizontal por una fuerza también horizontal que vale 20 N. Una fuerza constante de fricción e igual a 5.0 N actúa en el bloque. En estas condiciones, si el bloque tiene una masa de 5.0 kg y parte del reposo, su velocidad después de 3.0 s será:

a) 20 m/s *b*) 9.0 m/s *c*) 5.0 m/s
d) 15 m/s *e*) 3.0 m/s

3. Un bloque, cuya masa es m = 5.0 kg, es arrastrado en movimiento rectilíneo sobre una superficie horizontal, por una fuerza $\vec{F}$ también horizontal. Actúa en el bloque una fuerza de fricción cuyo valor es f = 2.0 N. Observamos que la velocidad de bloque varía de 0.5 m/s a 2.0 m/s en un intervalo de 3.0 s. La resultante de las fuerzas que actúan en el bloque vale:

a) 5.0 N *b*) 2.0 N *c*) 2.5 N
d) 10 N *e*) Imposible calcular

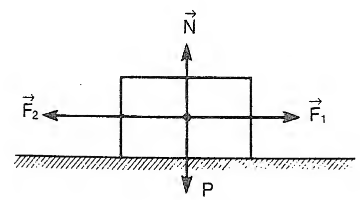
4. Un cuerpo de masa igual a 100 kg es atraído por la Tierra, que provoca en él una aceleración. Este cuerpo, a su vez, también ejerce una fuerza sobre la Tierra y le trasmite una aceleración. Se sabe que la masa de la Tierra es de casi 10^{24} kg, calcule la aceleración que la Tierra adquiere en consecuencia de la interacción con el mencionado cuerpo.

a) 10^{-22} m/s^2 *b*) 10^{-21} m/s^2
c) 10^{-1} m/s^2 *d*) 10 m/s^2
e) 10^{25} m/s^2

5. Un fuerza constante de 5.0 N actúa sobre una partícula de masa 5.0 kg y velocidad inicial v_0 = 2.0 m/s, colocada sobre un plano horizontal liso. Se sabe que la fuerza actúa siempre en la dirección del movimiento y que, cuando cesa, la velocidad de la partícula es v = 5.0 m/s en el sentido opuesto al inicial. El intervalo en el cual la fuerza actuó fue:

a) 2.5 s *b*) 3.0 s *c*) 7.0 s
d) 15 s *e*) 25 s

6. En el dibujo se muestra un cuerpo sobre una superficie horizontal sin fricción y todas las fuerzas que actúan en él en cierto momento. Podemos afirmar que el cuerpo:



Pregunta 6

a) Está iniciando un movimiento hacia la izquierda, con velocidad constante.

b) Está, con seguridad, moviéndose de derecha a izquierda.

c) Está, con seguridad, siendo frenado y se desplaza de izquierda a derecha.

d) Se mueve, con velocidad constante, de derecha a izquierda.

e) Puede estar moviéndose hacia la derecha o hacia la izquierda y su aceleración está dirigida hacia la izquierda.

7. La resultante de las fuerzas que actúan en un cuerpo es diferente de cero. Considerando esta afirmación, indique la alternativa cierta:

a) El movimiento no puede ser curvilíneo.

b) El movimiento es ciertamente rectilíneo.

c) La magnitud de la velocidad puede estar disminuyendo.

d) La magnitud de la velocidad no puede ser constante.

e) El módulo de la velocidad ciertamente está aumentando.

8. Alguien nos dio la siguiente información: "Sobre un cuerpo de masa igual a 5.0 kg actúa una fuerza resultante de magnitud igual a 25 N". Con base en esa única información, podemos suponer varias situaciones en que un cuerpo podrá presentarse. Indique, entre las situaciones indicadas, aquella en que el cuerpo *no* podrá presentarse.

a) El cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad aumenta 5.0 m/s por segundo.

b) El cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad disminuye 5.0 m/s por segundo.

c) El cuerpo se desplaza con velocidad constante de 5.0 m/s en una circunferencia de radio igual a 5.0 m.

d) El cuerpo describe movimiento circular uniforme.

e) El movimiento del cuerpo puede no presentar aceleración.

9. Una nave espacial se posa en la Luna (aceleración de la gravedad igual a 1.7 m/s^2). Un astronauta recoge y mide la masa de una muestra de oro y observa que pesa 9.8 kg. Al regresar a Tierra (aceleración de la gravedad igual a 9.8 m/s^2) mide nuevamente la masa de la muestra y encuentra:

a) 56 kg
b) 16.7 kg
c) 5.8 kg
d) 1.0 kg
e) 9.8 kg

10. De las siguientes afirmaciones, escoja cuál es verdadera:

a) La masa de un cuerpo es una medida de su inercia.

b) La masa de un cuerpo puede variar de un punto a otro de la Tierra.

c) El kilogramo-fuerza y el kilogramo-masa (o, simplemente, kilogramo), son unidades diferentes de una misma magnitud.
d) El kgf y el kg son unidades de magnitudes diferentes, pertenecientes a un mismo sistema de unidades.
e) En un mismo lugar de la Tierra, peso y masa son magnitudes inversamente proporcionales.

11. Analice las siguientes afirmaciones e indique cuáles son correctas:
I. En determinado momento, un cuerpo puede tener aceleración igual a cero y la resultante de las fuerzas que actúan en él, ser diferente de cero.
II. Si un cuerpo, en cierto momento, tiene velocidad, estará actuando, necesariamente, sobre el cuerpo, una fuerza resultante de misma dirección y mismo sentido de la velocidad.
III. Si un bloque está en reposo sobre una mesa horizontal, sobre él están actuando, necesariamente, tres fuerzas: su peso, la reacción normal de la mesa y la fuerza de fricción estática.

12. Un automóvil tiene freno en las cuatro ruedas y se desplaza en un plano horizontal con velocidad constante de magnitud v_0. En determinado momento, los frenos se aplican de manera que detienen las cuatro ruedas y el auto recorre, hasta detenerse, una distancia D en un intervalo T. No se considera el efecto del aire y el coeficiente de fricción entre las llantas y el suelo se mantiene constante. Si, en el momento de frenar, la velocidad tuviera magnitud $2v_0$, la distancia recorrida y el tiempo de recorrido hasta que el auto se detuviera serían, respectivamente, iguales a:
a) $2D$ y $2T$ *b*) D y T *c*) $4D$ y $2T$
d) $2D$ y $4T$ *e*) $4D$ y $4T$

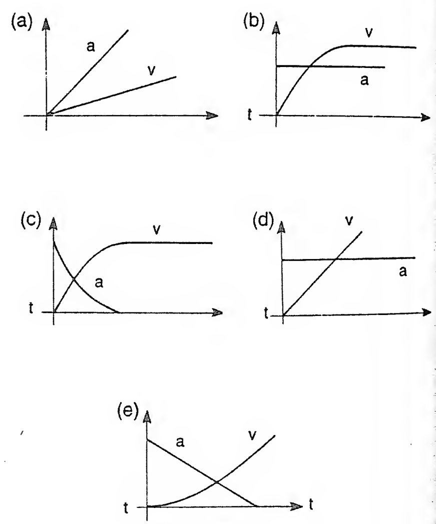
13. En la plataforma de un vagón se colocan cajas cuyo coeficiente de fricción estático con el piso es 0.40. Si el vagón avanza a 72 km/h, la menor distancia que el tren puede recorrer hasta detenerse sin que las cajas se deslicen es de:
a) 20 m *b*) 35 m *c*) 50 m
d) 80 m *e*) NRA

14. Se observa que un bloque, de masa m, se desliza hacia abajo, con velocidad constante cuando se suelta en un plano inclinado cuyo ángulo de inclinación es θ. La fuerza de fricción cinética que el plano ejerce en el bloque vale:
a) cero *b*) mg
c) mg sen θ *d*) mg tg θ
e) mg cos θ

15. Suponga que el mismo bloque de la pregunta anterior fuera lanzado hacia arriba, a lo largo del mismo plano inclinado. El valor de la aceleración del bloque, en este movimiento, sería:
a) cero
b) g
c) g sen θ
d) $2g$ sen θ
e) Depende del valor de la velocidad con que el bloque se lanzó a lo largo del plano.

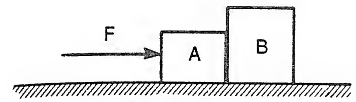
16. La lectura de una balanza, dentro de un elevador que sube con una aceleración constante de 2.0 m/s^2, cuando una persona de masa 70.0 kg está de pie en ella, será:
a) 0.00 N *b*) 140 N *c*) 700 N
d) 840 N *e*) 1 400 N

17. Una gota de lluvia parte, del reposo, desde una gran altura y cae verticalmente. Se sabe que sobre ella actúa una fuerza de resistencia del aire, que es tanto mayor cuanto mayor es la velocidad de la gota. Suponga que representáramos, en un mismo gráfico, la aceleración a y la velocidad v de la gota en función del tiempo. De las opciones siguientes, indique la que podría corresponder a los gráficos indicados.



Pregunta 17

18. La figura representa dos cuerpos A y B que son empujados por una fuerza F = 10 N en una superficie sin fricción. Siendo m_A = 2.0 kg y m_B = 3.0 kg, la aceleración del conjunto será:



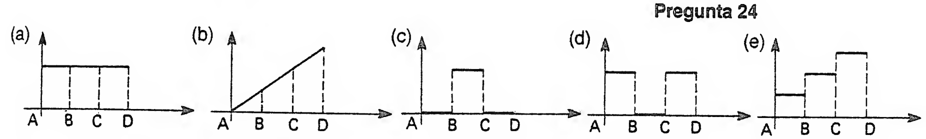
Pregunta 18

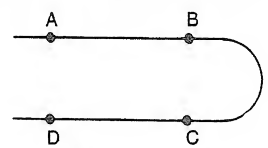
a) 1.0 m/s^2 *b*) 2.0 m/s^2 *c*) 3.0 m/s^2
d) 5.0 m/s^2 *e*) 10 m/s^2

19. En la pregunta anterior, llegamos a la conclusión de que la fuerza que A ejerce en B vale:
a) 1.0 N *b*) 2.0 N *c*) 6.0 N
d) 10 N *e*) 15 N

20. También en relación con la Pregunta **18** podemos afirmar que la fuerza que B ejerce en A vale:
a) 1.0 N *b*) 2.0 N *c*) 6.0 N
d) 10 N *e*) 15 N

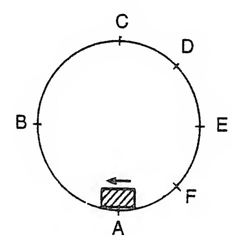
21. Un automóvil describe una trayectoria lateral con velocidad escalar constante. Los trechos AB y CD son rectilíneos, mientras que el trecho BC es un arco de circunferencia. Dentro de los siguientes gráficos indique cuál representa mejor la resultante de las fuerzas que actúan en el automóvil a lo largo de la trayectoria $ABCD$.





Pregunta 21

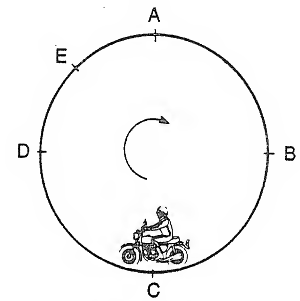
22. A una partícula se le da una velocidad en el punto A, de modo que ella describe un movimiento circular en el interior de un arillo vertical perfectamente liso. La fuerza de reacción normal del arillo sobre la partícula es mayor en:
a) A *b*) B *c*) C
d) D *e*) E



Pregunta 22

23. Las magnitudes de la velocidad de la partícula de la pregunta anterior son iguales en:
a) A y C *b*) D y E *c*) D y F
d) B y E *e*) A y F

24. Un motociclista ejecuta el globo de la muerte (*véase* figura), en movimiento uniforme, en el sentido indicado por la flecha curva. Los vectores por seguir, usados para representar magnitudes relacionadas con ese movimiento, en los diversos puntos de la trayectoria, son correctos, *excepto*:



Pregunta 24

a) ↓ velocidad del motociclista en B.
b) → aceleración de la motocicleta en D.
c) ↑ fuerza resultante sobre el motociclista en A
d) ↓ fuerza resultante sobre el globo cuando el motociclista pasa por C.
e) ↘ aceleración del motociclista en E.

25. Un motociclista describe una circunferencia en un globo de la muerte con radio de 4 m. ¿Qué fuerza es ejercida sobre el globo en el punto más alto de la trayectoria, si la velocidad de la moto allí es de 12 m/s? La masa total (motociclista + moto) es de 150 kg.
a) 1 500 N *b*) 2 400 N *c*) 3 900 N
d) 5 400 N *e*) 6 900 N

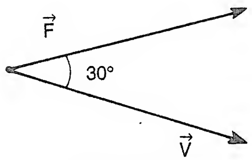
26. Un tocadiscos tiene un plato en posición horizontal y realiza 3 revoluciones en π s. Si se colocara

una moneda pequeña en el plato, se deslizaría si estuviera a más de 10 cm del centro. Entonces, el coeficiente de fricción estático entre la moneda y el plato es de

a) 0.12 *b*) 0.24 *c*) 0.36
d) 0.48 *e*) NRA

27. Una partícula de masa m = 3.0 kg describe una trayectoria circular de radio R. En un momento t_0 la fuerza resultante ($\vec{F}$) en la partícula tiene magnitud 60 N, la velocidad ($\vec{V}$) tiene magnitud 2.0 m/s y el ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{V}$ es de 30°. El radio R vale, en metros:

a) 4.0 *b*) 4.0×10^{-1} *c*) 2.0×10^{-1}
d) 2.0 *e*) $\frac{4.0}{\sqrt{3}} \times 10^{-1}$



Pregunta 27

28. Se lanza un proyectil con velocidad inicial $\vec{v}_0$ y ángulo de inclinación de 30°. Considere nula la resistencia del aire. La aceleración del móvil será perpendicular a su velocidad:

a) En el instante del lanzamiento.
b) Cuando el proyectil regresa a la Tierra.
c) En el punto más alto de la trayectoria.
d) Durante todo el movimiento.
e) En ningún instante del movimiento.

Las preguntas **29** a **31** se refieren al enunciado siguiente: una pelota es lanzada hacia arriba, en una dirección que forma un ángulo de 45° con la horizontal, con velocidad $\vec{v}_0$. Deprecie la resistencia del aire.

29. La fuerza que actúa sobre la pelota es:

a) Siempre nula.
b) Constante.
c) Crece hasta que la pelota alcanza el punto más alto, después decrece.
d) Disminuye con la altura.
e) Decrece durante todo el tiempo en que la pelota estuviera en el aire.

30. La componente horizontal, v_x, de la velocidad $\vec{v}$ de la pelota es:

a) v_0/cos 45° *b*) v_0 tg 45°
c) v_0 costg 45° *d*) v_0 cos 45°
e) v_0/sen 45°

31. La componente vertical, v_y de la velocidad $\vec{v}$ de la pelota:

a) Es constante.
b) Es función del primer grado del tiempo.
c) Es función del segundo grado del tiempo.
d) Tiene el mismo sentido en cualquier momento.
e) Es siempre diferente de cero.

32. Acerca del movimiento de un proyectil, es incorrecto afirmar que:

a) Tiene aceleración tangencial.
b) Tiene aceleración centrípeta.
c) Su trayectoria es una parábola.
d) Su velocidad horizontal es constante.
e) Su velocidad, en el punto más alto, es nula.

RESPUESTAS

Ejercicios

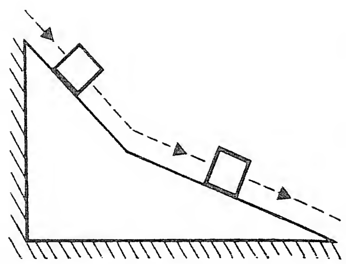
1. sí, porque el movimiento es acelerado
2. *a*) sí, la resultante de las fuerzas que actúan en el bloque debe ser nula porque el movimiento es uniforme
b) movimiento acelerado
3. *a*) 1.4 m/s^2; 2.1 m/s^2; 2.8 m/s^2
b) recta que pasa por el origen
c) el valor de la masa del cuerpo
4. *a*) la bola de goma
b) la bola de fierro
c) la bola de fierro
5. *a*) movimiento uniformemente acelerado
b) movimiento uniformemente retardado
6. $\vec{a}_1$
7. 5.0 m/s^2
8. *a*) R en N y a en m/s^2
b) 4.9 kg
9. *a*) 2.5 m/s^2
b) la masa del auto
10. *a*) R = 9 N *b*) f_c = 11 N
11. 15 N, porque la masa del hielo no cambia al derretirse
12. *a*) aumentó
b) no se alteró

13. el peso del cuerpo
14. *a*) en N *b*) 5.0 kg
15. *a*) 5.0 kg
b) 49 N
16. *a*) 5.0 kg
b) cero
c) sí
17. *a*) 25 N
b) 5.0 m/s^2
18. *a*) 50 N
b) 5.0 m/s^2
19. *a*) aumenta
b) $a = g$
20. *a*) porque la aceleración del cuerpo está dirigida hacia arriba
b) porque la resultante está dirigida hacia arriba
c) por la Tercera ley de Newton
21. *a*) cero
b) igual
c) igual al peso del cuerpo (98 N)
22. *a*) no *b*) sí
c) resistencia del aire
d) no, es mayor en la hoja abierta
23. el área de la sección que el cuerpo ofrece a la resistencia del aire
24. son formas curvas especiales, dadas las superficies exteriores del vehículo, con la finalidad de disminuir la resistencia del aire
25. *a*) menor *b*) menor *c*) aumenta
26. *a*) igual *b*) cero
c) movimiento rectilíneo uniforme
27. *a*) 100 m/s (360 km/h)
b) dos veces mayor
28. *a*) no, la Luna no tiene atmósfera
b) uniformemente acelerado
29. *a*) sí, fuerza centrípeta
b) 12 N; para el centro de la circunferencia
c) movimiento rectilíneo uniforme
30. *a*) fuerza T
b) la tensión T del cordón
c) 3.6 N
31. *a*) 800 kgf
b) 1 600 kgf
c) 200 kgf
32. *a*) 2.7×10^3 N
b) N = 1.2×10^3 N
33. *a*) 2.7×10^3 N
b) 2.7×10^3 N
34. *a*) 0.003% *b*) sí
35. *a*) 90% *b*) no
36. *a*) La Teoría de la Relatividad, propuesta por Albert Einstein, en 1905
b) cuando la velocidad de los cuerpos en estudio es mucho menor que la velocidad de la luz
37. *a*) V = 1.5 c
b) V = c
38. *a*) disminuyendo
b) aumentando
39. m = 2.3 m_0
40. *a*) 9×10^{-10} = 0.0000000009
b) sí
c) $m = m_0$
41. no; la velocidad del electrón no puede rebasar el valor de c
42. *a*) el estudiante fue muy radical; la Mecánica Clásica continúa teniendo un campo muy grande de aplicaciones (todos los casos en que v es mucho menor que c).
b) las teorías científicas no pretenden presentar verdades absolutas; simplemente presentan modelos que tratan de explicar los fenómenos naturales y esos modelos pueden y deben revisarse o sustituirse siempre que se consideren inadecuados. De cualquier manera, la antigua teoría permanecerá válida dentro de los límites en que fue estructurada y la nueva teoría, más amplia, deberá contener a la antigua como caso particular.

Preguntas y problemas

1. (e)
2. *b*) 0.50 kg
c) 0.50 kg
3. *a*) gráfica III
b) gráfica I
c) gráfica II
4. *a*) igual, por la Tercera ley de Newton
b) $a_1 > a_2$, porque la masa de la Luna es menor que la de la Tierra
5. *a*) 5.0 N
b) 25 m/s^2
c) misma dirección y sentido de la fuerza resultante
6. *a*) 15 N *b*) 3.0 m/s^2 *c*) 7.5 m/s
7. *a*) 1.8×10^5 N
b) 1.5×10^5 N
c) 3.3×10^5 N
8. (b) y (c)
9. todas son correctas
10. todas son correctas
11. *a*) 200 m/s
b) la resistencia del aire se iguala al peso de la gota, luego de iniciarse su caída
12. sólo existe una fuerza que actúa en el satélite: la atracción de la Tierra, la cual es la propia fuerza centrípeta
13. (e)

14. *a*) $T = P = 4.9$ N
b) $T > P$ porque la piedra oscilante está sujeta a una fuerza centrípeta igual a $T - P$
15. *a*) 0.40 m/s
b) 1.6 m/s^2
c) peso, reacción normal y fuerza de fricción
d) la fuerza de fricción
e) 3.2×10^{-2} N
16. *a*) 0.50 m/s *b*) 5.0 rad/s
17. *a*) 3×10^{17} m/s^2
b) uniformemente acelerado; uniforme
c) 6×10^{7} m/s
d) 7×10^{-9} s
18. *a*) de cero a t_1
b) no
c) en t_2
d) en t_4
e) sí, de t_4 a t_5
19. *a*) peso, reacción normal y fuerza de fricción
b) la fuerza de fricción
c) $a = \mu_c g$
d) $d = v_0^2/2\mu_c g$
20. *a*) uniformemente retardado hasta detenerse y, en seguida, uniformemente acelerado en sentido contrario
b) 4.0 m/s^2
c) 10 N
21. *a*) 2.0 m/s^2
b) 5.0 m/s^2; porque $\vec{F}$ no es la resultante
c) 6.0 N
22. *a*) en todos los casos 5.0×10^3 N
b) 6.0×10^3 N
c) 6.0 m/s^2
23. *a*) 7.0 m/s^2
b) 2.0 m/s^2
c) 10 m/s
24. 2.4 m/s^2
25. 4.9 m/s^2
26. *a*) el peso del proyectil, que es la única fuerza que actúa
b) $a_x = 0$, $a_y = g$
c) v_x = constante, y v_y disminuye mientras el proyectil sube, anulándose en el punto más alto, y luego aumenta mientras el proyectil baja
d) 45°
27. (c)
28. (b)
29. *a*) hacia el frente
b) hacia atrás
30. (b)
31. (e)
32. *véase* figura
33. *a*)



Respuesta problema 32

1.5 m/s^2 en la dirección y sentido de la fuerza $\vec{F}$
b) $v = 5.0$ m/s
34. *a*) la tensión $\vec{T}$ en el hilo y el peso del cuerpo
b) $T \operatorname{sen} \theta$
35. *b*) cero
c) elevador descendiendo con $a > g$
36. *a*) peso y resistencia del aire: en la subida ambas vueltas hacia abajo y, en la bajada, la resistencia del aire está vuelta hacia arriba
b) mayor
c) menor
d) menor
37. *b*) $N_H = mg \operatorname{tg} \theta$
d) no, ¡$\theta = 79°$!
38. 1 h 23 min
39. $T = 7.0$ N
40. *a*) 1.2×10^4 N
b) menor que el peso del auto

Cuestionario

1. a
2. b
3. c
4. b
5. c
6. e
7. c
8. e
9. e
10. a
11. todas están equivocadas
12. c
13. c
14. c
15. d
16. d
17. c
18. b
19. c
20. c
21. c
22. a
23. d
24. c
25. c
26. c
27. b
28. c
29. b
30. d
31. b
32. e

APÉNDICE B

Los temas analizados aquí se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulos siguientes.

B.1 Movimiento de un proyectil

❖ **Qué es un proyectil.** En la Figura B-1 presentamos un cañón en el momento que dispara una bala oblicuamente, cercano a la superficie de la Tierra, con una velocidad inicial $\vec{v}_0$. Cualquier objeto lanzado de manera semejante a ésta se denomina *proyectil*.

Como se sabe, durante el movimiento del proyectil en el aire, estará sometido a la acción de su peso y de la fuerza de resistencia del aire. En nuestro estudio, vamos a considerar solamente las situaciones en las cuales la resistencia del aire es despreciable en relación con el peso del objeto. En estos casos, el proyectil describe una trayectoria curva, semejante a la ilustrada en la Figura B-1. Se puede mostrar que esa curva es una parábola, es decir, una curva como la que usted estudió al analizar la "variación con un cuadrado" en el Capítulo 2 de este curso.

Como la única fuerza que actúa en el proyectil es su peso, llegamos a la conclusión de que el movimiento es acelerado y su aceleración será la aceleración de la gravedad $\vec{g}$. Observe que, en el movimiento del proyectil, la aceleración $\vec{g}$ y la velocidad $\vec{v}$, en general, no tienen la misma dirección, ni se mantienen perpendiculares entre sí, como en los casos de movimientos que ya estudiamos. Por esa razón, el estudio de ese movimiento debe tratarse de la manera especial que indicamos a continuación.

❖ **Proyectil: movimiento analizado en dos direcciones.** Consideremos el proyectil mostrado en la Figura B-1, lanzado con la velocidad inicial $\vec{v}_0$ formando un ángulo θ con la horizontal. El ángulo θ usualmente se denomina *ángulo de lanzamiento* o *ángulo de elevación.* Para estudiar el movimiento del proyectil, vamos a considerar los ejes que se muestran en la Figura B-1:

OX – eje horizontal, orientación hacia la derecha.

OY – eje vertical, orientado hacia arriba.

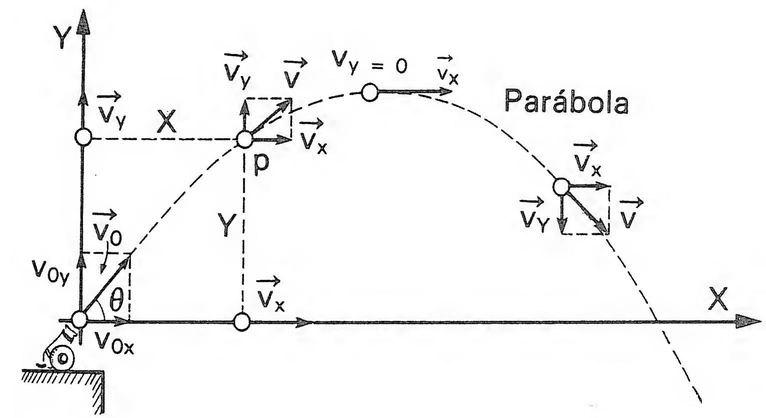
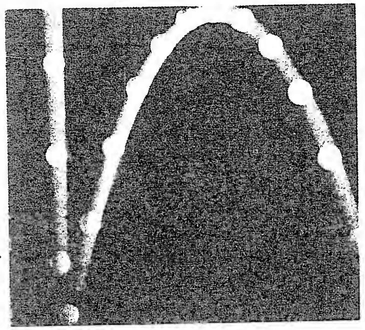


FIGURA B-1 La trayectoria de un proyectil tiene forma de parábola.



Fotografía estroboscópica de una pelota que se desplaza como proyectil tras rebotar en el suelo. Observe la forma parabólica de la trayectoria y el movimiento retardado de la subida y acelerado en el descenso.

Cuando el proyectil pasa por un punto cualquiera de su trayectoria, como el punto P de la Figura B-1, siempre es posible considerar su velocidad $\vec{v}$ separada en sus componentes, $\vec{v}_x$ (horizontal) y $\vec{v}_y$ (vertical). Esto nos permitirá analizar el movimiento del proyectil con una composición de dos movimientos: un movimiento horizontal, a lo largo de OX (con velocidad $\vec{v}_x$) y un movimiento vertical a lo largo de OY (con velocidad $\vec{v}_y$). Los componentes $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$, en un momento cualquiera, podrían ser imaginadas como las velocidades con que se desplazarían, sobre OX y OY, las sombras del proyectil proyectadas perpendicularmente sobre estos ejes, (Fig. B-1). Sin embargo, debemos recordar que ese artificio es sólo un recurso para facilitar el estudio del movimiento y que el proyectil, en realidad, se está desplazando sobre la trayectoria curva (parabólica) mostrada en la Figura B-1.

❖ **Aceleración del proyectil.** Ya dijimos que la aceleración del proyectil es la aceleración de la gravedad $\vec{g}$. Sin embargo, ahora analizaremos el movimiento a lo largo de los ejes OX y OY.

Para el movimiento del proyectil, como para otro movimiento cualquiera, se sabe que en cada momento la segunda ley de Newton se cumple; es decir, tenemos $\vec{R} = m\vec{a}$. En el análisis según los dos ejes, tendríamos, entonces:

$$R_x = ma_x \quad \text{y} \quad R_y = ma_y$$

donde R_x y a_x son las componentes de $\vec{R}$ y $\vec{a}$ sobre OX y R_y y a_y son las componentes de $\vec{R}$ y $\vec{a}$ sobre OY. Siendo el peso del objeto la única fuerza que actúa en el proyectil la cual, como se sabe, es una fuerza vertical, dirigida hacia abajo, su proyección sobre el eje OX es nula, o sea, $R_x = 0$. Por tanto:

$$a_x = \frac{Rx}{m} \quad \text{donde} \quad \boxed{a_x = 0}$$

Por tanto, si $a_x = 0$, el movimiento del proyectil en la dirección OX (horizontal) es un *movimiento uniforme*. En otras palabras: la componente horizontal $\vec{v}_x$ de la velocidad $\vec{v}$ del proyectil permanece constante durante el movimiento (la "sombra" del proyectil sobre OX se desplaza con movimiento uniforme).

Para el eje OY, tenemos $R_y = -mg$ (recuérdese que OY está orientado hacia arriba y $\vec{P} = m\vec{g}$ es una fuerza dirigida hacia abajo). Por tanto:

$$a_y = \frac{R_y}{m} = -\frac{mg}{m} \quad \text{donde} \quad \boxed{a_y = -g}$$

Eso significa que el movimiento del proyectil en la dirección OY (vertical) es un movimiento uniformemente variado (g es constante) y su aceleración está orientada hacia abajo. En otras palabras: la componente v_y de la velocidad $\vec{v}$ del proyectil tiene módulo variable: disminuye uniformemente en cuanto el proyectil sube, se anula en el punto más alto de la trayectoria y aumenta uniformemente en cuanto el proyectil desciende (éste es el movimiento uniformemente variado con que la "sombra" del proyectil se desplaza, subiendo o descendiendo sobre el eje OY).

❖ **Velocidad del proyectil.** Vimos que la componente horizontal $\vec{v}_x$, de la velocidad del proyectil, permanece constante durante el movimiento. Observe, en la Figura B-1, que el momento del lanzamiento ($t = 0$) la componente horizontal de la velocidad inicial es $v_{0x} = v_0 \cos\theta$. Como esa componente no varía (porque $a_x = 0$), es evidente que en cualquier momento, tenemos:

$$v_x = v_{0x} \quad \text{o} \quad \boxed{v_x = v_0 \cos\theta}$$

En el movimiento a lo largo del eje OY, la velocidad inicial ($t = 0$) es la componente vertical de $\vec{v}_0$, o sea, $v_{0y} = v_0 \text{sen}\,\theta$ (*véase* Figura B-1). Como ese movimiento es uniformemente variado, con aceleración $a_y = -g$, es evidente que, en cualquier momento t, tendremos:

$$v_y = v_{0y} - gt \quad \text{o} \quad \boxed{v_y = v_0 \text{sen}\,\theta - gt}$$

Si se sabe determinar los valores de $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$ en cada momento, la magnitud de la velocidad $\vec{v}$ del proyectil en ese momento se obtiene fácilmente, porque siendo $\vec{v}$ la resultante de $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$, se deduce de la Figura B-1 que

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad \text{o} \quad \boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

❖ **Posición del proyectil.** En un momento t cualquiera, es posible conocer la posición del proyectil en su trayectoria si se conocieran las coordenadas X y Y mostradas en la Figura B-1. Es evidente que si se conoce X (distancia del proyectil al eje OY) y Y (distancia del proyectil al eje OX), sabremos localizar el proyectil de manera semejante a la localización de un punto en un gráfico, como usted ya está habituado a hacerlo.

El valor de X, en un momento t, representa el desplazamiento del proyectil a lo largo de OX. Como la velocidad v_x, en este movimiento permanece constante, es evidente que:

$$X = v_x t \quad \text{o} \quad \boxed{X = (v_0 \cos\theta)t}$$

A su vez, Y representa el desplazamiento a lo largo de OY. Como ese movimiento es uniformemente variado, con una aceleración $a_y = -g$, tenemos:

$$Y = v_{0y}\, t - (1/2)\, gt^2$$

$$\text{o} \quad \boxed{Y = (v_0 \text{sen}\,\theta)t - (1/2)\, gt^2}$$

Aclaremos, una vez más, que como estamos trabajando con ejes orientados, ese valor de Y *no* representa, necesariamente, la distancia recorrida en la vertical, pero sí la posición del proyectil a lo largo del eje OY.

♦ EJEMPLO 1

Una persona lanza oblicuamente una pelota con una velocidad inicial $v_0 = 10$ m/s y un ángulo de lanzamiento $\theta = 60°$ (Fig. B-2). Suponga que $g = 10$ m/s^2, desprecie la resistencia del aire y considere el momento del lanzamiento como el origen del conteo del tiempo ($t = 0$).

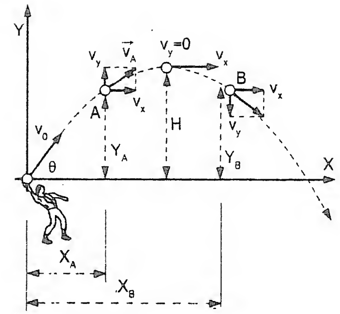


FIGURA B-2 Para el Ejemplo 1.

a) En el instante $t = 0.50$ s, ¿cuál es el valor de la velocidad de la pelota?

Como sabemos, la pelota describirá una parábola (movimiento de un proyectil) y su velocidad podrá obtenerse si conocemos sus componentes $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$, analizadas en esta sección. Tenemos, entonces:

$v_x = v_0 \cos\theta = 10 \times \cos 60°$
donde $v_x = 5.0$ m/s
$v_y = v_0 \text{ sen}\,\theta - gt = 10 \times \text{sen } 60° - 10 \times 0.50$
donde $v_y = 3.6$ m/s

Observe que, siendo $v_y > 0$, podemos llegar a la conclusión de que la pelota, en ese instante, está desplazándose hacia arriba, como lo representa el punto A de la Figura B-2. La magnitud de la velocidad $\vec{v}_A$ de la pelota, en ese instante, será:

$$v_A = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{5.0^2 + 3.6^2}$$

donde $v_A = 6.1$ m/s

b) ¿Cuál es la posición de la pelota en el instante $t = 0.50$ s?

La posición de la pelota, como vimos, la proporcionan las coordenadas X_A y Y_A del punto A, en donde la pelota se encuentra en ese instante (*véase* Figura B-2). Tenemos:

$X_A = (v_0 \cos\theta)\, t = 10 \times \cos 60° \times 0.50$
donde $X_A = 2.5$ m
$Y_A = (v_0 \text{ sen}\,\theta)\, t - 1/2\, gt^2 = 10 \times \text{sen } 60° \times 0.50 - 1/2 \times 10 \times 0.50^2$ donde $Y_A = 3.1$ m

c) Determine los valores de las componentes v_x y v_y de la velocidad de la pelota en el instante $t = 1.22$ s.

Utilizando las ecuaciones conocidas, tenemos:

$v_x = v_0 \cos\theta = 10 \times \cos 60°$
donde $v_x = 5.0$ m/s

Observe que ese valor, como era de esperarse, es el mismo obtenido para v_x en el instante $t = 0.50$ s (el valor de la componente horizontal v_x es constante en el movimiento del proyectil).

Para v_y, tenemos:

$v_y = v_0 \text{ sen } \theta - gt = 10 \times \text{sen } 60° - 10 \times 1.22$
donde $v_y = -3.6$ m/s

El valor negativo obtenido para v_y muestra que, en el instante $t = 1.22$ s, la pelota está bajando. Como la magnitud de v_y es la misma en los instantes $t = 0.50$ s y $t = 1.22$ s, llegamos a la conclusión de que, en ese último instante, la pelota está pasando por el punto B, situado a la misma altura que el punto A (Fig. B-2), como se confirmará en la pregunta siguiente.

d) Determine la posición de la pelota en el instante $t = 1.22$ s.

Esa posición está definida por las coordenadas X_B y Y_B, mostradas en la Figura B-2.

Tenemos:

$X_B = (v_0 \cos\theta)t = 10 \times \cos 60° \times 1.22$
donde $X_B = 6.1$ m

$Y_B = (v_0 \text{ sen } \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = 10 \times \text{sen } 60° \times 1.22 - \frac{1}{2} \times 10 \times (1.22)^2$ donde $Y_B = 3.1$ m

Entonces, como ya lo señalamos, el punto B está a la misma altura que el punto A.

EJEMPLO 2

Considerando la pelota del Ejemplo 1:

a) Calcule el instante en que la pelota llega al punto más alto de su trayectoria.

Cuando la pelota alcanza el punto más alto de su trayectoria, la componente v_y de su velocidad se anula, es decir, la velocidad de la pelota está constituida solamente por la componente v_x, como se indica en la Figura B-2. Entonces, haciendo $v_y = 0$ en la ecuación $v_y = v_0 \text{ sen } \theta - gt$ obtenemos el tiempo pedido. Así:

$0 = v_0 \text{sen}\,\theta - gt$ donde $t = \dfrac{v_0 \text{ sen } \theta}{g}$. Entonces:

$t = \dfrac{10 \times \text{sen } 60°}{10}$ o $t = 0.86$ s

b) ¿Cuál es el valor de la altura máxima H que alcanza la pelota?

El valor de H (*véase* Figura B-2) corresponde al valor de Y en el instante calculado en la pregunta anterior. De la ecuación

$Y = (v_0 \text{ sen } \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene

$H = 10 \times \text{sen } 60° \times 0.86 - \frac{1}{2} \times 10 \times 0.86^2$

donde $H = 3.7$ m

EJEMPLO 3

Suponga que un proyectil haya sido lanzado con una velocidad inicial $\vec{v}_0$ y con un ángulo de elevación θ. Considere un punto P situado en el mismo nivel horizontal del punto 0 de lanzamiento. La distancia OP (*véase* Figura B-3) se denomina *alcance del proyectil*.

a) ¿Cuánto tiempo transcurre, desde el instante del lanzamiento hasta que el proyectil llega al punto P?

El punto P corresponde a una posición del proyectil en la cual tenemos $Y = 0$. Por tanto, obtendremos el tiempo pedido si hacemos $Y = 0$ en la expresión $Y = (v_0 \text{ sen } \theta)\,t - (1/2)\,gt^2$. Tendremos:

$$0 = (v_0 \text{ sen } \theta)\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

Resolviendo esa ecuación (haga esto), obtenemos dos soluciones:

1) $t = 0$, que corresponde al instante del lanzamiento, en el cual también tenemos $Y = 0$.

2) $t = \dfrac{2v_0 \text{ sen } \theta}{g}$; que corresponde al instante que el proyectil llega a P.

b) Obtenga una expresión que permita calcular el valor del alcance del proyectil.

El alcance A corresponde al valor de X en el instante calculado en la pregunta anterior. Por tanto, recordando que $X = (v_0 \cos\theta)t$:

$$A = v_0 \cos\theta \frac{2v_0 \text{ sen } \theta}{g} = \frac{v_0^2(2 \text{ sen } \theta \cos\theta)}{g}$$

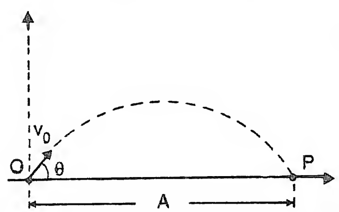


FIGURA B-3 La distancia *A* señalada es el alcance del proyectil.

como $2 \text{ sen } \theta \cos\theta = \text{sen } 2\theta$, se obtiene

$$A = \frac{v_0^2 \text{ sen } 2\theta}{g}$$

c) Por la expresión obtenida en la pregunta anterior vemos que, para un mismo valor de la velocidad inicial v_0, es posible obtener diferentes valores del alcance, variando solamente el ángulo de elevación θ (*véase* Figura B-4).

¿Para qué valor del ángulo de elevación el alcance será máximo?

Por la expresión $A = v_0^2 \text{sen } 2\theta/g$ vemos que el mayor valor de A ocurrirá cuando sen $2\theta = 1$, pues el mayor valor de seno de un ángulo es igual a 1. Como este valor ocurre cuando el ángulo es igual a 90°, se obtiene:

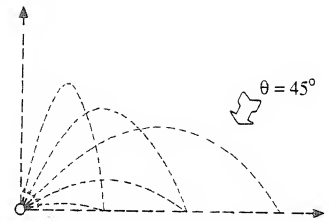


FIGURA B-4 El alcance de un proyectil es máximo cuando el ángulo de lanzamiento es de 45°.

$2\theta = 90°$ donde $\theta = 45°$

Por tanto, cuando un proyectil es lanzado con un ángulo de elevación de 45°, su alcance es máximo (*véase* Figura B-4).

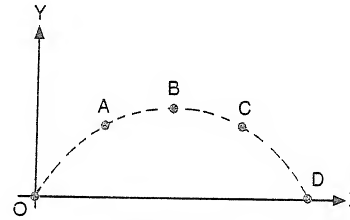
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Un proyectil es lanzado con una velocidad $\vec{v}_0$ y un ángulo de lanzamiento θ. Usando las ecuaciones y la información estudiadas en esta sección, llene la tabla de este ejercicio, según las indicaciones contenidas en ellas.

	A lo largo de OX (horizontal)	*A lo largo de OY* (vertical)
tipo de movimiento aceleración	$a_x =$	$a_y =$
velocidad inicial	$v_{OX} =$	$v_{OY} =$
velocidad en el instante t	$v_x =$	$v_y =$
posición en el instante t	$X =$	$Y =$

2. En la figura de este ejercicio se muestra la trayectoria de un proyectil que fue lanzado desde el punto O con una velocidad inicial $\vec{v}_0$. Trace, en la figura, vectores que representen la velocidad y la aceleración del proyectil en cada uno de los puntos indicados (O, A, B, C y D). Los tamaños de los vectores deben dar una idea de los puntos en donde las magnitudes representadas son mayores, iguales o menores.



Ejercicio 2

3. Una piedra es lanzada con una velocidad inicial $v_0 = 8.0$ m/s, formando un ángulo $\theta = 30°$ con la horizontal. Considerando $g = 10$ m/s^2, en el instante $t = 0.60$ s:
   a) ¿Cuál es la posición de la piedra, es decir, cuáles son los valores de las coordenadas X y Y?
   b) Conociendo solamente la respuesta de la pregunta anterior, ¿podría usted decir si la piedra, en ese instante, está subiendo o bajando?
   c) Calcule las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la piedra.
   d) Diga, entonces, si la piedra está subiendo o bajando en el instante considerado.

4. *a*) Después de revisar el Ejemplo 2 y el Ejemplo 3, resueltos en esta sección, busque las expresiones que proporcionan el tiempo, t_s, de subida del proyectil (tiempo para alcanzar la

altura máxima) y el tiempo t_A, de alcance (tiempo para que el proyectil regrese al nivel del lanzamiento). ¿Cuál es la relación entre esos dos tiempos?

b) Teniendo en cuenta lo que se analizó en el estudio de la caída libre, ¿esperaba usted el resultado obtenido en la pregunta (a)?

5. Suponga que la persona que lanzó la piedra del Ejercicio 3, inmediatamente después del lanzamiento empezó a correr con una velocidad tal que, en todo momento, observaba la piedra situada directamente, en la vertical, sobre su cabeza.

a) Sabiendo que la persona iba por una superficie horizontal, determine el valor de su velocidad.

b) ¿Cree usted que una persona normal puede alcanzar la velocidad calculada en (a)?

6. En el Ejercicio 3, considere la piedra en el instante t = 1.0 s después de haber sido lanzada.

a) Determine la posición de la piedra en ese instante.

b) Diga, con sus palabras, qué significa el valor encontrado para Y.

c) Con base solamente en la respuesta de la pregunta (a), diga si el tiempo que la piedra necesita para llegar a la posición correspondiente al alcance es mayor, menor o igual a 1.0 s.

Resistencia del aire en el movimiento de un proyectil

El texto siguiente se tradujo de la edición francesa de la obra *Física Recreativa*, del autor ruso Yakov Perelman, reconocida internacionalmente como un medio de gran valor para la divulgación de conceptos y aplicaciones interesantes y curiosas de la Física. Estamos convencidos de que la lectura de este libro será útil y agradable para los alumnos que se sienten atraídos por el estudio de la Física.

Una bala en el aire

Todos sabemos que el aire ofrece resistencia al movimiento de una bala, pero son pocos los que tienen una noción exacta del valor de la fuerza de esa resistencia. Casi todos imaginan que el aire es un medio muy poco denso, incapaz de frenar sensiblemente el rápido movimiento de una bala de fusil porque, usualmente, ese hecho no es, en realidad, percibido.

Pero basta observar la Figura I para comprender que, el aire constituye un obstáculo muy serio. La gran curva de la Figura I representa la trayectoria que una bala describiría si la atmósfera no existiera. Al ser lanzada por el fusil, bajo un ángulo de elevación de 45° y con una velocidad inicial de 620 m/s, el alcance de la bala sería de 40 km y se describiría un enorme arco de 10 km de altura. En realidad, en el aire la bala tiene un alcance solamente de 4 km, y describiendo un arco tan pequeño que casi no se percibe en el dibujo.

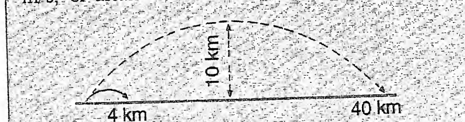


FIGURA I En el desplazamiento de un proyectil, la resistencia de la atmósfera puede ejercer efectos significativos.

Un tiro de largo alcance

La artillería alemana fue la primera en intentar alcanzar a un enemigo situado a una distancia superior a 100 km. Esto ocurrió a finales de la Primera Guerra Mundial (1918), cuando la aviación francesa y la inglesa lograron poner fin a los ataques aéreos de los alemanes. El estado mayor alemán encontró, entonces, otra manera de alcanzar la capital francesa, localizada a una distancia de más de 100 km de la línea del frente del ejército alemán.

El proceso, totalmente nuevo, fue descubierto por casualidad. Los artilleros alemanes comprobaron, con sorpresa, que al aumentar el ángulo de elevación de un cañón de calibre grueso, el alcance de la bala pasaba de 20 km a casi 40 km. El proyectil, lanzado con una gran velocidad inicial, en una trayectoria muy inclinada, alcanzaba capas rarificadas de la atmósfera, en donde la resistencia del aire era casi despreciable. Recorría, así, en ese medio, una parte considerable de su camino y descendía a lo largo de una trayectoria también bastante inclinada. En la Figura II se muestran diferentes trayectorias recorridas en virtud de alteraciones en el ángulo de elevación.

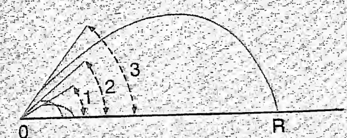


FIGURA II Como el ángulo de lanzamiento número 3 del proyectil llega a capas de aire muy enrarecidas, su alcance es considerablemente mayor.

Este fenómeno fue utilizado por los inventores del cañón de largo alcance, para bombardear la ciudad de París a 115 km de distancia. En el verano de 1918, ese cañón lanzó más de 300 proyectiles sobre la capital francesa.

El cañón "Big Bertha"

A continuación, comentaremos algunas características del cañón construido por los alemanes. Consistía en un enorme tubo de acero, que medía 34 m de longitud y más de 1 m de diámetro (Fig. III). El grosor de las paredes de la culata medía 40 cm. El conjunto pesaba 750 toneladas y sus balas, de 120 kg, medían 1 m de longitud y 21 cm de diámetro. La carga de pólvora era de 150 kg y, al estallar, ejercía una presión de 5 000 atmósferas, lanzando el proyectil con una velocidad inicial de 2 000 m/s. El tiro era disparado según un ángulo de elevación de 52° y el punto superior del arco descrito por la bala se situaba a 40 km de altitud, es decir, la bala penetraba considerablemente en la estratósfera. El proyectil necesitaba 3.5 minutos para llegar a París, de los cuales 2 minutos permanecía en la estratósfera.

Éstas eran las características del primer cañón de largo alcance, antecesor de la artillería moderna.

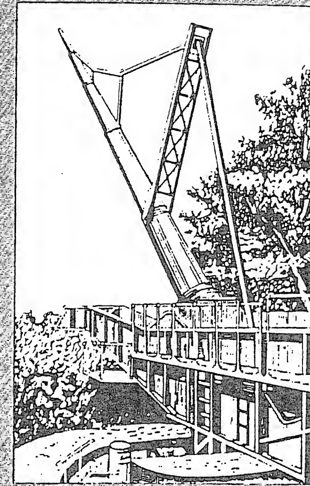


FIGURA III Cañón de gran tamaño conocido como *Big Bertha*, construido por los alemanes durante la Primera Guerra Mundial (1914-1918) para bombardear París desde una distancia de 115 km.

B.2 La aplicación de las leyes de Newton a sistemas de cuerpos

❖ En este capítulo, al aplicar la segunda ley de Newton en situaciones concretas, centramos nuestra atención solamente en las fuerzas que actuaban en una partícula única. En otras palabras, nos preocupamos por analizar el movimiento de sólo una partícula, a pesar de que otros cuerpos intervinieran en el problema, interactuando con la partícula considerada (ejerciendo fuerzas en ella).

Sin embargo, en algunos casos puede haber interés en estudiar el movimiento no solamente de una partícula, sino de dos o más cuerpos,* es decir, de un sistema de cuerpos que se desplazan en conjunto. Por ejemplo, en la Figura B-5 podríamos interesarnos en el movimiento del conjunto constituido por los cuerpos A y B, unidos por un cordón. Estos cuerpos se desplazan bajo la acción de la fuerza externa $\vec{F}$ (ejercida por otro cuerpo no perteneciente al sistema) y de fuerzas internas (provenientes de interacciones entre los cuerpos del interactuan). Es fácil observar que las fuerzas internas, como consecuencia de la tercera ley de Newton, aparecen siempre en pares, con magnitudes iguales y de sentidos contrarios (acción y reacción, cada una actuando en partes distintas del sistema que

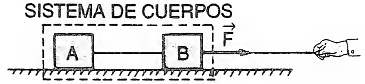


FIGURA B-5 La fuerza F produce una aceleración sobre los cuerpos A y B.

* Como indicamos al principio del estudio de la Mecánica, los cuerpos como los que se indican serán siempre considerados partículas.

interactuan). Por esta razón, las fuerzas internas no influyen en la aceleración del sistema como un todo, la cual está determinada exclusivamente por la resultante de las fuerzas externas.

En los ejemplos siguientes se analizan los movimientos de sistemas de cuerpos en los cuales calcularemos algunas magnitudes (fuerzas y aceleraciones) relacionadas con esos movimientos.

EJEMPLO 1

Considere el sistema, constituido por los bloques A y B, que se muestra en la Figura B-6 y sean m_A = 2.0 kg y m_B = 3.0 kg. Este conjunto está sometido a la acción de una fuerza externa $\vec{F}$ de magnitud F = 10 N, y se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción. El cordón (o cuerda) que une a los bloques tiene masa despreciable.

a) Determine la aceleración del sistema de cuerpos.

Como los dos cuerpos se desplazan en conjunto (el cordón permanece estirado y no se extiende), ellos alcanzarán la misma aceleración $\vec{a}$ representada en la Figura B-6. La manera más directa de determinar esa aceleración consiste en obtener la resultante, $\vec{R}$ de las fuerzas externas que actúan en el sistema, o sea la fuerza responsable de esta aceleración. Como la masa final del sistema, $m = m_A + m_B$, es conocida, la aceleración del conjunto podrá calcularse mediante la segunda ley de Newton: $\vec{a} = \vec{R}/m$. Además de la fuerza $\vec{F}$, las fuerzas externas que actúan en el sistema se muestran en la Figura B-6.

— en A: el peso $\vec{P}_A$ es la reacción normal $\vec{N}_A$ que, como se sabe, se equilibran.

— en B: el peso $\vec{P}_B$ es la reacción normal $\vec{N}_B$, que también se equilibran.

Así, la resultante de las fuerzas externas está representada por la fuerza $\vec{F}$, es decir, la fuerza $\vec{F}$ está acelerando los dos cuerpos, A y B, en conjunto. Por tanto, la magnitud de la aceleración del sistema será:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{10}{2.0 + 3.0} \quad \text{donde} \quad a = 2.0 \text{ m/s}^2$$

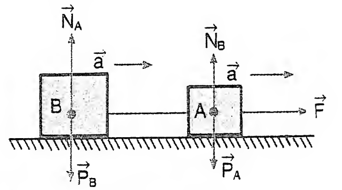


FIGURA B-6 Para el Ejemplo 1.

b) Calcule la tensión en el cordón que une a los cuerpos A y B.

Para contestar esta pregunta, tendremos que analizar las fuerzas internas de interacción entre los cuerpos que constituyen el sistema. Cuando la fuerza $\vec{F}$ actúa en A, tendiendo a desplazar el sistema, el cuerpo A ejerce en el extremo del cordón una fuerza T_A, que representa la tensión en ese extremo de la cuerda (esta fuerza se muestra en la Figura B-7a, donde, para mayor claridad, la cuerda está dibujada como si estuviera separada de los cuerpos A y B). Por la tercera ley de Newton, el cordón reacciona y actúa sobre A con una fuerza igual y contraria, como se ilustra en la Figura B-7a. El cordón estirado hala al cuerpo B con una fuerza T_B y éste, reaccionando, produce en el extremo del cordón una tensión de magnitud igual a T_B (tercera ley de Newton). La cuerda está, por tanto, bajo la acción de las fuerzas de módulos T_A y T_B, de sentidos contrarios, actuando en sus extremos. Evidentemente, se está desplazando con la misma aceleración $\vec{a}$ del conjunto. Si aplicamos la segunda ley de Newton solamente a la cuerda tenemos:

$$T_A - T_B = m_c\, a$$

Pero estamos considerando que la masa de la cuerda, m_c, es despreciable, o sea $m_c = 0$.

Entonces,

$$T_A - T_B = 0$$

donde $T_B = T_A$

Por tanto, el conjunto puede representarse de la manera simplificada que se muestra en la Figura B-7b donde las fuerzas T_A y T_B, que la cuerda ejerce en A y B, se designan por T, es decir, $T = T_A = T_B$.

Ahora, podemos calcular el valor de esa tensión T si aplicamos la segunda ley de Newton aisladamente, al cuerpo A o al cuerpo B.

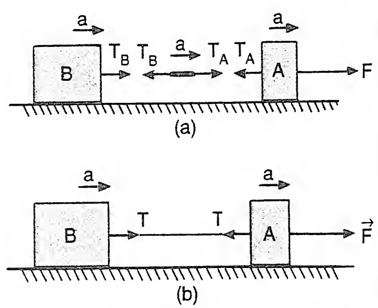


FIGURA B-7 Para el Ejemplo 1 (pregunta b).

— aislando al cuerpo B: la fuerza resultante sobre B es la tensión T (*véase* Figura B-7b).

Luego,

$$T = m_B a = 3.0 \times 2.0$$

donde T = 6.0 N

— aislando el cuerpo A: el módulo de la fuerza resultante que actúa en A es $R = F - T$. Por tanto:

$$F - T = m_A a \quad \text{o} \quad 10 - T = 2.0 \times 2.0$$

donde T = 6.0 N

Observe que, como se esperaba, en ambos casos obtuvimos el mismo valor de la tensión T.

EJEMPLO 2

Suponga que un dinamómetro, de masa despreciable, haya sido introducido entre los cuerpos A y B del ejemplo anterior, como se indica en la Figura B-8a. Determine la lectura de ese dinamómetro.

Considerando el análisis de las fuerzas internas que actuaban en el cordón, hecho en el ejemplo anterior, llegamos a la conclusión de que el dinamómetro es halado en sus dos extremos por dos fuerzas de sentidos contrarios ambas de magnitud T, una de ellas ejercida por el cuerpo A y la otra, por el cuerpo B (*véase* Figura B-8b). Observemos ahora la Figura B-9, donde mostramos una persona que mide el peso P de un cuerpo, con un dinamómetro. Es evidente que, para mantener el sistema en equilibrio, la persona debe ejercer una fuerza, también de módulo P, en el extremo superior del dinamómetro (considerando despreciable el peso de este aparato). Así, cuando la escala de un dinamómetro presenta una lectura P, ese dinamómetro está sometido a dos fuerzas opuestas, en sus extremos, ambas de magnitud P.

Regresemos a la Figura B-8b y llegaremos a la conclusión de que el dinamómetro, por estar someti-

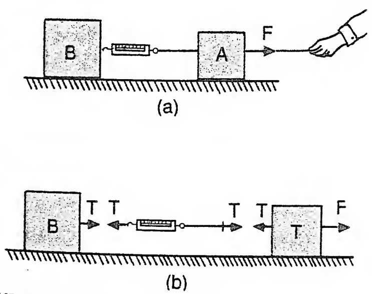


FIGURA B-8 Para el Ejemplo 2.

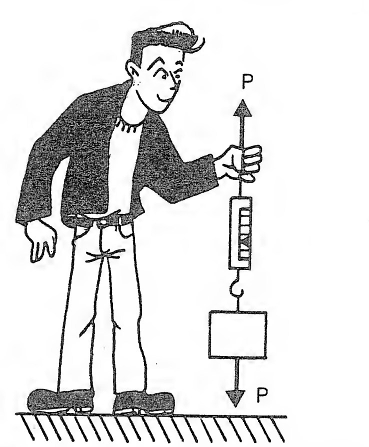


FIGURA B-9 La escala de este dinamómetro indica un valor igual a P.

do a las fuerzas de magnitud T en sus extremos, estará indicando ese valor en su escala, es decir:

lectura del dinamómetro = T = 6.0 N.

EJEMPLO 3

Los bloques A, B y C, mostrados en la Figura B-10a, de masas m_A = 1.0 kg, m_B = 2.0 kg y m_C = 3.0 kg, están apoyados sobre una superficie horizontal sin fricción. Una fuerza horizontal de magnitud F = 15 N actúa sobre el bloque A, empujando al conjunto.

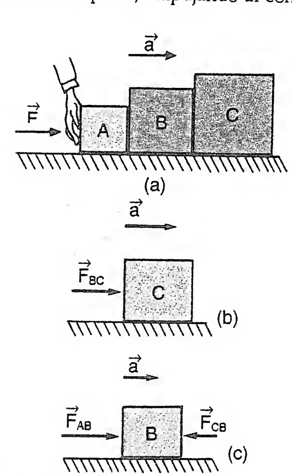


FIGURA B-10 Para el Ejemplo 3.

a) Determine la aceleración del sistema de bloques.

Ya se sabe que las fuerzas internas no influyen en la aceleración del sistema. Con un análisis semejante al realizado en el Ejemplo 1, es fácil llegar a la conclusión de que la resultante de las fuerzas externas que actúan en el conjunto está representada por la fuerza $\vec{F}$.

Entonces, de la segunda ley de Newton, $R = ma$, se obtiene:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} = \frac{15}{1.0 + 2.0 + 3.0}$$

donde $a = 2.5$ m/s^2.

Evidentemente, la dirección y el sentido de $\vec{a}$ son los mismos de $\vec{F}$ como se muestra en la Figura B-10a.

b) Calcule la magnitud de la fuerza que el bloque *B* ejerce en el bloque *C*.

Bajo la acción de la fuerza $\vec{F}$ que actúa directamente en *A*, este bloque empuja al bloque *B* que, a su vez, empuja al bloque *C*. En la Figura B-10b se muestra al cuerpo *C* que se supone aislado de los demás y la fuerza $\vec{F}_{BC}$ que *B* ejerce sobre *C*. Es evidente que $\vec{F}_{BC}$ es una fuerza interna y que, por la tercera ley de Newton, una fuerza $\vec{F}_{CB}$, igual y contraria a $\vec{F}_{BC}$ es ejercida por *C* sobre *B* (la fuerza $\vec{F}_{CB}$ se muestra en la Figura B-10c).

Para calcular F_{BC} basta aplicar la segunda ley de Newton solamente al bloque *C* (Fig. B-10b). Como ese bloque pertenece al sistema, está desplazándose con una aceleración

$a = 2.5$ m/s^2 y, así, tenemos:

$F_{BC} = m_C a = 3.0 \times 2.5$ donde $F_{BC} = 7.5$ N

c) Calcule la magnitud de la fuerza que el bloque *A* ejerce sobre el bloque *B*.

El bloque *B* está bajo la acción de la fuerza $\vec{F}_{AB}$, ejercida por el bloque *A*, y de la fuerza $\vec{F}_{CB}$, ejercida por el bloque *C* (*véase* Figura B-10c) y también se desplaza con una aceleración $a = 2.5$ m/s^2. Recordando que $F_{CB} = F_{BC} = 7.5$ N, tenemos:

$F_{AB} - F_{CB} = m_B a$ o $F_{AB} - 7.5 = 2.0 \times 2.5$
donde $F_{AB} = 12.5$ N

EJEMPLO 4

Un cuerpo *A*, de masa $m_A = 2.0$ kg, está colocado sobre un plano inclinado de un ángulo $\theta = 30°$. Otro cuerpo *B*, de masa $m_B = 2.0$ kg, está amarrado al cuerpo *A* por medio de un cordón de masa despreciable que pasa por una polea sin fricción y de masa también depreciable (*véase* Figura B-11a). Considere que los coeficientes de fricción entre el cuerpo *A* y el plano inclinado sean $\mu_e = 0.20$ (estático) y $\mu_c = 0.10$ (cinético) y que $g = 10$ m/s^2. Suponga que una persona mantiene el cuerpo *A* en reposo sobre el plano, soltándolo en seguida.

a) Describa qué ocurre con el sistema después de que *A* es soltado.

Como se sabe, solamente las fuerzas externas determinan el movimiento del sistema. En este caso, esas fuerzas son las siguientes:

— peso del cuerpo *B*:

$m_B g = 2.0 \times 10$ o $m_B g = 20.0$ N

— peso del cuerpo *A*:

$m_A g = 2.0 \times 10$ o $m_A g = 20.0$ N

Como es usual, vamos a descomponer ese peso en sus componentes normal y paralelo al plano inclinado (Fig. B-11a):

$m_A g \cos\theta = 2.0 \times 10 \times \cos 30°$ o
$m_A g \cos\theta = 17.2$ N

$m_A g$ sen $\theta = 2.0 \times 10 \times$ sen $30°$ o
$m_A g$ sen $\theta = 10.0$ N

— reacción normal, $\vec{N}$, del plano inclinado sobre *A*:

Como *A* no se desplaza en dirección perpendicular al plano inclinado, las fuerzas *N* y $m_A g \cos\theta$ están equilibrándose. Por tanto:

$N = m_A g \cos\theta$ o $N = 17.2$ N

— fuerzas de fricción sobre *A*:

mientras que *A* está detenido, actuará la fuerza de fricción estática, cuyo valor máximo es:

$f_{eM} = \mu_e N = 0.20 \times 17.2$ o $f_{eM} = 3.4$ N

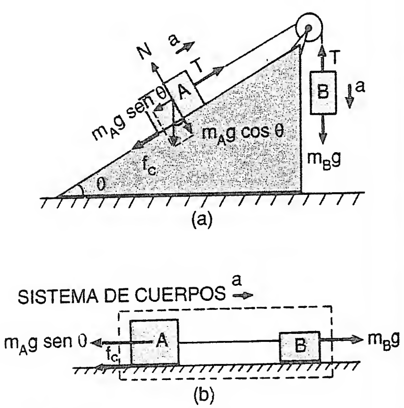


FIGURA B-11 Para el Ejemplo 4.

si *A* estuviera moviéndose, actuaría una fuerza de fricción cinética, cuyo valor es:

$f_c = \mu_c N = 0.10 \times 17.2$ o $f_c = 1.7$ N

Si observamos que $m_B g > m_A g$ sen θ veremos que la tendencia del sistema, al soltarlo, será a moverse de tal modo que el cuerpo *B* se desplace para abajo, evidentemente, tendiendo a halar al cuerpo *A* hacia arriba, a lo largo del plano. Por tanto, la fuerza de fricción estática actuará hacia abajo, tendiendo a impedir el movimiento de *A*. Si observamos, entonces, que

$m_B g > m_A g$ sen $\theta + f_{eM}$

llegamos a la conclusión de que el conjunto entra en movimiento, con cierta aceleración, en el sentido de la tendencia inicial (*B* hacia abajo y *A* subiendo el plano).

b) Determine el valor de la aceleración del conjunto de los cuerpos *A* y *B*.

Como la polea está sin fricción y su masa es despreciable, no afectará al movimiento del sistema, y todo ocurrirá como si las fuerzas que determinan ese movimiento ($m_B g$, $m_A g$ sen θ y f_c) actuaran en la misma dirección, como se muestra en la Figura B-11b. Por la segunda ley de Newton, $R = m_a$ se tiene:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{m_B g - m_A g \,\text{sen}\,\theta - f_c}{m_A + m_B} =$$

$$\frac{20.0 - 10.0 - 1.7}{2.0 + 2.0} \quad \text{o} \quad a = 2.1 \text{ m/s}^2$$

Por tanto, el cuerpo *A* sube el plano con esa aceleración y el cuerpo *B* cae con la misma aceleración.

c) Calcule la tensión *T* en el cordón.

Como las masas del cordón y de la polea son despreciables y no hay fricción en la roldana, la tensión tendrá el mismo valor *T* en los dos extremos del cordón, de manera semejante al caso analizado en el Ejemplo 1 (Fig. B-7b). Entonces, el cordón ejerce fuerzas de misma magnitud *T* sobre *A* y sobre *B*, como se muestra en la Figura B-11a.

Si aplicamos la segunda ley de Newton al cuerpo *B*, que se supone está separado del resto del sistema, tenemos:

$m_B g - T = m_B a$ o $20.0 - T = 2.0 \times 2.1$

donde $T = 15.8$ N

El valor de *T* podría también calcularse si se aplica la segunda ley de Newton al cuerpo *A*, de la siguiente manera:

$T - m_A g$ sen $\theta - f_c = m_A a$ o $T - 10.0 - 1.7 = 2.0 \times 2.1$

donde $T = 15.9$ N

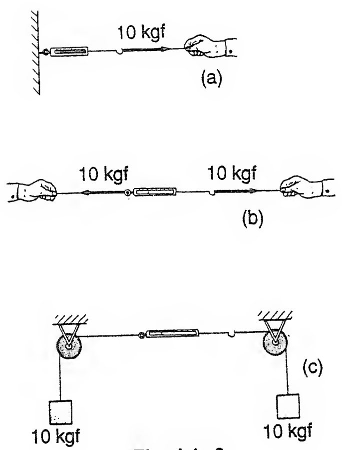
Observación: La diferencia encontrada en el último guarismo (guarismo dudoso) para el valor de *T* se debe a las aproximaciones hechas en los cálculos. Sin duda, los valores encontrados son físicamente equivalentes porque difieren sólo en el guarismo dudoso.

EJERCICIO

7. En el Ejemplo 1, resuelto en esta sección, suponga que la cuerda que une a los cuerpos *A* y *B* tuviera una masa $m_c = 0.20$ kg.
   a) ¿Se alteraría la resultante de las fuerzas externas que actúan en el sistema?
   b) ¿Cuál sería entonces la aceleración del sistema?
   c) La tensión en el extremo derecho de la cuerda (T_A), ¿sería mayor, menor o igual que la tensión en el extremo izquierdo (T_B)?

8. Recuerde lo que se analizó en el Ejemplo 2, resuelto en esta sección, y diga cuál será la lectura del dinamómetro en cada una de las situaciones mostradas en la figura de este ejercicio. En todos los casos, considere despreciables los pesos del dinamómetro y de los cordones y, además, no hay fricción en las poleas.

9. Considere el Ejemplo 3, resuelto en esta sección y:
   a) Dibuje el cuerpo *A*, considerando separado del sistema y muestre todas las fuerzas que actúan en él.
   b) Aplique la segunda ley de Newton al cuerpo *A*, y determine la magnitud de la fuerza $\vec{F}_{BA}$ que *B* ejerce en *A*.
   c) ¿El módulo en $\vec{F}_{BA}$ debería ser mayor, menor o igual que la magnitud de $\vec{F}_{AB}$?, (calculado en el Ejemplo 3). ¿Por qué?
   d) Verifique si el resultado encontrado en la pregunta (b) confirma su respuesta a la pregunta (c).



Ejercicio 8

10. En la Figura B-11a (Ejemplo 4), ¿cuáles son las fuerzas internas en el sistema allí analizado y cuáles son sus valores?

11. En el Ejemplo 4 de esta sección, ¿cuál debe ser el mínimo valor del coeficiente de fricción estático entre el cuerpo A y el plano inclinado para que, al soltarlo, el sistema permanezca en reposo?

12. Considerando una vez más el Ejemplo 4 de esta sección, suponga que no exista fricción entre el cuerpo A y el plano inclinado. En esas condiciones, calcule:

a) La magnitud de aceleración del sistema al soltarlo.

b) El valor de la tensión en el cordón.

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Observación: En los problemas siguientes, suponga despreciable la resistencia del aire y considere $g = 10\ m/s^2$.

1. Un avión chico vuela horizontalmente con una velocidad de 50 m/s y a una altura de 180 m sobre un campo también horizontal, en el cual hay un blanco que debe ser alcanzado por una bomba soltada desde el avión. ¿A qué distancia, medida en la horizontal, antes del objetivo, el piloto debe soltar la bomba?

2. Una piedra fue lanzada con una velocidad inicial $v_0 = 10$ m/s y ángulo de lanzamiento $\theta = 30°$. Se verifica que, después de cierto tiempo, la piedra hace contacto con una fruta de un árbol cercano, situado a 5.0 m abajo del nivel de lanzamiento.

a) ¿Cuánto tiempo necesitó la piedra para llegar hasta la fruta?

b) ¿Cuál es la distancia horizontal entre la fruta y el punto de lanzamiento de la piedra?

3. *a)* Trate de obtener una expresión que permita calcular el valor de la altura máxima H, que el proyectil alcanza. Su respuesta debe expresarse en términos de la velocidad inicial v_0, del ángulo de elevación θ y de la aceleración de la gravedad g.

b) Usando la expresión obtenida en (a), determine cuál es el ángulo de elevación que debe darse al proyectil, sin modificar la magnitud de su velocidad inicial para que el valor de su altura máxima sea lo mayor posible. ¿Ya esperaba el resultado que obtuvo?

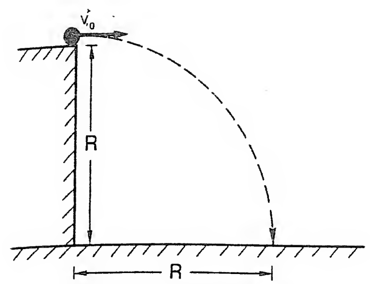
4. Considere un proyectil que se desplaza a lo largo de su trayectoria.

a) ¿Está variando la magnitud de su velocidad? ¿Y la dirección de esa velocidad?

b) Teniendo en cuenta la respuesta de la pregunta anterior, ¿puede usted llegar a la conclusión de que, en un punto cualquiera de la trayectoria, el proyectil tiene aceleración tangencial ($\vec{a}_T$)? ¿Y aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$)?

c) Suponga que en un punto cualquiera de la trayectoria del proyectil se determina la resultante de $\vec{a}_T$ y $\vec{a}_c$. ¿Qué resultado se obtendrá?

5. Una pelota es lanzada horizontalmente con una velocidad $\vec{v}_0$, desde un punto citado a una altura R arriba del suelo. Obsérvese que el alcance de la pelota, al llegar al suelo, es también R (*véase figura de este problema*).



Problema Complementario 5

a) La trayectoria que describe la pelota en este caso, ¿es una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola?

b) Determine el valor de $\vec{v}_0$ en términos de R y de g.

6. Un proyectil es lanzado con una velocidad $\vec{v}_0$ y forma un ángulo θ arriba de la horizontal. Sea $\vec{v}$ la velocidad del proyectil cuando regresa al nivel del lanzamiento.

a) Determine la magnitud de $\vec{v}$ en términos de la magnitud de $\vec{v}_0$.

b) Suponga que el ángulo de lanzamiento del proyectil se alterara sin que el valor de $\vec{v}_0$ se modificara. ¿Este hecho provocaría alteración en la magnitud de $\vec{v}$?

7. Considere dos proyectiles, lanzados con velocidades iniciales de una misma magnitud v_0 y con ángulos de elevación $\theta_1 = 45° + \alpha$ y $\theta_2 = 45° - \alpha$.

a) Muestre que esos dos proyectiles tienen el mismo alcance (*sugerencias:* recuérdese que sen $(90° + \beta)$ = sen $(90° - \beta)$.

b) Para verificar numéricamente lo que se afirmó en la pregunta (a), calcule los alcances de los proyectiles, A y B, para los cuales $v_0 = 20$ m/s, $\theta_A = 60°$ y $\theta_B = 30°$.

8. *a)* En la pregunta (b) del problema anterior, sean H_A y H_B las alturas máximas alcanzadas por los proyectiles A y B. ¿Cuántas veces H_A es mayor que H_B?

b) Haga, en un mismo dibujo, los bocetos de las trayectorias A y B, desde $t = 0$ hasta que regresen al nivel del lanzamiento.

9. En un salto común, un saltamontes logra un brinco de $A = 0.75$ m. Suponiendo que haya saltado con un ángulo de elevación de $\theta = 45°$ y que la única fuerza que actúa en él sea su peso, determine:

a) La velocidad inicial del saltamontes.

b) Cuánto tiempo permanece en el aire.

10. Sean A_M el alcance máximo de una pelota al ser lanzada por una persona con la velocidad inicial $\vec{v}_0$. Al lanzarla verticalmente hacia arriba, con la velocidad inicial de misma magnitud $\vec{v}_0$, la persona hace que la bola alcance una altura H. ¿Cuál es la relación entre A_M y H?

11. Un niño que quiere tirar una fruta de un árbol, arroja una piedra con una velocidad $\vec{v}_0$ cuya magnitud es $v_0 = 20$ m/s, dirigida exactamente hacia la fruta, situada en P, como se muestra en la figura de este problema. Sin embargo, por una coincidencia, en el momento en que el niño arroja la piedra, la fruta cae del árbol.

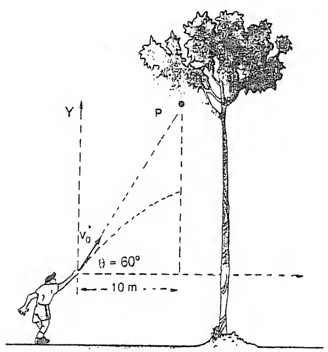
a) ¿Cuánto tiempo necesita la piedra para alcanzar la vertical que pasa por el punto P?

b) En el instante calculado en (a), ¿cuál es la posición (X y Y) de la piedra en relación con el sistema de coordenadas que se muestra en la figura?

c) En ese preciso instante, ¿cuál es la posición (X y Y) de la fruta?

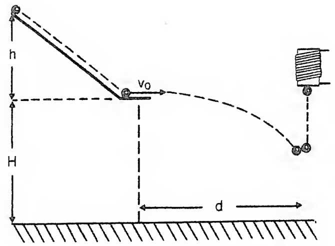
d) ¿Cree usted que la fruta fue alcanzada por la piedra? Explique.

Observación: Se puede mostrar que, en las condiciones descritas en este problema, la piedra siempre alcanzaría a la fruta, cualquiera que fuera el valor de v_0.



Problema Complementario 11

12. Una pequeña esfera se desliza a lo largo de un plano inclinado, sin fricción, partiendo del reposo desde el punto más alto y alcanza un pequeño



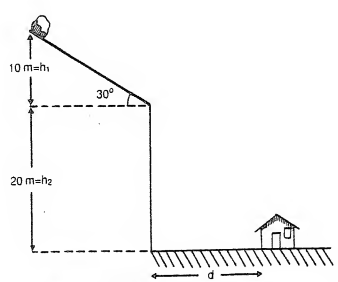
Problema complementario 12

descanso horizontal y, entonces, es lanzada, como se muestra en la figura de este problema. Cuando alcanza el descanso, desconecta un electroimán que sostenía otra pequeña esfera situada en la misma altura del descanso. Siendo h, H y d las distancias mostradas en la figura, determine para cuáles valores de d habrá encuentro de las dos esferas.

13. Determine cuál es el ángulo de elevación θ, que debe darse a un dispositivo lanzador de proyectiles, de modo que, al lanzar un objeto, éste tenga alcance igual a la altura máxima alcanzada.

14. Un futbolista cobra una falta, marcada en una zona situada a 55 m de distancia directamente frente a la portería. Logra patear el balón con una velocidad inicial de 25 m/s, en un ángulo de lanzamiento de 45°. Sabiendo que la trabe horizontal de la portería está a 2.44 m del suelo y que el portero se encontraba muy adelantado (fuera del área chica), verifique si la falta se convirtió en gol.

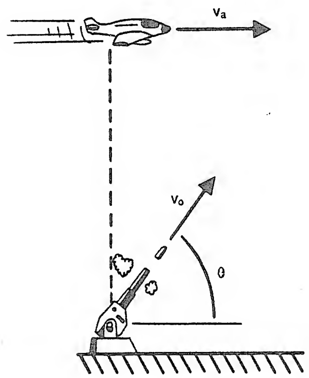
15. Una casa fue construida cerca de un peñasco, a una distancia d = 20 m de su base (*véase* figura de este problema). En la parte superior del peñasco hay un plano inclinado, en lo alto del cual hay una enorme piedra, con posibilidad de desprenderse. Considerando los datos indicados en



Problema Complementario 15

la figura, verifique si los moradores están en peligro de ser alcanzados por la piedra, si ésta se desprendiera.

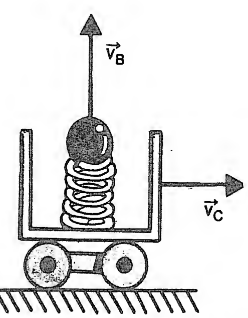
16. Un avión supersónico que vuela horizontalmente con una velocidad constante v_a = 500 m/s, pasa por arriba de un cañón antiaéreo que puede lanzar proyectiles con una velocidad inicial v_0 = 1 000 m/s. Suponga que el artillero dispara una bala en el momento en que el avión pasa directamente arriba del cañón, como se muestra en la figura de este problema.



Problema Complementario 16

a) ¿Cuál debe ser el ángulo θ de elevación del arma para que el proyectil puede alcanzar en el avión?
b) ¿A qué altura mínima debe estar el avión volando para que el proyectil no lo alcance?

17. Una esfera pequeña se encuentra apoyada en una muelle comprimida que está sujeta sobre un carrito. Se sabe que la muelle, al estirarse, trasmite a la esfera una velocidad inicial vertical, para



Problema Complementario 17

arriba, v_B = 4.0 m/s (*véase* figura de este problema). Suponga que la muelle se haya extendido mientras el carrito avanzaba en línea recta sobre una superficie horizontal, con una velocidad constante v_c = 3.0 m/s.

a) ¿Qué tipo de movimiento tendrá la esfera? ¿Cuál es la forma de su trayectoria?
b) ¿Cuál es el la magnitud de la velocidad inicial $\vec{v}_0$ con que la esfera fue lanzada?
c) ¿Cuál es el ángulo de lanzamiento de la esfera?
d) ¿Después de cuánto tiempo la esfera regresará al carrito? o sea, ¿llegará al extremo de la muelle?

18. Un jugador patea un balón de fútbol, con una velocidad inicial v_0 = 20.0 m/s y ángulo de elevación θ = 30° tratando de dar un pase a un compañero que se encuentra a 50.0 m de distancia en la dirección del tiro. En el instante del disparo, este compañero empieza a correr en un intento por alcanzar el balón antes de que caiga. ¿Cuál es el mínimo valor de la velocidad que debe desarrollar para lograr su intento?

19. En el Ejemplo 1, resuelto en la Sección B-2 (Figura B-6) suponga que la fuerza $\vec{F}$ aplicada al cuerpo A, actuara inclinada hacia arriba, en una dirección, formando un ángulo θ = 30° con la horizontal y que existiera fricción entre cada uno de los bloques A y B y la superficie en la cual se desplazan, siendo μ_c = 0.10 el coeficiente de fricción entre ellos y la superficie.

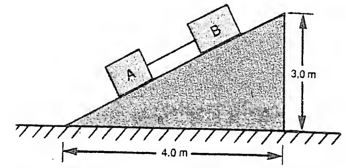
a) Determine la aceleración del sistema constituido por los dos bloques.
b) Calcule la magnitud de la tensión en el cordón que une A y B.

20. Suponga que, en la Figura B-8a (Ejemplo 2, resuelto en la Sección B-2) la lectura del dinamómetro mostrado fuera igual a 4.5 N. En esas condiciones, ¿cuáles serían:

a) La magnitud de aceleración del sistema?
b) La magnitud de la fuerza $\vec{F}$ que está aplicada al bloque A?

21. Dos cuerpos, A y B, de masas m_A = 2.0 kg y m_B = 3.0 kg, unidos por un cordón de masa despreciable, se deslizan sin fricción a lo largo de una rampa, como se muestra en la figura de este problema.

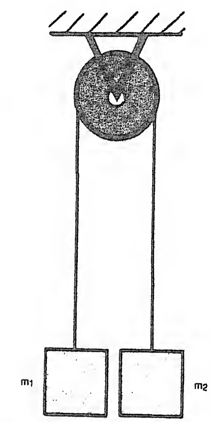
a) ¿Cuál es la aceleración del sistema constituido por A y B?
b) ¿Cuál es el valor de la tensión en el cordón que une a los dos cuerpos?



Problema Complementario 21

22. Conteste las preguntas del problema anterior, suponiendo que los coeficientes de fricción cinética entre los cuerpos A y B y la rampa fueran, respectivamente, μ_A = 0.10 y μ_B = 0.40.

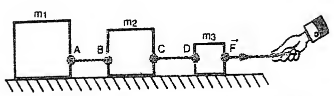
23. Dos cuerpos, de masas m_1 = 2.10 kg y m_2 = 2.00 kg, están unidos por un cordón que pasa por una polea, como se muestra en la figura de este problema. Los cuerpos, inicialmente en reposo, son soltados desde una misma altura. Considere despreciables las fricciones y las masas del cordón y de la polea.



Problema Complementario 23

a) Determine la magnitud, la dirección y el sentido de las aceleraciones $\vec{a}_1$ y $\vec{a}_2$ de las masas m_1 y m_2.
b) ¿Después de cuánto tiempo de ser soltadas, la distancia entre las masas será igual a 1.50 m?
c) ¿Cuál es la magnitud de la tensión del cordón que une a las masas?

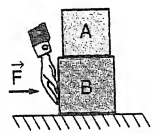
24. La figura de este problema muestra tres cuerpos de masas m_1 = 3.0 kg, m_2 = 2.0 kg y m_3 = 1.0 kg, apoyados sobre una superficie horizontal sin fricción. Las tensiones máximas que los cordones AB y CD pueden soportar, sin romperse, son,



Problema Complementario 24

respectivamente, iguales a 10 N y 30 N. Los cuerpos se encuentran inicialmente en reposo y, en un dado instante, una persona aplica al conjunto una fuerza F = 30 N (*véase* figura). ¿Cuál será la magnitud de la aceleración de cada cuerpo un poco después de que se aplicó la fuerza?

25. Sobre la superficie horizontal mostrada en la figura de este problema está apoyado un bloque A, de masa m_A = 3.0 kg y sobre él se encuentra un bloque B, de masa m_B = 2.0 kg. Al aplicarse una fuerza horizontal F = 10.0 N en el bloque A, se observa que A y B se mueven juntos. Desprecie la fricción entre la superficie horizontal y el bloque A y conteste:



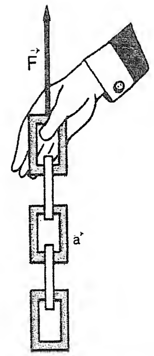
Problema Complementario 25

a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción que A ejerce en B?
b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante que actúa en A? ¿Cuáles son las fuerzas horizontales que dieron origen a esta resultante?

26. Suponga, en el problema anterior, que el coeficiente de fricción estático, entre los bloques A y B sea μ_e = 0.50. ¿Cuál es el máximo valor F_M que puede tener la fuerza $\vec{F}$ sin que B se deslice sobre A?

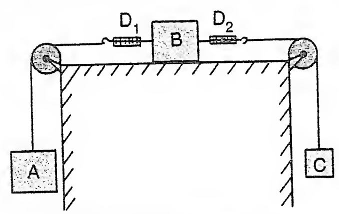
27. Una cadena, constituida por 5 eslabones, cada uno con masa m = 0.10 kg, es halada verticalmente para arriba por una fuerza $\vec{F}$ (*véase* figura de este problema). Si se sabe que la cadena adquiere una aceleración a = 2.0 m/s^2 para arriba, calcule:
a) El valor de la fuerza $\vec{F}$.
b) El valor de la fuerza $\vec{F}_{23}$ que el segundo eslabón (contando de arriba para abajo) ejerce en el tercero.

28. En el sistema mostrado en la figura de este problema, suponga que m_A = 4.0 kg, m_B = 4.0 kg y m_C = 2.0 kg. Considere despreciables las fuerzas



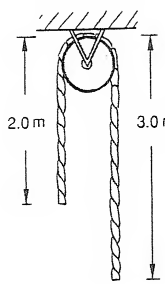
Problema Complementario 27

de fricción y las masas de los cordones, de las poleas y de los dinamómetros. Determine, en el instante mostrado en la figura:
a) La magnitud, la dirección y el sentido de la aceleración de cada uno de los bloques A, B y C.
b) Las lecturas de los dinamómetros D_1 y D_2.



Problema Complementario 28

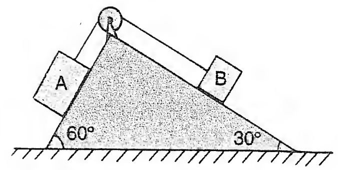
29. Una cuerda, con densidad lineal (masa por unidad de longitud) igual a 0.40 kg/m, y una longitud total de 5.0 m, pasa por una polea pequeña, sin fricción, como se muestra en la figura de este problema.
a) En el instante mostrado en la figura, determine la magnitud de la aceleración de la cuerda.



Problema Complementario 29

b) Conforme la cuerda cae, pasando por la polea, su aceleración ¿aumenta, disminuye o no se modifica?
c) ¿En qué situación la aceleración de la cuerda será máxima y cuál es este valor máximo?

30. Los dos bloques, A y B, mostrados en la figura de este problema, están unidos por una cuerda delgada, que pasa por una polea pequeña sin fricción, estando apoyados en dos planos inclinados. Las masas de los bloques son m_A = 2.0 kg y m_B = 4.0 kg y el coeficiente de fricción estático entre los bloques y los planos es μ_e = 0.40.
a) Al soltarse el sistema, a partir del reposo, en la situación que se muestra en la figura, verifique si permanece en reposo.



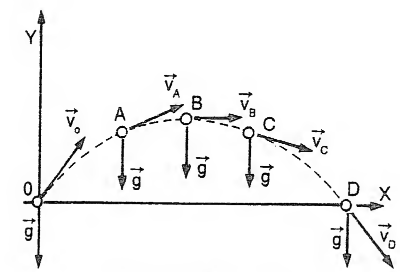
Problema Complementario 30

b) Si el sistema está en movimiento, y μ_c = 0.20 es el coeficiente de fricción cinético entre los bloques y los planos, determine la magnitud de aceleración de los dos cuerpos.

RESPUESTAS

Ejercicios

2. *véase* figura



Respuesta Ejercicio 2

3. *a)* X = 4.1 m y Y = 0.60 m *b)* no
c) v_x = 6.9 m/s y v_y = −2.0 m/s
d) desciende

4. *a)* $t_A = 2t_s$
b) sí (el tiempo de subida es igual al tiempo de descenso)

5. *a)* v = 6.9 m/s *b)* sí (v = 24.8 km/h)

6. *a)* X = 6.9 m y Y = −1.0 m
c) menor

7. *a)* no *b)* 1.9 m/s^2 *c)* mayor

8. *a)* 10 kgf *b)* 10 kgf *c)* 10 kgf

9. *a)* $\vec{P}_A$, peso del cuerpo A; $\vec{N}_A$ reacción normal de la superficie sobre A; $\vec{F}$ fuerza externa aplicada al sistema y $\vec{F}_{BA}$ fuerza de B sobre A
b) F_{BA} = 12.5 N *d)* sí
c) igual (Tercera ley de Newton)

10. las tensiones en los extremos del hilo y las fuerzas que el ejerce sobre A y B, todas estas fuerzas tienen el mismo valor T = 15.8 N

11. μ_e = 0.58

12. *a)* 2.5 m/s^2
b) 15 N

Problemas complementarios

1. 300 m

2. *a)* 1.6 s *b)* 13.8 m

3. *a)* $H = v_0^2 \operatorname{sen} 2\,\theta/2g$
b) θ = 90° (vertical)

4. *a)* ambos varían
b) tiene las dos aceleraciones
c) $\vec{g}$

5. *a)* parábola *b)* $v_0 = \sqrt{g\,R/2}$

6. *a)* $V = v_0$ *b)* no

7. *b)* 34.6 m para ambos

8. *a)* aproximadamente 3 veces mayor

9. *a)* v_0 = 2.7 m/s *b)* t = 0.38 s

10. $A_M = 2H$

11. *a)* t = 1.0 s *b)* X = 10 m Y = 12.3 m
c) X = 10 m Y = 12.3 m
d) sí; exactamente en t = 1.0 s

12. $d = \leq 2\sqrt{Hb}$

13. θ = 76°

14. la bola pasa encima de la trave

15. no; al llegar al suelo la piedra se encontrará a un máximo de 17 m de la base del peñasco

16. *a*) $\theta = 60°$ *b*) 37 km
17. *a*) movimiento del proyectil; parábola
b) $v_0 = 5.0$ m/s *c*) $\theta = 53°$ *d*) $t = 0.80$ s
18. 7.7 m/s
19. *a*) $a = 0.82$ m/s^2 *b*) $T = 5.4$ N
20. *a*) $a = 1.5$ m/s^2 *b*) $F = 7.5$ N
21. *a*) $a = 6.0$ m/s^2 *b*) cero
22. *a*) $a = 3.76$ m/s^2 *b*) $T = 2.88$ N
23. *a*) $a_1 = 0.24$ m/s^2; vertical descendente
$a_2 = 0.24$ m/s^2; vertical ascendente
b) $t = 2.5$ s *c*) $T = 20.48$ N
24. $a_1 = 0$; $a_2 = a_3 = 10$ m/s^2
25. *a*) 4.0 N
b) 6.0 N; la fuerza $\vec{F}$ (10 N) y a la fuerza de fricción de *B* sobre *A* (4.0 N)
26. $F_M = 25$ N
27. *a*) $F = 6.0$ N *b*) $F_{23} = 3.6$ N
28. *a*) $a_A = 2.0$ m/s^2, vertical descendente
$a_B = 2.0$ m/s^2, horizontal; hacia la izquierda
$a_C = 2.0$ m/s^2, vertical; ascendente
b) D_1 indica 32 N, D_2 indica 24 N
29. *a*) $a = 2.0$ m/s^2 *b*) aumenta
c) cuando la cuerda abandona la polea; aceleración de la gravedad
30. *a*) no; el sistema comienza a moverse
b) 2.8 m/s^2

capítulo 7

gravitación universal

Fotografía de la Tierra tomada desde un satélite artificial. El conocimiento de la Ley de Gravitación Universal permitió el lanzamiento de los satélites artificiales modernos.

7.1 Introducción

❖ La astronomía es la más antigua de las ciencias. La cantidad y precisión de los datos astronómicos conseguidos desde épocas muy remotas, son realmente sorprendentes. Esto se debe, probablemente, a la influencia que los fenómenos celestes ejercían en la vida de los pueblos más antiguos. Así, la necesidad de establecer las épocas de siembra y de cosecha, y su relación con las posiciones del Sol, de la Luna y de las estrellas, llevó a los astrónomos de la Antigüedad a recabar un gran número de datos relacionados con los movimientos de tales astros.

❖ **El modelo antiguo de los griegos.** Los primeros intentos para explicar el movimiento de los cuerpos celestes se deben a los griegos del siglo IV a. de C. Al tratar de reproducir los movimientos de dichos cuerpos, los astrónomos griegos establecieron un modelo en el cual la Tierra se situaba en el centro del Universo (teoría geocéntrica), y los planetas, así como el Sol, la Luna y las estrellas, se hallaban incrustados en esferas que giraban alrededor de la Tierra. Con este modelo se pudieron describir con aproximación razonable, los movimientos de los astros en el cielo. Al intentar ajustar mejor su modelo a los hechos observados, los griegos tuvieron que valerse de un gran número de esferas para explicar el movimiento de un solo planeta. Esto convirtió el universo griego antiguo en algo muy complicado, y durante muchos años se llevaron a cabo varios intentos para conseguir un modelo más sencillo.

❖ **El sistema geocéntrico de Tolomeo.** De los sistemas ideados para la simplificación del antiguo modelo griego, el que obtuvo mayor éxito fue la teoría geocéntrica del gran astrónomo Tolomeo, quien vivió en Alejandría en el siglo II d. de C., y era de origen griego.

Tolomeo suponía que los planetas se movían en círculos cuyos centros giraban alrededor de la Tierra (Fig. 7-1). Además de ser éste un modelo más sencillo que el primitivo de los griegos, logró un mejor ajuste a los movimientos que se observaban en el cielo.

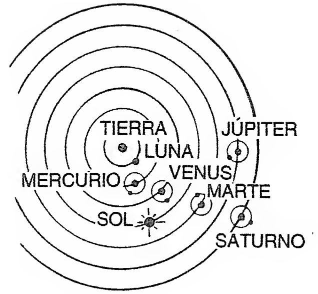


FIGURA 7-1 Diagrama simplificado del sistema geocéntrico de Tolomeo.

Debido a la razonable exactitud de las previsiones que se hacían con el sistema de Tolomeo, y como su teoría (que suponía a la Tierra en el centro del Universo) se adaptaba muy bien a las creencias religiosas de la Edad Media, sus ideas perduraron prácticamente durante trece siglos. Pero las sucesivas modificaciones introducidas en tal modelo para que se adaptara a las observaciones que se fueron acumulando durante ese largo periodo, acabaron por convertir el sistema tolomeico en otro también muy complicado.

❖ **El sistema heliocéntrico de Copérnico.** El astrónomo polaco Nicolás Copérnico presentó en el siglo XVI, un modelo más sencillo para sustituir el sistema de Tolomeo. Siendo un hombre con una profunda fe religiosa, Copérnico creía que "el Universo debería ser más sencillo, pues Dios no haría un mundo tan complicado como el de Tolomeo".

En el modelo de Copérnico, el Sol está en reposo, y los planetas, incluyendo la Tierra, giran alrededor de él en órbitas circulares (teoría heliocéntrica). Esta idea ya había sido propuesta por algunos filósofos de la Grecia antigua. Con su teoría heliocéntrica, Copérnico lograba una descripción de los movimientos celestes tan satisfactoria como la que se obtenía con el sistema de Tolomeo, y con la ventaja de ser un modelo mucho más sencillo que el geocéntrico.

Nicolás Copérnico (1473-1543). Nacido en Polonia, además de ser un gran astrónomo y matemático, destacó como un respetado sacerdote, jurista, administrador, diplomático, médico y economista. Realizó parte de sus estudios en Italia, donde aprendió el griego, con lo cual pudo leer en el original las obras de los grandes filósofos y astrónomos de la Antigüedad. En su famoso libro *De Revolutionibus Orbium Coelestium.* (*Sobre las revoluciones de las esferas celestes*) presentaba la teoría heliocéntrica, que daba una visión completamente nueva del Universo. Esta obra no pudo publicarse sino hasta 1543, llegando el primer ejemplar a manos de Copérnico cuando ya se encontraba en su lecho de muerte.

Pero un sistema en el que el Sol se consideraba inmóvil, y la Tierra se convertía en un planeta en movimiento como todos los demás, iba en contra de la filosofía aristotélica y las convicciones religiosas de la época. En virtud de ello, Copérnico tuvo gran renuencia a publicar sus ideas. El libro en el cual expuso su teoría causó grandes polémicas, y terminó por ser colocado en la lista de los libros prohibidos por la Iglesia.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Describa en forma breve el modelo del Universo según los griegos de la remota Antigüedad.
2. *a*) ¿Qué entiende usted por "sistema geocéntrico"?
   b) ¿Cuáles son los modelos geocéntricos del Universo que presentamos en esta sección?
3. Cite dos causas por las cuales el sistema de Tolomeo fuera aceptado por tanto tiempo.
4. *a*) ¿Qué es un "sistema heliocéntrico"?
   b) ¿Cuál fue la razón alegada por Copérnico (citada en esta sección) para presentar su modelo en sustitución del de Tolomeo?
   c) ¿Por qué las ideas de Copérnico no fueron bien aceptadas en su época?

7.2 Leyes de Kepler

❖ **Kepler y las observaciones de Tycho Brahe.** Algunos años después de la muerte de Copérnico, el astrónomo danés Tycho Brahe comenzó a realizar un importante trabajo destinado a obtener mediciones más precisas de las posiciones de los cuerpos celestes. En su observatorio, muy bien equipado para su época, Tycho Brahe llevó a cabo durante casi 20 años, rigurosas observaciones de los movimientos planetarios, comprobando que el sistema de Copérnico no se adaptaba satisfactoriamente a tales mediciones.

Los datos obtenidos por Brahe, cuidadosamente tabulados, serían la base del trabajo que

Johannes Kepler (1571-1630). Gran astrónomo alemán, publicó su primera obra *Mysterium Cosmographicum* en 1596, donde se manifiesta partidario de las ideas heliocéntricas de Copérnico. Sus dos primeras leyes sobre el movimiento de los planetas fueron divulgadas con la publicación de su libro *Astronomia Nova*, en 1609, cuando ya se encontraba trabajando en Praga. No fue sino hasta 10 años después cuando dio a conocer su tercera ley en el libro *De Harmonice Mundi*, publicado en 1619.

después de su muerte, desarrollara su discípulo, el astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630). Entusiasmado por la sencillez del sistema de Copérnico, Kepler creía en la posibilidad de realizar ciertas correcciones a dicho modelo, a fin de adaptarlo aún más a los movimientos celestes que se observan en realidad. Llevó a cabo su trabajo analizando cuidadosamente, con una gran habilidad matemática y durante casi 17 años, la enorme cantidad de datos obtenidos por su maestro. El trabajo de Kepler fue coronado por el éxito, pues logró descubrir las tres leyes del movimiento de los planetas, lo cual originó el nacimiento de la Mecánica Celeste. A continuación presentamos estas leyes del movimiento planetario.

❖ **Primera ley de Kepler.** La corrección del sistema de Copérnico, buscada por Kepler, se expresa a través de su primera ley. Sus estudios lo llevaron a concluir que, en realidad, los planetas se mueven alrededor del Sol, pero sus órbitas son elípticas y no circulares, como suponía Copérnico. Además, Kepler comprobó que el Sol se encuentra situado en uno de los focos de cada elipse (Fig. 7-2). De manera que:

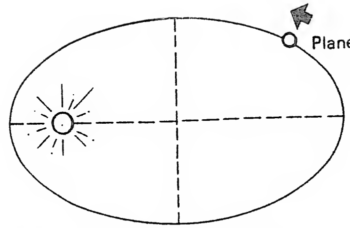


FIGURA 7-2 La órbita de un planeta alrededor del Sol es una elipse, y el astro solar está situado en uno de los focos de dicha curva.

> *Primera ley de Kepler:* todo planeta gira alrededor del Sol describiendo una órbita elíptica, en la cual el Sol ocupa uno de los focos.

Cabe destacar que la órbita de un planeta no es una elipse tan alargada como indica la Figura 7-2. En realidad, las órbitas difieren muy poco de una circunferencia, y realmente es impresionante ver cómo las mediciones de Tycho Brahe pudieron ser tan exactas que hicieran posible al genial Kepler descubrir que dichas órbitas en realidad son elipses.

❖ **Segunda ley de Kepler.** Preocupado por conocer la velocidad de los planetas, Kepler pudo comprobar que se mueven con más rapidez cuando están más cercanos al Sol, y con más lentitud cuando están más alejados de este astro. En la Figura 7-3, por ejemplo, el planeta desarrolla mayor velocidad entre *A* y *B* que entre *C* y *D*.

Mientras el planeta se mueve desde *A* hasta *B*, la recta o radio focal que une al planeta con el Sol "describe" el área A_1. Al moverse de *C* a *D*, dicha recta "describe" el área A_2 (Fig. 7-3). Kepler comprobó que si el tiempo que tarda en

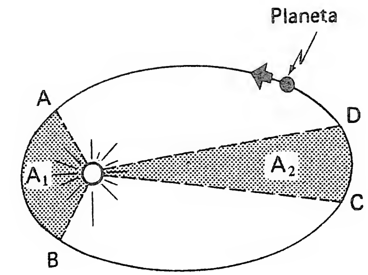


FIGURA 7-3 La velocidad de un planeta es mayor cuando se encuentra más cerca del Sol.

ir desde *A* hasta *B* fuera igual al tiempo necesario para ir de *C* a *D*, entonces las áreas A_1 y A_2 serían iguales. Con base en esto formuló su segunda ley:

> *Segunda ley de Kepler:* el radio focal que une a un planeta con el Sol "describe" áreas iguales en tiempos iguales.

❖ **Tercera ley de Kepler.** Al continuar el estudio de las tablas de datos de Tycho Brahe, Kepler buscó establecer una relación entre los periodos de revolución de los planetas y los radios de sus órbitas (para simplificar este estudio, se supondrá que las trayectorias planetarias son circulares). Después de 10 años de intentarlo, Kepler descubrió una relación que se sintetiza en su tercera ley.

Para entender mejor esta ley, analicemos la Tabla 7-1. En la primera columna vemos que los periodos de revolución de los planetas alrededor del Sol son muy distintos entre sí. Lo mismo sucede con los radios de sus órbitas (distancias de los planetas al Sol), presentados en la segunda columna de la tabla. Pero, por la tercera de ellas nos damos cuenta de que si elevamos a la segunda potencia el periodo de revolución de cada planeta (T^2) y lo dividimos entre el cubo del radio de su órbita (r^3), el cociente T^2/r^3 tendrá el mismo valor para cualquier planeta (las pequeñas diferencias que se observan en la tercera columna de la Tabla 7-1 se justifican plenamente por errores experimentales). Este resultado, que es el contenido de la tercera ley de Kepler, se expresa matemáticamente por

$$\frac{T^2}{r^3} = K$$

donde K es una constante para todos los planetas. De esta relación obtenemos $T^2 = Kr^3$, es decir, $T^2 \propto r^3$. Podemos, entonces, enunciar la tercera ley de Kepler de la siguiente manera:

TABLA 7-1

Planeta	Periodo de revolución (T) (en años)	Radio de la órbita (r) (en u.a.)*	T^2/r^3 [en año^2/(u.a.)^3]
Mercurio	0.241	0.387	1.002
Venus	0.615	0.723	1.000
Tierra	1.000	1.000	1.000
Marte	1.881	1.524	0.999
Júpiter	11.86	5.204	0.997
Saturno	29.6	9.58	0.996
Urano	83.7	19.14	1.000
Neptuno	165.4	30.2	0.993
Plutón	248	39.4	1.004

* 1 u.a. = 1 unidad astronómica = radio de la órbita terrestre.

> *Tercera ley de Kepler:* los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de los radios de sus órbitas.

❖ Con el trabajo de Kepler, las leyes básicas del movimiento de los planetas habían sido descubiertas, estableciéndose así las bases de la Mecánica Celeste. Pero lo que Kepler hizo fue describir este movimiento sin ocuparse de sus causas; en otras palabras, las leyes de Kepler* constituyen la cinemática del movimiento planetario. En la próxima sección veremos cómo algunos años más tarde Newton, con base en los resultados de Kepler, elabora la mecánica del movimiento de los planetas y descubre una de las leyes fundamentales de la naturaleza: la de la Gravitación Universal.

* **N. del R.** Para recordarlas con más facilidad, la primera, la segunda y la tercera leyes de Kepler suelen denominarse "ley de las órbitas", "ley de las áreas" y "ley de los periodos", respectivamente.

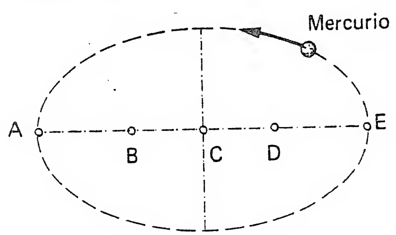
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. ¿Cuál fue la principal fuente de información que permitió a Kepler descubrir sus leyes?

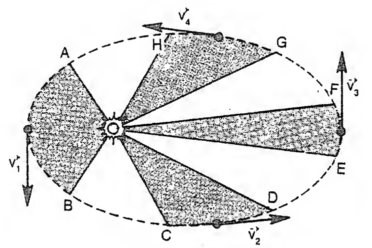
6. Recordando la primera ley de Kepler:
   a) Haga un dibujo que muestre la forma aproximada de la trayectoria de un planeta cualquiera alrededor del Sol. ¿Cómo se denomina esta curva?
   b) ¿Está situado el Sol en el centro de la órbita?

7. La figura de este ejercicio representa la trayectoria de Mercurio alrededor del Sol. Sabiendo que la velocidad de este planeta es máxima al pasar por *E*, ¿cuál de los puntos, *B*, *C* o *D* representa mejor la posición que el Sol ocupa?



Ejercicio 7

8. Suponga que la elipse mostrada en la figura de este ejercicio representa la trayectoria de Júpiter alrededor del Sol. Todas las áreas sombreadas son iguales entre sí.



Ejercicio 8

   a) Si Júpiter tarda un año en recorrer el arco *AB*, ¿cuál será el tiempo que tarda en recorrer cada uno de los arcos *CD*, *EF* y *GH*?
   b) Sean $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ y $\vec{v}_4$, las velocidades de Júpiter en cada una de las posiciones mostradas en la figura. Coloque estas velocidades en orden decreciente de sus valores.

9. Al consultar la Tabla 7-1 responda lo siguiente:
   a) ¿Qué es una unidad astronómica (1 u.a.)?
   b) ¿Cuántas vueltas da la Tierra alrededor del Sol mientras Plutón sólo da una?
   c) ¿Cuál es el valor de la constante K de la tercera ley de Kepler ($T^2/r^3 = K$) que figura en la tabla?

10. *a)* Imagine que alguien le dice que se descubrió un pequeño planeta con un periodo $T = 8.0$ años, y cuya distancia al Sol es $r = 4.0$ u.a. Si esto fuera verdad, ¿confirmarían tales datos la tercera ley de Kepler?
   b) ¿Podría existir un planeta a una distancia $r = 10$ u.a. del Sol, y con un periodo $T = 10$ años? ¿Por qué?

7.3 La gravitación universal

❖ **Introducción.** Al estudiar el movimiento de los planetas con base en las leyes de Kepler, Newton observó que como describen órbitas alrededor del Sol, deben estar sujetos a una fuerza centrípeta, pues de lo contrario sus trayectorias no serían curvas. Al razonar de esta manera, Newton estaba admitiendo que sus leyes del movimiento también eran válidas para los cuerpos celestes. Este punto de vista iba en contra de la filosofía aristotélica, en la cual se creía que el movimiento de los astros estaba regido por leyes especiales, distintas de las que pueden comprobarse en relación con los movimientos producidos en la superficie de la Tierra.

En la Figura 7-4 se presenta un planeta en su órbita (supuestamente circular) alrededor del Sol. La fuerza $\vec{F}$ representa la fuerza centrípeta que debe actuar sobre el planeta para mantenerlo en su trayectoria. Newton atribuyó esta

Fotografía de larga exposición del cielo del hemisterio sur. El objetivo se mantuvo abierto durante algunas horas y se dirigió al punto en donde el eje de rotación de la tierra "perfora la esfera celeste", directamente encima del polo sur. En virtud de la rotación de la Tierra las estrellas describen, en torno de aquel punto, los arcos luminosos que aparecen en la fotografía. Observe la enorme cantidad de estrellas cuyas trayectorias pueden ser percibidas en la figura.

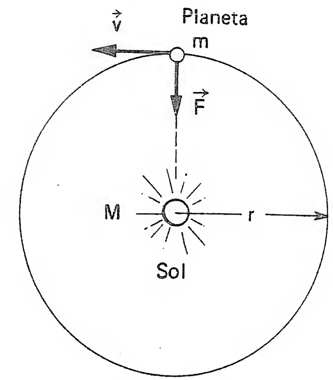


FIGURA 7-4 La fuerza de atracción del Sol proporciona la fuerza centrípeta que mantiene al planeta en su órbita.

fuerza a la existencia de una atracción del Sol sobre el planeta. En resumen, concluyó que

> la fuerza centrípeta que mantiene a un planeta en su órbita, se debe a la atracción que el Sol ejerce sobre él.

❖ **Fuerza de atracción entre el Sol y un planeta.** Basándose en sus leyes del movimiento, así como en los estudios de Kepler, Newton logró obtener la expresión matemática de la fuerza de atracción entre el Sol y un planeta. Designando por $\vec{F}$ esta fuerza, llegó a las conclusiones siguientes:

1) F es proporcional a la masa m del planeta: $F \propto m$
2) F es proporcional a la masa M del Sol: $F \propto M$
3) F es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, r, entre el Sol y el planeta: $F \propto 1/r^2$

De modo que podemos escribir

$$F \propto \frac{m\,M}{r^2} \quad \text{o bien}$$

$$F = G\frac{m\,M}{r^2}$$

donde G es una constante de proporcionalidad denominada *constante de gravitación universal.* La expresión $F = G\,mM/r^2$ nos dice que

la fuerza de atracción del Sol sobre un planeta es proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que hay entre ellos.

❖ **Gravitación universal.** Ahora vamos a describir el paso más audaz del trabajo de Newton, el cual demuestra su extraordinaria capacidad de extrapolación, así como su gran intuición. Al analizar el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra (Fig. 7-5), Newton se dio cuenta de que debía existir una fuerza de atracción de la Tierra sobre la Luna, análoga a aquella con la que el Sol atrae a los planetas. Según se dice, al observar una manzana desprenderse de un árbol concibió la idea de que su caída también debía ser causada por atracción de la Tierra. Reuniendo las ideas de que el Sol atrae a los planetas y la Tierra atrae a la Luna y a la manzana, Newton llegó a la conclusión de que *la atracción observada debe ser un fenómeno general (universal), y manifestarse entre dos objetos materiales cualesquiera.* En otras palabras, entre usted y este libro debe existir una fuerza de atracción, de la misma manera que existe entre usted y su compañero, ¡o entre el profesor y el pizarrón! Surgió así la idea de la *Gravitación Universal,* de que dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza $\vec{F}$, denominada *fuerza gravitacional,* cuyo valor está dado por la misma expresión matemática de la fuerza entre el Sol y un planeta. Entonces, siendo m_1 y m_2 las masas de dos cuerpos separados una distancia r (Fig. 7-6), habrá entre ellos una fuerza $\vec{F}$ de atracción cuya magnitud está dada por

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Tenemos, por tanto:

LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

Dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

La fuerza de atracción gravitacional entre dos objetos "comunes" existentes en la Tierra resulta ser muy pequeña, y Newton no pudo comprobar experimentalmente dicha atracción. Sólo cuando la interacción es entre dos masas muy grandes (como el Sol y los planetas) es posible apreciar la fuerza de atracción gravitatoria.

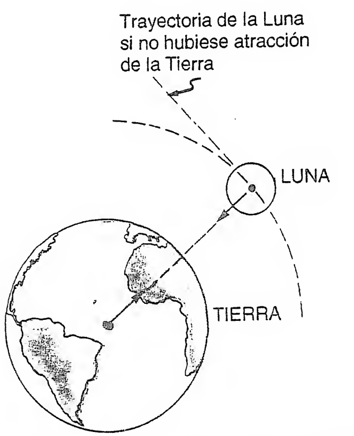


FIGURA 7-5 La Tierra atrae a la Luna con una fuerza de la misma naturaleza que la fuerza con que el Sol atrae a los planetas.

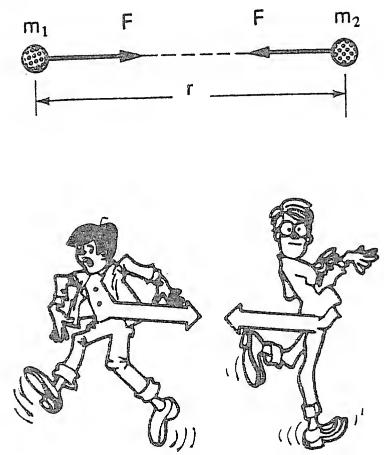


FIGURA 7-6 Entre dos objetos materiales cualesquiera existe una fuerza de atracción (Gravitación Universal).

❖ **Comprobación experimental de la Ley de Gravitación Universal.** No fue sino hasta casi 100 años después de que Newton presentó sus trabajos, cuando se pudo comprobar en forma experimental que la gravitación es en realidad un fenómeno universal. El físico inglés Henry Cavendish, empleando una *balanza de torsión* (Fig. 7-7), realizó el siguiente experimento: equilibró cuidadosamente dos pequeñas esferas, de masas m_1 y m_2, en una barra horizontal. Al acercar a estas masas dos esferas más grandes, M_1 y M_2, Cavendish comprobó que la barra giraba, produciendo una torsión en el hilo muy fino que la sostenía. Este hecho mostró que realmente existe una fuerza de atracción entre m_1 y M_1, así como entre m_2 y M_2 (Fig. 7-7) como Newton había previsto.

Mediante la balanza de torsión, Cavendish logró medir la fuerza de atracción entre dos esferas, y así le fue posible determinar el valor de la constante de gravitación universal G. En el Sistema Internacional de Unidades (SI), el valor de G es

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

Notamos que el valor de G es muy pequeño, y a ello se debe que la atracción gravitacional entre dos objetos "comunes", de acuerdo con lo ya expresado, es prácticamente despreciable, y sólo se puede detectar con aparatos muy delineados, como el de Cavendish.

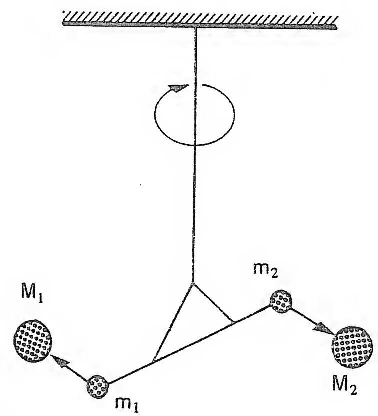


FIGURA 7-7 Experimento de la balanza de torsión realizado por Cavendish.

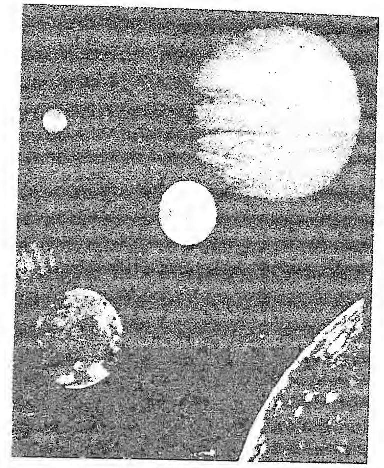


Foto reciente tomada por una nave espacial al pasar cerca de Júpiter, donde se ve al enorme planeta y a cuatro de sus satélites. Todos estos astros se mueven en el espacio sideral de acuerdo con las leyes enunciadas por Newton en el siglo XVII.

EJEMPLO

Medición de la masa de la Tierra. Al haber obtenido con una báscula de torsión el valor de G, Cavendish logró determinar la masa de la Tierra, como ahora vamos a describir.

Consideremos una partícula de masa m cercana a la superficie de la Tierra (que tiene masa M y radio R), según se indica en la Figura 7-8. La partícula m será atraída por la Tierra con una fuerza $\vec{F}$, que es el *peso* de *dicha* partícula. Newton había demostrado (usando el Cálculo Integral inventado por él), que en la atracción gravitatoria entre dos cuerpos esféricos todo sucede como si la masa de ellos estuviera concentrada en su punto central. Así que podemos imaginar la masa M concentrada en el centro de la Tierra, y la fuerza F estará apuntando hacia dicho punto. Como la distancia de m al centro de la Tierra es R (radio de esta última), podemos escribir, por la Ley de la Gravitación Universal,

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

Pero como F representa el peso de la partícula de masa m, tenemos, por la segunda ley de Newton:

$F = m$

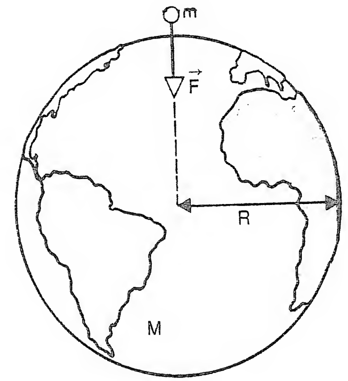


FIGURA 7-8 Newton demostró que podemos calcular la atracción de la Tierra sobre una partícula, suponiendo la masa de la Tierra concentrada en su punto central.

Al igualar estas dos expresiones para una misma fuerza, vemos que

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg$$

donde

$$M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

Así pues, conociendo los valores de g, R y G, lograremos determinar el valor de M.

En la época de Newton, los valores de g y R se conocían con razonable precisión, pero Newton no sabía con exactitud el valor de G. Como Cavendish logró medir G, fue posible entonces calcular la masa de la Tierra, y por eso se dice que Cavendish fue quien, por primera vez, "pesó" a la Tierra en su balanza. Al sustituir en la expresión anterior, los valores $g = 9.80$ m/s^2, $R = 6.37 \times 10^6$ m y $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2, obtenemos para la masa de la Tierra, $M = 5.97 \times 10^{24}$ kg.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. *a)* Usted sabe que los planetas describen órbitas alrededor del Sol. ¿Podría concluir, como hizo Newton, que tiene que haber una fuerza que actúa sobre ellos? Explique.

b) Newton supo que debía existir un agente responsable de esta fuerza. ¿Cuál es?

12. La fuerza de atracción del Sol sobre la Tierra vale, aproximadamente, 4×10^{22} N. Diga cuál es el valor de esta fuerza suponiendo que:

a) La masa de la Tierra fuera tres veces mayor.

b) La masa del Sol fuese dos veces menor.

c) La distancia entre la Tierra y el Sol fuese dos veces mayor.

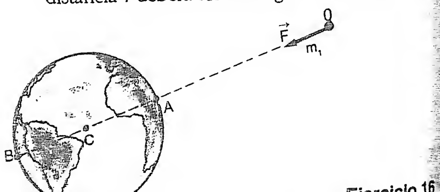
13. La ley de gravitación inicialmente fue establecida por Newton para expresar la fuerza de atracción entre el Sol y los planetas. Explique por qué, posteriormente, pasó a ser denominada "Ley de la Gravitación Universal".

14. *a)* Para que se de cuenta de la pequeñez de la fuerza de atracción entre dos objetos "comunes", calcule la fuerza con la que dos personas se atraen (gravitacionalmente). Para simplificar los cálculos suponga que las masas de las personas son $m_1 = m_2 = 100$ kg, que la distancia entre ellas es $r = 1$ m, y considere que $G = 10^{-10}$ N · m^2/kg^2.

b) Como los cuerpos celestes tienen masas enormes, la fuerza gravitacional entre ellos es muy grande (aun cuando la distancia que los separa es, también, enorme). A fin de comprobar lo anterior, calcule el valor aproximado de la fuerza de atracción entre la Tierra y la Luna, considerando que $G = 10^{-10}$ N · m^2/kg^2, masa de la Tierra $M_T = 10^{25}$ kg, masa de la Luna $M_L = 10^{23}$ kg y distancia de la Tierra a la Luna $r = 10^8$ m.

15. El experimento de la balanza de torsión permitió a Cavendish llegar a dos resultados de gran importancia en la época. ¿Cuáles fueron dichas conclusiones?

16. La figura de este ejercicio muestra un pequeño cuerpo de masa m_1, situado a cierta distancia de la Tierra (de masa m_2). Para calcular la fuerza $\vec{F}$ de atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre el cuerpo ($F = G\, m_1 m_2 / r^2$), ¿el valor de la distancia r deberá tomarse igual a OA, OC u OB?



Ejercicio 16

7.4 Movimiento de los satélites

❖ Aun cuando no fue posible, sino hasta hace relativamente poco, colocar un satélite artificial alrededor de la Tierra, ya en el siglo XVII Newton tenía una idea clara de la manera en que podía hacerse. Pero no se disponía entonces de la fantástica tecnología necesaria para situar en órbita un satélite.

Como los principios básicos relacionados con este problema son muy sencillos, podremos analizarlos en un curso básico de física como éste.

❖ **Cómo se puede colocar un satélite en órbita.** Para orbitar o poner en órbita un satélite, debe elevarse, mediante poderosos cohetes, hasta la altura h deseada (Fig. 7-9) El valor de h varía notablemente de un satélite a otro, y ello depende de muchos factores. Pero la altura no debe ser inferior a unos 150 km, para que en la región donde el satélite se moverá, la atmósfera esté totalmente enrarecida y, así, la fuerza de resistencia del aire no perturbe el movimiento del satélite.

Modelo en tamaño natural del Sputnik I, en una exposición en Moscú. Éste fue el primer satélite artificial colocado en órbita (1957).

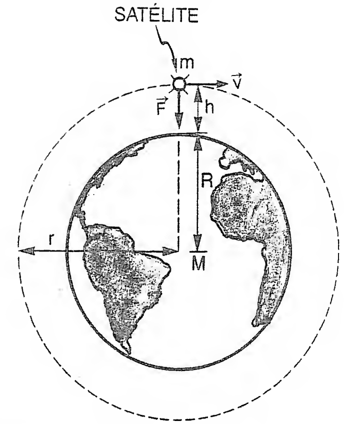


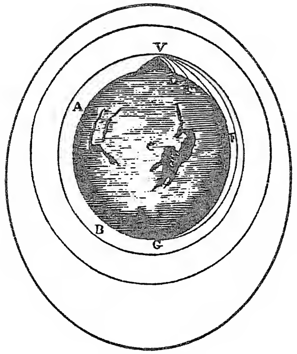
FIGURA 7-9 Cuando un satélite es colocado en órbita a una altura h, su radio orbital está dado por $r = R + h$.

Una vez alcanzada la altura deseada, el satélite, también por medio de cohetes, es lanzado horizontalmente con una velocidad $\vec{v}$ (Fig. 7-9). Como ya sabemos, la Tierra ejerce sobre dicho satélite una fuerza $\vec{F}$ de atracción, que alterará la dirección de la velocidad $\vec{v}$, haciendo que describa una trayectoria curvilínea. Muchas personas piensan, equivocadamente, que a esa altura la fuerza de atracción de la Tierra sobre el satélite es nula o despreciable. Si esto fuese verdad, el satélite, una vez lanzado, con la velocidad $\vec{v}$, seguiría moviéndose en línea recta con tal velocidad, y no entraría en órbita alrededor de la Tierra.

Para que la trayectoria del satélite sea circular en torno de la Tierra, la velocidad horizontal $\vec{v}$ deberá tener un valor determinado (que calcularemos más adelante). Lo anterior es porque la fuerza $\vec{F}$ de atracción de la Tierra, tiene que proporcionar la fuerza centrípeta necesaria para tal movimiento.

Una vez puesto en órbita, y si no existe perturbación alguna, el satélite seguirá girando indefinidamente alrededor de la Tierra.

❖ **Cálculo de la velocidad del satélite.** Vamos a hallar ahora la velocidad que debe impartirse a un satélite para que entre en órbita circular alrededor del centro de la Tierra. El



Este dibujo se puede hallar en los *Principia*, la famosa obra de Newton. Con él, Newton explica cómo sería posible colocar un satélite en órbita alrededor de la Tierra. Pero esta idea de Newton no se pudo llevar a cabo sino hasta casi 250 años después, una vez alcanzado el desarrollo tecnológico necesario.

radio orbital, r como muestra la Figura 7-9, está dado por

$$r = R + h$$

donde R es el radio de la Tierra, y h, la altura del satélite.

La fuerza $\vec{F}$ de atracción de la Tierra sobre el cuerpo orbitado, está dada por

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde m es la masa del satélite, y M la masa de la Tierra (recuerde que M puede suponerse concentrada en el centro del planeta). Como esta acción proporciona la fuerza centrípeta que lo mantiene en órbita, podemos concluir que su valor es igual a mv^2/r, que es la expresión general de una fuerza centrípeta. Por tanto, tendremos

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Luego, si se nos proporciona la altura o distancia radial de un satélite en órbita, podremos calcular su velocidad, una vez que se conoce el valor de G y el de M. Observe que tal velocidad no depende de la masa del satélite, y que cuanto mayor sea su radio orbital (o su altura) tanto menor será su velocidad.

❖ **Periodo de revolución del satélite.** El tiempo que el satélite tarda en dar una vuelta alrededor del centro de la Tierra es su periodo de revolución. Durante dicho tiempo, T, la distancia que el satélite recorre estará dada por $2\pi r$ (perímetro de su órbita circular). Entonces, como se trata de un movimiento uniforme, tendremos que

$$2\pi r = vT$$

donde

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Así pues, como ya sabemos calcular v, esta expresión nos permitirá determinar el periodo del satélite.

❖ **Satélite estacionario.** Suponga que un satélite es colocado en órbita a una altura aproximada de 36 000 km sobre un punto del ecuador (Fig. 7-10). El radio de su órbita será $r = R + h$, y como el radio de la Tierra es, aproximadamente, igual a 6 000 km, tendremos para el radio de la órbita un valor de casi 42 000 km. Llevando este valor de r a la expresión $v = \sqrt{GM/r}$, obtenemos para el satélite una velocidad v = 10 800 km/h. Conociendo esta cantidad, podremos calcular el periodo del satélite por la relación $T = 2\pi r/v$. Realizando los cálculos encontramos que

$$T = 24 \text{ h}$$

Observemos que este periodo de revolución es igual al de rotación de la Tierra sobre su eje, y esto vuelve muy importante a tal satélite. Como se encuentra situado en el plano del ecuador terrestre (Fig. 7-10) y gira junto con la Tierra, ambos tardan lo mismo en dar una vuelta, *a un observador en la superficie terrestre le parecerá que el satélite está inmóvil.* Lo anterior es lo que sucede con los famosos satélites estacionarios del tipo llamado Intelsat, tan empleados en la actualidad en las telecomunicaciones mundiales.

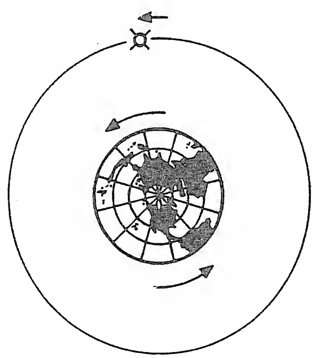
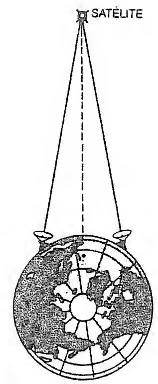
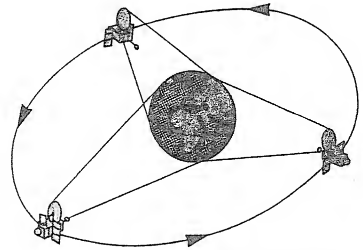


FIGURA 7-10 Para un observador en la Tierra, el satélite estacionario parece estar inmóvil porque gira sobre un punto del ecuador, con un periodo de rotación igual al de la Tierra.



En una trasmisión vía satélite, la señal emitida por una antena en la Tierra está dirigida al satélite, siendo allí trasmitida de vuelta, dirigida para otro punto de la Tierra en donde será captada por otra antena situada en aquel lugar. El tiempo que necesita la señal, en este recorrido de ida y vuelta, es de casi 0.25 s.



Este grabado muestra tres satélites estacionarios del tipo Intelsat IV, situados en posiciones tales que permiten la radiocomunicación entre dos puntos cualesquiera de la Tierra.

Así, cuando usted presencia un programa "vía satélite", la señal de televisión se envía (antes de llegar a su aparato receptor) hasta el satélite, a casi 36 000 km de altura, y luego regresa a la Tierra. Esta señal es captada por estaciones especiales de recepción (Fig. 7-11), y se puede difundir a diversas regiones de un país. Como las señales de televisión se propagan con la velocidad de la luz (300 000 km/s), el tiempo que las señales tardan en ir hasta el satélite y regresar a la Tierra es muy corto. Por ello, es posible presenciar, por ejemplo, un juego de fútbol efectuado en Europa, prácticamente en el mismo instante en que se realiza en el estadio.

EJEMPLO

¿Cuál es el valor de la velocidad horizontal que debe imprimirse a un objeto para que entre en órbita casi al ras de la superficie de la Tierra?

Esto significa que la altura del satélite sería nula (h = 0) y que el radio de su órbita tendría que ser el radio de la Tierra ($r = R$), como indica la Figura 7-12. El valor de v resultaría muy grande, pues sabemos que

FIGURA 7-11 Antenas parabólicas como ésta son las que reciben las señales de un satélite estacionario de telecomunicaciones.

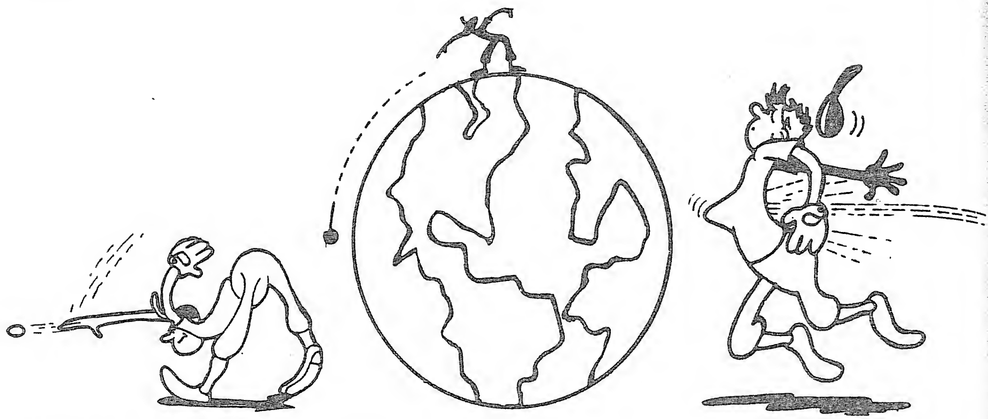


FIGURA 7-12 Para el Ejemplo de la Sección 7.4.

v es tanto mayor cuanto menor sea b. Al sustituir en $v = \sqrt{GM/R}$ los valores conocidos de G, M y R, encontramos que

$$v = 7.9 \times 10^3 \text{ m/s (o bien, 28 800 km/h)}$$

Con esta gran velocidad, el objeto encontraría una gran resistencia del aire, y probablemente, dependiendo del material, se quemaría antes de desplazarse una distancia considerable. Además, usted podría citar varios factores que impedirían la realización del experimento. Pero no dude que, si se pudieran eliminar todos esos factores y se imprimiera correctamente a un objeto, la velocidad que calculamos arriba, esto lo haría entrar en órbita, como se sugiere en la Figura 7-12, y usted lo tendría de regreso, sin caer al suelo, después de dar una vuelta completa alrededor de la Tierra.

EJERCICIOS

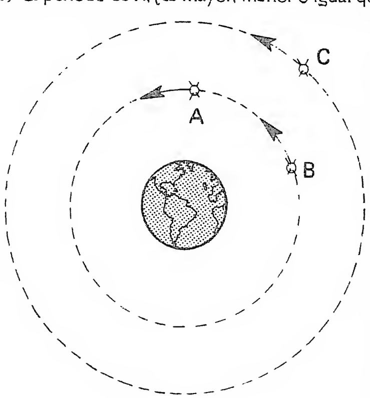
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. Las afirmaciones siguientes suelen ser hechas por personas que no conocen muy bien las leyes de la Física. Presente argumentos que demuestren que estas afirmaciones no son correctas.
   a) "La fuerza de atracción de la Tierra sobre un satélite artificial, es nula porque está muy alejado de su centro".
   b) "Un cohete ya no será atraído por la Tierra una vez que llegue a regiones fuera de la atmósfera terrestre".

18. Explique por qué un satélite debe colocarse en órbita en regiones más allá de la atmósfera terrestre.

19. La fuerza de atracción de la Tierra sobre un satélite en órbita circular, proporciona la fuerza centrípeta que debe actuar sobre el satélite. Entonces la atracción de la Tierra:
   a) ¿Hace variar la dirección de la velocidad del satélite?
   b) ¿Hace cambiar la magnitud de su velocidad?

20. Considere dos satélites, A y B, cuyas masas son tales que $m_A > m_B$. Estos satélites están en una misma órbita circular alrededor de la Tierra, como muestra la figura de este ejercicio.
   a) La velocidad de A, ¿es mayor, menor o igual que B?
   b) El periodo de A, ¿es mayor, menor o igual que B?



Ejercicio 20

21. Observe el satélite C, que también se muestra en la figura del ejercicio anterior.
   a) La velocidad de C, ¿es mayor, menor o igual que B?
   b) El periodo de C, ¿es mayor, menor o igual que B?

22. La velocidad angular del movimiento de rotación de Júpiter es $\omega = (\pi/5)$ rad/h.
   a) ¿Cuántas horas tarda Júpiter en dar una vuelta completa alrededor de su eje?
   b) Imagine que existe en Júpiter un satélite estacionario empleado para telecomunicaciones. ¿Cuál será su periodo?

7.5 Variación de la aceleración de la gravedad

❖ Conforme a lo visto en el Capítulo 6, experimentalmente se puede comprobar que el valor de la aceleración de la gravedad, g, varía de un punto a otro de la Tierra. Ya se ha dicho también que en la superficie de la Luna, el valor de g es mucho menor que en la Tierra, y en otros planetas la aceleración gravitatoria no es igual a 9.8 m/s^2. Estas variaciones en el valor de g podrían entenderse, como veremos, por medio de la Ley de la Gravitación Universal.

❖ **Expresión matemática de la aceleración de la gravedad.** Consideremos un cuerpo, de masa m, situado a una distancia r del centro de la Tierra (Fig. 7-13). El peso de este cuerpo, por la segunda ley de Newton, está dado por

$$P = mg$$

donde g es el valor de la aceleración de la gravedad en el punto donde se encuentra el cuerpo. Pero este peso $\vec{P}$ es la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre el cuerpo. Por la Ley de Gravitación Universal podemos, pues, escribir

$$P = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde M es la masa de la Tierra (supuestamente concentrada en su centro).

Si igualamos estas dos expresiones de P, tendremos

$$mg = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde

$$\boxed{g = G\frac{M}{r^2}}$$

Así pues, llegamos a una expresión matemática que permite calcular la aceleración de la gravedad en un punto en las proximidades de la superficie terrestre, cuando conocemos G, la masa de la Tierra y la distancia de este punto al centro de ella.

❖ **Comentarios.** Al analizar la ecuación $g = GM/r^2$, haremos algunas apreciaciones:

1. Obsérvese que el valor de la masa m del cuerpo no aparece en la ecuación, o sea, el valor

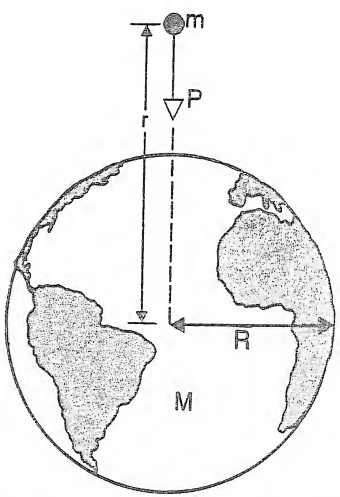


FIGURA 7-13 Como el peso de un cuerpo es la fuerza de atracción gravitacional de la Tierra sobre él, podemos concluir que $g = GM/r^2$.

de g *no* depende de m. Este resultado que se obtuvo inmediatamente de la Ley de Gravitación Universal, ya había sido observado en forma experimental por Galileo, algunos años antes de Newton, al comprobar que todos los cuerpos en caída libre descienden con la misma aceleración.

2. Por la expresión $g = GM/r^2$ vemos que $g \propto 1/r^2$, es decir, cuanto más nos alejamos del centro de la Tierra, tanto menor es el valor de g. Así, el valor de g en lo alto de una montaña es menor que al pie de la misma. En este caso, la diferencia entre los dos valores de g es muy pequeña, pero si nos desplazamos lo suficiente hacia arriba de la superficie de la Tierra, notaremos una disminución considerable en g (*véase* Tabla 7-2).

TABLA 7-2

Variación de g con la altitud (en la latitud de 45°)	
Altitud (km)	g (m/s^2)
0	9.81
20	9.75
40	9.69
60	9.63
80	9.57
100	9.51
200	9.22

3. Vamos a analizar ahora el valor de g en la superficie terrestre. En este caso, siendo R el radio de nuestro planeta, tendremos $r = R$, y por consiguiente,

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

Como la Tierra no es perfectamente esférica y el valor de R en el ecuador es mayor que en los polos, podemos concluir que la aceleración de la gravedad en el ecuador es, por tanto, menor que en los polos; es decir,

R (en el ecuador) > R (en los polos),
luego g (en el ecuador) < g (en los polos).

Esta conclusión coincide con los resultados experimentales que se citaron en el Capítulo 6 y que aparecen en la Tabla 7-3. En realidad, las variaciones de g que se muestran en la tabla se deben, en parte, a la rotación de la Tierra. Este factor también contribuye a que la aceleración gravitatoria en el ecuador sea menor que en los polos.

TABLA 7-3

Variación de g con la latitud (al nivel del mar)	
Latitud	g (m/s^2)
0°	9.780
20°	9.786
40°	9.802
60°	9.819
80°	9.831
90°	9.832

❖ **Aceleración de la gravedad en la superficie de otros cuerpos celestes.** La expresión $g = GM/R^2$ que se emplea para calcular la aceleración gravitacional en la superficie terrestre, se puede utilizar también para determinar el valor de g en la superficie de cualquier otro cuerpo celeste. En este caso, M representa obviamente la masa de tal astro y R su radio. Observemos que la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta es proporcional a su masa, e inversamente proporcional al cuadrado de su radio.

EJEMPLO

Imaginemos un planeta que tuviese una masa 8 veces mayor que la de la Tierra, y cuyo radio fuera 2 veces más grande que el terrestre. ¿Cuál sería el valor de g en este planeta?

Como $g \propto M$, concluimos que si sólo M varía, g sería 8 veces mayor que en la Tierra. Puesto que $g \propto 1/R^2$ vemos que la influencia del radio es volver 4 veces menor el valor de g. Como g se multiplica por 8 (por la influencia de M) y se divide entre 4 (por la influencia de R), es obvio que g quedará multiplicada por 2. Así, la aceleración de la gravedad en el planeta en cuestión sería:

$$g = 2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \quad \text{o bien,} \quad g = 19.6 \text{ m/s}^2$$

Peso aparente de un cuerpo en el Ecuador

❖ Como ya analizamos en el Ejemplo 3, resuelto en la Sección 6.4, una balanza de resorte (dinamómetro) no siempre indica el peso real de un cuerpo, es decir, la fuerza gravitacional de la Tierra sobre él. En el caso del ejemplo citado, el dinamómetro dentro del elevador que tenía una aceleración hacia arriba, indicaba un valor mayor que el peso del objeto, denominado "peso aparente".

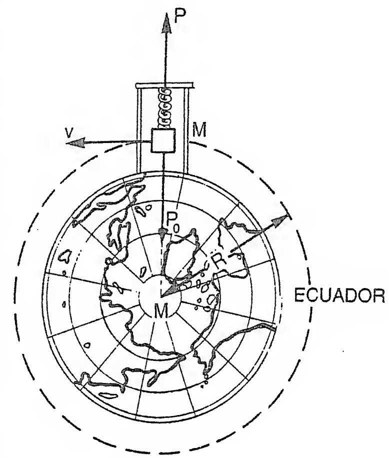


FIGURA 7-13b La altura del dinamómetro (P) indica el peso aparente del cuerpo en el ecuador.

❖ Supongamos, ahora, un cuerpo de masa m, situado en el ecuador terrestre, suspendido de un dinamómetro, como lo muestra la Figura 7-13b. Como se sabe, la magnitud de la fuerza $\vec{P}$, ejercida por el resorte sobre el cuerpo, lo proporciona la lectura del dinamómetro y representa el peso aparente del cuerpo. La fuerza $\vec{P}_0$ representa la atracción gravitacional de la Tierra en él, es decir, $\vec{P}_0$ es su peso real dado por

$$P_0 = G\frac{Mm}{R^2}$$

donde M y R representan la masa y el radio de la Tierra.

Si el cuerpo estuviera detenido, evidentemente tendríamos $P = P_0$, es decir, la lectura del dinamómetro proporcionaría su peso real. Sin embargo, sabemos que el cuerpo está girando junto con la Tierra y describe una trayectoria circular de radio R, con una velocidad v, en torno al centro de la Tierra (el valor de v es igual a la velocidad lineal de un punto del ecuador de la Tierra). Por tanto, ese cuerpo tiene una aceleración centrípeta $a_c = v^2/R$ y la fuerza centrípeta $\vec{F}_c$, que causa esa aceleración, debe ser dada por:

$$F_c = P_0 - P = \frac{GMm}{R^2} - P$$

Como $F_c = mv^2/R$, resulta:

$$\frac{GMm}{R^2} - P = m\frac{v^2}{R}$$

donde

$$P = \frac{GMm}{R^2} - m\frac{v^2}{R}$$

Tenemos, así, la expresión que nos proporciona el peso aparente P del cuerpo en el ecuador. Vemos que ese peso aparente es *menor* que el peso real P_0 y la diferencia entre ellos está dada por la expresión mv^2/R.

❖ Esa diferencia, entre el peso real y el peso aparente tiene como consecuencia una variación en el valor de la aceleración de la gravedad, que se determina a continuación. Si designamos por g_e la aceleración de la gravedad en el ecuador, es evidente que tenemos $P = mg_e$. Entonces:

$$\cancel{m}g_e = \frac{GM\cancel{m}}{R^2} - \cancel{m}\frac{v^2}{R}$$

$$\text{donde } g_e = \frac{GM}{R^2} - \frac{v^2}{R}$$

Como vimos, GM/R^2 indica el valor de la aceleración de la gravedad g si la Tierra no estuviera en rotación, es decir, $(GM/R^2) = g$. Entonces

$$g_e = g - \frac{v^2}{R}$$

Al sustituir los valores $v = 463$ m/s (velocidad de un punto en el ecuador) y $R = 6.37 \times 10^6$ m (radio de la Tierra), encontramos

$$\frac{v^2}{R} = 0.034 \text{ m/s}^2 = 3.4 \text{ cm/s}^2$$

Por tanto, debido a la rotación de la Tierra, la aceleración de la gravedad en el ecuador sufre una reducción de 3.4 cm/s^2. A este hecho se debe, en gran parte, las diferencias entre los valores de esa aceleración en el ecuador y en los polos, presentados en la Tabla 7-3.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

23. En la Figura 7-13, el vector $\vec{P}$ representa el peso del cuerpo de masa m.
a) ¿Cuál es la expresión matemática de P de acuerdo con la segunda ley de Newton?
b) ¿Cuál es la expresión matemática de P según la Ley de la Gravitación Universal?
c) Usando las respuestas de (a) y (b), muestre que podemos obtener la expresión $g = GM/r^2$, la cual permite calcular el valor de g.

24. Los astronautas que descendieron en la superficie lunar comprobaron experimentalmente que la aceleración de la gravedad en nuestro satélite, vale casi 1.6 m/s^2. Usando la expresión $g = GM/R^2$, calcule el valor de g en la Luna y compruebe si su respuesta concuerda con el resultado que obtuvieron los astronautas. Considere los datos siguientes: $G = 6.7 \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2; masa de la Luna, $M = 7.4 \times 10^{22}$ kg, y radio lunar, $R = 1.7 \times 10^6$ m.

h	$r = R + h$	g
0	R	10 m/s^2
R		
4R		
9R		

Ejercicio 25

25. La expresión $g = GM/r^2$ indica que la aceleración de la gravedad terrestre en un punto dado es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de tal punto al centro de la Tierra. Complete con la anterior información la tabla de este ejercicio, determinando los valores de g para cada una de las alturas h que se indican (R representa el radio de la Tierra).

26. Como vimos en el Capítulo 3, los experimentos de Galileo demostraron que todos los cuerpos en caída libre, caen con la misma aceleración. Explique por qué la expresión $g = GM/r^2$ concuerda con esta observación de Galileo.

27. Vimos que el valor de g en la superficie de la Tierra, varía con la latitud y con la altitud. Al observar la Tabla 7-3 y saber que el valor de g en lo alto del Monte Everest (punto más alto de la superficie terrestre) vale casi 9.78 m/s^2, responda:
a) ¿Encuentra usted que las variaciones de g en la superficie terrestre son grandes o pequeñas?
b) Entonces, ¿es aceptable considerar g = 9.8 m/s^2 en cualquier lugar de la superficie terrestre?

28. *a*) La masa de Júpiter es casi 300 veces mayor que la de la Tierra. Si el radio de aquel planeta fuera igual al radio terrestre, ¿cuántas veces mayor que en la Tierra sería la aceleración gravitatoria en Júpiter?
b) El radio de Júpiter es casi diez veces mayor que el de la Tierra. Si la masa de dicho planeta exterior (o sea, de los que están fuera de la órbita terrestre) fuera igual a la de la Tierra, ¿cuántas veces menor que en ésta sería la aceleración de la gravedad en Júpiter?
c) Aplicando sus respuestas de (a) y (b), diga cuántas veces mayor que en la Tierra es la aceleración de la gravedad en Júpiter.
d) Luego entonces, ¿cuál es el valor aproximado de g en tal planeta?

7.6 Un tema especial (para aprender más)

El éxito de la Gravitación Universal

❖ Una vez que obtuvo la expresión para la fuerza gravitacional entre dos objetos, $F = G\,m_1m_2/r^2$, Newton la empleó para estudiar e interpretar un gran número de fenómenos naturales. Aun cuando varios de tales fenómenos ya se conocían desde hacía varios siglos, todavía no había sido posible encontrar una explicación científica para ellos. El éxito obtenido por Newton en la interpretación de dichos fenómenos se convirtió, entonces, en un gran triunfo de su Teoría de la Gravitación Universal.

A continuación, citaremos algunas de las innumerables situaciones que fueron analizadas con mucho éxito mediante la ley de la gravitación.

❖ **Las atracciones gravitacionales del Sol y la Luna causan las mareas.** Uno de los fenómenos naturales más conocidos es el de las mareas oceánicas. Como usted sabe, el fenómeno de las mareas consiste en la fluctuación del nivel del agua del mar, produciendo lo que se denomina "marea alta" y "marea baja". En un lugar determinado, la marea alta se produce dos veces al día (lo mismo sucede con la marea baja). La explicación de este fenómeno la dio el propio Newton, al afirmar que lo producía la atracción del Sol y de la Luna sobre las aguas marinas.

Para entender la explicación de Newton, vamos a examinar la Figura 7-14. En ella representamos a la Tierra por medio de una esfera envuelta por el manto de agua de los océanos, y girando alrededor del Sol. La capa de agua situada en A, al encontrarse más cerca del Sol, es atraída por éste con una fuerza mayor que la capa situada en B. Entonces, como la Tierra describe una trayectoria curva y la fuerza centrípeta en A es mayor que en B, la capa A tiende a describir una trayectoria más cerrada, y por inercia, la capa B tiende a describir una trayectoria más abierta. Debido a esto, el nivel del agua pasa de A a A' y de B a B', es decir, en un instante dado se observan dos mareas altas, una a cada lado del planeta. Como la Tierra también posee un movimiento de rotación alrededor de su propio eje, después de un intervalo de 12 h la capa A estará más lejos, y la B más cerca del Sol, observándose, nuevamente, una marea alta en estos lugares. Por tanto, en un lugar determinado observaremos dos mareas altas al día.

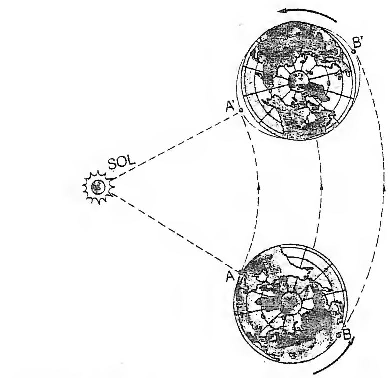


FIGURA 7-14 Usando su Ley de la Gravitación Universal, Newton logró explicar el fenómeno de las mareas.

La influencia de la atracción de la Luna en la producción de las mareas se puede explicar de manera similar. Este efecto se superpone al efecto producido por el Sol. y cuando el Sol, la Tierra y la Luna se encuentran en línea, estos efectos se suman entre sí, observándose entonces mareas más altas que el promedio.

❖ **El eje de la Tierra cambia de dirección continua y lentamente.** Uno de los mayores éxitos de la teoría de Newton fue haber logrado explicar el fenómeno de la *precesión* del eje de rotación de la Tierra. Trataremos ahora de describir este fenómeno. Para ello, consideremos la Figura 7-15, en la cual se representa la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Como quizá sepa, el eje de rotación de la Tierra (representado por E

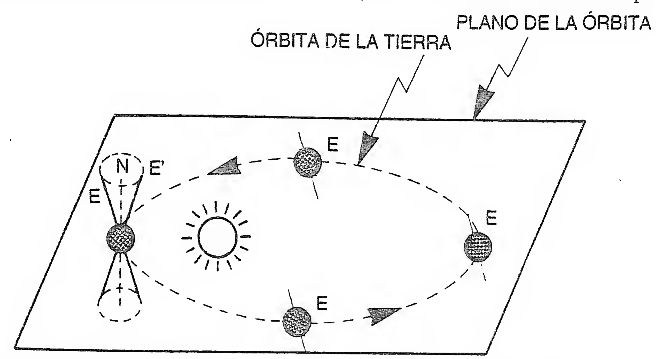


FIGURA 7-15 El eje de rotación de la Tierra no se mantiene en una dirección fija en el espacio. Realiza un movimiento de precesión muy lento, y tarda 26 000 años en dar una vuelta completa alrededor de la normal N que se indica en la figura. Por tanto, a lo largo de un año, su dirección permanece prácticamente invariable.

en la Figura 7-15) no es perpendicular al plano de esta órbita, y presenta cierta inclinación respecto de la normal *N*, como muestra la figura de referencia.

En la época de Newton ya se conocía bien el hecho de que el eje *E* no tiene una dirección fija en el espacio, sabiéndose que gira muy lentamente alrededor de *N*, desplazándose de *E* hacia *E'* y regresando a la posición *E* (de manera semejante a lo que ocurre con el eje de un trompo que gira). Este movimiento descrito por *E* se denomina "precesión del eje de la Tierra". El tiempo que tal eje tarda en dar una vuelta completa alrededor de *N*, es decir, el *periodo de precesión*, también se conocía en aquella época, ¡y su valor es de casi 26 000 años!

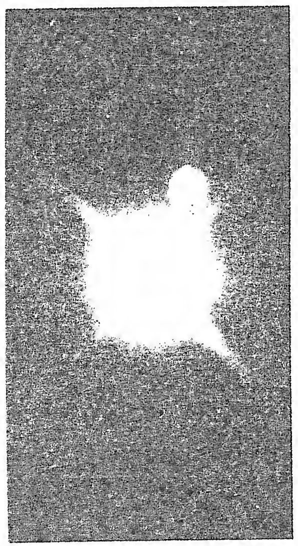
Pero, no había sido posible encontrar una explicación científica para este fenómeno. Mediante su teoría gravitacional, Newton analizó detalladamente la atracción que el Sol ejerce sobre las diversas partes de la Tierra, logrando explicar por qué ocurre la precesión de su eje (no vamos a describir el análisis hecho por Newton, pues exigiría ciertos conocimientos que no presentamos en nuestro curso). Por medio de su análisis matemático, Newton calculó teóricamente el periodo de la precesión, encontrando el resultado de 26 000 años, en excelente concordancia con el valor determinado experimentalmente por observaciones astronómicas.

❖ **Los planetas experimentan ligeras perturbaciones en sus órbitas elípticas.** Como vimos, Kepler descubrió que son elipses las órbitas de los planetas alrededor del Sol. En la época de Newton, algunos astrónomos, al realizar observaciones más cuidadosas, notaron que sistemáticamente los planetas se alejaban ligeramente de la órbita prevista por Kepler, o sea, que sus movimientos sufrían pequeñas fluctuaciones alrededor de la trayectoria elíptica que deberían seguir.

Newton, usando una vez más su Ley de Gravitación Universal, demostró que estas fluctuaciones en la órbita de un planeta determinado se debían a las atracciones que los demás planetas ejercían sobre él. En otras palabras, Newton probó que una trayectoria planetaria sería una elipse perfecta si sobre el planeta sólo actuara la fuerza de atracción del Sol. Pero, la fuerza que un planeta ejerce sobre otro es mucho menor que la fuerza de atracción del Sol. Así, la trayectoria de un planeta determinado sólo es perturbada ligeramente por la atracción de los demás.

❖ **Descubrimiento del planeta Neptuno.** Ahora vamos a describir cómo se empleó el análisis de Newton algunos años más tarde (en el siglo XIX), en uno de los descubrimientos más sensacionales en el campo de la astronomía.

Hasta mediados del siglo XVII, los astrónomos únicamente conocían seis planetas: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Algunos años después de la muerte de Newton, se descubrió accidentalmente el planeta Urano, cuando se llevaban a cabo observaciones astronómicas con un telescopio. Usando la Teoría de la Gravitación Universal, los científicos calcularon la órbita que debía describir Urano, tomando en cuenta la atracción que el Sol y los demás planetas conocidos ejercían sobre él. Pero, al observar durante algunos años su movimiento, los astrónomos pudieron comprobar que no seguía exactamente la órbita prevista por la teoría.



Similar a una estrella brillante, pues aparece reflejando la luz del Sol, el planeta Neptuno se ve en esta foto, la cual se obtuvo con ayuda de un moderno telescopio. A su lado se ve Tritón, el mayor y más cercano a él de sus dos satélites.

Al creer que la teoría de Newton no podía estar equivocada, dos astrónomos, Adams y Leverrier, sospecharon que las desviaciones observadas tenían que deberse a un planeta, aún desconocido, que perturbaba la órbita de Urano. Los científicos calcularon entonces, basándose en la Ley de la Gravitación Universal, dónde debía estar situado el supuesto planeta para ocasionar tal perturbación. Al apuntar sus telescopios hacia la posición indicada por Adams y Leverrier, los astrónomos comprobaron, maravillados, que realmente había allí un ¡nuevo planeta! Así se descubrió, en 1846, el planeta Neptuno, el cual gira alrededor del Sol en una órbita situada después de la de Urano.

De modo similar, y por perturbaciones observadas en la órbita de Neptuno, se descubrió en 1930 el planeta Plutón, que por las observaciones realizadas hasta hoy, aparentemente es el último planeta del sistema solar.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

29. Considere la Tierra, en su movimiento de traslación, desplazándose entre las dos posiciones que se muestran en la Figura 7-14.
a) La fuerza gravitacional del Sol sobre la capa de agua que envuelve a la Tierra ¿es mayor en *A* o en *B*?
b) Muchas personas creen que, si en un punto de la Tierra se observa una marea alta, en ese momento se observará una marea baja en el punto diametralmente opuesto. ¿Está usted de acuerdo con esta idea? (*Véase* Figura 7-14.)

30. Suponga que una persona se encuentra en la posición *A'* de la Figura 7-14, desde donde observa una marea alta. ¿Después de cuánto tiempo observará, si permanece en el lugar donde se encuentra:
a) ¿Una marea baja?
b) ¿La marea alta siguiente?

31. En la Figura 7-15, suponga que el eje *E* esté mostrando la dirección actual del eje terrestre y considere a la Tierra en su posición más cercana al Sol.
a) En esa época del año, en el hemisferio sur ¿sería invierno o verano?
b) ¿De aquí a cuántos años, al pasar la Tierra por la misma posición, sería invierno en el hemisferio sur?

32. *a*) Suponga que sobre un planeta actuara solamente la fuerza de atracción del Sol. ¿Cuál sería la trayectoria de este planeta?
b) ¿Por qué las trayectorias de los planetas, en torno al Sol, no son exactamente elípticas?

33. *a*) ¿Cuáles eran los planetas conocidos hasta la época de Galileo y Newton?
b) ¿Podría usted decir por qué esos planetas ya eran conocidos en épocas muy anteriores a aquélla?

34. Explique por qué la órbita de Urano, observada por los astrónomos, no correspondía a la calculada teóricamente por los científicos.

35. Trate de explicar, con pocas palabras, por qué *Un tema especial* recibió el título de *El éxito de la Gravitación Universal*.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. Resuma las principales características de los sistemas astronómicos siguientes:
a) Sistema griego primitivo.
b) Sistema de Tolomeo.
c) Sistema de Copérnico.

2. *a*) Exprese, con sus propias palabras, la primera ley de Kepler. Ilustre con un dibujo su enunciado.

b) Haga lo mismo para la segunda ley de Kepler.
c) Enuncie y exprese matemáticamente la tercera ley de Kepler.

3. Lea la introducción de la Sección 7.3 y responda:
a) ¿Cuál fue la importante modificación que Newton introdujo en las ideas de Aristóteles acerca del movimiento de los cuerpos celestes?
b) ¿Qué conclusión de Newton se destaca en esta introducción?

4. *a*) Escriba la expresión matemática de la fuerza de atracción del Sol sobre un planeta, obtenida por Newton. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en esta expresión.
b) Enuncie la Ley de Gravitación Universal de Newton.
c) Describa, en pocas palabras, el experimento que realizó Cavendish para comprobar dicha Ley de la Gravitación Universal.

5. Cuando un satélite artificial se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra:
a) ¿Actúa sobre él alguna fuerza?
b) ¿Qué agente es responsable de dicha fuerza?

6. *a*) Cuando un satélite está en órbita, ¿cuál es la expresión matemática de la fuerza que actúa sobre él, de acuerdo con la Ley de la Gravitación Universal?
b) Recordando que la fuerza que actúa sobre el satélite es una fuerza centrípeta, escriba otra expresión matemática para ésta.
c) Aplicando sus respuestas de (a) y (b) demuestre que la velocidad del satélite está dada por $v = \sqrt{GM/R}$.

7. *a*) Describa cómo se obtuvo, en el texto, la expresión $T = 2\pi r/v$.
b) Explique por qué un satélite estacionario debe tener un periodo de 24 h.

8. *a*) Escriba la expresión matemática para *g*, la cual se obtuvo a partir de la Ley de la Gravitación Universal, y demuestre que concuerda con las afirmaciones siguientes:
1) La aceleración de un cuerpo en caída libre *no* depende de la masa de este cuerpo.
2) La aceleración de la gravedad en un punto, es tanto menor cuanto mayor es la altura de dicho punto.
3) La aceleración de la gravedad en los polos de la Tierra, es mayor que en el ecuador.
b) ¿Qué magnitudes, características de un planeta, influyen en el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie?

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Trate de observar el cielo una noche en que las estrellas sean perfectamente visibles. Fije su atención en un grupo de estrellas (como la Osa Mayor, las Tres Marías, o cualquier otra) y trate de ubicar su posición en el cielo, usando como punto de referencia un edificio, una montaña, un árbol, etcétera.

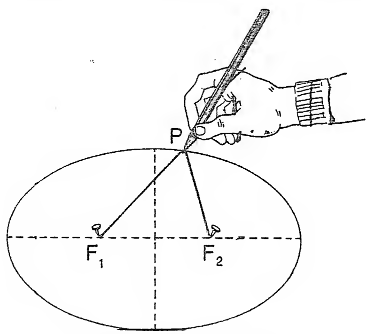
2. Unas dos horas después, intente localizar nuevamente la posición del mismo grupo de estrellas. ¿Observa usted el notable cambio de posición experimentado por las estrellas?

3. Describa cómo explicaban los antiguos griegos con su sistema geocéntrico, el movimiento de las estrellas que observó.

4. De acuerdo con las ideas de Copérnico, ¿a qué se debe este movimiento estelar?

SEGUNDO EXPERIMENTO

1. La elipse es una curva tal que dados sus focos F_1 y F_2, la suma de las distancias de cualquiera de sus



Segundo Experimento

puntos a aquellos es constante (en la figura tenemos $F_1P + F_2P$ = constante). Así, podemos trazar una elipse por medio del siguiente procedimiento: los extremos de un cordón se fijan a dos clavos o tachuelas que se fijan en dos puntos F_1 y F_2, como muestra la figura. Estirando el cordón con la punta de un lápiz trazamos una curva deslizándolo de modo que el cordón esté siempre estirado. De esta manera, la suma de las distancias de un punto cualquiera de la curva a F_1 y F_2 siempre será igual a la longitud del cordón. Luego, los puntos F_1 y F_2, en los cuales clavamos las tachuelas serán los focos de la elipse.

2. Usando el procedimiento que acabamos de describir, trace una elipse con los datos siguientes: tome un cordón de 30 cm de longitud y fije sus extremos de modo que la distancia F_1F_2 entre los focos sea de 24 cm.

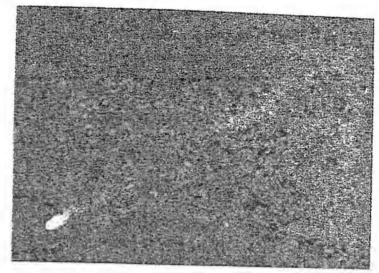
3. Cuanto menor sea la distancia entre los focos (para cierta longitud del cordón), la elipse tendrá una forma más parecida a una circunferencia. Para comprobar esto, trace otra elipse usando el mismo cordón pero dejando una distancia focal F_1F_2 de 8 cm. La curva que debe obtener ahora corresponde, aproximadamente, a la forma de la órbita del planeta Plutón alrededor del Sol. Como puede observar, esta curva tiene una forma muy parecida a la circunferencia, aun cuando entre los planetas, Plutón sea el que describe la órbita más "alargada".

4. Usando todavía el cordón de 30 cm de longitud, trace una elipse con los focos a una distancia de sólo 0.6 cm. Esta curva corresponde, aproximadamente, a la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Observe, como ya dijimos, que es prácticamente circular.

TERCER EXPERIMENTO

Los cometas son cuerpos celestes que se mueven alrededor del Sol en forma similar a la de los planetas, pero sus órbitas son elipses muy alargadas. Uno de los cometas más conocidos, sobre el cual ya debe haber oído hablar, es el *cometa Halley*.

1. Busque en alguna enciclopedia o texto especializado, algunos datos relativos a este cometa que le permitan responder el siguiente cuestionario:
a) ¿Cuál es su periodo de revolución?
b) ¿Cuándo fue la última vez que "pasó por la Tierra"? Trate de observar una fotografía del cometa, la cual haya sido tomada en esa época.
c) ¿Cuándo volverá a pasar cerca de la Tierra?
d) ¿Cuál es la menor distancia del cometa al Sol? Cuando se encuentra en esta posición, ¿entre las órbitas de qué planeta está situado?



El cometa Halley, fotografiado durante su paso próximo a la Tierra, en 1910.

e) ¿Cuál es la máxima distancia del cometa al Sol? Cuando se halla en esta posición, ¿entre las órbitas de qué planetas se encuentra?

2. Consulte la Tabla 7-1 y trace un esquema donde se muestren, aproximadamente a escala, las órbitas de los planetas alrededor del Sol (considérelas circulares y use una hoja de cartulina o de papel muy grande). Empleando los datos recogidos acerca del cometa y recordando lo que aprendió en el segundo experimento, trace en el esquema del sistema solar que dibujó, la elipse que representa la órbita del cometa Halley alrededor del Sol.

CUARTO EXPERIMENTO

Como quizás usted ya lo sepa, los planetas reflejan la luz del Sol y, por eso, algunos de ellos pueden verse en el cielo, inclusive a simple vista, confudiéndose con las estrellas. Sin embargo, al realizar esa actividad, usted aprenderá a distinguir un planeta de una estrella sin utilizar aparatos y podrá, inclusive, identificar algunos de esos planetas.

1. En una noche de cielo sin nubes, vea las estrellas, observe cómo brillan, es decir, la luz que emiten parece estar "guiñando" continuamente. Los planetas cintilan mucho menos que las estrellas y, de esa manera, se ven prácticamente como fuentes de luz continua, es decir, no guiñen. Con base en esta información, observe detenidamente el cielo (a diferentes horas) e intente localizar algún planeta.

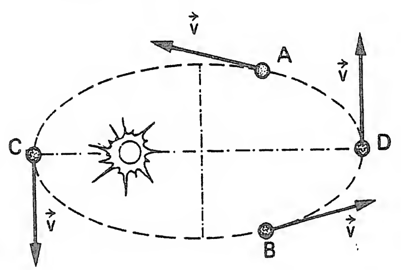
2. Al menos el planeta Venus puede observarse con cierta facilidad. Venus aparece siempre en las cercanías del Sol y puede verse como si fuera una "estrella" muy brillante, después de que se pone el Sol, o en otras épocas del año, poco antes de que el Sol salga. Por esto, a este planeta se le denomina "estrella del alba" o "estrella vespertina". Con base en esta información, trate de localizar a Venus en el cielo y observar su movimiento

en relación con las estrellas (por la repetición de sus observaciones durante varias semanas).

3. Marte y Júpiter también pueden observarse con cierta facilidad, si la observación se hace cuando están más cerca de la Tierra. Marte puede identificarse por su colocación anaranjada y Júpiter, por la intensidad de su brillo (casi igual al de Venus). A pesar de que Júpiter esté muy alejado de la Tierra, la facilidad con que puede observarse se debe a su enormidad. Con ayuda de información proporcionada por institutos astronómicos, podrá usted determinar la mejor época del año para realizar esas observaciones. No deje, entonces, de localizar a Marte y a Júpiter en el cielo y de verificar que se desplazan en relación con las estrellas, con el pasar de los días.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. La figura de este ejercicio representa un planeta en su órbita elíptica alrededor del Sol. Recuerde la segunda ley de Kepler y responda:
   a) En A, ¿la aceleración tangencial del planeta tiene el mismo sentido, o sentido contrario a su velocidad? ¿Por qué?
   b) ¿Y en B?
   c) La aceleración centrípeta del planeta en C, ¿es mayor, menor o igual que su aceleración centrípeta en D? Explique.



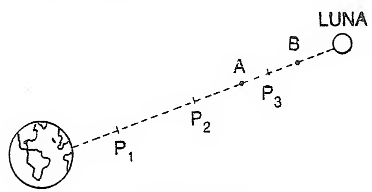
Problema 1

2. a) Suponga que se acaba de descubrir un pequeño planeta X cuya distancia al Sol es r = 9.0 u. a. Con la tercera ley de Kepler, determine cuál sería el periodo de revolución de este planeta.
   b) ¿Sería posible, con los datos proporcionados en (a), determinar el periodo de revolución del planeta X?
   c) Compruebe, en la Tabla 7-1, entre qué planetas se localizaría la órbita del planeta X.

3. Imagine que la masa del Sol se volviese repentinamente cuatro veces más grande. Para que la fuerza de atracción del Sol sobre la Tierra no sufriese alteraciones, la distancia entre la Tierra y el Sol tendría que volverse:
   a) 4 veces mayor.
   b) 4 veces menor.
   c) 2 veces mayor.
   d) 2 veces menor.
   e) 8 veces mayor.

4. Sea F la fuerza de atracción del Sol sobre un planeta. Si la masa del Sol se volviese tres veces más grande; la del planeta, cinco veces mayor, y la distancia entre ellos se redujera a la mitad, la fuerza de atracción entre el Sol y el planeta sería:
   a) $3F$
   b) $15F$
   c) $7.5F$
   d) $(\frac{15}{4})F$
   e) $60F$

5. a) Un objeto, colocado entre la Tierra y la Luna, queda sujeto a la acción de las fuerzas de atracción de ambos. Existe una posición en la cual estas fuerzas están en equilibrio. En la figura de este ejercicio, ¿cuál de los puntos P_1, P_2 o P_3 puede representar esta posición?
   b) Describa el movimiento que adquiriría el objeto si se le soltara en A. ¿Y si se le soltara en B?



Problema 5

6. Suponga que Júpiter posee un satélite cuya órbita tiene un radio igual al de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra. El periodo del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, como usted ya debe saber, es de casi 27 días. El periodo de este supuesto satélite de Júpiter, ¿sería mayor, menor o igual a 27 días?

7. Se determinó que el peso de un satélite artificial en la superficie de la Tierra, era de 1 000 N. Este satélite fue colocado en órbita a una altura igual al radio de la Tierra. Considerando g = 10 m/s^2 en la superficie de la Tierra, señale de entre las afirmaciones siguientes, la que está equivocada.
   a) La masa del satélite en la superficie de la Tierra es de 100 kg.
   b) La aceleración de la gravedad en la órbita del satélite, vale 2.5 m/s^2.
   c) El peso del satélite en órbita es de 250 N.
   d) La masa del satélite orbitado es de 25 kg.
   e) La fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite vale 250 N.

8. a) La velocidad angular de un satélite estacionario, ¿es mayor, menor o igual que la velocidad angular de rotación de la Tierra?
   b) La velocidad lineal de un satélite estacionario, ¿es mayor, menor o igual que la velocidad lineal de un punto del ecuador terrestre?

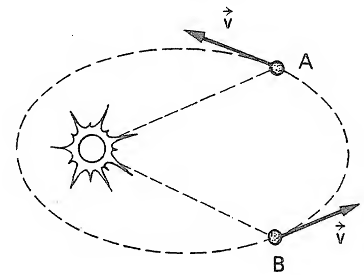
9. Suponga que un satélite se encuentra en órbita sobre el ecuador de la Tierra, a la misma altura que el satélite estacionario, pero girando en sentido contrario a la rotación de la Tierra.
   a) El tiempo que este satélite tarda en dar una vuelta completa en su órbita, ¿también sería de 24 h?
   b) ¿Dicho satélite sería estacionario?
   c) Si un observador en la Tierra viese pasar este satélite sobre su cabeza en un instante dado, ¿después de qué tiempo volvería a suceder esto?

10. Un satélite es colocado en órbita a 36 000 km de altura (misma altura del Intelsat), de modo que el plano de su órbita pasa por los polos de la Tierra. Un observador situado en el polo sur, ve pasar el satélite sobre su cabeza a las 8 h de la mañana de un día determinado. La próxima vez que el satélite pase sobre este observador será:
    a) A las 12 h del mismo día.
    b) A las 20 h del mismo día.
    c) A las 24 h del mismo día.
    d) A las 8 h del día siguiente.
    e) A las 12 h del día siguiente.

11. La masa del Sol es, aproximadamente, 300 000 veces mayor que la masa de la Tierra y su radio vale casi 100 radios terrestres. ¿Cuál sería el valor aproximado de la aceleración de caída de un cuerpo sobre la superficie del Sol?

12. Imagine que un satélite artificial transporta una bomba sujeta a la parte exterior de dicho satélite. Si luego que el satélite se encuentra en órbita, se soltase la bomba ¿caerá sobre la Tierra? Explique.

13. La figura de este problema muestra un planeta en su órbita elíptica alrededor del Sol. Tomando en cuenta la fuerza de atracción del Sol sobre él, explique por qué en A la velocidad del planeta está aumentando, y en B está disminuyendo.



Problema 13

14. a) Obtenga una expresión para la fuerza centrípeta que actúa sobre un cuerpo de masa m, girando en una órbita circular de radio r con un periodo T, en función de m, r y T (recuerde que $v = 2\pi r/T$).
    b) Empleando su respuesta a la pregunta anterior y recordando que la fuerza centrípeta que actúa en un planeta la proporciona la atracción gravitacional del Sol ($F = G\,mM/r^2$), demuestre que para un planeta cualquiera se tiene $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$.
    c) La relación que se obtuvo en (b), ¿le permite concluir que T^2/r^3 tiene el mismo valor para todos los planetas, según se afirma en la tercera ley de Kepler?
    d) La expresión $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$, ¿es válida para el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra? ¿Y para un satélite artificial de nuestro planeta? Explique.

15. Muchas personas acostumbran hacer la siguiente pregunta: "Si existe una fuerza de atracción de la Tierra sobre un satélite en órbita, ¿por qué éste no cae a la superficie terrestre?" ¿Cómo respondería usted a esta pregunta?

16. En "Preguntas y problemas" número 10, suponga que el observador estuviese sobre el ecuador. Considerando sin cambio alguno las demás informaciones del problema, ¿cuál sería, en este caso, la alternativa correcta?

17. a) Usando la expresión obtenida en la pregunta (b) del Problema 14, calcule la orden de magnitud de la masa del Sol, usando los valores

de T y r para la Tierra, proporcionados en la tabla que se encuentra al final de este volumen (sustituya, en la expresión, solamente las órdenes de magnitud de los valores incluidos en la tabla).

b) Su respuesta a la pregunta anterior concuerda razonablemente con la orden de magnitud del valor proporcionado en la misma tabla para la masa del Sol?

18. Hasta hace poco tiempo, los astrónomos conocían la masa de Júpiter con mayor precisión que la de la Luna. Actualmente, la masa de la Luna ya se conoce con bastante precisión. Explique estos hechos.

19. Observaciones astronómicas indican que el Sol está describiendo una órbita, aproximadamente circular, en torno al centro de nuestra galaxia. El orden de magnitud del radio de esa órbita es de 10^{20} m y el periodo de ese movimiento es del orden de cien millones de años. En ese movimiento, el Sol es atraído por la acción gravitacional de una gran cantidad de estrellas que existen en el interior de su órbita.

a) Teniendo en cuenta esta información, calcule el orden de magnitud de la masa total de esas estrellas.

b) ¿Cuál sería el número de esas estrellas, suponiendo que la masa de cada una fuera del orden de la masa del Sol?

20. En la Sección 7.3 afirmamos que Newton, reflexionando a partir de sus leyes de la Mecánica y de las leyes de Kepler, llegó a la conclusión de que había una fuerza $\vec{F}$ de atracción entre el Sol (masa M) y una planeta (masa m) tal que:

$$F \propto m \qquad F \propto 1/r^2 \qquad F \propto M$$

Si contesta las siguientes preguntas, podrá observar cómo Newton llegó a esas conclusiones (suponemos órbitas circulares para los planetas).

a) Aplicando la tercera ley de Kepler y la respuesta a la pregunta (a) del Problema 14, muestre que se obtienen las dos primeras proporcionalidades mencionadas en el enunciado de este problema.

b) Muestre que, aplicando la segunda y la tercera leyes de Newton, es posible llegar a la conclusión de que $F \propto M$.

21. Un objeto de masa m se encuentra en un satélite en órbita circular de radio r, situada en el plano del ecuador, en torno al centro de la Tierra (masa M).

a) Aplicando la Ley de Gravitación Universal, escriba la expresión que indica el peso real P_0 del objeto.

b) Usando las expresiones para el peso aparente P (obtenidas en el cuadro de la Sección 7.5) y la de la velocidad de un cuerpo en órbita, calcule el valor del peso aparente P del objeto.

22. En cada una de las siguientes ecuaciones, diga si el peso aparente de un astronauta es mayor, menor o igual al de su peso real. Imagine que él se encuentra en el interior de un satélite que será puesto en órbita por un cohete.

a) Después del arranque, durante la fase de aceleración proporcionada por el cohete.

b) Después de que el combustible se acaba y el cohete continúa ascendiendo.

c) Cuando el satélite se encuentra en órbita.

23. *a*) Algunas veces se oye decir que un sistema geocéntrico es incorrecto porque, en realidad, son los planetas que giran en torno al Sol. Recuérdese el concepto de referencial en el estudio de los movimientos, ¿cree usted que esta afirmación es correcta?

b) Teniendo en cuenta su respuesta a la pregunta anterior, diga cuál sería la ventaja de adoptar el sistema heliocéntrico.

24. La distancia mínima de la Tierra a Marte es de 6×10^7 km y la de Marte a Júpiter es de 5×10^8 km. Sabiendo que:

masa de la Tierra = 6×10^{24} kg
masa de Marte = 7×10^{23} kg
masa de Júpiter = 2×10^{27} kg

y tomando $G = 7 \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2, conteste: ¿cuál de los dos planetas, Tierra o Júpiter, provoca mayor perturbación en el movimiento de Marte?

25. Aplicando la Ley de Gravitación Universal, determine cuál debe ser, en el SI, la unidad de la constante gravitacional G.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. El periodo de traslación del planeta Venus en torno al Sol es menor que el de la Tierra, donde, por las leyes de Kepler, tenemos que:
a) La masa de Venus es menor que la de la Tierra.
b) El radio de la órbita de Venus es menor que el de la Tierra.
c) Venus está más distante del Sol que la Tierra.
d) El diámetro de Venus es menor que el de la Tierra.
e) El periodo de rotación de Venus es menor que el de la Tierra.

2. ¿De cuántos años sería el periodo de un planeta, girando en torno al Sol, si su distancia a su centro de gravedad es de 8 veces la distancia Tierra-Sol?
a) 8 años.
b) 23 años.
c) 64 años.
d) 512 años.
e) Ninguna de las respuestas anteriores.

3. Suponga que se descubrió un planeta pequeño, 4 veces más alejado del Sol que de la Tierra. ¿Cuánto tiempo necesitaría este planeta para dar una vuelta en torno al Sol?
a) 8 años.
b) 4 años.
c) 64 años.
d) 10 años.
e) Imposible determinar sin conocer la masa del Sol.

4. En relación con la pregunta anterior, el tiempo que el planeta necesitaría para dar una vuelta completa en torno a su eje sería:
a) 8 días.
b) 4 días.
c) 64 días.
d) 10 días.
e) Imposible determinar.

5. Marte está 52 % más alejado del Sol que la Tierra. El año (periodo del movimiento de revolución en torno al Sol) de Marte, expresado en años terrestres es:
a) 1.52
b) 1.87
c) 2.3
d) 3.7
e) Un resultado diferente de los anteriores.

6. La masa de la Tierra vale, aproximadamente, 6×10^{24} kg y el radio de su órbita es de 1.5×10^{11} m. Para Júpiter tenemos, respectivamente, 2×10^{27} kg y 7.5×10^{11} m. La fuerza que el Sol ejerce en Júpiter será aproximadamente:
a) 25 veces menor que la fuerza del Sol en la Tierra.
b) 13 veces mayor que la fuerza del Sol en la Tierra.
c) 66 veces mayor que la fuerza del Sol en la Tierra.
d) 5 veces menor que la fuerza del Sol en la Tierra.
e) 48 veces mayor que la fuerza del Sol en la Tierra.

7. Si se transportara un cuerpo para la superficie de un astro, de forma esférica, cuya masa fuera 8 veces mayor que la de la Tierra, y cuyo radio fuera 4 veces mayor que el radio terrestre, la fuerza gravitacional de este astro sobre el cuerpo sería:
a) 2 veces su peso en la Tierra.
b) 0.5 veces su peso en la Tierra.
c) 32 veces su peso en la Tierra.
d) 4 veces su peso en la Tierra.
e) 16 veces su peso en la Tierra.

8. Un estudiante consultó una tabla y verificó que la distancia del planeta Saturno al Sol es casi 10 veces mayor que la distancia de la Tierra al Sol. En relación con este planeta, las observaciones siguientes, hechas por el estudiante, son correctas, *excepto*:
a) La fuerza que el Sol ejerce en éste es casi 100 veces menor que la fuerza que el Sol ejerce sobre la Tierra.
b) Su tiempo de rotación en torno al Sol depende de su masa.
c) Su movimiento obedece a las leyes de Kepler y a la ley de Newton.
d) Su tiempo de rotación en torno al Sol es casi de 31 años.
e) La aceleración centrípeta que actúa sobre Saturno, debido a la atracción del Sol, es casi de 0.01 de la aceleración centrípeta que actúa sobre la Tierra.

9. En la figura, se representa la trayectoria del planeta Marte en torno al Sol. Como se sabe, esta

trayectoria es elíptica y AB y CD representan, respectivamente, el eje mayor y el eje menor de la elipse. Es correcto afirmar que:

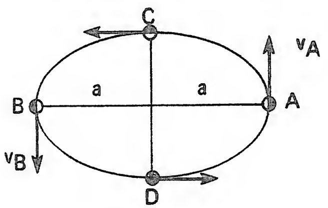
a) El Sol está localizado exactamente en el punto de concurrencia de las rectas AB y CD (centro de la elipse).

b) Siendo v_A y v_B los valores de la velocidad de Marte en A y B, se tiene $v_A = v_B$.

c) Siendo $\vec{F}_C$ y $\vec{F}_D$ las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en C y D, es cierto que $\vec{F}_C$ y $\vec{F}_D$ son iguales, paralelas, pero de sentidos contrarios.

d) Siendo a el valor del semieje mayor de la elipse, la aceleración de Marte, a_M, en A, vale $a_M = GM/a^2$ donde M es la masa del Sol.

e) Siendo F_A y F_B los valores de las fuerzas que el Sol ejerce sobre Marte en A y en B, tenemos F_A diferente de F_B.



Pregunta 9

10. Si la masa de la Luna es casi de 1/81 de la masa de la Tierra y si la distancia de su centro al centro de la Tierra es 60 veces el radio terrestre, ¿a qué distancia de la superficie de la Tierra la fuerza gravitacional ejercida por la Luna sobre una nave espacial es igual a la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre la nave en referencia?

a) A 31 radios terrestres, contados a partir del centro de la Tierra.

b) A 53 radios terrestres, contados a partir de la superficie de la Tierra.

c) A 33 radios terrestres, contados a partir de la superficie de la Tierra.

d) A 94 radios terrestres, contados a partir del centro de la Tierra.

e) A 59 radios terrestres, contados a partir del centro de la Tierra.

11. La velocidad del sonido, en el aire, es de 330 m/s. El satélite Intelsat se encuentra a 36 000 km de altura. El tiempo transcurrido entre el instante en que un locutor, en México, anunciaba un gol y el instante en que se escucha su voz en Brasil, era de aproximadamente:

a) 1.1×10^5 s

b) 2.2×10^5 s

c) 330 s

d) 10 min

e) Un valor diferente de los anteriores.

12. En relación con un satélite artificial estacionario (tipo Intelsat) que gira en torno al centro de la Tierra, es *falso* afirmar que:

a) Su velocidad angular es de $\pi/12$ rad/hora.

b) El eje de rotación de la Tierra es paralelo al plano de su órbita.

c) Su aceleración centrípeta es mayor que la aceleración centrípeta del movimiento de la Luna en torno a la Tierra.

d) La fuerza gravitacional de la Tierra proporciona la fuerza centrípeta que lo mantiene en órbita.

e) Siendo v su velocidad, m su masa y r el radio de su órbita, la fuerza con que él atrae a la Tierra vale mv^2/r.

13. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que están correctas: Dos satélites, A y B, giran en torno a la Tierra en órbitas circulares de radios iguales a 2 radios terrestres y a 4 radios terrestres, respectivamente. Si A tiene masa 2 veces mayor que B, podemos decir:

I. La relación entre los periodos de A y de B es $\sqrt{1/8}$

II. La relación entre las velocidad de A y de B es $\sqrt{2}$

III. La relación entre las fuerzas que la Tierra ejerce sobre A y sobre B, respectivamente, es igual a 8.

14. Un satélite de masa m describe una órbita circular de radio R_1, en torno a un planeta de masa M. La constante de gravitación universal vale G. Si este satélite pasa a girar en otra órbita circular de radio $R_2 = R_1/3$ en torno al mismo planeta, la relación v_1/v_2 entre los módulos de sus velocidades tangenciales a lo largo de las órbitas de radios R_1 y R_2, respectivamente, será:

a) 1/9

b) 1/3

c) $\sqrt{3}/3$

d) 3

e) Un valor diferente de los anteriores.

15. Cuando un satélite estacionario (tipo Intelsat) está en órbita en torno a la Tierra, es *incorrecto* afirmar que:

a) Su periodo es de 24 horas.

b) La fuerza centrípeta que actúa en él está representada por la fuerza de atracción de la Tierra.

c) El valor de su velocidad no depende del valor de su masa.

d) La altura del satélite es de, aproximadamente, 10^3 km.

e) El plano de su órbita coincide con el plano del ecuador de la Tierra.

16. Un satélite artificial describe una órbita circular en torno a la Tierra en un periodo

$T = 4\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$, donde R es el radio de la Tierra y g es la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre. ¿A qué altura de la superficie se encuentra el satélite?

a) R

b) $R/2$

c) $2\,R$

d) $R\sqrt{2}$

e) $R\sqrt{3}$

17. Una balanza de resorte (dinamómetro) indica, para el peso de cierto pedazo de oro, el valor de 1.0 N. El conjunto está colocado en un satélite en órbita de radio 500 km alrededor de la Tierra. Dentro del satélite el dinamómetro marcará cero, porque:

a) En esta altura ya no existe acción de gravedad.

b) El dinamómetro solamente da lecturas en la superficie de la Tierra.

c) La fuerza de gravedad simplemente mantiene al cuerpo en órbita, dando la sensación de imponderabilidad.

d) La afirmación de que el dinamómetro marcará cero es falsa, porque no siempre ocurre esto dentro de satélites en órbita.

e) En realidad su órbita contiene el plano del ecuador.

18. Considere que el valor de g en la superficie de la Tierra es 10 m/s². En un punto a una altura igual al radio de la Tierra, el valor de g será:

a) cero

b) 2.5 m/s²

c) 5.0 m/s²

d) 7.5 m/s²

e) 10 m/s²

19. Un hombre, en la superficie de la Tierra, pesa 80 kgf. Si fuera transportado a una altura igual al radio de la Tierra, su masa y su peso valdrían:

a) 80 kg y 80 kgf

b) 40 kg y 40 kgf

c) 80 kg y 40 kgf

d) 20 kg y 20 kgf

e) 80 kg y 20 kgf

20. Se midió en una misma latitud el valor de la aceleración de gravedad terrestre, para varias altitudes. ¿Para cuál altitud el valor de esta magnitud será la mitad de su valor en la superficie de la Tierra? Suponga la Tierra esférica de radio R y de densidad constante.

a) 0.41 R

b) 0.50 R

c) 1.4 R

d) 2.0 R

e) 4.0 R

21. El diámetro de la Tierra es 4 veces mayor que el de la Luna. La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra es 6 veces la aceleración en la superficie de la Luna. Siendo d_T y d_L las densidades (masa/volumen) respectivamente de la Tierra a la Luna, se tiene:

a) $d_L = \dfrac{8}{3}\,d_T$

b) $d_L = \dfrac{2}{3}\,d_T$

c) $d_L = \dfrac{1}{3}\,d_T$

d) $d_L = \dfrac{3}{2}\,d_T$

e) $d_L = 3\,d_T$

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Calcule el valor aproximado (en horas) del tiempo transcurrido entre la primera y la última escena mostradas en la Figura 7-12.

2. *a*) Calcule el valor aproximado del tiempo que una señal de TV necesita para llegar hasta el Intelsat y regresar a la Tierra (considere el desplazamiento de la señal, tanto en la ida como el regreso, igual a la altura del satélite).

b) Una comunicación telefónica de Brasil con Japón, exclusivamente vía satélite, se hará a través de dos satélites estacionarios, siendo la señal enviada al primer satélite, regresando a una estación terrestre que la retransmitirá al segundo satélite de donde será enviada a Japón. Si usted estuviera en Brasil, conversando con un amigo en Japón, ¿cuál sería, aproximadamente, el tiempo transcurrido entre el instante en que acaba de terminar una frase y el instante en que usted comienza a escuchar la respuesta de su amigo?

Observación: La respuesta de este problema demuestra que, al mantener una conversación por teléfono, vía satélite, es necesario que las personas se acostumbren, al terminar de hablar, a esperar un breve intervalo para recibir la respuesta del interlocutor (en una conversación por teléfono común, esta respuesta es casi instantánea).

3. Después de obtener el valor de la masa de la Tierra, como su radio ya se conocía, Cavendish pudo determinar la densidad media de la Tierra (dividiendo su masa entre su volumen).

a) Calcule, en gramos/cm^3, el valor de la densidad media de la Tierra.

b) Se verifica que la densidad media de los materiales que constituyen la corteza terrestre es casi de 2.5 gramos/cm^3, valor que difiere de aquel encontrado en (a). ¿A qué conclusión puede usted llegar, debido a esa diferencia, respecto a la constitución de la Tierra?

4. Un satélite se encuentra en una órbita circular, de radio r, en torno al centro de la Tierra, cuya masa es M. Muestre que el periodo de ese satélite está dado por la expresión $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$.

5. En la relación T^2/r^3, de la tercera ley de Kepler, la distancia r debe considerarse como un radio medio de la órbita, esto es, la semi-suma de la menor y de la mayor distancia al Sol. Para los planetas, esas dos distancias son prácticamente iguales pero, para los cometas, cuyas órbitas son elipses muy alargadas, difieren bastante. Para el cometa Halley, la distancia mínima al Sol la determinaron los astrónomos que encontraron un valor de 0.60 u.a., pero la distancia máxima no puede medirse directamente, porque el cometa no es visible al pasar por esa posición.

a) Sabiendo que el periodo de ese cometa es de 76 años calcule (en u.a.) su máxima distancia del Sol.

b) Consulte la Tabla 7-1 y verifique entre las órbitas de cuáles planetas se localiza el perihelio (menor distancia al Sol) y el afelio (mayor distancia al Sol) del cometa Halley.

6. Un astronauta, en un satélite, debe realizar ciertas maniobras si quiere cambiar de órbita. Suponga que su velocidad sea v_0, en la órbita en que se encuentra.

a) Para salir de esa órbita, alejándose de la Tierra, él debe modificar su velocidad para un valor v_1. El valor de v_1 ¿debe ser mayor o menor que v_0?

b) Una vez que se alcanza la altura deseada, para entrar en órbita a esta altura, será necesario que la velocidad se altere hasta el valor v_2. ¿El valor v_2 deberá ser mayor, menor o igual v_0?

7. En la Tierra, un alambre de cobre puede soportar, en uno de sus extremos, masas suspendidas de hasta 60 kg, sin romperse. Considere la aceleración de la gravedad en la Tierra igual a 10 m/s^2 y, en la Luna, igual a 1.5 m/s^2.

a) ¿Cuál es el peso máximo que este alambre podría soportar sin romperse, en la Luna?

b) ¿Cuál es la mayor masa que podría estar suspendida, en el mismo alambre, en la Luna, sin que se rompa?

8. Teniendo en cuenta las leyes de Kepler acerca del movimiento de los planetas, analice las afirmaciones siguientes e indique las que están correctas:

a) La velocidad de un planeta, en su órbita, disminuye a medida que éste se aleja del Sol.

b) El periodo de resolución de un planeta es tanto menor cuanto mayor sea su masa.

c) El periodo de rotación de un planeta, en torno a su eje, es tanto mayor cuanto mayor sea su periodo de resolución.

d) El periodo de resolución de un planeta es tanto mayor cuanto mayor sea su distancia media al Sol.

e) El Sol se encuentra exactamente en el centro de la órbita elíptica descrita por dado planeta.

9. Como dijimos en la Sección 7.3, Newton sospechaba que la fuerza que causaba la caída de los cuerpos en las proximidades de la Tierra y la fuerza que actúa en la Luna, manteniéndola en órbita, tenían ambas el mismo origen: la atracción gravitacional de la Tierra (de misma naturaleza que la atracción del Sol sobre los planetas). Para verificar si su sospecha tenía fundamento, Newton, calculó la aceleración de la Luna de dos maneras diferentes, que usted puede reproducir si contesta las preguntas siguientes:

a) Sabiendo que la distancia del centro de la Tierra a la Luna es de 380 000 km y que el periodo del movimiento de la Luna en torno a la Tierra es de 27.3 días, calcule, en m/s^2, el valor de la aceleración de la Luna en ese movimiento.

b) Considere la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra igual a 10 m/s^2. Sabiendo que la distancia del centro de la Tierra a la Luna es igual a 60 R (donde R es el radio de la Tierra), use la ley del inverso cuadrado para calcular la aceleración de la Luna, suponiendo que sea causada por la atracción gravitacional de la Tierra (como Newton sospechaba).

c) Las respuestas de las preguntas (a) y (b) ¿confirman satisfactoriamente la sospecha de Newton?

10. Al tener conocimiento de la primera ley de Kepler, un estudiante atribuyó la existencia de las estaciones del año a la variación de la distancia de la Tierra al Sol, diciendo que: "cuando la Tierra está más cerca del Sol es verano y cuando está más distante es invierno".

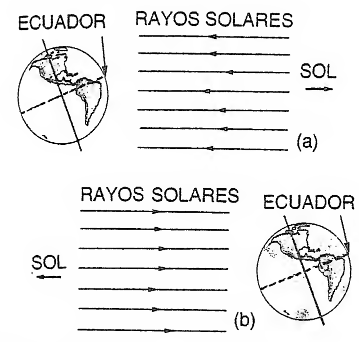
a) Presente un argumento capaz de dejar en claro que está explicación del estudiante no está correcta.

b) ¿Ya tuvo usted oportunidad de estudiar cuál es la causa de la existencia de las estaciones del año?

11. Dentro de un satélite en órbita en torno a la Tierra se acostumbra decir que un objeto flota debido a la llamada "ausencia de peso". Tres estudiantes presentaron las siguientes justificaciones para este hecho. Indique cuál considera usted correcta.

estudiante 1 - "la órbita del satélite se encuentra en el vacío y la gravedad no se propaga en el vacío".

estudiante 2 - "la fuerza de atracción terrestre, centrípeta, es menor que la fuerza centrífuga en el objeto".



Problema Complementario 10 (a) En virtud de la inclinación del eje de la Tierra, cuando ésta se encuentra en la posición mostrada, los rayos solares inciden con menor inclinación sobre el hemisferio sur que sobre el hemisferio norte. En tal virtud, cada metro cuadrado de la superficie terrestre, del hemisferio sur, recibe mayor cantidad de radiación solar que la misma área del hemisferio norte. Por tanto, en el hemisferio sur es verano cuando en el hemisferio norte es invierno. **(b)** Seis meses después de haber ocurrido la situación mostrada en (a). La Tierra se desplazó a la posición diametralmente opuesta de su trayectoria. En esta situación, los rayos solares inciden sobre el hemisferio norte en dirección más próxima a la normal a la superficie (menor inclinación). Así, en esta época del año será verano en el hemisferio norte e invierno en el hemisferio sur. Evidentemente, la primavera y el otoño se suceden en posiciones de la Tierra intermedias entre aquellas mostradas en la figura.

estudiante 3 - "el satélite y el objeto que flota tiene la misma aceleración, producida únicamente por fuerzas gravitacionales".

12. Sea ΔA el área "barrida" por el segmento que une un planeta al Sol, durante el intervalo Δt. Se llama *velocidad areolar* $\Delta A/\Delta t$, es decir, la tasa en relación con el tiempo con la cual el área está siendo "barrida".

a) La velocidad areolar ¿aumenta, disminuye o no varía mientras el planeta gira en torno al Sol?

b) Sabiendo que la elipse descrita por la Tierra en torno al Sol tiene un área $A = 6.98 \times 10^{22}$ m^2, calcule el área "barrida" por el segmento que une la Tierra al Sol, entre 0.0 h del día 1º de abril hasta las 24 h del día 30 de mayo del mismo año.

13. *a)* ¿Cuál es la variación, en cm/s^2, de la aceleración de la gravedad cuando nos desplazamos del ecuador a los polos? (Consulte la Tabla 7-3.)

b) ¿Qué porcentaje de esa variación se debe a la rotación de la Tierra? (Consulte el cuadro acerca de "peso aparente" en la Sección 7.5.)

c) ¿Cuál es la causa del porcentaje restante de esa variación?

14. Como probablemente ya debe saber, el planeta Saturno está rodeado por varios anillos situados en el plano de su ecuador. Al observar uno de esos anillos, los astrónomos midieron la velocidad de la parte externa del anillo y encontraron un valor v_e. Midieron, también, los radios interno y externo de ese anillo y encontraron valores r_i y r_e.

a) A partir de esos datos, ¿cuál será la velocidad v_i, de la parte interna del anillo, si fuera sólido?

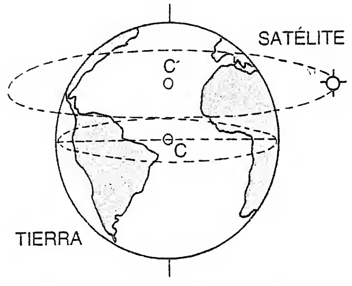
b) ¿Cuál sería el valor de la velocidad v_i si el anillo estuviera constituido por un gran número de partículas aisladas unas de otras? (Sea M la masa de Saturno).

Observación: Medidas realizadas por astrónomos mostraron que v_i tiene un valor coincidente con el de la pregunta (b).

15. La figura de este problema muestra un satélite en una órbita circular de centro C', no coincidente con el centro C de la Tierra. Para demostrar que esa situación es físicamente imposible, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la dirección y el sentido de la fuerza gravitacional $\vec{F}$ que la Tierra ejerce sobre el satélite? Dibuje el vector $\vec{F}$ en la figura.

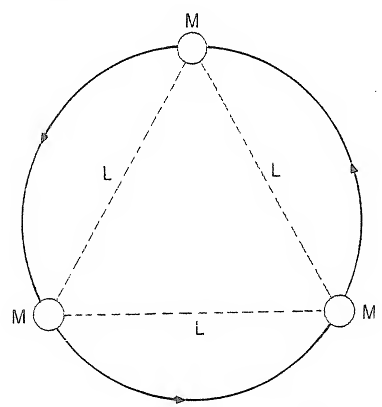
b) Descomponga $\vec{F}$ en sus dos componentes perpendiculares $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$, siendo $\vec{F_1}$ dirigida para C' (dibuje $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$ en la figura). ¿Cuál de esas fuerzas representaría la fuerza centrípeta en el satélite?



Problema Complementario 15

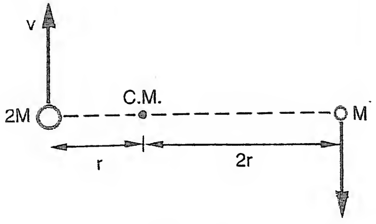
c) Explique por qué el satélite no puede permanecer en una órbita estable como la de la figura.

16. Tres cuerpos celestes idénticos, de masa M cada uno, están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado L (*véase* figura de este problema). El conjunto está girando en movimiento circular uniforme y sobre cada cuerpo, actúan solamente las fuerzas gravitacionales ejercidas por los otros dos cuerpos.
   a) Exprese, en función de L, el valor de radio r de la trayectoria de cada cuerpo ($\cos 30° = \sqrt{3}/2$).
   b) Determine la magnitud de la fuerza resultante $\vec{F}$ que actúa en cada cuerpo.
   c) Calcule la magnitud de la velocidad $\vec{v}$ de cada cuerpo.



Problema Complementario 16

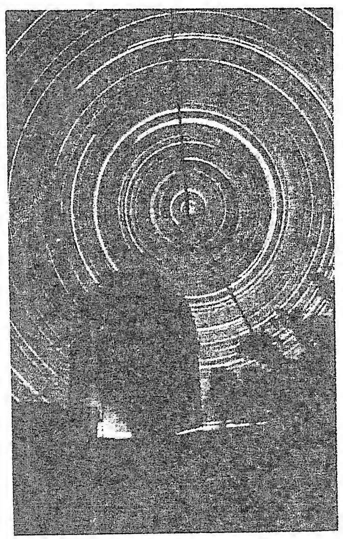
17. Una estrella doble está constituida por un par de estrellas que se atraen gravitacionalmente y giran en torno a un punto determinado *centro de masa* (CM) del sistema (como si estuvieran sujetas a una barra rígida). Para una estrella doble, como la que se ilustra en la figura de este problema, en la cual



Problema Complementario 17

una de las estrellas tiene el doble de masa que la otra, el CM, está localizado en la posición indicada en la figura. Determine el periodo T de rotación de esa estrella doble.

18. La figura de este problema es una copia de la fotografía de larga exposición del cielo del hemisferio sur. El objetivo se mantuvo abierto durante algunas horas y se dirigió al punto en donde el eje de rotación de la Tierra "perfora la esfera celeste". Los inumerables arcos luminosos muestran trayectorias de un gran número de estrellas en relación con la Tierra. Para facilitar la solución de este problema, indicamos en la figura la trayectoria de una de las estrellas: el arco descrito por ella fue reforzado y el ángulo central correspondiente a ese arco se indicó por las dos rectas trazadas en la figura. Mida ese ángulo y determine cuánto tiempo permaneció el objetivo abierto.



Problema Complementario 18

RESPUESTAS

Ejercicios

1. la Tierra era el centro del Universo, y el Sol, las estrellas y los planetas estaban incrustados en esferas que giraban alrededor de la Tierra
2. a) el que tiene como centro la Tierra
   b) el de los antiguos griegos y el de Tolomeo
3. las previsiones hechas a través del sistema eran bastante precisas y su estructura concordaba con las ideas religiosas de la Edad Media.
4. a) el que tiene al Sol como centro
   b) Copérnico creía que el Universo, por ser obra de Dios, no podía ser tan complejo como se suponía en el sistema de Tolomeo
   c) porque contradecían la filosofía de Aristóteles y las creencias religiosas de la época
5. las tablas de datos obtenidos por Tycho Brahe
6. a) elipse
   b) no; está situado en uno de los focos
7. el punto D
8. a) 1 año para cada uno
   b) $v_1 > v_2 = v_4 > v_3$
9. a) distancia de la Tierra al Sol
   b) 248 vueltas
   c) $K = 1.00$ año^2/(u.a.)^3
10. a) sí
    b) no, pues $T^2/r^3 \neq 1.00$ año^2/(u.a.)^3
11. a) sí, ya que todo cuerpo que describe una curva debe estar sujeto a una fuerza centrípeta
    b) el Sol
12. a) 12×10^{22} N
    b) 2×10^{22} N
    c) 1×10^{22} N
13. porque se observó que entre dos cuerpos cualesquiera existe una atracción del mismo tipo que la que se observa entre el Sol y los planetas
14. a) 10^{-6} N b) 10^{22} N
15. la comprobación de que la ley de la gravitación era realmente universal y la medida con precisión del valor de G
16. OC
17. a) si no existiese la fuerza de atracción, el satélite no entraría en órbita alrededor de la Tierra
    b) la atracción gravitacional entre dos cuerpos se manifiesta igualmente en el vacío, independientemente de que exista o no un medio material (por ejemplo, aire) entre ellos
18. para que la resistencia del aire no altere el movimiento del satélite
19. a) sí
    b) no
20. a) igual b) igual
21. a) menor
    b) mayor
22. a) 10 horas
    b) 10 horas
23. a) $P = mg$
    b) $P = G\,mM/r^2$
24. el valor calculado es $g = 1.7$ m/s^2 estando, por tanto, en buena concordancia con el experimento
25. 2.5 m/s^2; 0.40 m/s^2; 0.10 m/s^2
26. la expresión muestra que el valor de g no depende de la masa del cuerpo en caída
27. a) pequeñas
    b) sí
28. a) 300 veces mayor
    b) 100 veces menor
    c) 3 veces mayor
    d) casi 30 m/s^2
29. a) en A
    b) no; en el punto opuesto se observará también una marea alta
30. a) 6 h
    b) 12 h
31. a) verano
    b) 13 000 años
32. a) una elipse
    b) debido a la atracción de los demás planetas sobre él
33. a) Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno
    b) porque son visibles a simple vista
34. debido a las perturbaciones causadas por un nuevo planeta, aún desconocido (Neptuno)

Preguntas y problemas

1. a) mismo sentido porque su velocidad aumenta
   b) sentido contrario porque su velocidad disminuye
   c) mayor
2. a) 27 años
   b) no
   c) Júpiter y Saturno
3. (c)
4. (e)
5. a) P_3
   b) acelerado hacia la Tierra; acelerado hacia la Luna
6. menor
7. (d)
8. a) igual
   b) mayor

9. *a*) sí
   b) no
   c) 12 horas
10. (d)
11. 300 m/s^2
12. no; la bomba, por inercia, seguiría moviéndose con la misma velocidad del satélite, y por tanto, permanecería en órbita junto con él
13. la fuerza del Sol sobre el planeta tiene componente en la dirección de la velocidad: en *A*, en el mismo sentido de la velocidad, y en *B*, en sentido contrario a ella
14. *a*) $F_c = 4\pi^2 mr/T^2$
    c) sí, pues T^2/r^3 sólo depende de la masa del Sol
    d) tomando el valor de *M* que aparece en la expresión como masa de la Tierra, sera válida para cualquier satélite de la misma
15. la velocidad del satélite es tal que la fuerza de atracción proporciona exactamente la $\vec{a}_c$ necesaria para que describa la órbita circular.
16. (b)
17. *a*) 10^{30} kg
    b) sí
18. la masa de Júpiter se calculó por la medida de *T* y *r* de sus satélites y la masa de la Luna se midió, de manera semejante, después de la colocación de un satélite artificial en órbita (utilizando la expresión $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$)
19. *a*) 10^{41} kg
    b) 10^{11} (!) estrellas
20. *a*) $F = \frac{4\pi^2}{K}\frac{m}{r^2}$ (luego, $F \propto m$ y $F \propto 1/r^2$)
    b) El planeta ejerce en el Sol una fuerza *F* de misma magnitud que aquélla del Sol sobre el planeta. Por la segunda ley de Newton, $F \propto M$
21. *a*) $P_0 = GMm/r^2$
    b) $P = 0$
22. *a*) mayor
    b) menor
    c) nulo
23. *a*) no; porque *no* hay error conceptual en considerarse el referencial en la Tierra
    b) las órbitas de los planetas son más sencillas cuando el Sol se toma como referencial
24. Júpiter
25. N · m^2/kg^2

Cuestionario

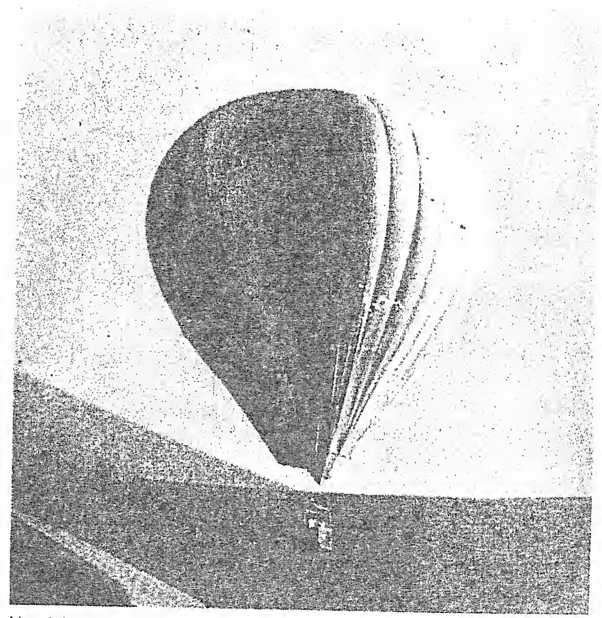
1. b
2. b
3. a
4. e
5. b
6. b
7. b
8. a
9. e
10. b
11. e
12. b
13. todas están correctas
14. c
15. d
16. a
17. c
18. b
19. e
20. a
21. b

Problemas complementarios

1. 1 h 24 min
2. *a*) aproximadamente 0.25 s
   b) aproximadamente 1 s
3. *a*) 5.4 g/cm^3
   b) la densidad media de las cortezas internas de la Tierra debe ser superior a 5.4 g/cm^3
5. *a*) aproximadamente 35 u.a.
   b) entre Mercurio y Venus; entre Neptuno y Plutón
6. *a*) mayor
   b) menor
7. *a*) 600 N
   b) 400 kg
8. (a); (d)
9. *a*) 2.7×10^{-3} m/s^2
   b) 2.8×10^{-3} m/s^2
   c) sí
10. *a*) el invierno (o el verano) no ocurre simultáneamente en los hemisferios norte y sur
    b) inclinación del eje de la Tierra
11. estudiante 3
12. *a*) no varía
    b) 1.16×10^{22} m^2
13. *a*) 5.2 cm/s^2
    b) 65%
    c) variación del radio de la Tierra
14. *a*) $v_i = v_e\, r_i/r_e$
    b) $v_i = \sqrt{GM/r_i}$
15. *a*) para el centro *C*
    b) $\vec{F}_1$
    c) la componente $\vec{F}_2$ desviaría al satélite de aquella órbita.
16. *a*) $r = L/\sqrt{3}$
    b) $F = GM^2\sqrt{3}/L^2$
    c) $v = \sqrt{GM/L}$
17. $T = 6\pi\sqrt{r^3/GM}$
18. 10 h 28 min

capítulo 8

hidrostática



Un globo sube en la atmósfera debido al empuje que recibe del aire, de acuerdo con el principio de Arquímedes que se estudiará en este capítulo.

El término *Hidrostática* se refiere al estudio de los fluidos en reposo. Un fluido es una sustancia que puede escurrir fácilmente y que puede cambiar de forma debido a la acción de pequeñas fuerzas. Por tanto, el término *fluido* incluye a los líquidos y los gases.

Los fluidos que existen en la naturaleza siempre presentan una especie de fricción interna o *viscosidad* que complica un poco el estudio de su movimiento. Sustancias como el agua y el aire presentan muy poca viscosidad (escurren fácilmente), mientras que la miel y la glicerina tienen una viscosidad elevada.

En este capítulo no habrá necesidad de considerar la viscosidad porque sólo nos ocuparemos de los fluidos en reposo, y la viscosidad únicamente se manifiesta cuando se mueven o fluyen estas sustancias.

Para el estudio de la Hidrostática es indispensable el conocimiento de dos cantidades: la *presión* y la *densidad*. Así pues, iniciaremos este capítulo con el análisis de ambos conceptos.

8.1 Presión y densidad (o masa específica)

❖ **Concepto de presión.** Consideremos un objeto cuyo peso vamos a designar por $\vec{F}$, apoyado sobre una superficie plana, como muestra la Figura 8-1. Sea A el área sobre la cual se apoya. Observemos que la compresión que el objeto ejerce sobre la superficie debido a su peso, está distribuida en toda el área A, y la fuerza $\vec{F}$ que produce la compresión es perpendicular a la superficie. Se define, entonces, la *presión* producida por una fuerza $\vec{F}$, perpendicular a una superficie y distribuida sobre su área A, de la siguiente manera:

> La presión p, ejercida por la fuerza $\vec{F}$ sobre el área A, es la relación entre la magnitud de $\vec{F}$ y el valor del área A, es decir,
>
> $$p = \frac{F}{A}$$

Por ejemplo, si en la Figura 8-1 el peso del objeto fuera F = 50 kgf, y estuviese distribuido en un

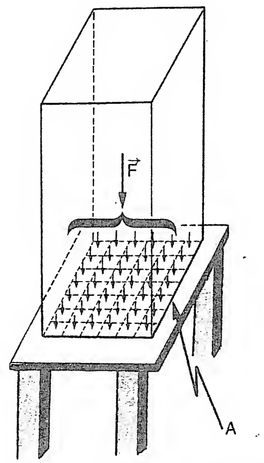


FIGURA 8-1 La presión de una fuerza $\vec{F}$ sobre un área A está dada por $p = F/A$.

área A = 25 cm², la presión sobre la superficie sería

$$p = \frac{F}{A} = \frac{50 \text{ kgf}}{25 \text{ cm}^2}$$

donde

$$p = 2.0 \text{ kfg/cm}^2$$

Este resultado muestra que en cada cm² de la superficie actúa una fuerza de 2.0 kgf.

❖ **Comentarios.** Debe observarse que el valor de la presión no sólo depende del valor de la fuerza ejercida, sino también del área A sobre la cual se distribuye la fuerza. Una vez establecido el valor de A, la presión será, evidentemente, proporcional a la magnitud de F. Por otra parte, una misma fuerza podrá producir diferentes presiones y ello dependerá del área sobre la cual actúe. En consecuencia, si el área A fuese muy pequeña, podríamos obtener grandes presiones incluso con fuerzas pequeñas. Por este motivo, los utensilios para cortar (un cuchillo, unas tijeras, un hacha, etc.) deben estar bien afilados, y las herramientas o útiles de perforación (un clavo, una broca, un tornillo para madera, etc.) deben ser puntiagudos. De esta manera, el área sobre la cual actúe la fuerza ejercida por tales objetos, será muy pequeña, logrando así una presión muy intensa, lo cual facilita la obtención del efecto deseado (Fig. 8-2).

En otros casos, cuando se quieren obtener presiones pequeñas hay que hacer que la fuerza se distribuya sobre áreas grandes. Para caminar en la nieve se usan zapatos especiales, con una área de apoyo muy grande, a fin de reducir la presión y evitar el hundimiento. También, para disminuir la presión sobre el suelo, los constructores apoyan las paredes de una casa sobre cimientos cuya área es mayor que la de asiento de la pared (Fig. 8-3).

❖ **Unidades de presión.** 1. Por la definición de presión ($p = F/A$) vemos que su unidad debe estar dada por la relación entre una unidad de fuerza y una unidad de área. En el SI la unidad de fuerza es 1 N y la de área, 1 m². Entonces en este sistema la unidad de presión será 1 N/m².

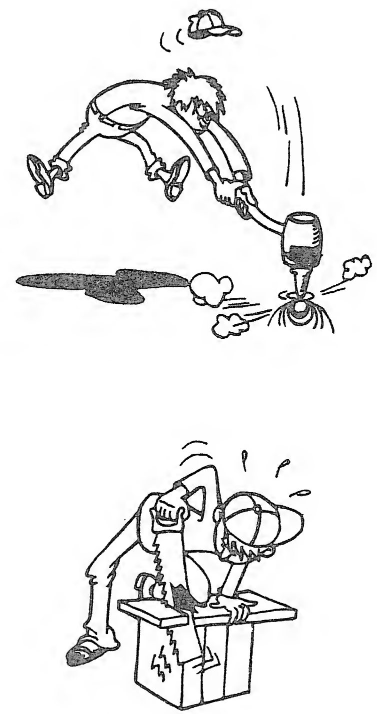


FIGURA 8-2 Cuanto menor sea el área sobre la cual actúa una fuerza, tanto mayor será la presión que produzca.

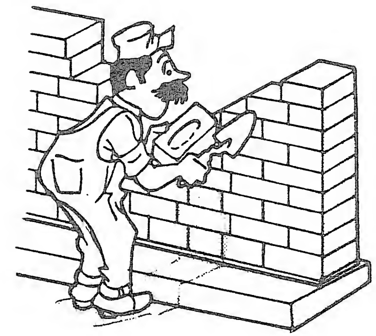


FIGURA 8-3 Podemos disminuir la presión ejercida por una fuerza dada, aumentando el área sobre la cual actúa.

2. En la práctica, los ingenieros y los técnicos suelen emplear la unidad 1 kgf/cm². En máquinas y aparatos de fabricación estadunidense (o inglesa) se usa la libra por pulgada cuadrada (lb/plg²) como unidad de presión. En las gasolinerías, por ejemplo, los manómetros (aparatos que sirven para medir la presión del aire en los neumáticos de automóvil) están calibrados en esta unidad. Una presión de 1 lb/plg² equivale aproximadamente a una fuerza de 0.5 kgf (1 libra ≈ 0.5 kgf), que actúa sobre un área de 6.3 cm² (ya que 1 plg ≈ 2.5 cm), de manera que se tiene así la equivalencia 1 lb/plg² ≈ 0.070 kgf/cm².*

3. Cuando estudiamos los fluidos, es común usar el *milímetro de mercurio* (mmHg) como unidad de presión. *Una presión de 1* mmHg *es la presión ejercida sobre su base por una columna de mercurio de 1 mm de altura*. La presión de 1 mmHg es muy pequeña y esta unidad se emplea, por ejemplo, en los laboratorios, para medir la presión de gases enrarecidos.

4. Cuando deseamos medir presiones elevadas (de gases comprimidos, del vapor en una caldera, etc.) empleamos una unidad que se conoce como *atmósfera* (atm). Una presión de 1 atm es la que ejerce sobre su base una columna de mercurio de 76 cm de altura. Por tanto,

$$1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg}$$

* **N. del R.** La equivalencia exacta es 1 lb/plg² = 0.4536 kgf/6.4516 cm² = 0.0703 kgf/cm².

En la sección siguiente veremos porque esta unidad recibe el nombre de atmósfera.

La Tabla 8-1 (que no es necesario memorizar) muestra algunas relaciones entre unidades de presión usuales.

TABLA 8-1

Relaciones entre algunas unidades de presión
1 mmHg = 133 N/m^2
1 atm = 1.01×10^5 N/m^2
1 atm ≈ 1 kgf/cm^2
1 kgf/cm^2 = 14.2 lb/plg^2

❖ **Densidad o Masa específica.** Consideremos un cuerpo de masa m y cuyo volumen es V. La *densidad* (llamada también *masa específica*)* del cuerpo se representará por la letra griega ρ (ro) y se define de la siguiente manera:

> la densidad (o masa específica) de un cuerpo es la relación entre su masa y su volumen, o sea:
>
> $$\rho = \frac{m}{V}$$

Consideremos, por ejemplo, un bloque de aluminio (Al) cuyo volumen sea $V = 10$ cm³. Midiendo su masa encontramos m = 27 g. Entonces, la densidad del aluminio será

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27\ \text{g}}{10\ \text{cm}^3}$$

donde

$$\rho = 2.7\ \text{g/cm}^3$$

Este resultado significa que en cada cm³ de Al se tiene una masa de 2.7 gramos. De modo general, la densidad de un cuerpo corresponde a la masa contenida en la unidad de volumen del cuerpo, y de ahí su denominación de "masa específica".

* **N. del R.** Recibe también a veces el nombre de "densidad absoluta", para destacar su diferencia con la *densidad relativa* (relación entre la densidad de una sustancia y la de otra que se toma como referencia, por ejemplo el agua). Esta última densidad se llama a veces muy erróneamente, "gravedad específica".

❖ **Unidades de densidad.** Por la definición de densidad, $\rho = m/V$, observamos que la unidad de la densidad debe ser la relación entre una unidad de masa y una unidad de volumen. Por tanto, en el SI la unidad de ρ será 1 kg/m³. En la práctica es muy común el uso de otra unidad: 1 g/cm³. Es muy fácil demostrar que

$$1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Así, la densidad del aluminio, como ya vimos, es igual a 2.7 g/cm³, o bien 2.7×10^3 kg/m³ (un bloque de Al de 1 m³ de volumen tiene entonces una masa de 2.7 toneladas).

En la Tabla 8-2 presentamos las densidades o masas específicas de diversas sustancias. Observe en esta tabla que los gases tienen una densidad muy pequeña; la densidad del agua de mar (1.03 g/cm³) es mayor que la del agua "dulce" (1.00 g/cm³) por las sales disueltas en ella; el mercurio es el líquido de mayor densidad (13.6 g/cm³). Asimismo, el oro y el platino son las sustancias de mayor densidad.

TABLA 8-2

DENSIDADES (a 0°C y a la presión de 1 atm)

Sustancia	ρ (gramo/cm³)
Hidrógeno	0.000090
Aire	0.0013
Corcho	0.24
Gasolina	0.70
Hielo	0.92
Agua	1.00
Agua de mar	1.03
Glicerina	1.25
Aluminio	2.7
Fierro	7.6
Cobre	8.9
Plata	10.5
Plomo	11.3
Mercurio	13.6
Oro	19.3
Platino	21.4

EJEMPLO

Un tanque de gasolina tiene en su base un área A = 0.75 m², y su altura es h = 2.0 m.

a) ¿Cuál es la masa de la gasolina contenida en el tanque?

Ya sabemos que la densidad está dada por $\rho = m/V$. De esta relación, obtenemos $m = \rho V$. El volumen del tanque será

$$V = A \cdot h = 0.75 \times 2.0$$

donde

$$V = 1.5\ \text{m}^3$$

Consultando la Tabla 8-2, obtenemos para la densidad de la gasolina el valor

$$\rho = 0.70\ \text{g/cm}^3 = 0.70 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

Tendremos entonces para la masa de dicha sustancia,

$$m = \rho V = 0.70 \times 10^3 \times 1.5$$

o bien,

$$m = 1.05 \times 10^3\ \text{kg}$$

(Observe las unidades: $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \text{m}^3 = \text{kg}$)

b) ¿Cuál es la presión ejercida por la gasolina sobre el fondo del tanque?

La presión está dada por $\rho = F/A$. En este caso, F representa el peso de la gasolina, y A, el área de la base del depósito. El peso de la gasolina (considerando g = 10 m/s²) será:

$$F = mg = 1.05 \times 10^3 \times 10$$

o bien,

$$F = 1.05 \times 10^4\ \text{N}$$

Por tanto,

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1.05 \times 10^4}{0.75}$$

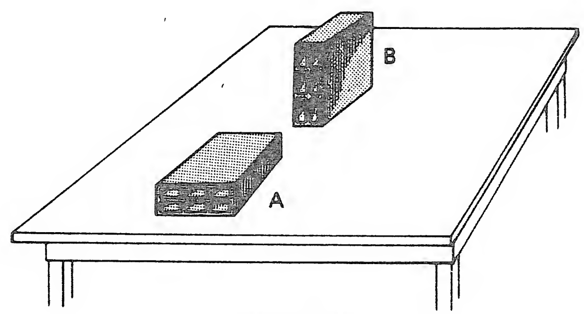
donde

$$p = 1.4 \times 10^4\ \text{N/m}^2$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Considere una joven de 60 kgf de peso, que está de pie en el piso de una sala.
   a) Estando descalza, el área total de apoyo de sus pies sobre el suelo es de 150 cm². ¿Qué presión está ejerciendo sobre el piso?
   b) Si tuviera puestos "zapatos para nieve", su área total de apoyo sería de 600 cm². En este caso, ¿cuál sería la presión sobre el suelo?
2. Suponga que la joven del ejercicio anterior usara zapatos con tacones muy agudos. Considere el área de la base de cada tacón igual a 1 cm², y que la mitad del peso de la joven se distribuye sobre los tacones.
   a) ¿Qué presión ejercen éstos sobre el suelo?
   b) Compare la respuesta de (a) con los resultados del ejercicio anterior, y explique por qué los tacones muy delgados causan estragos en los pisos de madera.
3. El área total de apoyo de los cimientos de un edificio es de 200 m². Un ingeniero informa que el suelo bajo los cimientos soporta una presión de 40 kgf/cm².
   a) Exprese en cm² el área de apoyo de la cimentación.
   b) Calcule el peso del edificio.
4. Un ladrillo fue colocado sobre una mesa, apoyado inicialmente como se muestra en A, y posteriormente en la posición B (*véase* figura de este ejercicio).



Ejercicio 4

a) La fuerza con la cual el ladrillo comprime la mesa en la posición *A*, ¿es igual, menor o mayor que en *B*?
b) La presión que el ladrillo ejerce sobre la mesa en *A*, ¿es igual, menor o mayor que en *B*?

5. Consultando la Tabla 8-1, responda a las preguntas siguientes:
   a) Se sabe que una caldera puede resistir una presión de hasta 30 atm. ¿Cuál es el valor en unidades del SI de esta presión?
   b) Un neumático fue llenado de aire a una presión de 20 lb/plg^2. ¿Cuál es el valor de esta presión en atmósferas?

6. Un bloque de madera, cuyo volumen es de 500 cm^3, tiene una masa igual a 300 g.
   a) ¿Qué densidad tiene esa madera en g/cm^3 y en kg/m^3?
   b) Explique, con sus propias palabras, el significado de los resultados obtenidos en (a).
   c) Un trozo de esta madera tiene un volumen de 2.5 m^3. ¿Cuál es su masa?

7. Un bloque de plomo (Pb), cuyo volumen es 0.30 m^3, está apoyado en el suelo sobre un área de 0.60 m^2.
   a) Consulte la Tabla 8-2 y exprese la densidad del Pb en kg/m^3.
   b) Calcule, en kg, la masa del bloque de Pb.
   c) Considere g = 10 m/s^2, y calcule, en N/m^2, la presión que el bloque de Pb está ejerciendo sobre el suelo.

8.2 Presión atmosférica

❖ **Qué es la presión atmosférica.** El aire, como cualquier sustancia cercana a la Tierra, es atraído por ella; es decir, el aire tiene peso. Debido a esto, la capa atmosférica que envuelve a la Tierra y que alcanza una altura de decenas de kilómetros, ejerce una presión sobre los cuerpos sumergidos en ella. Esta presión se denomina *presión atmosférica.*

En todos los planetas con atmósfera existe una presión atmosférica con cierto valor. En la luna, como no hay atmósfera, no hay, por consiguiente, presión atmosférica.

Hasta la época de Galileo (siglo XVII) la existencia de la presión atmosférica era desconocida por muchos, e incluso, muchos estudiosos de la física la negaban. El físico italiano Torricelli, contemporáneo y amigo de Galileo, realizó un famoso experimento que, además de demostrar que la presión atmosférica realmente existe, permitió la determinación de su valor.

❖ **El experimento de Torricelli.** Para efectuar su experimento, Torricelli tomó un tubo de vidrio, de casi 1 m de longitud, cerrado por uno de sus extremos, y lo llenó de mercurio (Fig. 8-4a). Tapando el extremo abierto con un dedo e invirtiendo el tubo, sumergió este extremo en un recipiente que también contenía mercurio. Al destapar el tubo, estando éste en posición vertical, Torricelli comprobó que la columna líquida bajaba hasta tener una altura de casi 76 cm, por arriba del nivel del mercurio del recipiente (Fig. 8-4b). Concluyó entonces que la presión atmosférica p_a, al actuar sobre la superficie del líquido

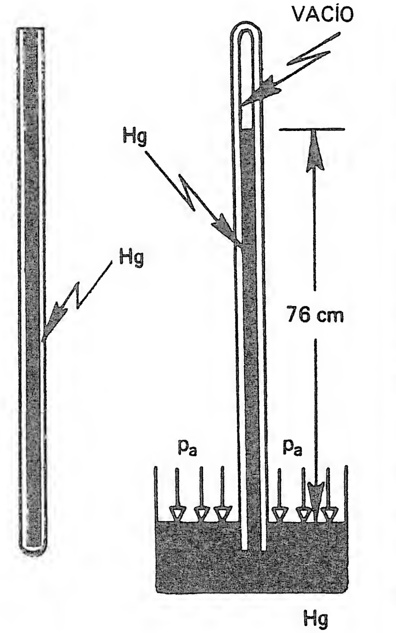


FIGURA 8-4 El valor de la presión atmosférica, al nivel del mar, es de 76 cmHg.

del recipiente, lograba equilibrar el peso de la columna de mercurio. Observe que arriba del mercurio, en el tubo, existe un vacío, pues si se hiciera un orificio en esta parte, a fin de permitir la entrada del aire, la columna descendería hasta nivelarse con el mercurio del recipiente.

Como la altura de la columna líquida en el tubo era de 76 cm, Torricelli llegó a la conclusión de que el valor de la presión atmosférica, p_a, equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 76 cm de altura, es decir,

$$p_a = 76 \text{ cmHg}$$

Por este motivo, una presión de 76 cmHg recibe el nombre de *atmósfera* y se emplea como unidad de presión, conforme vimos en la sección anterior.

TABLA 8-3

Variación de la presión atmosférica con la altitud	
Altitud (m)	p_a (cmHg)
0	76
500	72
1 000	67
2 000	60
3 000	53
4 000	47
5 000	41
6 000	36
7 000	31
8 000	27
9 000	24
10 000	21

❖ **Comentarios.** 1. El valor p_a = 76 cmHg se obtiene cuando el experimento se realiza al nivel del mar. Después de Torricelli, el científico y filósofo francés, Pascal, repitió el experimento en lo alto de una montaña y comprobó que el valor de p_a era *menor* que al nivel del mar. Se trata de un resultado lógico, pues cuanto mayor sea la altitud de un lugar, más enrarecido estará el aire y menor será el espesor de la capa atmosférica que actúa sobre la superficie del mercurio. Si el experimento fuera llevado a cabo, por ejemplo, en lo alto del Monte Everest, la columna de mercurio en el tubo bajaría hasta casi 26 cm de altura, es decir, que en ese lugar se tiene p_a = 26 cmHg.

2. El experimento de Torricelli podría realizarse usando otros líquidos en vez del mercurio (Pascal llegó a efectuar el experimento ¡con vino!). Pero el mercurio (Hg) es el que más se emplea en virtud de su gran densidad, por la cual produce una columna líquida de altura no muy grande. Si el experimento se llevara a cabo con agua, por ejemplo, como su densidad es 13.6 veces menor que la del mercurio, la altura de la columna de agua será 13.6 veces mayor, o sea, igual a 10.3 m (Fig. 8-5).

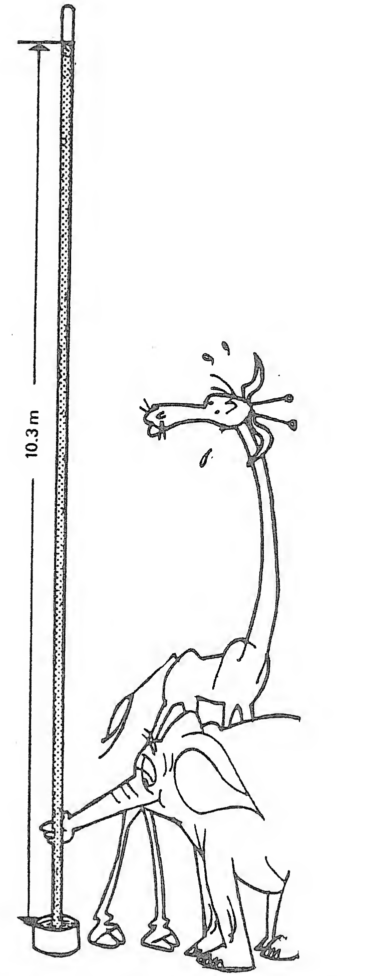


FIGURA 8-5 Si el experimento de Torricelli se hiciera con agua (al nivel del mar), la altura de la columna de líquido sería de 10.3 m.

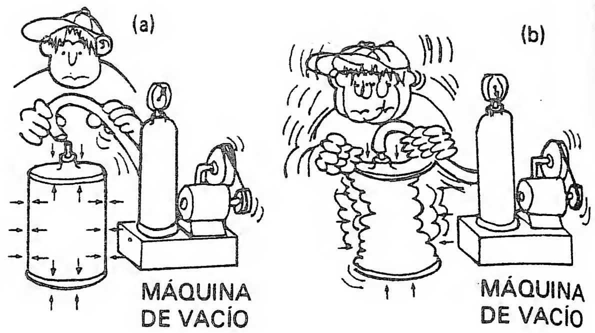


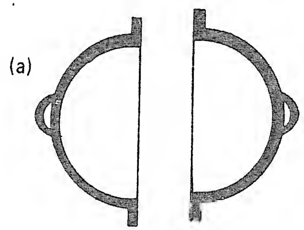
FIGURA 8-6 La presión atmosférica es capaz de aplastar una lata de cuyo interior se ha extraído el aire, o sea, originando un vacío.

3. El *barómetro* es el aparato que permite medir la presión atmosférica. Existen barómetros de varios tipos, y el empleado por Torricelli es uno de los que más se utilizan. Los barómetros se emplean con diversos fines, como por ejemplo, prever tempestades (el valor de la presión atmosférica se ve afectado por las alteraciones atmosféricas que anteceden a una tempestad). El barómetro se puede usar también como *altímetro*, es decir, para determinar la altitud o altura de un lugar mediante la medida de la presión atmosférica.

❖ **Experimentos relacionados con la presión atmosférica.** Como ya vimos, el valor de la presión atmosférica al nivel del mar es p_a = 76 cmHg. Como indica la Tabla 8-1, este valor corresponde a una presión de, aproximadamente, 1 kgf/cm^2 o sea, a una fuerza de 1 kgf que actúa sobre cada cm^2 de la superficie. Para que se tenga una mejor idea de los efectos que puede producir esta presión, analizaremos ahora los siguientes experimentos:

1. Con una *bomba de vacío* (o una *máquina neumática*) podemos extraer gran parte del aire del interior de una lata vacía. Si lo hacemos, la lata será aplastada por la presión atmosférica. Antes de retirar el aire lo anterior no sucedía porque la presión atmosférica actuaba tanto en el interior como en el exterior de la lata (Fig. 8-6a). Al conectar la bomba de vacío, la presión interna se vuelve mucho menor que la externa, y la lata es aplastada (Fig. 8-6b).

2. La primera máquina neumática fue creada por Otto von Guericke, en Magdeburgo (Alemania), la cual le permitió realizar el famoso experimento de los "hemisferios de Magdeburgo". Con dos semiesferas metálicas bien ajustadas, von Guericke formó una esfera hueca de casi 50 cm de diámetro (Fig. 8-7a), y luego extrajo el aire del interior. Como la presión interna se redujo mucho, la presión externa (o sea, la presión atmosférica) unió tan fuertemente los dos hemisferios, que se necesitaron 16 fuertes caballos para separarlos (Fig. 8-7b).



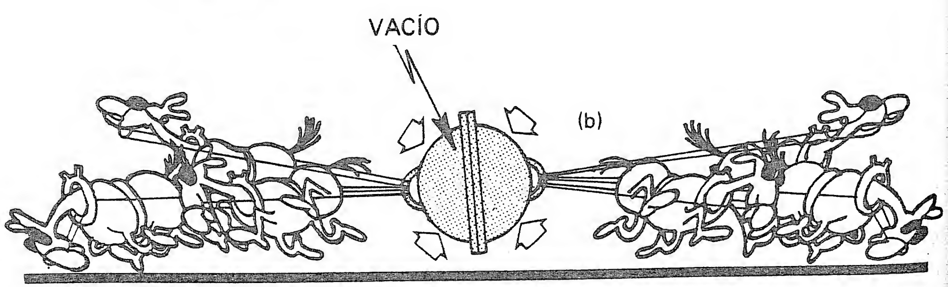


FIGURA 8-7 El famoso experimento de los "hemisferios de Magdeburgo".

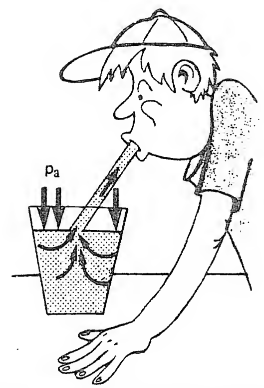


FIGURA 8-8 La presión atmosférica actúa sobre la superficie del líquido haciéndolo subir por la pajilla (popote).

3. También, a la fuerza ejercida por la presión atmosférica se debe que usted puede tomar un refresco sirviéndose de una pajilla o popote. Cuando se sorbe el aire por el extremo del pequeño tubo, no se está absorbiendo realmente el refresco, sino que se provoca una reducción de la presión del aire en el interior de la pajilla. La presión atmosférica, al actuar sobre la superficie del líquido, en la botella, lo hace subir por el tubito (Fig. 8-8). Algunas bombas para elevar agua basan su funcionamiento en este mismo principio.

♦ EJEMPLO

El instrumento que sirve para medir la presión de un gas encerrado en un recipiente se denomina *manómetro*. Un tipo de manómetro muy utilizado consta de un tubo en forma de *U*, el cual contiene mercurio, como podemos ver en la Figura 8-9. Cuando se desea medir la presión de un gas en un tanque, el extremo de la rama más pequeña del tubo se adapta al recipiente y se observa el desnivel del mercurio en las dos ramas del manómetro.

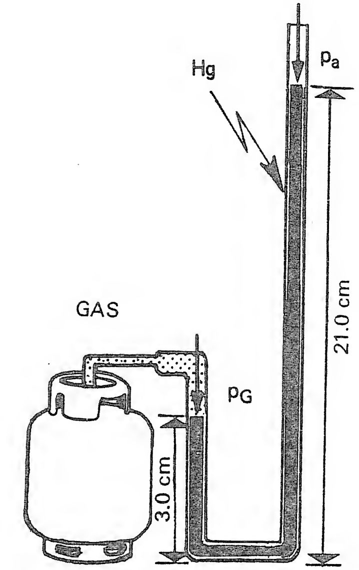


FIGURA 8-9 El dispositivo que se muestra en la figura (manómetro) permite medir la presión del gas contenido en el tanque.

En la Figura 8-9, ¿cuál es la presión p_G del gas en el tanque, si sabemos que la presión atmosférica tiene un valor p_a = 68 cmHg?

La presión p_G que actúa en la rama izquierda del tubo, logra equilibrar el *desnivel* de la columna de mercurio en las dos partes, y la presión atmosférica que actúa en el extremo abierto de la rama de la derecha. Por tanto, tenemos

$$p_G = p_a + \text{desnivel del Hg}$$

Luego entonces

$$p_G = 68 \text{ cmHg} + (210 - 30) \text{ cmHg}$$

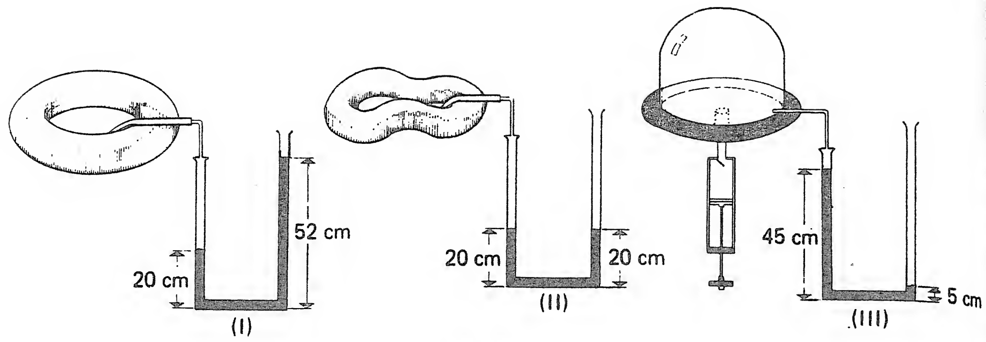
donde

$$p_G = 248 \text{ cmHg}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

8. *a*) Sabemos que la presión atmosférica en Marte es casi 10 veces menor que la presión atmosférica en la Tierra. ¿Cuál sería la altura de la



Ejercicio 13

columna de Hg en el experimento de Torricelli, si se llevara a cabo en ese planeta?

b) ¿Y cuál sería la altura de tal columna si el experimento se realizara en la Luna? Explique.

9. Se comprueba experimentalmente que cuando ascendemos 100 m en la atmósfera terrestre hay una disminución de casi 1 cmHg en el valor de la presión atmosférica. Tomando en cuenta esta información, responda a las preguntas siguientes:

a) ¿Cuál será el valor de la presión atmosférica en lo alto del monte Pan de Azúcar, en Brasil? (La altitud es de 400 m.)

b) Un estudiante midió el valor de la presión atmosférica en su ciudad y encontró que p_a = 64 cmHg. ¿Cuál es la altitud aproximada de la ciudad?

10. *a*) ¿Cuántas veces la densidad del mercurio es mayor que la de la gasolina? (Consulte la Tabla 8-2.)

b) Entonces, ¿cuál sería la altura de la columna líquida del experimento de Torricelli, si se efectuara con gasolina al nivel del mar?

11. Una persona, al realizar en su ciudad el experimento de Torricelli usando agua en vez de mercurio, halló que la altura de la columna líquida fue de 8.0 m. Considerando que la presión de una columna de agua de 10 m de altura corresponde prácticamente a 1 atm, exprese el valor de la presión atmosférica en dicha ciudad:

a) En atm.

b) En cmHg.

12. *a*) ¿Podría un habitante de la Luna tomar un refresco usando una pajilla, como se hace aquí en la Tierra? Explique.

b) ¿Por qué una lata de conserva, cerrada, se aplasta fácilmente? (Recuérdese que para conservar un alimento enlatado se debe evitar su contacto con el aire.)

13. Un manómetro, similar al que estudiamos en el ejemplo de esta sección, se empleó para medir la presión del aire en el interior de los dispositivos que se ilustran en la figura de este ejercicio. Sabiendo que la presión atmosférica en el lugar donde se realizaron las medidas, era de 70 cmHg, ¿cuál es el valor de la presión del aire:

a) En el neumático inflado de la Figura I?

b) En el neumático desinflado de la Figura II?

c) En la cámara de vacío de la Figura III?

14. El punto más bajo en una piscina llena de agua, se localiza a 10 m de profundidad. Si sabemos que dicho tanque se localiza al nivel del mar, diga cuál es, en atm, el valor de la presión:

a) En la superficie del agua.

b) En el punto más bajo de la piscina (recuerde que una columna de agua de 10 m de altura ejerce una presión de, prácticamente, 1 atm).

8.3 Variación de la presión con la profundidad

❖ **La presión aumenta con la profundidad.** Ya sabemos que la presión atmosférica disminuye a medida que se asciende en la atmósfera. Naturalmente, esto es de esperar, pues el peso de la capa de aire que ejerce la presión atmosférica en determinado lugar, será menor cuanto mayor sea la altura del mismo sobre el nivel del mar.

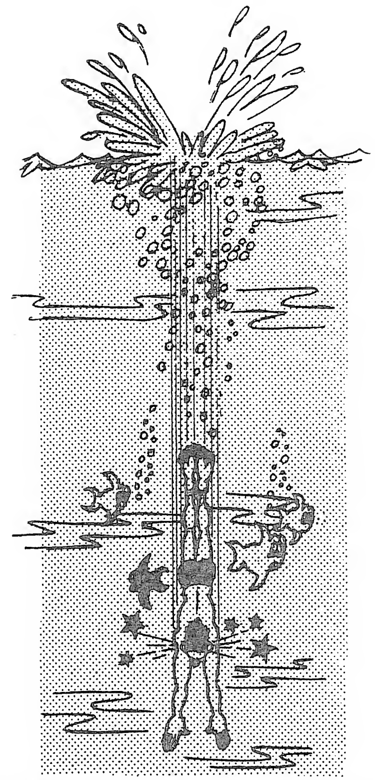


FIGURA 8-10 El dolor de oídos que se siente cuando uno se sumerge en el agua, se debe a que la presión aumenta con la profundidad.

Cuando uno se sumerge en el agua de una piscina, existe una situación parecida. Conforme nos sumergimos, la presión aumenta, pues el peso de la capa líquida que ejerce la presión en un punto, será mayor cuanto más grande sea la profundidad de dicho punto (Fig. 8-10). Este hecho se produce en todos los fluidos, de un modo general. En seguida estableceremos una relación matemática que permitirá calcular la presión en el interior de un fluido a una profundidad determinada.

❖ **Cálculo de la presión en el interior de un fluido.** En la Figura 8-11 se indican los puntos 1 y 2 en el interior de un fluido de densidad ρ. La diferencia de nivel entre estos puntos es *h*. Consideremos una porción del líquido, de forma

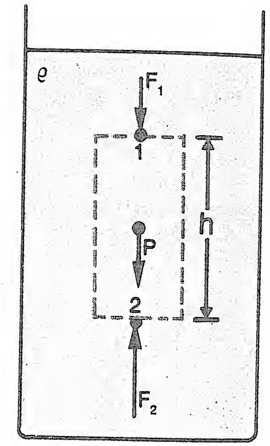


FIGURA 8-11 La porción cilíndrica que se indica está equilibrada por la acción de su propio peso y de las fuerzas que el resto del líquido ejerce sobre ella misma.

cilíndrica, como si estuviese separada del resto del líquido (Fig. 8-11). Dicha parte está en equilibrio por la acción de su propio peso $\vec{P}$ y de las fuerzas que el resto del líquido ejerce sobre ella. En la dirección vertical, estas fuerzas son: la fuerza $\vec{F}_1$, que actúa hacia abajo sobre la superficie superior del cilindro, y que se debe al peso de la capa de líquido situada encima de esta superficie, y la fuerza $\vec{F}_2$, que actúa sobre la superficie inferior de la porción cilíndrica. Obsérvese que como el cilindro está en equilibrio, y $\vec{P}$ y $\vec{F}_1$ están dirigidas hacia abajo, $\vec{F}_2$ deberá estar dirigida hacia arriba (Fig. 8-11). Podemos, entonces, escribir que

$$F_2 = F_1 + P \quad \text{(condición de equilibrio)}$$

Siendo p_1 la presión en la superficie superior (punto 1); p_2, la presión en la superficie inferior (punto 2), y A el área de esas superficies, tenemos (recordando la definición de presión):

$$F_1 = p_1 A \quad \text{y} \quad F_2 = p_2 A$$

Si m es la masa de la porción cilíndrica y V es su volumen, es posible expresar, de la siguiente manera, el peso P de esta porción:

$$P = mg \quad \text{pero} \quad m = \rho V = \rho A h$$

donde $$P = \rho A h g$$

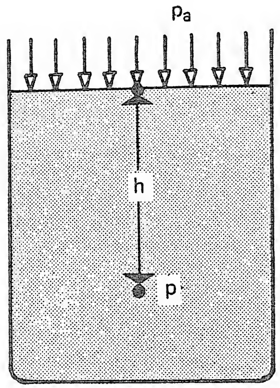


FIGURA 8-12 La presión a una profundidad h está dada por $p = p_a + \rho gh$.

Aplicando estas relaciones a $F_2 = F_1 + P$, entonces

$$p_2A = p_1A + \rho Ahg \quad \text{o bien,} \quad p_2 = p_1 + \rho gh$$

Esta ecuación muestra que la presión en el punto 2, es mayor que en el punto 1, y que el aumento de la presión al pasar de 1 a 2, está dado por ρgh. La relación $p_2 = p_1 + \rho gh$ es tan importante en el estudio de la estática de los fluidos, que suele ser denominada *ecuación fundamental de la Hidrostática*.

Suponiendo que uno de los puntos se encuentra en la superficie del líquido y que el otro punto está a una profundidad h (Fig. 8-12), vemos que la presión en el primer punto será la presión atmosférica p_a, y en consecuencia la presión p, en el segundo punto se puede obtener por la relación

$$p = p_a + \rho gh$$

Llegamos, pues, a la conclusión siguiente:

> si la superficie de un líquido, cuya densidad es ρ, está sometida a una presión p_a, la presión p en el interior de este líquido y una profundidad h, está dada por
>
> $$p = p_a + \rho gh$$

❖ **Comentarios.** 1. Por la ecuación $p = p_a + \rho gh$, vemos que si $h = 0$ entonces $p = p_a$ (en la superficie del líquido), y conforme h aumenta

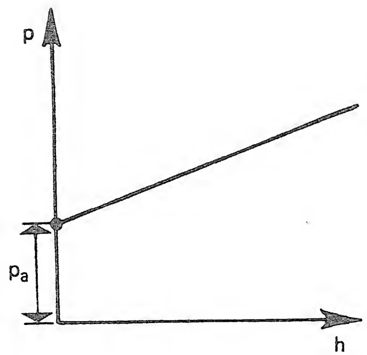


FIGURA 8-13 Esta gráfica muestra cómo varía la presión p en el interior de un líquido, con la profundidad h.

(al sumergirse en el líquido), la presión crece linealmente con h. Entonces la gráfica $p \times h$ para un líquido determinado, tendrá la forma indicada en la Figura 8-13.

2. Por la misma ecuación observamos que la presión en determinado punto en el seno del líquido, consta de dos partes: la primera, p_a, representa la presión ejercida en la superficie libre del líquido, y la segunda, ρgh, representa la presión originada por el peso del propio líquido.

3. La presión ejercida solamente por el líquido esta dada por ρgh. Así, en el caso de un líquido situado en un cierto lugar, sólo dependerá de h. Por tanto, en la Figura 8-14 serán iguales las presiones en el fondo de los tres

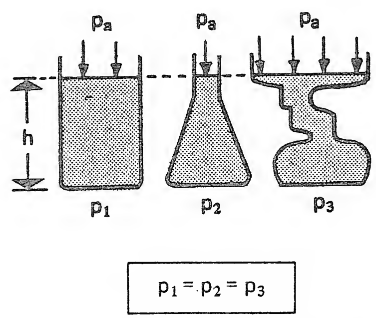


FIGURA 8-14 La presión en el fondo de estos recipientes es la misma, aun cuando contengan diferentes cantidades de un mismo líquido.

recipientes que contienen el mismo líquido, aun cuando aquéllos tengan forma distinta y contengan diferentes cantidades de líquido.

EJEMPLO

Una piscina (o aljibe) de 10 m de profundidad se encuentra totalmente llena de agua.

a) ¿Cuál es la presión, en el fondo, debida únicamente al peso del agua?

Esta presión está dada por ρgh. El valor de ρ que se obtuvo en la Tabla 8-2, es $\rho = 1.0$ g/cm^3. Como vamos a efectuar los cálculos con unidades del SI debemos expresar ρ en kg/m^3, es decir,

$$\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Entonces, tomando $g = 9.8$ m/s^2 y $h = 10$ m:

$$\rho gh = 1.0 \times 10^3 \times 9.8 \times 10$$

o bien, $\rho gh = 0.98 \times 10^5$ N/m^2.

b) Si sabemos que la presión atmosférica local vale $p_a = 76$ cmHg, ¿cuál es la presión total en el fondo de la piscina?

Dicha presión total está dada por $p = p_a + \rho gh$. El valor $p_a = 76$ cmHg en el SI lo proporciona la Tabla 8-1:

$$p_a = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Entonces,

$$p = p_a + \rho gh = 1.01 \times 10^5 + 0.98 \times 10^5$$

donde

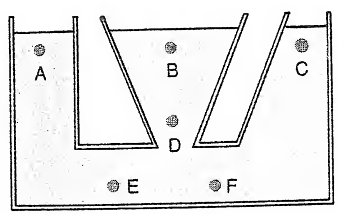
$$p = 1.99 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Observe que en este ejemplo la presión atmosférica contribuye a la presión en el fondo con un valor mayor que la presión ejercida únicamente por el agua.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

15. La figura de este ejercicio muestra un recipiente que contiene cierto líquido. Escriba, en orden creciente, las presiones en los puntos indicados en la figura.

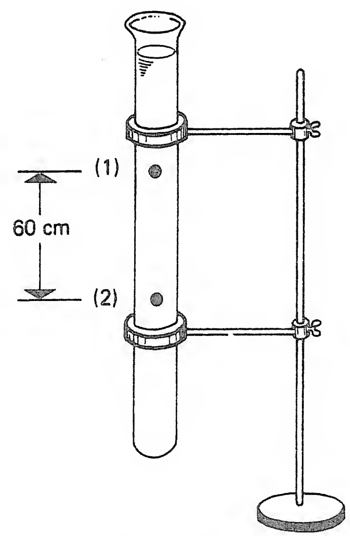


Ejercicio 15

16. En un tubo de vidrio que contiene glicerina, considere los puntos (1) y (2) que se muestran en la figura de este ejercicio.

a) Calcule, en el Sistema Internacional de Unidades, el aumento de la presión al pasar del punto (1) al punto (2). Para esto consulte la Tabla 8-2 y considere que $g = 10$ m/s^2.

b) Sabiendo que la presión en el punto (1) es $p_1 = 1.06 \times 10^5$ N/m^2, ¿cuál es el valor de la presión p_2 en el punto (2)?



Ejercicio 16

17. En el ejercicio anterior suponga que el valor de la presión atmosférica local, indicada por un barómetro, es $p_a = 1.01 \times 10^5$ N/m^2. Con esta información, calcule la profundidad del punto (1).

18. Considere el diagrama $p \times h$ que se muestra en la Figura 8-13.

a) Exprese la pendiente de la gráfica en función de ρ y de *g*.
b) Indique dos alteraciones que se observarían en el gráfico si se refiere a un experimento efectuado en la Luna.

19. Una gran piscina y una pileta, una al lado de la otra, contienen agua hasta una misma profundidad.
a) La presión en el fondo de la piscina, ¿es mayor, menor o igual que la presión en el fondo de la pileta?
b) La fuerza total ejercida por el agua sobre el fondo de la piscina, ¿es mayor, menor o igual que la fuerza total en el fondo de la pileta?

20. En un edificio hay un depósito elevado de agua (tinaco) de 1 m de ancho, 2 m de largo y 1 m de altura. Para aumentar la presión del agua en los grifos o llaves del agua, un técnico sugirió que se colocara en el mismo lugar otro tinaco de mayor capacidad, con 2 m de ancho, 3 m de longitud y 1 m de altura. ¿Estaría usted de acuerdo con la propuesta del técnico? Explique.

21. Para responder a las preguntas siguientes, basta recordar que una presión de 1 atm corresponde a la presión de una columna de mercurio de 76 cm de altura.
a) Un recipiente descubierto que contiene Hg, se encuentra en un lugar donde la presión atmosférica vale 76 cmHg. ¿A qué profundidad en este depósito la presión sería de 2 atm?
b) Responda a la pregunta anterior suponiendo que el recipiente está en lo alto del Monte Everest (p_a = 30 cmHg).

8.4 Aplicaciones de la ecuación fundamental

Como ejemplos del empleo de la ecuación $p = p_a + \rho g h$, en esta sección presentamos el estudio de los vasos comunicantes y el principio de Pascal.

❖ **Vasos comunicantes.** Consideremos dos recipientes —que no necesitan ser del mismo tamaño, ni poseer la misma forma— cuyas bases están unidas por un tubo (Fig. 8-15). Se dice que tales vasijas son "vasos comunicantes". Coloquemos un líquido cualquiera en estos vasos y esperemos que se alcance el estado de equilibrio. Los puntos *A* y *B*, situados en un mismo nivel horizontal, deben estar sometidos a presiones iguales, pues de lo contrario, el líquido no estaría en equilibrio.

Siendo ρ la densidad del líquido, podemos escribir

$$\text{para el punto } A\text{:} \quad p_A = p_a + \rho g h_A$$

$$\text{para el punto } B\text{:} \quad p_B = p_a + \rho g h_B$$

Como $p_A = p_B$, concluimos que $h_A = h_B$, es decir, puesto en vasos comunicantes, un líquido determinado alcanza alturas iguales en ambos recipientes. Esta conclusión también es válida cuando se tienen varias vasijas en comunicación, independientemente de su forma o tamaño, como puede comprobar con un experimento (Fig. 8-16).

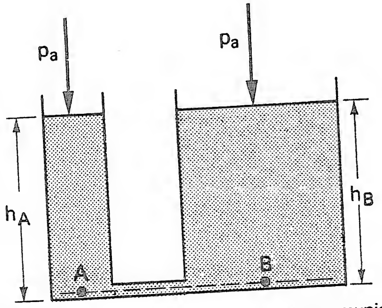


FIGURA 8-15 En este sistema de vasos comunicantes, la presión en el punto *A* es igual que la del punto *B*.

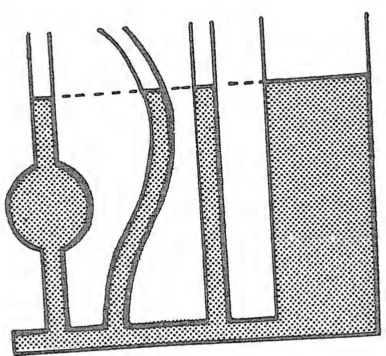


FIGURA 8-16 El líquido alcanza la misma altura en los diversos recipientes que se comunican entre sí.

❖ **Aplicaciones de los vasos comunicantes.** El hecho de que un líquido tiende a nivelarse en los vasos comunicantes tiene aplicaciones interesantes. Los albañiles para poner al mismo nivel dos puntos en las construcciones, suelen utilizar una manguera transparente llena de agua. Ajustando el nivel del agua en una de las ramas de la manguera a un punto de una pared, con la otra rama pueden situar otros puntos en otros sitios que deberán estar a la misma altura (Fig. 8-17).


FIGURA 8-17 Los albañiles utilizan una manguera transparente con agua, para nivelar los azulejos con los que recubren algunas paredes.

También se debe a esta propiedad de los vasos comunicantes, que el tanque elevado del agua en algunas casas pueda recibir el líquido de los depósitos generales de la ciudad sin necesidad de ninguna bomba que lo haga subir. Naturalmente, un tanque en esas condiciones no podrá estar colocado a un nivel más alto que el del depósito que surte a una ciudad (Fig. 8-18).

Cuando se perfora un pozo artesiano y el agua brota también sin necesidad de bombas, su explicación se basa en la misma propiedad. En este caso, el manto subterráneo de donde proviene el agua presenta una configuración similar a la de la Figura 8-19, donde se ve que una parte del depósito se halla a un nivel superior al del sitio donde se perforó el pozo.

❖ **Principio de Pascal.** Consideremos un líquido en equilibrio en el interior de un recipiente, como se muestra en la Figura 8-20. En los puntos (1) y (2), las presiones son p_1 y p_2, respectivamente. Si por un proceso cualquiera,

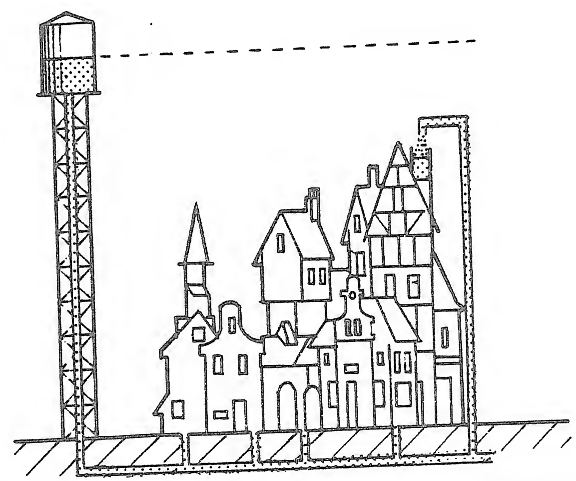


FIGURA 8-18 Como el depósito o tanque de abastecimiento de agua en algunas ciudades está a una altura superior al nivel del techo de las casas y edificios, el agua se puede abastecer sin necesidad de emplear bombas.

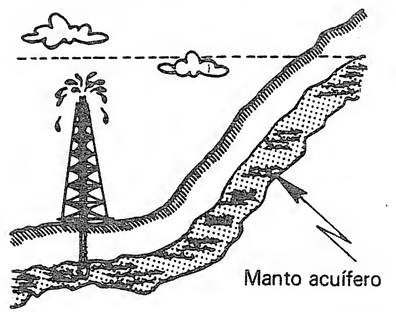


FIGURA 8-19 En un manto de agua subterráneo como el de la figura, el agua sale del pozo artesiano sin necesidad del empleo de bombas.

aumentamos en Δp_1, la presión en (1) (por ejemplo, ejerciendo una fuerza en el pistón colocado sobre el líquido), la presión en (2) sufrirá un aumento Δp_2. Por la relación $p_2 = p_1 + \rho g h$ podemos comprobar fácilmente que

$$\Delta p_2 = \Delta p_1$$

es decir, el aumento de la presión en un punto (2) es igual al aumento de la presión provocado en el punto (1). Este hecho fue descubierto experimentalmente (en 1653) por el científico francés Pascal, quien lo enunció como sigue: *el incremento de presión en un punto de un líquido en equilibrio, se transmite íntegramente a todos los puntos de dicho líquido*. Debido a ello, esta propiedad de los líquidos se denomina *principio de Pascal*. Observe que aun cuando en la época de Pascal esta propiedad sólo era un hecho experimental, en la actualidad comprobamos que se puede deducir de inmediato de la ecuación fundamental de la Hidrostática, la cual, a su vez, es consecuencia de las leyes de equilibrio de la Mecánica.

❖ **Una aplicación del principio de Pascal.** Una importante aplicación de este principio lo encontramos en las máquinas hidráulicas capaces de "multiplicar fuerzas". Para analizar cómo es que sucede esto, consideremos la máquina mostrada en la Figura 8-21, la cual consta de dos recipientes cilíndricos comunicantes que contienen un líquido (por ejemplo, aceite), en los que el área de la sección transversal de uno de ellos es mayor que la del otro. Si ejercemos una fuerza f en el pistón del cilindro que es más pequeño (Fig. 8-21), se provoca un aumento en la presión del líquido bajo el pistón. Siendo a el valor del área de este pistón, este aumento en la presión estará dado por $\Delta p_1 = f/a$. Por consiguiente, dicho incremento en la presión se transmitirá a todos los puntos del líquido, produciendo una fuerza F en el pistón cuya área es mayor. Como A es el área de este émbolo, el aumento de presión sobre él, será $\Delta p_2 = F/A$. Como $\Delta p_2 = \Delta p_1$, vemos que

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \quad \text{donde} \quad F = \left(\frac{A}{a}\right) f$$

Por tanto, si el área A es mucho mayor que a, la fuerza F será mucho mayor que f. Por ejemplo, si $a = 1.0\ \text{cm}^2$, $A = 100\ \text{cm}^2$ y $f = 10$ kgf, obtenemos $F = 1\,000$ kgf, o sea que una fuerza de sólo 10 kgf puede equilibrar el peso de un cuerpo de 1 tonelada. Así, esta máquina hidráulica funciona como un dispositivo "multiplicador de fuerzas".

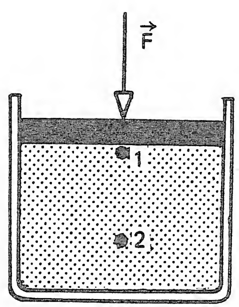


FIGURA 8-20 El aumento de presión en el punto (1) se transmite íntegramente al punto (2).

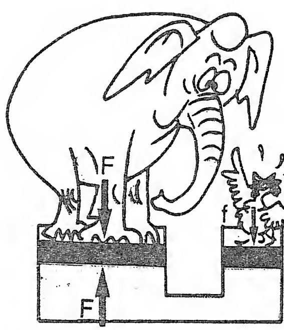


FIGURA 8-21 Con este dispositivo es posible equilibrar una gran fuerza mediante una fuerza mucho menor.

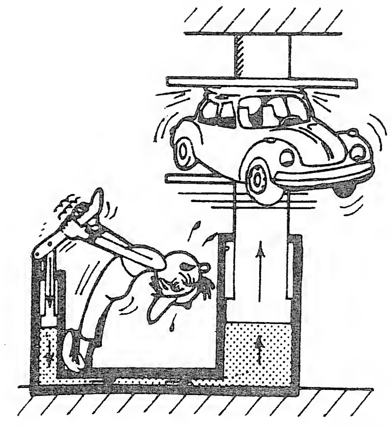


FIGURA 8-22 El funcionamiento de la prensa hidráulica se basa en el principio de Pascal.

Si tal máquina se construyera de modo que pueda prensar o aplastar un objeto, como muestra la Figura 8-22, entonces se denomina *prensa hidráulica*.

El principio de esta máquina también se emplea en los elevadores de autos (en las gasolinerías), en los sillones de dentistas y peluqueros, así como en los frenos hidráulicos de los automóviles. Este último sistema se presenta esquemáticamente en la Figura 8-23. Aquí, el valor de la fuerza que aplicamos en el pedal de los frenos se eleva o multiplica varias veces para aplicar fuertemente las zapatas (o balatas) contra el tambor de la rueda.

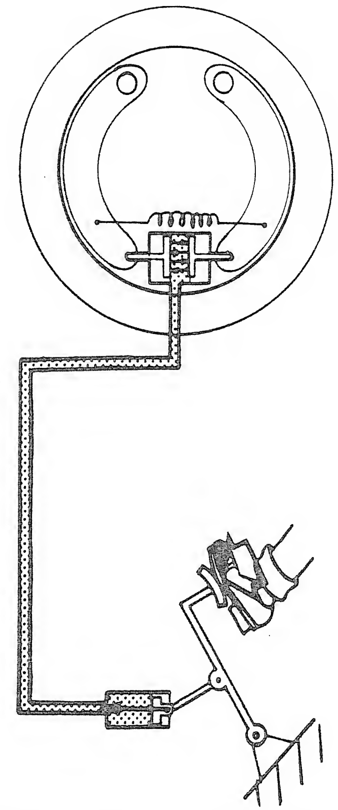


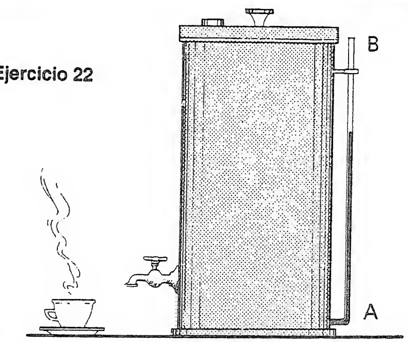
FIGURA 8-23 Esquema de un freno hidráulico.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Ciertas máquinas para hacer café poseen un tubo externo transparente conectado al cuerpo de la máquina (como el AB que se indica en la figura de este ejercicio). Explique por qué es posible saber cuál es el nivel del café en el interior de la cafetera con la simple observación del tubo AB.

Ejercicio 22



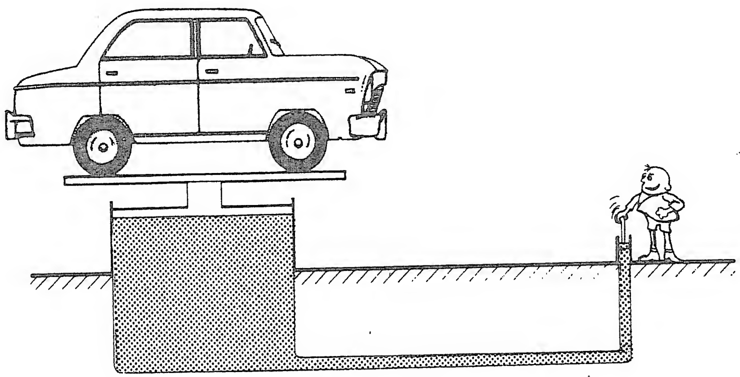
23. Suponga que en una cierta obra, los albañiles unieron dos mangueras de distinto diámetro para nivelar los azulejos en dos paredes alejadas entre sí. ¿El hecho de que las mangueras tengan diámetros diferentes impediría la nivelación correcta?

24. En la Figura 8-20, suponga que la presión en (1) es p_1 = 3.0 atm, y que en (2) tenemos p_2 = 3.5 atm. Si por medio del pistón, la presión en (1) se aumentara a 5.0 atm:

a) ¿Cuál será el aumento de la presión en (2)? ¿Y en cualquier otro punto del líquido?

b) ¿Cuál es el nuevo valor de la presión en (2)?

25. La figura de este ejercicio muestra a un niño que levanta un automóvil con ayuda de un elevador hidráulico. El automóvil pesa 800 kgf y descansa en un pistón cuya área es A = 2 000 cm^2. Determine el valor de la fuerza $\vec{f}$ que el niño esta ejerciendo, sabiendo que el área del pistón que empuja es de 25 cm^2.



Ejercicio 25

8.5 Principio de Arquimedes

❖ **Empuje ascendente.** Cuando sumergimos un cuerpo sólido cualquiera en un líquido, comprobamos que éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza de sustentación, es decir, una fuerza dirigida hacia arriba que tiende a impedir que el cuerpo se hunda en el líquido. Ya debe haberse dado cuenta de la existencia de esta fuerza al tratar de sumergir en el agua, por ejemplo, un pedazo de madera. Esta fuerza es también la que hace que una piedra parezca más ligera cuando la sumergimos en el agua o en algún otro líquido.

Tal fuerza, que es *vertical* y está *dirigida hacia arriba,* se denomina *empuje ascendente* del líquido sobre el cuerpo sumergido.

❖ **Por qué se produce el empuje hidrostático ascendente.** Consideremos un cuerpo sumergido en un líquido cualquiera (Fig. 8-24). Como ya sabemos, el líquido ejercerá fuerzas de presión sobre toda la superficie del cuerpo que está en contacto con el líquido. Como la presión aumenta con la profundidad, las fuerzas ejercidas por el líquido en la parte inferior del cuerpo, son mayores que las fuerzas ejercidas en su parte superior, y se distribuyen en la forma que se indica en la Figura 8-24. La resultante de estas fuerzas, por tanto, deberá estar dirigida hacia arriba. Dicha resultante es la que constituye el empuje hidrostático ascendente que actúa sobre el cuerpo, tendiendo a impedir que se hunda en el líquido.

Observe, entonces, que la causa del empuje ascendente es que la presión aumenta con la profundidad. Si las presiones ejercidas en las partes superior e inferior del cuerpo fueran iguales, la resultante de las fuerzas de presión sería nula y no existiría empuje alguno sobre el cuerpo.

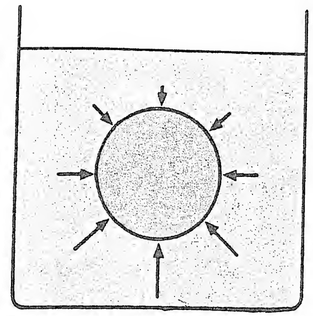


FIGURA 8-24 Cuando un cuerpo se sumerge en un fluido, las fuerzas que actúan en él hacia arriba son mayores que las fuerzas dirigidas hacia abajo.

Arquímedes (287-212 a.C.). *Véase* "Un tema especial", (Sección 8.6).

❖ **Principio de Arquímedes.** En el siglo III a.C., el gran filósofo, matemático y físico griego Arquímedes, al realizar cuidadosos experimentos descubrió la manera de calcular el empuje ascendente que actúa en los cuerpos sumergidos en líquidos. Sus conclusiones fueron expresadas en un enunciado que recibe el nombre de *principio de Arquímedes* y cuyo texto es: *todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba, igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo.* Observe que este principio dice cómo calcular el valor del empuje, es decir,

> el valor del empuje ascendente sobre un cuerpo sumergido en un líquido, es igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo.

Usando las leyes de Newton podríamos llegar a este mismo resultado para el cálculo del empuje. Obsérvese, en cambio, que Arquímedes descubrió estos hechos mediante experimentos, mucho antes de que Newton estableciera las leyes básicas de la Mecánica.

❖ **Comentarios.** Para que usted pueda comprender mejor el principio de Arquímedes, vamos a analizar la situación presentada en la Figura 8-25.

1. Suponga que un bloque de madera se introduce parcialmente en agua, como muestra la Figura 8-25a. Como está desplazando cierto volumen de líquido recibe un empuje ascendente $\vec{E}$, de magnitud igual al peso del agua desplazada. Por ejemplo, si el bloque desplazara 2.0 litros de agua, el empuje que recibe sería igual al peso de los 2.0 litros de agua, es decir, E = 2.0 kgf.

2. Si hundimos más el cuerpo en el agua (Fig. 8-25b), el volumen que desplaza será mayor, y el valor del empuje $\vec{E}$ también aumentará. Por ejemplo, si el volumen desplazado fuera ahora de 5.0 litros, el empuje sería E = 5.0 kgf, pues 5.0 litros de agua pesan 5.0 kgf. Uno se puede dar cuenta de este aumento del empuje porque

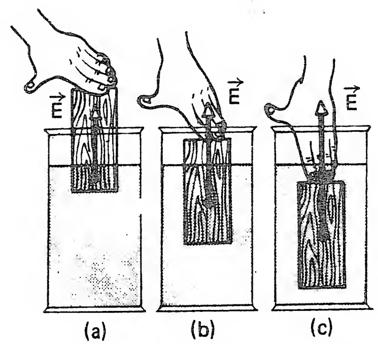


FIGURA 8-25 El empuje hidrostático ascendente sobre un cuerpo es mayor cuanto más grande sea la cantidad de líquido que desplaza.

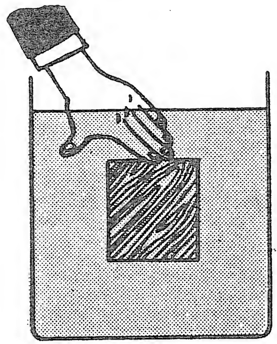


FIGURA 8-26 Si se suelta un cuerpo dentro de un líquido actuarán sobre él su peso y el empuje ascendente ejercido por el líquido.

tendrá que emplear más fuerza para lograr sumergir más el bloque de madera en el agua.

3. Cuanto mayor sea el volumen de agua que se desplace, tanto mayor será el empuje que reciba. En la Figura 8-25c, el bloque ya se encuentra totalmente sumergido, y por tanto, desplaza la máxima cantidad de agua posible. En este caso, el volumen desplazado es igual al volumen del propio cuerpo. Entonces, si el volumen del bloque es de 6.0 litros, estará desplazando 6.0 litros de agua, y recibe así un empuje $E = 6.0$ kgf (peso del agua desplazada). Una vez que el cuerpo estuviera totalmente sumergido, aunque lo hundamos otro poco, el valor del empuje no aumenta, pues el volumen del líquido desplazado permanece constante, igual al volumen del cuerpo en cuestión.

❖ **Condiciones para que un cuerpo flote en un líquido.** Suponga que una persona introduce un cuerpo en un líquido, de modo que quede totalmente sumergido (Fig. 8-26). Si el cuerpo se suelta luego, las fuerzas que actuarán sobre él serán su peso $\vec{P}$ y el empuje $\vec{E}$ ejercido por el líquido. En estas condiciones, podrá observarse una de las tres situaciones siguientes:

1. El valor del empuje es menor que el peso del cuerpo ($E < P$). En este caso, la resultante de estas fuerzas estará dirigida hacia abajo, y el cuerpo se hundirá hasta llegar al fondo del recipiente. Esto es lo que sucede cuando, por ejemplo, soltamos una piedra dentro del agua (Fig. 8-27).

2. El valor del empuje es igual al peso del cuerpo ($E = P$). En este caso la resultante de estas fuerzas será nula y el cuerpo quedará en reposo en el sitio en que se halle. Esto es lo que sucede con un submarino bajo el agua, en reposo a cierta profundidad (Fig. 8-28).

3. El valor del empuje es mayor que el peso del cuerpo ($E > P$). En este caso, la resultante de estas fuerzas estará dirigida hacia arriba y el cuerpo sube en el interior del líquido (Fig. 8-29). Mientras el cuerpo esté totalmente sumergido tendremos que $E > P$. Cuando llegue a la superficie del líquido y comience a salir del agua, la cantidad del líquido que desplaza empezará a disminuir, y por consiguiente, el valor de $\vec{E}$

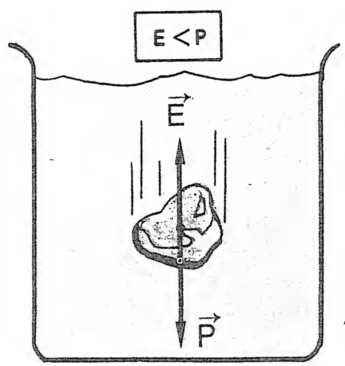


FIGURA 8-27 El cuerpo se hunde en el líquido cuando su peso es mayor que el empuje ascendente que recibe.

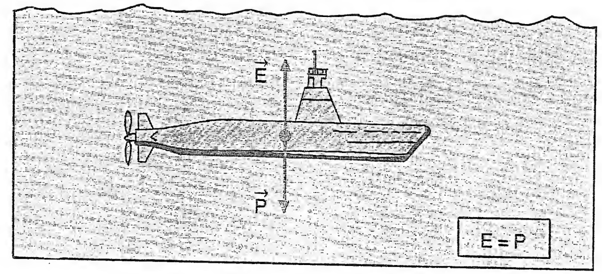


FIGURA 8-28 Si un cuerpo flota totalmente sumergido en un líquido, su peso es igual al empuje hidrostático ascendente que recibe.

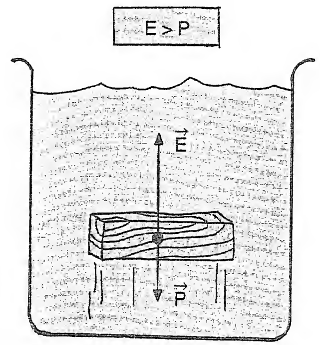


FIGURA 8-29 Cuando el peso del cuerpo es menor que el empuje ascendente que actúa sobre él tiende a salir del interior del líquido.

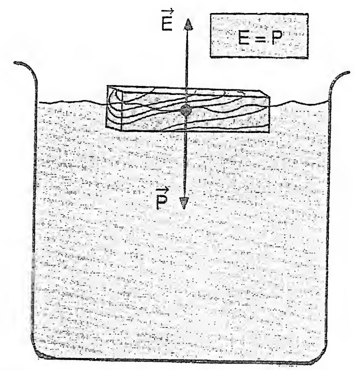


FIGURA 8-30 Siempre que un cuerpo flota libremente en un líquido, su peso está siendo equilibrado por el empuje ascendente que recibe del líquido.

también disminuirá. En una posición dada el cuerpo estará desplazando una cantidad de líquido cuyo peso será igual al suyo, es decir, tendremos entonces que $E = P$. Así pues, en tal posición será donde el cuerpo flotará en equilibrio, pues allí será nula la resultante de las fuerzas que actúan sobre él (Fig. 8-30). Observe que en este caso, el valor del empuje es igual al peso del líquido desplazado por la parte sumergida. Por ejemplo, estos hechos se producen cuando soltamos un trozo de madera que estaba sumergido en agua.

De estas consideraciones podemos concluir que cuando un barco flota (en equilibrio) en el agua, está recibiendo un empuje hidrostático cuyo valor es igual a su propio peso, es decir, el peso de la embarcación está siendo equilibrado por el empuje ascendente que recibe del agua (Fig. 8-31).

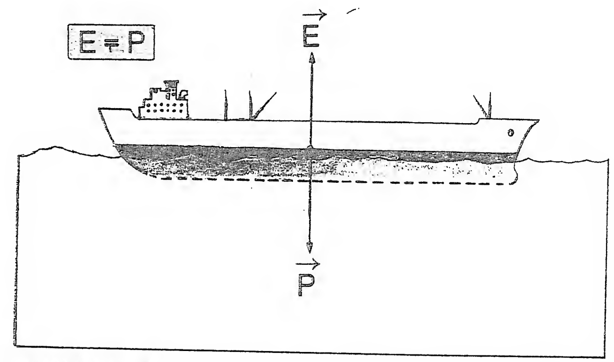


FIGURA 8-31 Un barco puede flotar gracias al empuje que recibe del agua, y que es ocasionado por el volumen que desplaza su casco.

❖ **Empuje y densidad del líquido.** Por el principio de Arquímedes sabemos que

empuje hidrostático ascendente = peso del líquido desplazado

o bien,

$$E = m_d g$$

donde m_d es la masa del líquido desplazado.

Siendo ρ_L la densidad del líquido, y V_d, el volumen del líquido desalojado, tenemos así

$$m_d = \rho_L V_d \quad \text{donde} \quad E = \rho_L V_d g$$

Vemos, entonces, que el valor del empuje será tanto mayor cuanto mayor sea el volumen del líquido desplazado, y cuanto más alta sea la densidad de dicha sustancia.

Por otra parte, el peso P del cuerpo sumergido en el líquido se puede expresar en función de su densidad, ρ_c, y de su volumen, V_c, de la siguiente manera:

$$P = mg \quad \text{y como} \quad m = \rho_c V_c$$

$$\text{resulta que} \quad P = \rho_c V_c g$$

Cuando el cuerpo está *totalmente* sumergido en el líquido estará desplazando un volumen del mismo, V_d, igual a su propio volumen V_c, es decir, $V_d = V_c$. Por tanto, en el caso de un cuerpo completamente inmerso en el líquido tenemos

$$E = \rho_L V_c g \quad \text{y} \quad P = \rho_c V_c g$$

Comparando ambas expresiones se ve que sólo difieren en relación con los valores de ρ_L (densidad del líquido) y ρ_c (densidad del cuerpo). Por tanto:

1. si $\rho_L < \rho_c$, tendremos que $E < P$, y en este caso, como ya vimos, el cuerpo se hundirá en el líquido.
2. si $\rho_L = \rho_c$, entonces $E = P$. En estas circunstancias, como sabemos, el cuerpo quedará en suspenso cuando esté completamente sumergido en el líquido.
3. si $\rho_L > \rho_c$, tendremos que $E > P$. Este es el caso en que el cuerpo sube en el líquido y emerge en la superficie hasta llegar a una posición de equilibrio, parcialmente sumergido, en la cual $E = P$.

Con este análisis podremos prever cuándo flotará, o se hundirá, un sólido en algún líquido, conociendo simplemente sus densidades. Al consultar la Tabla 8-2 podemos concluir, por ejemplo, que el corcho flota en la gasolina, y no así, un trozo de hielo (el cual sí flota en el agua). El fierro se hundirá en el agua, pero flotará en el mercurio, mientras que el oro y el platino se hundirán en este líquido.

Este mismo análisis permite concluir que si un submarino está sumergido en equilibrio (Fig. 8-28), su densidad media es igual a la del agua de mar. Es fácil concluir, también, que un globo sube en la atmósfera debido a que su densidad media es menor que la del aire (Fig. 8-32). Naturalmente, como la densidad del aire disminuye con la altitud, el valor del empuje sobre el globo también disminuirá mientras asciende. Así, a cierta altura, alcanzará una posición de equilibrio en la cual $E = P$.

EJEMPLO

Un cilindro metálico, cuya área en la base es $A = 10$ cm^2 y cuya altura es $H = 8.0$ cm, flota en mercurio, como muestra la Figura 8-33. La parte del cilindro sumergida en el líquido tiene una altura $h = 6.0$ cm.

FIGURA 8-32 Un globo sube en la atmósfera debido al empuje ascendente que recibe del aire.

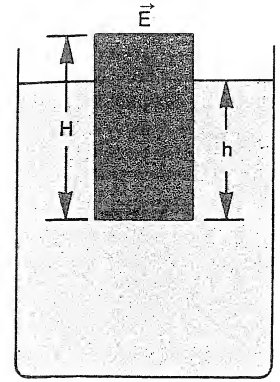


FIGURA 8-33 Para el Ejemplo de la Sección 8.5.

a) ¿Qué valor tiene el empuje hidrostático ascendente sobre el cilindro (considere $g = 10$ m/s^2)?

Sabemos que el empuje está dado por

$$E = \rho_L V_d g$$

En nuestro caso, ρ_L es la densidad del mercurio. Por la Tabla 8-2 obtenemos

$$\rho_L = 13.6 \text{ g/cm}^3 = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

V_d representa el volumen de mercurio desplazado por el cilindro. Es obvio que V_d será igual al volumen de la parte del cilindro que se encuentra sumergida en el líquido. Por tanto (Fig. 8-33):

$$V_d = Ah = 10 \times 6.0$$

o bien,

$$V_d = 60 \text{ cm}^3 = 60 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

Si sustituimos los valores de ρ_L, V_d y g, expresados según el Sistema Internacional (SI), con $E = \rho_L V_d g$ obtendremos el valor del empuje, expresado en newtons. Así:

$$E = (13.6 \times 10^3) \times (60 \times 10^{-6}) \times 10$$

donde

$$E = 8.16 \text{ N}$$

b) ¿Cuál es el valor del peso del cilindro metálico?

Como el cilindro está flotando en reposo, su peso está siendo equilibrado por el empuje recibido del mercurio. Por tanto,

$$P = E$$

donde

$$P = 8.16 \text{ N}$$

c) ¿Cuál es el valor de la densidad del cilindro?

La densidad ρ_c del cilindro estará dada por $\rho_c = m_c/V_c$, donde m_c es su masa, y V_c, su volumen.

La masa del cilindro se obtendrá dividiendo su peso P, entre la aceleración de la gravedad g (que consideramos igual a 10 m/s^2). Entonces,

$$m_c = \frac{P}{g} = \frac{8.16}{10}$$

donde

$$m_c = 0.816 \text{ kg}$$

(Observe que al tener P en N y g en m/s^2, obtendremos m_c en kg, unidades SI)

El volumen del cilindro será (Fig. 8-33):

$$V_c = AH = 10 \times 8.0$$

donde

$$V_c = 80 \text{ cm}^3 = 80 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

Por tanto,

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{0.816}{80 \times 10^{-6}}$$

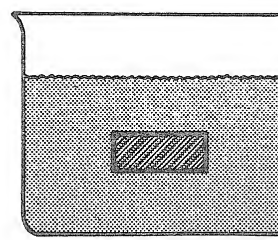
donde

$$\rho_c = 10.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 10.2 \text{ g/cm}^3$$

EJERCICIOS

Antes de pasar el estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

26. Un bloque sólido se encuentra sumergido en un líquido, en la posición que se muestra en la figura de este ejercicio. Designemos por $\vec{F}_1$ la fuerza de presión ejercida por el líquido sobre la cara superior del bloque, y por $\vec{F}_2$, la fuerza de presión en la cara inferior.



Ejercicio 26

a) Dibuje, en la figura, los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$
b) ¿F_2 es mayor, menor o igual que F_1?
c) ¿Cómo calcularía el valor del empuje ascendente $\vec{E}$ que el líquido ejerce sobre el bloque, con base en los valores de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$?

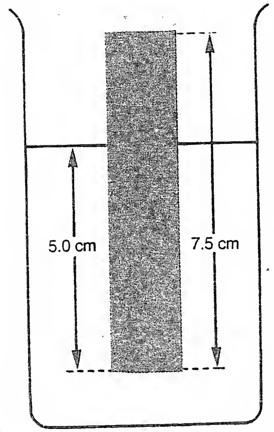
27. Suponga que el bloque del ejercicio anterior se desplazara dentro del líquido, hasta una profundidad un poco mayor.
a) El valor de $\vec{F}_1$, ¿aumentaría, disminuiría o no sufriría alteración alguna? ¿Y el valor de $\vec{F}_2$?
b) El valor del empuje $\vec{E}$ que actúa sobre el bloque, ¿aumentaría, disminuiría o no sufriría alteraciones?

28. Como vimos, el barco de la Figura 8-31 flota en equilibrio.
a) El empuje que recibe del agua, ¿es mayor, menor o igual que su peso?
b) La densidad media del barco, ¿es mayor, menor o igual que la densidad del agua?

29. Un barco, cuyo peso es de 800 kgf, navega río abajo hasta llegar al mar.
a) ¿Qué valor tenía el empuje que recibía cuando estaba en el río?
b) Cuando navega en el mar, ¿qué valor tiene el empuje hidrostático que recibe?
c) La parte sumergida del barco, ¿aumenta, disminuye o no se altera cuando pasa del río al mar?

30. Un bloque de madera, cuyo volumen es de 10 litros, flota en el agua, teniendo la mitad de su volumen sumergido.
a) ¿Cuál es, en litros, el volumen del agua desplazada por el cuerpo?
b) ¿Cuál es, en kgf, el peso de esta agua desplazada?
c) Recordando el principio de Arquímedes, diga cuál es, en kgf, el empuje que recibe el bloque.
d) Entonces, ¿cuál es, en kgf, su peso?

31. Suponga que usted empuja el cuerpo del ejercicio anterior, hundiéndolo completamente en el agua.
a) ¿Cuál es, en litros, el volumen de agua que desplaza?
b) ¿Cuál sería, en kgf, el empuje hidrostático ascendente que actuaría sobre el bloque?



Ejercicio 33

c) ¿Cuál es el valor de la fuerza que se tendría que ejercer para mantener sumergido el bloque?

32. La masa de un cuerpo es de 80 g, y su volumen, de 100 cm^3.
a) ¿Cuál es la densidad de este cuerpo?
b) Consulte la Tabla 8-2 y diga si el cuerpo flota o se hunde en gasolina y en glicerina.

33. La figura de este ejercicio muestra un cilindro, cuya área en la base es A = 10 cm^2, flotando en un líquido con densidad de ρ_L = 3.0 g/cm^3 (o bien, $\rho_L = 3.0 \times 10^3$ kg/m^3). Recordando que el empuje se puede calcular por la expresión $E = \rho_L V_d g$, responda:
a) ¿Cuál es, en m^3, el volumen V_d del líquido desplazado por el cilindro?
b) ¿Cuál es, en newtons, el valor del empuje ascendente que el cilindro recibe? (Considere g = 10 m/s^2.)
c) ¿Cuál es el valor del peso del cilindro?

34. Considerando el cilindro del ejercicio anterior, determine:
a) Su masa (en gramos).
b) Su densidad (en g/cm^3).

8.6 Un tema especial (para aprender más)

Arquímedes

❖ **Cuándo y dónde vivió Arquímedes.** El gran científico e inventor griego, Arquímedes, como vimos en este capítulo, fue el descubridor del principio que permite calcular el valor del empuje ascendente que actúa en los cuerpos sumergidos en un fluido. Aun cuando éste haya sido su descubrimiento más importante en el terreno de la ciencia física, su obra es muy extensa y presenta otras contribuciones notables, no sólo en Física, sino también en matemáticas y tecnología.

Arquímedes vivió en el siglo III a.C., en la ciudad de Siracusa, una colonia griega situada en Sicilia (al sur de Italia). Habiendo estudiado en Alejandría, en Egipto, que era el gran centro cultural de la época, adquirió una sólida formación en matemáticas y un enorme interés por las ciencias.

Los ingeniosos inventos de Arquímedes se volvieron muy populares en su ciudad natal, llegando a oídos del rey Herón, pariente de Arquímedes. Una de las principales preocupaciones de Herón era la defensa de Siracusa, constantemente amenazada de invasión por las tropas romanas. Por ello contrató a Arquímedes para que ideara y construyera dispositivos de guerra destinados a defender la ciudad y contraatacar al enemigo. Arquímedes logró desempeñar brillantemente su misión, creando ingeniosas máquinas que produjeron serios daños a las legiones romanas.

Ahora describiremos algunos de los principales inventos y descubrimientos realizados por ese gran sabio.

❖ **Algunas invenciones de Arquímedes.** Uno de sus inventos más populares se conoce como "tornillo de Arquímedes" (o "espiral de Arquímedes"), el cual se empleaba para elevar agua, como muestra la Figura 8-34. Es fácil advertir que al girar la rosca, el agua sube por el tubo hueco, y por tanto, este dispositivo puede considerarse como la primera bomba para elevación de agua de la historia. El tornillo de Arquímedes se empleó mucho en obras de riego, así como para extraer agua de las minas, no sólo en Siracusa, sino también en otras ciudades.

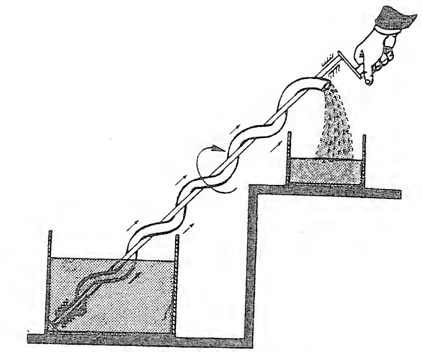


FIGURA 8-34 El "tornillo de Arquímedes" era un dispositivo muy utilizado en Siracusa para elevar el agua de un pozo.

Arquímedes fue el primero que construyó y utilizó un sistema de poleas para desplazar grandes pesos ejerciendo fuerzas pequeñas. Se dice que para mostrar la eficacia de este dispositivo, preparó una espectacular demostración experimental: un barco de la flota real fue sacado del agua, con gran esfuerzo, por un grupo de soldados, y colocado sobre la arena de una playa. Fijando su sistema de poleas al barco, Arquímedes invitó al rey Herón a que tirase del extremo libre de la cuerda (Fig. 8-35). Sin realizar un gran esfuerzo, Herón logró, él solo, arrastrar el barco sobre la arena, provocando la sorpresa general y haciendo aumentar todavía más el prestigio de Arquímedes ante su rey.

Entre las armas que Arquímedes construyó para defender Siracusa, existen referencias del empleo de espejos cóncavos utilizados para hacer convergir los rayos solares. De acuerdo

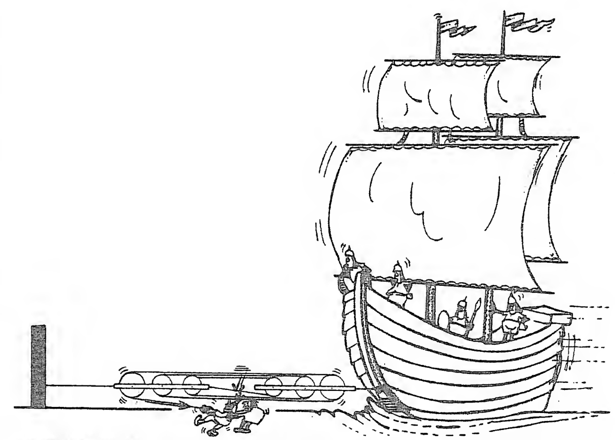


FIGURA 8-35 El rey Herón logró, él solo, arrastrar un barco sobre la arena empleando un sistema de poleas inventado por Arquímedes.

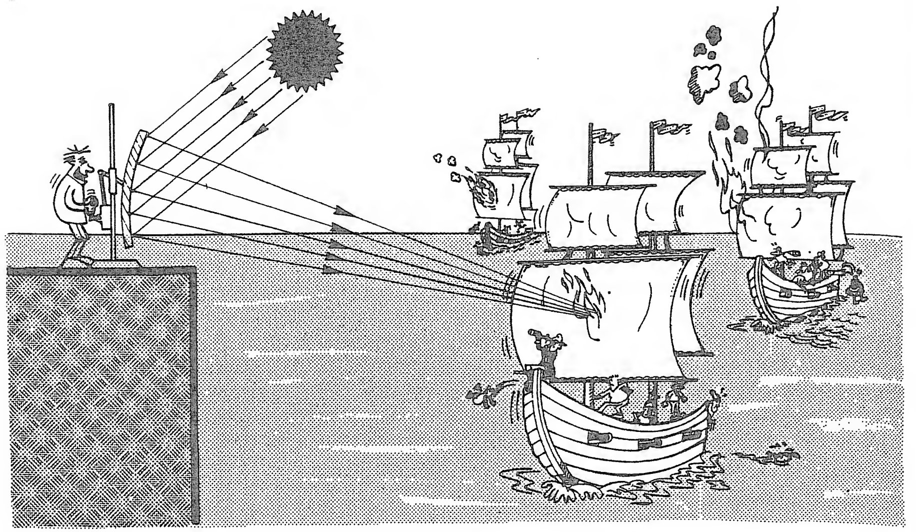


FIGURA 8-36 Se cuenta que Arquímedes incendió una escuadra romana empleando espejos cóncavos para concentrar el calor de los rayos solares.

con algunos historiadores, Arquímedes logró incendiar una flota romana empleando estos espejos para dirigir el calor de los rayos solares sobre las naves de la escuadra (Fig. 8-36).

❖ **La ley del equilibrio de las palancas.** El nombre de Arquímedes se recuerda con frecuencia cuando estudiamos el empleo de las *palancas,* pues a él debemos el descubrimiento de la "ley del equilibrio de las palancas".

Considere una barra rígida, es decir, una palanca, apoyada en el punto 0 (Fig. 8-37) teniendo un cuerpo de peso $\vec{F_2}$ colgado de uno de sus extremos. Arquímedes descubrió que una persona puede equilibrar este peso si ejerce en el otro extremo de la palanca, una fuerza $\vec{F_1}$ tal que

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

donde d_1 y d_2 son las distancias indicadas en la Figura 8-37. Es obvio, por esta ecuación que, si $d_1 > d_2$, tenemos que $F_1 < F_2$, o sea, es posible,

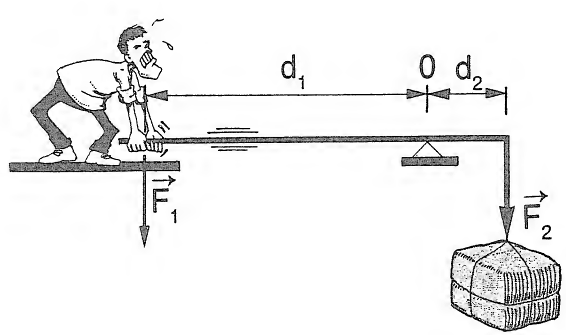


FIGURA 8-37 Uno de los descubrimientos más importantes de Arquímedes fue la "ley de las palancas", con gran empleo desde entonces.

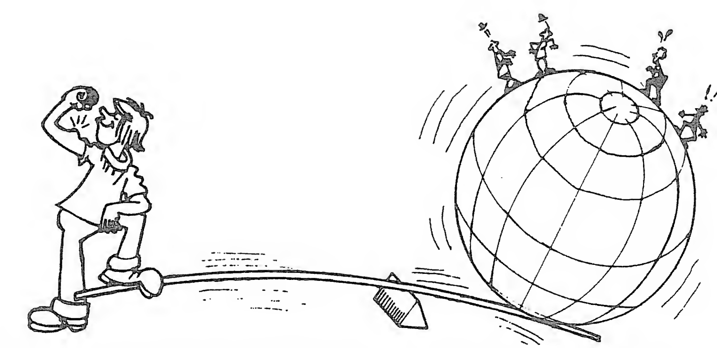


FIGURA 8-38 "Denme una palanca y un punto de apoyo, y moveré al mundo" (Arquímedes).

empleando una palanca, equilibrar cierto peso con una fuerza inferior a él.

Arquímedes comprendió que, por mayor que fuese el peso F_2, siempre sería posible equilibrarlo (o desplazarlo) aumentando adecuadamente la distancia d_1. El entusiasmo que esta conclusión provocó en Arquímedes lo llevó a pronunciar la célebre frase: *Denme una palanca y un punto de apoyo, y moveré al mundo* (Fig. 8-38).

Como usted ya debe haber visto muchas veces, el principio de la palanca es empleado en numerosos dispositivos que encontramos en nuestra vida diaria. Por ejemplo, cuando una persona intenta aflojar las tuercas de la rueda de un automóvil, cuanto mayor sea la distancia *d* que se indica en la Figura 8-39, tanto menor será el esfuerzo que deberá hacer para conseguir su intento.

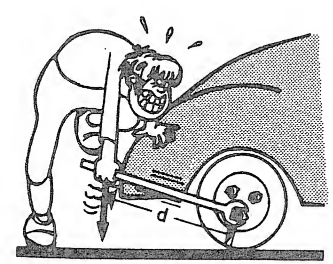


FIGURA 8-39 Para aflojar (o apretar) la tuerca de la rueda, una persona desarrollará un esfuerzo menor si emplea una llave lo más larga posible.

❖ **¡Eureka! ¡Eureka!** Una de las historias más conocidas sobre los trabajos de Arquímedes se refiere a la solución genial que dio al "problema de la corona del rey Herón".

El soberano había prometido a los dioses, que lo protegían en sus conquistas, una corona de oro. Entregó entonces cierta cantidad de ese metal a un orfebre para que confeccionara la corona. Cuando el artesano entregó el objeto encargado, cuyo peso se dijo que era igual al del oro entregado por Herón, se le acusó de haber sustituido cierta parte de oro por plata. El Rey encomendó a Arquímedes la elucidación del posible engaño. Se cuenta que cuando se disponía a bañarse (en un baño público), observó que el nivel del agua en la bañera subía a medida que se metía en ella, dándose cuenta en ese momento de que podría resolver el problema que le preocupaba. Entusiasmado, salió corriendo hacia su casa, atravesando las calles completamente desnudo y gritando las palabras griegas que se hicieron famosas: "¡Eureka! ¡Eureka!" (o sea: "¡lo descubrí! ¡lo descubrí!").

Y realmente Arquímedes logró resolver el problema de la siguiente manera:

1. En un recipiente apropiado lleno de agua sumergió cierta cantidad de oro puro igual a la masa de la corona, y recogió el agua que se derramó (Fig. 8-40a).
2. Volviendo a tomar el recipiente lleno de agua, sumergió en él cierta cantidad de plata pura, también igual a la masa de la corona, recogiendo el agua que se derramó. Como la

densidad de la plata es menor que la del oro, es fácil darse cuenta de que el volumen del agua recogido en esta segunda operación, debe ser mayor que en la primera (Fig. 8-40b).

3. Finalmente, al sumergir en el recipiente lleno de agua la susodicha corona, advirtió que el volumen ~~de agua~~ recogido tenía un valor intermedio entre los que recogió en la primera y la segunda operaciones (Fig. 8-40c). Así pues, pudo demostrar que la corona no era realmente de oro puro. Comparando los tres volúmenes de agua que recogió, Arquímedes logró calcular la cantidad de oro que el orfebre defraudador sustituyó por plata.

❖ **La muerte trágica de Arquímedes.** Sitiada durante casi tres años por las legiones romanas comandadas por el general Marcelo, la ciudad de Siracusa terminó siendo invadida, a pesar de los esfuerzos del rey Herón y de las armas creadas por Arquímedes. Aun cuando el comandante romano ordenó respetar la vida del gran sabio, su casa fue asaltada por soldados que no lo reconocieron. Arquímedes se encontraba en el patio, dibujando distraídamente sobre la arena, complicadas figuras geométricas, cuando un soldado romano irrumpió y pisó los dibujos, deshaciendo parte de las figuras. Amonestado y empujado por Arquímedes, el soldado reaccionó violentamente, traspasando con su lanza el cuerpo del viejo filósofo, y dándole así muerte inmediata.

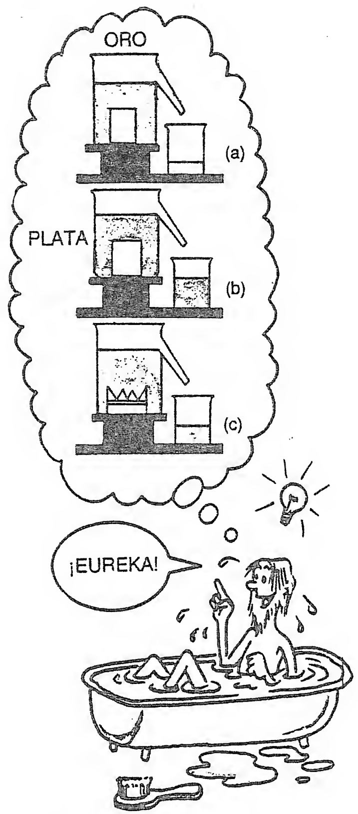
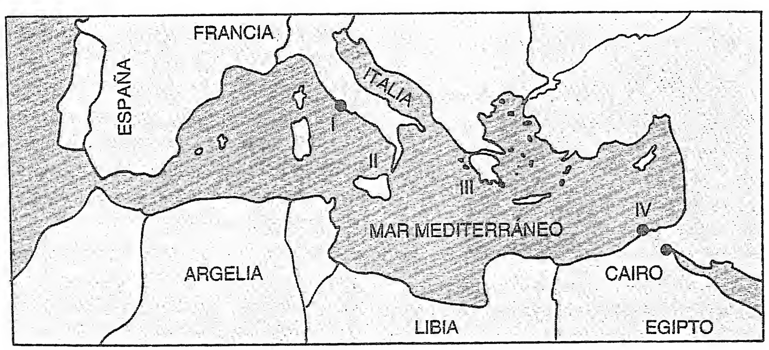


FIGURA 8-40 Trate de describir, en la figura, el razonamiento que Arquímedes efectuó para resolver el "problema de la corona del rey de Siracusa".

EJERCICIOS

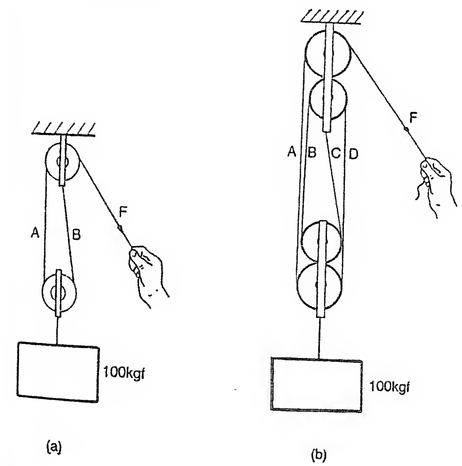


Ejercicio 35

35. La figura de este ejercicio es un mapa que incluye el sur de Europa y el norte de África. Están señalados con los números I, II, III y IV lugares relacionados con la vida de Arquímedes. Trate de identificar entre los sitios señalados:
    a) Aquel donde vivió Arquímedes.
    b) La ciudad donde estudió.
    c) La ciudad-estado cuyas tropas amenazaban constantemente con invadir Siracusa.
    d) La región sede de la civilización que estableció la colonia Siracusa.

36. Observe la Figura 8-34 y trate de construir un "tornillo de Arquímedes". Use una manguera de plástico o de hule. Haga funcionar el dispositivo y observe que constituye una especie de bomba para llevar agua (si usa material trasparente, podrá ver cómo sube el agua por la manguera).

37. Arquímedes, como ya señalamos, fue el primero en construir y utilizar un sistema de poleas. En este ejercicio usted analizará sistemas de poleas semejantes al de Arquímedes.
    a) En la figura (a) de este ejercicio tenemos un cuerpo de 100 kgf sujeto a un sistema constituido por una polea móvil y una fija. Observe que el peso del cuerpo está distribuido en las dos cuerdas, A y B, que lo sostienen. Suponga que las dos cuerdas están aproximadamente paralelas, desprecie el peso de las poleas y las fricciones y conteste: ¿cuál es la fuerza que actúa sobre cada una de las cuerdas A y B, y cuál será el valor de la fuerza $\vec{F}$ que una persona debe ejercer para mantener el peso suspendido?
    b) En el sistema de poleas mostrado en la Figura (b), observe que el cuerpo está suspendido y sostenido por cuatro cuerdas, A, B, C y D. ¿Cuál es entonces, el valor de la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la persona para mantener suspendido el cuerpo de 100 kgf?



Ejercicio 37

38. Teniendo en consideración el análisis hecho en el ejercicio anterior, observe la Figura 8-35 y conteste: si el rey Herón estuviera ejerciendo en la cuerda una fuerza de 400 N. ¿Cuál sería el valor de la fuerza que actuaría en el navío, desplazándose sobre la arena?

39. En la Figura 8-37, suponga que el cuerpo suspendido en la palanca tenga un peso F_2 = 120 kgf. Realice medidas en la figura para determinar el valor de la fuerza $\vec{F}_1$ que la persona está ejerciendo para mantener la palanca en la horizontal.

40. En esta sección se citó la frase celebre de Arquímedes: "Denme una palanca y un punto de apoyo, y moveré al mundo". Imagine que haya logrado obtener un cuerpo de masa igual a la de la Tierra (6×10^{24} kg) y que ese cuerpo haya sido suspendido en el extremo de una palanca, a 1 m del punto de apoyo. Suponga que la fuerza máxima que Arquímedes podría ejercer en el otro extremo de la palanca fuera de 1 000 N.
    a) ¿A qué distancia del punto de apoyo Arquímedes debería ejercer esa fuerza para equilibrar la palanca?
    b) ¿La longitud de la palanca que Arquímedes tendría que usar sería mayor o menor que la distancia de la Tierra al Sol? ¿Cuántas veces? (Consulte la tabla al final de este volumen.)

41. Observe, en la Figura 8-40, una representación de el razonamiento de Arquímedes para resolver el problema de la corona del rey de Siracusa.
    a) En la Figura 8-40a, en que colocó en el agua una masa de oro igual a la de la corona, suponga que haya sido recolectados 30 cm^3 de agua ¿Cuál era la masa de la corona? (Considere la densidad del oro igual a 20 gramos/cm^3.)
    b) Suponiendo la densidad de la plata igual a 10 gramos/cm^3, ¿cuál habría sido el volumen de agua recolectado en la Figura 8-40b?

42. Suponga que la masa de la corona estuviera constituida por 70% de oro y 30% de plata. ¿Cuál habría sido, entonces, el volumen recolectado por Arquímedes en la Figura 8-40c? (Considere para las densidades de la plata y del oro los valores del ejercicio anterior.)

EL VALOR DEL EMPUJE Y LAS LEYES DE NEWTON

Los principios de la Hidrostática se obtuvieron experimentalmente, antes de que Newton formulara las tres leyes básicas de la Mecánica. Sin embargo, después del trabajo de Newton se constató, como era de esperar, que aquellos principios podían obtenerse por la aplicación de esas leyes al caso de los fluidos en equilibrio. En la Sección 8.3, esa aplicación se hizo al establecer la ecuación fundamental de la Hidrostática.

A continuación, mostraremos que también el principio de Arquímedes puede obtenerse de manera semejante.

❖ Consideremos la Figura I, en la cual tenemos un recipiente que contiene un líquido en equilibrio. En consecuencia, cualquier parte de ese líquido está en equilibrio. Imaginemos, entonces, una porción cualquiera del líquido, como la mostrada en la Figura I y analicemos las fuerzas que actúan en ella.

En la superficie de esa porción actúan las fuerzas de presión ejercidas sobre ella por el resto del líquido, las cuales ya se analizaron en la Sección 8.5 (Fig. 8-24) y se distribuyen sobre la superficie de la manera como se muestra en la Figura I. Como vimos, esas fuerzas tienen mayor valor en la parte inferior de la porción que en su parte superior y están dirigidas al interior de la porción. La resultante de esas fuerzas de presión estará, entonces, dirigida para arriba y ya sabemos que esa resultante es el empuje $\vec{E}$ que el resto del líquido está ejerciendo sobre la porción que imaginamos aislada. La otra fuerza que actúa en la porción, es su propio peso $\vec{P}_L$ (*véase* Figura I). Como está en equilibrio, la resultante de $\vec{E}$ y $\vec{P}_L$ debe ser nula y, así $\vec{E}$ y $\vec{P}_L$ deben tener la misma magnitud y la misma dirección, aunque sentidos contrarios. Llegamos, por tanto, a la siguiente conclusión:

el restante del líquido ejerce sobre la porción supuesta aislada un empuje vertical, de abajo para arriba, de magnitud igual al peso de la porción.

❖ Supongamos, ahora, que un cuerpo de peso $\vec{P}$ con la misma forma de la porción, se colocara en su lugar, sin que el líquido restante sufriera cualquier alteración (Fig. II). En consecuencia, las fuerzas de presión no se alterarían, porque son ejercidas por el resto del líquido, entonces, llegamos a la conclusión de que sobre el cuerpo actuará el mismo empuje $\vec{E}$ que actuaba en la porción líquida. Con otras palabras:

cuando un cuerpo es sumergido en un líquido, actúa en él un empuje vertical, dirigido para arriba, de magnitud igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo.

Esa conclusión es exactamente el resultado que Arquímedes obtuvo experimentalmente, lo que constituyó el conocido principio enunciado por él mucho antes de la época en que vivió Newton. Como acabamos de ver, es posible llegar a ese principio exclusivamente a partir de las leyes de Newton, aplicándolas a un líquido en equilibrio de la manera como lo hicimos aquí.

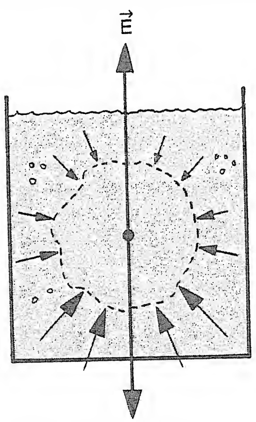


FIGURA I Una porción del líquido recibe fuerzas de presión del líquido restante cuya resultante es el empuje *E*.

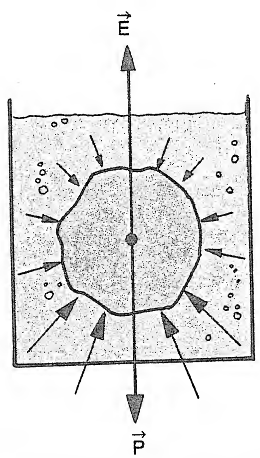


FIGURA II Un cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje *E* igual a la resultante de las fuerzas de presión ejercidas por el líquido.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* ¿Qué es un fluido?
   b) ¿Qué entiende usted por viscosidad?
   c) Dé ejemplos de fluidos poco y muy viscosos.
2. *a)* Escriba la ecuación que define la *presión*. Explique el significado de los símbolos que figuran en dicha ecuación.
   b) ¿Cuál es la unidad de presión en el SI?
   c) ¿Qué es una presión de 1 mmHg? ¿Y una de 1 atm?
3. *a)* Escriba la ecuación que define la *densidad* (o *masa específica*). Explique el significado de los símbolos que aparecen, en esta ecuación.
   b) ¿Cuáles son las dos unidades de densidad que se citaron en el texto?
   c) ¿Qué relación guardan estas dos unidades?
4. *a)* ¿Qué entiende usted por presión atmosférica?
   b) Describa, con sus propias palabras, el experimento de Torricelli. Interprete el resultado de este experimento.
   c) ¿Cómo se denomina el instrumento que se emplea para medir la presión atmosférica?
5. Diga cómo se modifica la altura de la columna de líquido del experimento de Torricelli, si se llevara a cabo:
   a) En altitudes cada vez mayores.
   b) Usando líquidos de diferente densidad.
6. *a)* Escriba la expresión que proporciona el aumento de presión cuando se pasa de un punto a otro más profundo en el interior de un líquido.
   b) Explique el significado de cada símbolo que aparece en tal expresión.
7. Considere la relación $p = p_a + \rho g h$ que se obtuvo en la Sección 8.3.
   a) Explique el significado de cada símbolo que aparece en esta relación.
   b) Interprete cada una de las partes de esta relación (*véase* Comentario 2 de la Sección 8.3).
   c) Haga un dibujo que muestre el aspecto del diagrama $p \times h$.
8. *a)* Describa algunas aplicaciones de los vasos comunicantes.
   b) Exprese, con sus propias palabras, el principio de Pascal.
   c) Con base en el principio de Pascal, describa el funcionamiento de la prensa hidráulica.
9. Considere un cuerpo sumergido en un líquido:
   a) ¿Cuál es la dirección y el sentido del empuje ascendente que el líquido ejerce sobre el cuerpo?
   b) Comparando las presiones que el líquido ejerce en las partes superior e inferior del cuerpo, explique por qué se produce el empuje sobre él.
   c) Según el principio de Arquímedes, ¿cuál es el valor del empuje recibido por el cuerpo?
10. Un cuerpo es sumergido totalmente en el interior de un líquido y luego se suelta. Se podrían observar, entonces, las situaciones siguientes:
    1) El cuerpo permanece en reposo en la posición donde se suelta.
    2) El cuerpo se hunde.
    3) El cuerpo sube en el interior del líquido.
    4) El cuerpo emerge y flota, en equilibrio, en la superficie del líquido.
    Para cada uno de estos casos, diga si:
    a) El empuje sobre el cuerpo es mayor, menor o igual que su peso.
    b) La densidad del cuerpo es mayor, menor o igual que la densidad del líquido.

SIETE EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. En la Sección 8.2 dijimos que la presión atmosférica es capaz de aplastar una lata en el interior de la cual se creó un vacío. Usted podrá comprobar que esto es posible realizando el experimento siguiente.

2. Tome una lata vacía de sección rectangular y coloque un poco de agua en su interior (de casi 1 cm de altura). Ponga a hervir el agua, manteniéndola en

ebullición intensa durante casi 2 minutos. El vapor de agua, al escapar, expulsará parte del aire existente en el interior de la lata.

3. Retire la fuente de calor y cierre rápida y cuidadosamente la lata, de modo que impida que el aire vuelva a penetrar en ella. Colóquela bajo un chorro de agua fría para que el vapor de agua se condense, reduciendo así la presión interna. En tales condiciones, la presión externa (presión atmosférica) se volverá muy superior a la presión interna, y como podrá observar, la lata se aplastará.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Al realizar este experimento, podrá presenciar un efecto igualmente interesante producido por la presión atmosférica.

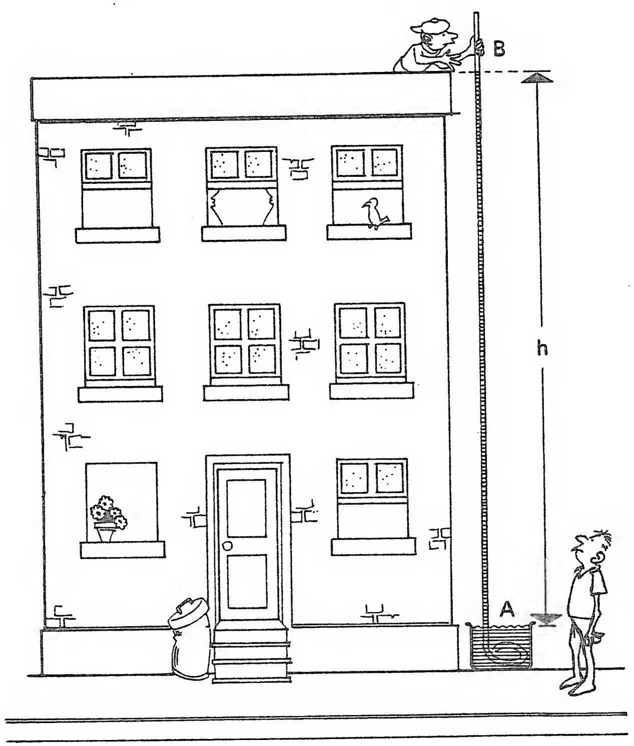
Llene una bandeja con agua. Queme algunos pedazos de papel dentro de un frasco. Debido al calentamiento, el aire se dilatará y la masa de aire que permanece en el interior del frasco se volverá menor. Poco antes de terminarse la combustión invierta el frasco rápidamente sobre la bandeja. De este modo, las llamas se apagan y la temperatura disminuye, produciendo una reducción en la presión interna. Observe que el agua es entonces forzada a penetrar en el interior del frasco. Explique por qué sucede esto.

TERCER EXPERIMENTO

1. Para obtener el valor de la presión atmosférica, en la ciudad en que vive, es posible realizar un experimento parecido al de Torricelli, pero usando agua en vez de mercurio (sustancia de costo muy elevado y que requiere de ciertos cuidados para su manejo).

2. Tome una manguera de plástico transparente (de las que se utilizan para regar los jardines), con una longitud de aproximadamente 11 m. Después, llénela por completo de agua y ate muy bien ambos extremos, cuidando que no quede aire en su interior, y suba a un edificio que tenga una altura aproximada de 10 m (su casa, la torre de la iglesia, etcétera).

Extienda verticalmente la manguera, como se indica en la figura de este ejercicio, y pida que un compañero introduzca el extremo inferior en un recipiente que contenga agua. Después de asegurarse que la manguera esté vertical, su compañero deberá desatar el extremo inferior, y así el agua bajará deteniéndose a cierto nivel, como en el experimento de Torricelli.



3. Señale en la manguera el punto B (nivel donde el agua contenida se detuvo) y su compañero señalará en ella el punto A (nivel del agua del recipiente). De esta manera, se registra en la manguera la altura h de agua correspondiente a la presión atmosférica en el lugar del experimento. Extienda la manguera en el suelo y mida el valor de h.

4. Empleando el resultado de su medición, responda:

a) ¿Cuál es, en "metros de agua", el valor de la presión atmosférica en la ciudad donde vive?

b) Exprese esta presión atmosférica en cmHg.

c) Determine aproximadamente la altitud de su ciudad (recuerde que la presión atmosférica disminuye en casi 1 cmHg por cada 100 m de altura).

CUARTO EXPERIMENTO

1. Realizando mediciones con una balanza o báscula y utilizando el principio de Arquímedes, es posible determinar el volumen de un cuerpo sólido de forma irregular, y por consiguiente, obtener el valor de su densidad. En este experimento deberá emplear tal método para medir la densidad de una piedra.

2. Se empleará una "báscula de resorte", como la que utilizamos en los experimentos del Capítulo 5. Para ello trate de obtener una piedra que pese de 2 a 3 kilos y sosteniéndola por medio de una cuerda, determine su peso con la báscula o balanza (si se dispone de un dinamómetro o un aparato de mayor precisión, podrá, obviamente, usar una piedra más chica).

Luego sumerja la piedra *totalmente* en agua (no deje que toque el recipiente), y manténgala colgada de la báscula. Anote la nueva lectura del aparato.

3. Después de obtener las dos lecturas del peso del objeto, responda las preguntas siguientes:

a) ¿Cuál es, en kgf, el peso de la piedra? Y por tanto, ¿cuál es su masa en gramos?

b) ¿Cuál es, en kgf, el valor del empuje ascendente que la piedra recibe del agua?

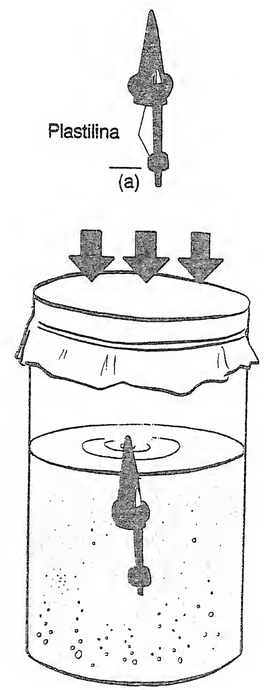
c) Luego entonces, ¿cuál es el peso del agua desplazada por la piedra? ¿Y el volumen de dicha agua desplazada (en cm^3)? ¿Y el volumen de la piedra?

d) Calcule, ahora, en g/cm^3, la densidad de la piedra.

QUINTO EXPERIMENTO

Tome una tapa de un bolígrafo y envuelva su base y su clip con plastilina como se indica en la Figura (a) de este experimento. Ponga la tapa en el agua contenida en un recipiente transparente, y ajuste la cantidad de plastilina de modo que la tapa flote verticalmente, sólo con la punta fuera del agua.

Cubra el recipiente con un pedazo de hule delgado (parte de un globo común), sujetándolo con una liga o cordón, como se indica en la Figura (b). Presione, con la mano, la superficie del hule y observe que la tapa se sumerje en el agua. Quite la presión y observe que regresa a la superficie. Trate de entender lo que ocurrió: en el interior de la tapa que flota hay un poco de aire encerrado, cuando la presión sobre el agua se aumenta, este aumento se trasmite al aire que es comprimido y una cierta cantidad de agua penetra en la tapa, lo que aumenta el peso del conjunto y hace que se hunda, al retirar la presión el aire se expande y expulsa un poco de agua, y la tapa regresa a la superficie.



(b)

Quinto Experimento

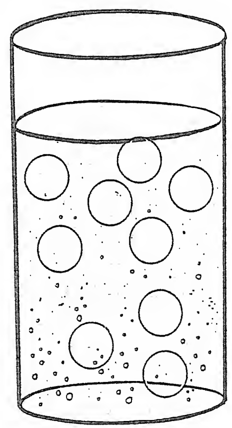
Observación: Este experimento ilustra el mecanismo que se utiliza en submarinos para hacer que se sumerjan y emerjan: mediante aire comprimido, la cantidad de agua que se coloca en cámaras especiales, puede aumentarse o disminuirse, alterando el peso del submarino, haciéndolo flotar o sumergirse.

SEXTO EXPERIMENTO

Llene con agua un recipiente transparente y agregue en el agua un poco de vinagre y un poco de bicarbonato de sodio. La reacción química entre esas sustancias provoca el desprendimiento de CO_2 y gran cantidad de burbujas de este gas es visible cuando suben en el interior del líquido.

Ponga varias bolas de naftalina en el interior del recipiente. Observe que, al principio, se hundirán en el líquido. Después, no obstante, varias burbujas de gas se adhieren a la superficie de la naftalina y el empuje del agua sobre los conjuntos (bolas + burbujas) hace que suban a la superficie (*véase* figura de este experimento). En la superficie, algunas burbujas escapan hacia el aire y las bolas de naftalina se vuelven a hundir. Otras burbujas se adhieren a ellas, el conjunto vuelve a subir y el proceso se repite durante algún tiempo.

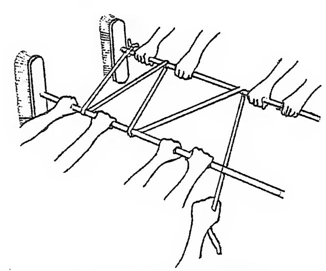
Observación: Si alguna bola no sube en el líquido, es probable que su superficie esté muy lisa, lo que dificulta la adherencia de las burbujas de gas. Si lija suavemente la superficie de las bolas, tal vez logre resolver la dificultad.



Sexto Experimento

SÉPTIMO EXPERIMENTO

Pida a cuatro compañeros que sujeten el mango de dos escobas, una cerca de la otra. Amarre una cuerda en uno de los extremos y haga que esa cuerda pase alrededor de los dos mangos, como se indica en la figura de este problema. Pida, después, a sus compañeros que traten de separar las escobas, mientras que usted jala el extremo libre de la cuerda, tratando de aproximarlas. Observe que, fácilmente, usted vencerá en la competencia. Si se tiene en cuenta lo que fue analizado acerca del funcionamiento de las poleas en el Ejercicio 37 de este capítulo, trate de explicar cómo y cuántas veces su fuerza "se multiplicó".



Séptimo Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. *a*) La delgada capa de hielo que cubría un lago congelado se partió cuando una persona intentó cruzarlo caminando sobre el hielo. Pero sí logró atravesarlo arrastrándose de bruces sobre el hielo. Explique este hecho.
   b) Un faquir posee dos "camas" del mismo tamaño, una con 500 clavos y otra con 1 000 clavos. Basándose en su conocimiento de la presión, ¿en cuál de las camas cree usted que estaría más "cómodamente" instalado?

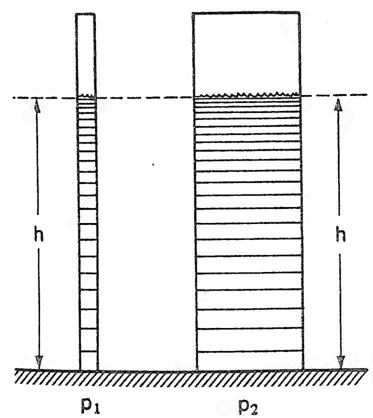
2. *a*) En cierto elevador hidráulico, un automóvil de 10^3 kgf de peso está sostenido por un pistón o émbolo cuya área es de 10^3 cm^2. ¿Cuál es la presión sobre el pistón?

   b) En un tocadiscos, la fuerza que la aguja aplica sobre el disco es de 10^{-3} kgf, y la punta de la aguja tiene un área de 10^{-7} cm^2. ¿Qué valor tiene la presión que la aguja ejerce sobre el disco?
   c) Determine cuántas veces la presión sobre el disco es mayor que sobre el pistón.

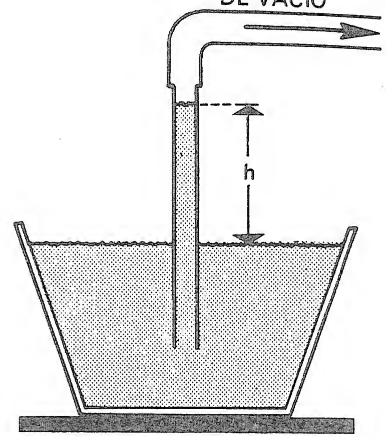
3. Un recipiente cúbico tiene 10 cm de arista. Señale cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas.
   a) El volumen del recipiente es de 1.0 litro.
   b) La máxima cantidad de gasolina que puede contener el recipiente son 700 gramos.
   c) Si el recipiente estuviese lleno de mercurio, contendrá 13.6 kg de este líquido.
   d) Si 2.0 kg de arena llenan completamente el recipiente, la densidad de esta arena es 2.0 g/cm^3.
   e) Colocando 800 g de agua en el recipiente, ésta llegará a una altura de 8.0 cm.

4. *a*) La figura de este problema muestra dos columnas de líquido, de igual altura y diámetros distintos. Las presiones que dichas columnas ejercen sobre sus bases son p_1 y p_2. Diga si p_2 es mayor, menor o igual que p_1.
   b) En el experimento de Torricelli, mostrado en la Figura 8-4, ¿cuál sería la altura de la columna de Hg si empleáramos un tubo de diámetro dos veces mayor?

5. Un tubo está sumergido en un recipiente que contiene cierto líquido. Conectando el tubo en una bomba de vacío, como indica la figura de este problema, el líquido subirá en el tubo hasta una altura determinada h. El valor de h será tanto mayor que cuanto mejor sea la rarefacción lograda por la bomba.
   a) Explique por qué el líquido sube en el tubo.
   b) Comprobamos que aunque se tenga un vacío perfecto, el líquido no subirá en el tubo sino hasta cierta altura h_M. ¿Cuál sería este valor h_M si el líquido fuera mercurio? ¿Y si fuese agua?

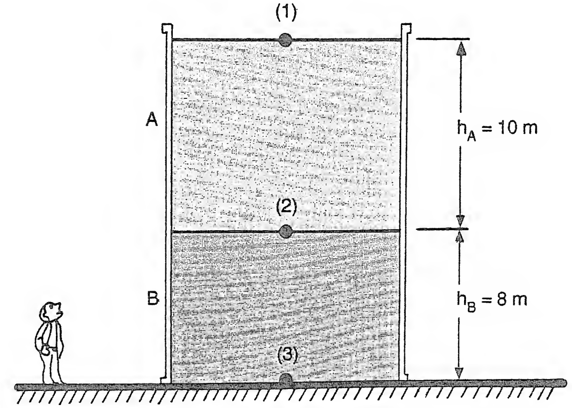


Problema 4



Problema 5

6. Un gran depósito contiene dos líquidos, A y B, cuyas densidades son ρ_A = 0.70 g/cm^3 y ρ_B = 1.5 g/cm^3 (*véase* figura de este problema). La presión atmosférica local es igual a 1.0 atm.
   a) ¿Cuál es, en N/m^2, la presión en el punto (1) indicado en la figura? (Consulte la Tabla 8-1.)



Problema 6

b) Calcule la presión en el punto (2) de la figura (considere g = 10 m/s^2).

c) ¿Qué valor tiene la presión ejercida en el punto (3)?

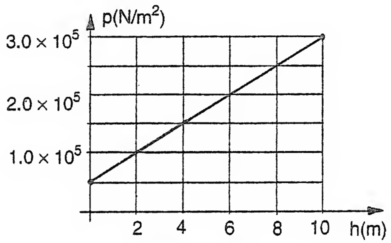
7. La figura de este problema muestra el diagrama $p \times h$ (presión × profundidad) para un líquido contenido en un depósito descubierto. Considerando g = 10 m/s^2, diga cuáles de las afirmaciones siguientes está equivocada.

a) La presión atmosférica en el lugar donde se encuentra el depósito vale 0.5 atm.

b) El valor de la pendiente de la gráfica, en unidades del SI, es 2.5 × 10^4.

c) La densidad del líquido es de 2.5 g/cm^3.

d) El líquido contenido en el depósito es agua.



Problema 7

8. Un globo, lleno de cierto gas, tiene un volumen de 5.0 m^3. La masa total del globo (incluyendo el gas) es de 4.0 kg. Considere la densidad del aire igual a 1.3 kg/m^3 y g = 10 m/s^2. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?

a) El peso del globo es 40 N.

b) El empuje ascendente que el objeto recibe del aire es de 65 N.

c) Si el globo fuera soltado caería, porque su densidad es mayor que la del aire

d) Para que una persona sostenga el globo debe ejercer en él una fuerza igual y contraria al empuje que recibe del aire.

e) Si este globo se dejara caer en la superficie de la Luna, no recibiría empuje ascendente, pues allá no hay atmósfera.

9. Una persona le asegura haber visto una esfera de fierro flotando libremente en el agua. Recordando que la densidad del fierro es mayor que la del agua, ¿cree usted que esto es posible? Explique.

10. Un bloque de madera está flotando, en equilibrio, sumergido parcialmente en el agua. Colgando de la parte inferior del cuerpo una placa de material desconocido, observamos que el volumen de la parte sumergida del bloque no se altera. Podemos concluir que la densidad de la placa:

a) Es igual a la del bloque.

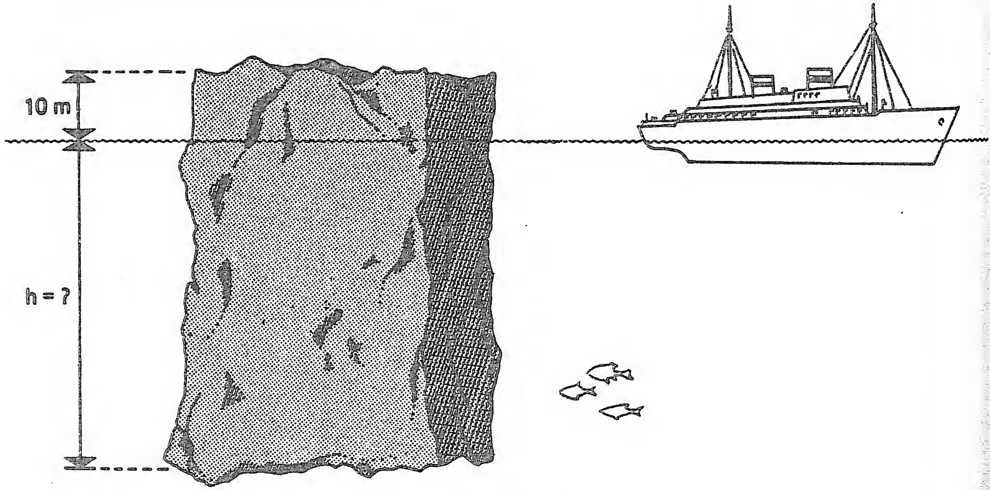
b) Es igual a la del agua.

c) Es menor que la del bloque.

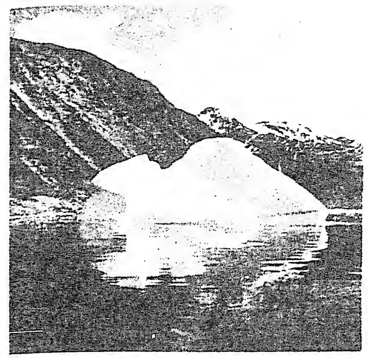
d) Es mayor que la del agua.

e) Está comprendida entre la densidad del bloque y la del agua.

11. Un "iceberg", con forma aproximada a la de un paralelepípedo, flota en el mar de modo que la parte fuera del agua tiene 10 m de altura (*véase* figura de este problema). ¿Cuál es la altura h



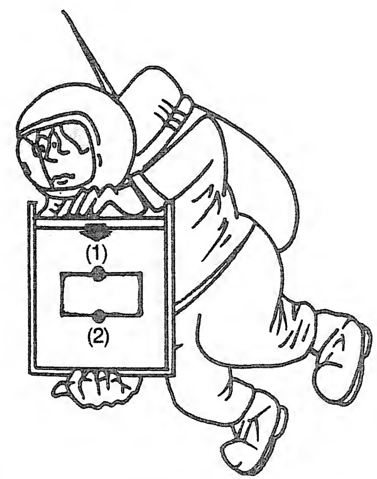
Problema 11



Un "iceberg" flota en el mar con casi 10%, solamente, de su volumen fuera del agua. Sin embargo, 90% de este "iceberg", fotografiado en el sur de Groenlandia, está inmerso y no aparece en la foto.

de la parte sumergida del "iceberg"? (*Recuerde:* siempre que un cuerpo flota libremente, su peso está equilibrado por el empuje, o sea, $E = P$.)

12. Un astronauta, que sostiene un cierto recipiente (*véase* figura) se encuentra en una región muy alejada de cualquier cuerpo, de modo que la aceleración de la gravedad en ese lugar es nula. El recipiente contiene un líquido en cuyo interior flota, en reposo, un bloque de madera. El astronauta presiona el líquido con una fuerza F = 200 N por medio de un pistón cuya área es A = 4.0 × 10^{-2} m^2. Señale cuál de las afirmaciones siguientes está equivocada:



Problema 12

a) En el punto (1) de la figura, la presión es p_1 = 5.0 × 10^3 N/m^2.

b) La presión en el punto (2) de la figura es igual a la presión en el punto (1).

c) El bloque no recibe empuje ascendente del líquido.

d) El peso del bloque es nulo.

e) Como el bloque está en reposo, su densidad sólo puede ser igual a la del líquido.

13. Una piedra, en forma de paralelepípedo, está sumergida en el agua de un río, con su parte inferior apoyada en la arena, de modo que no hay agua entre la piedra y la arena.

a) ¿Cuál es la dirección y el sentido de la resultante de las fuerzas que el agua ejerce sobre la piedra?

b) Al intentar sacar la piedra de la arena, ¿parecerá más pesada o más ligera que si estuviese fuera del agua?

c) Al sostenerla dentro del agua después de sacarla de la arena, ¿deberá realizar un esfuerzo mayor, menor o igual al peso de la piedra?

14. Sabemos que es más cómodo sentarse en un sillón anatómico de madera que en un banco liso, también de madera. Trate de explicar este hecho.

15. *a*) La densidad del aire, al nivel del mar, vale casi 1 kg/m^3. ¿Cuántas veces la densidad del mercurio es mayor que la del aire?

b) Basándose en la respuesta a la pregunta (a), determine cuál sería, aproximadamente, la altura de la atmósfera terrestre, suponiendo que la densidad del aire tuviese el mismo valor a cualquier altitud.

c) En realidad, la altura de la atmósfera es mucho mayor que el valor de la respuesta a la pregunta (b). ¿Por qué?

16. Se acostumbra hacer pasar un líquido de un recipiente a otro por medio de un *sifón*, como usted ya debe haber visto. Observe la figura de este problema y responda las preguntas siguientes para entender el funcionamiento de este dispositivo. Sea ρ la densidad del líquido contenido en los recipientes y con el cual se llenó el tubo.

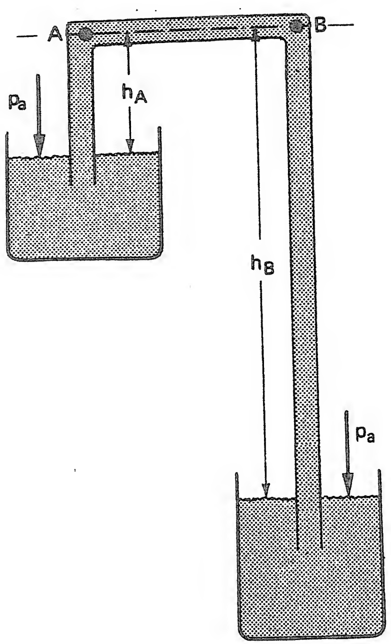
a) ¿Cuál es la expresión para la presión total en el punto A?

b) ¿Y en el punto B?

c) Examine las respuestas a las preguntas (a) y (b), y determine en cuál de los puntos es mayor la presión.

d) Entonces, ¿en qué sentido escurrirá el líquido?

e) ¿Qué le sucedería al líquido si $h_A = h_B$? ¿Y si $h_A > h_B$?

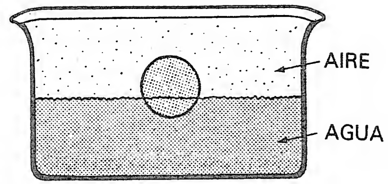


Problema 16

17. Una esfera, cuyo volumen es de 200 cm^3 y está hecha de un material cuya densidad es 0.80 g/cm^3, es sumergida totalmente en un tanque lleno de agua y luego se suelta. Desprecie las fuerzas de fricción y considere g = 10 m/s^2.
   a) Exprese, en newtons, el valor del empuje ascendente que la esfera recibe del agua.
   b) Determine, en newtons, el valor de la fuerza resultante que actúa sobre la esfera después que es soltada.
   c) ¿Cuál es, en magnitud, dirección y sentido, la aceleración que la esfera adquiere?
   d) Suponiendo que la esfera se ha soltado a una profundidad de 5.0 m, ¿cuánto tiempo tardará en llegar a la superficie del agua?

18. Una pelota de ping-pong flota en el agua contenida en un recipiente cerrado, como indica la figura de este problema. Si sacamos el aire de la parte superior del recipiente, la pelota, ¿se hundirá un poco, emergerá un poco o permanecerá en la misma posición? Explique.

19. Los "agujeros negros" son regiones del universo con densidad muy alta, capaces de absorber materia que pasaría a tener la densidad de esos agujeros. Si la Tierra, con masa del orden de 10^{27}

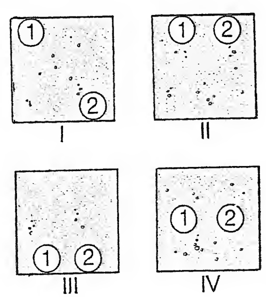


Problema 18

gramos fuera absorbida por un agujero negro de densidad 10^{24} gramos/cm^3, el volumen que ocuparía sería más próximo al volumen:
   a) De un neutrón.
   b) De una gota de agua.
   c) De un balón de fútbol.
   d) De la Luna.
   e) Del Sol.

20. Suponga que la puerta (2 m × 1 m) de una sala estuviera perfectamente ajustada a los marcos, de modo que impidiera el paso del aire, pero que pudiera abrirse sin fricción. Considere que la presión del aire en el interior de la sala sea solamente 1% mayor que la presión del lado externo, que es igual a la presión atmosférica normal. ¿Cree usted que sería posible que una persona abriera la puerta para entrar en la sala?

21. Para mostrar que la densidad del alcohol combustible está dentro de las especificaciones, en las bombas de abastecimiento se acostumbra usar un indicador constituido por dos esferas, 1 y 2, que están en el interior de una cámara de vidrio siempre llena de alcohol. Cuando la densidad se ajusta a las especificaciones, el indicador se presenta como en la Figura (I) de este problema.
   a) ¿A qué conclusión podemos llegar acerca de la densidad del alcohol, si el indicador está como en la Figura (II)?
   b) ¿Y si el indicador se presenta como en la Figura (III)?



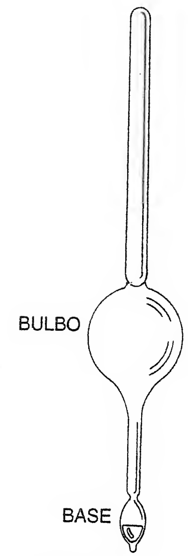
Problema 21

   c) ¿Habría una densidad del alcohol para la cual el indicador se presentara como en la Figura (IV)? Explique.

22. El organismo humano puede ser sometido, sin consecuencias nocivas, a una presión máxima de 4.0×10^5 N/m^2. Además de eso, la presión ejercida sobre él no puede experimentar variaciones muy rápidas, siendo la tasa máxima soportable igual a 1.0×10^4 N/m^2 por segundo. Considerando la presión atmosférica igual a 1.0×10^5 N/m^2 y g = 10 m/s^2, conteste:
   a) ¿Cuál es la máxima profundidad recomendada a un buzo?
   b) ¿Cuál es la máxima velocidad con que un buzo puede desplazarse, en la vertical, dentro del agua?

23. Un densímetro, aparato utilizado para determinar densidades de líquidos, consiste en un bulbo (con base para conservar la estabilidad) y una barra cilíndrica de sección 0.50 cm^2 como se muestra en la figura de este problema. El volumen total del bulbo y de la barra cilíndrica es de 15.0 cm^3. Cuando se sumerge en agua, el densímetro flota con 10.0 cm de la barra ubicada arriba de la superficie líquida y, cuando se sumerge en alcohol, con 5.0 cm de la barra fuera del líquido. ¿Cuál es la densidad del alcohol?

24. Una esfera hueca, de acero, cuya densidad es de 8.0 gramos/cm^3, flota en agua con 80% de su volumen sumergido. Si el volumen externo de la esfera es de 500 cm^3, determine el volumen de la cavidad interna de la esfera.



Problema 23

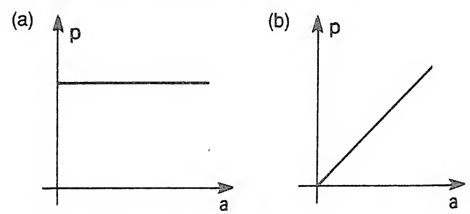
25. Suponga que, al tratar de resolver el problema del rey de Siracusa, Arquímedes verificó que la masa de la corona era de 600 gramos y que, al sumergirla en agua, haya desplazado 35 cm^3 de este líquido. Considerando la densidad del oro igual a 20 g/cm^3 y de la plata igual a 10 g/cm^3, calcule la masa de oro y de plata que hay en la corona.

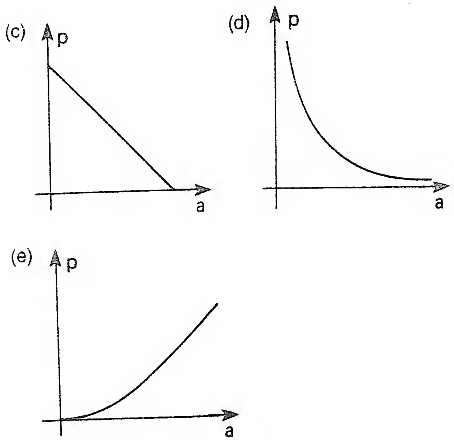
CUESTIONARIO

1. Se mezclan dos líquidos, A y B. El líquido A tiene volumen de 120 cm^3 y densidad de 0.78 gramos/cm^3. El líquido B tiene volumen de 200 cm^3 y densidad 0.56 gramos/cm^3. La densidad de la mezcla, en gramos/cm^3, es:
   a) 0.64
   b) 0.67
   c) 0.70
   d) 1.34
   e) 0.44

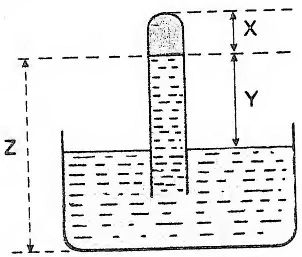
2. Un cubo de hielo se formó al solidificar totalmente 57.6 gramos de agua. ¿Cuál es la medida de la arista del cubo? (densidad del hielo = 0.9 gramos/cm^3):
   a) 1 cm
   b) 2 cm
   c) 3 cm
   d) 4 cm
   e) 5 cm

3. Considere un cubo macizo de material homogéneo y la arista a colocado sobre un plano horizontal. Sea p la presión que el cubo ejerce sobre el plano de apoyo. Manteniendo siempre el mismo material y variando el valor de la arista a, indique la opción que muestra la variación de la presión p en función de la arista a.



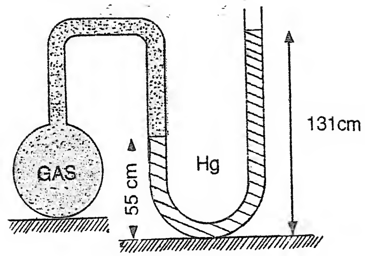


4. La figura representa un montaje del experimento de Toricelli para medir la presión atmosférica (una probeta que contiene Hg, sumergida invertida en un recipiente que contiene también Hg). En un lugar determinado podemos afirmar que:
   a) La distancia X no se altera cuando sumergimos la probeta más profundamente en el recipiente.
   b) La distancia Z nos indica la medida de la presión atmosférica.
   c) La distancia Y no se altera cuando sumergimos la probeta más profundamente en el recipiente.
   d) La distancia X nos proporciona la medida de la presión atmosférica.
   e) La distancia $X + Y$ es la medida de la presión atmosférica.



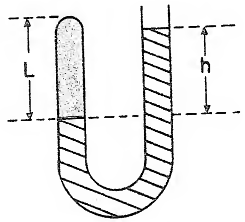
Pregunta 4

5. De acuerdo con la figura, calcule la presión atmosférica local, sabiendo que el gas dentro del recipiente está a una presión de 136 cmHg.
   a) 55 cmHg
   b) 60 cmHg
   c) 76 cmHg
   d) 131 cmHg
   e) Ninguno de los valores anteriores.



Pregunta 5

6. La figura muestra un tubo que contiene mercurio (Hg). El extremo de la izquierda está cerrado y el otro, abierto. La presión atmosférica local está dada por H (en cm de Hg) y los valores de h y L también están medidos en cm. El extremo cerrado contiene aire comprimido cuya presión puede expresarse, en cm de Hg, por:
   a) $H - L$
   b) $H + h - L$
   c) $(H + h)/L$
   d) $H + h$
   e) $h + L$

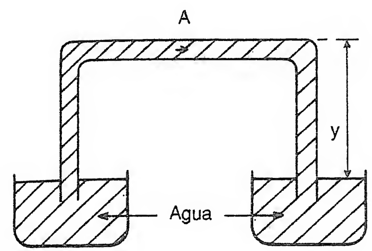


Pregunta 6

7. Analice las siguientes afirmaciones e indique las que están correctas:
   I. La presión en cualquier profundidad, en un líquido, no depende de la forma del recipiente que lo contiene.
   II. La fuerza que el agua ejerce sobre el fondo de una represa *no* depende del área de este fondo.
   III. Una pequeña cantidad de agua se está pesando. Un mosquito cae en el agua y nada en la superficie. El peso medido no se modifica.

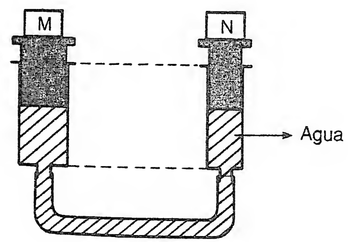
8. Un recipiente está hecho en forma de cubo, de arista de 10 m, se sabe que el material de que están hechas las paredes no resiste una fuerza superior a $F = 2 \times 10^6$ N. Se puso agua en el recipiente hasta una altura h, y el recipiente se rompió. Entonces, podemos llegar a la conclusión de que:
   a) $h > 2\sqrt{10}$ m
   b) $h > 2$ m
   c) $h < 4$ m
   d) $h = 3$ m
   e) No sé.

9. Si la presión atmosférica local es igual a $1.02 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$ y y es igual a 2.00 m podemos afirmar que, en la figura del problema, la presión en el punto A es:
   a) 1.62×10^5 N/m^2
   b) 1.42×10^5 N/m^2
   c) 1.22×10^5 N/m^2
   d) 1.00×10^5 N/m^2
   e) 0.82×10^5 N/m^2



Pregunta 9

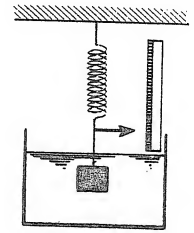
10. Dos jeringas, una de sección doble que la otra, están llenas de agua y conectadas por un tubo de hule, como lo muestra la figura. Sobre los émbolos de las jeringas están colocados dos cuerpos, de pesos P_M y P_N. Los pesos de los émbolos son depreciables. Para que P_M y P_N queden en equilibrio deben obedecer la siguiente relación:
   a) $P_M = 2\ P_N$
   b) $P_M = P_N$
   c) $P_M = P_N/2$
   d) $P_M = 4\ P_N$
   e) $P_M = P_N/4$



Pregunta 10

11. Un cuerpo de peso $P = 15$ kgf y volumen $V = 12$ litros es sumergido totalmente en agua. Marque la afirmación *incorrecta:*
   a) El cuerpo desplaza 12 litros de agua
   b) El cuerpo está recibiendo un empuje de 15 kgf.
   c) Si soltamos el cuerpo, se hundirá.
   d) Para mantener el cuerpo en equilibrio, debemos ejercer en él una fuerza de 3 kgf, vertical, para arriba.
   e) La densidad del cuerpo es mayor que la del agua.

12. Un objeto colgado de un dinamómetro está totalmente sumergido en un líquido. Respecto a esta situación podemos afirmar:
   a) La indicación del dinamómetro es inferior al peso del cuerpo.
   b) El empuje es igual al peso del cuerpo y no depende del líquido.
   c) La indicación del dinamómetro es igual al empuje que el cuerpo recibe del líquido.
   d) La masa del cuerpo sumergido es igual a la masa del líquido desplazado.
   e) La indicación del dinamómetro es la misma con el cuerpo dentro o fuera del líquido.



Pregunta 12

Un bloque de madera cuya masa es 500 gramos flota con 2/3 de su volumen sumergido en agua. Esta información se refiere a las preguntas **13**, **14**, **15** y **16**.

13. El empuje sobre el bloque vale:
   a) 500 g
   b) 0.50 N
   c) 4.9 N
   d) 1.0 kgf
   e) 3.3 N

14. El volumen de agua que el bloque desplazó vale:
   a) 0.50 litros
   b) 500 cm^3
   c) 0.50×10^{-3} m^3
   d) 500 mL
   e) Todas las respuestas anteriores están correctas.

15. El volumen del bloque de madera es:
   a) 0.75 litros
   b) 500 cm^3
   c) 500 mL
   d) 10^{-3} m^3
   e) Imposible determinar.

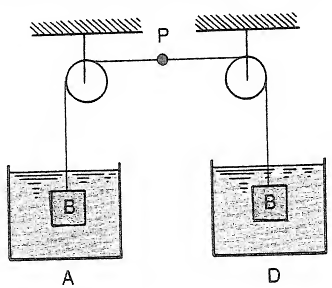
16. La densidad de la madera es:
a) 0.75 g/cm^3
b) 500 g/cm^3
c) 40 × 10^3 kg/m^3
d) 0.66 g/cm^3
e) Mayor que 1.0 g/cm^3

17. Un buque construido para flotar en agua dulce, pesa en total 2.5 × 10^4 kgf. Si navegara en agua salada, el empuje que recibiría vale:
a) 5.5 × 10^4 kgf
b) 4.5 × 10^4 kgf
c) 3.2 × 10^4 kgf
d) 2.5 × 10^4 kgf
e) Imposible de determinarse sin conocer el valor de la densidad del agua salada.

18. En la figura, los bloques *B* son idénticos y de masa específica $d > 1.0$ g/cm^3. El frasco *A* contiene agua pura y el *D* contiene un líquido ℓ, de masa específica 1.3 g/cm^3. Si los bloques se colocan en reposo dentro de dos líquidos, ¿hacia qué lado se desplaza la marca *P* hecha en el cordón de unión? (Las poleas no ofrecen fricción y se consideran de masa despreciable.)
a) Para la derecha.
b) Para la izquierda.
c) Depende del valor de *d*.
d) Permanece en reposo.
e) Oscila en torno a la posición inicial.

19. Una barra de fierro (densidad de 7.2 g/cm^3) está suspendida de una balanza de muelle que indica 1.0 kgf. En seguida, se sumerge la barra totalmente en un vaso de agua. La balanza indicará:
a) 3.2 kgf
b) 1.5 kgf
c) 0.86 kgf
d) 0.49 kgf
e) 0.14 kgf

20. Se pesó una piedra, inmersa en el aire, y se obtuvo el valor de 6.00 N para su peso. Cuando se pesó,



Pregunta 18

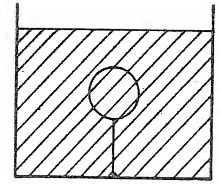
totalmente sumergida en agua, se encontró el valor de 4.00 N para su peso aparente. Su masa específica media es:
a) 0.500 g/cm^3
b) 0.667 g/cm^3
c) 1.50 g/cm^3
d) 2.00 g/cm^3
e) 3.00 g/cm^3

21. Un cuerpo de masa *m* flota en agua (masa específica del agua 1.00 g/cm^3) de tal manera que el volumen de la parte inmersa es igual al volumen de la parte no inmersa. La masa específica del cuerpo es igual a:
a) 0.10 g/cm^3
b) 0.25 g/cm^3
c) 0.50 g/cm^3
d) 1.25 g/cm^3
e) 2.00 g/cm^3

22. Un niño sujeta, mediante un cordón, un globo de gas en equilibrio vertical en una zona donde no sopla viento. Las fuerzas que actúan en el globo son: su peso $\vec{P}$, la tracción en el hilo $\vec{T}$ y el empuje del aire $\vec{E}$. La relación entre esas fuerzas se expresa en la opción:
a) $\vec{P} + \vec{T} = \vec{E}$
b) $\vec{P} - \vec{T} = \vec{E}$
c) $\vec{P} + \vec{E} = \vec{T}$
d) $\vec{T} = \vec{P} - \vec{E}$
e) $\vec{P} + \vec{T} + \vec{E} = \vec{0}$

23. Un globo lleno de hidrógeno tiene masa total de 50.0 kg y volumen 100 m^3. Está sujeto por un cordón de masa despreciable que se mantiene vertical. La aceleración de gravedad es igual a 10 m/s^2. Densidad del aire: 1.3 kg/m^3. La fuerza de tracción aplicada por el globo al cordón se expresa en newtons, por:
a) 500
b) 1.800
c) 1.300
d) 800
e) Un valor diferente de los anteriores.

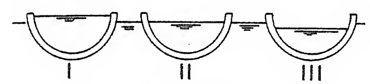
24. La figura siguiente representa una esfera homogénea de peso *p*, densidad ρ, sumergida en un líquido de densidad constante, ρ_L. La esfera inicialmente está sujeta al fondo del recipiente por un cordón muy delgado. Si se sabe que la tensión máxima que el cordón puede resistir vale 4*p* y que $\rho = \frac{1}{4}\rho_L$, es *correcto* afirmar que:
a) El cordón se revienta y la esfera sube hasta la superficie del líquido.
b) La esfera descenderá hasta el fondo del recipiente.



Pregunta 24

c) Ninguna conclusión podrá obtenerse porque no se sabe el valor mínimo de la tensión del cordón.
d) La esfera permanecerá en equilibrio en la situación indicada en la figura.
e) La esfera subirá hasta que solamente $\frac{1}{4}$ de su volumen permanezca inmerso.

25. Una vasija de barro que contiene agua flota en la superficie del agua de una tina. Habiendo equilibrio, las posiciones relativas del nivel del agua en la vasija y en la tina están como:
a) En I (solamente).
b) En III (solamente).
c) En I o II o III.
d) En II (solamente).
e) En I o II.

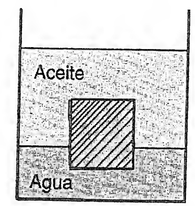


Pregunta 25

26. Un cilindro sólido se coloca en el interior de una vasija de vidrio con su base en contacto con el fondo de ella. Se pone agua en el recipiente a manera de cubrir el cilindro y que no penetre entre la base y el fondo. Escoja la alternativa *correcta:*
a) No hay fuerza de empuje hacia arriba sobre el cilindro, ya que las fuerzas de presión que actúan en él tienen resultante dirigida para abajo.
b) El empuje sobre el cilindro dependerá de su densidad.
c) El principio de Arquímedes nos lleva a la conclusión de que cuanto más profundo fuera el recipiente, mayor será la presión y mayor será el empuje para arriba.
d) Por el principio de Pascal llegamos a la conclusión de que siendo la presión trasmitida a todas las partes del cuerpo, la resultante será nula.
e) No habrá empuje hacia arriba, puesto que la presión no es magnitud vectorial.

27. Suponga que un cuerpo, cuya densidad es 0.50 gramos/cm^3, sea soltado en el interior de un recipiente con agua. La aceleración del movimiento de subida de este cuerpo será (desprecie fricciones):
a) 4.9 m/s^2
b) 9.8 m/s^2
c) 19.6 m/s^2
d) 1.0 m/s^2
e) 0.50 m/s^2

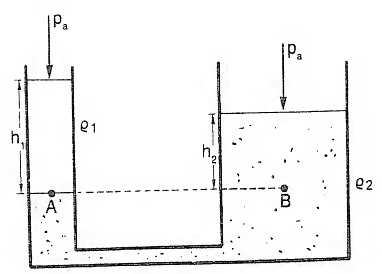
28. Un cubo de madera de 10 cm de arista está inmerso en un recipiente que contiene aceite y agua (*véase* figura) teniendo la cara inferior situada a 2.0 cm abajo de la superficie de la separación de los dos líquidos. La densidad del aceite es 0.6 gramos/cm^3 y la del agua 1.0 g/cm^3. La masa del cubo es:
a) 236 g
b) 460 g
c) 540 g
d) 680 g
e) NRA



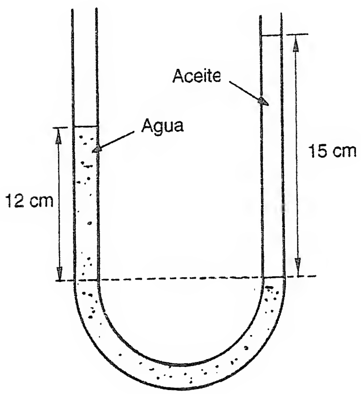
Pregunta 28

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. *a*) La Figura (a) de este problema muestra un sistema de vasos comunicantes, que contienen dos líquidos *no* miscibles, de densidades ρ_1 y ρ_2, en equilibrio. Las alturas alcanzadas por los líquidos en los dos vasos, medidas a partir de la superficie de separación entre ellos, son h_1 y h_2 (*véase* figura). Muestre que, en esas condiciones, se tiene $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ (oriéntese por la exposición hecha en la Sección 8.4).



(a)



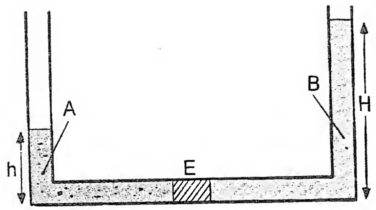
(b)

Problema Complementario 1

b) En un experimento para medir la densidad de un aceite, un estudiante tomó una manguera transparente y le dio la forma de un tubo en U. Puso agua en ese tubo y, en seguida, vació aceite en uno de sus brazos. Después de establecido el equilibrio, obtuvo la situación que se muestra en la Figura (b) de este problema. ¿Cuál fue la densidad del aceite que obtuvo el estudiante?

2. En un tubo cilíndrico, de sección constante, de radio R, se ponen dos líquidos, A y B, separados por un émbolo E, que puede desplazarse sin fricción dentro del tubo (*véase* figura de este problema). Los líquidos se encuentran en equilibrio, siendo $H = 2\ h$. Un volumen $\Delta V = \pi R^3$ del líquido A se pone lentamente en el brazo de la izquierda. Cuando se alcanza la nueva posición de equilibrio, ¿cuál habrá sido el desplazamiento x del émbolo E?

3. Los dos pistones de una prensa hidráulica tienen secciones de 5.0 cm² y de 200 cm². El pistón de



Problema Complementario 2

menor área es accionado por una palanca interresistente, cuyos brazos de fuerza potente y de fuerza resistente miden, respectivamente, 10 cm y 1.0 cm. Una persona ejerce una fuerza potente de 1.5 kgf en la palanca.

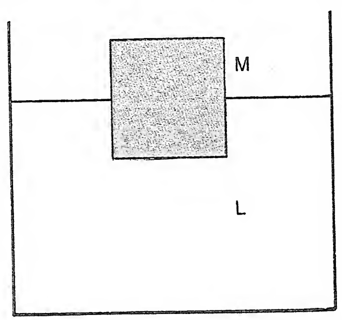
a) ¿Cuál es el valor de la fuerza transmitida a otro pistón de la prensa?

b) ¿Cuál es el desplazamiento de ese pistón, cuando el pistón menor desciende 10 cm?

4. Suponga que en el experimento de Magdeburgo se utilizaran dos cilindros huecos, de radio $R = 30$ cm cada uno, en lugar de dos hemisferios. Considerando que el vacío obtenido en el interior de los cilindros sea prácticamente perfecto, determine la fuerza media que cada caballo mostrado en la Figura 8-7, debería ejercer para separar los cilindros.

5. La densidad del cuerpo humano es prácticamente igual a la del agua. Calcule el empuje que una persona de 70 kg está recibiendo normalmente de la atmósfera, considerando la densidad del aire igual a 1.3 g/L.

6. Un cuerpo sólido y macizo M es soltado en la superficie de un líquido L. Se verifica que el cuerpo flota, en equilibrio, de la manera que se indica en la figura de este problema. Sean $\vec{P}$ el peso del



Problema Complementario 6

cuerpo, $\vec{E}$ el empuje que el líquido ejerce sobre él, d_M y d_L las densidades del cuerpo y del líquido, respectivamente. Considerando esa información se puede afirmar que:

a) $E = P$ y $d_L = d_M$

b) $E = P$ y $d_L > d_M$

c) $E = P$ y $d_L < d_M$

d) $E > P$ y $d_L > d_M$

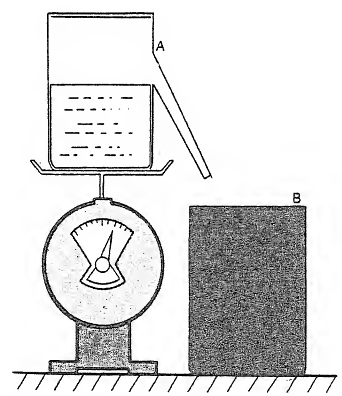
e) $E < P$ y $d_L > d_M$

7. Considere el Ejercicio número 40 de este capítulo e imagine que Arquímedes quisiera desplazar, solamente 1 mm, el cuerpo de masa igual a la de la Tierra, usando la palanca de dimensiones calculadas en aquel ejercicio. Imaginando que Arquímedes pudiera desplazar el extremo de la palanca con una velocidad igual a la de la luz (!), calcule el tiempo (en años) que él necesitaría para producir aquel desplazamiento.

8. Un recipiente A, que contiene agua hasta la abertura lateral (*véase* figura de este problema), está sobre el plato de una balanza que indica 300 gramos. Un cuerpo, de masa igual a 60 gramos y 40 cm³ de volumen, es soltado cuidadosamente en la superficie del agua. Después de que el sistema entra nuevamente en equilibrio, determine:

a) El volumen de agua que pasa para el recipiente B.

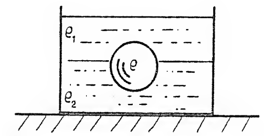
b) La nueva lectura de la balanza.



Problema Complementario 8

9. En el problema anterior, suponga que el cuerpo soltado en la superficie del agua tuviera el mismo volumen de 40 cm³, no obstante una masa de 30 gramos. Conteste, para esta nueva situación, las mismas preguntas del problema anterior.

10. Una esfera maciza, de densidad $\rho = 0.94$ g/cm³, está inmersa, en equilibrio, entre dos líquidos (aceite y agua) cuyas densidades son $\rho_1 = 0.80$ g/cm³ y $\rho_2 = 1.0$ g/cm³ (*véase* figura de este problema). Determine el porcentaje del volumen de la esfera que está inmerso en cada líquido.

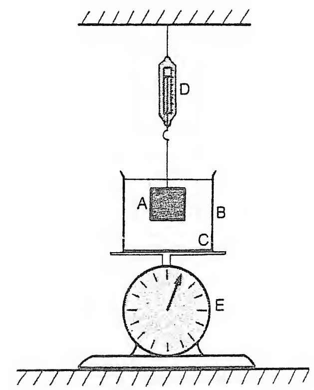


Problema Complementario 10

11. Un colchón de hule espuma, con 2.0 m de longitud, 40 cm de ancho y 5.0 cm de altura, flota en posición horizontal sobre el agua de una piscina. Un bañista se acuesta sobre el colchón y el conjunto permanece en la horizontal, con la superficie superior del colchón coincidiendo exactamente con la superficie libre del agua. Suponga despreciable la masa del colchón y calcule la masa del bañista.

12. Un bloque de uranio, de peso igual a 10 N, está colgado de un dinamómetro y completamente sumergido en mercurio. Si la lectura del dinamómetro es de 2.9 N. ¿Cuál es la densidad del uranio?

13. Un bloque A está colgado en un dinamómetro D y sumergido en un líquido C contenido en un recipiente B (*véase* figura de este problema). El peso de B es 2.0 N y el del líquido es 3.0 N. El dinamómetro D indica 5.0 N y la lectura de la balanza E es 1.5 kg. Siendo el volumen del bloque



Problema Complementario 13

A igual a 500 cm^3 y suponiendo g = 10 m/s^2, conteste:

a) ¿Cuál es la densidad del líquido C?

b) Si el bloque A fuera sacado del líquido, ¿cuáles serán las nuevas lecturas del dinamómetro y de la balanza?

14. Un recipiente cilíndrico mide 20 cm de diámetro y flota en agua con 10 cm de su altura fuera del agua al mismo tiempo que un bloque de fierro, de 10 kg, está sujeto externamente en el fondo del recipiente. Si este bloque fuera transferido al interior del recipiente ¿cuál será el valor de la altura del cilindro que quedará fuera del agua? (Considere la densidad del fierro igual a 7.8 gramos/cm^3 y g = 10 m/s^2.)

15. Una vela, cilíndrica, de altura h = 21.0 cm, diámetro D = 2.0 cm y densidad ρ = 0.90 g/cm^3 está rodeada, en su base, por un anillo de cobre. Se pone en un recipiente que contiene agua. Desprecie el empuje sobre el anillo de cobre y conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál debe ser la masa del anillo de cobre para que la vela flote verticalmente con 1.0 cm fuera del agua?

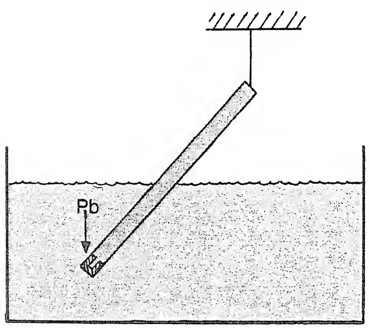
b) ¿Si se enciende la vela, ¿cuál es la longitud de ella que se quemará antes de que la flama se apague (al hacer contacto con el agua)?

16. Una barra, de masa igual a 5.0 kg, está sujeta por una cuerda en uno de sus extremos y sumergida en agua, con la mitad de su longitud sumergida (*véase* figura de este problema). En el extremo sumergido de la barra está adaptado un pedazo de plomo, de masa igual a 0.50 kg. Desprecie el empuje sobre el plomo y determine:

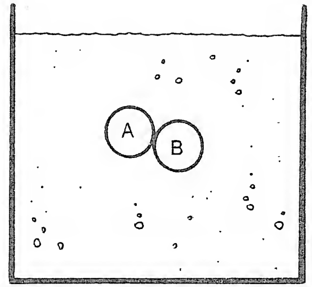
a) La tensión de la cuerda que sujeta a la barra.

b) El volumen de la barra.

17. Las esferas A y B, que tienen el mismo volumen y fueron unidas entre sí, están en equilibrio inmersas en agua (*véase* figura de este problema).



Problema Complementario 16



Problema Complementario 17

Cuando el pegamento que las une se disuelve, la esfera A sube y pasa a flotar con mitad de su volumen fuera del agua. Determine:

a) La densidad de la esfera A.

b) La densidad de la esfera B.

18. Se tienen dos soluciones, A y B, de una misma sal tales que sus densidades son ρ_A = 1.7 g/cm^3 y ρ_B = 1.2 g/cm^3. Se desea preparar 1 litro de solución de esta sal, con una densidad de 1.4 g/cm^3. Determine los volúmenes V_A y V_B de las soluciones originales que deben mezclarse para obtener la solución deseada.

19. Un pedazo de hielo está flotando en el agua contenida en el vaso completamente lleno. Cuando el hielo se funde totalmente, diga si un poco de agua se derramara, si el nivel del agua bajará o si no se modificará. Justifique su respuesta claramente.

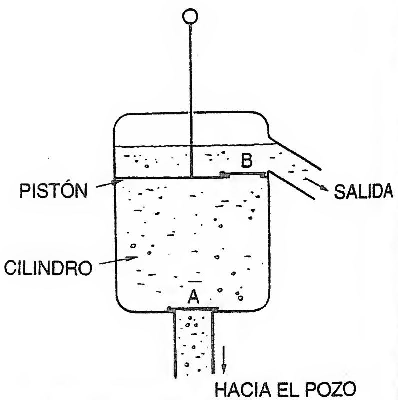
20. La figura de este problema es un diagrama de una bomba sencilla, utilizada para sacar agua de un pozo. Una *válvula* es un dispositivo que permite el paso de un líquido solamente en determinado sentido. A es una válvula fija en el fondo del cilindro y B es una válvula que se mueve con un pistón.

a) Diga qué ocurre con las válvulas y con el agua cuando el pistón baja, a partir de la posición que se encuentra en la figura.

b) Describa qué acontece cuando el pistón, en seguida, es impulsado para arriba.

c) ¿Qué hace al agua subir en el tubo que une a la bomba con el pozo?

d) ¿Por qué esa bomba no logra sacar agua de un pozo, la cual se encuentra a una profundidad mayor de 10 m?



Problema Complementario 20

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) 0.40 kgf/cm^2
b) 0.10 kgf/cm^2

2. *a*) 15 kgf/cm^2
b) la presión es muy grande

3. *a*) 2.00 × 10^6 cm^2
b) 8.0 × 10^7 kgf

4. *a*) igual
b) menor

5. *a*) 3.03 × 10^6 N/m^2
b) 1.4 atm

6. *a*) 0.600 g/cm^3 = 600 kg/m^3
b) 1 cm^3 de madera tiene 0.600 g de masa, y 1 m^3 tiene 600 kg de masa
c) 1 500 kg

7. *a*) 11.3 × 10^3 kg/m^3
b) 3.4 × 10^3 kg
c) 5.7 × 10^4 N/m^2

8. *a*) 7.6 cm
b) cero, pues en la Luna no hay atmósfera

9. *a*) 72 cmHg
b) 1 200 m

10. *a*) 19.4 veces mayor
b) 14.7 m

11. *a*) 0.8 atm
b) 61 cmHg

12. *a*) no, en la Luna p_a = 0
b) en el interior de la lata el aire estará enrarecido

13. *a*) 102 cmHg
b) 70 cmHg
c) 30 cmHg

14. *a*) 1 atm
b) 2 atm

15. *a*) $p_A = p_B = p_C < p_D < p_E = p_F$

16. *a*) 7.5 × 10^3 N/m^2
b) 1.13 × 10^5 N/m^2

17. 40 cm

18. *a*) ρg
b) la recta pasaría por el origen y su pendiente sería menor

19. *a*) igual
b) mayor

20. no, la presión seguiría igual, pues la altura del tanque (o tinaco) no varió

21. *a*) 76 cm
b) 122 cm

22. el nivel del café es el mismo en el tubo y en la máquina (por vasos comunicantes)

23. no, el nivel del líquido en dos vasos comunicantes es el mismo, independientemente de sus áreas

24. *a*) el aumento de la presión será de 2.0 atm para cualquier punto del líquido
b) 5.5 atm

25. 10 kgf

26. *a*) $\vec{F}_1$ es vertical hacia abajo y $\vec{F}_2$ es vertical hacia arriba
b) mayor
c) $E = F_2 - F_1$

27. *a*) ambos aumentarían
b) no sufriría alteración

28. *a*) igual
b) menor

29. *a*) 800 kgf
b) 800 kgf
c) disminuye

30. *a*) 5.0 litros
b) 5.0 kgf
c) 5.0 kgf
d) 5.0 kgf

31. *a*) 10 litros
b) 10 kgf
c) 5.0 kgf

32. *a*) 0.80 g/cm^3
b) se hunde en la gasolina y flota en la glicerina

33. *a*) 50 × 10^{-6} m^3
b) 1.5 N
c) 1.5 N

34. *a*) 150 gramos
b) 2.0 g/cm^3

35. *a*) II (Sicilia)
b) IV (Alejandría)
c) I (Roma)

d) III (Grecia)
37. *a*) 50 kgf en cada cuerda; $F = 50$ kgf
b) $F = 25$ kgf
38. 2 400 N
39. $F_1 = 33$ kgf
40. *a*) ¡6×10^{22}m!
b) ¡4×10^{11} veces mayor!
41. *a*) 600 gramos
b) 60 cm^3
42. 39 cm^3

Preguntas y problemas

1. *a*) la presión que la persona ejerce sobre el hielo es menor cuando está acostada
b) en la de 1 000 clavos
2. *a*) 1 kgf/cm^2
b) 10^4 kgf/cm^2
c) diez mil veces mayor
3. todas son correctas
4. *a*) igual
b) 76 cm (la altura no depende del diámetro del tubo)
5. *a*) por acción de la presión atmosférica
b) 76 cm; 10.3 m
6. *a*) 1.01×10^5 N/m^2
b) 1.71×10^5 N/m^2
c) 2.91×10^5 N/m^2
7. (d)
8. (a), (b) y (e)
9. sí, si la esfera fuese hueca su densidad media podría ser menor que la del agua
10. (b)
11. 84 m
12. (e)
13. *a*) vertical hacia abajo
b) más pesada
c) menor
14. Un sillón anatómico tiene una forma tal que el área de apoyo de nuestro cuerpo sobre él es mayor, volviendo menor la intensidad de la presión
15. *a*) 1.36×10^4 veces mayor
b) casi 10 km
c) la densidad del aire se vuelve menor en las capas más altas de la atmósfera
16. *a*) $p_A = p_a - \rho g h_A$
b) $p_B = p_a - \rho g h_B$
c) $p_A > p_B$
d) de *A* a *B*
e) no escurriría; fluiría de *B* hacia *A*
17. *a*) 2.0 N
b) 0.40 N
c) 2.5 m/s^2, vertical hacia arriba
d) 2.0 s
18. se hundiría un poco
19. (c)
20. no, porque tendría que ejercer una fuerza aproximada de 200 kgf
21. *a*) densidad mayor que el límite superior especificado
b) densidad inferior al límite especificado
c) no
22. *a*) 30 m
b) 1.0 m/s
23. 0.80 g/cm^3
24. 450 cm^3
25. 500 gramos de oro y 100 gramos de plata

Cuestionario

1. a
2. d
3. b
4. c
5. b
6. d
7. sólo I está correcta
8. b
9. e
10. a
11. b
12. a
13. c
14. e
15. a
16. d
17. d
18. b
19. c
20. e
21. c
22. e
23. d
24. d
25. b
26. a
27. b
28. d

Problemas complementarios

1. *b*) 0.80 g/cm^3
2. $X = 2\ R/3$
3. *a*) 600 kgf
b) 2.5 mm
4. 933 kgf
5. 0.091 kgf
6. (b)
7. casi 6 600 años

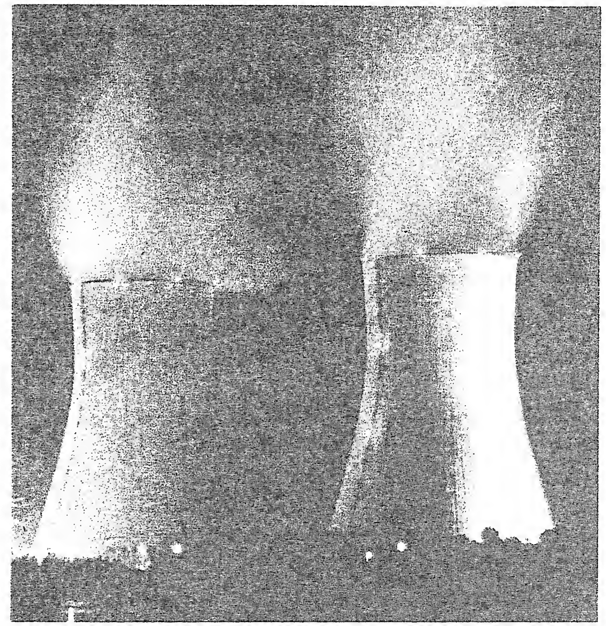
8. *a*) 40 cm^3
b) 320 gramos
9. *a*) 30 cm^3
b) 300 gramos
10. 70% en el agua y 30% en el aceite
11. 40 kg
12. 19×10^3 kg/m^3
13. *a*) 2.0×10^3 kg/m^3
b) el dinamómetro marca 15 N y la balanza indica 0.50 kg
14. 5.9 cm
15. *a*) 3.4 gramos
b) 10.2 cm
16. *a*) 1.5 kgf
b) 8.0×10^3 cm^3
17. *a*) 0.50 $gramos/cm^3$
b) 1.5 $gramos/cm^3$
18. $V_A = 0.40$ litros y $V_B = 0.60$ litros
19. el nivel del agua permanece igual
20. *a*) *A* se cierra, *B* se abre y el agua escurre hacia afuera por la "salida"
b) *A* se abre, *B* se cierra y el agua entra en el cilindro
c) la diferencia entre la presión atmosférica y la presión en el interior del cilindro
d) la presión atmosférica, al nivel del mar, es igual, aproximadamente, a 10 metros de agua

unidad IV

leyes de conservación

capítulo 9

conservación de la energía



El uso de la energía nuclear para fines pacíficos aumenta considerablemente día tras día. La fotografía ilustra una planta nuclear para producir energía eléctrica.

De los problemas relacionados con la producción y consumo de la energía se ocupan a diario los programas de noticias de radio, televisión y los periódicos; constituyen una preocupación constante de los gobiernos y de la población de todas las naciones del mundo. Por estos medios usted debe saber ya que si un país posee grandes reservas de energéticos, tiene posibilidades de desarrollarse, pues además de poder exportar parte de esos recursos, puede utilizar la energía en la industria, el alumbrado, la calefacción, la propulsión de vehículos, etcétera.

Es evidente, entonces, que la energía desempeña un papel muy importante en el mundo actual, por lo cual se justifica que la conozcamos mejor. En este capítulo haremos una introducción al estudio de la energía, y en capítulos posteriores, tendremos oportunidad de ampliarlo.

Iniciamos nuestro estudio presentando el concepto de una cantidad, denominada *trabajo,* la cual se relaciona con la medición de la energía, como veremos en este capítulo.

9.1 Trabajo (mecánico)

❖ **Trabajo.** Consideremos un cuerpo que es arrastrado sobre una mesa horizontal, sometido a la acción de una fuerza $\vec{F}$ (Fig. 9-1). Supongamos que $\vec{F}$ es constante y que el cuerpo se desplaza una distancia d. Siendo θ el ángulo entre $\vec{F}$ y la dirección del desplazamiento del cuerpo (Fig. 9-1), el trabajo T, realizado por la fuerza $\vec{F}$, se define de la siguiente manera:

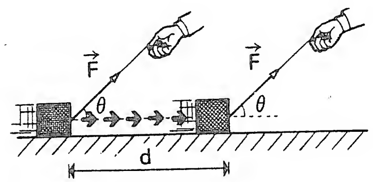
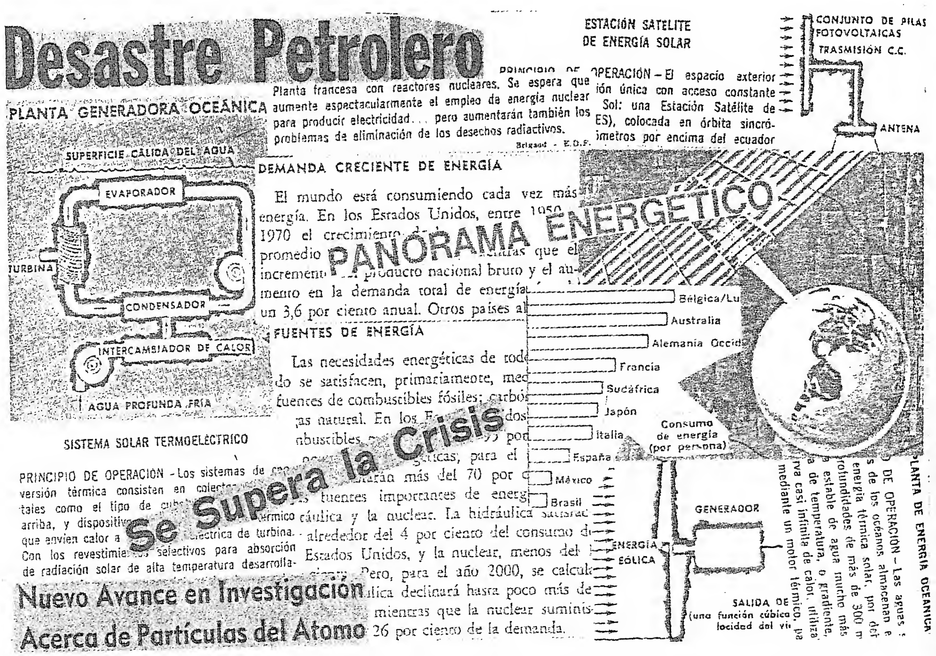


FIGURA 9-1 La fuerza $\vec{F}$ realiza un trabajo al desplazar el cuerpo.



Los diarios, la radio y la televisión comentan frecuentemente los problemas relacionados con la energía.

James P. Joule (1818-1889). Físico inglés, discípulo del químico John Dalton en la Universidad de Manchester, y quien realizó una serie de famosos experimentos con los cuales demostró que el calor es una forma de energía. Estos trabajos sirvieron de base para el establecimiento del Principio de Conservación de la Energía.

> el trabajo que desarrolla una fuerza constante $\vec{F}$, que forma con el desplazamiento $\vec{d}$ un ángulo θ, está dado por
>
> $$T = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Por la ecuación de definición de trabajo, recordando que $\cos\theta$ es un simple número (adimensional, sin unidades), vemos que la unidad de medida de esa cantidad en el Sistema Internacional (SI), es

$$1 \text{ newton} \times 1 \text{ metro} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Esta unidad se denomina *joule* (símbolo: J) en honor al físico inglés del siglo XIX, James P. Joule, quien elaboró diversos trabajos en el campo de estudio de la energía. Entonces

$$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ joule} = 1 \text{ J} \qquad \text{(Fig. 9-2)}$$

❖ **Comentarios.** 1) En la definición de trabajo se incluyen dos cantidades vectoriales (fuerza y desplazamiento). Pero en la ecuación $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ intervienen únicamente las

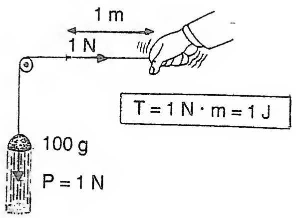


FIGURA 9-2 Una persona, al desplazar 1 m el cuerpo ejerciendo una fuerza de 1 N, realiza un trabajo de 1 J.

magnitudes de dichas cantidades, es decir, el trabajo es una *cantidad escalar.*

2) Observemos que si una fuerza se aplica a un cuerpo y éste no sufre ningún desplazamiento ($d = 0$), la ecuación $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ muestra que el trabajo de esta fuerza es nulo. De modo que si una persona sostiene un objeto sin desplazarlo (Fig. 9-3), no está realizando trabajo desde el punto de vista de la física (trabajo mecánico), aun cuando de acuerdo con el concepto vulgar de la palabra, sí estaría "trabajando". Entonces nos damos cuenta de que la cantidad *trabajo* definida en física, no siempre coincide con el concepto común de "trabajo" material que se tiene.

❖ **Influencia del ángulo θ.** Consideremos un cuerpo que se desplaza una distancia $d = 2.0$ m sometido a la acción de una fuerza $F = 10$ N. El trabajo realizado por esta fuerza dependerá,

FIGURA 9-3 Cuando una fuerza actúa en un cuerpo que no se desplaza, no realiza trabajo alguno.

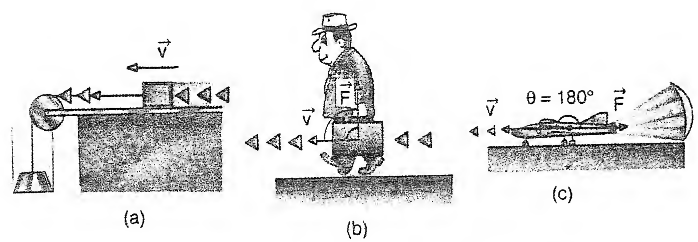


FIGURA 9-4 El trabajo de una fuerza depende del ángulo entre ella y el desplazamiento.

naturalmente, del ángulo θ que forma con la dirección del desplazamiento del cuerpo. Podemos considerar las situaciones siguientes:

1) La fuerza $\vec{F}$ actúa en el mismo sentido del desplazamiento. En este caso θ = 0° (Fig. 9-4a), y como cos 0° = 1, tendremos, en las unidades del SI:

$$T = F \cdot d = 10 \times 2.0$$

donde

$$T = 20 \text{ J}$$

2) La fuerza $\vec{F}$ es perpendicular al desplazamiento. En este caso θ = 90° (Fig. 9-4b), y como cos 90° = 0, resulta

$$T = F \cdot d \cdot \cos 90°$$

donde

$$T = 0$$

Entonces, cuando una fuerza actúa perpendicularmente al desplazamiento, no realiza trabajo sobre el cuerpo, según el concepto mecánico.

3) La fuerza $\vec{F}$ actúa en sentido contrario al desplazamiento (es decir, actúa con tendencia a retardar el movimiento del cuerpo). En este caso θ = 180° (Fig. 9-4c), y puesto que cos 180° = −1, tendremos

$$T = F \cdot d \cdot \cos 180° = 10 \times 2.0 \times (-1)$$

donde

$$T = -20 \text{ J}$$

Obsérvese que el trabajo realizado por la fuerza es, entonces, negativo.

En general, puede decirse que cuando el ángulo θ está comprendido entre 0° y 90°, como en la Figura 9-5a, el trabajo de la fuerza $\vec{F}$ será positivo, pues cos θ en estas condiciones, es positivo. Si el ángulo θ se halla comprendido entre 90° y 180°, como en la Figura 9-5b, el trabajo de $\vec{F}$ será negativo, ya que en este caso cos θ lo es. En el primer caso (trabajo positivo) la fuerza tiende a incrementar el valor de la velocidad del cuerpo; en el segundo (trabajo negativo), la fuerza tiende a provocar una disminución de la velocidad, y cuando $T = 0$ (θ = 90°), la fuerza no tiende a incrementar ni a reducir el valor de la velocidad del cuerpo.

❖ **Trabajo de la fuerza resultante.** Suponga que un cuerpo se desplaza por la acción de varias fuerzas $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, etc., como indica la

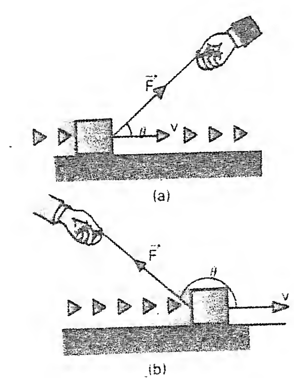


FIGURA 9-5 En (a) la fuerza realiza un trabajo positivo, y en (b) un trabajo negativo.

Figura 9-6. El trabajo que cada una de esas fuerzas realiza se calcula por la ecuación $T = F \cdot d \cdot \cos \theta$.

Podemos calcular el *trabajo total* de estas fuerzas de dos maneras: sumando los trabajos T_1, T_2, T_3, etc., realizados por las fuerzas $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, etc., o bien, determinando la resultante de dichas fuerzas y calculando el trabajo de la misma. El primer procedimiento, en general, es el más cómodo, pues en él se suman cantidades escalares, mientras que en el segundo, tendremos que manejar cantidades vectoriales. Encontramos entonces que

> el trabajo total, T, realizado por la resultante de un sistema de fuerzas F_1, F_2, F_3, etc., es igual a la suma (algebraica) de los trabajos T_1, T_2, T_3, etc., efectuados por cada una de estas fuerzas, o sea,
>
> $$T = T_1 + T_2 + T_3 + \ldots$$

EJEMPLO

Supóngase que en la Figura 9-6, las fuerzas ejercidas por las hormigas sobre la hoja de una planta tienen los siguientes valores y direcciones:

$F_1 = 2.0 \times 10^{-4}$ N	en la dirección del desplazamiento de la hoja (θ = 0°)
$F_2 = 4.0 \times 10^{-4}$ N	formando un ángulo θ = 30° con el desplazamiento
$F_3 = 2.0 \times 10^{-4}$ N	perpendicular al desplazamiento (θ = 90°)
$F_4 = 5.0 \times 10^{-4}$ N	en sentido contrario al del desplazamiento (θ = 180°)

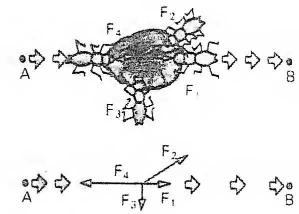


FIGURA 9-6 Cuando varias fuerzas actúan en un cuerpo, la suma algebraica de los trabajos individuales es igual al trabajo de la resultante de dichas fuerzas.

Si la hoja fuese arrastrada una distancia d = 2.0 m, desde A hasta B, se pide:

a) Calcular el trabajo realizado por cada hormiga.
Sabemos que el trabajo está dado por $T = F \cdot d \cdot \cos \theta$. Entonces tendremos para cada animal los trabajos siguientes (calculados en unidades SI):

$T_1 = (2.0 \times 10^{-4}) \times (2.0) \times \cos 0°$
o bien, $T_1 = 4.0 \times 10^{-4}$ J
$T_2 = (4.0 \times 10^{-4}) \times (2.0) \times \cos 30°$
también, $T_2 = 6.9 \times 10^{-4}$ J
$T_3 = (2.0 \times 10^{-4}) \times (2.0) \times \cos 90°$
o bien, $T_3 = 0$
$T_4 = (5.0 \times 10^{-4}) \times (2.0) \times \cos 180°$
también, $T_4 = -10 \times 10^{-4}$ J

b) Determinar el trabajo total realizado por las hormigas sobre la hoja.
El trabajo total, T, estará dado por la suma algebraica del trabajo realizado por cada una. Por tanto,

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$
$$= 4.0 \times 10^{-4} + 6.9 \times 10^{-4} - 10 \times 10^{-4}$$

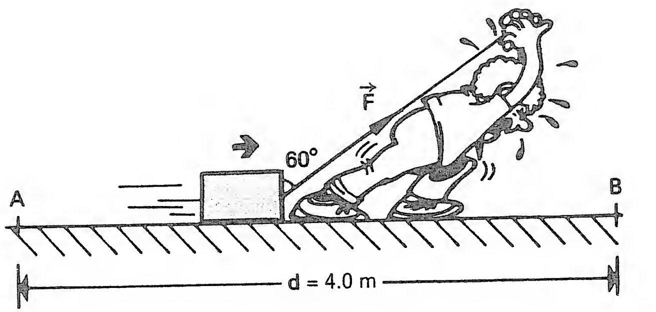
donde $T = 0.9 \times 10^{-4}$ J

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Una persona arrastra un cuerpo sobre una superficie horizontal, ejerciendo sobre él una fuerza F = 10.0 N, como muestra la figura de este ejercicio. Sabiendo que el cuerpo se desplaza de A a B:
   a) ¿Cuál es el valor del ángulo θ entre la fuerza $\vec{F}$ y el desplazamiento del cuerpo?
   b) ¿Cuál fue el trabajo realizado por la persona?

2. Considerando la situación descrita en el ejercicio anterior:
   a) Dibuje en la figura del ejercicio los vectores que representen el peso $\vec{P}$ del cuerpo y la



Ejercicio 1

reacción normal $\vec{N}$ de la superficie sobre éste. ¿Cuál es el ángulo que cada una de esas fuerzas forma con el desplazamiento?

b) Entonces, ¿cuál es el trabajo que la fuerza $\vec{F}$ realiza en el desplazamiento desde *A* hasta *B*? ¿Y el de la fuerza $\vec{N}$?

3. Suponga que existe una fuerza de fricción f = 2.5 N que actúa sobre el bloque del Ejercicio 1, ejercida por la superficie en la cual se desplaza.

a) Dibuje en la figura el vector que representa la fuerza $\vec{f}$. ¿Cuánto vale el ángulo θ entre $\vec{f}$ y el desplazamiento del cuerpo?

b) Calcule el trabajo de la fuerza de fricción.

4. Considerando las respuestas de los ejercicios 1, 2 y 3, diga:

a) ¿Cuál es el trabajo total realizado sobre el bloque? ¿Es positivo, negativo o nulo?

b) Entonces, ¿la realización de este trabajo sobre el cuerpo producirá un aumento o una disminución en su velocidad?

9.2 Potencia (rapidez de trabajo)

❖ Como ya vimos, para calcular el trabajo de una fuerza no es necesario conocer el tiempo transcurrido en su realización. En la vida práctica, sin embargo, el conocimiento de ese tiempo puede ser importante, pues en general, existe interés en que un determinado trabajo se realice en el menor tiempo posible. Entre dos máquinas que realizan el mismo trabajo con la misma perfección, siempre preferimos la más rápida.

Para medir la rapidez con que se realiza cierto trabajo, se define una cantidad denominada *potencia*:

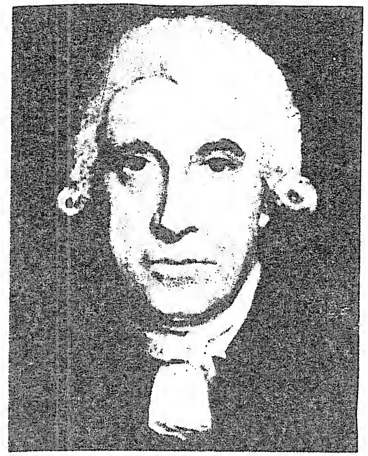
si una fuerza realiza un trabajo ΔT durante un intervalo de tiempo Δt, la potencia P de esa fuerza se define como

$$P = \frac{\text{trabajo realizado por la fuerza}}{\text{tiempo gastado en su realización}}$$

o bien,

$$P = \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

Vemos entonces, por la definición dada, que cuanto menor sea el tiempo empleado por una máquina en efectuar cierto trabajo, tanto mayor será su potencia.



James Watt (1736-1819). Hijo de un escocés fabricante de instrumentos y máquinas, siguió la profesión de su padre, convirtiéndose en un técnico muy hábil y talentoso. En 1765, creó un nuevo modelo de máquina de vapor que contribuyó enormemente al desarrollo industrial en el siglo pasado. Su invento se empleó en la construcción de los primeros barcos y locomotoras de vapor, así como para accionar una gran variedad de máquinas en las fábricas que empezaban a surgir.

La relación $P = \Delta T/\Delta t$ nos muestra que la unidad de potencia en el SI será el J/s. Esta unidad se denomina *watt* (símbolo: W) en honor a James Watt, perfeccionador de la máquina de vapor. Así, la potencia de 1 W corresponde al trabajo de 1 J realizado en 1 s, o sea,

$$1\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ watt} = 1 \text{ W}$$

Un múltiplo muy usado de esta unidad es el *kilowatt* (kW), que corresponde a 10^3 W. Cuando usted oye decir, por ejemplo, que la potencia de un motor es de 35 kW, debe entender que dicha máquina es capaz de realizar un trabajo de 35 000 joules en cada segundo.

EJEMPLO 1

Un trabajador de una construcción sube, con velocidad constante, un cuerpo de masa m = 20 kg hasta una altura d = 3.0 m (Fig. 9-7), empleando un tiempo Δt = 10 s para efectuar la operación.

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que el trabajador debe ejercer para que el cuerpo suba con velocidad constante (considere g = 10 m/s^2)?

Si el movimiento de subida del cuerpo se efectúa con velocidad constante, la resultante de las fuerzas que actúan sobre él debe ser nula. Entonces, la fuerza $\vec{F}$ ejercida por el trabajador, debe ser igual y contraria al peso del cuerpo (Fig. 9-7). Por tanto, debemos tener, en el SI:

$$F = mg = 20 \times 10$$

donde

$$F = 200 \text{ N}$$

b) ¿Cuál es el trabajo mecánico que el trabajador realiza en esta operación?

Ya sabemos que $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$. En este caso, $\vec{F}$ será la fuerza ejercida por el operario que se trasmite a través de la cuerda hasta el cuerpo, actuando sobre él (Fig. 9-7) en dirección vertical hacia arriba. De modo que F = 200 N y θ = 0°. Como d = 3.0 m en el SI resulta:

$$T = F \cdot d \cdot \cos\theta = 200 \times 3.0 \times \cos 0°$$

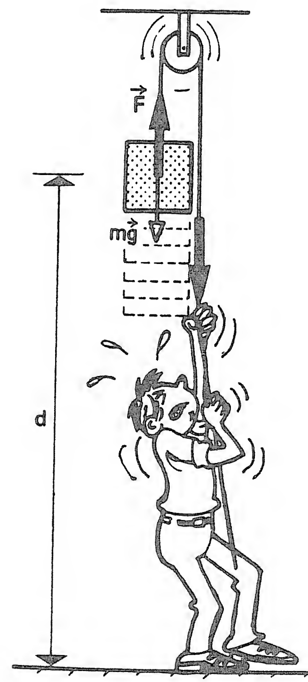


FIGURA 9-7 Para el Ejemplo 1.

donde

$$T = 600 \text{ J}$$

c) ¿Cuál es la potencia que desarrolla el trabajador?

Como vimos, la potencia P está definida por la relación $P = \Delta T/\Delta t$. En nuestro caso, ΔT representa el trabajo realizado por el trabajador ($\Delta T = 600$ J), en el intervalo de tiempo $\Delta t = 10$ s. Luego,

$$P = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{600}{10}$$

donde

$$P = 60 \text{ J/s} \quad \text{o sea,} \quad P = 60 \text{ W}$$

EJEMPLO 2

Imagine que el trabajador del ejemplo anterior levanta el mismo cuerpo (m = 20 kg) hasta la misma altura de 3.0 m usando una rampa cuya longitud AB es de 5.0 m (Fig. 9-8). Desprecie las fuerzas de fricción y considere que $g = 10$ m/s^2.

a) ¿Cuál es la fuerza $\vec{F}$ que debe ejercer el trabajador para que el cuerpo suba por la rampa con velocidad constante?

Como el cuerpo se desplaza sobre un plano inclinado, la fuerza $\vec{F}$ ejercida por el trabajador, deberá equilibrar la componente del peso paralela a la superficie. En el Capítulo 5 vimos que esta componente vale mg sen α, donde α es el ángulo de inclinación del plano (Fig. 9-8). En el triángulo ABC vemos que

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{3.0}{5.0}$$

donde

$$\text{sen } \alpha = 0.60$$

Por tanto, el valor de $\vec{F}$ será

$$F = mg \text{ sen } \alpha = 20 \times 10 \times 0.60$$

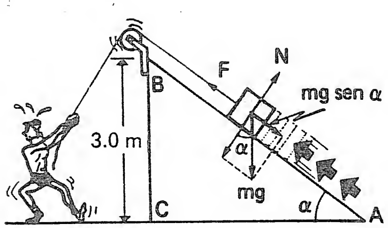


FIGURA 9-8 Para el Ejemplo 2.

es decir,

$$F = 120 \text{ N}$$

Observemos que usando el plano inclinado es más cómodo para una persona subir el cuerpo, pues tiene que ejercer una fuerza *menor* que el peso del objeto.

b) En este caso, ¿cuál es el trabajo realizado por el operario para subir el cuerpo?

La fuerza ejercida por el trabajador es $F = 120$ N y tiene el mismo sentido del desplazamiento, o sea, que $\theta = 0°$. El cuerpo se desplaza una distancia $d = 5.0$ m a lo largo del plano inclinado. Luego el trabajo del obrero será

$$T = F \cdot d \cdot \cos \theta = 120 \times 5.0 \times \cos 0°$$

donde

$$T = 600 \text{ J}$$

Observemos que este trabajo es el mismo que el obrero realizó cuando elevó verticalmente el cuerpo (ejemplo 1). Aun cuando con el plano inclinado la fuerza ejercida por el trabajador haya sido menor, la distancia recorrida por el cuerpo fue mayor (se desplazó de 5.0 m, en la rampa para llegar a una altura de 3.0 m) de manera que el trabajo realizado tiene el mismo valor en ambos casos.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. Si la persona del ejercicio 1 tardó 10 s para desplazar el cuerpo de A a B:
   a) ¿Qué potencia desarrolló?
   b) Exprese con sus propias palabras el significado de la respuesta a la pregunta (a).

6. Es posible oír en los noticiarios la información de que la potencia de una nueva planta hidroeléctrica es, por ejemplo, de 12 millones de kilowatts.
   a) Exprese este valor en watts, usando la notación con potencias de 10.
   b) ¿Durante cuánto tiempo debería operar esa planta para realizar un trabajo de 240 mil millones de joules?
   c) Si la estación opera durante 10 minutos, ¿cuál es el trabajo total que realiza?

7. Un montacargas sube, en 3.0 s y con velocidad constante, un saco de café "de 60 kilos", desde el suelo hasta un estante a 2.0 m de altura (considere $g = 10$ m/s^2).
   a) ¿Cuál es, en newtons, la fuerza que ejerce el montacargas sobre el saco, al realizar esta operación?
   b) ¿Cuál es el trabajo realizado por el montacargas?
   c) ¿Qué potencia desarrolla?
   d) La potencia de este montacargas, ¿es mayor, menor o igual que la potencia de una licuadora común (consulte los datos inscritos en uno de estos aparatos)?

9.3 Trabajo y energía cinética

Concepto de energía. La energía es uno de los conceptos más importantes de la Física, y tal vez el término "energía" es uno de los que más se utilizan ahora en nuestro lenguaje cotidiano. Así, a pesar de que es muy difícil definir, en pocas palabras, lo que es *energía,* ya estamos acostumbrados a emplear esta palabra y ya se tiene, por tanto, cierta comprensión de su significado.

En la Física el concepto suele introducirse diciendo que "la energía representa la capacidad de realizar trabajo". Creemos que esto constituye, por lo menos, una manera sencilla de comenzar el estudio de la energía, como lo estamos haciendo ahora. Así, diremos que un cuerpo posee energía cuando es capaz de efectuar un trabajo. Por ejemplo, una persona es capaz de realizar el trabajo de levantar un cuerpo debido a la *energía* que le proporcionan los alimentos que ingiere. Del mismo modo, el vapor de agua de una caldera posee *energía,* puesto que es capaz de efectuar el trabajo de mover las turbinas de una planta de generación eléctrica.

Ya debe haberse dado cuenta de que la energía se puede presentar en diversas formas: *química, mecánica, térmica, eléctrica, atómica* o *nuclear,* etc. En el caso citado, los alimentos que toda persona ingiere sufren reacciones químicas y liberan energía; es decir, podemos afirmar que los alimentos liberan *energía química* en el organismo humano. En el caso del vapor de una caldera, decimos que posee *energía térmica,* y que al mover las turbinas, genera *energía mecánica,* que se transforma luego en *energía eléctrica* en los generadores. En los reactores de las plantas atómicas, la *energía nuclear* liberada en los "combustibles atómicos", origina la *energía térmica* que podrá ser utilizada para producir *energía eléctrica,* etcétera.

Como la energía se puede relacionar con el trabajo, también es una *cantidad escalar.* En consecuencia, la energía se mide con las mismas unidades que el trabajo, es decir, que en el SI *la unidad de energía es el joule.*

Qué es energía cinética. Consideremos un bloque en movimiento acercándose a un resorte, como muestra la Figura 9-9a.

Al chocar contra el muelle, la velocidad del bloque irá disminuyendo hasta anularse, mientras el resorte se va comprimiendo (Fig. 9-9b). Por tanto, el bloque en movimiento fue capaz de realizar el trabajo de comprimir el resorte. De la misma manera, un automóvil en movimiento, que choque con otro auto que está parado, realizará un cierto trabajo al averiar y empujar el vehículo inmóvil (Fig. 9-10).

Vemos entonces que cualquier cuerpo en movimiento tiene capacidad de realizar trabajo, y por tanto, un cuerpo móvil posee energía. Ésta se denomina *energía cinética* y se le representa por E_c.

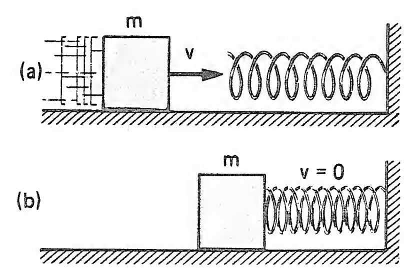


FIGURA 9-9 Un cuerpo en movimiento posee energía cinética.

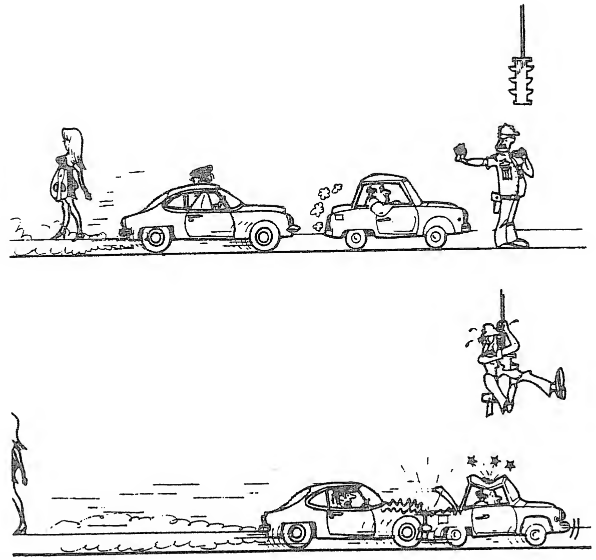


FIGURA 9-10 Un cuerpo que posee energía cinética es capaz de realizar un trabajo.

Es fácil notar que cuanto mayor sea la velocidad del bloque de la Figura 9-9, tanto mayor será también la compresión del resorte; es decir, mayor será el trabajo realizado por el bloque, y por tanto, más alta será su energía cinética. No es difícil darnos cuenta, además, de que la compresión del resorte sería mayor si la masa del bloque también lo fuera; es decir, la energía cinética del bloque depende, además, de su masa. En realidad, se puede demostrar que siendo m la masa del bloque y v su velocidad, su energía cinética está dada por $E_c = (1/2)mv^2$. De manera general, tenemos que

> cuando un cuerpo de masa m se mueve con una velocidad v, posee una energía cinética, E_c dada por la expresión
>
> $$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \qquad \text{(Fig. 9-11)}$$

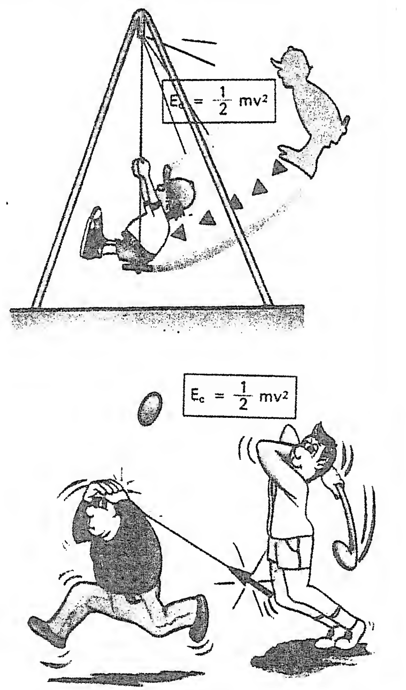


FIGURA 9-11 La energía cinética de un cuerpo de masa m y velocidad v, está dada por $E_c = (1/2)mv^2$.

EJEMPLO 1

El bloque de la Figura 9-9a tiene una masa m = 4.0 kg y una velocidad v = 2.0 m/s.

a) ¿Cuál es la energía cinética que posee?

Sabemos que la energía cinética de un cuerpo es $E_c = (1/2)mv^2$. Entonces, para el bloque:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 4.0 \times (2.0)^2$$

donde

$$E_c = 8.0 \text{ J}$$

Observe que la respuesta resultó en *joules* porque los valores de m y v estaban expresados en unidades del SI.

b) ¿Cuál es el trabajo que realiza el bloque al chocar contra el resorte hasta detenerse (Fig. 9-9b)?

Aun cuando no se conozca la fuerza que el bloque ejerce sobre el muelle, ni la distancia que recorre hasta pararse, podremos calcular el trabajo que realiza, pues dicho trabajo es igual a la energía cinética que poseía el bloque antes del choque. Entonces el trabajo efectuado por el cuerpo al comprimir el resorte hasta detenerse, es de 8.0 J.

Relación entre el trabajo y la energía cinética. En la Figura 9-12 se representa un cuerpo de masa m, que pasa con velocidad v_A por un punto A. Considere varias fuerzas que actúan sobre el cuerpo y sea $\vec{R}$ su resultante. Supongamos que $\vec{R}$ es constante y que su sentido es el mismo del movimiento del cuerpo. Siendo así, el objeto adquirirá un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, y luego de recorrer una distancia d, llegará a B con una velocidad v_B mayor que v_A.

Tratemos de calcular el trabajo total, T_{AB}, realizado sobre el cuerpo al ir de A a B. Como vimos, este trabajo es el de la fuerza resultante. Como la fuerza $\vec{R}$ actúa en el sentido del movimiento (θ = 0°) y hace desplazar el cuerpo una distancia d, tendremos

$$T_{AB} = R \cdot d$$

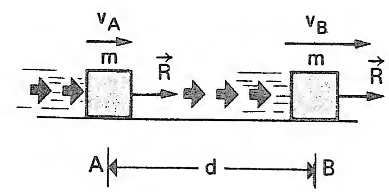


FIGURA 9-12 El trabajo realizado por la fuerza resultante produce una variación en la energía cinética del cuerpo.

Por la segunda Ley de Newton sabemos que $R = ma$, donde a representa la aceleración adquirida por el cuerpo. Además, como el movimiento es uniformemente acelerado, podemos relacionar v_B, v_A, a y d, como vimos en el Capítulo 3 (Sección 3.4). Por consiguiente,

$$v_B^2 = v_A^2 + 2ad$$

donde

$$d = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a}$$

Al sustituir en $T_{AB} = R \cdot d$ las expresiones $R = ma$ y $d = (v_B^2 - v_A^2)/2a$, resulta

$$T_{AB} = m\cancel{a} \times \frac{v_B^2 - v_A^2}{2\cancel{a}}$$

donde

$$T_{AB} = \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2$$

Pero, $(1/2)\, mv_B^2$ representa la energía cinética del cuerpo al llegar a B (o sea E_{cB}), y $(1/2)\, mv_A^2$ es la que poseía en A (es decir, E_{cA}). Luego el trabajo total efectuado sobre el cuerpo es igual a la variación de su energía cinética, es decir,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

A pesar de haber sido demostrado para el caso particular que se indica en la Figura 9-12, este resultado es general; es decir, para cualquier caso podemos afirmar que

> si un cuerpo en movimiento pasa por un punto A con energía cinética E_{cA}, y llega a un punto B con energía cinética E_{cB}, la variación de la energía cinética que este cuerpo experimenta, será igual al trabajo total, T_{AB}, realizado sobre él; es decir,
>
> $$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

EJEMPLO 2

Un cuerpo de masa m = 2.0 kg, pasa por un punto A con una velocidad v_A = 3.0 m/s.

a) Si la velocidad del cuerpo al pasar por otro punto, *B*, fuera v_B = 4.0 m/s, ¿cuánto vale el trabajo total realizado sobre el cuerpo?

Sabemos que el trabajo total está dado por la variación de la energía cinética del cuerpo, es decir,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

Como

$$E_{cB} = \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 2.0 \times (4.0)^2$$

donde

$$E_{cB} = 16.0 \text{ J}$$

$$E_{cA} = \frac{1}{2} mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 2.0 \times (3.0)^2$$

donde

$$E_{cA} = 9.0 \text{ J}$$

tendremos

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA} = 16.0 - 9.0$$

donde

$$T_{AB} = 7.0 \text{ J}$$

Obsérvese que una fuerza resultante debe haber actuado sobre el cuerpo realizando un trabajo positivo de 7.0 J, trabajo que produjo el aumento de la energía cinética del objeto. Así, vemos que *el trabajo realizado sobre el cuerpo mide la energía que le fue trasmitida*. En nuestro caso, el cuerpo poseía una energía cinética de 9.0 J, y al recibir 7.0 J más por el trabajo de la resultante, pasó a tener una energía cinética total de 16.0 J.

b) Si la fuerza actuara sobre el cuerpo en sentido contrario al movimiento, realizando un trabajo negativo T_{AB} = −7.0 J, ¿cuál sería la energía cinética del objeto al llegar a *B*?

Usando nuevamente la expresión $T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$, y sabiendo que $T_{AB} = -7.0$ J y E_{cA} = 9.0 J, tendremos

$$-7.0 = E_{cB} - 9.0$$

donde

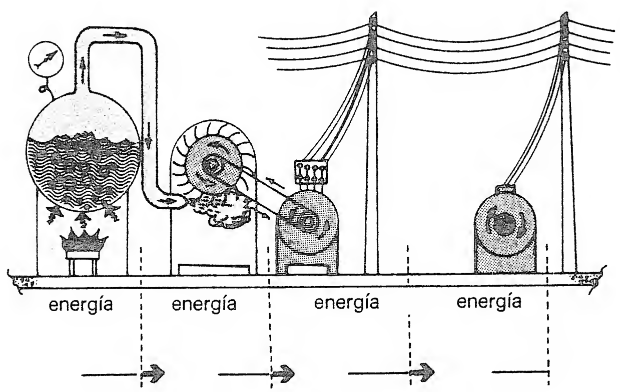
$$E_{cB} = 2.0 \text{ J}$$

En este caso, el trabajo negativo realizado por la resultante representa una cantidad de energía *retirada* del cuerpo, y por tanto, su energía cinética se reduce de 9.0 J a 2.0 J.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

8. En la figura de este ejercicio ocurren transformaciones sucesivas de una forma de energía a otra. En los espacios vacíos indique la forma de energía que corresponde a cada parte de la figura.

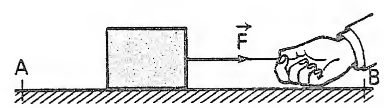


Ejercicio 8

9. Un cuerpo de masa m = 2.0 kg se desplaza con una velocidad v = 5.0 m/s.
- *a)* ¿Cuál es la E_c de este objeto (no se olvide de indicar la unidad en su respuesta)?
- *b)* ¿Cuántas veces menor sería el valor de E_c si la masa del cuerpo hubiera sido tres veces menor?
- *c)* ¿Cuántas veces mayor se volvería la E_c si la velocidad del cuerpo fuese duplicada?
- *d)* ¿Qué sucedería con la E_c si sólo se cambiara la dirección de $\vec{v}$? ¿Por qué?

10. Una bala de revólver, cuya masa es de 20 g, tiene una velocidad de 100 m/s. Dicha bala da en el tronco de un árbol y penetra en él cierta distancia, hasta que se detiene.
- *a)* ¿Cuál era la E_c de la bala antes de chocar con el árbol?
- *b)* Entonces, ¿qué trabajo realizó la bala al penetrar en el tronco?

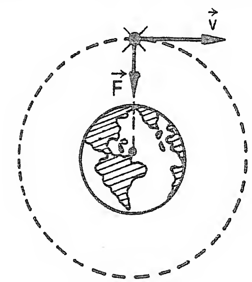
11. El cuerpo mostrado en la figura de este ejercicio pasó por el punto *A* con una energía cinética E_{cA} = 30 J. La fuerza $\vec{F}$ que actúa en el cuerpo efectúa sobre él, en el trayecto de *A* a *B*, un trabajo T = 15 J. Considerando despreciable la fuerza de fricción, responda:
- *a)* ¿Cuál es la cantidad de energía trasmitida al cuerpo por la fuerza $\vec{F}$?
- *b)* Entonces, ¿cuál será la energía cinética del cuerpo en *B*?



Ejercicio 11

12. Considere los mismos datos del ejercicio anterior pero suponga, ahora, que la fuerza de fricción *no* es despreciable y realiza sobre el cuerpo, desde *A* hasta *B*, un trabajo T' = − 5 J.
- *a)* ¿La fuerza de fricción proporciona o quita energía al cuerpo?
- *b)* ¿Cuál es el trabajo total T_{AB} realizado por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo?
- *c)* ¿Cuánto vale la energía cinética del objeto al pasar por *B*?

13. Un satélite artificial está girando con movimiento circular uniforme, alrededor del centro de la Tierra (*véase* figura de este ejercicio).
- *a)* ¿Cuál es el ángulo θ entre la fuerza $\vec{F}$ de atracción de la Tierra y la velocidad $\vec{v}$ del satélite?
- *b)* Basándose en la respuesta a la pregunta anterior, diga qué trabajo realiza la fuerza $\vec{F}$ sobre el satélite.
- *c)* Entonces, ¿la fuerza $\vec{F}$ transfiere energía al satélite?
- *d)* De este modo la E_c del satélite, ¿aumenta, disminuye o permanece constante?



Ejercicio 13

9.4 Energía potencial gravitacional

❖ Qué es energía potencial. Suponga un cuerpo situado a una altura *h* arriba del suelo, como muestra la Figura 9-13. Debido a la atracción de la Tierra, si este cuerpo se dejara caer sería capaz de realizar trabajo al llegar al piso: podría aplastar un objeto, perforar el suelo, comprimir un resorte, etc. En otras palabras, podemos decir que un cuerpo situado a cierta altura *posee energía*, pues tiene la capacidad de realizar un trabajo al caer.

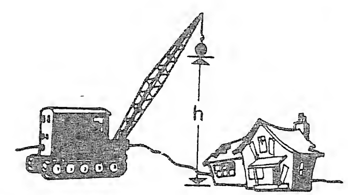


FIGURA 9-13 Un cuerpo situado a cierta altura, posee energía potencial gravitacional.

De la misma manera, un cuerpo unido al extremo de un resorte comprimido (o estirado), como vemos en la Figura 9-14, al soltarlo será

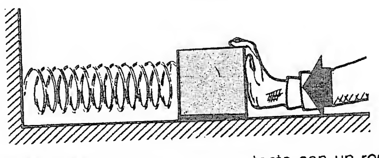


FIGURA 9-14 Un cuerpo en contacto con un resorte deformado posee energía potencial elástica.

empujado (o halado) por el resorte, adquiriendo la capacidad de realizar trabajo. Entonces puede decirse también que un cuerpo unido a un resorte comprimido (o estirado) *posee energía*.

En los dos ejemplos analizados, los cuerpos tienen energía en virtud de la *posición* que ocupan: en el primer caso, una posición elevada en relación con la superficie de la Tierra, y en el segundo, una posición en el extremo libre de un resorte comprimido o estirado. Esta energía que poseen los cuerpos debido a su posición, se denomina *energía potencial*, y la vamos a representar por E_p. En el primer caso (Fig. 9-13), la E_p que el cuerpo posee recibe el nombre de *energía potencial gravitacional*, porque se relaciona con la atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre el cuerpo. En el segundo caso (Fig. 9-14), la E_p del cuerpo se relaciona con las propiedades elásticas de un resorte, siendo entonces denominada *energía potencial elástica*.

En esta sección vamos a analizar la E_p gravitacional, y dejaremos el análisis de la E_p elástica, para la sección siguiente.

❖ **Cómo calcular la E_p gravitacional.** Un cuerpo de masa m está situado a una altura h en relación con un nivel horizontal de referencia (Fig. 9-15). La energía potencial gravitacional que posee en esa posición, puede calcularse por el trabajo que el peso de este cuerpo realizaría al caer desde esa posición hasta el nivel de referencia. Evidentemente, como $m\vec{g}$ es la fuerza que actúa sobre el cuerpo, y h, su desplazamiento (Fig. 9-15), el trabajo mencionado estará dado por

$$T = mg \times h$$

Por consiguiente, la E_p gravitacional del cuerpo a una altura h, es $E_p = mgh$. En resumen,

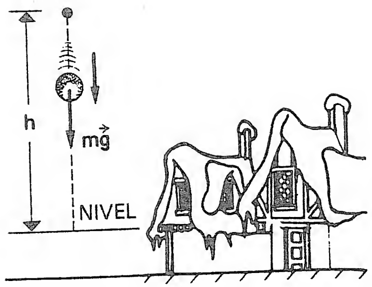


FIGURA 9-15 Cuando un cuerpo cae desde una altura *h*, su peso realiza un trabajo *T* = *mgh*.

si un cuerpo de masa m se sitúa a una altura h arriba de un nivel de referencia, este cuerpo posee una energía potencial gravitacional, con respecto a este nivel, expresada por

$$E_p = mgh \qquad \text{(Fig. 9-16)}$$

Obsérvese que la E_p gravitacional está relacionada con el peso del cuerpo y con la posición que ocupa: cuanto más grande sea el peso del cuerpo, y cuanto mayor sea la altura a la que se encuentre, tanto mayor será su E_p gravitacional.

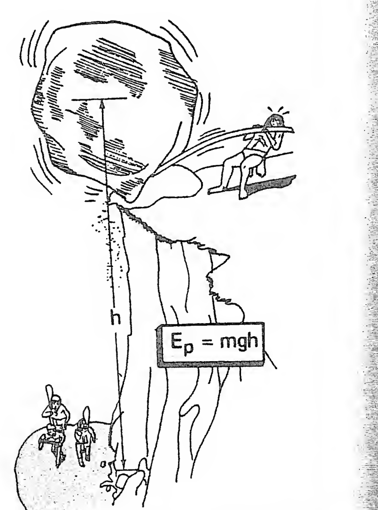


FIGURA 9-16 La energía potencial gravitacional de un cuerpo de masa *m*, situado a una altura *h*, está dada por $E_p = mgh$.

❖ **Relación entre el trabajo y la E_p gravitacional.** Consideremos un cuerpo de masa m, inicialmente en el punto A, a una altura h_A por arriba de un nivel de referencia (Fig. 9-17). Cuando este cuerpo se desplaza, verticalmente, desde A hasta otro punto B cualquiera (situado a una altura h_B con respecto al mismo nivel), su peso realizará un trabajo T_{AB}. Durante este desplazamiento podrán actuar sobre el objeto otras fuerzas además de su peso. Pero *solamente vamos a calcular el trabajo efectuado por el peso del cuerpo*. Como el objeto se desplaza una distancia $h_A - h_B$, su peso $m\vec{g}$ realiza un trabajo (Fig. 9-17):

$$T_{AB} = mg\,(h_A - h_B)$$

o bien,

$$T_{AB} = mgh_A - mgh_B$$

Pero la expresión mgh_A representa E_{pA}, es decir, la E_p gravitacional del cuerpo en A, y mgh_B es su E_p en B, o sea, E_{pB}. Así pues,

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Por tanto, podemos concluir que

cuando un cuerpo se desplaza desde un punto A hasta otro punto B, su peso realiza un trabajo igual a la diferencia entre las energías potenciales gravitatorias del cuerpo en esos puntos, es decir,

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

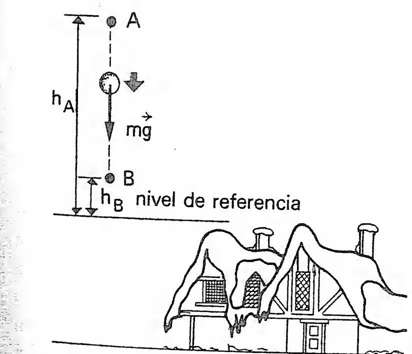


FIGURA 9-17 El trabajo realizado por el peso del cuerpo produce una variación en su energía potencial gravitacional.

♦ EJEMPLO

Un niño que se halla en la azotea de un edificio cuya altura es de 8.0 m, deja caer un cuerpo de masa m = 10.0 kg (considere que g = m/s²).

a) ¿Cuál es la E_p gravitacional del cuerpo en lo alto del edificio?

Calculemos la E_p gravitacional en relación con el suelo. Designando por A la posición del cuerpo en lo alto del edificio, tenemos que h_A = 8.0 m (Fig. 9-18), y por tanto,

$$E_{pA} = mgh_A = 10.0 \times 9.8 \times 8.0$$

donde

$$E_{pA} = 784 \text{ J}$$

b) ¿Cuál es la E_p gravitacional del cuerpo al pasar por un punto B, situado a una altura h_B = 2.0 m por arriba del suelo?

Para este punto se tiene

$$E_{pB} = mgh_B = 10.0 \times 9.8 \times 2.0$$

donde

$$E_{pB} = 196 \text{ J}$$

c) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el peso del cuerpo en el desplazamiento desde A hasta B?

Vimos que el trabajo del peso está dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$.

Luego, entonces

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = 784 - 196$$

donde

$$T_{AB} = 588 \text{ J}$$

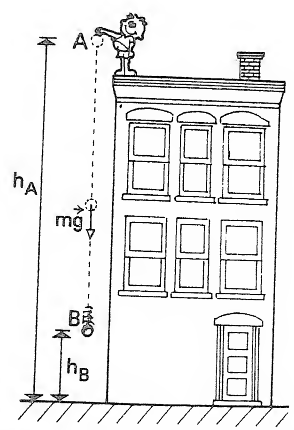


FIGURA 9-18 Para el Ejemplo de la Sección 9.4.

EJERCICIOS

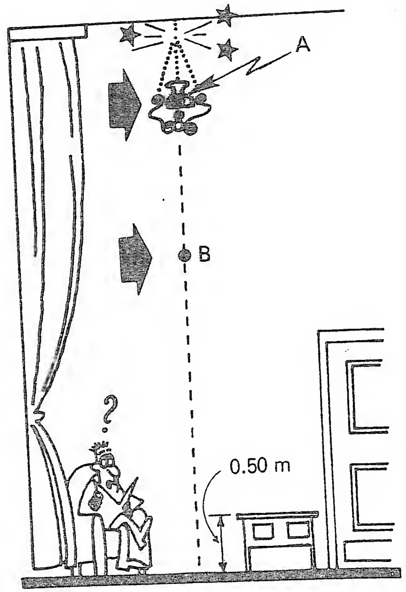
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

14. El martinete de una piloteadora está siendo utilizado para hincar un pilote en el suelo. La maza del martinete se deja caer, sucesivamente, desde diferentes alturas.
   a) ¿En qué caso el pilote penetrará más en el suelo al ser golpeado por la maza del martinete?
   b) Entonces, ¿en que situación la maza del martinete posee mayor energía potencial gravitacional?

15. Una lámpara, de masa m = 2.0 kg, se desprende del techo y cae sobre el piso de una sala, desde una altura h_A = 3.0 m (*véase* figura de este ejercicio).
   a) ¿Cuánto valía la E_p gravitacional de la lámpara en relación con el suelo, cuando estaba en la posición A (considere que g = 10 m/s²)?
   b) Entonces, ¿qué trabajo podría realizar la lámpara al caer desde A hasta el piso?

16. Al caer la lámpara del ejercicio anterior, pasó por el punto B, situado a una altura h_B = 2.0 m del piso (*véase* figura).
   a) ¿Cuál es la E_p gravitacional de la lámpara cuando pasa por B?
   b) Recordando la relación entre trabajo y energía potencial, calcule el trabajo T_{AB} que realiza el peso de la lámpara en el desplazamiento desde A hasta B.

17. Los cálculos de la energía potencial gravitacional en los ejercicios 15 y 16, se hicieron considerando al piso como nivel de referencia. Considere ahora el plano de la superficie de la mesa que se muestra en la figura, como nivel de referencia.
   a) Calcule las energías potenciales E'_{pA} y E'_{pB} de la lámpara en relación con este nuevo nivel.



Ejercicio 15

   b) Empleando los valores obtenidos en (a), halle el trabajo T_{AB} realizado por el peso de la lámpara en el desplazamiento desde A hasta B.

18. Comparando los resultados de los ejercicios 15, 16 y 17, responda:
   a) ¿Cambiaron los valores de las energías potenciales calculadas, cuando se modificó el nivel de referencia?
   b) ¿El valor de T_{AB} se alteró al cambiar el nivel de referencia?

9.5 Energía potencial elástica

❖ Como vimos en la sección anterior, un cuerpo unido al extremo de un resorte deformado (comprimido o estirado) posee *energía potencial elástica*. En realidad, el resorte deformado ejerce una fuerza sobre el cuerpo, la cual realiza sobre el objeto un trabajo cuando lo soltamos.

Pero si intentamos comprimir un resorte, podremos observar que reacciona a la compresión con una fuerza cuyo valor crece conforme se va comprimiendo el muelle. Para calcular el trabajo que el resorte realiza sobre el cuerpo fijado en su extremo, debemos, en primer lugar, saber cómo cambia la fuerza ejercida por el muelle, lo cual veremos a continuación.

❖ **Fuerza ejercida por un resorte deformado.** La Figura 9-19a muestra un resorte no deformado, y la Figura 9-19b presenta el mismo resorte distendido por medio de un dinamómetro, el cual mide la fuerza de tensión F ejercida por el muelle cuando su alargamiento es igual a X (observe que X representa el incremento en la longitud del resorte). Podemos comprobar experimentalmente que

al duplicar el alargamiento (a $2X$), la fuerza se duplica (a $2F$)

al triplicar el alargamiento (a $3X$), la fuerza se triplica (a $3F$), etcétera.

Este mismo resultado podría comprobarse comprimiendo el resorte en vez de estirarlo. Por tanto, el experimento demuestra que

la fuerza ejercida por un resorte es directamente proporcional a su deformación, o sea, $F \propto X$.

Este resultado se conoce como *ley de Hooke*, pues fue Robert Hooke, un científico inglés, quien observó por vez primera esta propiedad de los resortes (en realidad, esta ley sólo es verdadera si las deformaciones del resorte no son muy grandes).

Como $F \propto X$, podemos escribir que

$$\boxed{F = kX}$$

donde k es una constante de proporcionalidad, distinta para cada resorte, que se denomina *constante elástica*. Al trazar la gráfica $F \times X$, obtenemos una recta que pasa por el origen (Fig. 9-20) y cuya pendiente es igual a k.

Robert Hooke (1635-1703). Físico inglés, fue el descubridor de la ley que lleva su nombre acerca de la elasticidad de los cuerpos. Miembro de la Real Academia de Ciencias de Londres, entabló fuertes polémicas con Newton en relación con la gravitación universal y la naturaleza de la luz, defendiendo apasionadamente la teoría ondulatoria.

❖ **Cálculo de la E_p elástica.** Consideremos un resorte cuya constante elástica es k, en el que se produce una deformación compresiva X, y que tiene un cuerpo unido a él, como muestra la Figura 9-21. La E_p elástica del cuerpo en esta posición, se puede determinar por el trabajo que

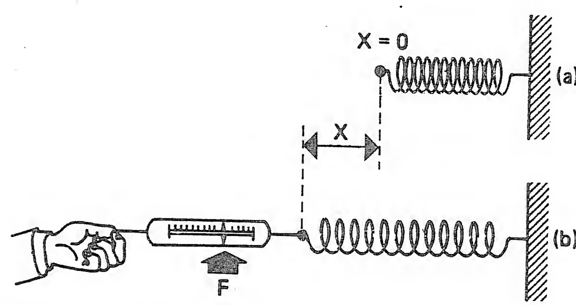


FIGURA 9-19 Un resorte que presenta una deformación X, ejerce una fuerza cuyo valor está dado por $F = kX$.

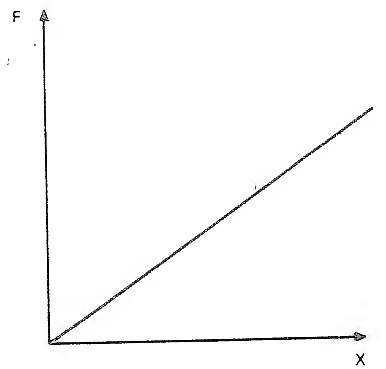


FIGURA 9-20 Gráfica de la fuerza ejercida por un resorte, en función de su deformación.

el resorte realizará sobre él al empujarlo hasta la posición en la cual el resorte no presenta deformación.

A medida que el cuerpo es empujado (Fig. 9-21), la deformación del resorte disminuye, y por consiguiente, también disminuye la fuerza que el muelle ejerce sobre el cuerpo. Así pues, debemos calcular el trabajo de una fuerza que varía (desde el valor inicial $F = kX$ hasta el valor final $F = 0$) mientras el cuerpo se desplaza. El

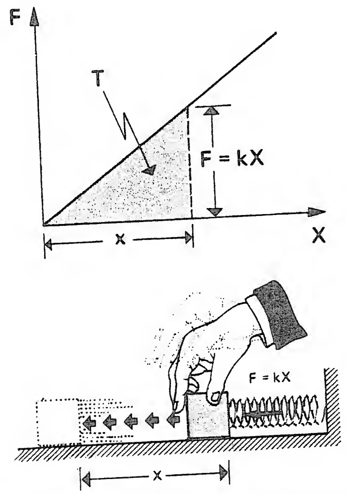


FIGURA 9-21 Al empujar el cuerpo, el resorte realiza sobre él un trabajo cuyo valor está dado por el área indicada en la figura.

cálculo de este trabajo *no* puede efectuarse, entonces, por la expresión $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$, la cual únicamente es aplicable en los casos en que $\vec{F}$ es constante.

Cuando la fuerza F es variable, el trabajo que realiza se puede evaluar, numéricamente, por el área bajo la gráfica *fuerza* × *desplazamiento*. Por tanto, en este caso el trabajo realizado por el resorte estará dado por el área bajo la gráfica $F \times X$, según se indica en la Figura 9-21. Como vemos, se trata del área de un triángulo de base igual a X y altura igual a kX. Como el área de un triángulo es (1/2) (base × altura), tendremos la siguiente expresión para el trabajo realizado por el resorte:

$$T = \frac{1}{2} \cdot X \cdot kX \quad \text{donde} \quad T = \frac{1}{2}\,kX^2$$

Por consiguiente, la expresión de la energía potencial elástica es $E_p = (1/2)kX^2$. Concluyendo,

> un cuerpo unido a un resorte de constante elástica k, y con una deformación X, posee una energía potencial elástica dada por
>
> $$E_p = \frac{1}{2}\,kX^2$$

Obsérvese que la E_p elástica será más alta, cuanto mayor sea la constante del resorte, y cuanto más grande sea su deformación.

❖ Relación entre el trabajo y la E_p elástica.

Supongamos un resorte comprimido, cuya constante elástica es k, que empuja un cuerpo unido a él. Intentemos calcular el trabajo T_{AB} que el muelle realiza sobre el cuerpo, al desplazarlo de un punto A a otro punto B (Fig. 9-22). Pueden estar actuando varias fuerzas sobre el objeto, pero *calcularemos únicamente el trabajo realizado por la fuerza ejercida por el resorte*. Ya sabemos que tal fuerza es variable, y que el trabajo estará dado por el área bajo la gráfica $F \times X$, desde A hasta B (área $ABCD$ en la Figura 9-22).

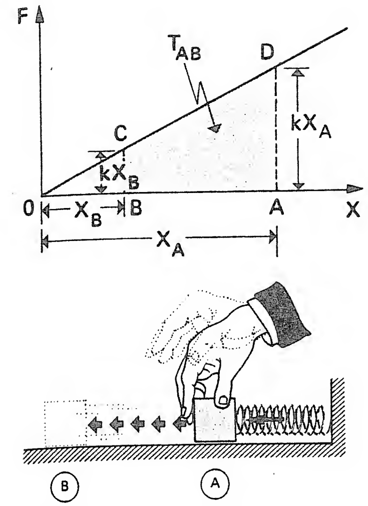


FIGURA 9-22 El trabajo realizado por el resorte produce una variación en la energía potencial elástica del cuerpo.

Tendremos entonces

T_{AB} = área $ABCD$ = área AOD − área OBC

o bien, $\quad T_{AB} = \frac{1}{2}\,kX_A^2 - \frac{1}{2}\,kX_B^2$

Pero $(1/2)kX^2_A$ representa a E_{pA}, o sea, a la energía potencial elástica en A, y $(1/2)\,kX_B^2$ es su energía potencial elástica en B, es decir, E_{pB}. Podemos escribir entonces

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Por tanto,

> cuando un cuerpo se desplaza desde un punto A hasta otro punto B, por la acción de la fuerza elástica ejercida por un resorte deformado (comprimido o estirado), el trabajo T_{AB} que esta fuerza realiza sobre el cuerpo, es igual a la diferencia entre las energías potenciales elásticas en tales puntos, es decir,
>
> $$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Observemos que esta expresión es análoga a la que se obtuvo para el trabajo realizado por el peso de un cuerpo, como vimos en la sección anterior. En ambos casos, el trabajo realizado se relaciona con una variación en la energía potencial del cuerpo, y está dado por

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Sólo hay que tener en cuenta que la energía potencial gravitacional está dada por $E_p = mgh$, y que la energía potencial elástica es $E_p = (1/2)kX^2$.

EJEMPLO

Supóngase que para comprimir una distancia X = 30 cm el resorte de la Figura 9-22, fuese necesario ejercer una fuerza F = 15 N.

a) ¿Cuál es la constante elástica del resorte?

Como sabemos, $F = kX$ y entonces, calculando en el SI,

$$k = \frac{F}{X} = \frac{15\ \text{N}}{0.30\ \text{m}} \quad \text{donde} \quad k = 50\ \text{N/m}$$

Este resultado significa que se necesitaría una fuerza de 50 N para deformar al resorte 1 m.

b) Considere en la Figura 9-22, que X_A = 20 cm, y X_B = 10 cm.

¿Cuáles son los valores de la Ep elástica del cuerpo en A y en B?

La energía potencial elástica está dada por $E_p = (1/2)kX^2$. Luego entonces, calculando en el SI,

en A: $\quad E_{pA} = \frac{1}{2}\,kX_A^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (0.20)^2$

donde $\quad E_{pA} = 1.00$ J

en B: $\quad E_{pB} = \frac{1}{2}\,kX_B^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (0.10)^2$

donde $\quad E_{pB} = 0.25$ J

c) ¿Qué trabajo realizó el resorte para empujar el cuerpo desde A hasta B?

El trabajo efectuado por la fuerza elástica está dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ De modo que

$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = 1.00 - 0.25$

donde $\quad T_{AB} = 0.75$ J

EJERCICIOS

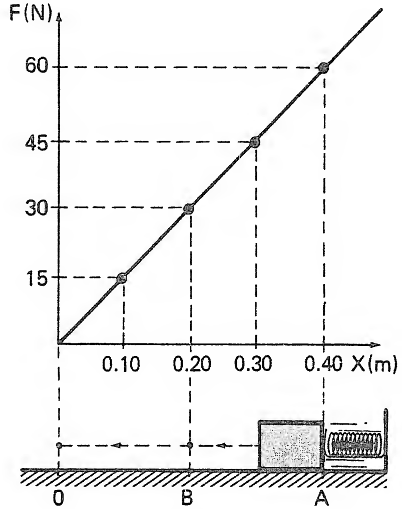
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

19. Una persona estira lentamente un resorte de constante elástica k = 200 N/m, desde su longitud inicial (sin deformación) de 50 cm, hasta que su longitud final sea de 60 cm.
   a) Conforme el resorte se va deformando, la fuerza que ejerce sobre la persona, ¿aumenta, disminuye o permanece constante?
   b) Exprese, en metros, la deformación final X sufrida por el resorte.
   c) ¿Cuál es el valor de la fuerza que el muelle ejerce sobre la persona cuando alcanza la longitud de 60 cm?

20. Una misma fuerza $\vec{F}$ se aplica, sucesivamente, a dos resortes diferentes, A y B. Se observa que la deformación, X_A del resorte A, es mayor que la deformación X_B del resorte B.
   a) ¿Diría usted que el resorte A es más "duro" o más "blando" que el B?
   b) La constante elástica k_A del muelle A, ¿es mayor o menor que la constante elástica k_B del B?
   c) Entonces, los resortes que tienen constantes elásticas de valor elevado ¿son más "duros" o más "blandos"?

21. La figura de este ejercicio muestra un resorte comprimido que empuja un bloque desde el punto A, donde su deformación es X_A = 0.40 m, hasta el punto O, en el cual el resorte no presenta deformación. El diagrama $F \times X$ muestra cómo cambia la fuerza F que el muelle ejerce sobre el bloque.
   a) Calcule la pendiente de esta gráfica. Entonces, ¿cuál es el valor de la constante elástica del resorte?
   b) ¿Es posible usar la expresión $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ para calcular el trabajo realizado por el resorte al empujar el bloque? ¿Por qué?
   c) Diga cómo podría calcular usted este trabajo empleando el diagrama $F \times X$.

22. Considerando la situación descrita en el ejercicio anterior:



Ejercicio 21

   a) ¿Cuál es el valor de la E_p elástica del cuerpo cuando se encuentra en la posición A?
   b) Así pues, ¿qué trabajo realiza el resorte al empujar el bloque desde A hasta O?

23. Considere el cuerpo del Ejercicio 21 en el instante en que pasa por el punto B, en el cual la deformación del resorte es X_B = 0.20 m.
   a) ¿Cuál es la Ep elástica del bloque en esta posición?
   b) Recordando la relación entre el trabajo y la E_p elástica, calcule el trabajo T_{AB} que el resorte realiza al empujar el cuerpo de A a B.

24. Un cuerpo se encuentra en el extremo de un resorte, el cual tiene una deformación X. Al aumentar la deformación del resorte a un valor $2X$:
   a) El valor de su constante elástica, ¿aumenta, disminuye o no varía?
   b) ¿Cuántas veces mayor se vuelve la fuerza ejercida por el resorte sobre el cuerpo?
   c) ¿Cuántas veces mayor se vuelve la Ep elástica?

9.6 Conservación de la energía

❖ **Fuerzas conservativas y disipativas.** Ya vimos que si un cuerpo se desplaza desde un punto A hasta un punto B, siguiendo la trayectoria 1 que se muestra en la Figura 9-23, el trabajo que el peso del cuerpo realiza está dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Imaginemos que el cuerpo

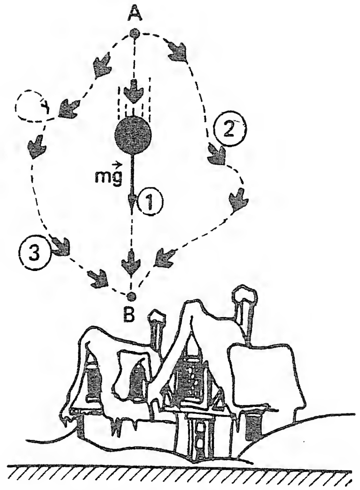


FIGURA 9-23 El trabajo realizado por el peso no depende de la trayectoria seguida por el cuerpo.

se desplazara, de A a B, a lo largo de alguna otra trayectoria, como —por ejemplo— la curva 2 de la Figura 9-23. Se puede demostrar que *el trabajo realizado por el peso del cuerpo sería igual al realizado a lo largo de la trayectoria 1.* Por tanto, también tendríamos para la trayectoria 2, $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Este resultado es válido para cualquier trayectoria que lleve al cuerpo desde A hasta B, y entonces se expresa que el trabajo realizado por el peso del cuerpo no depende de la trayectoria.

Otras fuerzas existentes en la naturaleza también poseen esta propiedad, es decir, el trabajo que realizan no depende de la forma del trayecto. Así, el trabajo efectuado por la fuerza elástica de un resorte está dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$, para *cualquier* trayectoria que el cuerpo siga al desplazarse de un punto A a un punto B. Otro ejemplo de fuerza cuyo trabajo no depende de la trayectoria, es la fuerza eléctrica, que estudiaremos en la parte de Electricidad de este curso. Las fuerzas cuyo trabajo no depende de la trayectoria se denominan *fuerzas conservativas*. Siempre que una de esas fuerzas realiza trabajo sobre un cuerpo, hay un cambio en la energía potencial de éste, y dicha variación se expresa por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Debemos destacar, entonces, que

> el trabajo realizado por una fuerza conservativa, entre dos puntos A y B, no depende de la trayectoria que el cuerpo sigue para ir de A a B, y siempre está dado por la expresión
>
> $$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Las fuerzas cuyo trabajo *depende* del camino recorrido, se denominan *fuerzas disipativas*, o bien, *fuerzas no conservativas*. Un ejemplo típico de fuerza disipativa es la fuerza de fricción. En realidad, si se hace desplazar un cuerpo sobre una superficie, llevándolo de un punto A a otro punto B, el trabajo efectuado por la fricción tendrá valores distintos, de acuerdo con el camino seguido. Al contrario de las fuerzas conservativas, *no* existe una energía potencial relacionada con una fuerza disipativa.

❖ **Conservación de la energía mecánica.** Supongamos que el cuerpo de la Figura 9-24 se desplaza de A a B, a lo largo de una trayectoria cualquiera, y que sobre él únicamente actúan fuerzas conservativas (en el caso de la Figura 9-24, su peso y la fuerza elástica del resorte). El trabajo realizado por estas fuerzas, como ya vimos, está dado por

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

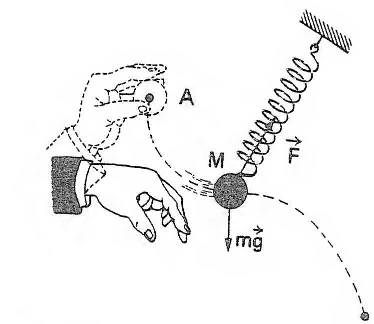


FIGURA 9-24 La energía mecánica de un cuerpo no cambia cuando actúan sobre él únicamente fuerzas conservativas.

Sabemos también (Sección 9.2) que cualesquiera que sean las fuerzas, el trabajo total realizado por las mismas es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo, o sea,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

Entonces, igualando estas dos expresiones para T_{AB}, tendremos

$$E_{pA} - E_{pB} = E_{cB} - E_{cA}$$

que se puede escribir

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

o bien, con palabras: la suma de la energía potencial en el punto *A* y la energía cinética en dicho punto, es igual a la suma de la energía potencial en el punto *B* y la energía cinética en este punto. Entonces, como *A* y *B* son dos puntos cualesquiera, podemos decir que

> si solamente fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo en movimiento, la suma de la energía cinética del mismo más su energía potencial, permanece constante en cualquier punto de la trayectoria.

La suma de la energía cinética y la energía potencial de un cuerpo, en un punto dado, se denomina *energía mecánica total* del cuerpo en dicho punto, y la representaremos por *E*; es decir,

$$\boxed{E = E_p + E_c}$$

Volviendo a la expresión

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

se ve que $E_{pA} + E_{cA}$ representa la energía mecánica total, E_A, en *A*, en tanto que $E_{pB} + E_{cB}$ representa la energía mecánica total, E_B, en *B*. Por tanto,

$$E_A = E_B$$

Así pues, lo anterior también se puede expresar de la siguiente manera:

> si sólo fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo en movimiento, su energía mecánica total permanece constante para cualquier punto de su trayectoria, o sea, que la energía mecánica del cuerpo se conserva.

Por tanto, cuando sólo actúan fuerzas conservativas, si la E_p de un cuerpo disminuye (o bien, aumenta), su E_c aumenta (o bien disminuye), de manera que su energía mecánica total, *E*, permanece constante; es decir, se conserva. A ello se debe que estas fuerzas se denominen "conservativas".

EJEMPLO

Suponga que el cuerpo mostrado en la Figura 9-24 tenga, en *A*, una energía potencial E_{pA} = 20 J, y una energía cinética E_{cA} = 10 J.

a) ¿Cuál es la energía mecánica total del cuerpo en *A*?

La energía mecánica en *A* será

$$E_A = E_{pA} + E_{cA} = 20 + 10 \quad \text{donde} \quad E_A = 30\text{ J}$$

b) Al pasar por el punto *M* (Fig. 9-24), el cuerpo posee una energía potencial E_{pM} = 13 J. ¿Cuál es su energía cinética en este punto?

Como sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica del cuerpo se conserva, es decir, debemos tener $E_M = E_A$ o bien, E_M = 30 J. Como

$$E_M = E_{pM} + E_{cM} \quad \text{vemos que} \quad 30 = 13 + E_{cM}$$

donde E_{cM} = 17 J

Observemos que la E_p del cuerpo disminuyó en 7 J, mientras que su E_c aumentó en esa misma cantidad.

c) Al llegar a *B*, el cuerpo posee una energía cinética E_{cB} = 25 J. ¿Cuál es su E_p en este punto?

El mismo raciocinio que se utilizó en la pregunta (b) nos permite escribir que E_B = 30 J. Luego, como

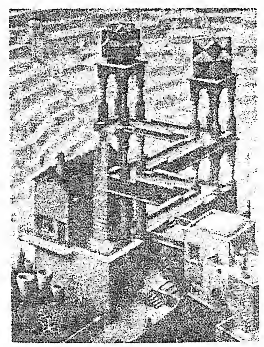
$$E_B = E_{pB} + E_{cB} \quad \text{vemos que} \quad 30 = E_{pB} + 25$$

donde E_{pB} = 5 J

Principio general de conservación de la energía. Si en el caso de la Figura 9-24 estuviese actuando sobre el cuerpo una fuerza disipativa, la energía mecánica del cuerpo no se conservaría. Por ejemplo, si una fuerza de fricción cinética actuara sobre el cuerpo, comprobaríamos que su energía mecánica en *B* sería *menor* que en *A*. Pero, en este caso se observaría un calentamiento del cuerpo, lo cual no sucedía cuando sólo actuaban fuerzas conservativas.

Algunos físicos del siglo pasado, destacando entre ellos James P. Joule, al analizar un gran número de experimentos llegaron a la conclusión de que *el calor es una forma de energía*. Se concluye, entonces, que en el desplazamiento del cuerpo por la acción de la fuerza de fricción, lo que sucede es la *transformación en calor* de la energía mecánica que desaparece.

La energía potencial de una caída de agua se transforma en energía cinética y puede convertirse en otras formas de energía, como la energía eléctrica.



Cascada. (Litografía por M.C. Escher, 1961.)

Este resultado se observa siempre: si una cantidad determinada de cierto tipo de energía desaparece, se produce el surgimiento de otro tipo de energía en cantidad equivalente a la energía desaparecida; es decir, nunca se observa la destrucción de energía, sino únicamente la transformación de cierta clase de energía en otra. Así, como ya se sabe, la energía mecánica se transforma en energía eléctrica (por ejemplo, en una planta hidroeléctrica); la energía térmica, en energía mecánica (en un automóvil); la energía eléctrica, en energía mecánica (en el motor de una aspiradora, por ejemplo); la energía eléctrica en calor (en un calefactor o radiador), etc. En todas estas transformaciones se observa que no hay creación ni destrucción de la energía, de manera que la cantidad total de ésta que interviene en un fenómeno permanece siempre igual, o sea, se conserva.

Estas observaciones constituyen la base del Principio General de Conservación de la Energía, que se puede enunciar así:

> PRINCIPIO GENERAL DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
>
> La energía se puede transformar de una clase a otra, pero no puede ser creada ni destruida. De manera que la energía total es constante.

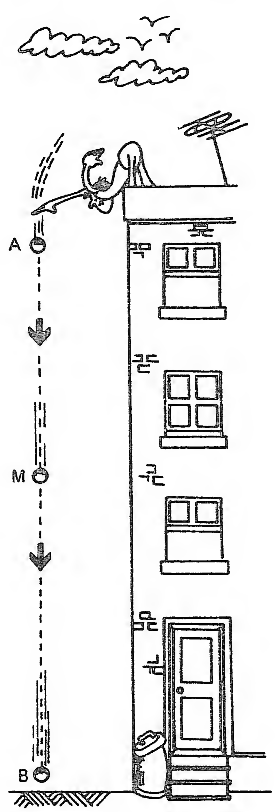
Este principio siempre es válido en cualquier fenómeno que se produzca en la naturaleza. Su generalidad se vuelve extremadamente importante, y los científicos lo utilizan mucho y con gran éxito en la resolución de numerosos problemas.

La conservación de la energía mecánica constituye un caso particular del Principio General de Conservación de la Energía. La energía mecánica se conserva cuando actúan sobre un cuerpo solamente fuerzas conservativas, y la energía total (considerándola en todas sus formas) siempre se conserva.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

En los ejercicios siguientes (del 25 al 30) considere la situación indicada en la figura, en la cual una persona arroja una pelota verticalmente hacia abajo, desde lo alto de un edificio. En el punto A, cuando la pelota sale de la mano de la persona, su energía potencial (respecto del suelo) es E_{pA} = 8.0 J, y su energía cinética, E_{cA} = 5.0 J.



Ejercicios 25 al 30

25. Despreciando la fricción con el aire durante la caída, responda:

a) ¿Cuál es la energía mecánica total, E_A, de la pelota en A?

b) ¿Cuál es la fuerza única que actúa sobre el cuerpo mientras cae? Esta fuerza, ¿es conservativa o disipativa?

c) Entonces, ¿cuánto vale la energía mecánica E_M de la pelota en M?, ¿y en B (inmediatamente antes de tocar el suelo)?

26. En las condiciones del ejercicio anterior:

a) Suponiendo que la energía cinética de la pelota en M es E_{cM} = 7.0 J, ¿cuál es su energía potencial en este punto?

b) ¿Cuál es la energía potencial del objeto en B? De modo que, ¿cuál es su energía cinética en este punto?

27. Considerando los datos de los ejercicios 25 y 26, determine:

a) ¿Cuál fue la pérdida de energía potencial de la pelota al pasar de A a M? De manera que, ¿cuál fue su incremento en energía cinética?

b) ¿Qué valor tuvo la pérdida de energía potencial de la pelota al pasar de A a B? Así pues, ¿cuál fue el aumento en su energía cinética?

28. Suponga ahora que la fuerza de fricción con el aire durante la caída de la pelota, *no* es despreciable.

a) En este caso, ¿qué fuerzas actúan sobre la pelota durante la caída? ¿Ambas son conservativas?

b) Luego entonces, ¿se conservará su energía mecánica?

29. Considerando todavía que existe fricción entre la pelota y el aire, y con ayuda de los datos del ejercicio 26, responda:

a) La energía mecánica de la pelota en M, ¿será mayor, menor o igual a 13.0 J?

b) La energía potencial de la pelota en M, ¿será mayor, menor o igual a 6.0 J?

c) Y la energía cinética de la pelota en M, ¿será mayor, menor o igual a 7.0 J?

30. Suponga que al llegar a B, la energía cinética de la pelota es E_{cB} = 10.0 J.

a) ¿Cuál fue la pérdida de energía potencial de la pelota al desplazarse de A a B?

b) ¿Cuál fue el incremento de energía cinética de la pelota entre A y B? ¿Por qué este incremento no fue igual a la pérdida de energía potencial?

c) ¿Cuánto vale la energía mecánica total del objeto en B?

d) ¿Cuánto disminuyó la energía mecánica de la pelota en el movimiento de A a B?

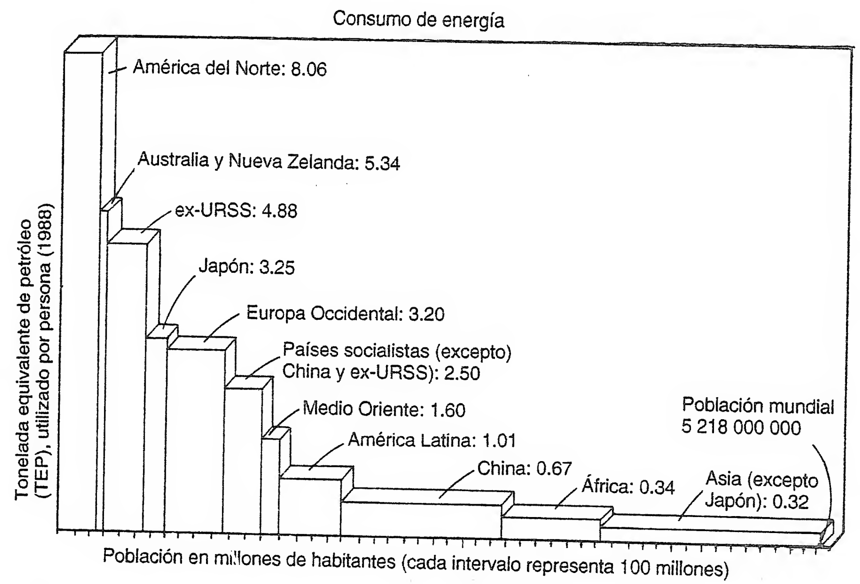
e) ¿Cuál es la cantidad de calor generada por el efecto de la fricción?

Consumo de energía y población

En la siguiente gráfica se presenta el consumo de energía "primaria" (petróleo, gas natural, carbón, energía nuclear y energía hidráulica) por persona, por grupo de países en 1988. Las energías llamadas *alternativas* (madera, biomasa, Sol, viento, mareas) no se consideraron.

Como se ilustra en esta gráfica, hay una gran diferencia de consumo entre los países ricos y los de en vías de desarrollo, es decir, la energía no está distribuida democráticamente entre los pueblos. Es evidente también que el número total de personas que utilizan una pequeña cantidad de energía en su vida (con frecuencia insuficiente para vivir dignamente) es mucho mayor que el de aquellas que presentan un consumo de energía alto e incluso excesivo, que suele conducir al desperdicio. Si los pequeños consumidores pudieran igualar a los grandes, las reservas mundiales resultarían insuficientes y las consecuencias ecológicas de esto serían, como no es difícil prever, desastrosas.

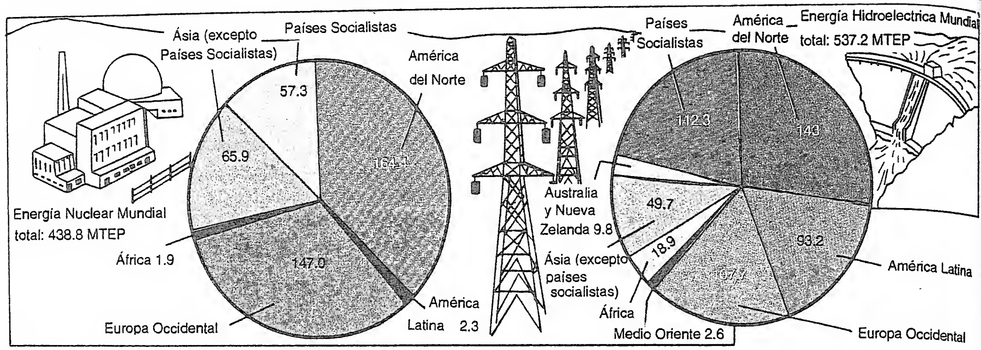
Como su nombre lo indica, la unidad utilizada en la gráfica, tonelada equivalente de petróleo (TEP), se refiere al número de toneladas de petróleo que, al quemarse, produciría la misma cantidad de energía que puede liberar cualquier combustible utilizado. El valor del TEP es aproximadamente igual a 10^{10} J.



Energía nuclear y energía hidroeléctrica en el mundo

La energía utilizada mundialmente proviene, en gran parte (más de 60%), de la quema de combustibles fósiles (petróleo, carbón, gas natural, etc.). Otra parte considerable la suministran centrales nucleares y diversas fuentes de energía renovable (hidroeléctrica, solar, eólica, madera, etc.). Sin embargo, los datos correspondientes al consumo de cada uno de ellos son poco confiables, en especial los que corresponden a combustión de madera (leña) en los países en vías de desarrollo, en los cuales ésta es generalmente la principal fuente de energía. Los valores más confiables en relación al consumo mundial, son los que se refieren a energía nuclear e hidroeléctrica. En las siguientes gráficas se presentan datos acerca del uso de esos tipos de energía por grupos de países.

Energía Nuclear y Energía Hidroelectrica
en MTEP, producidas en 1988, por diferentes países.



La unidad MTEP se refiere a millones de TEP (tonelada equivalente de petróleo).

9.7 Ejemplos de aplicación de la conservación de la energía

❖ Los ejemplos que presentamos a continuación son para ayudarlo a comprender mejor los hechos relacionados con la conservación de la energía. Además, veremos que la aplicación de la conservación de la energía simplifica la resolución de algunos problemas que, si se abordaran de otra manera, podrían presentar mayores dificultades al resolverlos.

EJEMPLO 1

Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial v_0 = 6.0 m/s (Fig. 9-25). ¿Qué altura alcanzará el objeto?

Para que el problema pueda ser resuelto debemos considerar despreciable la resistencia del aire. En esas condiciones, la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es su peso, que es una fuerza conservativa, y entonces la energía mecánica del cuerpo permanecerá constante. Mientras el cuerpo sube, su energía cinética disminuye, pero adquiere energía potencial en una cantidad equivalente a la energía cinética perdida.

Designando por A el punto donde el cuerpo tiene la velocidad $\vec{v}_0$ (punto donde el cuerpo sale de la mano de la persona que lo lanzó), y por B el punto más alto de la trayectoria (Fig. 9-25), podemos escribir.

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Al medir las alturas a partir del punto A, es decir, considerando el nivel de referencia en A, tendremos

$E_{pA} = 0$ pues para el punto A se tiene $h = 0$

$E_{cA} = \frac{1}{2}mv_0^2$ donde m es la masa del cuerpo

$E_{pB} = mgh$ siendo h la altura de B en relación con A

$E_{cB} = 0$ porque la velocidad del cuerpo es nula en B

Así pues,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \quad \text{donde} \quad h = \frac{v_0^2}{2g}$$

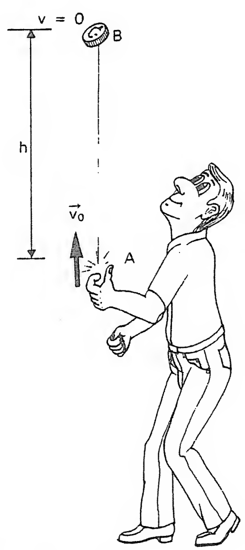


FIGURA 9-25 Para el Ejemplo 1.

Observe que cualquiera que sea la masa del cuerpo, alcanzará la misma altura, pues *no* depende de m el valor de h. Al sustituir el valor v_0 = 6.0 m/s y considerar que g = 10 m/s², obtenemos

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(6.0)^2}{2 \times 10} \quad \text{donde} \quad h = 1.8 \text{ m}$$

EJEMPLO 2

Un niño se desliza idealmente (sin fricción) en un tobogán como el que se muestra en la Figura 9-26. Si parte del reposo en A, ¿con qué velocidad llegará al punto más bajo del aparato (punto B)?

Las únicas fuerzas que actúan en el niño son su peso, que es una fuerza conservativa, y la reacción normal de la superficie, que no realiza trabajo sobre el niño, pues siempre es perpendicular al desplazamiento. Podemos, entonces, aplicar la conservación de la energía mecánica.

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Si medimos las alturas en relación con un nivel horizontal que pasa por B, y designamos por m la masa del pequeño, tendremos

$$E_{pA} = mgh \qquad E_{cA} = 0 \qquad E_{pB} = 0$$

$$E_{cB} = \frac{1}{2}mv^2$$

donde v es la velocidad del niño al llegar a B. Entonces

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{donde} \quad v = \sqrt{2gh}$$

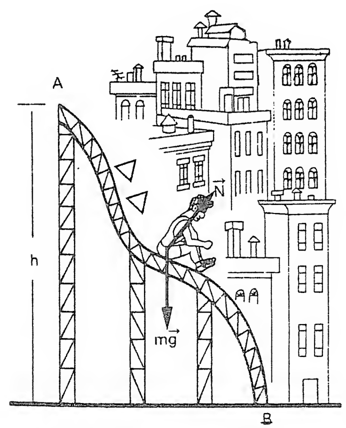


FIGURA 9-26 Para el Ejemplo 2.

Si el niño cayera verticalmente desde A adquiriría esta misma velocidad, como podrá ver fácilmente si emplea las ecuaciones del movimiento en caída libre. Pero si tratáramos de analizar el movimiento del niño a lo largo del tobogán, sin emplear la conservación de la energía mecánica, nos enfrentaríamos a un problema de difícil solución. Como se vio, el empleo de la conservación de la energía mecánica permitió resolver con gran facilidad el problema.

EJEMPLO 3

En la Figura 9-27, un bloque de masa m = 2.0 kg descansa sobre una superficie horizontal lisa, y está en contacto con un resorte de constante elástica k = 32 N/m. Al resorte se le comprime X = 10 cm, y es mantenido en esta posición por medio de un cordón que lo ata. Al quemar el cordón, el resorte se distiende empujando al bloque. ¿Cuál es la velocidad con la cual el bloque se separa del resorte?

Observemos que el resorte empuja el bloque con una *fuerza variable* ($F = kX$), y por tanto, la aceleración adquirida por el cuerpo *no es constante*, es decir, el cuerpo adquiere un movimiento variado, pero éste *no es uniformemente acelerado*. De manera que las ecuaciones que estudiamos en la Cinemática no se aplican a este movimiento.

Pero, como el peso del bloque y la reacción normal de la superficie se equilibran, la única fuerza que actúa es la fuerza elástica del resorte, que es conservativa. Así, conforme el resorte se distiende, la energía potencial elástica va disminuyendo, mientras que la energía cinética aumenta. Por la conservación de la energía mecánica vemos que

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Pero,

$$E_{pA} = (1/2)kX^2, \qquad E_{cA} = 0, \qquad E_{pB} = 0$$

y

$$E_{cB} = (1/2)mv^2$$

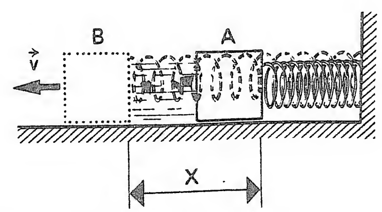


FIGURA 9-27 Para el Ejemplo 3.

Entonces

$$\frac{1}{2}kX^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{donde} \quad v = \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right) X$$

Del mismo modo que en el ejemplo anterior, hay que destacar la enorme facilidad con que se calculó la velocidad adquirida por el objeto. Si hubiésemos tratado de resolver el problema sin emplear la conservación de la energía, la resolución habría sido mucho más complicada.

Sustituyendo los valores k, m y X, expresados en unidades del SI, se obtiene

$$v = \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right) X = \sqrt{\frac{32}{2}} \times 0.10$$

donde

$$v = 0.40 \text{ m/s}$$

EJEMPLO 4

Suponga que existe fricción en el movimiento del niño al bajar por el tobogán de la Figura 9-26. Si sabemos que la altura del aparato es $h = 8.0$ m, que la masa del niño es $m = 50$ kg, y que llega a B con una velocidad $v = 10$ m/s, determine:

a) La energía mecánica total del niño en A y en B.

En el punto A, la energía mecánica del niño sólo está representada por su energía potencial, pues su energía cinética en este punto, es nula. Entonces, considerando $g = 10$ m/s^2, tenemos

$$E_A = mgh = 50 \times 10 \times 8.0$$

donde

$$E_A = 4.0 \times 10^3 \text{ J}$$

Al llegar a B, el niño únicamente posee energía cinética, pues $h = 0$ (las alturas se consideran en relación con B). Así, la energía mecánica del niño, en B, es

$$E_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^2$$

donde

$$E_B = 2.5 \times 10^3 \text{ J}$$

b) ¿Cuál es la cantidad de calor generada por la fricción en el desplazamiento del pequeño?

Observemos que la energía mecánica en B es menor que la energía mecánica en A, es decir, la energía mecánica *no* se conservó. Este resultado era de esperar, pues en el niño actúa una fuerza de fricción, la cual no es conservativa. El trabajo realizado por la fricción hace que parte de la energía mecánica se transforme en calor. Por el Principio General de Conservación de la Energía, podemos concluir que la cantidad de calor generada será igual a la disminución de la energía mecánica, es decir,

$$\text{calor generado} = E_A - E_B = 4.0 \times 10^3 - 2.5 \times 10^3$$

donde

$$\text{calor generado} = 1.5 \times 10^3 \text{ J}$$

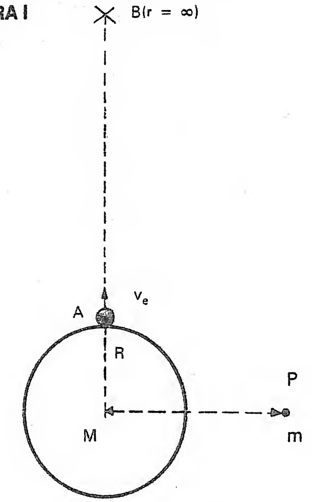
Velocidad de escape

Sabemos que, si se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, cuanto mayor sea el módulo de velocidad aplicado a él, mayor altura alcanza sobre la superficie de la Tierra. Se puede pensar, entonces, que debe existir una velocidad con la cual el cuerpo se alejaría indefinidamente de la Tierra, y alcanzaría una posición donde la fuerza gravitacional sobre él sería nula. En estas condiciones, el cuerpo no regresaría a la Tierra y, por esta razón, la velocidad mínima a la cual debe lanzarse el cuerpo para que esto ocurra se denomina *velocidad de escape*. A continuación, se indica cómo calcular el valor de esta velocidad de escape $\vec{v}_e$.

Supongamos un cuerpo de masa m, situado en un punto P, a una distancia r del centro de la Tierra, cuya masa y radio se representan por M y R, como se indica en la Figura I. Considerando el punto P bastante alejado de la Tierra, el peso del cuerpo, como sabemos, tiene un valor diferente del que posee en las proximidades de la superficie de la Tierra (el valor de g varía con la altitud). En estas condiciones, la energía potencial del cuerpo E_p, *no* se puede calcular mediante la expresión $E_p = mgh$. Esta expresión es válida para los puntos cercanos a la superficie de la Tierra y cuando se considera $E_p = 0$ en esta superficie. Podemos demostrar que existe una expresión general que nos permite calcular la energía potencial de una partícula en una posición cualquiera, como la ilustrada en la Figura I. Esta expresión es

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

FIGURA I



y nos proporciona el valor de E_p en relación con un nivel de referencia muy alejado del centro de la Tierra, es decir, tenemos $E_p = 0$ en $r = \infty$.

Consideremos, entonces, un cuerpo de masa m, lanzado hacia arriba, a partir de un punto A en la superficie de la Tierra, con una velocidad de escape $\vec{v}_e$ (Fig. I). Este cuerpo, de acuerdo con la definición que presentamos para $\vec{v}_e$, al alcanzar el punto B, infinitamente alejado de la Tierra (por tanto, libre de su atracción gravitacional), deberá tener una velocidad nula es decir, $v_B = 0$.

Al despreciar la fuerza de resistencia del aire y si recordamos la conservación de la energía mecánica, tenemos:

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB},$$

siendo

$$E_{cA} = \frac{1}{2}mv_e^2 \qquad E_{pA} = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

$E_{cB} = 0$ (puesto que $v_B = 0$) y $E_{pB} = 0$ (puesto que B es el nivel de referencia)

Entonces

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{M \cdot m}{R} = 0$$

donde

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$$

Al sustituir los valores de G, M y R obtenemos $v_e = 11.2$ km/s.

Por tanto, si lanzáramos un cuerpo de la superficie de la Tierra, con esa velocidad, no regresaría porque alcanzaría una posición infinitamente alejada de nuestro planeta, donde estará libre de su atracción gravitacional. En realidad, para que esto ocurra, la velocidad de lanzamiento deberá ser mucho mayor que 11.2 km/s, porque las fuerzas de resistencia del aire que actúan sobre los cuerpos con velocidades de este orden de magnitud son muy grandes y no se pueden despreciar.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

31. En el Ejemplo 1 de esta sección, suponga que la masa del cuerpo lanzado hacia arriba es $m = 200$ g.

a) ¿Cuál es el valor de la energía cinética del objeto al salir de la mano de la persona (E_{cA})?

b) Entonces, ¿cuál será el valor de la energía potencial del objeto al llegar al punto más alto (E_{pB})?

c) ¿Qué valor tiene la energía cinética con la cual el cuerpo vuelve al punto de lanzamiento? ¿Y el valor de su velocidad al regresar a este punto?

32. En el ejercicio anterior, considere que el cuerpo al subir pasa por un punto P situado a 1/3 de la altura máxima que alcanza.

a) ¿Cuál es su energía potencial en este punto?

b) Luego entonces, ¿cuál es su energía cinética al pasar por P?

33. En el Ejemplo 2 de esta sección suponga que en vez del niño se considera un adulto, con masa dos veces mayor. Considere que la energía potencial del pequeño en lo alto del tobogán E_{pA} vale 800 J, y que su velocidad al llegar al suelo es $v_B = 7.0$ m/s.

a) ¿Cuál sería la energía potencial del adulto en lo alto del tobogán?

b) Así pues, ¿cuál sería la energía cinética del adulto al llegar al suelo?

c) La velocidad de la persona adulta, al llegar al suelo, ¿sería mayor, menor o igual a 7.0 m/s?

34. Imagine que el bloque del Ejemplo 3 de esta sección es sustituido por un segundo bloque, de mayor masa que el primero, conservándose inalteradas las demás condiciones del problema.

a) La energía potencial elástica del segundo bloque en *A*, ¿será mayor, menor o igual a la que el primero poseía en este punto?

b) La energía cinética del segundo bloque al separarse del resorte, ¿será mayor, menor o igual a el que poseía el primero en tal posición?

c) La velocidad del segundo cuerpo al separarse del resorte, ¿será mayor, menor o igual a la velocidad con que salió disparado el primero?

35. *a*) En el Ejemplo 4, ¿cuáles son las fuerzas que actúan en el niño mientras se desplaza por el tobogán?

b) ¿Cuál de dichas fuerzas realiza un trabajo positivo? ¿Cuál efectúa un trabajo negativo? ¿Y cuál no realiza trabajo alguno?

c) ¿Todas estas fuerzas son conservativas?

d) Entonces, al llegar al suelo (en *B*), la energía potencial que el niño poseía en lo alto del tobogán, ¿se habrá transformado íntegramente en energía cinética?

e) Si no hubiese fricción, ¿cuál sería el valor de la energía cinética del niño al llegar al suelo?

9.8 Un tema especial (para aprender más)

La relación entre masa y energía

❖ En *Un tema especial* del Capítulo 6, donde presentamos algunas nociones acerca de la Teoría de la Relatividad de Einstein, vimos que si un cuerpo en reposo posee una masa m_0, cuando se desplaza con una velocidad v su masa varía, y pasa a tener un valor m, dado por la expresión

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío ($c = 3 \times 10^8$ m/s). Esta ecuación muestra que la masa m de un cuerpo es mayor cuanto más alta es su velocidad. Pero esta variación de la masa es apreciable únicamente cuando la velocidad del cuerpo es muy grande (cercana a la velocidad de la luz).

❖ **La expresión relativista de la energía cinética.** Einstein se dio cuenta de que en estas condiciones (cuando v es muy grande), la expresión clásica $E_c = (1/2)mv^2$ no proporciona correctamente el valor de la energía cinética del cuerpo. Usando las nuevas ideas que había propuesto en la Teoría de la Relatividad, Einstein consiguió demostrar que la expresión general para evaluar la energía cinética de un cuerpo es

$$E_c = (m - m_0)c^2 \quad \text{o bien} \quad E_c = \Delta m \cdot c^2$$

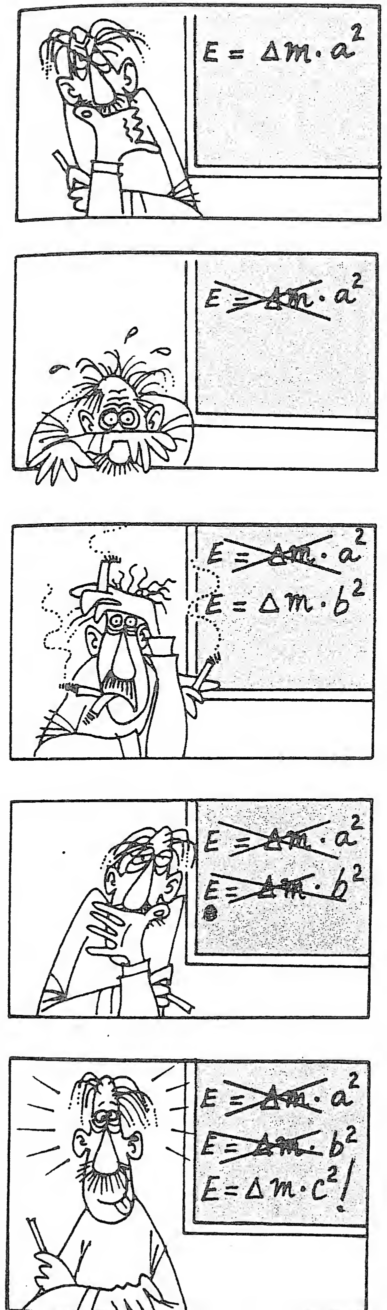
es decir, demostró que un cuerpo en movimiento presenta, en relación con su masa de reposo, un aumento Δm y que el producto de este incremento de masa por el cuadrado de la velocidad de la luz, c^2, proporciona la energía cinética del cuerpo.

Se puede demostrar que en el caso de velocidades pequeñas en comparación con la velocidad de la luz, esta expresión equivale a $E_c = (1/2)mv^2$, como era de esperar.

❖ **El significado de la ecuación $E_c = \Delta m \cdot c^2$.** Por medio de la ecuación $E_c = \Delta m \cdot c^2$ queda claro, entonces, que cuando un cuerpo adquiere energía cinética, su masa sufre un incremento, y viceversa, cuando la energía cinética de un cuerpo disminuye, hay una correspondiente disminución en la masa del cuerpo; es decir, existe una equivalencia entre la variación de masa de un cuerpo y la energía cinética que gana o pierde.

El mismo Einstein generalizó estas ideas y concluyó que la variación de la masa de un cuerpo puede provocarse no solamente por energía cinética, sino por cualquier otra forma de energía que se le proporcione o se le quite a dicho cuerpo. De este modo, si un cuerpo recibe o libera una cierta cantidad de energía E (cinética, potencial, calorífica, luminosa, etc.) su masa sufrirá una variación Δm tal que

$$\boxed{E = \Delta m \cdot c^2}$$



Esta es la famosa ecuación de Einstein que estableció definitivamente la equivalencia entre la masa y la energía, de acuerdo con los principios de la Teoría de la Relatividad.

Por tanto, de acuerdo con estos conceptos, un resorte comprimido (y que posee así energía potencial elástica) tiene una masa mayor que en su longitud normal; también, un auto en movimiento (con energía cinética) también tendrá una masa mayor que si estuviera en reposo. Pero las variaciones de la masa, tanto del resorte como del auto, que se podrían calcular por $\Delta m = E/c^2$, son sumamente pequeñas (debido al elevado valor de c^2), por lo cual es prácticamente imposible detectarlas en forma experimental.

❖ **La reducción de la masa en la fisión nuclear.** Por otra parte, cuando se trata con partículas atómicas o nucleares, que pueden adquirir energías de valores relativamente muy elevados, las variaciones de masa se vuelven significativas, y no se pueden ignorar.

Consideremos el ejemplo siguiente: un núcleo de uranio que recibe el impacto de un neutrón experimenta una *fisión* nuclear, o sea, que se desintegra *originando un núcleo de bario y uno de criptón*, y emitiendo además 3 neutrones, como ilustra la Figura 9-28. En esta reacción nuclear se halla que la masa total de los productos (bario, criptón y neutrones) es inferior a la masa inicial antes de la reacción (masa del neutrón y del núcleo de uranio). La variación de masa Δm se produce debido a la enorme cantidad de energía E liberada en la reacción, comprobándose que esta energía está dada exactamente por $E = \Delta m \cdot c^2$. En la fisión nuclear de cada átomo de uranio se libera una cantidad de energía de aproximadamente 10^{-11} J, que es un valor en extremo elevado en comparación con la energía que se desprende en las reacciones químicas comunes.

En una bomba atómica se produce una reducción significativa de masa durante la fisión rápida y sucesiva de un enorme número de átomos de uranio. Por consiguiente, se produce la liberación de una cantidad extremadamente grande de energía, la cual es responsable del tremendo poder de destrucción de esta arma (Fig. 9-29). En los reactores atómicos también

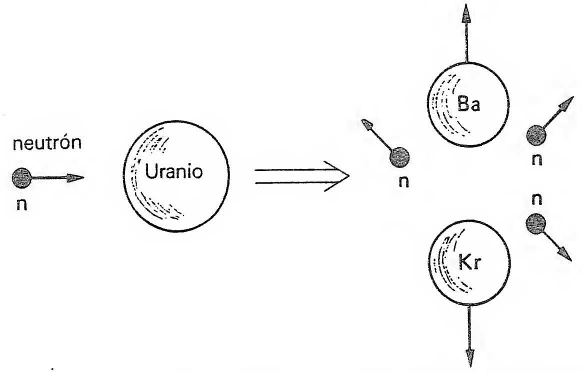


FIGURA 9-28 La energía liberada en la desintegración de un átomo de uranio se puede calcular por la ecuación $E = \Delta m \cdot c^2$.

se producen fisiones de átomos de uranio, que no obstante, se procesan bajo control, haciendo posible la utilización de la energía liberada en aplicaciones de investigación científica, producción de energía eléctrica, etc. (Fig. 9-30).

❖ **La aniquilación de pares.** Uno de los ejemplos más notables de la equivalencia entre masa y energía es el fenómeno que se conoce como "aniquilación de pares". Los científicos descubrieron que existe una partícula denominada *positrón* idéntica al electrón, salvo que el signo de su carga eléctrica es *positivo*. Cuando se encuentra un par constituido por un positrón y un electrón, puede desaparecer por completo, dando origen a radiaciones gamma (Fig. 9-31), cuya energía está dada por $E = \Delta m \cdot c^2$, siendo Δm la masa total de las dos partículas que desaparecen.

❖ **Potencia irradiada por el Sol.** La fabulosa cantidad de energía que el Sol radia en forma continua hacia el espacio sideral, también se puede analizar mediante la ecuación $E = \Delta m \cdot c^2$. Los científicos creen que esta energía solar tiene su origen en reacciones nucleares en las que 4 átomos de hidrógeno se unen entre sí para formar un átomo de helio, reacciones que van acompañadas de una enorme emisión de energía (Fig. 9-32). Una reacción como ésta, en la cual se unen varios núcleos ligeros produciendo un núcleo más pesado, se denomina *fusión nuclear*. Puede comprobarse que la masa de helio formado (6.646×10^{-27} kg) es inferior a la suma de las

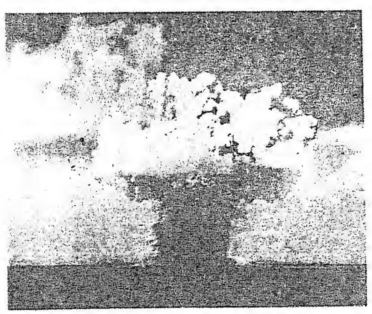


FIGURA 9-29 La desintegración en cadena de un gran número de átomos de uranio, es la causa del enorme poder destructor de una bomba atómica.

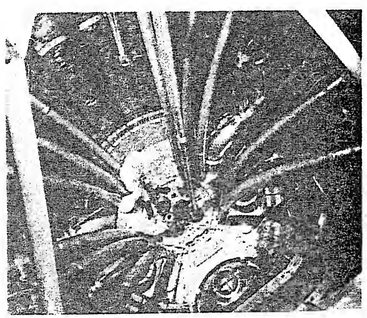


FIGURA 9-30 En el reactor atómico (de una planta de energía nuclear, por ejemplo) la desintegración en cadena de los átomos de uranio se procesa bajo absoluto control.

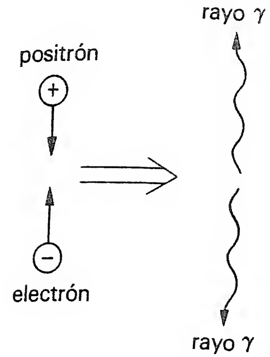


FIGURA 9-31 Un electrón y un positrón "se aniquilan", entre sí dando lugar a la producción de rayos gamma de alta energía.

masas de los 4 núcleos de hidrógeno (6.694×10^{-27} kg). Por tanto, en la fusión hay una reducción de masa:

$$\Delta m = (6.694 - 6.646) \times 10^{-27} \text{ kg}$$
$$= 4.8 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

La energía E liberada en esta reacción equivale a la reducción observada en la masa, y se puede calcular fácilmente como se indica:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = (4.8 \times 10^{-29}) \times (3.0 \times 10^8)^2,$$

donde $E = 4.3 \times 10^{-12}$ J

Se debe notar que esta cantidad de energía sólo se libera en una reacción de fusión. Se estima que en el Sol se producen casi 10^{38} reacciones de este tipo por segundo. Así que la cantidad total de energía liberada por el Sol en cada segundo, es de

$$(4.3 \times 10^{-12}) \times (10^{38}) \quad \text{es decir,} \quad 4.3 \times 10^{26} \text{ J/s}$$

En otras palabras, la potencia instantánea total P de la radiación solar es de casi 4.3×10^{26} W. A pesar del fantástico valor de esta potencia, y por consiguiente, de la enorme cantidad de átomos de hidrógeno que se transforman en helio en cada segundo, los científicos calculan que como la mayor parte de la masa del Sol está constituida por átomos de hidrógeno, nuestro astro podrá mantener esta emisión de energía todavía durante muchos millones de años.

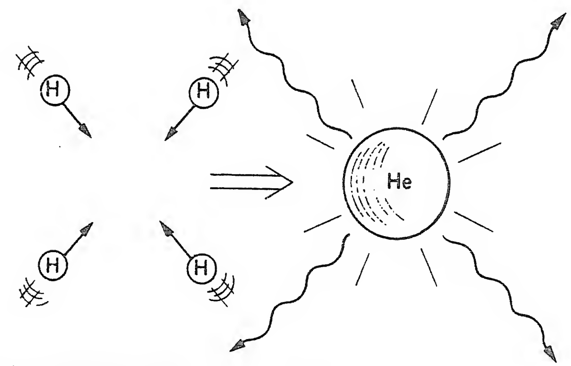


FIGURA 9-32 Los científicos creen que la energía solar se origina en reacciones de fusión nuclear, como se representa en la figura.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

36. Considere el fenómeno de aniquilación de pares, representado en la Figura 9-31.

a) Determine la energía total liberada en esta aniquilación. Se sabe que la masa de reposo tanto del electrón como del positrón es $m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ kg.

b) ¿Cuál es la energía de cada rayo gamma originado en esta aniquilación?

37. En un acelerador lineal, como el presentado en la Sección 6.7, se aceleró un electrón hasta alcanzar una velocidad igual a 90% de la velocidad de la luz. Determine para este electrón:
   a) Cuántas veces su masa m es mayor que su masa de reposo m_0.
   b) La variación Δm, de su masa, en kg.
   c) La energía cinética que adquiere en el acelerador.

38. Considerando, todavía, al electrón del ejercicio anterior, conteste:
   a) ¿Cuál sería su energía cinética de acuerdo con la Mecánica Clásica? ($E_c = m_0v^2/2$)
   b) El valor encontrado en la pregunta (a), ¿es mayor, menor o igual al valor encontrado en la pregunta (c) del ejercicio anterior? ¿Cuántas veces?

39. Uno de los aceleradores de partículas construido en Ginebra (Suiza) por el CERN (Centre Européan de Recherches Nucléaires), es capaz de acelerar un protón hasta que su energía cinética alcance el valor $E_c = 450$ *Gev*. Se sabe que *G* es el símbolo del prefijo griego ***giga***, utilizado en las unidades para indicar el múltiplo de la misma, de valor 10^9 veces mayor que ella. Se sabe también que:

$$1 \text{ ev} = 1 \text{ electrón-volt} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

es una unidad de energía de uso muy frecuente en Física.
   a) Exprese, en *ev*, la energía cinética de dicho protón.
   b) Determine el valor de esta energía cinética en joules.

40. Considere el protón del ejercicio anterior y conteste:
   a) ¿Cuál es el aumento Δm de su masa, en virtud de la energía cinética que adquirió en el acelerador?
   b) ¿Cuántas veces la masa del protón en estas condiciones es mayor que su masa de reposo m_0? (Considere $m_0 = 1.7 \times 10^{-27}$ kg.)

41. Suponga que una estrella semejante al Sol irradie una potencia $P = 6.5 \times 10^{28}$ W. Considerando que esta potencia sea mantenida por la energía liberada en reacciones de fusión nuclear semejantes a las que ocurren en el Sol, conteste:
   a) ¿Cuántas reacciones de fusión, como la mostrada en la Figura 9-32, ocurren por segundo en esta estrella?
   b) ¿Cuántos átomos de hidrógeno, por segundo, se "consumen" en esta estrella?

42. Imagine que en la estrella mencionada en el ejercicio anterior existan ahora 1.2×10^{56} átomos de hidrógeno. Considerando que las reacciones nucleares se realicen siempre a la misma velocidad, determine cuántos años esta estrella continuará irradiando energía proveniente de aquellas reacciones. (Considere que 1 año = 3×10^7 s.)

43. En esta sección, al referirnos a la fisión nuclear de un átomo de uranio (Fig. 9-28), dijimos que en esta reacción se libera una cantidad de energía del orden de 10^{-11} J. Suponga un reactor nuclear de potencia, en el cual 10^{20} átomos de uranio, por segundo, sufran fisión.
   a) ¿Cuál es el orden de magnitud de la variación de masa, Δm, que ocurre en la fisión de cada átomo de uranio?
   b) Suponiendo que toda la energía liberada por la fisión en el reactor mencionado fuera transformada en energía eléctrica, ¿cuál sería la potencia de una planta alimentada por él?

De dónde proviene la energía utilizada en nuestro planeta

Casi toda la energía utilizada en la Tierra tiene su origen en las radiaciones que recibimos del Sol. Una parte de esas radiaciones se aprovecha directamente (iluminación, calentadores y baterías solares, etc.) y otra parte, mucho mayor, se transforma y almacena en diversas formas antes de ser utilizada (carbón, petróleo, energía de los vientos o hidráulica, etcétera).

La energía primitiva, presente en la formación del Universo y almacenada en los elementos químicos existentes en nuestro planeta, suministra también una fracción de la energía que utilizamos (reacciones nucleares en los reactores atómicos, etcétera).

En el siguiente cuadro se indican las innumerables transformaciones que ocurren desde el origen de la energía, en las fuentes mencionadas, hasta adquirir la forma en la cual la usamos cotidianamente.

Energía solar y energía de los átomos

1. *El Sol en el presente*
   - Hace que las plantas crezcan
   - Calienta e ilumina el espacio y las superficies que reciben las radiaciones

   Las radiaciones dan origen a la energía química en los vegetales:
   — trigo, arroz, papas y otros alimentos para el hombre
   — pasto, mijo y otros alimentos para animales
   — calor y luz, para la iluminación diaria, calentadores y baterías solares

2. *El Sol reciente*
   - Calentó el aire produciendo los vientos
   - Evaporó el agua, formando las nubes y produciendo la lluvia

   Da origen a la energía cinética y potencial mediante
   — vientos
   — energía hidráulica

3. *El Sol en el pasado*
   - Hizo que las plantas crecieran

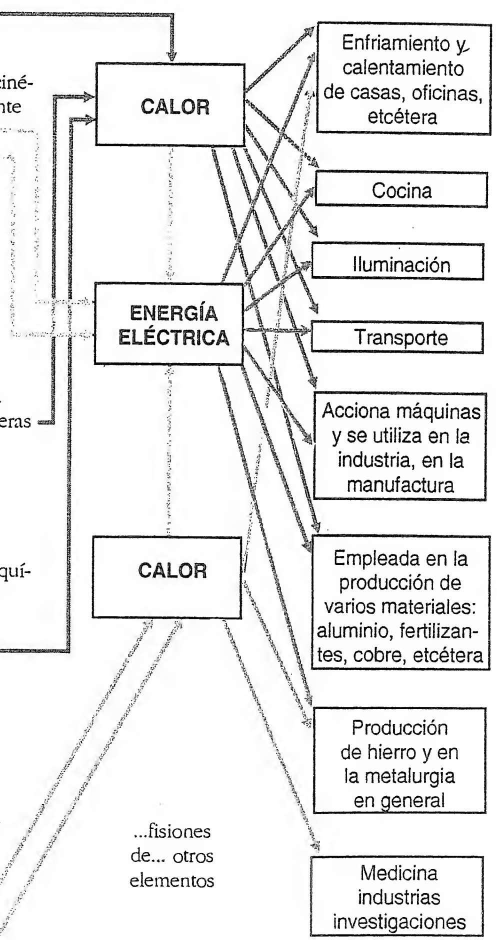
   — almacenó la energía química en las maderas (leñas)

4. *El Sol en la Antigüedad*
   - Alimentó plantas y animales

   Dio origen a la energía química almacenada en el
   — carbón
   — petróleo
   — gas natural
   (combustibles fósiles)

5. *La química primitiva*
   - Energía almacenada en los átomos en la formación del Universo

   Dio origen a la energía nuclear liberada en
   — fusión del uranio y otros elementos pesados
   — fusión de elementos ligeros



REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Escriba la ecuación que define el trabajo T realizado por una fuerza constante. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en la ecuación (trace una figura para aclarar su explicación).
   b) ¿Cómo se denomina la unidad de trabajo en el SI? Exprese su definición.
   c) ¿En qué condiciones una fuerza efectúa un trabajo positivo? ¿Y un trabajo negativo? ¿Y un trabajo nulo? Proporcione ejemplos que ilustren cada uno de los casos.
   d) Cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, ¿cómo se determina el trabajo total realizado sobre él?

2. *a)* Exprese en palabras la definición de la potencia de una fuerza (o de una máquina). Escriba la expresión matemática de esta definición.
   b) El trabajo, ¿es una magnitud escalar o vectorial? ¿Y la potencia?
   c) ¿Cómo se denomina la unidad de potencia en el SI? ¿Cuál es su definición?

3. *a)* Diga qué entiende usted por *energía.* Esta magnitud, ¿es escalar o vectorial?
   b) Cite algunas formas de energía que conozca.
   c) Dé ejemplos de casos en los que una forma o clase de *energía* se transforme en otra.

4. *a)* ¿Cuándo decimos que un cuerpo posee energía cinética?
   b) Si un cuerpo de masa m posee una velocidad $\vec{v}$, ¿qué expresión permite calcular su energía cinética E_c?
   c) Exprese en palabras la relación entre el trabajo total realizado sobre un cuerpo que se desplaza entre dos puntos, y la energía cinética del cuerpo en estos puntos. Exprese matemáticamente esta relación.

5. *a)* ¿Qué entiende usted por *energía potencial*? Dé ejemplos de situaciones en las cuales un cuerpo posee energía potencial.
   b) Un cuerpo de masa m se encuentra a una altura h por arriba de cierto nivel horizontal. ¿Qué expresión permite calcular la E_p gravitacional de este cuerpo en relación con ese nivel?
   c) Escriba la relación matemática entre el trabajo T_{AB} realizado por el peso de un cuerpo cuando se desplaza de A a B, y la energía potencial gravitacional del cuerpo en estos puntos.

6. *a)* Enuncie y exprese matemáticamente la ley de Hooke.
   b) Haga un dibujo que ilustre el diagrama $F \times X$ (fuerza × deformación) para un resorte.
   c) ¿Qué representa la pendiente de la gráfica?
   d) ¿Qué representa el área bajo la gráfica?

7. *a)* Un cuerpo se encuentra unido al extremo de un resorte cuya constante elástica es k y que presenta una deformación X. ¿Cuál es la expresión matemática de la E_p elástica de este cuerpo?
   b) Sea T_{AB} el trabajo realizado por un resorte deformado al empujar (o halar) un cuerpo desde A hasta B. Escriba la relación matemática entre T_{AB} y la energía potencial elástica en A y B.

8. *a)* ¿Qué son las fuerzas conservativas y las fuerzas disipativas? Proporcione ejemplos de ambas.
   b) La expresión $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$, ¿es válida para las fuerzas conservativas? ¿Y para las disipativas?
   c) La expresión $T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$ ¿es válida para las fuerzas conservativas? ¿Y para las disipativas?

9. *a)* ¿Qué entiende usted por energía mecánica (total) de un cuerpo?
   b) ¿En qué condiciones permanece constante la energía mecánica de un objeto?
   c) Cuando sólo actúan fuerzas conservativas en un cuerpo, si su E_p aumenta, ¿qué sucede con su E_c ¿Y si disminuye su E_p?

10. *a)* Un cuerpo sobre el cual actúa una fuerza de fricción cinética pierde toda la energía mecánica que posee. ¿Diría usted que esa energía mecánica "desaparece" o que "se transforma"? Explique.
    b) Haga un resumen explicando lo que entendió al leer el texto relativo al Principio General de Conservación de la Energía.

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Tome una pelota (de goma, cuero, etc.) y determine su masa m en una balanza. Suelte la bola desde una altura h_1 conocida, y mida la altura h_2 a la cual regresa luego de chocar con el suelo. Con los valores de m, h_1 y h_2 que obtenga, responda:

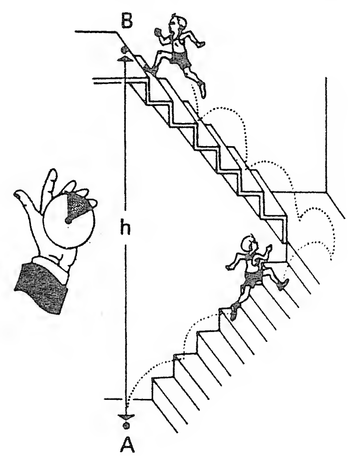
a) ¿Cuál es la energía potencial que poseía la pelota en el instante en que la dejó caer?
b) ¿Cuál es el valor de la energía potencial de la misma cuando regresó a la altura h_2?
c) Basándose en sus respuestas anteriores, calcule la cantidad de energía mecánica que la bola perdió al chocar con el suelo.
d) ¿Qué sucede con la energía mecánica que pierde la pelota?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Este experimento le permitirá determinar la potencia máxima que usted es capaz de desarrollar al ascender por una escalera.

Para llegar a este resultado suba corriendo por una escalera entre dos o tres pisos de una casa, por ejemplo, y mida el tiempo que tardó (use un cronómetro o un reloj con segundero). Trate de obtener el valor de la altura h a la que subió (*véase* figura de este experimento). Como usted debe conocer sin duda el valor de su propia masa, podrá responder a las preguntas siguientes:

a) ¿Qué trabajo realizó al subir la escalera?
b) ¿Qué potencia desarrolló al realizar lo anterior? Compare este valor con la potencia desarrollada por otros compañeros al efectuar la misma tarea.
c) Verifique cuál es la potencia de una lámpara que esté encendida en su casa. ¿Cuántas lámparas iguales a ésta se podrían encender empleando la potencia que desarrolló al subir la escalera?



Segundo Experimento

TERCER EXPERIMENTO

Para analizar el consumo de energía eléctrica en su casa, y darse una idea de lo que paga por dicha energía, siga estas instrucciones:

1. Examine el último recibo de pago de energía eléctrica en su casa, y tome nota del consumo en kWh y del importe total del recibo.
2. En los aparatos electrodomésticos, como una regadera eléctrica, viene indicada la potencia de consumo. Vea cuál es el valor de la potencia en una regadera de esta clase.
3. Investigue cuánto tiempo permanece activa la regadera mientras toma un baño.

Con los datos que obtuvo, responda:

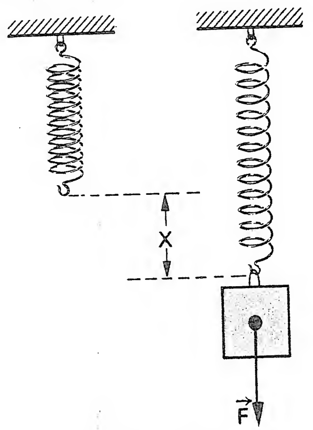
a) ¿Cuánto se paga por 1 kWh de energía eléctrica en la ciudad donde vive?
b) Exprese, en kWh, el valor aproximado de la energía eléctrica que se consume durante el baño de una persona.
c) ¿Cuál es, entonces, el costo aproximado de su baño diario?

4. Realice esta misma investigación en el caso de otro aparato eléctrico de uso en el hogar (licuadora, ventilador, calefactor, parrilla, etcétera).

CUARTO EXPERIMENTO

En este experimento se estudiará la relación entre la fuerza que actúa en un resorte y la deformación que produce. Para ello, proceda de la manera siguiente:

1. Cuelgue verticalmente un resorte y sujete un cuerpo de masa m conocida, a su extremo libre (*véase* figura de este experimento). Observe la deforma-



Cuarto Experimento

ción X que el peso $\vec{F}$, del cuerpo provocó en el resorte (evite colgar cuerpos muy pesados que puedan ocasionar deformaciones permanentes en el resorte).

m (gramos)	F (N)	X (cm)

Cuarto Experimento

2. Repita varias veces esta operación empleando cuerpos de diferente masa, y anote la deformación X que corresponde a cada masa colgada. Anote sus medidas en la tabla adjunta. [Recuerde que F (peso del cuerpo colgado) = mg.]

Usando los datos de la tabla:

a) Trace el diagrama $F \times X$. ¿Qué forma tiene? ¿Es como usted esperaba?

b) Calcule mediante el diagrama, la constante elástica del resorte, en N/m.

c) Determine, empleando el gráfico, el valor de la energía potencial elástica cuando el resorte presentaba su mayor deformación.

UNA ACTIVIDAD INTERESANTE

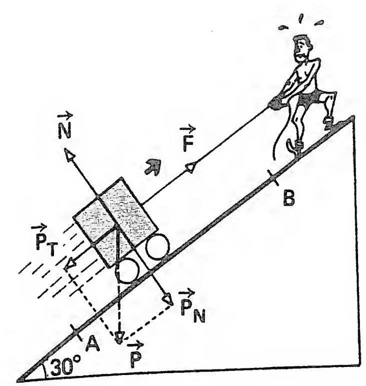
Como dijimos en este capítulo, el término "energía" es probablemente, de los conceptos físicos, el que está más presente en nuestra vida diaria. Las autoridades, la población, las estaciones de radio y de televisión, los diarios, etc., constantemente se ocupan de problemas relacionados con la *energía*. Para que tenga conocimiento de esto y comience a participar en la consideración de estos problemas que indiscutiblemente también le atañen, sugerimos realizar, en forma individual o en grupo, la siguiente actividad.

Reúna cortes de periódicos y revistas, o pequeños artículos sobre el tema (producción de energía, reservas, consumo, contaminación, etc.). Puede hacer así una exposición de su material en un mural formado en el salón de clases, o en la entrada de la escuela. Con ayuda y orientación del profesor, organice pláticas en torno a las ideas que se presentan en un mural.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Un tanque (o tinaco), con capacidad de 2 000 litros, está colocado a 6.0 m de altura, por encima de una cisterna. Una bomba que funciona durante 20 min. hace subir verticalmente el agua, llenando completamente el tanque en dicho tiempo.
   a) ¿Cuál es, en newtons, el peso total del agua subida por la bomba? (Considere $g = 10$ m/s^2, y recuerde que la masa de 1 litro de agua es 1 kg.)
   b) ¿Cuál fue el trabajo total realizado por la bomba al subir el agua?
   c) ¿Cuál fue la potencia desarrollada por el motor de la bomba para efectuar este trabajo?

2. Un niño, ejerciendo una fuerza $F = 30$ N, tira de un carrito cuyo peso es $P = 50$ N, a lo largo de la rampa ilustrada en la figura de este problema. Despreciando la fricción entre el carro y la rampa, y considerando el desplazamiento $AB = 4.0$ m, señale cuál de las afirmaciones siguientes está *equivocada*.



Problema 2

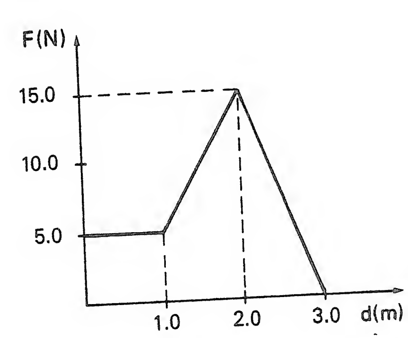
a) El trabajo realizado por la reacción normal $\vec{N}$ es nulo.
b) El ángulo formado por la fuerza $\vec{F}$ con el desplazamiento del carrito es de 30°.
c) El trabajo realizado por la componente $\vec{P}_T$ es de −100 J.
d) El ángulo formado por la componente $\vec{P}_N$ con el desplazamiento del carrito es de 90°.
e) El trabajo total realizado sobre el carrito es de 20 J.

3. El *caballo de vapor* (cv) es una unidad muy utilizada todavía en la práctica para medir la potencia de máquinas y motores. Se sabe que 1 cv = 735 W.
   a) Uno de sus compañeros, empleando lenguaje común, le dice que el motor de un auto "es de 40 caballos" (40 cv). ¿Cuál es, en watts, la potencia de este motor?
   b) La potencia del motor de una aspiradora es de 370 W. Exprese esta potencia en cv.

4. El *kilowatt-hora* (kWh) es una unidad que se emplea muy a menudo para medir la energía eléctrica. Una energía de 1 kWh corresponde al trabajo de una máquina que desarrolle una potencia de 1 kW durante 1 hora.
   a) Determine, en joules, el valor de 1 kWh.
   b) Una lámpara que "consume" una potencia de 100 W, permanece encendida 10 horas al día. ¿Cual es, en kWh, la energía eléctrica que consume la lámpara durante 1 día?
   c) Si el precio de 1 kWh fuera, por ejemplo, de $3.00, ¿el funcionamiento adicional de esta lámpara, en cuántos pesos hará aumentar la cuenta mensual de energía eléctrica?

5. Un camión cargado y un auto pequeño se desplazan con la misma energía cinética. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?
   a) La velocidad del automóvil es mayor que la del camión.
   b) El trabajo que se deberá realizar para hacer que el auto se detenga, es menor que el trabajo que habrá que efectuar para que el camión pare.
   c) Si ambos son frenados (hasta detenerse) por medio de fuerzas del mismo valor, la distancia recorrida por el auto será mayor que la recorrida por el camión.
   d) Si ambos chocaran contra un muro y se detuvieran, el trabajo realizado por el auto sería igual que el del camión.

6. Una fuerza resultante $\vec{F}$ actúa sobre una partícula en movimiento rectilíneo, en la dirección y sentido de su velocidad. La magnitud de $\vec{F}$ varía con la posición d de la partícula, de acuerdo con el diagrama en la figura de este problema.
   a) ¿Cuál es el trabajo realizado por $\vec{F}$ cuando la partícula se desplaza de $d = 0$ hasta $d = 3.0$ m?
   b) Sabiendo que la partícula poseía una energía cinética de 7.5 J al pasar por $d = 0$, ¿cuál será su energía cinética al llegar a la posición $d = 3.0$ m?
   c) ¿Es posible determinar la velocidad de la partícula al pasar por $d = 3.0$ m? Explique.



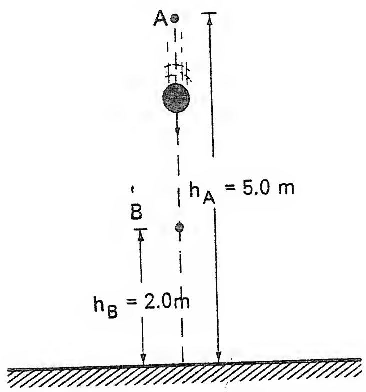
Problema 6

7. Un ranchero posee en sus tierras, una pequeña caída de agua cuya altura es de 10 m, y se halla que en esta cascada fluyen 6.0 m^3 de agua en 2.0 minutos.
   a) ¿Cuál es la energía potencial que poseen 6.0 m^3 de agua cuando están en lo alto de la cascada? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

b) ¿Cuál es el trabajo que esta masa de 6.0 m³ de agua es capaz de realizar al llegar al pie de la cascada?

c) El ranchero necesita una potencia de 7.0 kW en la instalación eléctrica de su finca. Una planta hidroeléctrica instalada en la caída de agua, ¿satisfacería las necesidades de servicio?

8. Una piedra, de masa igual a 2.0 kg, se deja caer (con $v_0 = 0$) desde un punto *A*, y desciende en forma vertical, como muestra la figura de este problema. Suponiendo que la resistencia del aire *no* sea despreciable, diga cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas* (considere $g = 10$ m/s²).



Problema 8

a) La energía mecánica total de la piedra en *A*, es igual a 100 J.

b) La energía mecánica total de la piedra en *B*, es igual a 100 J.

c) La energía potencial de la piedra en *B*, es igual a 40 J.

d) La energía cinética de la piedra en *B*, es igual a 60 J.

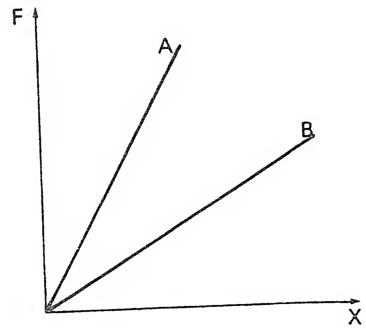
e) La energía potencial que pierde la piedra durante la caída, se transforma íntegramente en energía cinética.

9. Un resorte, de 10.0 cm de longitud y cuya constante elástica es $k = 150$ N/m, pende verticalmente de uno de sus extremos.

a) Colgando en su extremo libre un peso *P*, su longitud pasa a ser de 13.0 cm. ¿Cuál es el valor de *P*?

b) ¿Cuál sería la longitud del resorte si colgáramos en su extremo libre, un cuerpo de masa igual a 900 gramos? (Considere $g = 10$ m/s².)

c) En la pregunta (b), calcule la energía potencial elástica del cuerpo colgado del resorte.



Problema 10

10. La figura de este problema muestra el diagrama $F \times X$ (fuerza × deformación) para dos resortes, *A* y *B*.

a) ¿Cuál de los dos muelles posee constante elástica de valor más elevado?

b) ¿Cuál es el resorte más "duro"?

11. Una bola, de masa $m = 2.0$ kg, se desliza, sin fricción, por el tobogán *ABCD*, que se indica en la figura de este problema. En *A*, la energía cinética de la esfera es de 10 J, y su energía potencial vale 54 J. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?

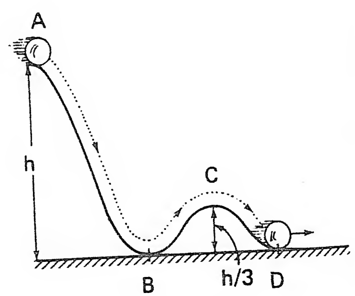
a) La energía cinética de la bola al pasar por *B*, es de 64 J.

b) La energía potencial de la bola en *C*, vale 18 J.

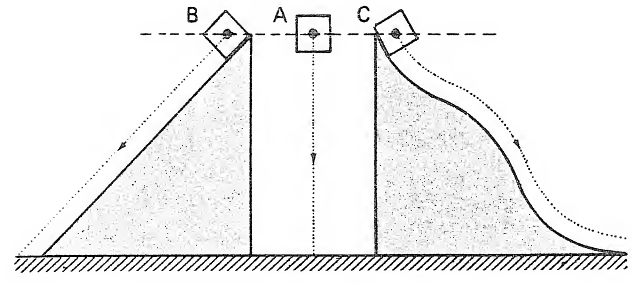
c) La energía cinética de la esfera en *C*, vale 46 J.

d) La energía mecánica total de la esfera en *D*, vale 64 J.

e) La velocidad de la bola en *D*, es de 8.0 m/s.



Problema 11



Problema 12

12. Tres objetos, *A*, *B* y *C*, parten del reposo y caen desde una misma altura. El objeto *A* cae verticalmente, *B* se desplaza a lo largo de un plano inclinado sin fricción, y *C* por un tobogán también sin fricción (*véase* figura de este problema). Sabemos que sus masas son tales que $m_A > m_B > m_C$.

a) Coloque en orden creciente, las energías potenciales que dichos cuerpos poseían al inicio de la caída.

b) Coloque en orden creciente las energías cinéticas que poseen al llegar al piso.

c) Sean v_A, v_B y v_C las velocidades de dichos cuerpos al llegar al suelo. El valor de v_B, ¿es mayor, menor o igual a v_A? ¿Y el valor de v_C?

13. Un bloque de masa $m = 160$ gramos, está en contacto con un resorte que se comprime $X = 8.0$ cm, como se observa en la figura de este problema. Partiendo del reposo en *A*, el bloque es empujado por el resorte, abandonándolo en *B*, y se dirige hacia la rampa, cuya altura máxima es $H = 50$ cm.

a) Sabiendo que la constante del resorte es $k = 200$ N/m, determine la energía potencial elástica en *A*.

b) Suponiendo que la fricción sea despreciable y usando la conservación de la energía, demuestre que el bloque no conseguirá subir hasta lo alto de la rampa.

c) Determine la altura *h* que el bloque puede alcanzar al subir la rampa (considere $g = 10$ m/s²).

14. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una energía cinética de 15 J, a partir de un punto *A*; sube hasta un punto *B* y regresa al punto de lanzamiento. En *B*, la energía potencial de la pelota (respecto de *A*) vale 10 J. Entre las afirmaciones siguientes, indique la que está *equivocada*.

a) La energía mecánica total de la bola en *A*, es de 15 J, y en *B*, de 10 J.

b) Durante el ascenso de la pelota, la fuerza de resistencia del aire realizó un trabajo de −5 J.

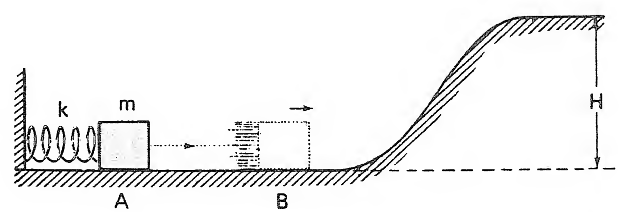
c) En el trayecto de ida y vuelta del objeto, el trabajo de la fuerza resistente del aire es nulo.

d) La energía cinética de la pelota al regresar al punto de lanzamiento, es de 5 J.

e) La cantidad de calor producido por la fricción en el trayecto de ida y vuelta del cuerpo, fue de 10 J.

15. Un proyectil, de masa igual a 1.0 kg, es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 60 m/s. Debido a la fricción con el aire, el proyectil disipa durante la subida 8.0×10^2 J de su energía en forma de calor.

a) ¿Cuál es la energía potencial del proyectil al llegar a la altura máxima?



Problema 13

b) ¿Cuál es el valor de esta altura máxima? (Considere g = 10 m/s^2.)

16. Un bloque de plomo cae desde cierta altura sobre un suelo duro, quedando en reposo después de la caída. ¿Qué sucedió a la energía mecánica que poseía el bloque de plomo? ¿Desapareció? Explique.

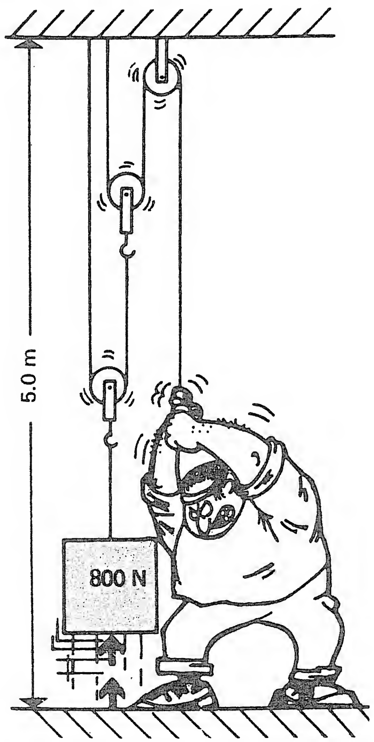
17. En una construcción, un obrero utilizó el sistema de poleas mostrado en la figura de abajo de este problema para levantar un peso de 800 N hasta una altura de 5.0 m.

a) El trabajo que realizó, ¿es mayor, menor o igual al que llevaría a cabo si levantara directamente el peso?

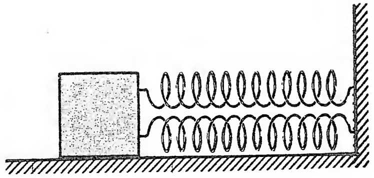
b) Entonces, ¿cuál es la longitud de cuerda que el obrero empleó al tirar de ella para efectuar esta operación?

18. Un bloque se encuentra fijado a dos resortes de igual longitud inicial y de constantes elásticas k_1 y k_2 (*véase* figura de este problema).

a) Cuando el bloque es desplazado hacia la izquierda una distancia X, ¿cuál será la fuerza elástica resultante que actúa sobre él?



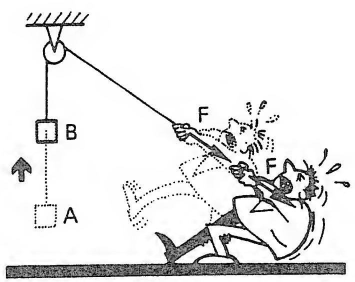
Problema 17



Problema 18

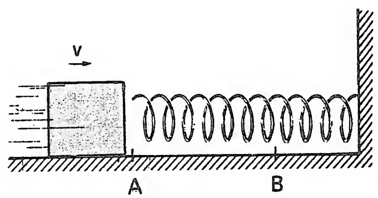
b) Si se deseara sustituir ambos resortes por uno solo, equivalente a aquéllos, ¿cuál tendría que ser el valor de la constante elástica, k, de este resorte único?

19. Un cuerpo, de masa m = 5.0 kg, se encuentra colgado de una cuerda que pasa por una pequeña polea sin fricción (*véase* figura de este problema). En el otro extremo de la cuerda, una persona ejerce una fuerza de 100 N y tira de 2.0 m de cuerda, levantando el cuerpo desde A hasta B. Si el objeto parte del reposo en A, ¿cuál es su energía cinética al pasar por el punto B?

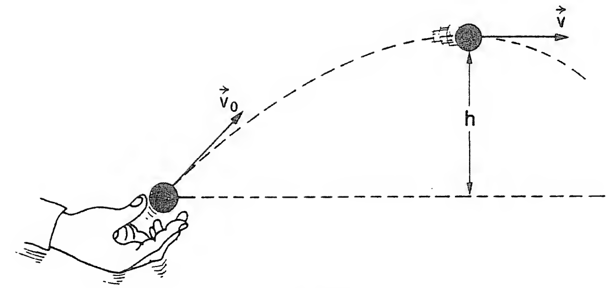


Problema 19

20. Un cuerpo, de masa m = 2.0 kg, se mueve sobre una superficie horizontal con fricción, y va al encuentro de un resorte cuya constante elástica es k = 100 N/m (*véase* figura de este problema). La velocidad del cuerpo; inmediatamente antes de llegar al resorte es v = 3.0 m/s (punto A). El cuerpo comprime el resorte una distancia X = 40 cm, llegando al reposo en el punto B.



Problema 20



Problema 22

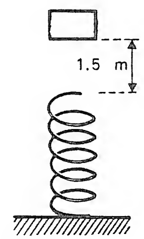
a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fricción en el desplazamiento del cuerpo, desde A hasta B?

b) Suponiendo que el cuerpo, luego de llegar al reposo, sea empujado por el resorte de vuelta al punto A, ¿cuál será su energía cinética al separarse del resorte?

21. Un martinete con una masa de golpeo a la que corresponde m = 100 kg, cae desde una altura h = 5.0 m sobre un tablestaca o estaca (se trata de un martinete para hincar tablestacas). Suponiendo que toda la energía de la masa del martinete se trasmita al tablestaca, y sabiendo que penetra 10 cm en el suelo, calcule la fuerza con que el suelo se opone a su penetración.

22. Un proyectil es lanzado con una velocidad inicial $\vec{v_0}$ y pasa por el punto más alto de su trayectoria con una velocidad $\vec{v}$ (*véase* figura de este problema). Desprecie la resistencia del aire, y usando la conservación de la energía, calcule el valor de $\vec{v}$.

23. Un cuerpo de masa m = 2.0 kg es soltado desde una altura de h = 1.5 m, directamente sobre un resorte no deformado, cuya constante elástica es k = 200 N/m. Considerando g = 10 m/s^2, determine la máxima deformación que el cuerpo provocará en el resorte, después de llegar a él.



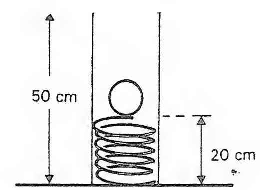
Problema 23

24. Una persona lanza una piedra hacia abajo verticalmente, con una velocidad inicial v_0 = 4.0 m/s, desde una ventana situada a una altura h = 6.0 m del suelo. Desprecie la resistencia del aire, considere la masa de la piedra m = 1.0 kg, y determine el valor de su energía cinética al llegar al suelo.

25. Un niño se desliza por un tobogán, semejante al de la Figura 9-26, partiendo del reposo en el punto A. Suponga que 20% de la energía mecánica del niño la disipen las fuerzas de fricción. Si h = 4.0 m y g = 10 m/s^2, calcule la velocidad del niño al llegar a la base del deslizador.

26. En el Problema 13, suponga que el resorte haya sido comprimido de X = 10.0 cm y que 10% de la energía mecánica del bloque sea disipada en su recorrido a lo largo de la superficie mostrada en la figura. Determine la energía cinética de este bloque cuando llega a lo alto de la rampa.

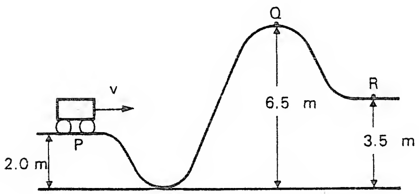
27. Un resorte de 30 cm de longitud (no deformado) está sujeto en el fondo de un tubo vertical, liso, de 50 cm de altura. Se comprime el resorte hasta que su longitud se reduzca a 20 cm y se coloca sobre él una pequeña esfera de masa m = 10 g (*véase* figura de este problema). Al soltar el resorte, se estira y empuja a la esfera, que sube y alcanza una altura de 1.0 m arriba del extremo superior del tubo. Considerando g = 10 m/s^2 y despreciando las fuerzas de atracción, conteste:



Problema 27

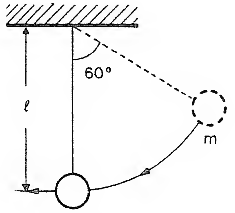
a) ¿Cuál es el valor de la constante elástica del resorte?
b) ¿Cuál es la velocidad con que la esfera sale del tubo?

28. Un carrito de masa m = 2.0 kg se desplaza, sin fricción, a lo largo de la superficie mostrada en la figura de este problema, y pasa por el punto P a una velocidad v = 10 m/s (considere g = 10 m/s^2).
a) Demuestre que el carrito llegará al punto R.
b) Determine la velocidad del carrito al pasar por R.



Problema 28

29. Una piedra, de masa m, está oscilando como un péndulo, partiendo del reposo de una posición en la cual el hilo forma un ángulo de 60° con la vertical (*véase* figura de este problema). Calcule la tensión del hilo cuando la piedra pasa por la posición más baja de su trayectoria (exprese la respuesta en función del peso mg de la piedra).



Problema 29

30. Una bala de revólver cuya masa es de 20 g, tiene una velocidad de 100 m/s al llegar a un bloque de madera, en el cual penetra 5.0 cm, hasta detenerse. Determine el valor de la fuerza de resistencia media que el bloque ofrece a la penetración de la bala.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Un motor eléctrico levanta un peso de 200 kgf a una altura de 5.0 m y necesita 10 s para realizar esta operación. Si se considera g = 10 m/s^2, podemos decir que la potencia realizada por el motor fue de:
a) 200 W
b) 500 W
c) 1 000 W
d) 2 000 W
e) 10 000 W

2. Un joven , cuyo peso es 6.0×10^2 N, anda en una bicicleta que pesa 1.0×10^2 N, a lo largo de una calle horizontal, con una velocidad constante de 4.0 m/s. Las fuerzas ejercidas por la calle y por el aire que se oponen al movimiento, tienen una resultante horizontal, dirigida hacia atrás, y cuyo módulo vale 10 N. La potencia mínima que el joven debe desarrollar para mantener la velocidad constante se calcula como en la opción:
a) 10 (N) × 4.0 (m/s) = $4.0 \cdot 10^1$ W
b) $1.0 \cdot 10^2$ (N) × 4.0 (m/s) = $4.0 \cdot 10^2$ W
c) $6.0 \cdot 10^2$ (N) × 4.0 (m/s) = $2.4 \cdot 10^3$ W
d) ($6.0 \cdot 10^2 + 1.0 \cdot 10^2$)(N) × 4.0 (m/s) = $2.8 \cdot 10^3$ W
e) ($6.0 \cdot 10^2 + 1.0 \cdot 10^2$ + 10)(N) × 4.0 (m/s) = $2.8 \cdot 10^3$ W

3. La potencia de un corazón que late 70 veces por minuto y bombea 72 cm^3 de sangre en cada latido, contra una presión de 12 cm de mercurio, es: (densidad del mercurio = 13.6 g/cm^3, g = 9.81 m/s^2)
a) 12.3 W
b) 60.5 W
c) 8.4 W
d) 1.00 W
e) 1.34 W

4. Se observa que un cuerpo, cuya masa es m = 5.0 kg, que se desplaza con una velocidad v_1 = 2.0 m/s, después de cierto tiempo pasa a desplazarse con una velocidad v_2 = 4.0 m/s. El trabajo total realizado sobre este cuerpo fue de :
a) 10 J
b) 20 J
c) 30 J
d) 40 J
e) Imposible calcular

5. Un cuerpo recorre una curva con energía cinética constante de 5.0 J. Parte de la curva es un arco de circunferencia de radio 0.50 m y de 5.0 m de longitud. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre el cuerpo mientras recorre esa parte de la curva?
a) 0.0 N
b) 1.0 N
c) 10 N
d) 20 N
e) Ninguno de los valores anteriores.

6. Un bloque de masa m = 2.0 kg se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción, con velocidad v_0 = 10 m/s, y entra así, en una zona donde existe fricción de coeficiente μ = 0.50. Las preguntas son:
1°. ¿Cuál es el trabajo (W) realizado por la fuerza de fricción después que el bloque recorrió 5.0 m con fricción?
2°. ¿Cuál es la velocidad del bloque al final de esos 5.0 m? (g = 10 m/s^2)

	W (J)	v (m/s)
a)	+50	7.1
b)	−50	6.9
c)	+100	0
d)	−50	7.1
e)	0	10

7. Analice las siguientes afirmaciones y señale las que están *correctas*: Suponga que un cuerpo de masa m, inicialmente con velocidad $\vec{v}$, sufre un desplazamiento d bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$.

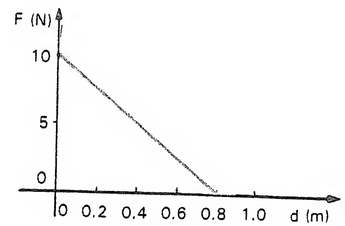
I. Si $\vec{F}$ actúa en la dirección y sentido de $\vec{v}$, al final del desplazamiento la velocidad del cuerpo estará dada por la expresión:

$$\sqrt{\frac{2Fd + mv^2}{m}}$$

II. Suponiendo que $\vec{F}$ actúe constantemente en la misma dirección, pero en sentido contrario a $\vec{v}$, al final del desplazamiento el cuerpo alcanzaría el reposo si $\vec{F}$ tuviera un valor constante igual a $\frac{mv^2}{2d}$.

III. Si $\vec{F}$ actuara ahora en un sentido y después en otro, de tal modo que el trabajo total de $\vec{F}$ en el desplazamiento d fuera nulo, se podría afirmar que, al final del desplazamiento, la velocidad del cuerpo tendría un valor igual a v.

8. Una esfera metálica, homogénea, de masa 0.10 kg está en reposo en un local donde la aceleración gravitacional es 10 m/s^2. A partir de cierto momento, una fuerza de intensidad F, variable con la distancia (d), según la gráfica de abajo, empieza a actuar en la esfera en dirección vertical y sentido hacia arriba. ¿Cuál es la energía cinética de la esfera en el momento en que F se anula? (Desprecie todas las fricciones.)
a) 0.80 J
b) 3.2 J
c) 4.0 J
d) 7.2 J
e) 8.0 J



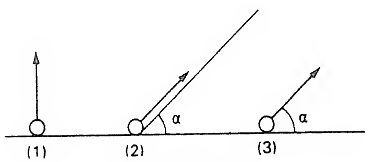
Pregunta 8

9. Una pelota de 0.2 kg de masa es lanzada verticalmente hacia abajo, con velocidad inicial de 4 m/s. La pelota bota en el suelo, y al regreso, alcanza una altura máxima que es idéntica a la altura del lanzamiento. ¿Cuál es la energía perdida durante el movimiento?
a) 0 J
b) 1.600 J
c) 1.6 J
d) 800 J
e) 50 J

10. La hidroeléctrica de Itaipú, Brasil, cuando esté terminada, generará 12.600 MW (megawatt) de potencia. Suponiendo que no haya absolutamente pérdida y que toda el agua que cae va a generar energía eléctrica, ¿cuál deberá ser el volumen de agua, en metros cúbicos, que debe pasar en una hora, sufriendo un desnivel de 110 m, para generar esa potencia? (g = 9.8 m/s^2)
a) 1.17×10^7 m^3
b) 1.20×10^4 m^3
c) 4.21×10^7 m^3
d) 4.19×10^8 m^3
e) 7.01×10^8 m^3

11. Tres balines idénticos son lanzados a partir del mismo plano horizontal y con la misma velocidad inicial (en módulo).
— el balín (1) es lanzado verticalmente;
— el balín (2) es lanzado a lo largo de un plano inclinado del ángulo α.
— el balín (3) es lanzado en dirección oblicua (proyectil), el ángulo de tiro siendo igual a α.

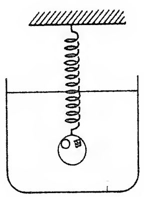
Se representan por h_1, h_2 y h_3, respectivamente, las alturas máximas arriba del plano de lanzamiento, alcanzadas por los tres balines. Si se despreciaran todas las fricciones, se puede afirmar que:
a) $h_1 = h_2 = h_3$
b) $h_1 > h_2 > h_3$
c) $h_1 = h_2 > h_3$
d) $h_1 > h_2 = h_3$
e) $h_1 < h_2 = h_3$



Pregunta 11

12. La figura muestra un cuerpo en equilibrio, de densidad 0.8 g/cm^3, volumen 2.0 litros, totalmente inmerso en agua y sujeto a un resorte ideal de constante elástica 100 N/m.
¿De cuánto es la deformación del resorte?

a) 2 cm
b) 4 cm
c) 8 cm
d) 12 cm
e) 16 cm



Pregunta 12

13. Un cuerpo de masa m se encuentra a una altura h del nivel del suelo. Analice las afirmaciones siguientes, relacionadas con esta situación (considere despreciable la fricción):

I. Su energía potencial gravitacional, en relación con el suelo, es mgh.
II. Si se soltara del reposo, su energía cinética, al llegar al suelo, será mgh.
III. El trabajo realizado por el peso del cuerpo, cuando se eleva del suelo hasta la posición antes mencionada y regresar al suelo, es nulo.

14. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que son *correctas*:

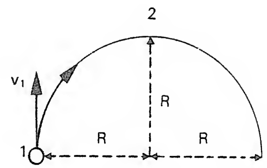
I. Siempre que una fuerza no nula actúa en una partícula, esta fuerza realiza trabajo.
II. Si una partícula está bajo la acción solamente de fuerzas conservativas su E_c se conserva.
III. El trabajo de la resultante de todas las fuerzas que actúan en una partícula es igual a la variación de la E_c de la partícula.

15. Un canal ligeramente inclinado sale de un muro de protección en la orilla de una carretera. Una pelota lanzada por el tubo regresa con mayor velocidad de la que tenía al ser lanzada. Si esto le ocurre a usted, sospecharía que:
a) El tubo tiene del otro lado una inclinación muy alta.
b) El tubo tiene forma de "L".
c) Alguien había golpeado la pelota del otro lado y la devolvió con mayor impulso.
d) Dentro del tubo hay un resorte, no comprimido, con gran constante elástica.
e) El Principio de Conservación de la Energía no es ya válido.

16. Un cuerpo de masa m = 5.0 kg es soltado de una altura h = 2.0 m. Si se desprecia la resistencia del aire y se considera g = 10 m/s^2, la energía mecánica total de este cuerpo, a una altura h = 0.5 m, vale:
a) 100 J
b) 0.50 J
c) 25 J
d) 75 J
e) cero

Las preguntas **17** y **18** se refieren al enunciado y a la figura de abajo: Una pelota, de masa m, amarrada a un cordón, describe una circunferencia en un plano vertical. Cuando pasa por el punto 1, su velocidad será v_1. Considere la energía potencial nula en el punto 1. Suponga que el sistema se encuentra en las cercanías de la Tierra y desprecie la resistencia del aire.

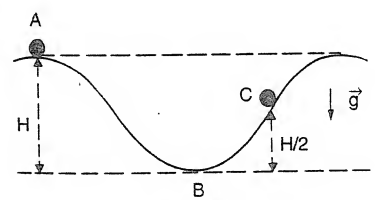
17. La energía mecánica total de la pelota en el punto 2 es:
a) $\frac{1}{2}mgR$
b) mgR
c) $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgR$
d) $\frac{1}{2}mv_1^2 - mgR$
e) $\frac{1}{2}mv_1^2$



Preguntas 17 y 18

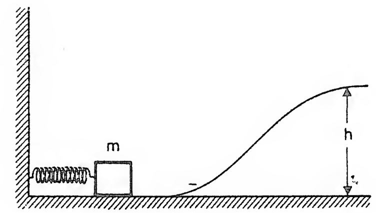
18. La energía cinética en el punto 2 es:
a) $\frac{1}{2}mgR$
b) mgR
c) $\frac{1}{2}mv_1^2$
d) $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgR$
e) $\frac{1}{2}mv_1^2 - mgR$

19. Una partícula se desliza libremente en un riel sin fricción, partiendo del punto A con una cierta velocidad inicial. El plano horizontal de referencia para medir la energía potencial de la gravedad, pasa por el punto B. Se sabe que la energía potencial en el punto A vale E y la energía cinética en el punto B vale 2 E. Cuando la partícula pasa por el punto C sus energías cinética y potencial serán, respectivamente, iguales a:
a) 3 E/2 y E/2
b) E/2 y E/2
c) E y E
d) E/2 y 3 E/2
e) 3 E/2 y 3 E/2



Pregunta 19

20. Un cuerpo de pequeñas dimensiones y masa m, está unido a un resorte, de constante k, comprimido, como se ilustra en el esquema siguiente. ¿Cuál debe ser la mínima compresión del resorte para que, al extenderse, empuje al cuerpo de manera que cuando abandone el resorte, logre subir la rampa? (Desprecie la fricción.)
a) mgh
b) mgh/k
c) 2 $kmgh$
d) $\sqrt{2\ mgh/k}$
e) El cuerpo no logrará subir la rampa solamente por el impulso del resorte.



Pregunta 20

21. Un cohete estalla, en pleno vuelo, en tres partes de misma masa. La energía cinética del cohete, antes de la explosión, era E_0. La energía liberada en la explosión es de 3 E_0. La energía total de la explosión aparece como energía cinética de las partes. A continuación se indican los valores de energía cinética E_1, E_2 y E_3, para estas partes. Indique la opción *incorrecta*:

	E_1	E_2	E_3
a)	$\frac{5}{3}E_0$	$\frac{1}{3}E_0$	$2\ E_0$
b)	$\frac{2}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$2\ E_0$
c)	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$
d)	$\frac{1}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$
e)	$2\ E_0$	E_0	E_0

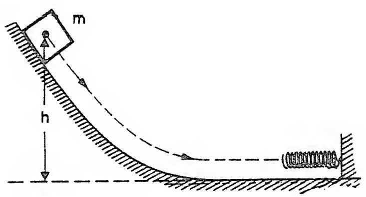
22. Un cuerpo, de masa m = 2.0 kg, es soltado desde una altura h = 10 m. Se observa que, durante la caída, se genera una cantidad de calor igual a 100 J, en virtud de la fricción con el aire. Si se considera g = 10 m/s^2, la energía cinética del cuerpo, inmediatamente antes de tocar el suelo, vale:
a) 200 J
b) cero
c) 10 J
d) 100 J
e) 300 J

23. En la pregunta anterior, se puede llegar a la conclusión de que la velocidad del cuerpo, inmediatamente antes de tocar el suelo, era, en m/s:

a) $\sqrt{200}$
b) $10\sqrt{2}$
c) 10
d) 20
e) 200

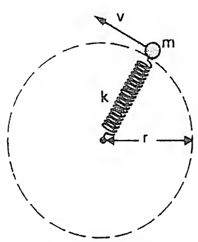
24. Un cuerpo, de masa m = 1.0 kg, es soltado (sin velocidad inicial) de una altura h = 2.0 m, como se indica en la figura. El cuerpo se desliza a lo largo de la superficie mostrada y choca contra un resorte cuya constante elástica vale k = 200 N/m, que se comprime 40 cm. El trabajo realizado por la fricción sobre el bloque, durante su movimiento fue (considere g = 10 m/s^2);

a) –20 J
b) –16 J
c) –4.0 J
d) –2.0 J
e) Nulo, porque no hay fuerza de fricción que actúe en el bloque.



Pregunta 24

25. Una partícula, de masa m, describe una trayectoria circular, en movimiento uniforme, sobre una mesa horizontal lisa, sujeta en el extremo de un resorte cuya constante elástica es k (*véase* figura). Suponga que el radio r de la trayectoria sea muy grande, de modo que se pueda considerar despreciable la longitud del resorte no deformado.



Pregunta 25

En estas condiciones, la energía mecánica total de la partícula será dada por:

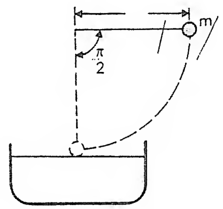
a) 4 kr^2
b) 2 kr^2
c) kr^2
d) 1/2 kr^2
e) 1/4 kr^2

26. Un jugador lanza horizontalmente una pelota de 250 g con velocidad inicial de 18 m/s. Otro jugador prácticamente en el mismo nivel, sujeta la pelota cuando la velocidad se redujo a 12 m/s. El trabajo realizado para superar la resistencia del aire, supuesta constante, es de:

a) 22.5 J
b) 41.8 J
c) 58.3 J
d) 61.4 J
e) NRA

27. Un péndulo de longitud ℓ es soltado en la posición indicada en la figura y cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria sobre la superficie de un líquido, pierde en cada una de sus pasadas 30% de su energía cinética. Después de una oscilación completa, cuál será, aproximadamente, el ángulo que el alambre del péndulo hará con la vertical:

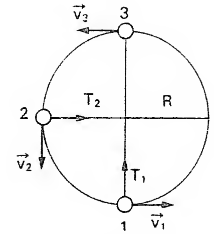
a) 75°
b) 60°
c) 55°
d) 45°
e) 30°



Pregunta 27

28. Una pequeña pelota, de masa m, gira en una circunferencia vertical, sujeta a un extremo de una cuerda de longitud R. La tensión en la cuerda en el punto 3 es nula. La figura muestra las velocidades y tensiones en los diversos puntos. Marque la afirmación correcta:

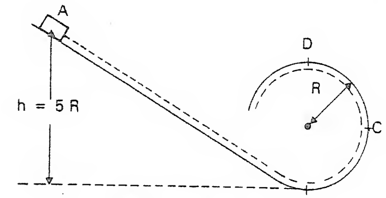
a) $v_1 = \sqrt{5gR}$
b) $T_1 = 5mg$
c) $T_2 = 2mg$
d) $v_3 = 0$
e) $v_2 = \sqrt{2gR}$



Pregunta 28

29. Una partícula de masa m es soltada en A y se desliza, sin fricción, a lo largo de un riel como se muestra en la figura. El radio de la parte circular es R y $h = 5R$. Marque la afirmación *falsa*:

a) La energía mecánica total del cuerpo en el punto C vale $5mgR$.
b) La energía cinética del cuerpo en B vale $5mgR$.
c) La energía cinética del cuerpo en D vale $3mgR$.
d) La velocidad del cuerpo en C vale $\sqrt{8gR}$.



Pregunta 29

e) La reacción normal del riel sobre el cuerpo en C vale $3mg$.

30. Las formas siguientes se utilizan usualmente en medios de comunicación para expresar la potencia de una planta hidroeléctrica. La única correcta es:

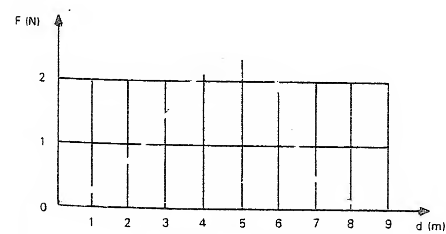
a) 200 000 kilowatts
b) 200 000 kilowatts-día
c) 200 000 kilowatts hora
d) 200 000 kilowatts por día
e) 200 000 kilowatts por segundo

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Una partícula se desplaza en línea recta bajo la acción de una fuerza, $\vec{F}$, que actúa paralelamente a su velocidad. El módulo de la fuerza varía con la distancia, d, según la gráfica mostrada en la figura de este problema.

a) ¿Cuál es el trabajo correspondiente al área de cada rectángulo de la figura?
b) ¿Cuál es el valor aproximado del trabajo que realiza la fuerza desde d = 0 hasta d = 9 m?
c) ¿Cuál es la variación de la energía cinética de la partícula en el desplazamiento considerado?

2. Un balón de fútbol es lanzado con una energía cinética inicial E_{co} y con un ángulo de lanzamiento de 45°. Desprecie la resistencia del aire y calcule, en función de E_{co} la energía cinética del balón al pasar por el punto más alto de su trayectoria.



Problema 1

3. Una escalera eléctrica transporta personas entre dos pisos separados por una distancia vertical de 10 m. Está diseñada para transportar hasta 200 personas por minuto. Suponiendo que la masa media de los usuarios es de 60 kg, calcule la potencia que debe tener el motor que impulsa a esta escalera, suponiendo que la mitad del trabajo que realiza sea disipado en calor (considere g = 10 m/s^2).

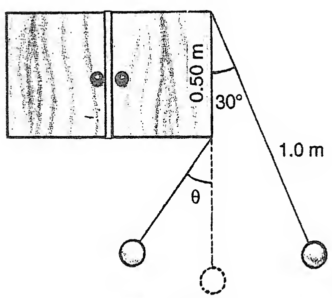
4. Considere un cuerpo, que se desplaza en movimiento rectilíneo bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$, paralela y en el mismo sentido de su velocidad. Demuestre que la potencia de la fuerza $\vec{F}$, en un instante cualquiera en el cual la velocidad del cuerpo sea $\vec{v}$, esta dada por $P = F \cdot v$.

Sugerencia: para calcular P considere un intervalo de tiempo Δt infinitesimal, en el cual F y v puedan considerarse constantes.

5. Un auto, en una carretera horizontal, desarrolla una velocidad constante de 20 m/s. La resultante

de las fuerzas de resistencia contra su movimiento vale 800 N. ¿Cuál es, entonces, la potencia necesaria para mantener al auto en movimiento?

6. Un péndulo de 1.0 m de longitud está amarrado en lo alto de una alacena, y está inicialmente mantenido formando un ángulo de 30° con la vertical, como muestra la figura de este problema. Al soltarse el péndulo, ¿cuál será el ángulo θ que la cuerda formará con la vertical, cuando la masa suspendida alcance el punto más alto, bajo la alacena? Desprecie los efectos de la fricción.



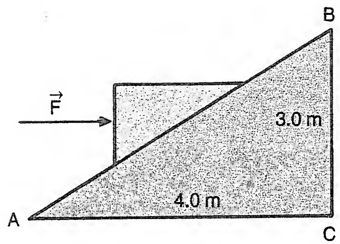
Problema 6

7. Una pelota de hule de masa 1.0 kg es soltada de una altura de 0.50 m. En cada colisión con el suelo pierde 60% de su energía. ¿Cuál es la altura que la pelota alcanza después de su segunda colisión con el suelo? (Considere g = 10 m/s^2 y desprecie la fricción con el aire.)

8. Un proyectil de 30 g de masa, con velocidad de 400 m/s, incide perpendicularmente en una placa de madera de 15 cm de grosor. La placa ejerce una fuerza de resistencia al movimiento del proyectil, cuyo valor medio es de 4.0×10^3 N. ¿Cuál es la velocidad del proyectil en el momento en que abandona la placa?

9. Un cuerpo, de peso igual a 20 N, es empujado de A hasta B a lo largo del plano inclinado mostrado en la figura de este problema, por una fuerza horizontal F = 25 N. Suponiendo que el cuerpo partió del reposo en A y despreciando las fuerzas de fricción, determine la energía cinética con que llega a B.

Los problemas **10**, **11** y **12**, incluidos a continuación, se refieren a la situación examinada en la



Problema 9

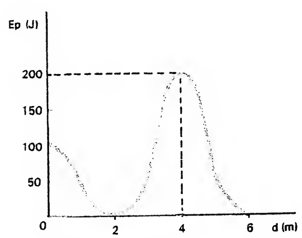
Sección de Cuestionario, pregunta 29, de este capítulo.

10. ¿Cuál es el módulo de la resultante de las fuerzas que actúan en el cuerpo en el punto C?

11. ¿Cuál es el valor de la reacción normal del riel sobre el cuerpo
   a) en el punto B?
   b) en el punto D?

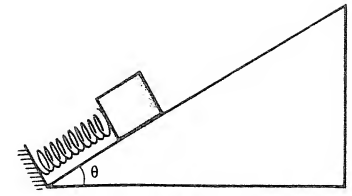
12. ¿Cuál debe ser el mínimo valor de la altura h (en función de R) para que el cuerpo pase por el punto D, sin ejercer compresión sobre el riel?

13. La figura de este problema muestra la variación de la energía potencial de una partícula que se desplaza en línea recta, en función de la distancia d contada a partir de un origen O, de esta recta. Suponga que sobre la partícula actúen solamente fuerzas conservativas y que su energía mecánica total, en d = 0 valga 200 J.
   a) ¿Cuál es la energía cinética de la partícula en d = 0?
   b) ¿Cuál es la energía mecánica de la partícula en d = 2 m?
   c) ¿Cuál es la velocidad de la partícula en d = 4 m?



Problema 13

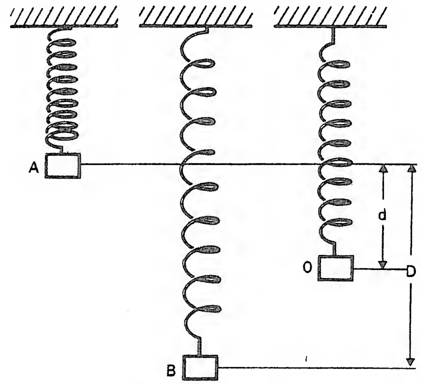
14. La figura de este problema muestra un resorte, de constante elástica 100 N/m, y cuya longitud, cuando no está deformada, es de 60 cm. El resorte está



Problema 14

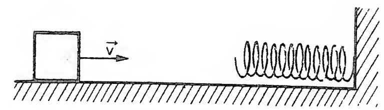
sujeto a la base de un plano inclinado liso, que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Una persona comprime el resorte 40 cm y pone en contacto con ella un cuerpo de peso igual a 10 N, manteniéndola con esta compresión. Si la persona suelta el conjunto, ¿cuál será la energía cinética del bloque en el instante en que pierde contacto con el resorte?

15. Si enganchamos un cuerpo al extremo del resorte vertical no extendido (posición A de la figura de este problema) y lo dejamos bajar lentamente, verificamos que el cuerpo queda en reposo cuando el resorte termina el extendido de d = 15 cm (punto 0 de la figura). En un segundo experimento, dejamos caer el cuerpo, a partir del reposo, del punto A, y comprobamos que, en este caso, el cuerpo estira el resorte hasta el punto B, y provoca en el una deformación máxima D. Calcule el valor de D.



Problema 15

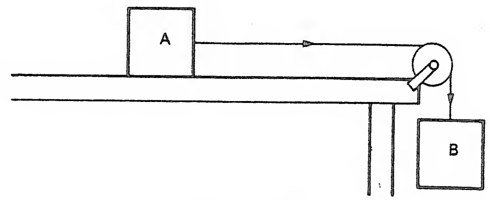
16. Un bloque de masa igual a 1.0 kg choca con un resorte horizontal, cuya constante elástica vale 20 N/m (*véase* figura de este problema), y lo comprime 40 cm. Suponiendo que el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie



Problema 16

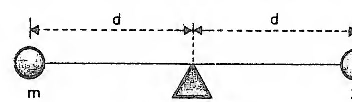
horizontal valga 0.30, determine la velocidad del bloque en el instante en que choca con el resorte (considere g = 10 m/s^2).

17. En el sistema mostrado en la figura de este problema, la roldana y la cuerda tienen masas despreciables y tanto la roldana como la tapa de la mesa no presentan fricción. Suponiendo que el sistema sea liberado del reposo, use la conservación de la energía para calcular las velocidades de los cuerpos A y B, después de que el cuerpo B desciende una distancia d = 2.0 m. Considere m_A = 2.0 kg, m_B = 3.0 kg y g = 10 m/s^2.



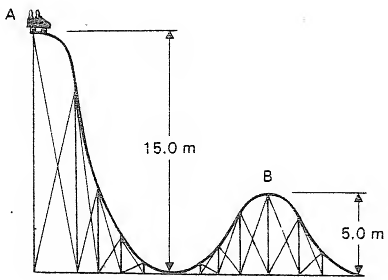
Problema 17

18. Una barra de peso despreciable tiene en sus extremos sujetas las masas m y 2 m, estando articulado sin fricción en su centro (*véase* figura de este problema). La barra está en posición horizontal, siendo entonces liberada a partir del reposo. ¿Cuál es la velocidad de cada masa cuando la barra pasa por la posición vertical?



Problema 18

19. Un cuerpo de masa igual a 400 g está sujeto al extremo inferior de un resorte, suspendido verticalmente, cuya constante elástica vale 20 N/m. Se suelta el cuerpo a partir del reposo, de una posición en la cual el resorte no está deformado. Calcule la velocidad del cuerpo cuando alcanza la superficie de una mesa, situada 20 cm abajo del punto del cual se soltó el cuerpo (considere g = 10 m/s^2).



Problema 20

20. La figura de este problema muestra el perfil de una montaña rusa, en la cual cada carro parte del reposo, de la posición A y se desplaza con fricción despreciable. Por cuestiones de seguridad se desea que el carro pase por B sin perder contacto con el riel. ¿Cuál debe ser el valor mínimo del radio de la curva en B, para que esto ocurra?

21. Considere la ecuación $E_p = -\frac{G M m}{r}$, presentada en la Sección 9.7 y conteste:
    a) A medida que el cuerpo de masa m se aleja de la Tierra, su E_p ¿aumenta o disminuye?
    b) ¿Cuál es el valor máximo de E_p?
    c) ¿En qué posición del cuerpo ocurre este valor máximo?

22. Como se estudiará en el Capítulo 12, en una mezcla de gases, como el aire, por ejemplo, las moléculas se desplazan incesantemente y en una temperatura determinada todas tienen la misma energía cinética media.
    a) Si se considera que las moléculas de helio, oxígeno y nitrógeno, existentes en cierta zona de la atmósfera, con temperatura uniforme ¿cuál de ellas tiene la mayor velocidad media?
    b) Teniendo en cuenta la pregunta anterior, trate de explicar por qué el helio es muy raro en la atmósfera terrestre.

23. Un satélite de masa m, se encuentra en órbita circular de radio r, en torno a la Tierra, cuya masa es M. Calcule la energía mecánica total, E, de este satélite, expresando su respuesta en términos de G, M, m y r.

24. Suponga que un cuerpo fuera lanzado verticalmente para arriba con un velocidad v_0 igual a la mitad de la velocidad de escape. Despreciando la resistencia del aire calcule la altura h, arriba de la superficie de la Tierra, que el cuerpo alcanzará. Exprese su respuesta en función del radio R, de la Tierra.

25. Se sabe que la masa de la Luna es 81 veces menor que la masa de la Tierra y que su radio es casi 6 veces menor que el radio terrestre.
    a) Sabiendo que la velocidad de escape en la superficie de la Tierra es 11.2 km/s, calcule el valor de la velocidad de escape para un cuerpo en la superficie de la Luna.
    b) Teniendo en cuenta la respuesta a la pregunta anterior y la información proporcionada en el Problema 22, ¿considera usted razonable que la Luna *no* tenga atmósfera?

26. Exprese la velocidad de escape en la superficie de un planeta en función de su radio R y de la aceleración de la gravedad g, en la superficie de este planeta.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a)* $\theta = 30°$
   b) 34.8 J
2. *a)* ambas forman un ángulo $\theta = 90°$ con el desplazamiento
   b) $T = 0$ para ambas
3. *a)* $\theta = 180°$
   b) −10.0 J
4. *a)* 24.8 J (positivo)
   b) aumento
5. *a)* 3.48 W
   b) en cada segundo la persona realiza un trabajo de 3.48 J
6. *a)* 1.2×10^{10} W
   b) 20 s
   c) 7.2×10^{12} J
7. *a)* 600 N
   b) 1.2×10^{3} J
   c) 400 W
8. térmica → mecánica → eléctrica → mecánica
9. *a)* 25 J
   b) 3 veces menor
   c) 4 veces mayor
   d) no variaría, pues E_c es una cantidad escalar

10. *a)* 100 J
    b) 100 J
11. *a)* 15 J
    b) 45 J
12. *a)* retira
    b) $T_{AB} = 10$ J
    c) 40 J
13. *a)* $\theta = 90°$
    b) cero
    c) no
    d) permanece constante
14. *a)* cuando el peso cae de más altura
    b) cuando estaba en la altura mayor
15. *a)* 60 J
    b) 60 J
16. *a)* 40 J
    b) 20 J
17. *a)* $E'_{pA} = 50$ J y $E'_{pB} = 30$ J
    b) 20 J
18. *a)* sí (el valor de la E_p depende del nivel de referencia)
    b) no (el trabajo no depende del nivel elegido)
19. *a)* aumenta
    b) $X = 0.10$ m
    c) 20 N
20. *a)* más "blando"
    b) menor
    c) más "duros"
21. *a)* pendiente = k = 150 N/m
    b) no, porque la fuerza del resorte no es constante
    c) determinando el valor del área bajo la gráfica
22. *a)* 12.0 J
    b) 12.0 J
23. *a)* 3.0 J
    b) 9.0 J
24. *a)* no cambia
    b) 2 veces mayor
    c) 4 veces mayor
25. *a)* 13.0 J
    b) su peso; conservativa
    c) $E_A = E_M = E_B = 13.0$ J
26. *a)* 6.0 J
    b) cero; 13.0 J
27. *a)* 2.0 J; 2.0 J
    b) 8.0 J; 8.0 J
28. *a)* su peso y la fuerza de fricción con el aire; no, la fuerza de fricción es disipativa
    b) no
29. *a)* menor
    b) igual
    c) menor
30. *a)* 8.0 J
    b) 5.0 J; en virtud de la existencia de fuerza disipativa
    c) 10.0 J
    d) 3.0 J
    e) 3.0 J
31. *a)* 3.6 J
    b) 3.6 J
    c) 3.6 J; 6.0 m/s
32. *a)* 1.2 J
    b) 2.4 J
33. *a)* 1.600 J
    b) 1.600 J
    c) igual
34. *a)* igual
    b) igual
    c) menor
35. *a)* peso, reacción normal y fuerza de fricción
    b) el peso; la fuerza de fricción; la reacción normal
    c) no (la fuerza de fricción es disipativa)
    d) no
    e) 4.0×10^{3} J
36. *a)* 1.6×10^{-13} J
    b) 8.0×10^{-12} J
37. *a)* $m = 2.3\ m_0$
    b) 1.2×10^{-30} kg
    c) 1.1×10^{-13} J
38. *a)* 3.3×10^{-14} J
    b) cerca de tres veces menor
39. *a)* 4.5×10^{11} ev
    b) 7.2×10^{-8} J
40. *a)* 8.0×10^{-25} kg
    b) 470 veces
41. *a)* 1.5×10^{10} reacciones/s
    b) 6.0×10^{40} átomos de hidrógeno
42. 66 millones de años
43. *a)* 10^{-28} kg
    b) 10^{9} W (= 1 Gigawatt)

Preguntas y problemas

1. *a)* 2.0×10^{4} N
   b) 1.2×10^{5} J
   c) 100 W
2. (b)
3. *a)* 2.94×10^{4} W
   b) 0.50 cv
4. *a)* 3.6×10^{6} J
   b) 1 kWh
   c) 90.00 pesos
5. (a); (d)
6. *a)* 22.5 J
   b) 30.0 J
   c) no, pues no se conoce la masa de la partícula
7. *a)* 6.0×10^{5} J

b) 6.0×10^5 J
c) no, la potencia hidráulica de la cascada es de sólo 5 kW

8. (a); (c)
9. *a)* 4.5 N
b) 16.0 cm
c) 0.27 J
10. *a)* A
b) A
11. Todas son correctas
12. *a)* $E_{pA} > E_{pB} > E_{pC}$
b) $E_{cA} > E_{cB} > E_{cC}$
c) $v_A = v_B = v_C$
13. *a)* 0.64 J
b) $mg\,H > (1/2)\,kX^2$
c) $h = 40$ cm
14. (c)
15. *a)* 1.0×10^3 J
b) 100 m
16. se transformó en otras formas de energía: el bloque y el suelo se deforman, se calientan y emiten ondas sonoras.
17. *a)* igual
b) 20 m
18. *a)* $(k_1 + k_2)\,X$
b) $k = k_1 + k_2$
19. 102 J
20. *a)* -1.0 J
b) 7.0 J
21. 4.9×10^4 N
22. $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$
23. $X = 0.66$ m
24. 68 J
25. 8.0 m/s
26. 0.10 J
27. *a)* 26 N/m
b) 4.5 m/s
28. *a)* la E_p en Q es menor que la energía mecánica en P
b) 8.3 m/s
29. $T = 2\,mg$
30. 2.0×10^3 N

Cuestionario

1. c
2. a
3. e
4. c
5. d
6. d
7. todas están correctas
8. b
9. c
10. c
11. c
12. b
13. todas están correctas
14. I. equivocada; II. equivocada; III. correcta
15. c
16. a
17. e
18. e
19. a
20. d
21. d
22. d
23. c
24. c
25. c
26. a
27. b
28. a
29. e
30. a

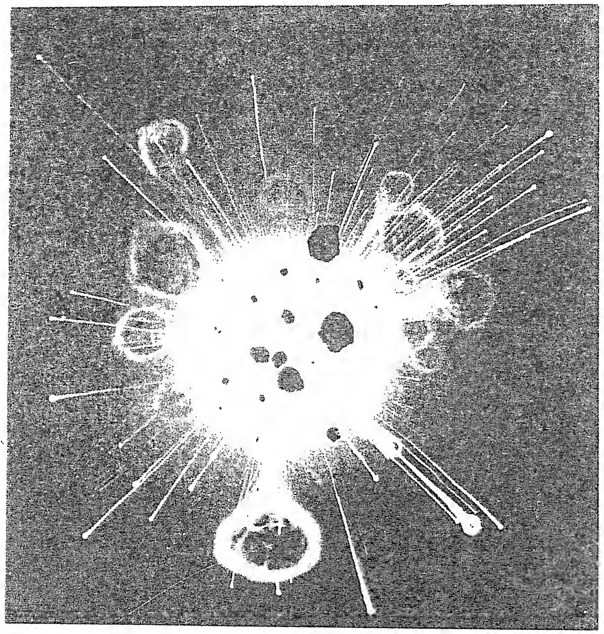
Problemas complementarios

1. *a)* 1 J
b) cerca de 9 J
c) aproximadamente 9 J
2. $E_{co}/2$
3. 40 kW
4. $P = F \cdot v$
5. 16 kW
6. $\theta = 43°$
7. 8.0 cm
8. 340 m/s
9. 40 J
10. $mg\,\sqrt{65}$
11. *a)* 11 mg
b) 5 mg
12. 2.5 R
13. *a)* 100 J
b) 200 J
c) cero
14. 6.0 J
15. 30 cm
16. 2.3 m/s
17. 4.9 m/s
18. $v = \sqrt{2\,gd/3}$
19. 1.4 m/s
20. 20 m
21. *a)* aumenta
b) cero
c) $r = \infty$
22. *a)* helio

b) una gran proporción de las moléculas de He alcanza la velocidad de escape
23. $E = -GMm/\,2r$
24. $h = R/3$
25. *a)* 3.1 km/s
b) sí, porque la velocidad de escape en la superficie de la Luna es alcanzada con cierta facilidad por las moléculas de los gases.
26. $v_e = \sqrt{2gR}$

capítulo 10

conservación de la cantidad de movimiento

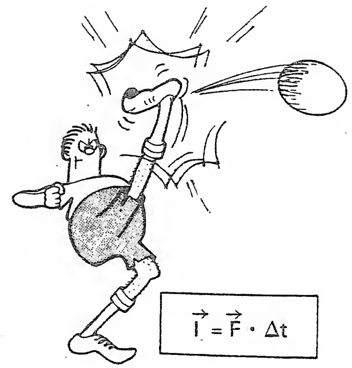


La conservación de la cantidad de movimiento es una ley de aplicación muy frecuente y, por tanto, un poderoso recurso utilizado por los científicos para estudiar los fenómenos naturales. Incluso en situaciones muy complejas, como en la explosión ilustrada en la figura, se observa que hay conservación de la cantidad de movimiento.

En el capítulo anterior estudiamos la Ley de la Conservación de la Energía, destacando su importancia en el campo de la Física, y la facilidad que su empleo brinda en la resolución de numerosos problemas.

Pero en la naturaleza existen otras leyes de conservación, es decir, existen otras cantidades, además de la energía, las cuales también se conservan en circunstancias específicas.

Una de estas leyes, la de *Conservación de la Cantidad de Movimiento,* será analizada en este capítulo. El concepto de *impulso* y su relación con la *cantidad de movimiento,* constituyen el punto de partida para llegar a esa ley de conservación. Por ello, iniciaremos el capítulo exponiendo estos conceptos.



10.1 Impulso y cantidad de movimiento (o ímpetu)

❖ **Qué es impulso.** Cuando un jugador de fútbol hace un tiro de castigo, o cuando un tenista, con su raqueta, regresa una bola, tenemos en ambos casos, una fuerza que actúa durante un breve intervalo de tiempo sobre una pelota, lo cual hace que sea impulsada.

De manera general, siempre que una fuerza actúe sobre un cuerpo durante cierto intervalo de tiempo, diremos que el objeto recibe un *impulso.* En el caso de una fuerza $\vec{F}$ constante que actúe durante un intervalo de tiempo Δt (Fig. 10-1), se define el impulso $\vec{I}$ que la fuerza ejerce, mediante la expresión

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t}$$

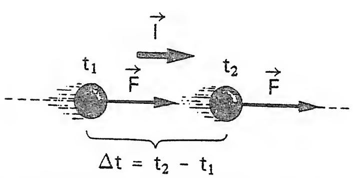


FIGURA 10-1 Una fuerza *F* que actúa sobre un cuerpo durante un cierto intervalo de tiempo Δt, ejerce en él un impulso $\vec{I} = F \cdot \Delta t$.

Observemos que $\vec{I}$ es un vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que $\vec{F}$, como muestra la Figura 10-1. Por la expresión $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$ vemos que en el Sistema Internacional (SI) la unidad de impulso es 1 N · s.

❖ **Cantidad de movimiento (o ímpetu).** La Figura 10-2 muestra un cuerpo de masa *m* que se mueve con una velocidad $\vec{v}$. Una cantidad física muy importante, relacionada con el movimiento del cuerpo, es la llamada *cantidad de movimiento.* Esta cantidad física, que también

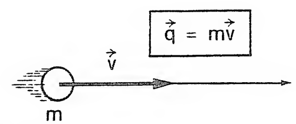


FIGURA 10-2 Un cuerpo (o una partícula) de masa *m* y velocidad $\vec{v}$, posee una cantidad de movimiento $\vec{q} = m\vec{v}$.

se denomina *ímpetu** y que vamos a representar por la letra $\vec{q}$, se define de la manera siguiente:

> la cantidad de movimiento (o ímpetu), $\vec{q}$, de un cuerpo de masa m, que se mueve con una velocidad $\vec{v}$, está definida por la expresión.
>
> $\vec{q} = m\vec{v}$ (Fig. 10-2)

La cantidad de movimiento es una cantidad vectorial, de igual dirección y mismo sentido que el vector $\vec{v}$, como muestra la Figura 10-2. Por la definición, vemos que en el SI la unidad de cantidad de movimiento es 1 kg · m/s.

❖ **Relación entre impulso y cantidad de movimiento.** Consideremos un cuerpo de masa m, que se mueve con una velocidad $\vec{v}_1$. Si una fuerza $\vec{F}$, constante, actúa sobre el cuerpo durante un intervalo de tiempo Δt, observaremos que su velocidad sufrirá una variación, pasando a ser $\vec{v}_2$ al final del intervalo (Fig. 10-3). Suponiendo que $\vec{F}$ sea la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, la segunda ley de Newton permite escribir

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

donde $\vec{a}$ representa la aceleración adquirida por el cuerpo. Pero sabemos que $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$. Luego entonces

$$\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad \text{donde} \quad \vec{F} \cdot \Delta t = m\Delta\vec{v}$$

Como la variación de la velocidad es $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, tenemos

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad \text{o bien}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

* **N. del R.** Asimismo, esta cantidad suele llamarse *momentum* (nombre latino que corresponde a "ímpetu"). Como se considera la velocidad lineal $\vec{v}$, se especifica a veces aplicándole el calificativo de "lineal": cantidad de movimiento lineal o ímpetu lineal.

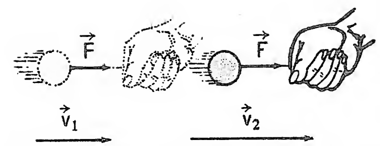


FIGURA 10-3 El impulso de una fuerza sobre un cuerpo, provoca una variación en su cantidad de movimiento.

Observemos, sin embargo, que

$\vec{F} \cdot \Delta t$ representa el impulso $\vec{I}$ que recibió el cuerpo

$m\vec{v}_2$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo, $\vec{q}_2$, al final del intervalo Δt

$m\vec{v}_1$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo $\vec{q}_1$, al inicio del intervalo Δt

Así pues,

$$\vec{I} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1 \quad \text{o bien,} \quad \vec{I} = \Delta\vec{q}$$

Por tanto, se llega a la conclusión de que el impulso que recibió el cuerpo es igual a la variación de su ímpetu o cantidad de movimiento. A pesar de haberse demostrado para el caso de una fuerza constante, este resultado es general, es decir, en cualquier situación podemos afirmar que

> el impulso $\vec{I}$, ejercido por la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo durante cierto intervalo de tiempo, es igual a la variación de la cantidad de movimiento, $\Delta\vec{q}$, ocurrida en dicho intervalo, es decir,
>
> $\vec{I} = \Delta\vec{q}$ o bien, $\vec{I} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1$

Obsérvese que esta relación entre el impulso y la variación de la cantidad de movimiento, es semejante a la relación entre el trabajo y la variación de la energía cinética ($T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$), que vimos en el capítulo anterior.

♦ EJEMPLO 1

La resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de la Figura 10-3, vale $F = 4.0$ N y actúa durante un intervalo de tiempo $\Delta t = 6.0$ s.

a) ¿Qué impulso recibe el cuerpo?
El valor del impulso está dado por

$$I = F \cdot \Delta t = 4.0 \times 6.0 \quad \text{donde} \quad I = 24 \text{ N} \cdot \text{s}$$

La dirección y sentido de $\vec{I}$ son los mismos que los de la fuerza $\vec{F}$.

b) Si la cantidad de movimiento inicial del cuerpo era $q_1 = 16$ kg · m/s, ¿cuál será su valor al final del intervalo de tiempo considerado?

Sabemos que la *variación* de la cantidad de movimiento del cuerpo es igual al impulso que recibió, o sea,

$$\Delta q = I \quad \text{donde} \quad \Delta q = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Pero $\Delta\vec{q} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1$ donde $\vec{q}_2 = \vec{q}_1 + \Delta\vec{q}$

Como la partícula se desplaza en línea recta (Fig. 10-3), los vectores $\vec{q}_2$, $\vec{q}_1$ y $\Delta\vec{q}$ tienen la misma dirección. Luego entonces,

$$q_2 = q_1 + \Delta q = 16 + 24$$

donde

$$q_2 = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

♦ EJEMPLO 2

Una pelota de tenis, de masa m = 100 gramos y velocidad v_1 = 10 m/s, es devuelta por un jugador, impulsándola con una velocidad $\vec{v}_2$, del mismo valor y dirección que $\vec{v}_1$, pero con sentido contrario.

a) ¿Cuál es la variación de la cantidad de movimiento de la pelota?

En el instante en que la pelota llega a la raqueta, el valor de su ímpetu es

$$q_1 = mv_1 = 0.100 \times 10$$

donde

$$q_1 = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

En el momento en que se separa de la raqueta, su cantidad de movimiento vale

$$q_2 = mv_2 = 0.100 \times 10 \quad \text{donde} \quad q_2 = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Los vectores $\vec{q}_2$ y $\vec{q}_1$ tienen la misma dirección pero sentidos opuestos. Por tanto, la cantidad de movimiento de la pelota varió de 1.0 kg · m/s en un sentido, a 1.0 kg · m/s en sentido contrario. Cuando esto sucede, debemos atribuir signos a estos valores, considerando, por ejemplo, el sentido inicial del movimiento como negativo, y el sentido contrario, como positivo. En estas condiciones, la cantidad de movimiento varió de −1.0 kg · m/s a + 1.0 kg · m/s, es decir, la variación del ímpetu de la pelota fue

$$\Delta q = q_2 - q_1 = 1.0 - (-1.0)$$

donde

$$\Delta q = 2.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) Suponiendo que el tiempo de contacto de la pelota con la raqueta fue $\Delta t = 0.01$ s, ¿cuál es el valor de la fuerza (supuesta constante) que la raqueta ejerció sobre la bola?

El impulso $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$ que la raqueta aplicó a la pelota es igual a $\Delta\vec{q}$, o sea,

$$F \cdot \Delta t = \Delta q \quad \text{donde} \quad F = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{2.0}{0.01}$$

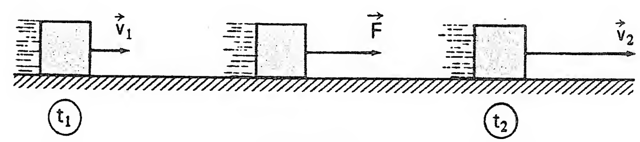
o bien,

$$F = 2.0 \times 10^2 \text{ N}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. El bloque mostrado en la figura de este ejercicio, se desplaza en movimiento rectilíneo. Bajo la acción de una fuerza resultante $\vec{F}$ con valor de 5.0 N.



Ejercicio 1

La fuerza $\vec{F}$ actúa desde el instante t_1 = 2.0 s, hasta el instante t_2 = 6.0 s.

a) ¿Cuál es el valor del impulso, $\vec{I}$, producido por la fuerza sobre el bloque?

b) Trace, en la figura, el vector $\vec{I}$.

c) Represente por un vector en la figura, la variación de la cantidad de movimiento $\Delta\vec{q}$ que ese impulso produjo en el bloque.

2. Suponga en el ejercicio anterior, que el valor de la cantidad de movimiento del objeto en el instante t_1 fuera q_1 = 10 kg · m/s.

a) Trace en la figura el vector $\vec{q}_1$.

b) Recordando su respuesta a la pregunta (c) del ejercicio anterior, determine el valor de $\vec{q}_2$.

c) Trace en la figura el vector $\vec{q}_2$.

3. Una partícula, de masa m = 200 gramos, describe una trayectoria rectilínea por la acción de una fuerza única, que permanece constante. Observemos que la partícula pasa de una velocidad inicial v_1 = 3.0 m/s, a una velocidad final v_2 = 8.0 m/s, durante un intervalo de tiempo Δt = 4.0 s.

a) ¿Cuáles son los valores de las cantidades de movimiento inicial (q_1) y final (q_2) de la partícula?

b) ¿Qué valor tiene el impulso recibido por la misma?

c) ¿Cuál es el valor de la fuerza que actúa sobre la partícula?

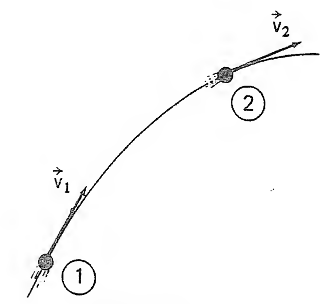
4. Considere un cuerpo que se desplaza en movimiento rectilíneo uniforme.

a) ¿El ímpetu o *momentum* de este cuerpo está cambiando? Explique.

b) Tomando en cuenta la respuesta a la pregunta (a), ¿qué concluye usted acerca del impulso que actúa en el cuerpo?

c) Entonces, ¿cuál es el valor de la resultante de las fuerzas aplicadas al cuerpo?

5. Una partícula describe, con velocidad de magnitud constante ($v_2 = v_1$), la trayectoria curva indicada en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 5

a) Trace en la figura los vectores $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$ que representan las cantidades de movimiento de la partícula en las posiciones (1) y (2).

b) ¿Varía el ímpetu o cantidad de movimiento de la partícula? Explique.

c) Tomando en cuenta la respuesta a la pregunta (b), ¿podemos concluir que existe un impulso que actúa sobre la partícula?

10.2 Cantidad de movimiento de un sistema de partículas

❖ **Cantidad de movimiento total.** La Figura 10-4 representa un *sistema de partículas* de masas m_1, m_2, m_3, etc., las cuales se mueven con velocidades, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, etc.; las cantidades de movimiento de cada partícula serán, por tanto $\vec{q}_1 = m_1$, $\vec{q}_2 = m_2\vec{v}_2$, $\vec{q}_3 = m_3\vec{v}_3$, etc., respectivamente.

La cantidad de movimiento *del sistema*, o sea, su *cantidad de movimiento total*, $\vec{Q}$, se obtendrá por la suma *vectorial* de los ímpetus de las partículas del sistema, es decir, $\vec{Q}$ es la *resultante* de las cantidades de movimiento $\vec{q}_1$, $\vec{q}_2$, $\vec{q}_3$, etcétera.

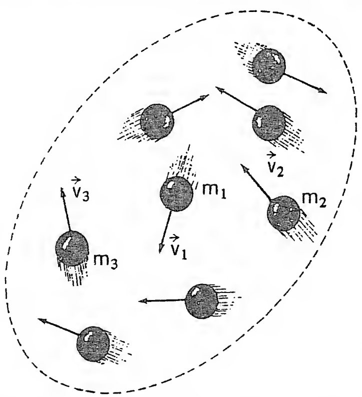


FIGURA 10-4 La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas es igual a la resultante de las cantidades de movimiento de las partículas.

Por tanto,

$$\vec{Q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 + \ldots$$

o bien,

$$\vec{Q} = \Sigma\,\vec{q}$$

De esta manera, para obtener $\vec{Q}$ deberán emplearse los conocimientos acerca de la adición de vectores, que analizamos en el Capítulo 4.

EJEMPLO

En una mesa de billar, tres bolas, cada una de 0.50 kg de masa, están en movimiento con las velocidades $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$ que se indican en la Figura 10-5a. Si sabemos que en un instante determinado, v_1 = 2.0 m/s, v_2 = 1.0 m/s y v_3 = 2.0 m/s, determinar la cantidad de movimiento total en dicho instante del sistema constituido por las bolas.

El valor de la cantidad de movimiento de cada una es

$$q_1 = m_1v_1 = 0.50 \times 2.0$$

donde

$$q_1 = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$q_2 = m_2v_2 = 0.50 \times 1.0$$

donde

$$q_2 = 0.50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$q_3 = m_3v_3 = 0.50 \times 2.0$$

donde

$$q_3 = 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Los vectores $\vec{q}_1$, $\vec{q}_2$ y $\vec{q}_3$ están representados en el diagrama de la Figura 10-5b. Los vectores $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$ tienen la misma dirección y sentidos contrarios. Entonces, su resultante, $\vec{q}\,' = \vec{q}_1 + \vec{q}_2$ tiene una magnitud igual a la diferencia entre las magnitudes de $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$, o sea, el vector $\vec{q}\,'$, mostrado en la Figura 10-5b, tiene un valor q' = 0.50 kg · m/s.

La cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, estará dada por la resultante de $\vec{q}\,'$ y $\vec{q}_3$. Como estos vectores son perpendiculares entre sí, podemos escribir

$$Q^2 = (q')^2 + (q_3)^2 = (0.50)^2 + (1.0)^2$$

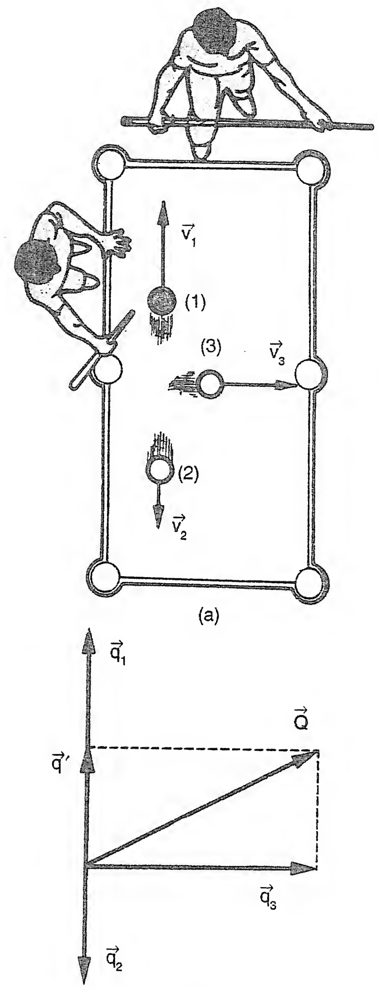


FIGURA 10-5. Para el Ejemplo de la Sección 10.2.

donde

$$Q = 1.1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

La dirección y el sentido de $\vec{Q}$ se muestran en la Figura 10-5b.

❖ **Fuerzas internas y externas.** Las fuerzas que actúan en un sistema de partículas se pueden clasificar en *internas* y *externas*. Si una partícula

del sistema ejerce una fuerza sobre otra que también pertenezca al sistema, aquélla será una *fuerza interna*. Por otra parte, si la fuerza que actúa sobre una partícula del sistema fuese ejercida por un agente que no pertenece al sistema, se tratará entonces de una *fuerza externa*.

Por ejemplo, suponga que hubiésemos elegido un sistema de partículas constituido por dos bolas, una blanca y otra roja, en una mesa de billar. Al golpear con el taco la bola blanca, sobre el sistema habrá actuado una fuerza externa. Si dicha bola choca con la roja, las fuerzas que una ejerce sobre la otra serán internas. Si la bola blanca hubiese chocado con otra, por ejemplo, una amarilla, la fuerza que recibiría de esta última sería una fuerza externa, pues el sistema está constituido únicamente por las bolas blanca y roja. Pero, si alguna persona hubiera escogido como sistema todas las bolas existentes en la mesa, las fuerzas entre las bolas blanca y amarilla serían internas con respecto a este sistema. Pero la fuerza que el taco aplicara a cualquiera de las bolas seguirá siendo una fuerza externa.

❖ **Las fuerzas internas no provocan variación en $\vec{Q}$.** Consideremos un sistema en el cual una partícula A ejerce una fuerza sobre otra partícula B del mismo sistema (Fig. 10-6). Por la tercera ley de Newton sabemos que la partícula B reacciona sobre A con una fuerza igual y contraria. Como vimos, estas fuerzas son *internas* al sistema. En virtud de esta interacción, la partícula A recibe un impulso $\vec{I}_A$ y B recibe uno $\vec{I}_B$. Como las fuerzas que producen estos impulsos son iguales y contrarias, y actúan durante el mismo intervalo de tiempo, concluimos que

$$\vec{I}_A = -\vec{I}_B \quad \text{(Fig. 10-6)}$$

Sean $\Delta\vec{q}_A$ y $\Delta\vec{q}_B$ las variaciones en las cantidades de movimiento de A y B producidas por aquellos impulsos. Por lo que vimos en la Sección 10.1, es posible escribir

$$\vec{I}_A = \Delta\vec{q}_A \quad \text{e} \quad \vec{I}_B = \Delta\vec{q}_B$$

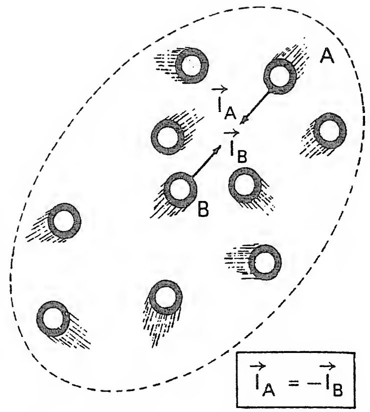


FIGURA 10-6 Fuerzas internas, de acción y reacción, producen impulsos de igual magnitud, pero de sentidos contrarios.

Luego entonces, $\Delta\vec{q}_A = -\Delta\vec{q}_B$

Así pues, siempre que actúen *fuerzas internas*, éstas *producirán variaciones iguales y contrarias en las cantidades de movimiento de las partículas del sistema*. Como consecuencia de este resultado, las fuerzas internas no producen variación en la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, del sistema. En realidad, como

$$\vec{Q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 + \vec{q}_4 + \ldots$$

si una fuerza interna produce una variación en $\vec{q}_1$, por ejemplo, forzosamente habrá una variación igual y contraria en el ímpetu o *momentum* de otra partícula ($\vec{q}_4$, por ejemplo). Estas variaciones se anularán y el ímpetu total, $\vec{Q}$, del sistema permanecerá invariable.

Así pues, llegamos a la conclusión de que

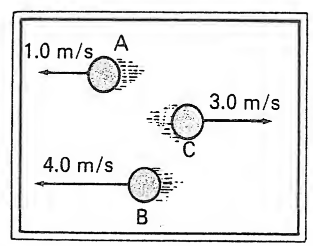
> las fuerzas internas pueden producir variaciones en las cantidades de movimiento de las partículas de un sistema, pero no producen variación en la cantidad de movimiento total del mismo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

6. Considere un sistema constituido por un automóvil, de masa $m_1 = 8.0 \times 10^2$ kg, y un camión, de masa $m_2 = 2.0 \times 10^3$ kg. Determine la magnitud de la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, del sistema, en cada uno de los siguientes casos:
   a) El camión está en reposo y el auto se desplaza con una velocidad de 10 m/s.
   b) El camión y el auto se desplazan en la misma dirección y en el mismo sentido, ambos a 20 m/s.
   c) El camión y el auto se desplazan ambos a 20 m/s, en la misma dirección pero en sentidos opuestos.

7. Sobre una mesa horizontal se encuentran tres esferas de acero, A, B y C, cuyas masas son m_A = 2.0 kg, m_B = 0.50 kg, y m_C = 2.0 kg. En un instante dado, estas esferas poseen las velocidades que se muestran en la figura de este ejercicio. Para dicho instante:

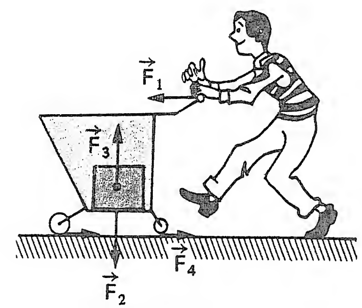


Ejercicio 7

   a) Calcule los valores de las cantidades de movimiento $\vec{q}_A$, $\vec{q}_B$ y $\vec{q}_C$ de cada cuerpo. Trace estos vectores en la figura.
   b) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la cantidad de movimiento del sistema formado por las esferas A y B?
   c) Determine, en cantidad, dirección y sentido, la cantidad de movimiento total $\vec{Q}$ del sistema constituido por las tres esferas.

8. Considere el sistema constituido por la Tierra y la Luna. Diga si cada una de las fuerzas siguientes es una fuerza interna o externa con respecto a este sistema:
   a) Fuerza de la Tierra sobre la Luna.
   b) Fuerza del Sol sobre la Tierra.
   c) Fuerza del Sol sobre la Luna.
   d) Fuerza de la Luna sobre la Tierra.

9. Una persona empuja un carrito con una fuerza $\vec{F}_1$, como se observa en la figura de este ejercicio. En el interior del carrito existe un paquete que descansa sobre el fondo ejerciendo una fuerza $\vec{F}_2$. Sea $\vec{F}_3$ la fuerza de reacción del fondo del carrito sobre el paquete, y $\vec{F}_4$, las fuerzas de fricción (en total) del suelo sobre sus ruedas. Considerando el sistema constituido por el carrito y el paquete, responda:
   a) ¿Cuáles de esas fuerzas son internas?
   b) ¿Cuáles son externas?



Ejercicio 9

10. En el Ejercicio 7 suponga que las esferas A, B y C están unidas entre sí por medio de tiras elásticas estiradas, que ejercen fuerzas sobre ellas. Considere el sistema constituido por las esferas (y las tiras elásticas) y suponga que ninguna otra fuerza actúa sobre este sistema.
   a) Las fuerzas que las tiras elásticas ejercen sobre las esferas, ¿son internas o externas?
   b) ¿Varían las cantidades de movimiento $\vec{q}_A$, $\vec{q}_B$ y $\vec{q}_C$? Explique.
   c) ¿Cambia la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$? Explique.

10.3 Conservación de la cantidad de movimiento

Como vimos, las fuerzas internas no provocan variación en la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, de un sistema. Por tanto, cualquier variación en $\vec{Q}$ sólo podrá ser originada por fuerzas externas. De modo que si no actuaran fuerzas externas en un sistema, o si la resultante de las fuerzas externas actuantes fuese nula, no podría haber variación en $\vec{Q}$, es decir, la cantidad de movimiento del sistema permanecería constante. Llegamos, así, a las condiciones necesarias para la conservación de la cantidad de movimiento (ímpetu o *momentum*):

> CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO
>
> Si es nula la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema de partículas, la cantidad de movimiento total de este sistema se conservará.

Debemos observar que las condiciones para la conservación de la cantidad de movimiento son mucho más amplias que las condiciones para la conservación de la energía mecánica. Ésta no varía si sólo actúan fuerzas conservativas. La cantidad de movimiento, por otra parte, se conservará aun cuando estén actuando fuerzas disipativas, como la fricción, dado que estas fuerzas sean internas al sistema.

Ahora presentaremos dos ejemplos que le ayudarán a comprender cómo se puede emplear la conservación de la cantidad de movimiento en la resolución de problemas.

EJEMPLO 1

La Figura 10-7a muestra dos bloques, A y B, en reposo, unidos a un resorte comprimido, de masa despreciable. Los bloques descansan en una superficie sin fricción, y sus masas son $m_A = 5.0$ kg y $m_B = 7.0$ kg. Al soltar el sistema, el resorte se distiende, impulsando los bloques (Fig. 10-7b). Suponiendo que el B adquiere una velocidad $v_B = 2.0$ m/s, ¿cuál es la velocidad v_A adquirida por A?

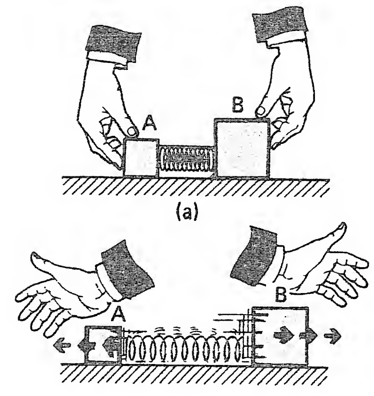


FIGURA 10-7 Para el Ejemplo 1.

Consideremos el sistema formado por ambos cuerpos y el resorte. La resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema es nula: los pesos de los bloques y las reacciones normales de la superficie, se anulan. De manera que la cantidad de movimiento del sistema tiene el mismo valor en cualquier instante, aun cuando la cantidad de movimiento de cada bloque varíe debido a la acción de las *fuerzas internas* que el resorte ejerce sobre ellos. Designando por $\vec{Q}_1$ la cantidad de movimiento inicial del sistema (en el instante en que se sueltan los bloques), y por $\vec{Q}_2$ la cantidad de movimiento final (en el momento en que los bloques se separan del resorte), debemos tener

$$\vec{Q}_2 = \vec{Q}_1$$

Pero $\vec{Q}_1 = 0$, pues los bloques, antes de soltarlos, se encontraban en reposo, y $\vec{Q}_2 = \vec{q}_A + \vec{q}_B$, donde $\vec{q}_A$ y $\vec{q}_B$ son los ímpetus adquiridos por A y B. Entonces,

$$\vec{q}_A + \vec{q}_B = 0 \quad \text{o bien,} \quad m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 0$$

donde

$$\vec{v}_A = -\frac{m_B\vec{v}_B}{m_A}$$

El signo negativo en la expresión anterior nos muestra que $\vec{v}_A$ tiene sentido contrario a $\vec{v}_B$, como seguramente ya había pensado. La *magnitud* de $\vec{v}_A$ será, entonces,

$$v_A = \frac{m_B v_B}{m_A} = \frac{7.0 \times 2.0}{5.0}$$

donde

$$v_A = 2.8 \text{ m/s}$$

EJEMPLO 2

Una placa de 10 kg de masa se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, sin fricción. Un bloque de 5.0 kg de masa es arrojado horizontalmente sobre la placa, con una velocidad $v_1 = 6.0$ m/s (Fig. 10-8a). Debido a la fricción entre el bloque y la placa, ésta es arrastrada y también se pone en movimiento. Luego de cierto tiempo, el bloque y la placa alcanzan la misma velocidad final v_2, y pasan a moverse juntos (Fig. 10-8b).

a) ¿Cuál es el valor de la velocidad v_2?

Tomemos como sistema el conjunto placa-bloque. La resultante de las fuerzas externas (pesos y reacción normal) es nula. Las fuerzas de fricción entre el bloque y la placa son fuerzas internas, y por tanto, no producen variación en la cantidad de movimiento del sistema. Por tanto, siendo $\vec{Q}_1$ la cantidad de movimiento del sistema en el instante inicial (Fig. 10-8a), y $\vec{Q}_2$ la cantidad de movimiento final (Fig. 10-8b), debemos tener

$$\vec{Q}_2 = \vec{Q}_1$$

Como inicialmente la placa se hallaba en reposo, el valor de $\vec{Q}_1$ se refiere únicamente al movimiento del bloque, es decir,

$$Q_1 = 5.0 \times 6.0 \quad \text{donde} \quad Q_1 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

En la Figura 10-8b, el bloque y la placa se desplazan con la misma velocidad v_2. Luego entonces,

$$Q_2 = (10 + 5.0)v_2 \quad \text{o bien,} \quad Q_2 = 15v_2$$

Entonces

$$15v_2 = 30 \quad \text{donde} \quad v_2 = 2.0 \text{ m/s}$$

b) ¿Cuál es la cantidad de calor generado por la fricción entre el bloque y la placa?

La energía cinética inicial del sistema se debe únicamente al movimiento del bloque. Así,

$$E_{c_1} = \frac{1}{2} \times 5.0 \times (6.0)^2 \quad \text{donde} \quad E_{c_1} = 90 \text{ J}$$

y la energía cinética final del sistema será, obviamente,

$$E_{c_2} = \frac{1}{2} \times (5.0 + 10) \times (2.0)^2$$

donde

$$E_{c_2} = 30 \text{ J}$$

Entonces hubo una disminución de 60 J en la energía cinética del sistema. Como vimos en el capítulo anterior, la energía total siempre se conserva. Concluimos, así, que en la interacción entre el bloque y la placa, 60 J de energía mecánica se transformaron en 60 J de energía térmica.

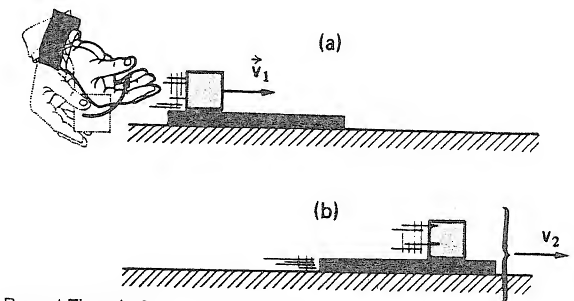


FIGURA 10-8 Para el Ejemplo 2.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. En el Ejemplo 1 de esta sección, considere las siguientes fuerzas que actúan sobre el sistema mientras el resorte se distiende:

- $\vec{P}_A$ y $\vec{P}_B$: pesos de los bloques A y B
- $\vec{N}_A$ y $\vec{N}_B$: reacciones normales de la superficie sobre A y B
- $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$: fuerzas ejercidas por el resorte sobre A y B

a) ¿Cuáles de esas fuerzas son internas?
b) ¿Cuáles son externas?

c) ¿Cuál es el valor de la resultante de las fuerzas externas?

d) ¿La cantidad de movimiento de cada bloque se conserva?

e) ¿La cantidad de movimiento total del sistema se conserva?

12. También en el Ejemplo 1 y empleando los datos proporcionados y el valor calculado, responda:

a) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la cantidad de movimiento adquirida por *B*?

b) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la cantidad de movimiento adquirida por *A*?

c) Teniendo en cuenta las respuestas de (a) y (b), ¿cuál es el valor de la cantidad de movimiento final del sistema?

d) ¿Ya esperaba usted el resultado obtenido en (c)?

13. En el Ejemplo 2 de esta sección, como vimos, existe fricción entre el bloque y la placa.

a) Muestre, en la Figura 10-8, el sentido de la fuerza de fricción sobre el bloque.

b) En la misma Figura 10-8, indique el sentido de la fuerza de fricción sobre la placa.

c) ¿Estas fuerzas son internas o externas al sistema (placa y bloque)?

d) Entonces, ¿se conserva la cantidad de movimiento del bloque? ¿Y la de la placa?

e) ¿Se conserva la cantidad de movimiento total del sistema? ¿Y su energía mecánica?

14. Suponga, en el Ejemplo 2 de esta sección, que existe rozamiento entre la placa y la superficie sobre la cual se desliza.

a) Señale en la Figura 10-8 el sentido de esta fuerza de fricción de la superficie sobre la placa.

b) Tal fuerza, ¿sería interna o externa al sistema (placa y bloque)?

c) Entonces, ¿la cantidad de movimiento total del sistema se conservará? Su valor final, ¿será mayor, menor o igual a 30 kg · m/s?

15. La figura de este ejercicio representa dos bolas de billar, *A* y *B*, que inicialmente se mueven con cantidades de movimiento $q_A = 2.5$ kg · m/s y $q_B = 1.5$ kg · m/s. La bola *A* alcanza a la bola *B*, y después del choque, pasan a moverse con cantidades de movimiento $\vec{q}\,'_A$ y $\vec{q}\,'_B$, como muestra la figura. Considerando el sistema constituido por las dos bolas, responda:

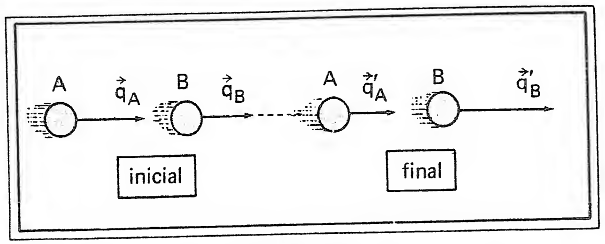
a) ¿Cuál es la cantidad de movimiento inicial del sistema?

b) Las fuerzas que las bolas ejercen una sobre la otra durante el choque, ¿son internas o externas?

c) Suponiendo que la resultante de las fuerzas externas es nula, ¿cuál es el valor de la cantidad de movimiento final del sistema?

d) Sabiendo que $q'_A = 1.0$ kg · m/s, ¿cuál es el valor de q'_B?

e) Suponiendo que la masa de *B* es de 0.50 kg, ¿cuál es el valor de la velocidad final de esta bola?



Ejercicio 15

Establecimiento del concepto de cantidad de movimiento

❖ Al observar los objetos que nos rodean, es fácil comprobar que los que se encuentran en movimiento siempre acaban, después de cierto tiempo, perdiendo velocidad hasta quedar en reposo. A los filósofos del siglo XVII les preocupaban estas observaciones, ya que parecían indicar que el "movimiento total" del Universo estaba disminuyendo, o en otras palabras, que "el Universo moría". Para ellos, esta idea era inaceptable, pues como el Universo era obra de Dios, debía ser eterno.

Varios científicos y filósofos de la época empezaron, entonces, a creer en la posibilidad de la existencia de una magnitud relacionada con el movimiento, que debía mantenerse constante mientras los cuerpos interactuaban unos con otros, aunque algunos, finalmente acabaran por detenerse.

FIGURA 10-9 En este choque no hay conservación del vector velocidad.

❖ Al tratar de encontrar cuál era esta magnitud que permanecía constante, inicialmente se elaboró la hipótesis de que, tal vez, el vector velocidad $\vec{v}$ satisfacía esta condición. Aun cuando, en algunos casos, el vector velocidad total de cuerpos que interactúan realmente permanezca constante, es fácil hallar ejemplos en los cuales no sucede esto. Por ejemplo, en el choque completamente inelástico de dos cuerpos de diferente masa, que inicialmente se mueven con velocidades de igual valor pero de sentidos opuestos (Fig. 10-9) tenemos

$$\text{antes del choque: } \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 0$$

$$\text{después del choque: } \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \neq 0$$

Entonces la velocidad vectorial total no se conservó durante este choque, y podemos concluir que esta cantidad no es la que permanece constante en las interacciones de los cuerpos.

❖ El gran filósofo y científico francés René Descartes (Fig. 10-10), preocupado por este problema, sugirió que la cantidad buscada debía obtenerse multiplicando la masa *m* del cuerpo por la magnitud *v* de su velocidad. Creía que esta cantidad sí permanecía constante en las interacciones entre los cuerpos, y la llamó "cantidad de movimiento" de un cuerpo. Por tanto, según Descartes, la cantidad de movimiento era una *cantidad escalar q*, dada por $q = mv$.

No obstante el reconocido genio de Descartes, su postulado no era correcto y fue duramente criticado por el gran matemático alemán Leibnitz (Fig. 10-11), quien con ejemplos muy sencillos, presentó varios tipos de choques en los cuales la cantidad escalar $q = mv$ no se conservaba, contrariamente a lo que supuso Descartes.

FIGURA 10-10 René Descartes (1596-1650). Fue el científico francés más importante del siglo XVII. Además de su contribución al establecimiento del concepto de cantidad de movimiento, debemos a él la invención del sistema de coordenadas denominado en su honor, "sistema cartesiano", y de la representación gráfica de las ecuaciones algebraicas (geometría analítica).

❖ La manera adecuada de medir la "cantidad de movimiento" por medio de una magnitud cuyo valor total se conservara en las interacciones de los cuerpos, vino a ser descubierta, algunos años más tarde, por Isaac Newton. Este gran físico definió la "cantidad de movimiento" en la forma en que lo hicimos en este capítulo, es decir, como una *cantidad vectorial* dada por la relación $\vec{q} = m\vec{v}$. Realmente, como ya vimos, el valor total de esta cantidad se conserva en cualquier tipo de choque y en las interacciones entre cuerpos de un sistema aislado. En otras palabras, la cantidad de movimiento total del Universo (en la forma en que Newton la definió) permanece constante en el transcurso del tiempo. Por tanto, se había resuelto el problema que tanto preocupó a los filósofos del siglo XVII.

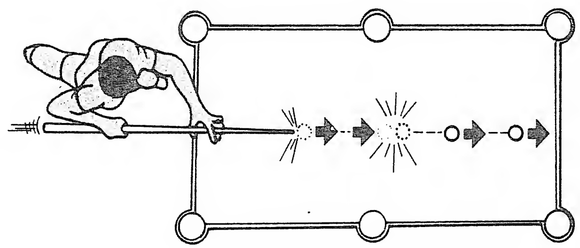
FIGURA 10-11 Wilhelm Leibnitz (1646-1716). Filósofo y matemático alemán, fue contemporáneo de Newton, y ambos estructuraron, cada quién por su lado, las bases del Cálculo Diferencial e Integral. Debido a esto surgió entre ellos una larga polémica, con mutuas acusaciones de plagio.

10.4 Fuerzas impulsivas — colisiones o choques

❖ **Fuerzas impulsivas.** Cuando estalla una bomba o cuando dos automóviles chocan, así como en algunos otros casos semejantes, aparecen entre los cuerpos fuerzas muy intensas, pero que actúan durante un intervalo de tiempo muy breve. Por ejemplo, cuando un jugador de fútbol patea un balón, la fuerza de interacción entre éste y el pie del jugador es del orden de 10^3 kgf, y dura casi 0.01 s. Estas fuerzas se denominan *fuerzas impulsivas*. Debemos observar que estas fuerzas, en general, producen enormes aceleraciones en los objetos que actúan, es decir, al ser aplicadas en intervalos de tiempo muy breves, producen variaciones considerables en la velocidad de dichos cuerpos.

❖ **Choques directos y oblicuos.** Cuando dos cuerpos chocan como, por ejemplo, en la colisión entre dos bolas de billar, puede suceder que la dirección del movimiento de los cuerpos no se altere por el choque, o sea, que se muevan sobre una misma recta, antes y después de la colisión (Fig. 10-12a). Cuando esto sucede decimos que se produjo un *choque directo*, o bien, un *choque unidimensional*.

Por otra parte, puede suceder que los cuerpos se muevan en distintas direcciones, antes o después del choque (Fig. 10-12b). En este caso, la colisión se denomina choque oblicuo (o bidimensional).



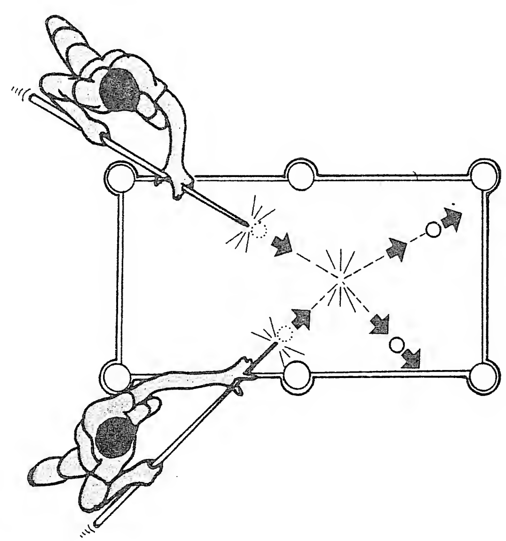


FIGURA 10-12 En (a) las esferas realizan un choque directo, y en (b), un choque oblicuo.

Una fuerza impulsiva tiene magnitud relativamente grande y actúa durante un intervalo de tiempo muy pequeño.

❖ **Choques elásticos e inelásticos.** Consideremos el caso representado en la Figura 10-13. Suponga que las energías cinéticas de los cuerpos antes del choque sean $E_{cA} = 8$ J y $E_{cB} = 4$ J, y que después de la colisión, fueran $E'_{cA} = 5$ J y $E'_{cB} = 7$ J. Observemos que antes del choque la energía cinética total del sistema era

$$E_{cA} + E_{cB} = 8\ \text{J} + 4\ \text{J} = 12\ \text{J}$$

Si calculamos la energía cinética del sistema después de la colisión, hallamos que

$$E'_{cA} + E'_{cB} = 5\ \text{J} + 7\ \text{J} = 12\ \text{J}$$

Por tanto, en este caso la energía cinética total tiene el mismo valor antes y después del choque, es decir, la energía cinética del sistema se conservó. Siempre que esto sucede, decimos que el choque es *elástico*. En general, una colisión es elástica cuando los cuerpos que chocan no sufren deformaciones permanentes durante el impacto. Dos bolas de billar, por ejemplo, experimentan choques que se pueden considerar elásticos.

En caso contrario, si los cuerpos presentan deformaciones permanentes debido a la colisión, o se hubiera producido calor durante el choque, hallaríamos que hubo una reducción en el valor de la energía cinética del sistema, pues parte de esta energía se utilizó para producir las deformaciones, o bien, se transformó en calor. Siempre que los valores de la energía cinética del sistema, antes y después del choque, son diferentes, decimos que el choque es *inelástico*.

Un caso particular de colisión inelástica se produce cuando los cuerpos, luego de chocar, adquieren igual velocidad. Esto sucede, por ejemplo, cuando chocan dos automóviles y se mueven pegados después de la colisión. En este caso se realiza la mayor reducción posible en el valor de la energía cinética del sistema. Por ello, este tipo de impacto recibe el nombre de choque *completamente inelástico*.

❖ **Conservación de la cantidad de movimiento en los choques.** Acabamos de ver que la energía cinética total no siempre se conserva en un choque. Pero si calculásemos la cantidad de movimiento total de los cuerpos antes y después de chocar, hallaríamos que cualquiera que fuese la colisión, *esta cantidad de movimiento se conserva*. Trataremos ahora de explicar por qué sucede esto.

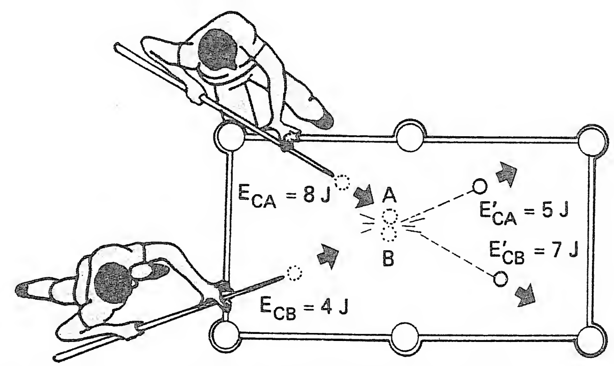
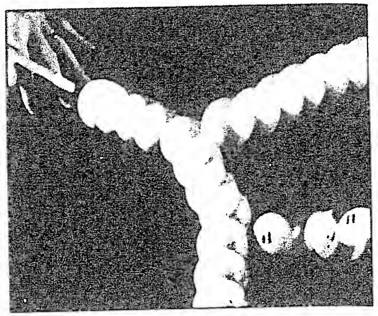


FIGURA 10-13 En un choque elástico, la energía cinética del sistema se conserva.

En los casos en que *no* existen fuerzas *externas* que actúen sobre los cuerpos que chocan, es natural que ocurra lo anterior, pues ya sabemos que la cantidad de movimiento de un sistema se conserva si sobre él sólo actúan fuerzas internas. No obstante, *aun cuando existan fuerzas externas,* como la duración del choque siempre es muy corta, el impulso ejercido por tales fuerzas externas también será muy pequeño (en general, los valores de las fuerzas externas no son muy grandes), y por consiguiente, la variación de la cantidad de movimiento que producen puede despreciarse. Observemos que las fuerzas impulsivas que surgen en las colisiones (o en las explosiones), por ser enormes pueden producir variaciones considerables en la cantidad de movimiento de cada uno de los cuerpos que chocan, pero debido a que se trata de fuerzas *internas,* no influirán en la cantidad de movimiento total. Así pues, podemos concluir que el ímpetu de un sistema, inmediatamente antes o después de cualquier colisión, se puede considerar igual. Insistimos, pues, en que:

> la cantidad de movimiento total de un sistema de cuerpos que chocan, inmediatamente antes de la colisión, es igual a la cantidad de movimiento total del sistema, inmediatamente después del choque.

El número de problemas que se pueden resolver por medio de la conclusión a la que acabamos de llegar, es muy grande. Los ejemplos siguientes ilustran la forma en que la conservación de la cantidad de movimiento puede utilizarse en la resolución de problemas de choques y explosiones.



En cualquier choque, como los que ocurren entre las bolas de billar, se conserva la cantidad de movimiento. Trate de describir lo que ocurre en la fotografía.

EJEMPLO 1

En una mesa de billar, una bola blanca, de masa m y que se mueve con una velocidad $v = 2.0$ m/s, da contra una bola amarilla (también de masa m) que se hallaba en reposo. Suponiendo que el choque sea directo y elástico, determine la velocidad de una y otra bola después del choque.

Sean $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ las velocidades de las bolas blanca y amarilla después del impacto. La cantidad de movimiento del sistema (formado por ambas bolas) antes de la colisión, era $m\vec{v}$, pues sólo la blanca estaba en movimiento. Como sabemos, en cualquier choque hay conservación de la cantidad de movimiento total, y entonces

$$m\vec{v} = m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2$$

Como el choque es directo, los vectores $\vec{v}$, $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ tienen la misma dirección, y por tanto, la relación anterior se podrá escribir en forma escalar:

$$mv = mV_1 + mV_2 \quad \text{o bien,} \quad v = V_1 + V_2$$

donde

$$V_1 + V_2 = 2.0$$

Además, tratándose de un choque elástico, la energía cinética del sistema se conserva. Luego entonces

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 \quad \text{o bien,} \quad v^2 = V_1^2 + V_2^2$$

donde

$$V_1^2 + V_2^2 = 4.0$$

Obtenemos así dos ecuaciones al relacionar las incógnitas V_1 y V_2:

$$V_1 + V_2 = 2.0 \quad \text{y} \quad V_1^2 + V_2^2 = 4.0$$

De la primera ecuación resulta $V_1 = 2.0 - V_2$, y sustituyendo en la segunda,

$$(2.0 - V_2)^2 + V_2^2 = 4.0$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos $V_2 = 2.0$ m/s, y como $V_1 = 2.0 - V_2$, concluimos que $V_1 = 0$.

Así pues, debido al choque la bola blanca entra en reposo y la amarilla adquiere una velocidad igual a la que poseía la bola blanca antes del choque. Posiblemente usted ya haya visto este fenómeno en el juego de billar.

EJEMPLO 2

Suponga que una piedra en reposo se rompe en tres pedazos en virtud de una explosión. Uno de los fragmentos, de masa $m_1 = 1.0$ kg, parte con una velocidad $v_1 = 12$ m/s. Un segundo pedazo de masa $m_2 = 2.0$ kg, sale con una velocidad $v_2 = 8.0$ m/s, en dirección perpendicular a $\vec{v}_1$ (Fig. 10-14a).

a) Trace un diagrama que indique la dirección del movimiento del tercer fragmento, inmediatamente después de la explosión.

La cantidad de movimiento del sistema (la piedra) antes de la explosión era nula. Como la explosión dura un tiempo muy corto, las fuerzas externas no alterarán considerablemente el vector $\vec{Q}$, y la cantidad de movimiento del sistema deberá ser nula inmediatamente después de la explosión. Las cantidades de movimiento adquiridas por el primero y el segundo fragmentos valen, respectivamente:

$$q_1 = m_1v_1 = 1.0 \times 12 \quad \text{donde} \quad q_1 = 12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$q_2 = m_2v_2 = 2.0 \times 8.0 \quad \text{donde} \quad q_2 = 16 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

En la Figura 10-14b se trazaron a escala los vectores $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$. Para que la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, sea nula, el ímpetu, $\vec{q}_3$, del tercer fragmento, deberá ser contrario e igual a la resultante de $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$. Por tanto, el tercer fragmento se moverá en la dirección del vector $\vec{q}_3$ mostrado en la Figura 10-14b.

b) Si la masa del tercer pedazo fuera $m_3 = 0.50$ kg, ¿cuál sería la velocidad, $\vec{v}_3$ de este fragmento inmediatamente después de la explosión?

Como vimos, el vector $\vec{q}_3$ tiene la misma magnitud de la suma $\vec{q}_1 + \vec{q}_2$. De la Figura 10-14b podemos deducir

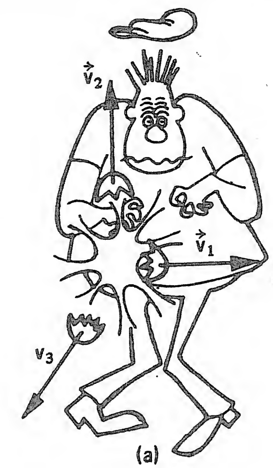
$$q_3 = \sqrt{q_1^2 + q_2^2} = \sqrt{12^2 + 16^2}$$

donde

$$q_3 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Pero

$$q_3 = m_3v_3 \quad \text{o bien} \quad 20 = 0.50 \cdot v_3$$



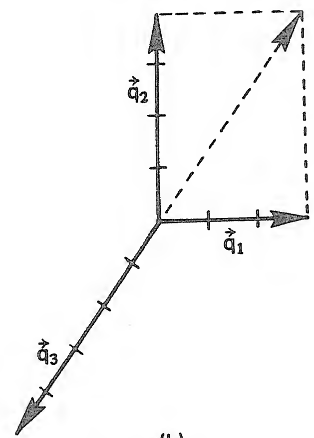


FIGURA 10-14 Para el Ejemplo 2.

donde

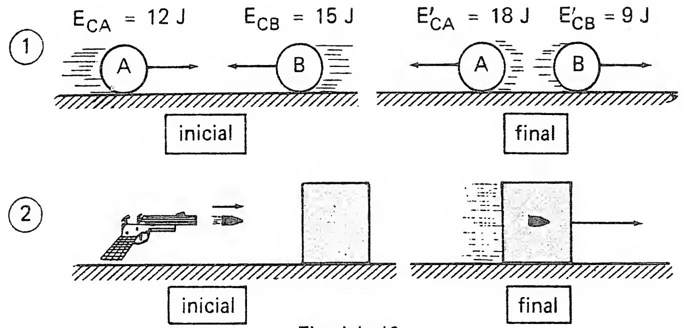
$$v_3 = 40 \text{ m/s}$$

Por tanto, el tercer fragmento parte, inmediatamente después de la explosión, con una velocidad de 40 m/s, en la dirección y sentido del vector $\vec{q}_3$ mostrado en la Figura 10-14b.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

16. Observe la figura de este ejercicio. La situación (1) muestra dos bolas de acero, inmediatamente antes e inmediatamente después de chocar entre sí.



Ejercicio 16

En el caso (2) se dispara una bala contra un bloque de madera, y podemos observar cómo la bala se dirige al bloque y se mueve con él inmediatamente después de penetrar en dicho cuerpo. Para cada una de las situaciones descritas, responda:

a) ¿Durante el impacto se conservó la energía cinética del sistema?

b) ¿El choque es elástico, inelástico o completamente inelástico?

c) ¿La cantidad de movimiento del sistema se conservó durante el choque?

17. Dos locomotoras, *A* y *B*, se mueven en el mismo sentido y a lo largo de una vía recta y horizontal, estando *A* al frente de *B*. Sabemos que $m_A = 3.0 \times 10^5$ kg, $v_A = 8.0$ m/s, $m_B = 5.0 \times 10^5$ kg y $v_B = 16$ m/s. La locomotora *B* choca con *A* y ambas se desplazan juntas después de la colisión.

a) ¿Cómo clasificaría usted esta colisión?

b) ¿Cuál es la cantidad de movimiento del sistema constituido por ambas locomotoras, inmediatamente antes del choque?

c) Entonces, ¿cuál debe ser el valor de la cantidad de movimiento del sistema inmediatamente después del choque?

d) Considerando la respuesta a la pregunta (c), determine la velocidad con la que las locomotoras se mueven juntas después del impacto.

18. Un bloque de madera, cuya masa es de 500 g, se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Debido a la explosión de una bomba colocada en su interior, el bloque se fragmenta en dos pedazos *A* y *B*. Observe que el trozo *A*, con masa igual a 200 g, es lanzado, inmediatamente después de la explosión, hacia la izquierda, con una velocidad de 15 m/s.

a) ¿Cuál era la cantidad de movimiento del bloque antes de la explosión?

b) Entonces, ¿cuál debe ser la cantidad de movimiento del sistema constituido por los dos fragmentos, inmediatamente después de la explosión?

c) ¿Cuál es el ímpetu adquirido por *A*?

d) Por tanto, ¿cuál debe ser el ímpetu adquirido por el fragmento *B*?

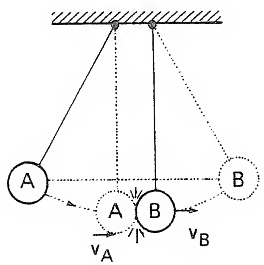
e) Calcule la velocidad con la cual fue lanzado *B* inmediatamente después de la explosión.

19. Dos esferas, *A* y *B*, de igual masa, están colgadas de hilos de igual longitud, como se observa en la figura de este ejercicio. Al soltar la esfera *A* desde cierta altura, choca con *B*, la cual, luego de la colisión, sube hasta alcanzar una altura igual a aquella de donde partió *A*.

a) Sea v_A la velocidad de *A* inmediatamente antes del choque, y v_B la velocidad de *B* inmediatamente después de recibir el impacto de *A*. ¿El valor de v_B es mayor, menor o igual a v_A? Explique.

b) Recordando la solución del ejemplo 1 de esta sección, diga cuál debe ser la velocidad de la esfera *A* después de la colisión.

c) Entonces, ¿el choque entre las esferas fue elástico o inelástico?



Ejercicio 19

10.5 Un tema especial (para aprender más)

El descubrimiento del neutrón

❖ **La confianza en la Ley de Conservación de la Cantidad de Movimiento.** La aplicación con éxito del Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento en la resolución de un gran número de problemas, hizo que tal principio quedara establecido como una de las leyes fundamentales de la naturaleza. Así que los científicos empezaron a depositar una enorme confianza en su generalidad, aplicándolo en todos los campos de la Física, incluso en la Física moderna, sobre todo en el estudio de los choques entre partículas atómicas y nucleares.

Un ejemplo notable, en el cual la creencia en el Principio de la Conservación de la Cantidad de Movimiento llevó a una conclusión importante, lo ilustra el descubrimiento del neutrón, llevado a cabo por el científico inglés James Chadwick (Fig. 10-15), en 1932. El trabajo desarrollado por este físico se describe en la lectura siguiente.

FIGURA 10-15 James Chadwick (1891-1974). Físico inglés, recibió el Premio Nobel de Física en 1935 por el descubrimiento del neutrón. Trabajó con el famoso científico Ernest Rutherford en la investigación de la naturaleza de los núcleos atómicos, que dio por resultado el descubrimiento del protón (núcleo del átomo de hidrógeno). En 1927 fue elegido miembro de la Real Academia de Ciencias de Londres.

FIGURA 10-16 Ernest Rutherford (1871-1937). Científico inglés que influyó en dos generaciones de físicos, y cuya importancia en el pensamiento científico se puede comparar con la de Faraday y la de Newton. Estableció las bases para el desarrollo de la Física nuclear, al proponer un modelo de la constitución atómica denominado "átomo de Rutherford". Recibió el Premio Nobel de Química en 1908, y en 1925 fue elegido presidente de la Real Academia de Ciencias de Londres.

❖ **Rutherford y la existencia del neutrón.** Como usted quizá ya aprendió en su curso de Química, el neutrón es una de las partículas fundamentales que constituyen la materia, y forma parte, junto con los protones, del núcleo atómico de las sustancias.

En 1920, el electrón y el protón eran partículas cuya existencia ya se había confirmado ampliamente y se conocían bien sus propiedades. En esta época, el gran científico inglés Rutherford (Fig. 10-16) formuló la hipótesis de una posible unión de un protón (con carga eléctrica positiva) y un electrón (con carga eléctrica negativa), lo cual daría origen a una partícula sin carga eléctrica y de masa prácticamente igual a la del protón, corpúsculo al cual denominó "neutrón". A pesar de diversos intentos, los físicos no lograron comprobar experimentalmente la existencia de esta partícula, principalmente por el hecho de que el neutrón no poseía carga eléctrica, lo cual hacía muy difícil detectar su presencia.

❖ **El experimento de Chadwick.** En la Figura 10-17 representamos esquemáticamente el ex-

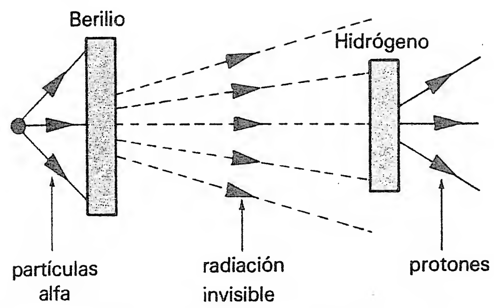


FIGURA 10-17 Esquema del experimento realizado por Chadwick, con el cual comprobó la existencia del neutrón.

perimento que Chadwick realizó en 1932, y con el cual logró comprobar la existencia del neutrón, que Rutherford había propuesto 12 años antes.

Un haz de partículas α (núcleos de átomos de helio) al incidir sobre una muestra de berilio, producía una emisión por parte de dicha sustancia, de cierto tipo de radiación invisible, sin carga eléctrica, que los físicos inicialmente creían que se trataba de "rayos gamma". Pero al efectuar cálculos y mediciones cuidadosas, se halló que si esta hipótesis fuese verdadera, los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento no se cumplirían.

Al rehusarse a admitir que estas leyes físicas estuvieran siendo violadas, Chadwick formuló otra hipótesis: la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento *sí se cumplían*, pero la radiación invisible proveniente del berilio *debía estar constituida por neutrones*, y no por rayos gamma, como sospechaban algunos físicos. Para comprobar si realmente se trataba de neutrones, Chadwick trató de medir la masa de una de esas partículas, que de acuerdo con el postulado de Rutherford, debería ser prácticamente igual a la masa del protón.

❖ **Determinación de la masa del neutrón.** Al hacer incidir la radiación invisible sobre una muestra de hidrógeno (Fig. 10-17), Chadwick observó la emisión de un gran número de protones, que consideró como el resultado de los choques de los neutrones con los núcleos de los átomos de hidrógeno (protones que se encontraban inicialmente en reposo). Suponiendo que las colisiones fueran elásticas, estableció las ecuaciones que expresaban la conservación de la cantidad de movimiento y de la energía cinética:

$$mv = mV + m_p v_p \quad \text{y}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}m_p v_p^2$$

donde

m: masa del neutrón
v: velocidad del neutrón incidente
V: velocidad del neutrón después del choque
m_p: masa del protón
v_p: velocidad con que el protón es emitido después del choque.

Combinando estas dos ecuaciones (usted no necesita preocuparse por ahora de efectuar estos cálculos) obtenemos

$$v_p = \frac{2m}{m + m_p} v$$

Como no había posibilidad de medir la velocidad v de los neutrones incidentes, Chadwick no logró, con sólo esta ecuación, determinar la masa m del neutrón, a pesar de conocer los valores de m_p y v_p.

Para salvar esta dificultad, repitió el experimento y sustituyó la muestra de hidrógeno por otra de nitrógeno. Observó entonces que los núcleos de este elemento (de masa m_N) eran emitidos con una velocidad v_N al ser bombardeados por los neutrones. Evidentemente, el valor de v_N (por analogía con la expresión que obtuvo para v_p) estaría dado por la relación

$$v_N = \frac{2m}{m + m_N} v$$

Si dividimos estas dos últimas ecuaciones miembro a miembro, obtenemos

$$\frac{v_p}{v_N} = \frac{m + m_N}{m + m_p}$$

Así se logró obtener una relación en la cual no figura el valor desconocido, v, de la velocidad de los neutrones incidentes. Por consiguiente, esta última ecuación permitió a Chadwick determinar el valor de la masa m del neutrón, pues m_N y m_p ya se conocían, y v_N y v_p pudieron medirse en estos experimentos.

❖ **Chadwick recibe el Premio Nobel de Física.** El resultado de estos cálculos dio para m un valor muy cercano al de la masa del protón, confirmando satisfactoriamente la hipótesis de Chadwick. Al efectuar numerosos experimentos adicionales, encontró resultados coherentes con los de sus primeras mediciones, estableciendo de este modo, definitivamente, la existencia del neutrón.

Sus trabajos fueron tan importantes para el desarrollo de la Física nuclear, que Chadwick recibió el Premio Nobel de Física en 1935.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

20. *a)* ¿Cómo se originaría un neutrón, según las ideas de Rutherford?
b) Los científicos tuvieron dificultad para comprobar la existencia del neutrón. ¿Cuál fue la causa de esta dificultad?

21. *a)* ¿Por qué la radiación invisible emitida por el berilio en el experimento de Chadwick no puede identificarse con rayos gamma (radiaciones electromagnéticas)?
b) ¿Cuál fue la propuesta de Chadwick para la constitución de esas radiaciones invisibles?

22. La ecuación que traduce la conservación de la cantidad de movimiento en el experimento de Chadwick es:

$$mv = mV + m_p v_p$$

Qué representa, en esta ecuación
a) ¿El primer miembro?
b) ¿El primer término del segundo miembro?
c) ¿El segundo término del segundo miembro?

23. Conteste las preguntas del ejercicio anterior para la ecuación

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}m_p v_p^2$$

que expresa la conservación de la energía cinética en la colisión de los neutrones con los protones en el experimento de Chadwick.

24 *a)* A partir de las leyes de conservación, Chadwick obtuvo la expresión

$$v_p = 2mv/(m + m_p)$$

¿Por qué esta expresión no le permitió calcular la masa m del neutrón?
b) ¿Por qué razón Chadwick repitió su experimento, pero sustituyó el hidrógeno por el nitrógeno?

25. *a)* En la expresión

$$\frac{v_p}{v_N} = \frac{m + m_N}{m + m_p}$$

cuáles son las magnitudes cuyos valores conocía Chadwick?
b) A partir de la relación presentada en la pregunta anterior, obtenga la expresión que permite calcular el valor de m.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Dé la definición del impulso de una fuerza.
   b) ¿Es el impulso una magnitud escalar o vectorial?
   c) ¿Cuál es la unidad de impulso en el SI?

2. *a)* ¿Qué es cantidad de movimiento de un cuerpo?
   b) ¿Es la cantidad de movimiento una cantidad escalar o vectorial?
   c) Sea $\vec{v}$ el vector velocidad de una partícula. ¿Cuál es la dirección y el sentido de la cantidad de movimiento $\vec{q}$ de esta partícula?
   d) ¿Cuál es, en el SI, la unidad de cantidad de movimiento?
   e) Diga qué significan *ímpetu* y *momentum*.

3. Diga con sus propias palabras, cuál es la relación entre el impulso y la cantidad de movimiento de un cuerpo. Exprese matemáticamente esta relación.

4. *a)* Si se conocen las cantidades de movimiento de las partículas de un sistema, ¿cómo se determina la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, de este sistema?
   b) ¿Qué son las fuerzas internas de un sistema? ¿Y las fuerzas externas?

5. Suponga que hay una interacción entre dos partículas, A y B, de un mismo sistema (recuerde que las fuerzas que ejercen entre sí son internas).
   a) ¿Cómo se relacionan los impulsos $\vec{I}_A$ e $\vec{I}_B$ que las partículas reciben debido a esta interacción?
   b) Entonces, ¿cómo están relacionadas las variaciones de las cantidades de movimiento ($\Delta\vec{q}_A$ y $\Delta\vec{q}_B$) que sufrieron estas partículas?
   c) Así pues, la interacción entre A y B (fuerzas internas), ¿producirá alguna alteración en la cantidad de movimiento total, $\vec{Q}$, del sistema?

6. *a)* ¿Qué fuerzas pueden producir variaciones en el ímpetu (o *momentum*) total $\vec{Q}$ de un sistema?
   b) Entonces, ¿en qué condiciones se conserva la cantidad de movimiento total de un sistema?

7. *a)* ¿Qué es un choque directo? ¿Y un choque oblicuo?
   b) ¿Qué entiende por choque elástico? ¿Y por choque inelástico?
   c) ¿Cuándo decimos que un impacto es completamente inelástico?

8. Haga un resumen del cuadro titulado "Conservación de la cantidad de movimiento en los choques" (Sección 10.4). En el resumen trate de explicar, con claridad, por qué durante cualquier colisión podemos considerar que el ímpetu total de las partículas que chocan, se conserva.

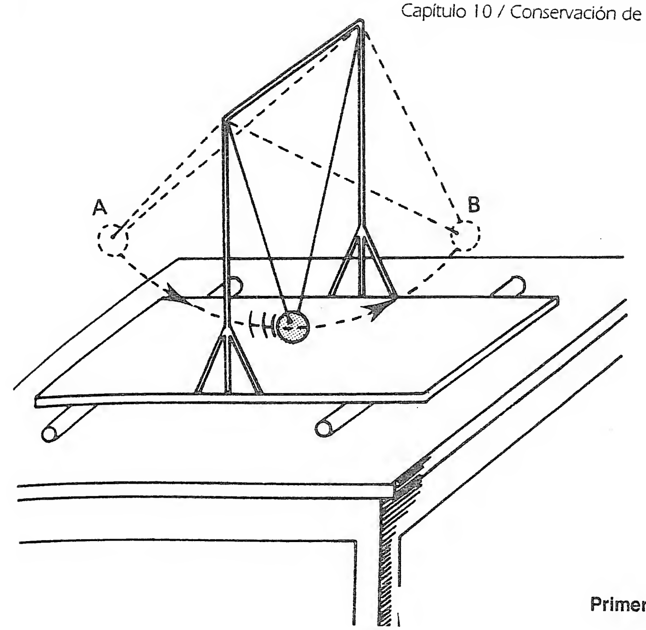
TRES EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Monte sobre una tabla, o una hoja de cartón duro, una estructura capaz de sostener un péndulo más o menos pesado, como muestra la figura de este experimento. Coloque el conjunto sobre dos varillas cilíndricas apoyadas sobre una superficie horizontal lisa, de modo que la placa pueda desplazarse libremente hacia adelante o hacia atrás (en vez de la placa apoyada sobre las varillas, se podría utilizar un carrito cuyas ruedas puedan girar con libertad, prácticamente sin fricción).

Aleje el péndulo de la posición de equilibrio hasta una cierta altura (posición A de la figura), y suelte luego el péndulo dejándolo oscilar.

a) Observe el movimiento de la tablilla (o del carrito) mientras el péndulo oscila. ¿Se desplaza en el mismo sentido o en sentido contrario al del péndulo?



Primer Experimento

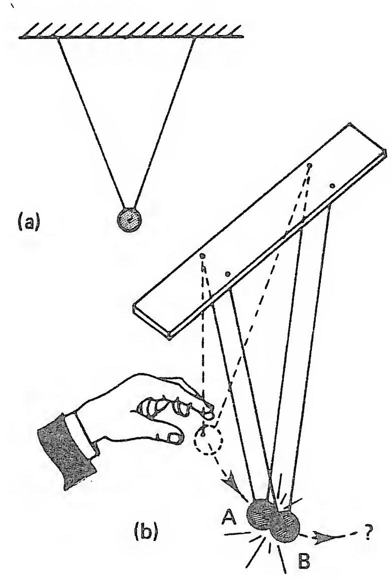
b) Teniendo en cuenta el Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento, trate de explicar sus observaciones.

SEGUNDO EXPERIMENTO

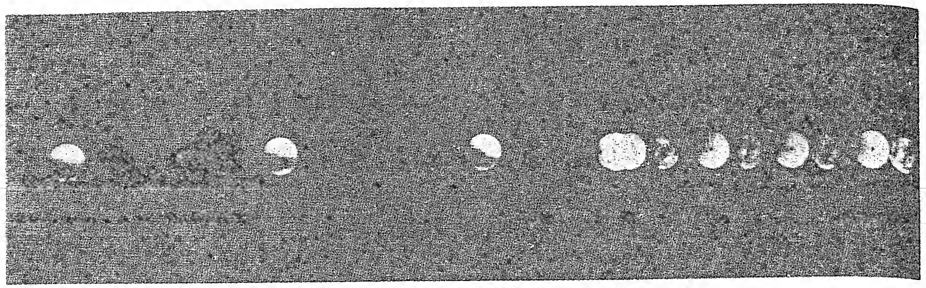
Cuelgue, sirviéndose de dos hilos, una pequeña esfera dura (de metal o de madera) y forme un "péndulo bifilar", como indica la figura (a) de este experimento. Monte dos péndulos iguales a éste utilizando dos esferas, A y B, de igual masa y suspendidas de manera que en la posición de equilibrio, se toquen (*véase* figura (b) de este experimento).

Aleje la esfera A hasta cierta altura, de modo que al dejarla caer choque de frente con la esfera B.

a) Trate de medir la altura aproximada que B alcanza después del choque. ¿Esta altura es mucho mayor, mucho menor o prácticamente igual a la altura de donde partió A? (Repita varias veces el experimento para obtener mejores datos.)
b) Con base en sus observaciones, ¿diría usted que hubo conservación de la energía cinética durante la colisión de A con B? Entonces, ¿cómo clasificaría este choque?
c) Observe qué sucede con la esfera A inmediatamente después del impacto. ¿Su observación confirma el resultado obtenido en el ejemplo 1 de la Sección 10.4?



Segundo Experimento



Tercer Experimento

TERCER EXPERIMENTO

La figura de este experimento es un fotograma tomado con *"flash* múltiple" (fotografía estroboscópica), es decir, una foto que muestra un mismo objeto móvil en intervalos de tiempo sucesivos e iguales. Este fotograma presenta una esfera de vidrio (la esfera más clara), de masa m_1 = 46 g, desplazándose de izquierda a derecha con cierta velocidad v_1. Luego, esta esfera choca con otra de cera (la más oscura), de masa m_2 = 70 g, que inicialmente se encontraba en reposo. Después del choque, las dos esferas comienzan a moverse juntas, como vemos en la fotografía.

a) Mida cuidadosamente con una regla (en la fotografía), la distancia entre la 2a. y la 3a. posiciones de la esfera de vidrio (contadas de izquierda a derecha). Considere que las dimensiones de la foto son 10 veces menores que las dimensiones reales, y que el intervalo de tiempo entre dos *flashes* es de 1.0 s. Con esta información, determine la velocidad v_1 de la esfera de vidrio, antes del choque.

b) ¿Cuál es, entonces, el valor de la cantidad de movimiento total del sistema constituido por las dos esferas, antes de la colisión? (Escriba únicamente cifras significativas en su respuesta.)

c) Mida luego la distancia entre las dos últimas posiciones de las dos esferas unidas después del choque. Tomando en cuenta las informaciones proporcionadas en (a), determine la velocidad final, V, del conjunto.

d) Calcule la cantidad de movimiento del sistema después del choque (acuérdese de las cifras significativas). Compare este resultado con el que obtuvo en (b).

e) ¿Este análisis le permitió comprobar, con cierta exactitud, que la cantidad de movimiento se conservó en esta colisión?

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. *a)* Recordando la segunda Ley de Newton, exprese la unidad de fuerza en el SI (1, N) en función de las unidades de masa y de aceleración en este sistema.

b) Con base en la respuesta de la pregunta (a), demuestre que las unidades de impulso y de cantidad de movimiento son equivalentes (o sea, 1 N · s = 1 kg · m/s).

2. Considere una partícula en movimiento circular uniforme. Sea E_c la energía cinética de esta partícula, y $\vec{q}$ su ímpetu o cantidad de movimiento. ¿Es correcto afirmar que:

a) E_c varía y $\vec{q}$ permanece constante?
b) E_c permanece constante y $\vec{q}$ varía?
c) Tanto E_c como $\vec{q}$ permanecen constantes?
d) E_c y $\vec{q}$ experimentan variación?

3. Una bola de billar, de 0.50 kg de masa, al moverse hacia la izquierda con una velocidad de 2.0 m/s, perpendicular a una banda de la mesa, choca con ella y se vuelve con una velocidad de igual magnitud y dirección. Considere positivo el sentido hacia la derecha. Señale cuál de las afirmaciones siguientes está *equivocada:*

a) La cantidad de movimiento de la esfera antes de chocar con la banda, era de –1.0 kg · m/s.
b) La cantidad de movimiento de la bola después del choque, es de 1.0 kg · m/s.
c) La variación de la cantidad de movimiento de la bola, en virtud del choque con la banda, fue nula.
d) El impulso que la bola recibió de la banda fue de 2.0 N · s.
e) Si conociéramos el tiempo de interacción de la banda con la bola, sería posible calcular la fuerza media que una ejerció sobre la otra.

4. Dos cuerpos, A y B, para los que $m_A > m_B$, se encuentran en reposo. Suponga que ambos reciben impulsos iguales.

a) La cantidad de movimiento adquirida por A, ¿será mayor, menor o igual a la adquirida por B?
b) La velocidad adquirida por A, ¿será mayor, menor o igual a la velocidad adquirida por B?

5. *a)* Si un cuerpo posee cantidad de movimiento, podemos asegurar que posee, por lo menos, una forma de energía. ¿Por qué?

b) Un cuerpo puede poseer energía y no necesariamente cantidad de movimiento. Proporcione un ejemplo donde suceda esto.

6. En el Ejemplo 1 de la Sección 10.3:

a) Calcule la energía cinética de cada bloque al separarse del resorte.
b) Tomando en cuenta la respuesta de la pregunta (a), determine la energía que estaba almacenada en el resorte.

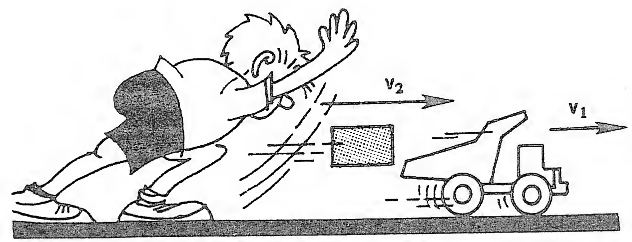
7. Un astronauta, que lleva en sus manos un objeto pequeño, se encuentra en reposo en una región del espacio donde no existe ninguna atracción gravitatoria sobre él. En esta situación, arroja el objeto aplicándole un impulso de 12 N · s. Considere el sistema astronauta-objeto, y exprese cuál de las afirmaciones siguientes está *equivocada:*

a) El astronauta recibe del objeto un impulso de magnitud igual a 12 N · s.
b) El objeto comienza a desplazarse con una cantidad de movimiento de 12 kg · m/s.
c) La magnitud de la cantidad de movimiento adquirida por el astronauta es menor que 12 kg · m/s.
d) La cantidad de movimiento del sistema antes de arrojar el objeto, era nula.
e) La cantidad de movimiento del sistema después de arrojar el objeto, es nula.

8. Un cohete, en su plataforma de lanzamiento, posee una masa total (incluyendo el combustible) de 4.0×10^3 kg. Al llevarse a cabo la combustión, el cohete expulsa rápidamente 800 kg de gas, con una velocidad de 2.0×10^3 m/s. Recordando la conservación de la cantidad de movimiento de un sistema, determine la velocidad que el cohete adquiere después de eyectar esa masa de gas.

9. Un pequeño camión de volteo, cuya masa es m_1 = 3.5 kg, se desplaza con una velocidad v_1 = 0.20 m/s sobre una superficie horizontal lisa. Un muchacho lanza a la caja de carga del camión, un ladrillo de masa m_2 = 0.50 kg, con una velocidad horizontal v_2 = 5.0 m/s (*véase* figura de este problema). Inmediatamente después del impacto, el camión y el ladrillo (que cayó dentro de él) se mueven juntos con una velocidad V. Considerando el sistema camión + ladrillo, diga cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas:*

a) El choque del ladrillo con el camión es elástico.
b) La cantidad de movimiento del sistema inmediatamente antes del choque, era de 3.2 kg · m/s.
c) La cantidad de movimiento del sistema inmediatamente después del choque, es menor que antes del impacto.

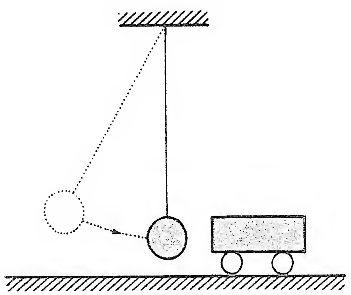


Problema 9

d) La energía cinética del sistema inmediatamente después del choque, es menor que antes de la colisión.
e) La velocidad del camión debe disminuir, porque su masa se incrementó.
f) La velocidad del sistema inmediatamente después del choque, es $V = 0.80$ m/s.

10. Un tractor, cuya masa es de 4.0 toneladas, se desplazaba por una carretera. De repente, surgió delante de él un automóvil, de 900 kg de masa, a 80 km/h y en sentido contrario, el cual chocó de frente con el tractor. Sabiendo que las velocidades de los vehículos se anulan inmediatamente después del choque, responda:
a) ¿Cómo clasificaría usted esta colisión?
b) ¿Cuál era la velocidad del tractor antes del impacto?

11. Una bola de fierro, de 1.0 kg de masa y sujeta al extremo de una cuerda (*véase* figura de este problema), es lanzada contra un carrito de masa 2.0 kg. Inicialmente, este último se halla en reposo, y la velocidad de la esfera inmediatamente antes del choque, es de 3.0 m/s. Analice las afirmaciones siguientes, referentes a los movimientos de la bola y del carrito inmediatamente después del choque, y diga cuáles describen situaciones que *no* pueden suceder:



Problema 11

a) La esfera se mueve a 1.0 m/s hacia la derecha y el carrito sigue a 2.0 m/s también hacia la derecha.
b) La esfera se regresa a 1.0 m/s, y el carrito avanza a 2.0 m/s.
c) La esfera queda en reposo y el carrito sigue a 1.5 m/s.
d) La bola y el carrito se desplazan juntos a 1.0 m/s hacia la derecha.
e) La esfera se devuelve a 2.0 m/s y el carrito sigue a 1.0 m/s.

12. En el problema anterior, para cada situación que sí puede ocurrir, determine si la colisión de la esfera con el carrito es elástica, inelástica o completamente inelástica.

13. Una bola, de masa igual a 0.20 kg y velocidad de 0.10 m/s, choca con otra idéntica a ella y que está en reposo. Usando únicamente esta información sólo se puede calcular uno de los conceptos que siguen: ¿Cuál de todos es?
a) La fuerza que una bola ejerce sobre la otra.
b) La magnitud de la velocidad de cada objeto después del choque.
c) La dirección de la velocidad de cada cuerpo después del choque.
d) La energía cinética total de las bolas después del choque.
e) La cantidad de movimiento total de los cuerpos luego del choque.

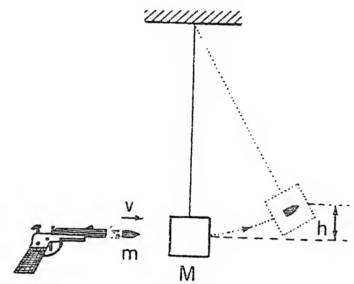
14. Un niño, cuya masa es de 40 kg, se encuentra en el interior de un vagón pequeño que se desplaza en una vía horizontal con una velocidad de 3.0 m/s. La masa del carro es de 100 kg.
a) Suponga que el niño saliera del carro sin ejercer en él ningún impulso. ¿Con qué velocidad horizontal llegaría el niño al suelo y a qué velocidad seguiría moviéndose el vagón?
b) Si el niño saltara de modo que cayera verticalmente, ¿a qué velocidad pasará a moverse el carro?

15. Dos automóviles, de masas $m_1 = 2.0$ toneladas y $m_2 = 1.0$ toneladas, se desplazan por dos calles perpendiculares con velocidades $v_1 = 20$ m/s y $v_2 = 30$ m/s, respectivamente. En el cruce de estas calles chocan y comienzan a moverse juntos después del choque.
a) Calcule, en unidades del SI, la cantidad de movimiento total de ambos autos antes del choque.
b) ¿Cuál es el valor de la velocidad común de ambos autos después del choque?

16. Una granada, de masa igual a 1.0 kg es lanzada en dirección vertical hacia arriba y hace explosión en el punto más alto alcanzado, rompiéndose en tres pedazos. Inmediatamente después de la explosión, el primer fragmento, cuya masa es 0.20 kg se mueve verticalmente hacia arriba con una velocidad de 100 m/s. El segundo fragmento, de 0.70 kg de masa, se mueve verticalmente hacia abajo con una velocidad de 10 m/s.
a) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la velocidad del tercer fragmento?
b) Determine la energía que se liberó en la explosión.

17. Imagine que usted estuviese en medio de la superficie perfectamente lisa de un lago congelado. Recordando que no es posible caminar sobre tal superficie debido a la total ausencia de roce o fricción, sugiera un procedimiento que le permita llegar a la orilla del lago.

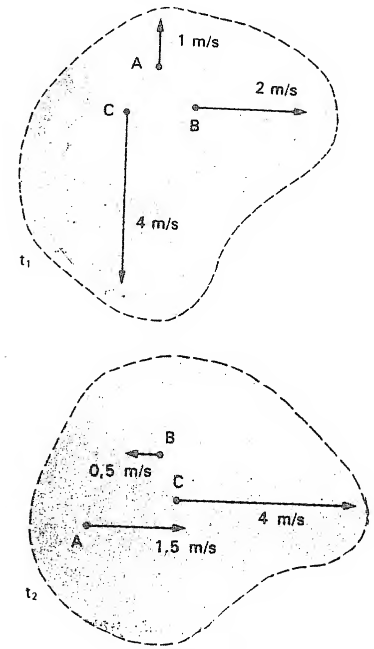
18. *Péndulo balístico.* Resolviendo este problema aprenderá un método muy sencillo que se puede utilizar para medir la velocidad de una bala de revólver, por ejemplo.
Considere una bala de masa m disparada con una velocidad $\vec{v}$, cuyo valor deseamos medir. Haciendo incidir la bala contra un bloque de madera, de masa M y que pende de una cuerda, la bala se incrusta en el bloque y el conjunto sube hasta una altura h (*véase* figura de este problema). Suponga que en un experimento tal, en el que m = 8 g y M = 2.0 kg, se observó que h = 20 cm.



Problema 18

a) Si V es la velocidad del conjunto bala + bloque, inmediatamente después del choque, exprese v en función de V.
b) Recordando que la energía cinética con la cual parte el conjunto después del choque, se transforma en energía potencial, calcule el valor de V (considere $g = 10$ m/s^2).
c) Determine el valor de la velocidad v con la cual se disparó la bala.

19. Un sistema es constituido por tres partículas, A, B y C de masas $m_A = 2$ kg, $m_B = 2$ kg y $m_C = 0.5$ kg. En la figura se muestran las posiciones y las velocidades de las partículas del sistema en un instante t_1 y en el instante t_2, posterior a t_1.
a) Determine el módulo, la dirección y el sentido de la cantidad de movimiento del sistema en los instantes t_1 y t_2.
b) Con base en su respuesta a la pregunta (a), ¿a qué conclusión llega acerca de la resultante de las fuerzas externas que actúan en el sistema?

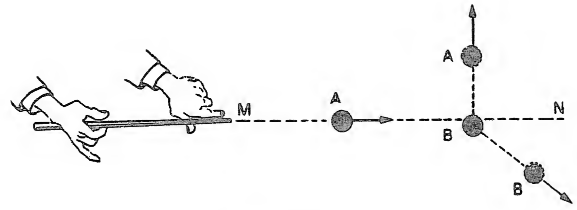


Problema 19

c) ¿Cree usted que hubo interacción (fuerzas internas) de las partículas? Explíquelo.
d) ¿Hubo conservación de la energía cinética del sistema?

20. En un juego de billar, una bola, de masa igual a 200 g, choca contra una tabla lateral de la mesa. Antes y después del choque la velocidad de la bola tiene un módulo igual a 2.0 m/s y forma un ángulo de 60° con la normal de la tabla. Sabiendo que el tiempo de contacto de la bola con esta tabla es de 8.0×10^{-3} s, determine el módulo de la fuerza media que la tabla ejerce sobre la bola.

21. Una bola A, de masa 2.0 kg, se mueve sobre una mesa lisa y horizontal, a lo largo de la recta MN (*véase* figura) con una velocidad de 2.0 m/s. Choca en forma oblicua con una bola B, de masa 10.0 kg, inicialmente en reposo. Obsérvese que, después del choque, la bola A se mueve en una dirección perpendicular a MN, como se ilustra en la figura, con una velocidad de 1.5 m/s. Después del choque:



Problema 21

a) ¿Cuál debe ser el valor de la cantidad de movimiento del sistema en la dirección *MN*? ¿Y en la dirección perpendicular a *MN*?
b) Calcule, con base en su respuesta a la pregunta (a), el valor de la velocidad de la bola *B*.

22. Un vagón vacío, descubierto, avanza por rieles rectos horizontales, sin *fricción*.
a) Empieza a llover y el agua, que cae verticalmente, se acumula en el interior del vagón. El módulo de la velocidad del vagón, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
b) Deja de llover y el agua acumulada se escurre gradualmente por un orificio que hay en el piso del vagón. ¿Aumenta, disminuye o no se altera el módulo de la velocidad del vagón?

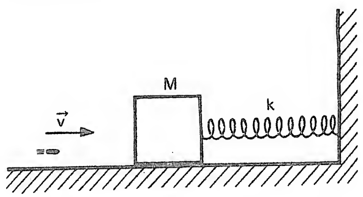
23. Una bala, de 10 gramos de masa, es lanzada por una escopeta de masa igual a 4.0 kg y sale por el cañón a una velocidad horizontal de 400 m/s. Determine el módulo de la velocidad de retroceso de la escopeta.

24. Un núcleo radiactivo, inicialmente en reposo, se desintegra y emite un electrón y un neutrino, en direcciones perpendiculares entre sí. La cantidad de movimiento del electrón vale 1.2×10^{-22} kg m/s y la del neutrino, 6.4×10^{-23} kg m/s. Si la masa del núcleo resultante de la desintegración es 6.0×10^{-23} kg, calcule la velocidad de retroceso del núcleo al emitir esas partículas.

25. Una bala de masa *m*, que se desplaza a una velocidad $\vec{v}$ choca contra un bloque de madera, de masa *M*, que está sujeto a un resorte de constante elástica *k* y apoyado en una superficie horizontal, sin fricción (*véase* figura del problema). La bala penetra en el bloque, permanece incrustada en él y el conjunto comprime el resorte que sufre una deformación máxima igual a *X*.
a) Para determinar el valor de *X*, un estudiante sigue este razonamiento: "Por conservación de la energía mecánica, la energía cinética inicial de la bala debe ser igual a la energía potencial elástica almacenada en el resorte comprimido". Entonces,

$$\frac{1}{2}kX^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{donde} \quad X = v\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Hay un error en el razonamiento del estudiante, ¿cuál es?
b) Determine, en función de *m*, *M*, *v* y *k*, la expresión que proporciona correctamente el valor de *X*.

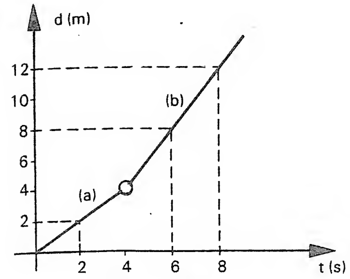


Problema 25

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

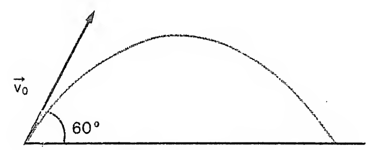
1. Una partícula de masa *m* = 5.0 g, se desplaza a lo largo de una recta con el movimiento representado en la figura, en la parte (a) de la gráfica. En cierto momento, durante un intervalo corto Δt, sufre la acción de una fuerza impulsiva y su movimiento, en la misma recta, empieza a hacerse de acuerdo con la parte (b) de la gráfica. El impulso de la fuerza sobre la partícula fue de:



Pregunta 1

a) 15×10^{-3} J
b) $(7.5 \times 10^{-3}/\Delta t)$N
c) 7.5 N · s
d) 2.5×10^{-3} N · s
e) 5.0×10^{-3} kg · m/s

2. La velocidad inicial de un proyectil forma con la horizontal un ángulo de 60°, como se muestra en la figura correspondiente. Despreciando la resistencia del aire, ¿cuál de los dos vectores de abajo representa mejor la variación de la cantidad de movimiento del proyectil, entre el instante en que alcanza el punto más alto de la trayectoria y el instante del lanzamiento?



Pregunta 2

a) ↓
b) ↑
c) ↙
d) ↗
e) vector de módulo cero

3. Una pelota de tenis, de masa igual a 100 g, es lanzada contra una pared, a donde llega horizontalmente con una velocidad de 20 m/s. Al rebotar en la pared regresa con una misma velocidad horizontal. Sabiendo que la fuerza media debida a la pared que actúa sobre la pelota durante el impacto es de 40 N, ¿cuál es aproximadamente, la variación de la cantidad de movimiento que la pelota sufre, en la vertical, debido a la acción de la gravedad, en el intervalo de tiempo del impacto?

a) 4.0 kg · m/s
b) 0.4 kg · m/s
c) 0.1 kg · m/s
d) 0.04 kg · m/s
e) 10 kg · m/s

4. Marque la afirmación *equivocada*: La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas:
a) Es una magnitud vectorial.
b) Es la resultante de las cantidades de movimiento de cada partícula del sistema.
c) Varía si actúa una fuerza externa en el sistema.
d) No se modifica cuando actúan solamente las fuerzas internas.
e) Varía si existe fricción entre las partículas del sistema.

5. Supongamos que una persona, cuya masa es de 60 kg, se encuentra en medio de un lago helado, sin fricción. Esta persona tiene, en las manos, una caja cuya masa es de 5.0 kg. Si lanza la caja horizontalmente, la persona adquiere una velocidad, en sentido contrario, de 0.50 m/s. Entonces, llega a la conclusión de que la caja fue lanzada con una velocidad de:
a) 6.0 m/s
b) 0.50 m/s
c) 60 m/s
d) 10 m/s
e) 2.0 m/s

Las preguntas **6**, **7** y **8** se refieren al siguiente enunciado:
Sobre una mesa sin fricción, un cuerpo de 3 kg que se mueve a 4 m/s hacia la derecha choca con un cuerpo de 8 kg que se mueve a 1.5 m/s hacia la izquierda. Después de chocar, los dos cuerpos se mantienen unidos.

6. La cantidad de movimiento total de los dos cuerpos antes del choque es, en kg · m/s:
a) cero
b) 12
c) 16
d) 24
e) 33

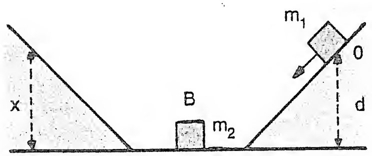
7. La velocidad de los dos cuerpos después del choque es, en m/s:
a) cero
b) 0.75
c) 1.5
d) 2.2
e) 3.0

8. La energía mecánica convertida en calor en el choque es, en joules:
a) cero
b) 12
c) 16
d) 24
e) 33

9. Un automóvil realiza una colisión por completo inelástica con otro automóvil de la misma masa e inicialmente en reposo. ¿Cuál es el porcentaje de energía cinética inicial que se transforma en otras formas de energía?

a) 100%
b) 50%
c) 25%
d) 10%
e) 1%

10. Un cuerpo A de masa igual a m_1, se suelta en el punto 0 y se desliza por una rampa. En el plano horizontal, choca con otro cuerpo B de masa igual a m_2, que estaba en reposo. Los dos quedan unidos y continúan el movimiento en la misma dirección hasta alcanzar otra rampa en la cual el conjunto puede subir. Considere el esquema de la figura y desprecie la fricción. ¿Cuál es la altura x que los cuerpos alcanzarán en la rampa?



Pregunta 10

a) $x = \left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 gd$

b) $x = \left(\dfrac{m_1 + m_2}{m_1}\right)^2 d$

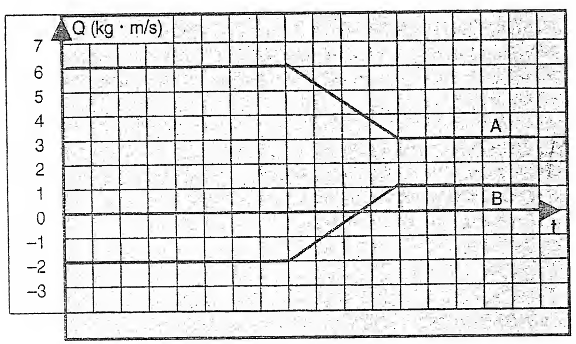
c) $x = \left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 d$

d) $x = \left(\dfrac{m_1 + m_2}{m_1}\right) d$

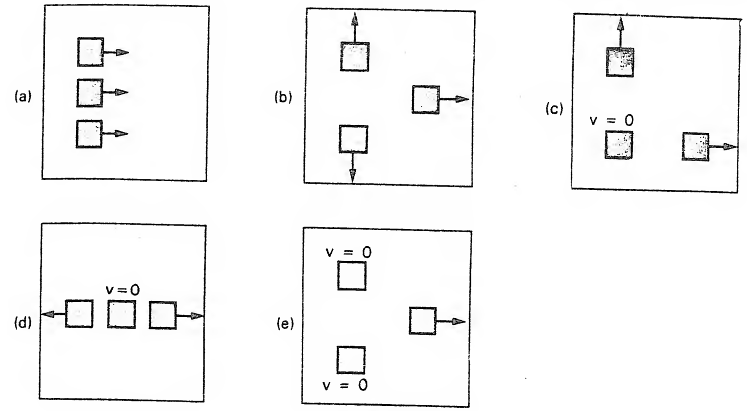
e) $x = \dfrac{m_1}{(m_1 + m_2)} d$

11. Un auto detenido (masa de 600 kg) es golpeado por un camión (masa de 1 400 kg) a una velocidad de 72 km/h, que lo arrastra y continúa avanzando en la misma dirección de su velocidad original. Podemos afirmar:
a) La variación de la cantidad de movimiento y la variación de la energía cinética del sistema auto-camión son nulas.
b) La cantidad de movimiento del sistema permanece constante, pero su energía cinética varía cerca de 8×10^4 J.
c) La energía cinética del sistema permanece constante, pero su cantidad de movimiento varía cerca de 2.8×10^4 kg · m/s.
d) La cantidad de movimiento del sistema y su energía cinética varían, pero no tenemos la posibilidad de calcular estas variaciones.
e) La variación de la cantidad de movimiento del sistema es numéricamente igual a la variación de su energía cinética, ambas son diferentes de cero.

12. En la gráfica que se incluye a continuación se representan los valores, en un sistema de referencia dado, de las cantidades de movimiento de dos esferas que chocan frontalmente en un plano horizontal. ¿Cuál de las dos opciones expresa una conclusión correcta a partir de la gráfica?
a) La relación entre los módulos de las velocidades iniciales de las esferas es, necesariamente, de 1 a 3.
b) Después del choque, las esferas se desplazan en sentidos opuestos a los iniciales.
c) El módulo de la suma de las cantidades de movimiento de las esferas es igual a 4.0 kg · m/s.
d) El choque fue totalmente elástico.
e) Una de las esferas estaba inicialmente detenida.



Pregunta 12

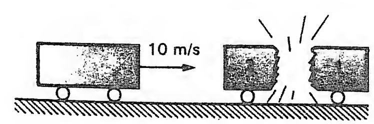


Pregunta 13

13. Sobre una superficie horizontal y sin fricción, un objeto, inicialmente en reposo, estalla en tres partes idénticas. ¿Cuál de las figuras que se incluyen arriba representa mejor el fenómeno después de la explosión?

14. Un proyectil de 5.0 gramos es disparado horizontalmente contra un pedazo de madera de 3.0 kg que está sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción entre la madera y la superficie es de 0.20. El proyectil se incrusta en la madera y ésta se mueve 25 cm sobre la superficie. La velocidad del proyectil al llegar a la madera es de:
a) 400 m/s
b) 500 m/s
c) 600 m/s
d) 700 m/s
e) NRA

15. Un vagón que se desplaza hacia la derecha con una velocidad de 10 m/s, es fragmentado por una explosión, en dos pedazos (1) y (2), de masas iguales (*véase* figura). Sean $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$ las velocidades respectivas de los dos fragmentos, después de la explosión. De las opciones siguientes, señale la que *no* podría corresponder a los movimientos de (1) y (2) después de la explosión:



Pregunta 15

a) v_1 = 20 m/s hacia la derecha
v_2 = 0
b) v_1 = 15 m/s hacia la derecha
v_2 = 5.0 m/s hacia la derecha
c) v_1 = 30 m/s hacia la derecha
v_2 = 10 m/s hacia la izquierda
d) v_1 = 25 m/s hacia la derecha
v_2 = 5.0 m/s hacia la derecha
e) v_1 = 50 m/s hacia la derecha
v_2 = 30 m/s hacia la izquierda

16. Un auto M, de masa igual a 1.0 tonelada, frena bruscamente frente a un obstáculo imprevisto y cuando su velocidad se reduce a 10 km/h es golpeado por un auto N, de masa igual a 2.0 toneladas, que venía atrás, en el mismo sentido, a una velocidad de 40 km/h. Con base en el principio de la conservación de la cantidad de movimiento, señale entre las afirmaciones siguientes, la única que presenta una situación *imposible* después del impacto:
a) M y N se mueven juntos, con una velocidad de 30 km/h, en el sentido del movimiento inicial.
b) M avanza con una velocidad de 40 km/h y N continúa en el mismo sentido, con velocidad de 25 km/h.
c) M avanza a una velocidad de 40 km/h y N se mueve, en el mismo sentido, con una velocidad de 10 km/h.
d) M avanza con una velocidad de 90 km/h y N se detiene.
e) M avanza con una velocidad de 100 km/h y N se mueve, en sentido contrario al del movimiento inicial, con una velocidad de 5 km/h.

17. Un objeto que se mueve con una velocidad de 10 m/s explota y se parte en dos fragmentos de igual masa y que se mueven perpendicular-

mente entre sí. Uno de los dos fragmentos se mueve a una velocidad de 12 m/s. ¿Cuál es la velocidad del otro fragmento?

a) 2 m/s
b) 22 m/s
c) 16 m/s
d) 6.5 m/s
e) Ninguno de los valores indicados

18. Una granada es lanzada oblicuamente a una velocidad v_0 y su velocidad vale $v = 10$ m/s, hacia la derecha, cuando llega al punto más alto de la trayectoria. En este momento, la granada estalla en dos fragmentos de la misma masa. Uno de los dos fragmentos cae verticalmente sin velocidad inicial. La velocidad del segundo fragmento, inmediatamente después de la explosión, debe ser:

a) Igual a 20 m/s, horizontal hacia la derecha.
b) Igual a 10 m/s, horizontal hacia la derecha.
c) Igual a 20 m/s, vertical hacia arriba.
d) Igual a 20 m/s, vertical, hacia abajo.
e) Igual a la velocidad del primer fragmento.

Las preguntas **19** a **23** se refieren al enunciado y a la figura siguiente:
Una esfera *A* de masa *m*, amarrada en el extremo de un cordón de longitud *l*, es lanzada de una altura *h*, con velocidad inicial v_0 (*véase* figura). La esfera va a chocar elásticamente con un bloque *B*, también de masa *m*. Desprecie las fricciones y considere el plano horizontal, donde *B* se apoya inicialmente, como en nivel cero de energía potencial.

19. La energía cinética de la esfera *A*, inmediatamente antes de chocar con el bloque *B*, es:

a) $\dfrac{mv_0^2}{2}$
b) mgl
c) $\dfrac{1}{2}mv_0^2 + mgl$
d) mgh
e) $\dfrac{mv_0^2}{2} + mgh$

20. La energía cinética E_A de la esfera y E_B del bloque, inmediatamente después del choque, son respectivamente:

a) E_A = cero y $E_B = mgh$
b) E_A = cero y $E_B = \dfrac{mv_0^2}{2} + mgh$
c) $E_A = E_B = \dfrac{mv_0^2}{4} + \dfrac{mgh}{2}$
d) E_A = cero y $E_B = mgl$
e) $E_A = E_B = \dfrac{mv_0^2}{4} + \dfrac{mgl}{2}$

21. Durante la colisión, los módulos de las fuerzas de interacción, F_A, que *A* ejerce sobre *B* y F_B, que el bloque ejerce sobre la esfera *A*, guardan entre sí la siguiente relación:

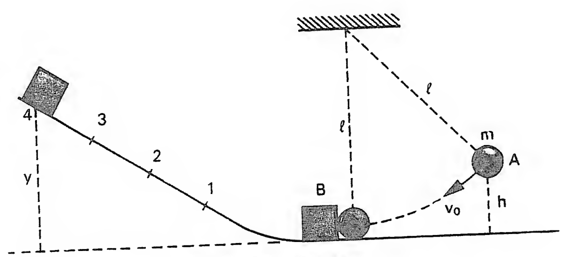
a) $F_A \neq 0$ y $F_B = 0$
b) $F_A > F_B$ y ambas diferentes de cero
c) $F_A = F_B = 0$
d) $F_A = F_B$ y ambas diferentes de cero
e) $F_B \neq 0$ y $F_A = 0$

22. La velocidad del bloque *B*, inmediatamente después del choque, es:

a) $\sqrt{2gl}$
b) $\sqrt{v_0^2 + 2gl}$
c) v_0
d) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$
e) $\sqrt{2gh}$

23. Después del choque, el bloque *B* alcanzará sobre la rampa una altura *y*, tal que:

a) $y = \ell$
b) $y = h$
c) $y = h + \dfrac{v_0^2}{2g}$
d) $y = \dfrac{v_0^2}{2g}$
e) $y = \ell + \dfrac{v_0^2}{2g}$



Preguntas 19 a 23

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Cuando Newton expuso su segunda ley del movimiento, la expresó en términos de la cantidad de movimiento, $\vec{q}$, de una partícula, de la siguiente manera:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{q}}{\Delta t}$$

en donde $\vec{F}$ es la fuerza resultante que actúa en la partícula y $\Delta\vec{q}$ es la variación de la cantidad de movimiento que la partícula experimenta en el intervalo de tiempo Δt. Demuestre que, siendo constante la masa *m* de la partícula, esa expresión es equivalente a la expresión $\vec{F} = m\vec{a}$, que utilizamos al presentar la segunda ley en el Capítulo 6.

2. Dos cuerpos, *A* y *B*, tienen masas m_A y m_B y velocidades v_A y v_B.

a) Si sus energías cinéticas fueran iguales, ¿podrían tener cantidades de movimientos diferentes?
b) Si la energía cinética de *A* fuera mayor que la de *B*, ¿podrá la cantidad de movimiento de *A* ser menor que la de *B*?

3. Un chorro de agua que cae horizontalmente de una manguera, con salida igual a 2.0 litros/s, alcanza a una persona y ejerce en ella una fuerza de 16 N. Suponiendo que después del impacto el agua caiga verticalmente, calcule la velocidad de las partículas de agua del chorro.

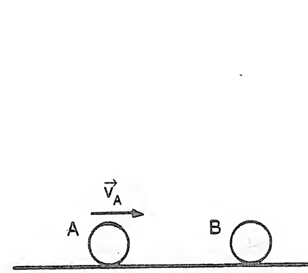
4. Un cazador tiene un rifle que dispara balas de masa igual a 60 g con una velocidad de 900 m/s. Un pequeño tigre, de masa igual a 40 kg, salta sobre el cazador de tal modo que la componente horizontal de su velocidad es igual a 10 m/s. ¿Cuántas balas debe disparar el cazador para interrumpir su salto?

5. En el Problema 18 de la sección "Preguntas y problemas" de este capítulo, calcule el porcentaje de energía cinética inicial de la bala que fue disipada en su choque con el bloque.

6. *a)* Suponga que una persona de masa igual a 70 kg, en reposo sobre la superficie de la Tierra, saltara verticalmente y alcanzara una altura de 0.50 m. Calcule la velocidad de retroceso que la Tierra adquiere, en virtud de este salto, en el momento en que la persona salta. Considere la masa de la Tierra igual a 6×10^{24} kg.
b) Imagine que toda la población de la Tierra (5 mil millones de habitantes) brincara simultáneamente, en una misma parte de la Tierra, con un salto semejante al de la pregunta (a). ¿Cree usted que un astronauta que observara ese salto desde su nave, podría percibir el retroceso que la Tierra sufriría en virtud de tal salto colectivo?

7. Una bola *A* es lanzada con velocidad v_A = 3.0 m/s contra otra bola *B*, idéntica a ella e inicialmente en reposo, colocada cerca de una pared vertical (*véase* figura del problema). Los choques que ocurren son perfectamente elásticos y directos. Considere despreciables las fuerzas de fricción.

a) ¿Cuántos choques ocurrirán en este proceso?
b) ¿Cuáles son las velocidades $\vec{V}_A$ y $\vec{V}_B$ de las bolas después del último choque?

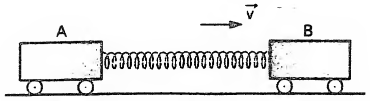


Problema Complementario 7

8. Una partícula, de masa *m* = 200 g, describe un movimiento circular uniforme con velocidad *v* = 5.0 m/s. Calcule el impulso, *I*, que la fuerza centrípeta ejerce sobre la partícula durante un intervalo de tiempo Δt, tal que

a) Δt sea igual a la mitad del periodo de este movimiento, y
b) Δt sea igual al periodo de este movimiento.

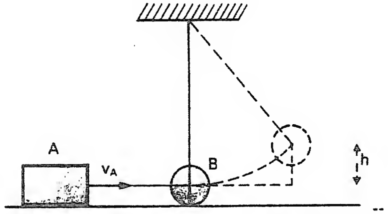
9. Dos carritos iguales, *A* y *B*, se desplazan en línea recta, sobre una superficie horizontal, amarrados con un cordel y teniendo entre ellos un resorte comprimido de masa despreciable. En el instante en que la velocidad del conjunto es 3.0 m/s, el cordel se rompe y el resorte se estira y cae. El carrito *A* se detiene inmediatamente. ¿Cuál es la velocidad de *B* luego de este instante?



Problema Complementario 9

10. Una persona y un objeto están situados sobre una superficie horizontal sin fricción, separados por una distancia de 40 m. Por medio de una cuerda, la persona ejerce un tirón en el objeto y ambos se desplazan, hasta que se encuentran en una posición a 10 m de la posición primitiva del objeto. Sabiendo que la masa de la persona es de 80 kg, determine el valor de la masa del objeto.

11. Un bloque *A*, de masa m_A = 2.0 kg, es lanzado con una velocidad v_A = 4.0 m/s en un plano horizontal liso, y choca con una esfera *B*, de masa m_B = 5.0 kg. La esfera estaba inicialmente detenida y suspendida por un hilo, como se muestra en la figura de este problema. Se sabe que después del choque esa esfera alcanza una altura h = 0.20 m. Considerando g = 10 m/s^2 .



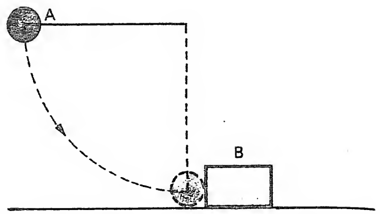
Problema Complementario 11

a) ¿Cuál es el módulo y el sentido de la velocidad del bloque *A* después del choque?

b) ¿Fue elástico el choque?

12. Una esfera *A*, de acero, de masa m_A = 1.0 kg, amarrada a un hilo de longitud L = 45 cm, es soltada de la posición mostrada en la figura de este problema (con el hilo en la horizontal). En la posición más baja de su trayectoria, esta esfera choca elásticamente con un bloque, *B*, también de acero, de masa m_B = 5.0 kg, que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Considerando g = 10 m/s^2, determine la velocidad $\vec{V}_A$, de la esfera, y $\vec{V}_B$, del bloque, inmediatamente después del choque.

13. Un hombre que viste un chaleco contra balas, está de pie sobre patines. Una bala, de masa igual a 20 g, con una velocidad horizontal de 400 m/s,



Problema Complementario 12

es disparada contra él, llega al chaleco y cae verticalmente. Considere la masa del hombre con el chaleco igual a 80 kg:

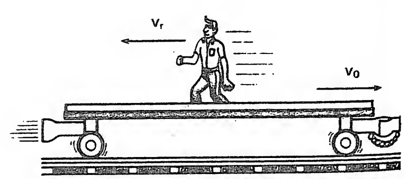
a) ¿Cuál es la velocidad que el hombre alcanza después de recibir el impacto de la bala?

b) Algunas películas presentan escenas en las cuales una persona, después de recibir un tiro, es lanzada bruscamente para atrás. Esta escena, ¿está de acuerdo con el resultado obtenido en (a)?

14. En el problema anterior, suponga que la bala chocara elásticamente contra el chaleco y regresara a la misma dirección en que incidió, con una velocidad de módulo aproximadamente igual a la de la velocidad de incidencia. ¿La velocidad que alcanza el hombre en estas condiciones sería mayor, menor o igual que la calculada en el problema anterior?

15. Un niño, de masa igual a 50 kg, está de pie en la popa de un barco, de masa igual a 200 kg y de 3.0 m de longitud, en reposo, flotando en un lago. Suponiendo que el niño camina hasta la proa, calcule el desplazamiento que esto ocasionaría en el barco (desprecie la fricción entre el barco y el agua).

16. Una plataforma de tren, con ruedas de hierro, de masa *M*, se desplaza sin fricción a lo largo de rieles rectos y horizontales, con una velocidad v_0, como se muestra en la figura de este problema. Un hombre, de masa *m*, inicialmente parado en relación con el vagón, comienza a correr con una velocidad relativa v_r (respecto del propio vagón).



Problema Complementario 16

Determine la variación, Δv, que se observará en la velocidad del vagón.

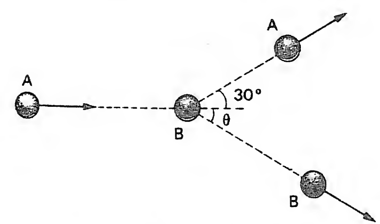
17. En el problema anterior, suponga que el hombre corriera con cierta velocidad sobre el vagón, tal que su posición respecto de la Tierra permaneciera invariable. Determine, en este caso, la variación Δv de la velocidad del vagón.

18. Una especie de bomba casera, de masa igual a 7.0 kg, es lanzada a lo largo de una superficie horizontal, sin fricción, con velocidad igual a 6.0 m/s. En determinado momento, la bomba estalla y se divide en dos fragmentos de masas iguales. Sabiendo que en virtud de la explosión se transfirió una energía de 126 J a los fragmentos, determine la velocidad de cada uno de ellos inmediatamente después de la explosión.

19. Un cuerpo *A*, de masa igual a 5.0 kg, choca elásticamente con otro cuerpo *B*, que se encuentra inicialmente en reposo. Después de la colisión, el cuerpo *A* continúa moviéndose en el mismo sentido con velocidad de módulo 5 veces menor que su velocidad inicial. Calcule la masa del cuerpo *B*.

20. Dos esferas pequeñas de arcilla, de la misma masa y moviéndose cada una con velocidad de módulo v_0, chocan de manera oblicua, completamente inelástica. Sabiendo que el conjunto, después de la colisión, se mueve con velocidad de módulo igual a $v_0/2$, determine el ángulo entre las velocidades iniciales de las esferas.

21. Dos esferas de acero *A* y *B*, de igual masa, están sobre una superficie horizontal lisa. La esfera *B*, inicialmente en reposo, es alcanzada en forma oblicua por la esfera *A*, que se movía con velocidad de 2.0 m/s. Después del choque, *A* se mueve con velocidad 1.5 m/s, y forma un ángulo de 30° con la dirección de su velocidad inicial. Determine la velocidad alcanzada por *B*



Problema Complementario 21

y el ángulo θ, mostrado en la figura de este problema.

22. Una persona, de masa igual a 70 kg, salta desde una altura de 5.0 m y cae, de pie, verticalmente sobre el suelo. Suponga que, al llegar al piso, para amortiguar el impacto, dobla las rodillas, como lo hacemos habitualmente, de manera instintiva. En estas condiciones, se sabe que el impulso del suelo sobre la persona dura cerca de 0.050 s. (Considere g = 10 m/s^2.)

a) Calcule el valor de la reacción normal que el suelo ejerce sobre la persona.

b) Sabiendo que el área del hueso de la pierna que sufre el impacto es de 3.0 cm^2 y que el hueso humano puede soportar una carga de compresión máxima de 1.7 × 10^8 N/m^2, sin romperse, verifique si la persona se fracturó la pierna.

23. Suponga que la persona del problema anterior mantuviera la pierna estirada y rígida al llegar al suelo. En este caso, medidas precisas demostraron que el tiempo del impacto de la persona con el suelo se reduce a cerca de 0.002 s. Verifique si en estas condiciones habrá fractura en la pierna de ese individuo.

24. Un bloque de masa igual a 2.0 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Una bala de revólver de masa igual a 10 g es disparada a él, con una velocidad horizontal de 500 m/s. La bala atraviesa el bloque, éste se desliza por la superficie y recorre una distancia de 25 cm hasta detenerse. Sabiendo que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie vale 0.20, calcule el módulo de velocidad de la bala, después de atravesar el bloque. (Considere g = 10 m/s^2.)

25. Si un vehículo pesado alcanzara el pie de una persona de modo que una de las ruedas quedara sobre él, el pie de la persona quedaría aplastado. Ahora bien, si la rueda de este mismo vehículo pasara a alta velocidad sobre el pie, éste probablemente no sufriría ningún daño.

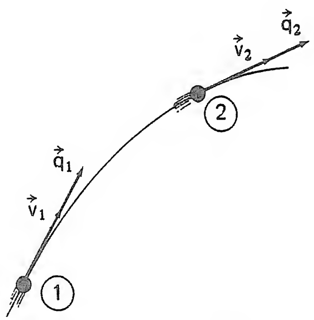
a) Algunas personas, al intentar explicar este hecho, afirman que en el segundo caso el vehículo sería más liviano, porque los objetos a gran velocidad reducen su peso. Analice y comente esta afirmación.

b) Trate de explicar por qué en la segunda situación el pie de la persona no sufriría daño alguno.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) $I = 20$ N · s
   b) un vector en la misma dirección y sentido de $\vec{F}$
   c) un vector igual que el vector $\vec{I}$
2. *a*) un vector en la misma dirección y sentido que $\vec{v}_1$
   b) $q_2 = 30$ kg · m/s
   c) un vector en la misma dirección y sentido que $\vec{v}_2$
3. *a*) $q_1 = 0.60$ kg · m/s; $q_2 = 1.6$ kg · m/s
   b) $I = 1.0$ N · s
   c) $F = 0.25$ N
4. *a*) no, pues el vector $\vec{v}$ es constante
   b) es nulo
   c) cero
5. *a*) *véase* figura
   b) sí, pues $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$ tienen magnitudes iguales, pero sus direcciones son diferentes
   c) sí



Respuesta Ejercicio 5

6. *a*) 8.0×10^3 kg · m/s
   b) 5.6×10^4 kg · m/s
   c) 2.4×10^4 kg · m/s
7. *a*) $q_A = 2.0$ kg · m/s; $q_B = 2.0$ kg · m/s; $q_C = 6.0$ kg · m/s
   b) 4.0 kg · m/s hacia la izquierda
   c) 2.0 kg · m/s hacia la derecha
8. *a*) interna *c*) externa
   b) externa *d*) interna
9. *a*) $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ *b*) $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_4$
10. *a*) internas
    b) sí, debido a las fuerzas internas ejercidas por las tiras elásticas
    c) no, porque sólo actúan fuerzas internas al sistema
11. *a*) $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ *d*) no
    b) $\vec{P}_A, \vec{P}_B, \vec{N}_A$ y $\vec{N}_B$ *e*) sí
    c) cero
12. *a*) 14 kg · m/s, horizontal hacia la derecha
    b) 14 kg · m/s, horizontal hacia la izquierda
    c) cero
    d) sí, pues la cantidad de movimiento inicial del sistema era nula
13. *a*) hacia la izquierda *d*) no, ambas varían
    b) hacia la derecha *e*) sí; no
    c) internas
14. *a*) hacia la izquierda
    b) externa
    c) no; menor
15. *a*) 4.0 kg · m/s *d*) 3.0 kg · m/s
    b) internas *e*) 6.0 m/s
    c) 4.0 kg · m/s
16. *a*) en (1) sí; en (2) no
    b) en (1) elástico; en (2) completamente inelástico
    c) sí, en ambos casos, pues durante cualquier choque se puede considerar constante la cantidad de movimiento del sistema
17. *a*) central y completamente inelástica
    b) 104×10^5 kg · m/s
    c) 104×10^5 kg · m/s
    d) 13 m/s
18. *a*) cero
    b) cero
    c) 3.0 kg · m/s hacia la izquierda
    d) 3.0 kg · m/s hacia la derecha, en la misma dirección en que *A* fue lanzado
    e) 10 m/s
19. *a*) igual, pues *B* llega a la misma altura de *A*
    b) cero
    c) elástico
20. *a*) por el enlace de un protón con un electrón
    b) el neutrón no tiene carga eléctrica
21. *a*) con esta hipótesis se violarían las leyes de conservación de energía y de la cantidad de movimiento.
    b) la radiación la constituirían los neutrones
22. *a*) momento lineal del neutrón antes del choque
    b) momento lineal del neutrón después del choque
    c) momento lineal del protón después del choque
23. *a*) energía cinética del neutrón antes del choque
    b) energía cinética del neutrón después del choque
    c) energía cinética del protón después del choque
24. *a*) porque no sabía la velocidad v del neutrón incidente
    b) para eliminar la incógnita v
25. *a*) v_p, v_N, m_N y m_p
    b) $m = (m_p v_p - m_N v_N)/(v_N - v_p)$

Preguntas y problemas

1. *a*) 1 N = 1 kg · m/s^2
2. (b)
3. (c)
4. *a*) igual *b*) menor
5. *a*) el cuerpo poseerá, obligatoriamente, energía cinética
   b) sí, por ejemplo, un cuerpo en reposo, sujeto a un resorte comprimido o situado a cierta altura del suelo
6. *a*) $E_{cA} = 19.6$ J y $E_{cB} = 14.0$ J
   b) 33.6 J
7. (c)
8. 500 m/s
9. (b), (d), (f)
10. *a*) completamente inelástica
    b) 18 km/h
11. (a), (e)
12. (b) es elástica;
    (c) es inelástica;
    (d) es completamente inelástica
13. (e)
14. *a*) 3.0 m/s; 3.0 m/s *b*) 4.2 m/s
15. *a*) -5.0×10^4 kg · m/s *b*) 16.7 m/s
16. *a*) 130 m/s, en dirección vertical hacia abajo
    b) 1.880 J
17. lanzando un objeto (o soplando, es decir, expulsando el aire de los pulmones), usted adquiriría una cantidad de movimiento en sentido contrario
18. *a*) $v = 250$ *V*
    b) 2.0 m/s
    c) $v = 500$ m/s
19. *a*) 4 kg · m/s, horizontal, hacia la derecha, en ambos momentos
    b) es nula
    c) sí
    d) no
20. 50 N
21. *a*) 4.0 kg · m/s y cero *b*) 0.50 m/s
22. *a*) disminuye *b*) no se altera
23. 1.0 m/s
24. 2.2×10^3 m/s
25. *a*) La energía mecánica no se conserva en la colisión inelástica de la bala con el bloque
    b) $X = mv/\sqrt{k(m+M)}$

Cuestionario

1. e
2. a
3. c
4. e
5. a
6. a
7. a
8. e
9. b
10. c
11. b
12. c
13. d
14. c
15. d
16. c
17. c
18. a
19. e
20. b
21. d
22. d
23. c

Problemas complementarios

1. demostración
2. *a*) sí *b*) sí
3. 8.0 m/s
4. 8 balas
5. 99.6%
6. *a*) 3.6×10^{-23} m/s *b*) no
7. *a*) 3 colisiones
   b) $\vec{V}_A = -\vec{v}_A$ y $V_B = 0$
8. *a*) $I = 2.0$ N · s *b*) $I = 0$
9. 6.0 m/s
10. 240 kg
11. *a*) 1.0 m/s, en sentido contrario a la velocidad inicial
    b) no
12. $V_A = 2.0$ m/s, horizontal, hacia la izquierda
    $V_B = 1.0$ m/s, horizontal, hacia la derecha
13. *a*) 0.10 m/s *b*) no
14. mayor
15. 60 cm
16. $\Delta v = mv_r/(m+M)$
17. $\Delta v = mv_0/M$

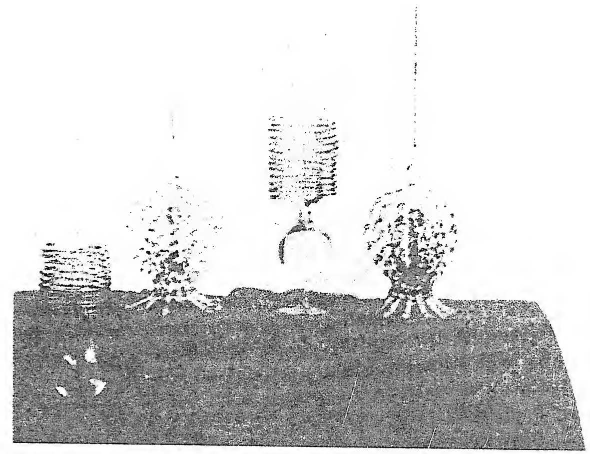
18. cero y 12 m/s (en el mismo sentido de la velocidad de la bomba)
19. 3.3 kg
20. 120°
21. 1.03 m/s y $\theta = 47°$
22. *a)* 1.47×10^4 N *b)* no
23. sí
24. 300 m/s
25. *a)* el peso del auto es el mismo en ambas situaciones
b) la comprensión de la rueda sobre el pie actúa durante un tiempo muy corto, ejerciendo un impulso pequeño en los huesos

unidad V

temperatura - dilatación - gases

capítulo 11

temperatura y dilatación



Medir la temperatura ha sido una antigua preocupación de los científicos. Vemos en la fotografía ejemplares de termómetros artísticamente construidos, en el siglo XVII, en la ciudad de Florencia, en una academia creada para este propósito por el duque Fernando II.

11.1 Temperatura — escalas termométricas

❖ **Equilibrio térmico.** Mediante el sentido del tacto podemos percibir cuál de dos cuerpos es el más caliente y cuál el más frío, es decir, sabremos reconocer cuál tiene *temperatura* más elevada. En otras palabras, la temperatura de un cuerpo es una propiedad que se relaciona con el hecho de que un cuerpo esté "más caliente" o "más frío".

Suponga que tuviésemos dos cuerpos con distinta temperatura, uno en contacto con el otro y lejos de influencias externas. Podría comprobarse que el cuerpo más caliente se iría enfriando, mientras que el más frío se iría calentando. Después de cierto tiempo se notaría, empleando el tacto, que los cuerpos alcanzan una misma temperatura. A partir de este momento, las temperaturas de los cuerpos no sufrirán alteraciones, es decir, llegarán a una situación final denominada *estado de equilibrio térmico*. Por tanto,

> dos (o más) cuerpos, en contacto y aislados de influencias externas, tienden a un estado final, denominado estado de equilibrio térmico, que se caracteriza por la uniformidad en la temperatura de los cuerpos.

❖ **Termómetros.** La comparación de las temperaturas de los cuerpos por medio del tacto sólo proporciona una idea cualitativa de dichas cantidades. Para que la temperatura pueda considerarse una cantidad física es necesario que podamos medirla, a fin de que se tenga un concepto cuantitativo de la misma.

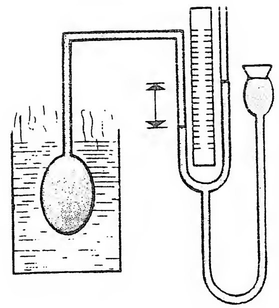
Como se sabe, esta medición de la temperatura se hace con los *termómetros*. Existen varios tipos de estos aparatos, en cada uno de los cuales se utiliza la variación de una cierta cantidad producida por un cambio de la temperatura. Así, hay termómetros que se construyen con base en los cambios que la variación de temperatura produce en la longitud de una varilla metálica, o bien, en el volumen de un gas, en el color de un sólido muy caliente, etc. A título de ejemplo, la Figura 11-1 presenta algunos tipos de termómetros.

Sin embargo, para adquirir el concepto cuantitativo de la temperatura no necesitamos analizar esta gran cantidad de aparatos. Vamos a desarrollar nuestro estudio con base únicamente en el tipo más común de termómetro: el que relaciona la temperatura con la altura de una columna de líquido en el interior de un tubo capilar de vidrio (Fig. 11-2). En este termómetro, las variaciones en la temperatura producen dilataciones o contracciones del líquido, haciendo subir o bajar la columna. Así, a cada altura de la columna podemos asignarle un número, el cual corresponde a la temperatura que determinó dicha altura.

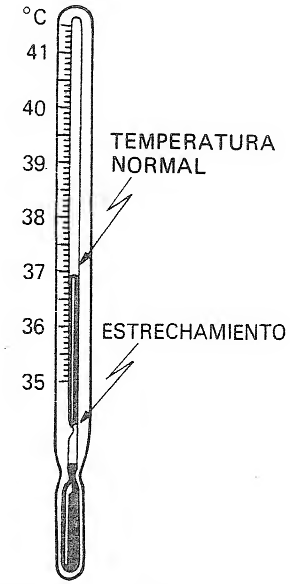
El líquido que más se emplea en este tipo de termómetros es el mercurio (por ejemplo, en los termómetros clínicos). Algunos termómetros más baratos utilizan un alcohol coloreado, generalmente rojo, como ya se habrá visto.

❖ **Escala Celsius.** Para que podamos medir temperaturas es necesario graduar el termómetro, es decir, señalar en él divisiones y asignarles números. Cuando procedemos de esta

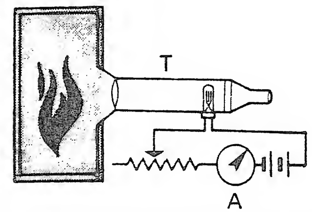
Anders Celsius (1701-1744). Astrónomo sueco que realizó diversos trabajos en el campo de la astronomía y de las geociencias. Pero su nombre se hizo más conocido por la invención de la *escala centígrada* de temperatura, que comenzó a utilizarse en casi todos los países del mundo.



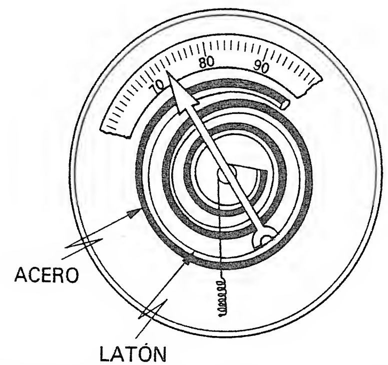
Termómetro de gas: en este instrumento el valor de la temperatura se obtiene por la lectura de la presión de un gas que se mantiene a volumen constante.



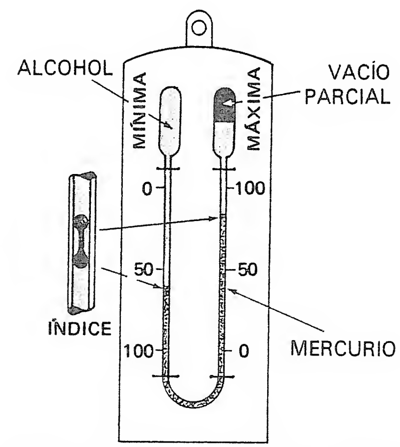
Termómetro clínico: debido al estrechamiento en la base del tubo capilar, la columna de Hg no puede regresar al depósito. Por ello, este termómetro sigue indicando la temperatura de una persona, aunque ya no esté en contacto con ella.



Pirómetro óptico: la temperatura del objeto (un horno, por ejemplo) se obtiene comparando el color de la llama con el del filamento de una lámpara eléctrica.



Termómetro metálico: el calentamiento hace que la espiral bimetálica se curve, moviendo la aguja que señala el valor de la temperatura.



Termómetro de máxima y mínima: este aparato indica, por medio de dos índices, las temperaturas máxima y mínima que se producen en cierto intervalo de tiempo.

FIGURA 11-1 Diversos tipos de termómetros.

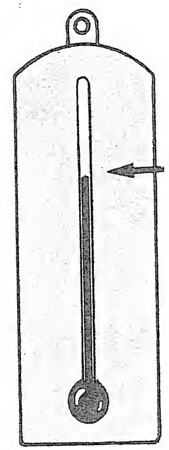


FIGURA 11-2 Termómetro común de líquido (mercurio o alcohol) en tubo de vidrio.

manera estamos construyendo una *escala termométrica.*

En la construcción de determinada escala termométrica se adoptan ciertas convenciones. Debido a que son arbitrarias, a través de los años fueron surgiendo varias escalas termométricas en muchos países. Naturalmente, esta diversidad de escalas traía consigo una serie de inconvenientes para el trabajo científico. Para acabar con estas dificultades, los físicos sugirieron la adopción de una escala única, basada en convenciones internacionales: la *escala Celsius* (anteriormente llamada *centígrada*), que en la actualidad ha sido adoptada en casi todos los países del mundo.

El conjunto de convenciones empleadas para graduar un termómetro en la escala Celsius es el siguiente:

1) Se introduce el termómetro en una mezcla de hielo y agua en equilibrio térmico (hielo fundente) a la presión de 1 atm. Se espera hasta que el termómetro entre en equilibrio térmico con la mezcla, momento en que se estabiliza la altura de la columna líquida. Se marca *cero* en el extremo de la columna (Fig. 11-3a). Así, podemos decir que la temperatura del hielo en estado de fusión (a la presión de 1 atm) es *cero grados Celsius,* y se escribe 0°C.

2) Después, el termómetro se introduce en agua hirviente, o en ebullición, a la presión de

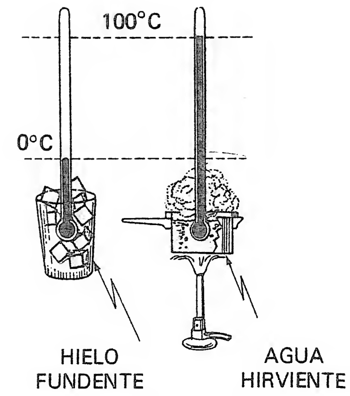


FIGURA 11-3 Por convención, la temperatura del hielo en estado de fusión es de 0°C, y la del agua en ebullición, de 100°C.

1 atm. En el punto en que la columna líquida se estabiliza, se marca 100. Entonces podemos decir que la temperatura del agua hirviente (a la presión de 1 atm) es de 100 grados Celsius, y se escribe 100°C (Fig. 11-3b).

3) Se divide el intervalo entre 0°C y 100°C en 100 partes iguales, extendiendo la graduación tanto hacia arriba de 100°C, como hacia abajo de 0°C. Cada intervalo entre dos divisiones sucesivas (el "tamaño" de 1°C) corresponde a una variación de temperatura que se representa por Δ (1°C), como se indica en la Figura 11-4.

Una vez realizadas estas operaciones, el termómetro estará listo para proporcionar en la escala Celsius, la temperatura de un cuerpo con el cual haya entrado en equilibrio térmico.

❖ **Escala Kelvin.** Otra escala que se emplea universalmente, sobre todo en los medios científicos, fue la propuesta por el gran físico inglés Lord Kelvin (1824-1907), a la cual se le ha dado el nombre de *escala Kelvin o escala absoluta.*

La idea de proponer esta escala surgió de las discusiones relacionadas con las temperaturas máximas y mínimas que puede alcanzar un cuerpo. Se comprobó que, teóricamente, no hay un límite superior para la temperatura que puede alcanzar un objeto. Pero se observa que existe un límite natural cuando se intenta bajar la temperatura. Los estudios realizados en los grandes laboratorios de diversos países, ponen

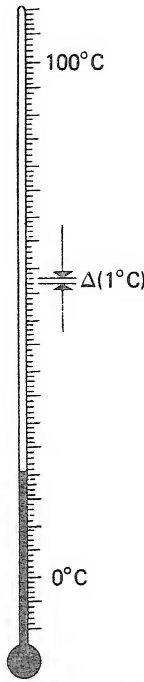


FIGURA 11-4 Intervalo de 1°C, es decir, Δ (1°C). Estos intervalos son iguales en toda la extensión de la escala termométrica.

de manifiesto que es imposible obtener una temperatura inferior a –273°C. Esta temperatura se denomina *cero absoluto.* En realidad, el cero absoluto es una temperatura límite que no se puede alcanzar, y por ello sólo se han obtenido valores muy próximos a ella. Entonces,

> el límite inferior para la temperatura de un cuerpo es –273°C. Esta temperatura recibe el nombre de cero absoluto.

Kelvin propuso como origen de su escala (representado por 0 K)* la temperatura del cero absoluto, y un intervalo unitario igual al inter-

* **N. del R.** El nombre actual del "grado Kelvin" (°K) es simplemente *kelvin* (K). De modo que 0 K se lee "cero kelvins"; 1 K, "un kelvin"; 2 K, "dos kelvins"; etcétera.

William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907). Físico, matemático, inventor e ingeniero inglés, cuyos trabajos contribuyeron enormemente al desarrollo científico del siglo pasado. Fue uno de los responsables del tendido con éxito del primer cable submarino para telecomunicación en el Océano Atlántico, habiendo sido nombrado caballero por la reina Victoria. Publicó más de 600 trabajos en diversos campos de la ciencia, destacando, entre ellos, el de creación de la escala absoluta de temperatura.

valo de 1°C, es decir Δ(1 K) = Δ(1°C). De esta manera (Fig. 11-5), tenemos

0 K corresponde a –273°C
1 K corresponde a –272°C
2 K corresponden a –271°C
. .
. .
. .
273 K corresponden a 0°C
. .
. .
. .
373 K corresponden a 100°C, etcétera.

De modo general, designando por T la temperatura Kelvin, y por t_c la temperatura Celsius correspondiente, es fácil concluir, si observamos la Figura 11-5, que

$$\boxed{T = t_c + 273}$$

TABLA 11-1

Temperaturas notables en diversos fenómenos	
Explosión de un alambre metálico por descarga eléctrica	10 000°C
Fotosfera solar	5 700°C
Arco voltaico	4 800°C
Fusión de tungsteno	3 400°C
Filamento de una lámpara eléctrica	2 500°C
Fusión del plomo	327°C
Mezcla frigorífica [cloruro de sodio (NaCl) + hielo]	−21°C
Condensación del hidrógeno	20 K
Condensación del helio	4 K
Evaporación rápida de helio	0.71 K
Desmagnetización de algunos cristales	10^{-6} K

Entonces, para expresar en la escala Kelvin una temperatura dada en grados Celsius, basta sumar 273 a este valor.

❖ **Comentarios.** Posiblemente se ha oído ya que algunos dicen que "la temperatura es una medida del calor de un cuerpo". Esta afirmación, sin embargo, *no* es correcta. Como se vio, la temperatura es un número que se emplea para indicar el estado de "calidez" o de "frialdad" de un cuerpo. Como veremos en el Capítulo 13, la expresión "calor de un cuerpo" no tiene significado físico.

Una forma correcta de conceptuar la temperatura sería decir que se trata de una medida de la mayor o menor agitación de las moléculas o átomos que constituyen el cuerpo. En el capítulo siguiente, por ejemplo, veremos que cuanto mayor sea la temperatura de un gas, tanto mayor será la energía cinética de sus moléculas. De la misma manera, cuando la temperatura de un gas disminuye, la agitación de sus moléculas se vuelve menor, y el cero absoluto corresponderá a una situación de energía cinética mínima de los átomos y las moléculas de la sustancia.

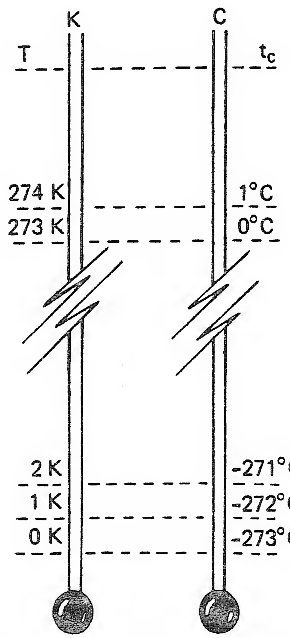


FIGURA 11-5 Observando la figura concluimos fácilmente que $T = t_c + 273$.

TABLA 11-2

Color de la luz emitida por un metal calentado a diversas temperaturas	
Temperatura (°C)	**Color**
500	rojo (muy tenue)
700	rojo (intenso)
900	naranja
1 000	amarillo
Arriba de 1 100	blanco

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Dos cuerpos, *A* y *B*, con temperaturas diferentes, $t_A > t_B$, se ponen en contacto y aislados de influencias externas.
   a) Diga qué sucede a los valores de t_A y t_B.
   b) ¿Cómo se denomina el estado hacia el cual tienden ambos cuerpos?
   c) Cuando se alcanza este estado, ¿qué podemos decir acerca de los valores de t_A y t_B?
2. Para medir la temperatura de una persona debemos mantener el termómetro en contacto con ella durante cierto tiempo. ¿Por qué?
3. *a*) La temperatura normal del cuerpo humano es de casi 37°C. Exprese esta temperatura en la escala Kelvin.
   b) La temperatura de ebullición del nitrógeno líquido es de 78 K. ¿Cuál es su valor en °C?
   c) La temperatura de un cuerpo se elevó en 52°C. ¿Cuál fue la elevación de la temperatura Kelvin del mismo?
4. En un laboratorio de investigaciones, un científico midió la temperatura a la cual cierto gas se licua, encontrando un valor extremadamente bajo. ¿Cuál de los valores siguientes cree usted que pudo haber obtenido ese científico? Explique.
   a) −327°C *b*) −15 K *c*) −253°C
5. Consulte la Tabla 11-1 y diga:
   a) ¿Cuál de las temperaturas que ahí se indican está más cercana al cero absoluto?
   b) ¿Esta temperatura es mayor o menor que el cero absoluto?
   c) ¿Existe en dicha tabla alguna temperatura superior a la de la superficie del Sol? (Esta última temperatura es de casi 6 000 K.)
6. Dos recipientes, *A* y *B*, contienen masas iguales de un mismo gas a diferentes temperaturas, siendo $t_A > t_B$. Recordando lo que leyó en el texto de esta sección, diga si es correcto decir:
   a) "El gas en *A* posee más calor que el gas en *B*".
   b) "La energía cinética de las moléculas del gas en *A* es mayor que la energía cinética de las moléculas del gas en *B*".

11.2 Dilatación de los sólidos

❖ **Dilatación.** Un hecho muy conocido es que las dimensiones de los cuerpos aumentan cuando se eleva su temperatura. Salvo algunas excepciones, todos los cuerpos, independientemente de que sean sólidos, líquidos o gaseosos, se dilatan cuando aumenta su temperatura.

La Figura 11-6 muestra un experimento sencillo que ilustra la dilatación de un sólido: a la temperatura ambiente, la esfera metálica *A* puede pasar con pequeña holgura por el anillo *B*. Al calentar únicamente la esfera, se halla que ya no pasa por el anillo.

Debido a la elevación de su temperatura, la esfera se dilató. Si se espera a que su temperatura vuelva a su valor original, la esfera se contraerá y volverá a pasar por el anillo.

❖ **Por qué se dilatan los sólidos.** Si analizamos la estructura interna de un sólido, podremos entender por qué se produce la dilatación.

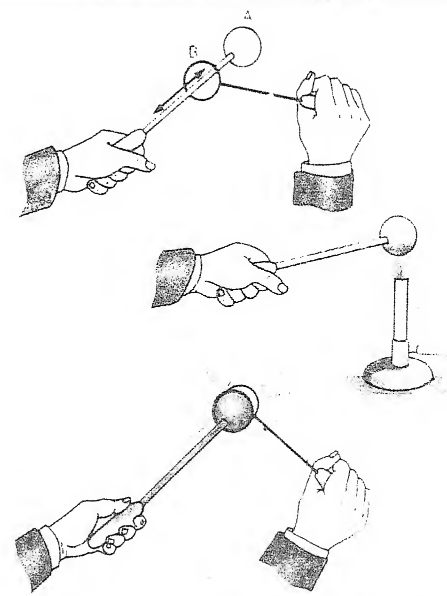


FIGURA 11-6 Cuando se calienta la esfera metálica sus dimensiones aumentan, es decir, se dilata.

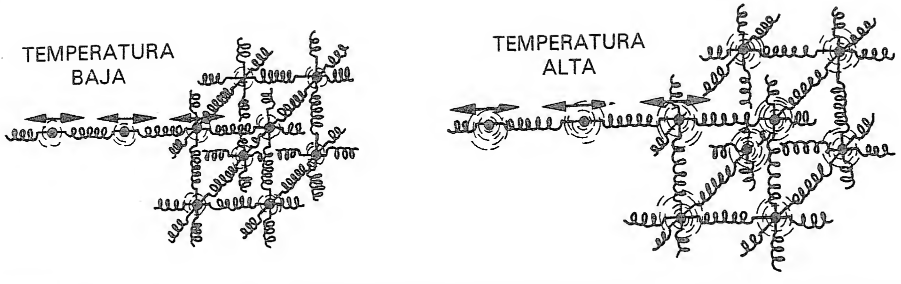


FIGURA 11-7 La elevación de la temperatura produce un aumento en la distancia media entre los átomos de un sólido. Por ello, una sustancia sólida se dilata o aumenta de tamaño.

Los átomos que constituyen la sustancia sólida se encuentran distribuidos ordenadamente, lo cual origina una estructura denominada *red cristalina* del sólido. La unión de tales átomos se logra por medio de fuerzas eléctricas que actúan como si hubiera pequeños resortes que unen un átomo con otro (Fig. 11-7). Esos átomos están en constante vibración respecto de una posición media de equilibrio.

Cuando aumenta la temperatura del sólido se produce un incremento en la agitación de sus átomos, haciéndolos que vibren y se alejen de la posición de equilibrio. Por otra parte, la fuerza que se manifiesta entre los átomos actúa como si el "resorte" fuera más resistente a la compresión que a la tensión. En consecuencia, la distancia media entre los átomos se vuelve mayor (Fig. 11-7), ocasionando la dilatación del sólido.

❖ **Dilatación lineal.** Al tomar una barra de cierta temperatura y calentarla, se producirá un aumento en todas sus dimensiones lineales, o sea, aumentará su longitud, su altura, su anchura, o la dimensión de cualquier otra línea que imaginemos trazada en la barra. En un laboratorio podemos descubrir experimentalmente qué factores influirán en la dilatación de cualquiera de esas líneas.

Consideremos, por ejemplo, que L_0 es la longitud inicial de una barra, a una temperatura t_0. Si elevamos la temperatura de la barra a t, su longitud se vuelve L. Entonces, una variación de temperatura $\Delta t = t - t_0$ produjo una dilatación $\Delta L = L - L_0$ en la longitud de la barra (Fig. 11-8). Al hacer varias mediciones de Δt y ΔL para barras de diferente longitud (diversos valores de L_0), es posible concluir que la dilatación (ΔL) depende de la longitud inicial (L_0) y del aumento de temperatura (Δt), siendo proporcional a ambos, es decir

$$\Delta L \propto L_0 \quad \text{y} \quad \Delta L \propto \Delta t$$

Una de las propiedades de las proporciones nos permite escribir que

$$\Delta L \propto L_0 \Delta t$$

donde

$$\boxed{\Delta L = \alpha L_0 \Delta t}$$

La constante de proporcionalidad α se denomina *coeficiente de dilatación lineal*. La ecuación $\Delta L = \alpha L_0 \Delta t$ permite calcular la dilatación de cualquier dimensión lineal si conocemos su valor inicial L_0, la variación de temperatura Δt, y el valor de α.

❖ **El coeficiente de dilatación lineal.** De la expresión $\Delta L = \alpha L_0 \Delta t$ vemos que el valor de α

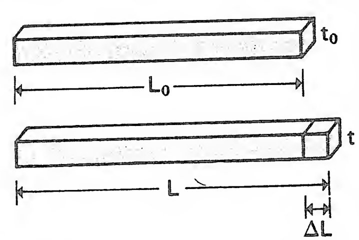


FIGURA 11-8 Dilatación lineal de una barra.

se puede obtener si medimos los valores de ΔL, L_0 y Δt:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta t}$$

Si efectuamos experimentos con barras de distinto material, se comprueba que el valor de α es distinto para cada uno de esos materiales. Esto se puede comprender recordando que las fuerzas que unen a los átomos y a las moléculas varían de una sustancia a otra, haciendo que se dilaten de distinta manera. La Tabla 11-3 proporciona los coeficientes de dilatación lineal de algunas sustancias.

TABLA 11-3

Coeficiente de dilatación lineal	
Sustancia	α (°C^{-1})
Aluminio	23×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}
Invar	0.7×10^{-6}
Vidrio común	9.0×10^{-6}
Cinc	25×10^{-6}
Vidrio Pyrex	3.2×10^{-6}
Tungsteno	4×10^{-6}
Plomo	29×10^{-6}
Sílice	0.4×10^{-6}
Acero	11×10^{-6}
Diamante	0.9×10^{-6}

Por la expresión $\alpha = \Delta L / L_0 \Delta t$, vemos que la unidad de medida de α es el inverso de una unidad de temperatura, pues $\Delta L / L_0$ es una magnitud adimensional (un número, sin unidades). Entonces, α se puede expresar como

$$\frac{1}{°\text{C}} = °\text{C}^{-1} \quad \text{o bien,} \quad \frac{1}{\text{K}} = \text{K}^{-1}$$

Observemos que en la Tabla 11-3, los coeficientes están expresados en °C^{-1}. Así, para el cobre, por ejemplo, tenemos que $\alpha = 17 \times 10^{-6}$ °C^{-1}. Esto significa que una barra de cobre de 1 cm (o bien, 1 m, 1 km, etc.) de longitud, aumenta 17×10^{-6} cm (o bien, metros, kilómetros, etc.) cuando su temperatura se eleva en 1°C.

❖ **Dilatación superficial y volumétrica.** En el estudio de la dilatación superficial, o sea, el aumento del área de un objeto producido por una variación de temperatura, se observan las mismas leyes de la dilatación lineal. Al considerar una placa de área inicial A_0 y elevar su temperatura en Δt, el área se vuelve A al sufrir una dilatación superficial $\Delta A = A - A_0$ (Fig. 11-9). Podemos comprobar que

$$\Delta A \propto A_0 \Delta t$$

o bien

$$\boxed{\Delta A = \beta A_0 \Delta t}$$

El coeficiente de proporcionalidad β se denomina *coeficiente de dilatación superficial*. Su valor también depende del material del que esté hecha la placa. Pero no es necesario elaborar tablas con los valores de β, pues se demuestra que para un material determinado se tiene

$$\beta = 2\alpha$$

Entonces, si deseamos saber, por ejemplo, el valor de β para el acero, consultamos la Tabla 11-3 y obtenemos

$$\beta = 2\alpha = 2 \times 11 \times 10^{-6}$$

o bien,

$$\beta = 22 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$$

De manera idéntica comprobamos que la dilatación volumétrica, o sea, la variación del volumen de un cuerpo con la temperatura, sigue

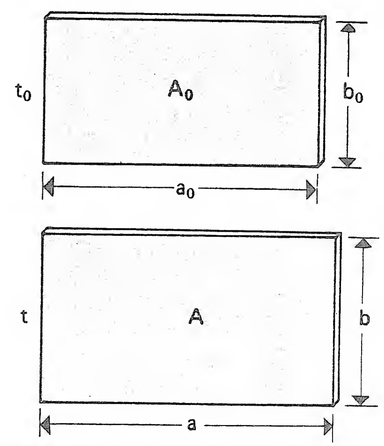


FIGURA 11-9 Dilatación superficial de una placa.

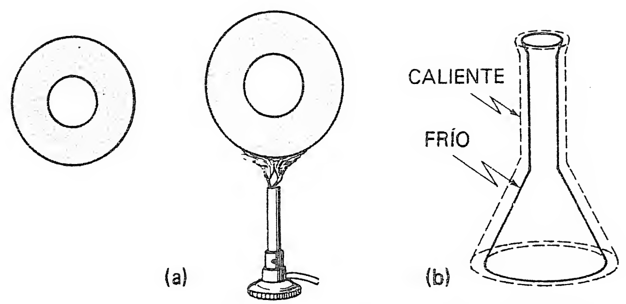


FIGURA 11-10 El orificio de un disco también se dilata cuando se calienta la placa. De la misma manera, el volumen interno de un recipiente aumenta cuando dicho recipiente se dilata.

las mismas leyes. Por tanto, si un cuerpo de volumen V_0 tiene un aumento Δt en su temperatura, su volumen aumentará en $\Delta V = V - V_0$, y así tenemos que

$$\boxed{\Delta V = \gamma V_0 \Delta t}$$

El coeficiente γ se denomina *coeficiente de dilatación volumétrica* y se puede demostrar que para un material determinado $\gamma = 3\alpha$.

❖ **Comentarios.** Un gran número de fenómenos que ocurren en nuestra vida diaria se relacionan con el de la dilatación. En seguida analizaremos algunos de tales fenómenos, que probablemente ya se habrán observado.

1) Cuando calentamos un anillo, o en general, una placa con un orificio, comprobamos que con la dilatación de la placa el *orificio también incrementa su tamaño*, dilatándose como si la placa estuviese entera, o sea, como si el orificio "estuviese hecho del mismo material que la placa" (Fig. 11-10a). Este hecho se utiliza en la adaptación de aros metálicos a ruedas de madera (en las carretas, por ejemplo), del siguiente modo: el aro o llanta, de diámetro ligeramente menor que el de la rueda, se calienta primero y es posible así encajar luego la rueda en él. Cuando el aro retorna a la temperatura ambiente, se contrae y queda sujeto firmemente a la periferia de la rueda.

Lo mismo sucede con la dilatación volumétrica. La capacidad de un recipiente cualquiera aumenta cuando se eleva su temperatura, debido a la ampliación de la parte hueca (volumen interno) del recipiente (Fig. 11-10b).

2) La temperatura ambiente en casi todos los lugares de la Tierra, sufre cambios considerables del día a la noche, de estación en estación, etc. De manera que en los objetos existentes en esos lugares obviamente se alterarán periódicamente sus dimensiones. Para permitir que las dilataciones y contracciones térmicas se produzcan sin daño, en las vías de los ferrocarriles o en las grandes estructuras metálicas o de concreto armado, se dejan juntas de dilatación, como se ilustra en la Figura 11-11. De la misma manera, para que un puente pueda dilatarse libremente sin romperse, su estructura se apoya sobre rodi-

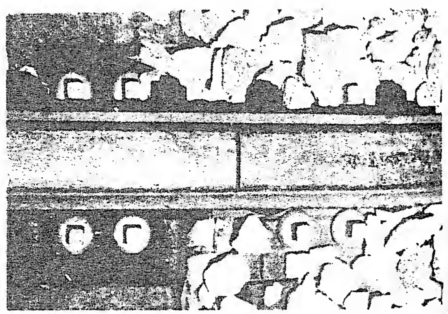


FIGURA 11-11 Junta de dilatación entre los rieles de una vía de ferrocarril.

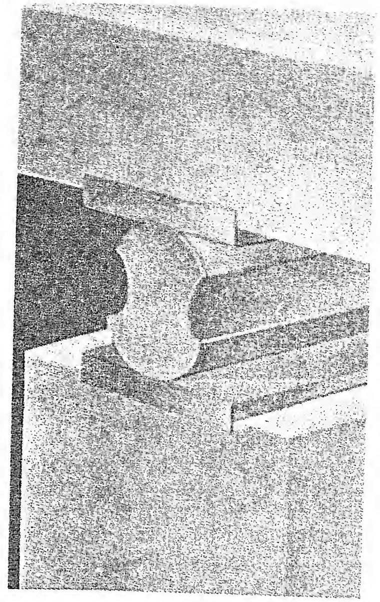


FIGURA 11-12 Para que la dilatación de un puente se lleve a cabo con toda libertad, se le apoya sobre elementos rodantes.

llos (Fig. 11-12). Si no se tomaran estas precauciones las estructuras se dañarían, pues los esfuerzos que soportan los cuerpos sometidos a

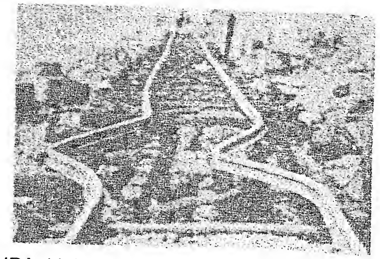


FIGURA 11-13 El enorme aumento de temperatura producido durante un incendio, puede provocar una gran deformación en los rieles de una vía férrea, a pesar de la existencia de juntas de dilatación.

una variación fuerte de temperatura son enormes, cuando no se les deja dilatarse o contraerse libremente (*véase* Figura 11-13).

3) Como se sabe, si un recipiente de vidrio común se pone al fuego, se rompe. Esto ocurre porque la parte que está en contacto directo con el foco de calor se calienta más, y por consiguiente, sufre mayor dilatación que las otras. Por otra parte, una vasija de vidrio refractario (por ejemplo, de vidrio *Pyrex*) no se quiebra, ya que este material tiene un coeficiente de dilatación mucho menor que el del vidrio común (*véase* Tabla 11-3).

4) Un hecho importante, relativo a la dilatación, es que influye en la densidad ($\rho = m/V$) de las sustancias. En realidad, si la temperatura de un cuerpo aumenta, sabemos que, en

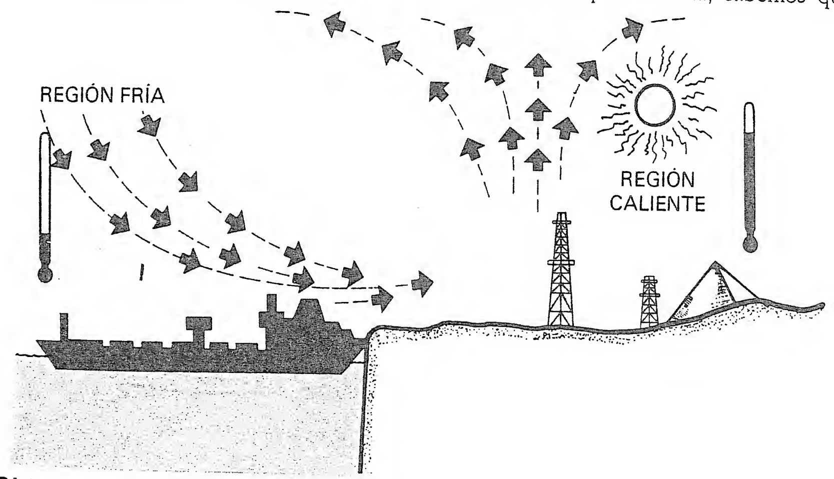


FIGURA 11-14 Los vientos se originan por el cambio en la densidad del aire sobre partes de la superficie terrestre calentadas en forma distinta.

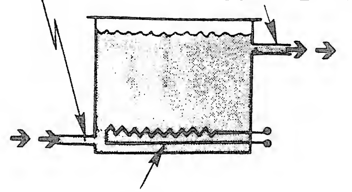


FIGURA 11-15 En un calentador eléctrico de agua, la entrada del agua fría (más densa) se coloca en la parte inferior, y la salida del agua caliente (menos densa), en la parte superior.

general, su volumen también aumenta, y como su masa no varía, su densidad disminuye. La formación de los vientos, por ejemplo, es producida por esta variación de densidad. A veces, ciertas regiones de la superficie de la Tierra se calientan más que otras cercanas. Entonces, las capas de aire próximas a la región calentada, se dilatan y ascienden porque su densidad disminuye, causando una rarefacción o enrarecimiento del aire en ese lugar. Esto produce los vientos, que se forman por el aire de las regiones menos calientes al moverse hacia el lugar donde hay enrarecimiento (Fig. 11-14).

También se debe a la variación de la densidad con la temperatura, que en algunos calentadores de agua la entrada del agua fría se sitúe en la parte inferior, y la salida del agua caliente en la parte superior (Fig. 11-15). Esto es porque la resistencia eléctrica de calentamiento, que está colocada en la parte inferior del recipiente, calienta el agua fría que entra. Ésta, al calentarse, disminuye su densidad y tiende a ocupar la parte superior del calentador, donde, por tanto, conviene situar la salida del agua caliente.

Observando los hechos que se producen a su alrededor es posible que identifique algunos otros en los cuales la dilatación desempeña un papel importante.

EJEMPLO

Imaginemos que la Tierra, en la región del ecuador, es rodeada con un anillo de aluminio, como se indica en la Figura 11-16a. Si la temperatura del anillo se elevara únicamente en 1.0°C, sin que la temperatura de la Tierra sufriese modificaciones, ¿a qué altura sobre la superficie de la Tierra, quedaría puesto el anillo (Fig. 11-16b)?

Como ya sabemos, el anillo se dilataría como si fuera un disco macizo de aluminio. Luego entonces, la altura buscada representa la ampliación del radio del anillo, indicada por ΔR en la Figura 11-16b. Pero el radio inicial, R_0, del aro, es el mismo radio de la Tierra (Fig. 11-16a). De manera que

$$\Delta R = \alpha R_0 \Delta t$$

El coeficiente de dilatación lineal del aluminio vale $\alpha = 23 \times 10^{-6}$ °C^{-1} (Tabla 11-3), y en la tabla que aparece al final del libro encontramos que el radio de la Tierra es $R_0 = 6.4 \times 10^6$ m. Como $\Delta t = 1.0$°C, resulta que

$$\Delta R = 23 \times 10^{-6} \times 6.4 \times 10^6 \times 1.0$$

donde

$$\Delta R = 147 \text{ m}$$

Observemos que este valor corresponde a la altura de un edificio de unos 50 pisos.

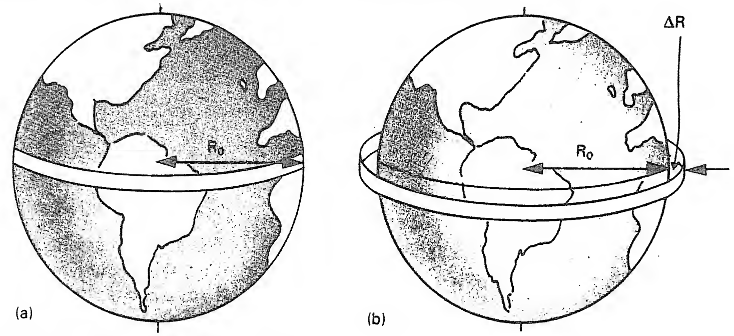


FIGURA 11-16 Para el Ejemplo de la Sección 11.2.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. *a*) Explique por qué un vaso de vidrio común probablemente se romperá si se le llena parcialmente con agua hirviente.
b) ¿Por qué si lo llenamos por completo hay menos probabilidad de que se rompa?
c) ¿Por que no se quebraría si fuera de vidrio *Pyrex*?

8. Para comprender el significado del coeficiente de dilatación lineal, llene los espacios vacíos que aparecen en las afirmaciones siguientes: Cuando se dice que el coeficiente de dilatación lineal del plomo vale 29×10^{-6} °C^{-1}, esto significa que una barra de plomo
a) De 1 km de longitud se dilata 29×10^{-6} km cuando su temperatura aumenta en ________ ________.
b) De 1 pulgada de largo se dilata 29×10^{-6} pulgadas cuando su temperatura aumenta en ________.
c) De 1 cm de longitud se dilata ________ ________ cm cuando su temperatura aumenta en 1°C.

9. *a*) Dos barras, *A* y *B*, de la misma longitud inicial, sufren la misma elevación de temperatura. ¿Podrían ser diferentes las dilataciones de estas barras? Explique.
b) Dos barras, *A* y *B*, del mismo material, experimentan la misma elevación de temperatura. Las dilataciones de estas barras? ¿Podrían ser distintas? Explique.

10. Una placa de cinc de forma rectangular, tiene 60 cm de longitud y 40 cm de anchura, a la temperatura de 20°C. Suponiendo que la placa fuese calentada hasta 120°C y consultando la Tabla 11-3, calcule:
a) El aumento en la longitud de la placa.
b) El aumento en la anchura de la placa.

11. Considere la placa del ejercicio anterior.
a) ¿Cuál es el valor de su coeficiente de dilatación superficial, β?
b) Calcule el aumento en el área de la placa usando el valor de β obtenido en (a).

12. La capacidad de un recipiente volumétrico completamente lleno, como los matraces aforados que se usan en los laboratorios de química, es de exactamente 100 mL a la temperatura de 20°C (estos datos se indican en el recipiente). Cuando éste se tiene totalmente lleno de agua en un día caluroso (30°C), el volumen del agua que contiene, ¿será mayor, menor o igual a 100 mL?

13. Suponga que una vía de ferrocarril se construyó con rieles de cierta longitud *L*, dejando entre ellos juntas de dilatación de 1 cm de amplitud.
a) Si la vía se construyera con rieles de mayor longitud que *L*, ¿las juntas de dilatación deberán tener una amplitud mayor, menor o igual a 1 cm? Explique.
b) ¿Por qué, si se produce un incendio sobre una vía férrea (como se menciona en la Figura 11-13), los rieles se deforman a pesar de la existencia de las juntas de dilatación?

14. Una esfera de acero flota en la superficie del mercurio contenido en un recipiente. Suponga, que por un proceso determinado, sólo se hace aumentar la temperatura de la esfera.
a) ¿La densidad de la esfera aumentará, disminuirá o no sufrirá alteración alguna?
b) Asimismo, ¿la fracción sumergida de la esfera, aumentará, disminuirá o no cambiará?

11.3 Dilatación de los líquidos

❖ Los líquidos se dilatan obedeciendo las mismas leyes que estudiamos para los sólidos. Únicamente debemos recordar que como los líquidos no tienen forma propia, sino que toman la forma del recipiente que los contiene, el estudio de sus dilataciones lineal y superficial no es importante. Lo que interesa, en general, es el conocimiento de su dilatación volumétrica, Por ello, en el caso de los líquidos únicamente se tabulan sus coeficientes de dilatación volumétrica (Tabla 11-4).

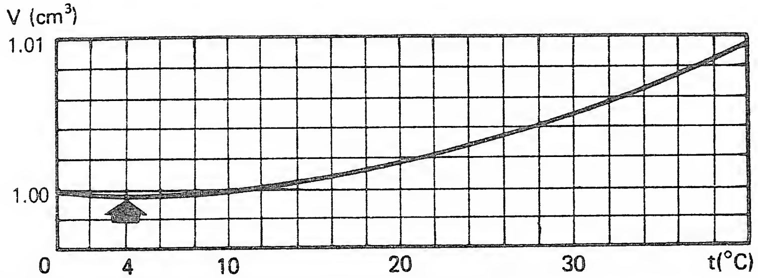


FIGURA 11-17 El volumen de una cierta masa de agua es mínimo a 4°C.

TABLA 11-4

Coeficiente de dilatación volumétrica	
Sustancia	γ (°C^{-1})
Alcohol etílico	0.75×10^{-3}
Disulfuro de carbono	1.2×10^{-3}
Glicerina	0.5×10^{-3}
Mercurio	0.18×10^{-3}
Petróleo	0.9×10^{-3}

❖ **Dilatación aparente.** Para observar la dilatación de un líquido, éste debe estar alojado en un frasco, el cual se calienta junto con el líquido. Así, ambos se dilatan conjuntamente, y como la capacidad del frasco aumenta, la dilatación que observaremos para el líquido sólo será una *dilatación aparente*. Su dilatación real será mayor que la aparente observada. La dilatación real evidentemente es igual a la suma de la dilatación aparente más la dilatación volumétrica del frasco. Cuando empleamos una vasija con un coeficiente de dilatación muy pequeño, la dilatación aparente será prácticamente igual a su dilatación real.

❖ **Dilatación irregular del agua.** Como vimos, en los sólidos y los líquidos, en general, aumenta el volumen cuando elevamos su temperatura. Pero algunas sustancias, en determinados intervalos de temperatura, presentan un comportamiento inverso; es decir, *disminuyen* de volumen cuando su temperatura se eleva. De aquí que tales sustancias tengan, en estos intervalos, un coeficiente de dilatación *negativo*.

El agua, por ejemplo, es una de las sustancias que presentan esta irregularidad en su dilatación. *Cuando la temperatura del agua aumenta, entre 0 °C y 4 °C,* su volumen disminuye. Al hacer que su temperatura se eleve a más de 4°C, el agua se dilatará normalmente. El diagrama volumen × temperatura para el agua tiene, entonces, el aspecto que se muestra en la Figura 11-17. Así, una cierta masa de agua tendrá un volumen mínimo a 4°C, o sea, que a esta temperatura la densidad del agua es *máxima*.

Por este motivo, en países donde el invierno es muy riguroso, los lagos y los ríos se congelan únicamente en la superficie, mientras que en el fondo queda agua con máxima densidad, es decir, agua a 4°C (Fig. 11-18). Este hecho es fundamental para la preservación de la fauna y de la flora de dichos lugares. Si el agua no presentara esta irregularidad en su dilatación, los ríos y lagos se congelarían por completo, ocasionando daños irreparables a las plantas y los animales acuáticos.

EJEMPLO

Un frasco de vidrio, cuyo volumen es de exactamente 1 000 cm^3 a 0°C, está completamente lleno de mercurio a tal temperatura. Cuando el conjunto se calienta hasta 100°C, se derraman 15.0 cm^3 de mercurio (Fig. 11-19).

a) ¿Cuál fue la dilatación real del mercurio? Como sabemos, su dilatación está dada por

$$\Delta V_{Hg} = \gamma_{Hg}\, V_0 \Delta t$$

En este caso, el volumen inicial del Hg es V_0 = 1 000 cm^3 y el aumento de temperatura vale Δt = 100°C. El valor del coeficiente de dilatación volumétrica del mercurio lo proporciona la Tabla 11-4: $\gamma_{Hg} = 0.18 \times 10^{-3}$ °C^{-1}. Luego entonces,

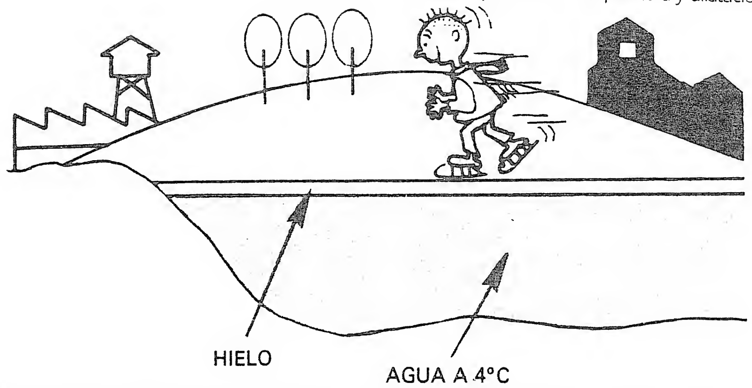


FIGURA 11-18 Cuando un lago se congela, sólo se forma una capa de hielo en la superficie. Bajo esta capa gélida hay agua a 4°C.

$$\Delta V_{Hg} = 0.18 \times 10^{-3} \times 1\,000 \times 100$$

donde

$$\Delta V_{Hg} = 18.0 \text{ cm}^3$$

b) ¿Cuál fue la dilatación volumétrica del frasco? La dilatación aparente del mercurio está dada por la cantidad que se derramó, o sea, 15.0 cm^3. Como la dilatación real fue de 18.0 cm^3, es obvio que la dilatación del frasco fue

$$\Delta V_f = 18.0 - 15.0$$

donde

$$\Delta V_f = 3.0 \text{ cm}^3$$

c) ¿Cuál es el valor del coeficiente de dilatación lineal del vidrio del cual está hecho el frasco? Sabemos que

$$\Delta V_f = \gamma_f\, V_0\, \Delta t$$

donde γ_f es el coeficiente de dilatación volumétrica del frasco, V_0 = 1 000 cm^3 y Δt = 100°C. Así pues, como ΔV_f = 3.0 cm^3, resulta que

$$3.0 = \gamma_f \times 1\,000 \times 100$$

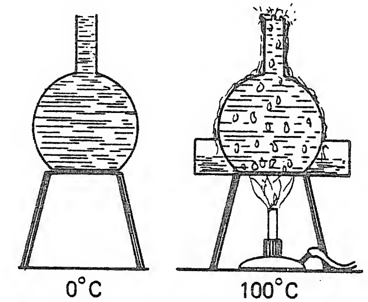


FIGURA 11-19 Para el Ejemplo de la Sección 11.3.

donde

$$\gamma_f = 3.0 \times 10^{-5} \text{ °C}^{-1}.$$

Recordando que $\gamma_f = 3\alpha_f$, obtenemos

$$\alpha_f = \frac{\gamma_f}{3} = \frac{3.0 \times 10^{-5}}{3}$$

donde

$$\alpha_f = 1.0 \times 10^{-5} \text{ °C}^{-1}.$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

15. Una persona llenó completamente el tanque de gasolina de su auto y lo dejó estacionado al Sol. Luego de cierto tiempo, se dio cuenta de que, en virtud de la elevación de temperatura, cierta cantidad de gasolina se había derramado.

a) ¿Se dilató el tanque de gasolina?

b) ¿La cantidad que se derramó representa la dilatación real que sufrió la gasolina?

c) Entonces, ¿la dilatación real de dicho líquido fue mayor, menor o igual a la dilatación del tanque?
d) ¿Y el coeficiente de dilatación de la gasolina es mayor, menor o igual al coeficiente de dilatación volumétrica del material de que está hecho el tanque?

16. Un líquido, cuyo coeficiente de dilatación volumétrica es $\gamma_L = 6.9 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$, fue colocado en un recipiente de aluminio, alcanzando una altura h dentro de este último.
a) Consultando la Tabla 11-3, determine el coeficiente de dilatación volumétrica, γ_{Al}, del aluminio.
b) Si el conjunto de recipiente y líquido se calentara, ¿el nivel del líquido subiría, bajaría o no sufriría alteraciones?
c) Entonces, ¿cuál fue la dilatación aparente del líquido?

17. Un recipiente, cuyo volumen inicial es $V_0 = 100$ cm^3, está completamente lleno de glicerina a una temperatura de 20°C. Al calentar el conjunto hasta 50°C, se observa que se derraman 1.5 cm^3 del compuesto.
a) ¿Cuál fue la dilatación aparente de la glicerina?
b) Consulte la Tabla 11-4 y calcule la dilatación real que sufrió esta sustancia.
c) Entonces, ¿cuál es el valor del coeficiente de dilatación del recipiente?

18. Una esfera de madera flota en la superficie del agua contenida en un recipiente, y la cual está a 2°C de temperatura. Si sólo se calentara el agua hasta que su temperatura llegase a 4°C:
a) ¿El volumen del agua aumentará, disminuirá o no sufrirá alteración?
b) ¿La densidad del agua aumentará, disminuirá o no sufrirá cambio alguno?
c) ¿Y la parte sumergida de la esfera, aumentará, disminuirá o no cambiará?

19. Responda a las preguntas del ejercicio anterior, suponiendo ahora que la temperatura del agua aumentará de 4°C a 20°C.

11.4 Un tema especial (para aprender más)

Termómetros y escalas: Resumen histórico

❖ La medición y el control de la temperatura, en la actualidad desempeñan un papel muy importante. En la industria, en los laboratorios científicos, en medicina, y aun en nuestras propias casas, constantemente empleamos termómetros para medir y controlar la temperatura de una gran variedad de objetos, en las más diversas circunstancias.

❖ **Termoscopio de Galileo.** Las técnicas utilizadas en el establecimiento de escalas termométricas y en la construcción de termómetros han tenido una notable evolución desde el siglo XVI.

El primer termómetro de que se tiene noticia fue construido por Galileo en 1592. Tal instrumento constaba de un bulbo de vidrio que acababa en un tubo delgado, cuyo extremo abierto se introducía en un recipiente que contenía agua coloreada (Fig. 11-20). Antes de meter el tubo en el agua, Galileo calentaba un poco el bulbo de vidrio para expulsar parte del aire contenido. Luego, al sumergir el tubo en el recipiente y cuando la temperatura del bulbo regresaba a su valor inicial, el agua subía por el tubo (obligada por la presión atmosférica) hasta cierta altura. Evidentemente, este aparato permitía comparar las temperaturas de objetos que se colocaban en contacto con el bulbo, pues la altura de la columna de agua es tanto menor cuanto mayor sea la temperatura del bulbo.

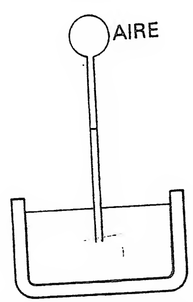


FIGURA 11-20 Esquema del termómetro construido por Galileo.

Cuéntase que los médicos de la época empezaron a utilizar el termómetro de Galileo para verificar si sus pacientes tenían fiebre. Para esto, colocaban el bulbo en la boca de una persona sana y marcaban el nivel de agua en el tubo. En seguida, colocaban el bulbo en la boca del paciente, y si la columna bajaba respecto del nivel anterior, el médico concluía que la temperatura del paciente estaba arriba de lo normal.

El instrumento de Galileo no era propiamente un "termómetro", pues no poseía una escala para medir las temperaturas. En realidad, únicamente permitía la comparación de dos temperaturas, y por ello debemos llamarlo, más apropiadamente, "termoscopio de Galileo".

❖ **Los primeros termómetros de líquido.** En el termoscopio de Galileo, las variaciones de temperatura eran indicadas por la dilatación o contracción de una masa de aire. El primer termómetro de líquido, semejante a los que se emplean en la actualidad, fue construido por Jean Rey, médico francés, en 1637 (Fig. 11-21). En este termómetro, las variaciones de temperatura se indicaban de manera similar a la de los termómetros actuales, por la dilatación o contracción del agua contenida en el recipiente (observe en la Figura 11-21, que el extremo superior del tubo termométrico no estaba cerrado, como en los actuales).

Algunos años más tarde, Fernando II, duque de Toscana, interesado en la ciencia, deseaba medir temperaturas por debajo del punto de solidificación del agua; de modo que construyó un termómetro semejante al de Rey, usando alcohol en vez de agua, pues el alcohol se congela a una temperatura mucho más baja que la del agua. Para evitar la evaporación del alcohol, tuvo la idea de cerrar herméticamente la parte superior del tubo, construyendo así un termómetro realmente igual a los que empleamos en la actualidad.

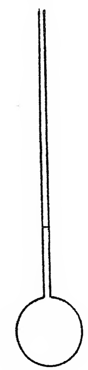


FIGURA 11-21 Termómetro de líquido construido en 1637, semejante a los que se utilizan actualmente.

El duque Fernando II contribuyó enormemente al desarrollo de la termometría, al fundar en Florencia una academia especializada en la construcción de termómetros. Los habilidosos especialistas que trabajaron en esa institución, fueron los primeros en emplear el mercurio como líquido termométrico. Estos termómetros florentinos se emplearon mucho durante más de cien años, y aún en la actualidad podemos encontrar ejemplares de tales instrumentos.

❖ **Escalas termométricas. La propuesta de Celsius.** Para hacer posible la medición de la temperatura con el empleo de los primeros termómetros construidos, los especialistas trataron de establecer *escalas termométricas* para graduar los instrumentos. Como esta graduación se podía hacer de manera totalmente arbitraria, fueron surgiendo varias escalas, muy diferentes unas de otras. Cada país adoptaba su propia escala, y muchas veces diferentes científicos de un mismo país trabajaban con escalas distintas. A principios del siglo XVIII, existían más de 35 escalas termométricas en uso.

Entre ellas destacaban, y tenían mayor aceptación, las de Réaumur, Fahrenheit y Celsius. El científico francés Réaumur, en su escala señalaba con cero el punto de fusión del hielo, y con 80° el punto de ebullición del agua. Este intervalo estaba dividido en 80 partes iguales, y por tanto, la escala de Réaumur no era "centígrada". La primera escala de 100° fue la que propuso el sueco Anders Celsius, en 1742, que indicaba con 0° el punto de fusión del hielo, y con 100° el punto de ebullición del agua, como ya vimos en este capítulo. Por tal característica fue conocida y empleada extensamente en todo el mundo, llevando el nombre, durante casi 200 años, de "escala centígrada". A partir de 1948, en homenaje a su creador, fue denominada oficialmente "escala Celsius". Esta escala, como sabemos, se

escogió en congresos internacionales como la escala patrón que debía ser adoptada para cualquier actividad en todos los países del mundo.

❖ **La escala Fahrenheit.** A pesar de las convenciones internacionales, algunos países, principalmente los de lengua inglesa, aún conservan el uso de la escala Fahrenheit, la cual todavía es ampliamente utilizada por la población e incluso en trabajos científicos. Como es muy frecuente encontrar en artículos, libros, revistas, etc., referencias a temperaturas expresadas en "grados Fahrenheit", en seguida proporcionamos algunos detalles referentes a esta escala, y mostramos cómo se puede determinar la temperatura Celsius equivalente a determinada temperatura Fahrenheit, y viceversa.

En la escala Fahrenheit, el punto de fusión del hielo se señala con 32 grados Fahrenheit (32°F) y el punto de ebullición del agua con 212°F (Fig. 11-22). Así, el intervalo entre estas temperaturas corresponde a 180 divisiones. Como en la escala Celsius, este mismo intervalo de temperatura corresponde a 100 divisiones, concluimos que el intervalo de 1°F, o sea $\Delta(1°F)$, corresponde aproximadamente a la mitad del intervalo de 1°C [en realidad se tiene que $\Delta(1°F) = (5/9)\ \Delta(1°C)$].

Suponga dos termómetros, uno de los cuales está graduado en la escala Celsius y el otro en la escala Fahrenheit, y que ambos se utilizan

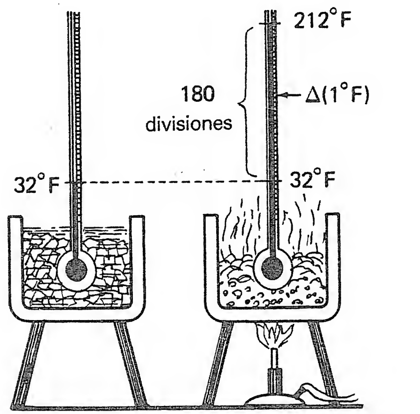


FIGURA 11-22 Un termómetro Fahrenheit indica 32°F para la fusión del hielo, y 212°F para la ebullición del agua.

para medir una misma temperatura (de un líquido, por ejemplo, como muestra la Figura 11-23). Sea t_C la lectura del termómetro Celsius y t_F la del termómetro Fahrenheit. Obviamente, t_C y t_F son diferentes lecturas de una misma *temperatura*. En la Figura 11-23 vemos que:

> t_C divisiones en °C corresponden a $(t_F - 32)$ divisiones en °F y que 100 divisiones en °C corresponden a 180 divisiones en °F

Por consiguiente,

$$\frac{t_C}{100} = \frac{t_F - 32}{180} \quad \text{o bien,} \quad \frac{t_C}{5} = \frac{t_F - 32}{9}$$

Esta expresión permite convertir las lecturas Celsius en lecturas Fahrenheit, y viceversa. Por ejemplo, si sabemos que los termómetros de Nueva York en un caluroso día de verano señalan 104°F, podemos obtener la temperatura centígrada equivalente como sigue:

$$\frac{t_C}{5} = \frac{104 - 32}{9} \quad \text{donde} \quad t_C = 40°C$$

Aun cuando la escala Fahrenheit es todavía utilizada en los países de habla inglesa, se han hecho grandes esfuerzos para sustituirla por la escala Celsius no sólo en los trabajos científicos, sino también para uso común entre la población en general.

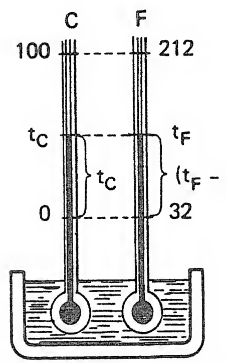


FIGURA 11-23 Comparación entre las escalas Celsius y Fahrenheit.

❖ Actualmente, las técnicas para medir la temperatura se encuentran muy desarrolladas. Los termómetros de mercurio, como se sabe, todavía se utilizan mucho, pero se han creado algunos otros tipos de termómetros, así como nuevos procesos de medición de la temperatura: algunos que permiten obtener medidas de alta precisión, otros capaces de medir temperaturas sumamente bajas (cercanas al cero absoluto), además de otros destinados a proporcionar valores de temperaturas muy altas (como la temperatura de una reacción nuclear, que puede alcanzar casi 10^8 °C lo mismo que dispositivos que proporcionan la temperatura de la superficie del Sol, que vale casi 6 000°C. Como ya habrá observado al principio de este capítulo, la Figura 11-1 presenta algunos instrumentos en los cuales se emplean diversas técnicas para medir las temperaturas.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

20. ¿Por qué la expresión "termómetro" es inadecuada para designar el dispositivo construido por Galileo, mostrado en la Figura 11-20?

21. Suponga que una persona ha graduado un termoscopio de Galileo, adaptándole una escala con la cual pudiera medir temperaturas del cuerpo humano (entre 36°C y 42°C). Haga un dibujo que muestre aproximadamente este aparato y su escala.

22. *a*) Explique la razón por la cual el duque Fernando II, en la antigua Florencia, sustituyó el agua por alcohol en la construcción de termómetros.
b) ¿Por qué decidió cerrar la parte superior del tubo de esos termómetros?

23. *a*) Una persona afirma que la escala Celsius fue adoptada universalmente porque se basaba en valores "verdaderos" de los puntos de fusión del hielo y ebullición del agua. ¿Es correcta esta afirmación? Comente.
b) ¿Cuál es entonces, posiblemente, la razón de haber sido preferida esa escala entre las innumerables otras escalas propuestas en el siglo XVIII?

24. Se cuenta que Fahrenheit, al establecer los puntos fijos de su escala, definió 100°F como igual a la temperatura del cuerpo humano. Si eso fuera realmente verdadero, ¿qué se podría decir acerca del estado de salud de la persona que Fahrenheit tomó como referencia?

25. Se sabe que la temperatura en la cual el papel entra en combustión es de aproximadamente 233°C. El título de un famoso libro de ciencia ficción (y de una película basada en él) es exactamente el valor de esta temperatura en la escala de Fahrenheit. Esta obra critica la quema de libros que acostumbra ocurrir en sociedades dominadas por dictaduras, cuando difunden ideas contrarias a los intereses del poder instituido. ¿Cuál es el título de ese libro?

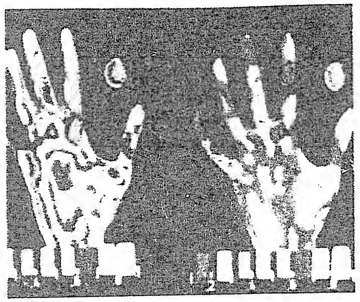
26. Existe una temperatura en la cual un termómetro Celsius y un termómetro Fahrenheit marcan el mismo valor. ¿Cuál es esa temperatura?

INFORMACIÓN ADICIONAL

Avances en la tecnología de la medición y el control de la temperatura

La importancia de la medición y del control de la temperatura, en una amplia variedad de actividades científicas, industriales y domésticas, condujo al gran avance que esta técnica tiene en la actualidad.

Son bastante conocidos los papeles de relevo de la termometría de precisión, de los controles de temperaturas altas y muy bajas en los laboratorios de investigación de todo el mundo. Son evidentes también las necesidades de esas medidas en casi todas las actividades industriales, entre las que destacan las industrias agrícola, aeronáutica, auto-



Termograma de las manos de una persona. A cada color de la foto corresponde una temperatura diferente.

motriz, de calefacción, refrigeración y aire acondicionado, metalúrgica, etc. En cuanto a su uso doméstico, prácticamente en cada casa encontramos por lo menos un termómetro o termostato o para uso clínico, sea para control de temperatura, en hornos, cocinas, refrigeradores, etcétera.

Como sabemos, cualquier propiedad de una sustancia que varíe con la temperatura podría utilizarse en la fabricación de termómetros. Incluso hoy, la mayoría de los termómetros en uso se basan, como acontecía en épocas pasadas, en la dilatación de las sustancias, especialmente en la de los líquidos. Otros termómetros, de concepción más moderna y que se basan en otras propiedades son, sin embargo, de uso muy generalizado. Su elección depende de las ventajas que proporcionan en determinada situación, relacionadas con la precisión, sensibilidad, durabilidad, forma, límites de temperatura que permiten medir, costo, etc., deseados en cada caso.

Los principios en que se sustentan algunos de esos termómetros y las principales características que llevan a su preferencia se presentan a continuación:

❖ **Termómetros de gases.** Se basan en la variación de la presión y del volumen de los gases y se utilizan, sobre todo, porque ofrecen la posibilidad de medidas de alta precisión en amplios intervalos de temperatura (desde cerca de −263°C a 1 000°C). Son prácticos, sobre todo para medir temperaturas muy bajas. En la Figura 11-1 se presenta esquemáticamente un termómetro de gas.

❖ **Termómetros de resistencia eléctrica.** Ofrecen también alta precisión (hasta 0.0001°C) en algunos termómetros de resistencia que usan la platina). Brindan una óptima reproductibilidad en las lecturas. Algunos termómetros de este tipo, que usan semiconductores (por ejemplo, germanio), son los más recomendados para medir temperaturas muy bajas (entre 0.2 K y 50 K).

❖ **Termómetros de termopar.** Tal vez sean los termómetros más importantes en la actualidad, de uso muy frecuente en la industria para registros continuos y control de temperatura. Se basan en la medida del voltaje existente en las uniones de cables metálicos o conexiones de naturaleza diferente, la cual depende de las temperaturas de las uniones. Es muy amplia la variedad de materiales que pueden utilizarse para la construcción de termopares. Sus principales ventajas son: gran sensibilidad, pequeña capacidad térmica y condiciones muy prácticas de uso.

❖ **Termómetros de radiación.** Se basan en la medida de energía irradiada por un cuerpo, la cual depende de la temperatura. Se utilizan, principalmente, para obtener temperaturas muy altas, y ofrecen la ventaja de medir, sin contacto del termómetro, con el objeto cuya temperatura se necesita determinar. Entre los diversos modelos se encuentra aquel en que una lente (objetivo) produce la imagen del objeto sobre el filamento de tungsteno de un foco alimentado por una batería. La corriente eléctrica en el filamento puede alterarse hasta que la imagen del objeto y el filamento aparecen al observador igualmente brillantes. La temperatura se obtiene por una calibración previa del termómetro. En los medidores más modernos, el observador se sustituye por una celda fotoeléctrica que acciona un dispositivo electrónico que, automáticamente, completa la medición. En la Figura 11-1 se muestra un "pirómetro óptico", que es un termómetro de este tipo. Para medir temperaturas aún más altas, como de llamas, estrellas, gases ionizados (plasmas), etc., se aplican otras técnicas más avanzadas que se fundan en la termometría.

❖ **Termómetros bimetálicos.** Se basan en el encurvamiento de láminas bimetálicas al ser calentadas. Aunque ofrecen poca precisión, se utilizan mucho como termostatos (en hierros eléctricos, en calentadores, en llaves automáticas o disyuntores, etc.), por ser de uso simple y ofrecer rapidez en las lecturas. En la Figura 11-1 se presenta el esquema de un termómetro bimetálico.

❖ **Termómetros acústicos.** El principio en que se sustenta el funcionamiento de estos aparatos es una variación de la velocidad del sonido (o de ultrasonido) de acuerdo con la temperatura. Se utilizan con magníficos resultados para temperaturas muy bajas (2 a 40 K).

❖ **Termómetros magnéticos.** Se sustentan en la medición de las propiedades magnéticas de determinados materiales, que varían con la temperatura. Los termómetros de este tipo se utilizan, sobre todo, para medir temperaturas inferiores a 1 K. Las temperaturas más bajas que se alcanzan sucesivamente, con valores próximos a 0.000001 K, se miden con termómetros magnéticos.

❖ **Indicadores de temperatura.** Algunos materiales presentan, en situaciones especiales, una determinada propiedad que se reproduce, con sensible precisión, a cierta temperatura. Conjuntos de estos materiales, cada uno de ellos sensible específicamente a una temperatura, se usan como termómetros. Son algunas tintas o lápices que se funden o cambian de color, bolas o conos que se funden, cada uno a determinada temperatura. Ofrecen poca precisión y tienen la desventaja de que solamente pueden utilizarse una vez, pero se emplean bastante en la industria de la cerámica. Entre los indicadores, los cristales líquidos, sustancias descubiertas recientemente, cuyos colores se alteran con la temperatura, tienen la ventaja de ser reversibles. Como su nombre lo indica, son sustancias de estructura molecular semejante a la de los cristales, al mismo tiempo que presentan fluidez, como los líquidos, porque su organización molecular se altera con relativa facilidad. Las pequeñas variaciones de la temperatura provocan dichas alteraciones y los cristales líquidos presentan, entonces, diversas fases, cada una de ellas característica de una temperatura dada. En consecuencia, la luz que emite la sustancia, al ser iluminada con la luz blanca, se altera cuando se alcanza una de esas fases. Por tanto, es posible utilizar un mismo cristal líquido para indicar temperaturas diversas, ya que en cada una de ellas su color se modifica.

Termómetro de cristal líquido.

Se han descubierto otras técnicas de medición de temperatura, como es el caso de la **termografía,** que consiste en el mapeo de distribución de temperaturas en áreas exteriores o interiores de un objeto. Estas técnicas se emplean en medicina (para indicar regiones en donde se localizan tumores o inflamaciones), en la industria (para señalar alteraciones de temperatura en las superficies de motores y máquinas), en investigaciones meteorológicas e incluso en pinturas para paredes, a fin de controlar la temperatura ambiente por alteraciones en los colores de las superficies que forman el medio circundante.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. Diga con sus propias palabras lo que entiende por "estado de equilibrio térmico".
2. Cite algunos tipos de termómetros que se presentaron en este capítulo. Para cada uno de ellos, indique cuál es la magnitud cuya variación se emplea para medir la temperatura.
3. Describa, brevemente, cómo debemos proceder para graduar un termómetro en la escala Celsius.

4. *a)* ¿Qué entiende por "cero absoluto"? ¿Cuál es el valor de esta temperatura en la escala Celsius?
   b) ¿Cómo se define la escala absoluta de temperatura (escala Kelvin)?
   c) ¿Qué expresión matemática relaciona la temperatura Kelvin, T, de un cuerpo, con su temperatura Celsius, t_C?

5. Analice la Figura 11-7 y trate de explicar por qué un sólido se dilata cuando es calentado.

6. *a)* Escriba la expresión matemática que permite calcular la dilatación lineal de un sólido. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en esta ecuación.
   b) Escriba las expresiones matemáticas que permiten calcular la dilatación superficial y la dilatación volumétrica de un cuerpo. Explique el significado de cada símbolo que aparece en tales expresiones.

7. Si conocemos el coeficiente de dilatación lineal de un sólido, ¿cómo se determinaría su coeficiente de dilatación superficial? ¿Y su coeficiente de dilatación volumétrica?

8. ¿Qué sucede a la densidad de un sólido cuando su temperatura se eleva? Explique.

9. *a)* ¿Qué entiende por dilatación aparente de un líquido?
   b) ¿Por qué la dilatación aparente, en general, no es igual a la dilatación real del líquido?

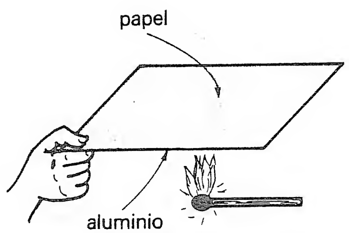
10. *a)* Describa qué sucede con el volumen de cierta masa de agua cuando se calienta de 0°C a 100°C.
    b) Entonces, ¿a qué temperatura presenta el agua su máxima densidad?
    c) Explique por qué este hecho es fundamental para la preservación de la fauna y la flora en los lagos y ríos de países donde el invierno es riguroso.

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Es muy común encontrar en las cajetillas de cigarrillos, que en el interior hay una envoltura que consta de dos partes: una hoja de papel común y otra de lámina fina de aluminio, unidas entre sí.

Corte una porción de dicha envoltura y acérquela a una flama, como la de un fósforo o cerillo encendido (*véase* figura de este experimento). Mantenga la flama a cierta distancia para evitar que el papel se queme. Observe qué sucede con la porción de envoltura. En seguida, aleje la llama y observe si la citada porción regresa a su situación inicial cuando se enfría.



Primer Experimento

a) Trate de explicar sus observaciones, recordando sus conocimientos sobre la dilatación (*véase* Problema 7 de este capítulo).
b) De acuerdo con lo que observó, ¿cuál de los dos materiales tiene mayor coeficiente de dilatación: el aluminio o el papel?
c) Caliente, ahora, una lámina delgada únicamente de aluminio ("papel" de aluminio). ¿Por qué, en este caso, no se produce el efecto observado en la envoltura de doble cara?

SEGUNDO EXPERIMENTO

El procedimiento siguiente le permitirá observar con facilidad la dilatación (y la contracción) térmica de un líquido cualquiera.

1. Tome un frasco de vidrio (uno de medicamento de casi 50 cm^3 de volumen, por ejemplo). Llénelo totalmente con agua previamente coloreada (con un poco de tinta o mercurio/cromo) para facilitar sus observaciones.

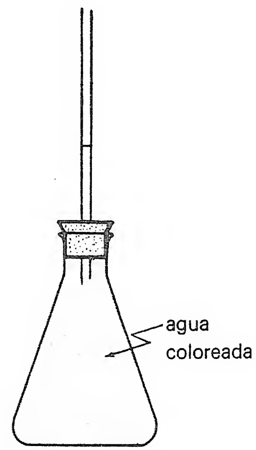
2. Coloque un tapón que se adapte quedando bien ajustado, a la boca del frasco de vidrio. Haga luego una perforación al tapón, y pase a través de él un tubo fino de plástico o de vidrio (el tubo vacío del repuesto de un bolígrafo sirve muy bien). Usando un poco de pegamento, tape cualquier orificio que haya quedado en la superficie del tapón.

Cerrando el frasco con el tapón, forzando éste para que ajuste bien, el agua subirá hasta cierta altura en el interior del tubo, como indica la figura de este experimento.

3. Coloque este dispositivo así preparado, en un baño de agua muy caliente, de modo que cubra bien el frasco que contiene el agua coloreada. Observe qué sucede con el nivel de agua en el tubo.

Después de cierto tiempo, saque el dispositivo y póngalo en un baño con agua muy fría (mezcla de agua y hielo). Vea entonces lo que sucede al nivel de agua del tubo.

Observe que este dispositivo podría funcionar como un termómetro, para lo cual bastaría graduarlo de acuerdo con lo descrito al principio de este capítulo.



Segundo Experimento

TERCER EXPERIMENTO

Llene con agua una jarra o un bote de casi 30 cm de profundidad. Consiga un termómetro cuya escala le permita leer temperaturas comprendidas entre 0°C y unos 30°C. Con este termómetro mida la temperatura del agua cercana a la superficie, y la que está próxima al fondo del recipiente. Usted observará que estas temperaturas son prácticamente iguales.

Coloque a continuación varios trozos de hielo en el agua y deje el recipiente en reposo (sin agitar el agua) durante cierto tiempo. Luego vuelva a medir la temperatura del agua en la superficie y en el fondo.

a) ¿La temperatura del agua sigue siendo la misma en el fondo y en la superficie?
b) ¿Los valores que obtuvo se aproximan a los que esperaba encontrar? ¿Concuerdan con lo que estudió acerca de la dilatación del agua en este capítulo? Explique.

CUARTO EXPERIMENTO

En la Sección 11.4 de este capítulo describimos el termoscopio de Galileo. Usted podrá construir un termómetro parecido a ése, si emplea el instrumento utilizado en el segundo experimento.

Caliente ligeramente el frasco de vidrio vacío, con el tubo adaptado en el tapón (cuide que no haya ningún orificio abierto entre el tapón y el frasco, o entre el tapón y el tubo). Introduzca el tubo en un recipiente que contenga agua coloreada, en la forma que se indica en la Figura 11-20. Controlando el calentamiento inicial del frasco, podrá hacer que cuando éste regrese a la temperatura ambiente, el agua suba hasta casi la mitad del tubo. Así quedará listo su termoscopio (igual al de Galileo). Usted podrá utilizar este aparato para comparar las temperaturas de algunos objetos como, por ejemplo, la temperatura de las manos de muchas personas.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Deseando medir la temperatura de un pequeño insecto, se colocó un gran número de ellos en un recipiente. Luego de introducir entre ellos un termómetro, se halló que después de cierto tiempo, el aparato indicaba 30°C.
   a) ¿Para determinar la temperatura de cada insecto sería necesario conocer el número de ellos en el recipiente?
   b) Entonces, ¿cuál sería la temperatura de un insecto?

2. Cuando el bulbo de un termómetro es calentado mediante una flama, el nivel de la columna de mercurio inicialmente baja, y sube inmediatamente después por arriba del nivel inicial. Explique por qué sucede esto.

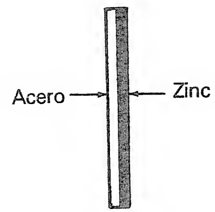
3. Los tapones de vidrio para frascos también de vidrio, suelen pegarse al cuello del recipiente, impidiendo que el mismo pueda ser abierto. Se quita el tapón únicamente calentando el cuello del recipiente. Explique.

4. Una placa metálica que tiene un orificio circular, se calienta de 50° a 100°C. A consecuencia de este calentamiento, podemos concluir que el diámetro del orificio:
   a) Se duplica.
   b) Se reduce a la mitad.
   c) No cambia.
   d) Aumenta un poco.
   e) Disminuye un poco.

5. El diámetro externo de una arandela metálica es de 2.0 cm y su diámetro interno mide 1.0 cm. Al calentar la arandela o rondana se halla que su diámetro externo aumentó en Δx. Entonces, podemos concluir que su diámetro interno
   a) Disminuye en Δx.
   b) Disminuye en $\Delta x/2$.
   c) Aumenta en $\Delta x/2$.
   d) Aumenta en Δx.
   e) No varía.

6. Un perno de acero se coloca, con pequeña holgura, en un orificio existente en una placa de cobre. Tomando en cuenta la Tabla 11-3, analice las afirmaciones siguientes e indique cuál está *equivocada:*
   a) Al calentar únicamente el perno, la holgura disminuirá.
   b) Al calentar solamente la placa, la holgura aumentará.
   c) Al calentar ambos, la holgura aumentará.
   d) Al calentar ambos, la holgura no cambiará.
   e) Al enfriar ambos, la holgura disminuirá.

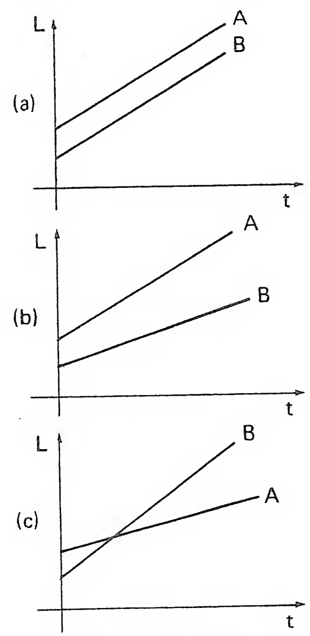
7. Un *elemento bimetálico* está formado por dos tiras de metales diferentes (acero y cinc, por ejemplo), firmemente unidas, como se indica en la figura de este problema. Suponga que dicha lámina se calienta. Consultando la Tabla 11-3, trate de describir qué sucederá al bimetálico en virtud de la dilatación de ambos metales. Haga un dibujo que muestre el aspecto de la lámina después del calentamiento (este dispositivo suele emplearse para cerrar un circuito eléctrico; por ejemplo, en las alarmas de incendio).



Problema 7

8. Un comerciante en telas tiene un "metro" (regla metálica para medir) que fue graduado a 20°C. Suponga que el tendero está utilizando su "metro" en cierto día de verano, en el cual la temperatura ambiente es de casi 40°C. En dicho día:
   a) ¿La longitud del "metro" del comerciante es mayor o menor que 1 m?
   b) Al vender una pieza de tela y medir su longitud con dicho "metro", ¿el comerciante comete un abuso o sufre una pérdida? (La dilatación de la tela es despreciable.)

9. Dos barras, *A* y *B*, de un mismo metal (es decir, que poseen el mismo coeficiente de dilatación), se calientan a partir de 0°C. Indique cuál de los gráficos de la figura de este problema muestra correctamente cómo varía la longitud de las barras al aumentar la temperatura.



Problema 9

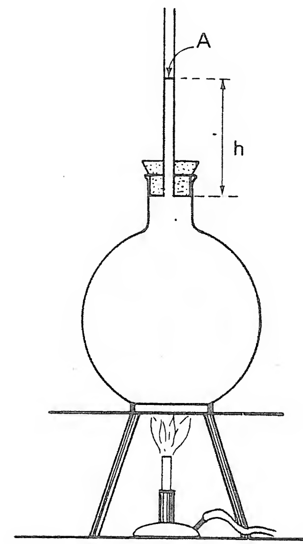
10. Suponga que una persona posee un termómetro común (como el de la Figura 11-2), de poca sensibilidad, es decir, que con él no se pueden percibir variaciones muy pequeñas de temperatura. La persona resolvió, entonces, construir otro más sensible. Las alternativas siguientes describen las providencias que pretende tomar para alcanzar su objetivo. ¿Cuál de ellas no contribuirá en nada para aumentar la sensibilidad del termómetro?
   a) Usar un líquido de mayor coeficiente de dilatación.
   b) Aumentar el volumen del bulbo del termómetro.
   c) Disminuir el diámetro del tubo capilar de vidrio
   d) Usar un vidrio con menor coeficiente de dilatación.
   e) Aumentar la longitud del tubo de vidrio.

11. ¿Encuentra usted que podemos medir temperaturas muy altas o muy bajas usando un termómetro de mercurio? ¿Entre qué límites de temperatura se podría usar? Explique.

12. Dos barras se encuentran inicialmente a la misma temperatura t_0. Una de ellas tiene una longitud l_{01} = 10.0 cm y un coeficiente de dilatación lineal α_1 y la otra tiene una longitud l_{02} = 12.0 cm, con un coeficiente de dilatación lineal α_2. Se desea que al calentar las dos barras hasta una temperatura *t*, la diferencia entre sus longitudes permanezca siempre igual a 2.0 cm, cualquiera que sea el valor de *t*. ¿Cuál debe ser el valor de la relación entre los coeficientes α_1 y α_2 para que esto suceda?

13. Un cuerpo cuyo coeficiente de dilatación volumétrica es γ posee, a 0°C, un volumen V_0 y una densidad ρ_0. Al calentar este cuerpo hasta una temperatura t° C demuestre que a tal temperatura
   a) Su volumen estará dado por $V = V_0(1 + \gamma t)$.
   b) Su densidad estará dada por $\rho = \rho_0/(1 + \gamma t)$.

14. Un recipiente de vidrio (matraz) está completamente lleno de un líquido a cierta temperatura inicial. Un tubo delgado, cuya área transversal libre es *A*, se adapta al recipiente, como vemos en la figura de este problema. Cuando la temperatura del recipiente aumenta en Δt, el líquido sube por el tubo hasta una altura *h*. Suponiendo que el área *A* del tubo se mantenga constante, y siendo V_0 el volumen inicial del recipiente, γ_L el coeficiente de dilatación volumétrica del líquido,

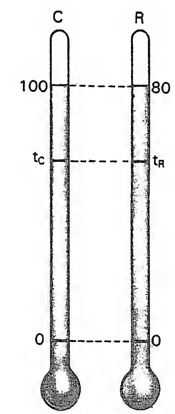


Problema 14

y α_V el coeficiente de dilatación lineal del vidrio del recipiente, demuestre que

$$h = \frac{V_0}{A}(\gamma_L - 3\alpha_V)\Delta t$$

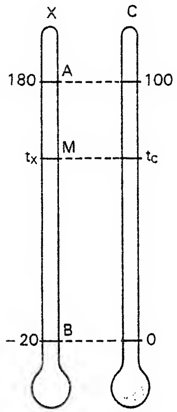
15. En la figura de este problema se muestra un termómetro *R*, calibrado en la escala Réaumur, al cual se hizo referencia en la Sección 11.4 y que tuvo uso muy generalizado en Francia en el siglo XVIII.



Problema 15

a) Determine una expresión que permita convertir una temperatura cualquiera t_R (en la escala Réaumur) en su correspondiente t_C (en la escala Celsius)
b) ¿Cuál es la temperatura Celsius correspondiente a 20°R?

16. Como enfatizamos en este capítulo, los valores atribuidos a las temperaturas de referencia de las escalas termométricas son totalmente arbitrarios. Suponga, entonces, que una persona haya construido una escala X en la cual la temperatura del hielo fundente correspondía al valor −20° X y la temperatura del agua en ebullición al valor 180° X (*véase* figura).



Problema 16

a) ¿Cuántos grados X hay en el intervalo AB, mostrado en la figura?
b) Considerando una temperatura t_X cualquiera, ¿cuántos grados X hay en el intervalo MB?
c) ¿Cuál temperatura t_X, corresponde a 60°C?

17. Dos termómetros de mercurio, idénticos, uno de ellos graduado en la escala Celsius y otro en la de Fahrenheit, están utilizándose para medir la temperatura de un mismo líquido. La altura de la columna de mercurio que indica esta temperatura en el termómetro Celsius ¿es mayor, menor o igual a la altura correspondiente del termómetro Fahrenheit?

18. a) Dos niños, A y B, tienen fiebre. La temperatura de A está 1°C arriba de la temperatura normal y la de B está 1°F también arriba de lo normal. ¿Cuál de los dos niños tiene mayor temperatura?
b) En un termómetro, graduado en escala Celsius, la distancia entre dos marcas correspondientes al intervalo de 1°C es igual a 1.0 mm. Si este termómetro estuviera graduado en la escala Fahrenheit ¿cuál será la distancia entre dos marcas, correspondientes al intervalo de 1°F?

19. En una revista científica encontramos la siguiente afirmación: "en Plutón, el planeta más alejado del Sol, la temperatura alcanza 380 grados bajo cero". No obstante no se haya aclarado cuál fue la escala termométrica que se utilizó, se sabe que quien escribió el texto se estaba refiriendo a una de las siguientes escalas: Kelvin, Celsius o Fahrenheit. ¿Cuál utilizó? Explique.

20. A partir de la relación $\Delta L = \alpha L_0 \, \Delta t$, determine una expresión que permita calcular la longitud final L, de la barra.

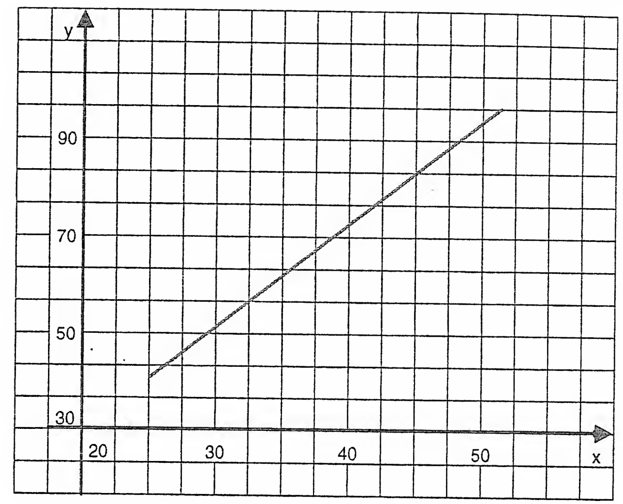
21. Una barra de acero y una polea de aluminio están a 20°C. La barra tiene un diámetro de 3.000 cm y el diámetro interno de la polea es de 2.994 cm. Ambos se calientan, ¿a qué temperatura mínima la barra podrá ser introducida en la polea?

22. Se acostumbra unir piezas metálicas mediante remaches que se colocan a temperaturas muy altas. Explique por qué este procedimiento hace que las piezas se mantengan fuertemente unidas.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. En la gráfica se representa la relación entre los valores de mediciones de temperaturas con dos termómetros x y y de escalas lineales diferentes. Entre los valores siguientes, el que más se aproxima al valor indicado por y cuando x indica 42.5 es



Pregunta 1

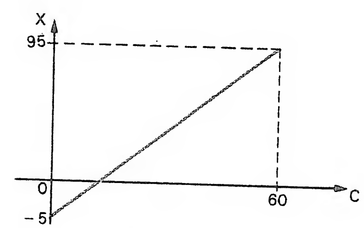
a) 70
b) 72
c) 75
d) 79
e) 82

2. Al tomar la temperatura a un paciente, un médico solamente dispone de un termómetro graduado en grados Fahrenheit. Para prevenirse, previamente realiza algunos cálculos y marca en el termómetro la temperatura correspondiente a 42°C (temperatura crítica del cuerpo humano). ¿En qué posición de la escala de su termómetro marcó él esa temperatura?
a) 106.2
b) 107.6
c) 102.6
d) 180.0
e) 104.4

3. Dos termómetros, uno Fahrenheit exacto y uno Celsius inexacto, se introducen en un líquido. Si el termómetro Fahrenheit indicara 140°F y el Celsius 56°C, el porcentaje de error cometido en la medición con el termómetro Celsius será de:
a) 6.7%
b) 10%
c) 15%
d) 16.8%
e) 25%

4. Se midió la temperatura de un cuerpo, utilizando dos termómetros: uno calibrado en la escala Celsius y otro calibrado en la escala Fahrenheit. Para nuestra sorpresa, se comprobó que los dos termómetros marcaban numéricamente la misma temperatura, después de la medición. ¿Cuál de las opciones siguientes es la correcta?
a) Los termómetros marcaban −40°
b) Los termómetros marcaban +40°
c) Los termómetros marcaban −32°
d) Los termómetros marcaban +32°
e) Los termómetros solamente podían estar averiados, porque la situación descrita en el texto es físicamente imposible.

Al comparar la escala X de un termómetro con la escala C (Celsius), se obtiene la siguiente gráfica de correspondencia entre las medidas:



Pregunta 4

Esta explicación y la gráfica se refieren a las preguntas **5** y **6**.

5. Para la temperatura de fusión del hielo, el termómetro X indica:
a) cero
b) −5
c) 10
d) −10
e) Un valor diferente de los anteriores.

6. En los vapores de agua en ebullición, el termómetro X marca aproximadamente:
   a) 158
   b) 162
   c) 192
   d) 184
   e) Un valor diferente de los anteriores en más de 10%.

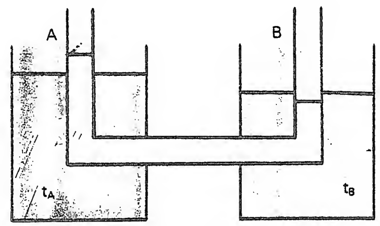
7. Una placa de dimensiones $10 \times 20 \times 0.5$ cm tiene en el centro un agujero, cuyo diámetro es de 1.00 cm, cuando la placa se encuentra a la temperatura de 20°C. El coeficiente lineal de dilatación del metal de la placa es 20×10^{-6} (°C^{-1}). Cuando la temperatura es 520°C, el área del agujero:
   a) Aumenta 1%
   b) Disminuye 1%
   c) Aumenta 2%
   d) Disminuye 2%
   e) Ninguna respuesta es correcta.

8. Dos esferas de cobre, una hueca y otra maciza, tienen radios iguales. Cuando ambas fueron sometidas a la misma elevación de temperatura, la relación entre el aumento de volumen externo de la esfera hueca y el aumento de volumen de la esfera maciza es:
   a) 1
   b) 1/3
   c) 1/9
   d) 1/27
   e) Depende del valor del diámetro interno de la esfera hueca.

9. Un recipiente de hierro tiene coeficiente de dilatación lineal 12×10^{-6} (°C)$^{-1}$. Está a 0°C y totalmente lleno de un líquido cuyo volumen es 1.20 cm^3. Al calentarse el conjunto a 200°C, derraman 12.0 cm^3 del líquido. El coeficiente de dilatación (volumétrica) real del líquido es:
   a) 17×10^{-6} (°C)$^{-1}$
   b) 41×10^{-6} (°C)$^{-1}$
   c) 502×10^{-6} (°C)$^{-1}$
   d) 536×10^{-6} (°C)$^{-1}$
   e) Un valor diferente de los anteriores.

10. Analice las afirmaciones siguientes y señale las *correctas*:
   I. Si dos barras hechas del mismo metal se someten a una misma elevación de temperatura, ambas sufrirán dilataciones iguales.
   II. La longitud de una barra metálica se duplicará si duplicamos el valor de su temperatura absoluta.
   III. La densidad de agua es máxima a 4°C.

11. En relación con la densidad del agua, la afirmación *correcta* es:
   a) En el estado líquido, a 0°C es máxima.
   b) Mientras la temperatura disminuye desde 4°C hasta 0°C, aumenta.
   c) A medida que la temperatura del agua disminuye, su densidad también disminuye.
   d) A 4°C es mínima.
   e) A la temperatura ambiente (cerca de 23°C), es mayor que después de calentarla.



Pregunta 12

12. Analice las afirmaciones siguientes e indique las *correctas*:
   I. El coeficiente de dilatación de una sustancia es una constante característica de esta sustancia y su valor es el mismo en cualquier escala termométrica.
   II. Dos vasos comunicantes, A y B, contienen un mismo líquido y están sometidos, respectivamente, a las temperaturas t_A°C y t_B°C. Por la figura podemos concluir que $t_A > t_B$.
   III. Si dos cuerpos están a temperaturas diferentes, podemos decir que tiene mayor calor aquel cuya temperatura sea mayor.

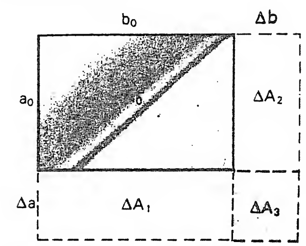
PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Suponga que una persona decida construir un termómetro Celsius usando agua como líquido termométrico.
   a) Dibuje, de manera aproximada, la escala del termómetro entre 0°C y 8°C.
   b) ¿Cuál es la principal inconveniencia que usted percibe en el uso de ese termómetro en dicho intervalo?

2. Un cuerpo sufre una elevación de temperatura $\Delta t_c = 60$°C. Si se estuviera utilizando un termómetro graduado en la escala Fahrenheit, para medir esta elevación de temperatura, ¿cuál sería la variación Δt_F registrada en el termómetro?

3. Al revisar un termómetro que presentaba defectos, se comprobó que indicaba 2° para la temperatura del hielo fundente y 98° para el punto de ebullición del agua (la presión de 1 atmósfera). ¿Cuál sería la temperatura Celsius correcta cuando el termómetro defectuoso indicara –10°? (Suponga que las alteraciones en las lecturas ocurrieran uniformemente a lo largo de la escala.)

4. La figura de este problema muestra una placa rectangular de lados a_0 y b_0, a temperatura t_0. Al someter esta placa a una elevación de temperatura Δt, la placa se dilata, Δa y Δb son los crecimientos de sus lados.
   a) Calcule en función de α, A_0 y Δt los crecimientos de área ΔA_1, ΔA_2 y ΔA_3, que experimentó la placa (*véase* figura).
   b) Recuerde que el crecimiento del área ΔA, de la placa, está dado por $\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3$ y que α^2 es despreciable en relación con α; demuestre que $\beta = 2\alpha$.



Problema Complementario 4

5. Se está construyendo una vía con rieles de acero cuyo coeficiente de dilatación es $\alpha = 10 \times 10^{-6}$ °C^{-1}. Los rieles se instalan en un día frío, a una temperatura de 10°C, con juntas de dilatación de 1.0 cm. Si se sabe que en días calurosos de verano la temperatura de los rieles puede llegar a 60°C, ¿cuál debe ser la longitud máxima de cada riel para que no haya riesgos de daños en la línea férrea?

6. Un disco metálico sufrió un aumento de temperatura Δt, y en consecuencia, su diámetro aumentó 0.20%. ¿Cuál fue la variación porcentual observada:
   a) en el espesor del disco?
   b) en el área de una de las caras del disco?
   c) en el volumen del disco?
   d) en la masa del disco?

7. En el problema anterior, suponga que la elevación de temperatura del disco haya sido Δt = 100°C. Determine el coeficiente de dilatación del metal de que está hecho el disco.

8. En una escala hipotética X, al punto de fusión del hielo se le atribuyó el valor 100°X, y al punto de ebullición del agua, el valor 20°X.*
   a) Obtenga la expresión matemática que relaciona una temperatura cualquiera, t_X, con la temperatura correspondiente, t_c, en la escala Celsius.
   b) Determine la lectura de un termómetro Celsius cuando el termómetro X marca 60°X.

9. El coeficiente de dilatación lineal de una aleación de cobre es $\alpha = 18 \times 10^{-6}$ °C^{-1}. ¿Cuál sería el valor de este coeficiente si usáramos:
   a) la pulgada, en lugar de cm, como unidad de longitud?
   b) la escala Fahrenheit en lugar de la escala Celsius?
   c) la escala Kelvin en lugar de la escala Celsius?

10. Al calibrar un termómetro de mercurio se comprobó que la altura, h, de la columna líquida presentaba los siguientes valores:
   h = 2.0 cm, en el punto de fusión del hielo
   h = 22.0 cm, en el punto de fusión del agua (a 1 atmósfera)
   a) Determine la expresión matemática que proporciona la temperatura, t, en la escala Celsius, en función de la altura, h, de la columna líquida.
   b) ¿Cuál es el valor de t cuando h = 15.0 cm?

11. Una barra metálica A, con 30.0 cm de longitud, se dilata 0.075 cm en cuanto su temperatura aumenta de 0°C a 100°C. Otra barra, B, de un metal diferente y de la misma longitud que A, se dilata 0.045 cm cuando sufre la misma elevación de temperatura. Una tercera barra, también de 30.0 cm de longitud, se construye con pedazos de longitudes l_A y l_B, de las barras A y B. Esta barra se dilata 0.065 cm para una elevación de temperatura de 100°C. Determine los valores de l_A y l_B.

12. Un estudiante desea construir un modelo de termómetro, usando como bulbo un frasco de vidrio, como asta el depósito de tinta de un bolígrafo

*Al construir su primer escala, A. Celsius también atribuyó a la temperatura de fusión del hielo un valor numérico más alto que a la temperatura de ebullición del agua, como se hizo en esta escala hipotética X.

(vacío) y agua como líquido termométrico (*véase* segundo experimento de este capítulo). Se quiere medir temperaturas entre 20 y 90°C, con una escala de 10 cm de longitud. Se sabe que los coeficientes de dilatación volumétrica del agua y del vidrio son $\gamma_a = 2.1 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ y $\gamma_v = 0.3 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ y que el diámetro interno del asta es de 2.0 mm, determine el volumen del frasco de vidrio que debe usar.

13. Un recipiente cilíndrico de vidrio, de 50 cm de altura, contiene mercurio hasta una altura h. ¿Cuál debe ser el valor de h para que el volumen del recipiente no ocupado por el mercurio sea el mismo a cualquier temperatura?

14. Un tipo de vodka es básicamente una mezcla de 50% de alcohol etílico y 50% de agua. Si un comerciante compra vodka a 0°C y la revende a 25°C, ¿Cuál es el porcentaje de ganancia que este hecho le proporciona? (El coeficiente de dilatación volumétrica del agua es igual a $2.1 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$ y el del alcohol, $7.5 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$.)

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) t_A disminuye y t_B aumenta
b) estado de equilibrio térmico
c) $t_A = t_B$

2. para que el termómetro entre en equilibrio térmico con la persona

3. *a*) 310 K
b) −195°C
c) 52 K

4. −253°C, pues los otros dos son inferiores al cero absoluto

5. *a*) 10^{-6} K
b) mayor
c) sí (explosión de un alambre metálico)

6. *a*) equivocado
b) correcto

7. *a*) porque únicamente se calienta y se dilata la parte del vaso que está en contacto con agua
b) porque todo el vaso se calienta y se dilata por igual
c) porque el coeficiente de dilatación del vidrio *Pyrex* es pequeño

8. *a*) 1°C
b) 1°C
c) 29×10^{-6} cm

9. *a*) sí: si sus coeficientes de dilatación fueran distintos (materiales diferentes)
b) sí: si tuvieran distintas longitudes iniciales

10. *a*) 0.15 cm
b) 0.10 cm

11. *a*) $50 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) 12 cm²

12. mayor

13. *a*) mayor, pues la dilatación es proporcional a la longitud inicial
b) porque al ser muy grande la elevación de la temperatura, la dilatación de cada riel es mayor que la amplitud de la junta

14. *a*) disminuirá
b) disminuirá

15. *a*) sí
b) no; representa la dilatación aparente
c) mayor
d) mayor

16. *a*) $\gamma_{Al} = 6.9 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$
b) no sufrirá alteración
c) cero

17. *a*) 1.5 cm³
b) 1.5 cm³
c) cero

18. *a*) disminuirá
b) aumentará
c) disminuirá

19. *a*) aumentará
b) disminuirá
c) aumentará

20. porque no permite medir temperaturas

21. *véase* figura

22. *a*) para medir temperaturas inferiores a 0°C
b) para evitar la evaporación del alcohol

23. *a*) no, porque los valores atribuidos a esas temperaturas son totalmente arbitrarios
b) por el hecho de ser centígrada (centesimal)

24. la persona estaría con fiebre (100°F = 37.7°C)

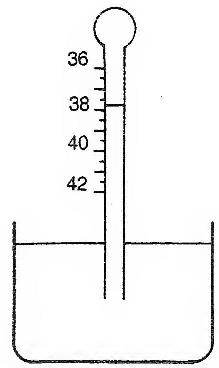
25. Fahrenheit 451

26. −40°C o −40°F

Preguntas y problemas

1. *a*) no
b) 30°C

2. el bulbo de vidrio se calienta y se dilata antes que el mercurio



Respuesta Ejercicio 21

3. cuando se calienta el cuello, su diámetro interno aumenta

4. (d)

5. (c)

6. (d)

7. la lámina se curvará porque las tiras metálicas están firmemente unidas y el cinc se dilata más que el acero

8. *a*) mayor
b) pérdida

9. (b)

10. (e)

11. se puede emplear para medir temperaturas comprendidas entre la temperatura de solidificación y la de ebullición del mercurio

12. $\alpha_1/\alpha_2 = 1.2$

15. *a*) $t_c/5 = t_R/4$
b) $t_c = 25°C$

16. *a*) 200° X
b) $t_X + 20$
c) 100° X

17. igual

18. *a*) niño A
b) 0.55 mm

19. Fahrenheit

20. $L = L_0 (1 + \alpha\Delta t)$

21. 187°C

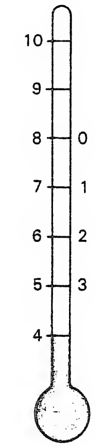
22. al enfriarse, los remaches ejercen fuertes compresiones sobre las piezas.

Cuestionario

1. c
2. b
3. a
4. a
5. b
6. b
7. c
8. a
9. d
10. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
11. e
12. I. incorrecta; II. correcta; III. incorrecta

Problemas complementarios

1. *a*) *véase* figura



Respuesta Complementario 1

b) se tienen dos temperaturas diferentes para la misma altura de la columna de agua

2. 108°F

3. −12.5°C

4. *a*) $\Delta A_1 = \alpha A_0 \Delta t$; $\Delta A_2 = \alpha A_0 \Delta t$; $\Delta A_3 = \alpha^2 A_0 (\Delta t)^2$

5. 20 m

6. *a*) 0.20%
b) 0.40%
c) 0.60%
d) cero

7. $2.0 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$

8. *a*) $t_c/5 = (100 - t_X)/4$
b) 50°C

9. *a*) $18 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$
b) $10 \times 10^{-6}\ °F^{-1}$
c) $18 \times 10^{-6}\ K^{-1}$

10. *a*) $t = 5.0\,h - 10.0$ (con h en cm y t en °C)
b) 65.0°C

11. $L_A = 20.0$ cm y $L_B = 10.0$ cm

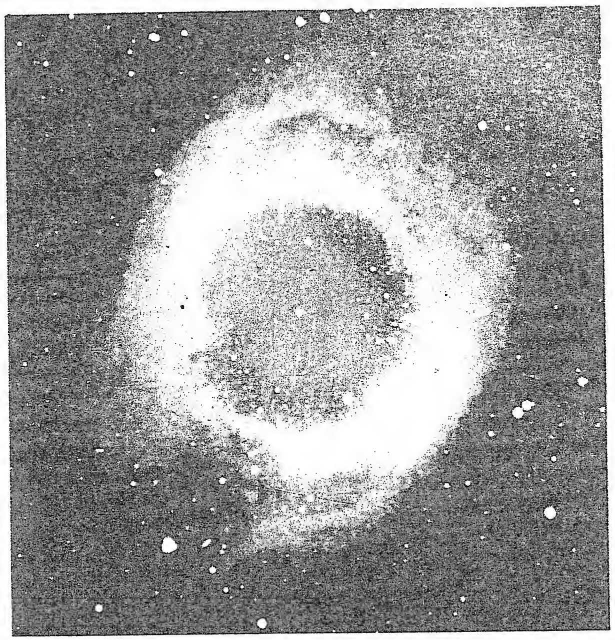
12. 25 cm³

13. 7.5 cm

14. 1.2%

capítulo 12

comportamiento de los gases



La materia, de cualquier naturaleza, se puede presentar en estado gaseoso, dependiendo de su temperatura. En la fotografía aparece en color rojo una espesa capa de gas extremadamente caliente, excitada por radiaciones que provienen de una estrella situada en el centro de la capa.

En el capítulo anterior, cuando estudiamos la dilatación de los sólidos y los líquidos, no se hizo ninguna mención de la influencia de la presión en tal fenómeno. Esto es comprensible, pues solamente grandes cambios de presión pueden influir considerablemente en las dimensiones de sólidos y líquidos. Así pues, en general, en los casos comunes esta influencia de la presión se puede despreciar.

Sin embargo, al analizar el comportamiento de un gas se halla que los cambios de presión pueden producir variaciones considerables en su volumen y en su temperatura. Al estudiar experimentalmente el comportamiento de una determinada masa de gas, los físicos encontraron que tal comportamiento podría expresarse mediante relaciones matemáticas sencillas entre su presión p, su volumen V, y su temperatura T. Una vez conocidos los valores de estas cantidades (masa, presión, volumen y temperatura), la situación en la cual se encuentra un gas, queda determinada; o en otras palabras, queda definido su *estado*.

Al producir una variación en una de esas magnitudes, se observa que, en general, las demás también se modifican, y estos nuevos valores caracterizan otro *estado* del gas. Así que el gas sufre una *transformación* al pasar de un estado a otro (Fig. 12-1).

En las leyes experimentales, descritas anteriormente y que ahora estudiaremos, se examinarán algunas de las transformaciones que puede sufrir un gas. Estas leyes son válidas sólo aproximadamente para los gases que existen en la naturaleza y que se denominan *gases reales* (O_2, H_2, N_2; aire, etc.). El gas que se comporta exactamente de acuerdo con tales leyes se denomina *gas ideal*. Se observa que los gases reales sometidos a pequeñas presiones y altas temperaturas, se comportan como un gas ideal, y por tanto, en esas condiciones el estudio que haremos en este capítulo podrá ser utilizado para describir, con buena aproximación, el comportamiento de los gases reales.

12.1 Transformación isotérmica

❖ Qué es una transformación isotérmica. Supongamos que un gas fue sometido a una transformación en la cual su temperatura se mantuvo constante. Decimos entonces que ha experimentado una *transformación isotérmica* (del griego *isos* = igual + *thermos* = temperatura). Tomando en cuenta que la masa del gas también se mantuvo constante (no hubo salida ni entrada de gas en el recipiente), se concluye que la presión y el volumen del gas fueron las cantidades que variaron en la transformación isotérmica.

La Figura 12-2 presenta una forma de realizar una transformación isotérmica. En la Figura 12-2a, cierta masa de aire está confinada en determinado *volumen* de un tubo muy delgado, por medio de una pequeña columna de mercurio. La *presión* que actúa en este volumen de gas es la suma de la presión ejercida por la columna de Hg, y la presión atmosférica. Al agregar

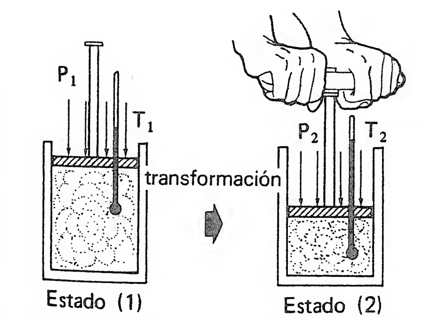


FIGURA 12-1 Cuando un gas pasa de un estado a otro, decimos que sufre una transformación.

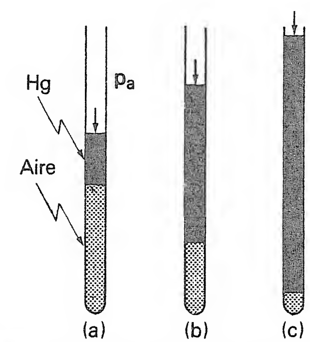


FIGURA 12-2 En una transformación isotérmica, cuando la presión sobre el gas aumenta, su volumen disminuye.

Robert Boyle (1627-1691). Químico y físico inglés, muy conocido por sus experimentos notables acerca de las propiedades de los gases. Siendo partidario de la teoría corpuscular de la materia, la cual dio origen a la moderna teoría química de los elementos, criticó duramente las ideas de Aristóteles y de los alquimistas en relación con la composición de las sustancias.

lentamente más Hg en el tubo, el aumento de la altura de la columna ocasiona un incremento en la presión que actúa sobre el gas, y por consiguiente, se observa una reducción en su volumen (Fig. 12-2b y c). Como la operación se efectúa lentamente, la masa de aire permanece siempre en equilibrio térmico con el ambiente, de modo que su temperatura se mantiene prácticamente constante, o sea, que la transformación observada es isotérmica.

❖ **Ley de Boyle.** Si efectuamos mediciones de la presión y del volumen de gas (aire) del experimento ilustrado en la Figura 12-2, podremos encontrar una relación muy simple entre estas cantidades. Por ejemplo, supongamos que en la Figura 12-2a, el volumen del aire encerrado fuera V_1 = 60 mm^3, siendo p_1 = 80 cmHg la presión total ejercida sobre él. Imaginemos que en la Figura 12-2b, la presión se aumentara a p_2 = 160 cmHg. En estas condiciones observaríamos que el volumen del gas se reduce a V_2 = 30 mm^3. Al aumentar una vez más la presión a p_3 = 240 cmHg (Fig. 12-2c), el volumen será V_3 = 20 mm^3, etc. Tabulando estas medidas tenemos

p (cmHg)	80	160	240	320
V (mm^3)	60	30	20	15

Obsérvese, por la tabla, que

al duplicar $p \rightarrow V$ se divide entre 2,
al triplicar $p \rightarrow V$ se divide entre 3,
al cuadruplicar $p \rightarrow V$ se divide entre 4,
etcétera.

Como sabemos, este resultado significa que el volumen V es inversamente proporcional a la presión p, y por consiguiente, el producto $p \cdot V$ es constante. El físico inglés, Robert Boyle llegó en 1660, a estas mismas conclusiones, después de realizar una serie de experimentos semejantes al descrito. Por esta razón, el resultado al que llegamos se conoce como *Ley de Boyle:*

> Si la temperatura T de cierta masa gaseosa, se mantiene constante, el volumen V de dicho gas será inversamente proporcional a la presión p ejercida sobre él, o sea,
>
> pV = constante (si T = constante)

❖ **El diagrama $p \times V$.** En la Figura 12-3 presentamos el gráfico $p \times V$ construido con los valores de p y V, de la tabla relativa a la transformación isotérmica del experimento anterior. Véase cómo se emplearon en el gráfico los datos de la tabla, y obsérvese que la curva obtenida muestra la variación inversa del volumen con la presión (mientras V aumenta, p disminuye).

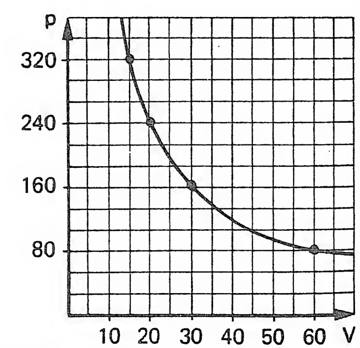


FIGURA 12-3 Isoterma de un gas ideal.

Como en esta transformación, p y V están relacionadas por una proporción inversa, se concluye conforme a lo estudiado (Sección 2.4) que la curva de la Figura 12-3 es una hipérbola. Como describe una transformación isotérmica, esta curva también recibe el nombre de *isoterma* del gas.

❖ **Influencia de la presión sobre la densidad.** Como sabemos, la densidad de un cuerpo está dada por $\rho = m/V$. Para los cuerpos sólidos y líquidos, la variación en la presión ejercida sobre ellos prácticamente no altera su volumen V, de manera que la presión influye muy poco en la densidad de esos cuerpos.

Esto no sucede con los gases. En una transformación isotérmica, por ejemplo, cuando aumentamos la presión sobre una masa gaseosa, su volumen se reduce considerablemente. Por tanto, su densidad también aumenta mucho, mientras que el valor de m no se altera. En realidad, para un determinado valor de m, la ley de Boyle permite deducir lo siguiente:

al duplicar $p \rightarrow V$ queda dividido entre 2 $\rightarrow$ ρ se duplica
al triplicar $p \rightarrow V$ queda dividido entre 3 $\rightarrow$ ρ se triplica
al cuadruplicar $p \rightarrow V$ queda dividido entre 4 $\rightarrow$ ρ se cuadruplica, etcétera.

Si comparamos la primera y última columnas de esta tabla concluimos que

$$\rho \propto p$$

es decir, manteniendo constante la temperatura de una masa gaseosa dada, su densidad es directamente proporcional a la presión del gas.

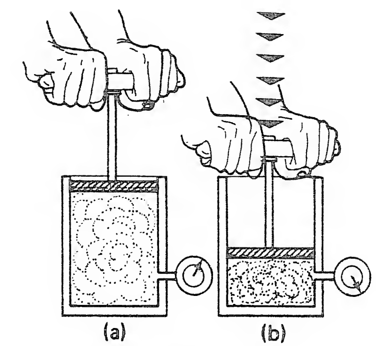


FIGURA 12-4 Para el Ejemplo de la Sección 12.1.

EJEMPLO

Un recipiente que contiene O_2 está provisto de un pistón (Fig. 12-4), que permite variar la presión y el volumen del gas. Observamos que cuando el O_2 está sometido a una presión p_1 = 2.0 atm, ocupa un volumen V_1 = 20 litros (L). El gas se comprime lentamente, de modo que su temperatura no cambie, hasta que la presión alcance el valor p_2 = 10 atm.

a) ¿Cuál es el volumen V_2 del oxígeno en este nuevo estado?

Suponiendo que el O_2, se comporte como un gas ideal, podemos aplicar la ley de Boyle por tratarse de una transformación isotérmica. Entonces, como pV = constante, tendremos

$p_2V_2 = p_1V_1$ o bien, $10 \times V_2 = 2.0 \times 20$
donde V_2 = 4.0 L

b) Suponiendo que la densidad del O_2 en el estado inicial, sea de 1.2 g/L, ¿cuál será su densidad en el estado final?

Como vimos, en una transformación isotérmica ρ es directamente proporcional a p. La presión pasó de p_1 = 2.0 atm a p_2 = 10 atm, es decir, se multiplicó por 5. Por consiguiente, la densidad también será 5 veces mayor y el nuevo valor de ρ será

$\rho = 5 \times 1.2$ o bien, ρ = 6.0 g/L

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. *a)* ¿Cuáles son las cantidades que determinan el estado de un gas?

b) ¿Qué significa decir que un gas sufrió una transformación?

2. *a*) ¿Qué son los *gases reales*?
   b) ¿Qué se entiende por *gas ideal*?
   c) ¿En qué condiciones los gases reales se comportan como un gas ideal?

3. Considere la transformación isotérmica que se indica en la Figura 12-2. De las cantidades *p*, *V*, *m* y *T*:
   a) ¿Cuáles permanecen constantes?
   b) ¿Cuáles varían?

4. Cierta masa de gas ideal sufre una transformación isotérmica. Recordando la ley de Boyle, complete la tabla de este ejercicio.

Estado	p (atm)	V (litros)	pV (atm · litro)
I	0.50	12	
II	1.0		
III	1.5		
IV	2.0		

Ejercicio 4

5. *a*) Con los datos de la tabla del ejercicio anterior, trace el diagrama $p \times V$.
   b) ¿Cómo se denomina la curva hiperbólica obtenida?

6. Suponga que el gas del Ejercicio 4, en el estado I, tiene una densidad de 2.0 gramos/litro. Calcule los valores de su densidad en los estados II, III y IV.

12.2 Transformación isobárica

❖ **Qué es una transformación isobárica.** Consideremos cierta masa de gas encerrada en un tubo de vidrio, y que soporta una presión igual a la atmosférica más la presión de una pequeña columna de Hg, como se ve en la Figura 12-5. Al calentar el gas y dejar que se expanda libremente (Fig. 12-5), la presión sobre él no se altera, pues siempre es ejercida por la atmósfera y por la columna de Hg. Una transformación como ésta, en la que el volumen del gas varía con la temperatura mientras se mantiene constante la presión, se denomina *transformación isobárica* (del griego *isos* = igual + *baros* = presión).

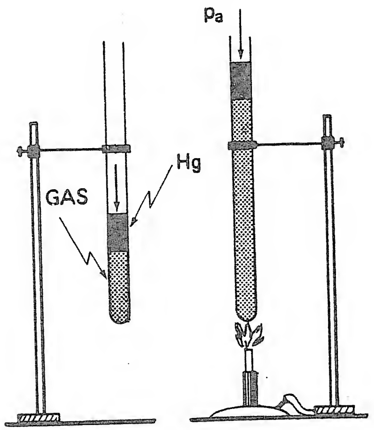


FIGURA 12-5 En esta expansión, la presión sobre el gas permanece constante (transformación isobárica).

❖ **Todos los gases se dilatan igualmente.** Tomemos dos bloques sólidos de igual volumen pero de materiales diferentes, uno de cobre y otro de hierro, por ejemplo. Haciendo que ambos cuerpos tengan el mismo aumento de temperatura, sufrirán diferentes incrementos en su volumen, y por tanto, presentarán distintos volúmenes finales. Esto sucede, como ya sabemos, porque los coeficientes de dilatación del cobre y del hierro no son iguales, lo que ocurre, en general, con los coeficientes de dilatación de las sustancias en los estados sólido y líquido.

Imagine que efectuásemos un experimento semejante con los gases. Tomemos volúmenes iguales de dos gases diferentes (O_2 y H_2, por ejemplo) a una misma temperatura inicial. Al impartir a ambos el mismo incremento de temperatura y mantener constante su presión, observaremos un hecho inesperado pues *los dos gases presentarán el mismo volumen final*, o sea, que ambos tienen así el mismo coeficiente de dilatación. El físico francés, Gay-Lussac, a principios del siglo pasado, al realizar una serie de experimentos comprobó que este resultado es verdadero para todos los gases. Podemos, entonces, destacar que:

> si tomamos determinado volumen de gas a una cierta temperatura inicial, y lo calentamos a presión constante hasta una temperatura final, la dilatación observada será la misma, cualquiera que sea el gas usado en el experimento, es decir, el valor del coeficiente de dilatación volumétrica es el mismo para todos los gases.

Joseph-Louis Gay-Lussac (1778-1850). Químico y físico francés, que además de sus investigaciones acerca del comportamiento de los gases, desarrolló varias técnicas de análisis químicos y fue uno de los fundadores de la metereología. Utilizando globos aerostáticos, estudió los efectos de la altitud en el magnetismo terrestre y en la composición del aire. También se debe a él la obtención de los elementos potasio y boro, así como la identificación del yodo como elemento químico.

❖ **El diagrama $V \times t$.** En sus experimentos, Gay-Lussac, tomó determinada masa gaseosa y realizó mediciones del volumen y de la temperatura de ésta, mientras era calentada y se expandía a presión constante. Con esas medidas construyó un gráfico del volumen *V* en función de la temperatura *t*, expresada en grados Celsius. Obtuvo así una gráfica rectilínea (Fig. 12-6), concluyendo, por tanto, que *el volumen de determinada masa gaseosa, cuando la presión es constante, varía linealmente con su temperatura ordinaria (°C)*.

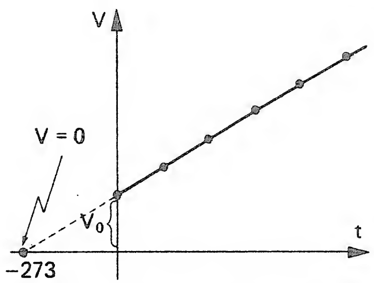


FIGURA 12-6 En una transformación isobárica, el volumen de un gas varía linealmente con su temperatura (en °C).

En el gráfico de la Figura 12-6, vemos que el gas ocupa un volumen V_0 a 0°C. Naturalmente, el volumen del gas se reduciría en forma gradual a medida que se fuese reduciendo la temperatura abajo de 0°C. Pensando en esta reducción, Gay-Lussac trató de determinar la temperatura a la cual se anularía el volumen del gas (si esto fuera posible), prolongando la recta del gráfico, como indica la Figura 12-6. De esta manera, comprobó que el punto en el cual $V = 0$ corresponde a la temperatura $t = -273$°C. Esta temperatura, como vimos en el capítulo anterior, se denomina *cero absoluto* y se considera como el punto origen de la escala Kelvin.

Tomando esto en cuenta, si trazamos una gráfica del cambio del volumen *V* del gas, a presión constante, en función de su temperatura absoluta *T*, es obvio que obtendremos una recta *que pasa por el origen* (Fig. 12-7). Esto nos hace ver que el volumen del gas es directamente proporcional a su temperatura Kelvin, y por tanto, el cociente *V/T* es constante. En resumen, para una transformación isobárica podemos afirmar que

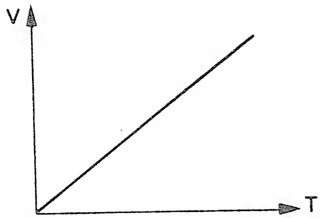


FIGURA 12-7 A presión constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta (en K).

> el volumen V de determinada masa gaseosa, mantenida a presión constante, es directamente proporcional a su temperatura absoluta T, o sea,
>
> $$\frac{V}{T} = \text{constante (si } p = \text{constante)}$$

❖ **Influencia de la temperatura sobre la densidad.** Como el volumen de cierta masa gaseosa, a presión constante, varía con la temperatura, es claro que la densidad del gas ($\rho = m/V$) tendrá distintos valores para diferentes valores de la temperatura. Con base en las conclusiones a las que llegamos respecto a la transformación isobárica, podemos deducir que para cierta masa m de gas, resulta que

al duplicar T, se duplica V y ρ queda dividida entre 2
al triplicar T, se triplica V y ρ queda dividida entre 3
al cuadruplicar T, se cuadruplica V y ρ queda dividida entre 4, etcétera.

Comparando la primera y la última columnas de esta tabla, concluimos que

$$\rho \propto \frac{1}{T}$$

es decir, manteniendo constante la presión de una masa gaseosa dada, su densidad varía en proporción inversa a su temperatura absoluta.

EJEMPLO

Un recipiente contiene un volumen V_1 = 10 litros de gas CO_2, a una temperatura t_1, = 27°C (Fig. 12-8a). Calentando el conjunto y dejando que el émbolo del recipiente se desplace libremente, la presión del gas se mantendrá constante mientras se expande. Siendo t_2 = 177°C la temperatura final del CO_2 (Fig. 12-8b):

a) ¿Cuál sera el volumen final, V_2, del gas?

Como se trata de una transformación isobárica, sabemos que V/T = constante, es decir,

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$$

Observemos que estas expresiones se refieren a *temperaturas absolutas* del gas. Por tanto,

$$T_1 = t_1 + 273 = 27 + 273 \quad \text{donde} \quad T_1 = 300 \text{ K}$$
$$T_2 = t_2 + 273 = 177 + 273 \quad \text{donde} \quad T_2 = 450 \text{ K}$$

Entonces, como V_1 = 10 L, tendremos

$$\frac{V_2}{450} = \frac{10}{300} \quad \text{donde} \quad V_2 = 15 \text{ L}$$

b) Suponiendo que la densidad inicial del CO_2, fuese 1.8 g/L, ¿cuál será su densidad en el estado final?

Vimos que en una transformación isobárica, la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura absoluta. Como ésta pasó de T_1 = 300 K a T_2 = 450 K, es decir, aumentó en 1.5, concluimos que la densidad se *dividirá* entre este factor. Por tanto, la densidad del gas en el estado final, será

$$\rho = 1.8 : 1.5 \quad \text{o bien,} \quad \rho = 1.2 \text{ g/L}$$

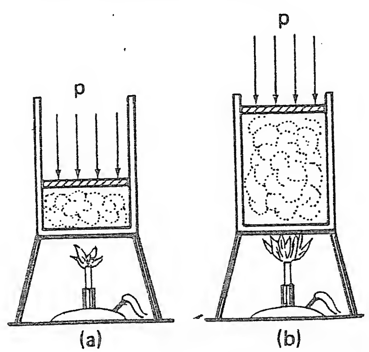


FIGURA 12-8 Para el Ejemplo de la Sección12.2.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. Considere la transformación isobárica que se muestra en la Figura 12-5. De las magnitudes p, V, m y T:
a) ¿Cuáles permanecen constantes?
b) ¿Cuáles varían?

8. *a)* Se tienen dos bloques sólidos, uno de aluminio y otro de cobre, ambos con un volumen de 500 cm^3, a la temperatura de 20°C. Calentando los dos bloques (a presión constante) hasta 200°C, ¿cuál de ellos tendrá mayor volumen final (consulte la Tabla 11-3)?
b) Se tienen dos recipientes (provistos de émbolos que se pueden desplazar libremente), uno de los cuales contiene gas O_2 y el otro, gas N_2, y cada uno ocupa un volumen de 500 cm^3 a 20°C. Al calentar ambos gases a presión constante hasta 200°C, ¿cuál tendrá el mayor volumen final?

9. Cierta masa de gas ideal sufre una transformación isobárica. Recordando los resultados de los experimentos de Gay-Lussac, complete la tabla de este ejercicio.

Estado	t (°C)	T (K)	V (cm^3)
I	−73		150
II	127		
III	327		
IV	527		

Ejercicio 9

10. *a)* Si se construyera un diagrama $V \times t$ con los datos del ejercicio anterior, ¿cuál sería su aspecto?
b) Usando la tabla del ejercicio anterior, construya el diagrama $V \times T$. ¿Qué tipo de gráfica obtuvo?
c) ¿Esperaba obtener este tipo de gráfica $V \times T$ para una transformación isobárica?

11. Suponga que el gas del Ejercicio 9, en el estado I, tiene una densidad de 6.0 gramos/litro. Calcule su densidad en los estados II, III y IV.

12.3 Ley de Avogadro

❖ **La hipótesis de Avogadro.** Ya en los primeros años del siglo pasado, los científicos habían adquirido una cantidad razonable de información acerca de las reacciones químicas observadas entre los gases. El científico italiano, Avogadro, basándose en estas informaciones y en resultados de experimentos realizados por él mismo, formuló en 1811 una hipótesis muy importante en relación con el *número de moléculas* existentes en dos muestras de gas. Según Avogadro, si tomamos dos recipientes de igual volumen y que contengan *gases diferentes,* ambos a la misma temperatura y presión, *el número de moléculas de gas en cada recipiente debe ser el mismo* (Fig. 12-9). Posteriormente, un gran número de confirmaciones experimentales de este postulado, hicieron que pasara a ser conocido como *ley de Avogadro:*

> volúmenes iguales de diferentes gases a la misma temperatura y la misma presión, contienen el mismo número de moléculas.

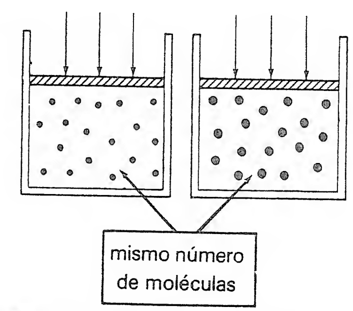
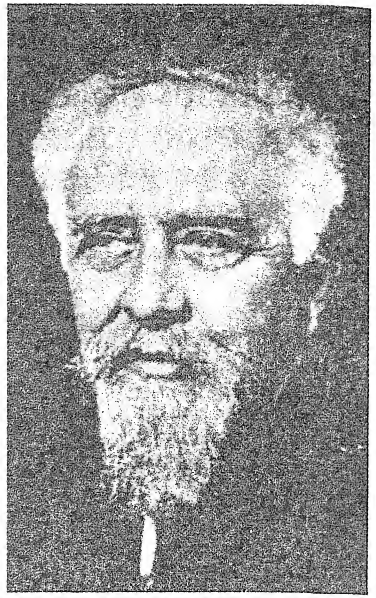


FIGURA 12-9 Según Avogadro estas dos muestras de gas que ocupan volúmenes iguales, a una misma presión y temperatura, tienen el mismo número de moléculas.

Amadeo Avogadro (1776-1856). Físico italiano que basándose en su hipótesis sobre el número de moléculas en las muestras gaseosas, consiguió explicar por qué los gases se combinan en volúmenes que conservan una proporción simple entre sí. Además, con base en su hipótesis, concluyó que los gases hidrógeno, nitrógeno y oxígeno se presentan en la naturaleza en forma diatómica (H_2, N_2 y O_2). A pesar de que estas ideas fueron propuestas en 1811, sólo fueron totalmente aceptadas a partir de 1858, gracias a los trabajos del científico italiano Cannizzaro, que estableció un sistema químico basado en la hipótesis de Avogadro.



Jean-Baptiste Perrin (1870-1942). Profesor de fisicoquímica en la Universidad de París, estudió experimentalmente el movimiento browniano y confirmó las previsiones teóricas hechas por Einstein. Estos trabajos contribuyeron al establecimiento definitivo de la naturaleza atómica de la materia. Al observar partículas suspendidas en un líquido, logró obtener datos relativos al tamaño de las moléculas y al número de ellas en un volumen dado, llegando así a evaluar el número de Avogadro. En 1926 le fue otorgado el Premio Nobel de Física.

❖ **Confirmaciones experimentales.** Como ya dijimos, la ley de Avogadro se ha confirmado plenamente con experimentos. Una de las verificaciones de esta ley se puede efectuar realizando en el laboratorio la descomposición de algunos gases. Tomemos, por ejemplo, volúmenes iguales de HCl, H_2O y NH_3 en forma gaseosa, a la misma presión y temperatura. De acuerdo con la ley de Avogadro, las tres muestras de los gases considerados deben tener el mismo número, N, de moléculas. Descomponiendo estos gases y recogiendo el hidrógeno liberado en cada muestra resulta que

para el HCl habría N átomos de H
para el H_2O habría 2N átomos de H
para el NH_3 habría 3N átomos de H

El experimento confirma este resultado, pues se obtiene una masa m de hidrógeno en la descomposición del HCl, una masa $2m$ es obtenida de la descomposición de H_2O, y una masa $3m$, de la descomposición del NH_3.

❖ **El número de Avogadro.** Una vez conocida la ley de Avogadro, puede investigarse cuál es el número de moléculas que existe en una determinada masa de gas. Supóngase, por ejemplo, que tomáramos 1 mol* de varios gases (2 g de H_2, 32 g de O_2, 28 g de N_2, etc.). Por sus cursos anteriores de química, ya sabe sin duda que el número de moléculas en cada una de tales muestras es el mismo. Este número se denomina *número de Avogadro* y se representa por N_0.

* **N. del R.** Se recuerda que 1 *mol* de una sustancia es una masa de ésta, en gramos, numéricamente igual a la masa (o "peso") molecular de la misma.

El científico Perrin, a principios del siglo, realizó una serie de experimentos para tratar de determinar el valor de N_0, y llegó a la conclusión de que dicho valor debía estar comprendido entre 6.5×10^{23} y 7.2×10^{23} moléculas en cada mol. Por este trabajo, Perrin recibió el Premio Nobel de Física en 1926. Posteriormente, mediciones más precisas demostraron que el valor de N_0 es aproximadamente

$$N_0 = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

❖ **La densidad y la masa molecular.** Tomemos dos muestras gaseosas, A y B, que ocupan ambas el mismo volumen a la misma presión y temperatura. Por la ley de Avogadro sabemos que estas muestras contienen el mismo número de moléculas. Suponiendo que la masa molecular de A, es decir, M_A, sea el doble de la masa molecular de B, o bien, M_B, evidentemente la masa total m_A de A, también será el doble de la masa total m_B de B. Pero como las muestras tienen volúmenes iguales, concluimos que la densidad ρ_A de A será el doble de la densidad ρ_B de B. Del mismo modo, si tuviésemos $M_A = 3M_B$, también tendríamos que $\rho_A = 3\,\rho_B$. Entonces, podemos concluir que

$$\rho \propto M$$

es decir, la densidad de un gas es directamente proporcional a su masa molecular.

EJEMPLO

Consideremos dos recipientes, uno de los cuales contiene 6 g de H_2 y el otro, 96 g de O_2.

a) ¿Cuál es el número de moles en cada muestra?

Sabemos que en 1 mol de H_2 hay 2 g de este gas. Luego en una muestra de 6 g tendremos 3 moles de H_2. Para el O_2, 1 mol corresponde a una masa de 32 g y así 96 gramos corresponden a 3 moles de O_2.

b) ¿Cuál es el número de moléculas existente en cada muestra?

Como ya comprobamos en la pregunta anterior, el número de moles es el mismo para ambos gases. Por consiguiente, las dos muestras tendrán el mismo número de moléculas. Sabemos que en 1 mol hay 6.02×10^{23} moléculas (número de Avogadro); entonces, en 3 moles tendremos

$3 \times (6.02 \times 10^{23})$ o bien, 1.8×10^{24} moléculas

c) Suponiendo que las dos muestras estén a la misma presión y temperatura, ¿cuál es la relación entre los volúmenes que ocupan?

Como ambas están a la misma presión y temperatura y contienen el mismo número de moléculas, concluimos, por la ley de Avogadro, que los volúmenes ocupados por las dos muestras son iguales.

d) Considerando de nuevo que ambas muestras están a la misma presión y temperatura, y que la densidad del H_2 es de 0.1 g/L, ¿cuál es la densidad del O_2?

Vimos que en estas condiciones la densidad de un gas es directamente proporcional a su masa molecular ($\rho \propto M$). Entonces, ya que la masa molecular del O_2 es 16 veces mayor que la del H_2, tendremos para el O_2 una densidad

16×0.1 g/L o bien, 1.6 g/L

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

12. Tres recipientes, A, B y C, con volúmenes iguales, contienen, respectivamente, HCl, H_2O y NH_3, todas estas sustancias en estado gaseoso y a la misma presión y temperatura. Suponga que el recipiente A contiene 1.0×10^{24} moléculas de HCl.

a) ¿Cuántas moléculas de vapor de H_2O existen en B? ¿Y cuántas de NH_3 existen en C?

b) ¿Cuál es el número de átomos de H existentes en cada recipiente?

c) ¿Cuántos gramos de hidrógeno se obtendrían de la descomposición de cada uno de esos gases? (La masa de un átomo de H es 1.7×10^{-24} gramos.)

13. Un estudiante de química informa a uno de sus compañeros que para "matar" su sed tiene que beber 20 moles de agua.

a) ¿Cuántos gramos de agua toma el estudiante? (Considere la masa atómica del oxígeno igual a 16 uma y la del hidrógeno igual a 1 uma) (uma = unidad de masa atómica.)

b) ¿Cuántas moléculas de agua bebió el estudiante? (Considere el número de Avogadro igual a 6×10^{23}.)

c) Con base en las respuestas dadas en (a) y (b), calcule la masa, en gramos, de una molécula de agua.

14. Considere los gases contenidos en los recipientes *A*, *B* y *C* del Ejercicio 12.
a) Coloque estos gases en orden creciente de su masa molecular.
b) Como ya se dijo, los tres gases tienen el mismo volumen, la misma presión e igual temperatura. Cuando los gases están en estas condiciones, ¿cuál es la relación entre la densidad ρ y la masa molecular *M* de cada uno?
c) Considerando las respuestas dadas en (a) y (b), coloque los gases en orden creciente de sus densidades.

12.4 Ecuación de estado de un gas ideal

❖ En las secciones anteriores mostramos que para un gas ideal tenemos

como consecuencia de la Ley de Boyle (T constante): $\longrightarrow \rho \propto p$

como consecuencia de la Ley de Gay-Lussac (p constante): $\longrightarrow \rho \propto \dfrac{1}{T}$

como consecuencia de la Ley de Avogadro (p, V y T constantes): $\longrightarrow \rho \propto M$

Estos resultados, una vez reunidos, nos llevan a una ecuación muy importante para el estudio de los gases, como ahora veremos.

❖ **Ecuación de estado (para un gas ideal).** Una propiedad de las proporciones nos permite agrupar los resultados anteriores en una relación única:

$$\rho \propto \frac{pM}{T}$$

Siendo m la masa de la muestra gaseosa, sabemos que $\rho = m/V$. En consecuencia,

$$\frac{m}{V} \propto \frac{pM}{T} \quad \text{o bien,} \quad pV \propto \left(\frac{m}{M}\right)T$$

El cociente m/M, entre la masa del gas y su masa molecular, es el número de moles, n, de la muestra. Al introducir en la relación anterior la constante de proporcionalidad, que designaremos por R, resulta la siguiente igualdad:

$$pV = R(n)T \quad \text{o bien,} \quad pV = nRT$$

que recibe el nombre de *ecuación de estado de un gas ideal*. Por tanto,

> la presión p, el volumen V y la temperatura absoluta T de una masa gaseosa dada, que contiene n moles del gas, se relacionan por la ecuación
>
> $$pV = nRT$$
>
> denominada ecuación de estado de un gas ideal.

❖ **Comentarios.** 1) La ecuación $pV = nRT$ define un estado del gas. Esto significa que para determinada masa gaseosa (con un valor determinado n, de moles), si medimos su presión, su volumen y su temperatura en determinada situación, obtendremos valores tales que el producto pV es siempre igual al producto nRT.

2) Entonces, si colocamos n moles de un gas en un recipiente, es posible escoger arbitrariamente para él valores de solamente dos de las tres variables de estado (p, V y T). Por ejemplo, si escogemos al azar el volumen que va a ocupar el gas así como su temperatura, la presión que ejercerá no la podremos escoger a nuestro arbitrio, como hicimos con el volumen y la temperatura. La presión, en estas condiciones, tomará un valor tal que satisfaga la ecuación $pV = nRT$. Por otra parte, si eligiésemos arbitrariamente la presión y la temperatura, el gas ocuparía un volumen *no* arbitrario, determinado por la ecuación $pV = nRT$.

3) La ecuación $pV = nRT$ se puede escribir como

$$\frac{pV}{T} = nR$$

Por tanto, para una masa de gas dada (n = constante), como R también es constante, concluimos que (pV/T) = constante. Así pues, si la masa gaseosa pasa de un estado (1), caracterizado por p_1, V_1 y T_1, a un estado (2), definido por p_2, V_2 y T_2, podemos relacionar estos dos estados por la ecuación

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

4) No hay que olvidar que la ecuación $pV = nRT$ se refiere a un gas ideal. Pero de acuerdo con lo que se dijo al inicio de este capítulo, esta ecuación se puede aplicar con muy buena aproximación a un gas cualquiera, siempre que su temperatura no sea muy baja y su presión no sea muy elevada.

❖ **La constante universal de los gases.** Puede comprobarse experimentalmente que la constante R de la ecuación $pV = nRT$ tiene el mismo valor para *todos* los gases, y por ello se denomina *constante universal de los gases*. De la ecuación de estado podemos obtener

$$R = \frac{pV}{nT}$$

de manera que el valor de R puede calcularse si medimos en un laboratorio, los valores de p, V, n y T para un determinado estado del gas.

Por ejemplo, experimentalmente se puede comprobar que tomando 1 mol de cualquier *gas* (n = 1 mol), a una temperatura de 0°C (o sea, T = 273 K) y a una presión p = 1 atm, ocupará un volumen V = 22.4 litros (Fig. 12-10). Al sustituir estos valores en la expresión $R = pV/nT$ obtenemos

$$R = 0.082\ \frac{\text{atm} \cdot \text{litro}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

El valor de R dependerá de las unidades que se utilicen para medir p, V y T. Con frecuencia el valor de p se expresa en N/m^2 y el de V en m^3. En estas condiciones, el valor de R será

$$R = 8.31\ \frac{(\text{N/m}^2) \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad \text{o bien,} \quad R = 8.31\ \frac{\text{Joule}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

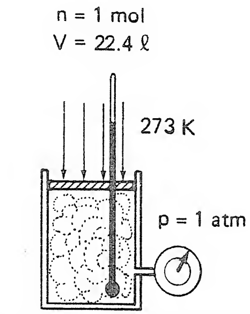


FIGURA 12-10 La constante universal de los gases R, se puede calcular a partir de los datos experimentales que se muestran en la figura.

EJEMPLO 1

Una persona afirma que colocó 3.5 moles de un gas (que se comporta como gas ideal) en un recipiente de 8.0 litros de volumen, y que una vez alcanzado el estado de equilibrio, la temperatura del gas era de 27°C y su presión, de 5.0 atm.

a) ¿Pueden ser correctos los valores obtenidos por esta persona?

Sabemos que un gas ideal, en cierto estado, obedece a la ecuación $pV = nRT$. Con los datos proporcionados por la persona tenemos que

$pV = 5.0 \times 8.0$ donde $pV = 40$ atm · litro

$nRT = 3.5 \times 0.082 \times 300$ donde

$nRT = 86$ atm · litro

Como pV no es igual a nRT, concluimos que las medidas realizadas por la persona no pueden ser correctas; es decir, *no* es posible que cualquier gas (ideal), se presente en un estado que corresponda a los valores de p, V, n y T indicados.

b) Si se pudo comprobar, que los valores de p, V y T eran correctos, ¿cuál es el número de moles del gas colocado en el recipiente?

De la ecuación de estado obtenemos

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{5.0 \times 8.0}{0.082 \times 300} \quad \text{donde} \quad n = 1.6 \text{ mol}$$

Luego en el recipiente había 1.6 moles de gas, y no 3.5 moles como aseguró la persona. Observe que empleamos el valor R = 0.082 atm · litro/mol · K, dado que el valor de p fue proporcionado en atmósferas, y el de V, en litros.

EJEMPLO 2

Suponga que un recipiente cerrado y no dilatable, contiene hidrógeno. Calentando el gas desde una temperatura (Kelvin) T_1 hasta una temperatura T_2, ¿cómo será el diagrama $p \times T$ para esta transformación?

De la ecuación $pV = nRT$ podemos obtener

$$p = \left(\frac{nR}{V}\right)T$$

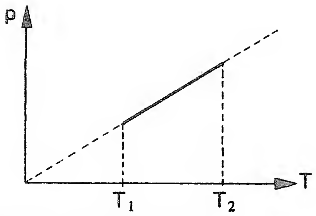


FIGURA 12-11 Para el Ejemplo 2.

En este experimento, una masa de gas dada (n = constante) se mantiene a volumen constante (transformación *isométrica* o isovolumétrica). Entonces, nR/V se mantendrá constante también y concluimos que p es directamente proporcional a T. Este resultado suele ser denominado "Ley de Charles", por haber sido obtenido experimentalmente por el científico francés Jacques A. Charles (contemporáneo de Gay-Lussac).

De este modo, el diagrama $p \times T$, desde T_1 a T_2, será igual al de la Figura 12-11.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

15. Se halla que para un gas contenido en un recipiente, el producto nRT vale 26 atm · litro.
- *a)* ¿Cuál es el valor del producto pV para el gas en tal estado?
- *b)* Adaptando un manómetro al recipiente se encuentra para el gas una presión de 2.0 atm. ¿Cuál es el volumen del recipiente?

16. Una cámara o compartimiento, cuyo volumen es 0.15 m^3, contiene 480 g de O_2 a una presión de 2.0×10^5 N/m^2.
- *a)* ¿Cuántos moles de O_2 existen en el recinto?
- *b)* En la ecuación $pV = nRT$, cuando p está expresada en N/m^2 y V en m^3, ¿qué valor se debe emplear para R?
- *c)* ¿A qué temperatura absoluta se encuentra el O_2 en el compartimiento?
- *d)* Exprese la temperatura del O_2 en °C.

17. Una persona coloca 0.50 mol de un gas ideal en un tanque de 15 litros. Desea que el gas, al entrar en equilibrio térmico con el ambiente (27°C), alcance una presión de 1.5 atm. ¿Es posible cumplir las condiciones que la persona desea? Explique.

18. Un recipiente provisto de un émbolo móvil, contiene un gas ideal a una presión p_1 = 1.0 atm, que ocupa un volumen V_1 = 4.5 litros a una temperatura t_1 = 0°C. Al calentar el recipiente el gas se expande, y pasa a ocupar un volumen V_2, con una presión p_2 = 1.5 atm y una temperatura t_2 = 273°C.
- *a)* ¿Qué ecuación relaciona p_2, V_2 y T_2 con p_1, V_1 y T_1?
- *b)* Use esta ecuación para calcular el valor de V_2.

19. Considere la transformación isométrica analizada en el Ejemplo 2 de esta sección.
- *a)* De las magnitudes p, V, n y T, ¿cuáles permanecen constantes? ¿Cuáles varían?
- *b)* Exprese la pendiente de la gráfica $p \times T$ en función de n, R y V.

12.5 Modelo molecular de un gas

Modelo cinético de un gas. Las leyes que hemos estudiado hasta ahora y que describen el comportamiento de los gases, se obtuvieron en forma experimental. En esta sección, trataremos de relacionar estas leyes con el comportamiento de las partículas que constituyen el gas, es decir, sus átomos o sus moléculas.

Fue principalmente a partir del siglo pasado que los científicos intensificaron sus estudios acerca de la estructura molecular de los gases, basándose en las suposiciones siguientes:

a) Un gas está constituido por partículas muy pequeñas: sus átomos o sus moléculas (se sabe ahora que la dimensión general de una molécula de gas es aproximadamente igual a 10^{-8} cm).

b) El número de moléculas existentes en determinada masa gaseosa es muy grande (como ya se sabe, en 1 mol de gas tenemos casi 6×10^{23} moléculas).

c) La distancia media entre las moléculas es mucho mayor que las dimensiones de una molécula (recuérdese que cuando un líquido se evapora, ocupa un volumen muchas veces mayor).

d) Las moléculas de un gas están en movimiento constante, y este movimiento es enteramente al azar; es decir, las moléculas se mueven en cualquier dirección (Fig. 12-12), con velocidades que pueden tener valores desde cero hasta números muy grandes.

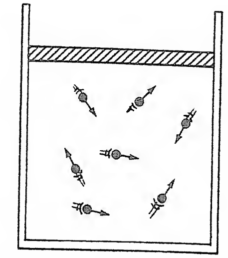


FIGURA 12-12 Las moléculas de un gas están en constante movimiento con velocidades de valores y direcciones distribuidas al azar.

Al establecer estas hipótesis, los científicos estaban tratando de describir el comportamiento de un gas por medio del movimiento de sus moléculas, es decir, consideraban que las leyes de los gases se podrían obtener aplicando las leyes de la mecánica al movimiento de las moléculas, y tratándolas como si fuesen partículas. De esta manera, los científicos trataban de estructurar un *modelo* que sirviera para describir el comportamiento de un gas.

Este modelo se denomina *modelo cinético*, en virtud de que se basa en el *movimiento* de las moléculas de una masa gaseosa.

Varias conclusiones obtenidas a partir de este modelo concordaban con las leyes experimentales ya conocidas, evidenciando así que los supuestos acerca de la constitución molecular de un gas, eran válidos. De este modo, fue posible usar el modelo para obtener nuevas informaciones acerca del comportamiento de los gases.

Cálculo cinético de la presión. Como vimos, en el modelo cinético de un gas el número de moléculas es muy grande, y éstas se encuentran en constante movimiento. A consecuencia de lo anterior, las moléculas chocan continuamente contra las paredes del recipiente que contiene al gas, ejerciendo presión sobre ellas (Fig. 12-13). Como el número de choques es muy grande, el efecto del impacto de cada partícula es imperceptible. Lo que se observa es el efecto medio de la frecuente sucesión de choques, que ocasiona la aparición de una fuerza continua, sin fluctuaciones, que actúa contra las partes del recipiente. Por tanto,

> la presión que un gas ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene, se debe a los incesantes y continuos choques de las moléculas del gas contra las paredes del recipiente.

Aplicando las leyes de la Mecánica a los choques de las moléculas contra las paredes del recipiente, los físicos del siglo pasado obtuvieron una expresión matemática que relaciona la presión ejercida por un gas, con las cantidades siguientes:

N: número total de moléculas en el recipiente
V: volumen del recipiente
m: masa de cada molécula
$\overline{v^2}$: promedio de los cuadrados de las velocidades de las moléculas

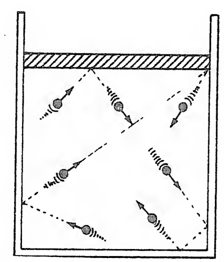


FIGURA 12-13 La presión de un gas sobre una superficie la causan los choques de sus moléculas contra dicha superficie.

La expresión a que llegaron fue la siguiente:

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right) m\bar{v}^2}$$

Si analizamos esta expresión vemos que

1) $p \propto N$. Este resultado es intuitivo, ya que cuanto mayor sea el número total de moléculas, tanto mayor será el número de choques contra las paredes, y por consiguiente, tanto mayor será la presión ejercida por el gas.

2) $p \propto 1/V$. En realidad, cuanto mayor sea el volumen del recipiente, tanto mayor será la distancia que tendrá que recorrer una molécula para chocar contra las paredes, y por consiguiente, más pequeño será el número de choques; es decir, la presión ejercida por el gas será menor.

3) $p \propto m$. Este resultado era de esperarse, ya que cuanto mayor sea la masa de una molécula, tanto mayor será su cantidad de movimiento, y así, más intensa será la fuerza que ejerce al chocar contra la pared del recipiente.

4) $p \propto \bar{v}^2$. En realidad, cuanto mayor sea $\bar{v}^2$, más rápidamente se estarán moviendo las moléculas. Es fácil observar que en estas condiciones, la fuerza que ejerce cada molécula al chocar contra la pared será mayor, y además, también será más grande el número de choques.

❖ **Interpretación cinética de la temperatura.** En el capítulo anterior, al estudiar la temperatura de un cuerpo mencionamos que se relaciona con la energía de agitación de los átomos y moléculas del mismo. Ahora vamos a demostrar cómo llegaron a esta conclusión los físicos del siglo pasado (quienes se basaron en el modelo cinético de un gas).

La expresión $p = (1/3)\ (N/V)\ m\bar{v}^2$, que se había obtenido con base en el modelo cinético, se puede escribir

$$pV = \frac{1}{3} Nm\bar{v}^2$$

Comparándola con la ecuación de estado de un gas ideal, $pV = nRT$, que se había obtenido experimentalmente, se concluyó que

$$\frac{1}{3} Nm\bar{v}^2 = nRT$$

Pero, siendo N_0 (constante de Avogadro) el número de moléculas que existe en 1 mol, y n el número de moles que corresponde a N moléculas, es claro que

$$N = nN_0$$

Si se aplica este valor de N en la igualdad anterior queda

$$\frac{1}{3} nN_0 m\bar{v}^2 = nRT \quad \text{o bien,} \quad m\bar{v}^2 = 3\left(\frac{R}{N_0}\right)T$$

Si dividimos entre 2, ambos miembros de esta igualdad, tendremos

$$\frac{1}{2} m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N_0}\right)T$$

Observemos que el primer miembro de esta expresión representa la *energía cinética media* de las moléculas (suma de las energías cinéticas de las mismas, dividida entre el número de ellas). Esta energía cinética media será

Ludwig Boltzmann (1844-1906). Físico austriaco y profesor de matemáticas y física en diversas universidades europeas. Su principal trabajo fue el desarrollo de la Mecánica Estadística, que permite explicar cómo se determinan las propiedades visibles de la materia, por las características del gran número de átomos o moléculas que la constituyen. Estas ideas fueron atacadas duramente por muchos de los que no creían en la teoría atómica.

representada por $\bar{E}_c$, o sea $\bar{E}_c = (1/2)\ m\bar{v}^2$. El cociente (R/N_0) que aparece en el segundo miembro, es constante, pues como ya sabemos, tanto R como N_0 son constantes también. Este cociente es muy importante; se representa por k y se denomina *constante de Boltzmann,* en honor a Ludwig Boltzmann, físico austriaco del siglo pasado. Así pues,

$$k = \frac{R}{N_0} = \frac{8.31}{6.02 \times 10^{23}}$$

o bien,

$$k = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{J/K}$$

De esta manera, llegamos a la expresión

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2} kT$$

que indica que la energía cinética media de las moléculas de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta, o sea, cuanto mayor sea la energía cinética media de las moléculas, tanto mayor será la temperatura del gas (Fig. 12-14). Destacamos, entonces, que

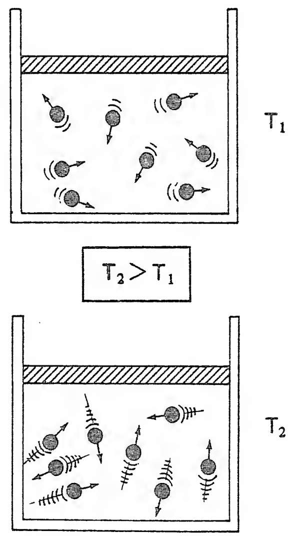


FIGURA 12-14 Cuanto mayor sea la temperatura de un gas, tanto mayor será la energía cinética media de sus moléculas.

> la temperatura absoluta T, de un gas, está relacionada con la energía cinética media $\bar{E}_c$, de sus moléculas mediante la expresión
>
> $$\bar{E}_c = \frac{3}{2} kT$$
>
> donde k es la constante de Boltzmann.

EJEMPLO

a) Un recipiente contiene H_2 a 27°C. ¿Cuál es la energía cinética mediante sus moléculas?

Sabemos que $\bar{E}_c = (3/2)kT$, y en nuestro caso, $T = 273 + 27$, o bien, $T = 300$ K. Por tanto,

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

donde

$$\bar{E}_c = 6.2 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

Observemos que este valor de $\bar{E}_c$ es muy pequeño, pues se refiere a la energía cinética media por molécula.

b) ¿Cuál sería la $\bar{E}_c$ de las moléculas de O_2 a la misma temperatura anterior?

La expresión $\bar{E}_c = (3/2)kT$ muestra que la energía cinética media de las moléculas sólo depende de la temperatura, y no de la naturaleza del gas. Como el O_2 y el H_2 se encuentran a la misma temperatura, el valor de $\bar{E}_c$ es el mismo para ambos gases.

c) Sabiendo que la masa de una molécula de H_2 es 3.3×10^{-27} kg, ¿cuál debe ser su velocidad para que tenga una energía cinética igual al valor medio calculado en (a)?

Como debemos tener $(1/2)\ mv^2 = \bar{E}_c$, entonces

$$\frac{1}{2} \times (3.3 \times 10^{-27})\ v^2 = 6.2 \times 10^{-21}$$

donde

$$v = 1.9 \times 10^3\ \text{m/s}$$

Este resultado muestra que el movimiento de las moléculas es muy rápido, pues 1.9×10^3 m/s equivalen a casi 7 000 km/h.

d) ¿Cuál sería la respuesta a la pregunta anterior si la molécula fuese de O_2?

Sabemos, por química, que la masa de una molécula de O_2 es 16 veces más grande que la de una molécula de H_2; es decir, para una molécula de O_2 se tiene

$$m = 16 \times 3.3 \times 10^{-27} \quad \text{o bien,} \quad m = 53 \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

De $(1/2)mv^2 = \bar{E}_c$ vemos que

$$\frac{1}{2} \times (53 \times 10^{-27})\, v^2 = 6.2 \times 10^{-21}$$

donde

$$v = 4.8 \times 10^2 \text{ m/s}$$

Es importante darnos cuenta de que para una misma temperatura, el valor de la energía cinética media de las moléculas es igual para todos los gases, pero el valor de las velocidades de aquéllas varía de un gas a otro; cuanto mayor sea la masa molecular del gas, tanto menor será la velocidad de sus moléculas.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

20. Como vimos, los científicos trataron de interpretar el comportamiento de los gases formulando algunas hipótesis acerca de su constitución. En el texto se citaron cuatro de tales hipótesis. ¿Cuáles son?

21. De acuerdo con el modelo cinético, ¿por qué un gas ejerce presión contra las paredes del recipiente que lo contiene?

22. Un recipiente de volumen V contiene N moléculas de H_2 con cierto valor de $\overline{v}^2$ a una presión de 1.2 atm. Suponiendo que el valor de $\overline{v}^2$ no se altere, diga cuál será el valor de la presión del gas en cada uno de los siguientes casos:
a) Se mantiene el valor de V y se introducen otras N moléculas de H_2 en el recipiente.
b) Se aumenta el volumen a $2V$ y el número de moléculas se mantiene igual a $2N$.
c) Se mantiene el volumen V y el H_2 se sustituye por N moléculas de He (masa atómica = 4 uma).

23. Una muestra de gas helio se encuentra a una temperatura de 1 000 K.
a) Calcule la energía cinética media, $\bar{E}_c$, de las moléculas de esta muestra.
b) Si duplicáramos la temperatura absoluta de la muestra ¿por cuánto quedaría multiplicado el valor de $\bar{E}_c$?
c) ¿A qué temperatura se anularía la $\bar{E}_c$ de las moléculas?

24. Considere una muestra de gas argón a la misma temperatura que el helio del ejercicio anterior (1 000 K).
a) La $\bar{E}_c$ de las moléculas de argón, ¿es mayor, menor o igual a la de las moléculas de helio?
b) La velocidad media de las moléculas de argón, ¿es mayor, menor o igual a la velocidad media de las moléculas de helio?

12.6 Un tema especial (para aprender más)

Desarrollo del modelo molecular de la materia

❖ **Las primeras ideas.** En el siglo V a.C., el filósofo griego Leucipo propuso la idea de que toda la materia existente en el Universo estaba constituida por pequeñas partículas, indivisibles e idénticas entre sí. Estas partículas se denominaron *átomos*, de una palabra griega que significa "indivisible". Esta idea fue ampliada y difundida, en ese mismo siglo, por otro filósofo griego, Demócrito, cuyo trabajo fue bien aceptado entre los pensadores de los siglos subsecuentes.

La descripción más completa de estas primeras hipótesis acerca de la constitución atómica de la materia se encuentra en la obra del poeta romano Lucrecio, que vivió en el siglo I a.C. Es interesante observar que muchas de las ideas de los filósofos griegos prevalecen en la actualidad, con algunas modificaciones conceptuales, en la teoría atómica moderna.

Con la llegada de la Edad Media, las especulaciones acerca de la constitución atómica de la materia sufrieron una declinación, que acompañó a la decadencia general observada en el pensamiento científico del mundo occidental durante esa etapa de la historia de la civilización.

Gracias al Renacimiento, época del resurgimiento de las grandes corrientes del pensamiento cultural, las ideas de la teoría atómica fueron reexaminadas y desarrolladas por varios científicos que vivieron en este periodo. Entre los físicos de esta época, que aceptaron como verdadera la hipótesis de la existencia de los átomos, podemos citar a Galileo, Newton, Boyle, Huyghens, Hooke, etcétera.

Robert Hooke llegó incluso a formular una teoría, en la cual trataba de explicar algunas propiedades de los gases, como causa del movimiento y de los choques de los átomos de que estaban constituidos. Hooke establecía así las primeras ideas de la "Teoría Cinética de los Gases" que estudiamos en este capítulo. Pero como este investigador no poseía la habilidad matemática suficiente, no logró desarrollar adecuadamente su teoría. Sólo hasta mediados del siglo XVIII, el gran físico y matemático Bernoulli dio principio a este desarrollo.

❖ **Daniel Bernoulli y la teoría cinética.** Bernoulli, con base en los estudios de Hooke, admitió que la presión de un gas debe ser simplemente el resultado de los choques de los átomos o moléculas contra las paredes del recipiente que lo contiene (como se vio en la Sección 12.5). Con esta hipótesis obtuvo fácilmente una explicación para la ley de Boyle; al reducir a la mitad el volumen de un gas, su densidad se duplica. Entonces, hay un gran número de moléculas dos veces mayor chocando por segundo contra las paredes del recipiente; es decir, la presión del gas se volverá dos veces mayor. Además Bernoulli logró demostrar matemáticamente que la presión del gas es proporcional al promedio de los cuadrados de las velocidades de las moléculas.

A pesar de la importancia de su trabajo, que parece haber sido el primer paso en la evolución matemática de la moderna Teoría Cinética de los Gases, pasó totalmente inadvertido para los demás científicos del siglo XVIII. Esto sucedió, probablemente, debido a que Newton había sugerido otro modelo para los gases con el cual también pudo explicar la ley de Boyle: según Isaac Newton, un gas debía estar constituido por partículas, *en reposo*, que se repelen con una fuerza inversamente proporcional a la distancia que las separa. Debido al enorme prestigio que Newton disfrutaba en esa época, los científicos aceptaban prácticamente sin duda alguna cualquier idea que él pudiera proponer.

Daniel Bernoulli (1700-1782). Miembro de una afamada familia de matemáticos y físicos suizos. Fue profesor de matemáticas en la Academia de Ciencias de Rusia, y posteriormente, al volver a Suiza, dio clases de botánica, anatomía y física. Además de sus contribuciones al desarrollo de la Teoría Cinética de los Gases, publicó un tratado acerca de las mareas. Pero su trabajo más importante lo realizó en el campo de la hidrodinámica (es decir, en el estudio del flujo de los líquidos).

❖ **Un valor numérico para la velocidad de una molécula.** A principios del siglo XIX, el físico inglés John Herapath, volviendo a los conceptos definidos por Bernoulli, logró establecer la siguiente relación matemática entre la presión p de un gas, su densidad ρ y la velocidad $\bar{v}$, de sus moléculas:

$$p = \frac{1}{3}\rho \overline{v}^2$$

Esta ecuación la presentamos en el texto en una forma equivalente: $p = (1/3)\,(N/V)m\overline{v}^2$.

Constituye un resultado muy importante que permitió a Herapath determinar la velocidad media de las moléculas de un gas, pues los valores de p y ρ se pueden obtener experimentalmente. Para las moléculas del aire, por ejemplo, Herapath obtuvo una velocidad media de casi 300 m/s. Así, por primera vez en la historia de la Física, se obtuvo un valor numérico relacionado con la estructura molecular de la materia.

De manera similar a lo que sucedió con Bernoulli, el trabajo de Herapath no tuvo aceptación en el medio científico de la época, y su publicación fue rechazada por la Real Academia de Ciencias de Londres.

❖ **La teoría cinética adquiere una estructura definitiva.** Algunos años más tarde, en 1848, el gran físico Joule, reconociendo el trabajo realizado por Herapath, intentó revivir las ideas básicas de la Teoría Cinética. Inicialmente, su esfuerzo no fue bien aceptado, pero tal vez debido a su prestigio, no pasó mucho tiempo para que otros científicos de renombre comenzaran a interesarse en los estudios de la teoría molecular. Fue así como, en 1856, el brillante físico alemán Rodolf Clausius, publicó un trabajo en el cual presentaba la Teoría Cinética con una estructura prácticamente igual a la aceptada en nuestros días. A finales del siglo XIX, Maxwell (en Inglaterra) y Boltzmann (en Austria) presentaron trabajos que complementaban la teoría con detallados análisis matemáticos.

A pesar de que, gracias a estos estudios, la Teoría Cinética de los Gases se encontraba casi totalmente estructurada, un gran número de científicos importantes, a principios de nuestro siglo, aún se mostraban escépticos en relación con la hipótesis de la constitución atómico-molecular de la materia. En otras palabras, se rehusaban a aceptar que los cuerpos estuviesen formados por átomos o moléculas en movimiento caótico continuo, según propugnaban los adeptos de la Teoría Cinética. La comprobación directa de la realidad de los átomos y las moléculas, sólo pudo concretarse gracias al trabajo realizado por Einstein acerca del "movimiento browniano", publicado en 1905 y que ahora describiremos.

❖ **El movimiento browniano.** Este fenómeno, observado por vez primera por el botánico inglés Robert Brown, se llama así en homenaje a este científico. Brown observó que partículas pequeñas (granos de polen) en suspensión en el seno de un líquido, presentan, observadas al microscopio, un movimiento constante y por completo irregular, cambiando sucesivamente de dirección, como podemos ver en la Figura 12-15. Al principio, pensó que el movimiento se producía por tratarse de organismos vivos. Más tarde, tuvo que desechar esta idea, pues se pudo comprobar que el movimiento seguía, sin interrupción, durante varios meses, y además, que podía observarse el mismo fenómeno con partículas inorgánicas (y por tanto, sin vida) también en suspensión.

Pasaron muchos años sin que se encontrase una explicación adecuada del movimiento browniano. Un estudio completo y un análisis matemático de dicho fenómeno sólo vino a ser posible en el trabajo que ya mencionamos, y que Albert Einstein presentó a principios de nuestro siglo.

Einstein, quien creía firmemente que la materia en verdad estaba constituida por átomos y moléculas en constante movimiento, trataba de encontrar el fenómeno que evidenciara la existencia de esas partículas. Propuso entonces la siguiente explicación del movimiento browniano: cuando una partícula se encuentra en suspensión dentro de un líquido, recibe simultáneamente los impactos de un gran número de moléculas del propio líquido, las cuales por la Teoría Cinética, se encuentran en movimiento continuo y caótico. Eventualmente, la partícula puede recibir un mayor número de impactos de un lado que de otro, lo cual obviamente produce un desplazamiento de la partícula (visible al microscopio). Inmediatamente después cambia la dirección en que predominan los choques moleculares y entonces la partícula se desplaza en otra dirección (Fig. 12-16). Por tanto, de acuerdo con Einstein, el movimiento browniano es consecuencia directa del movimiento caótico de las moléculas del líquido.

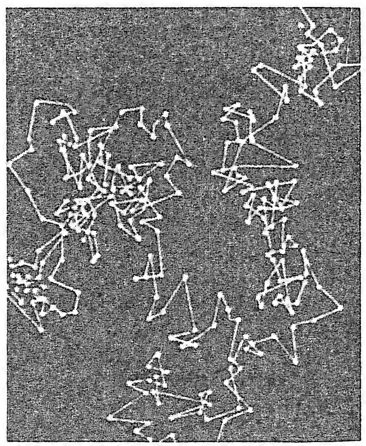


FIGURA 12-15 Movimiento browniano de una partícula en suspensión dentro de un líquido, observada a través del microscopio.

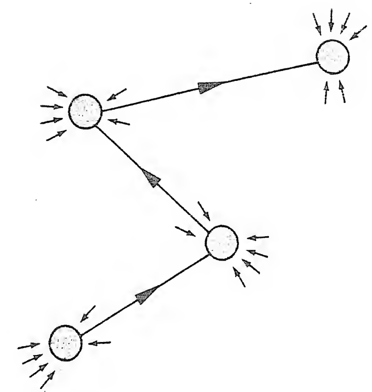


FIGURA 12-16 El movimiento browniano es producido por el impacto de un gran número de moléculas del propio líquido, contra la partícula en suspensión.

❖ **Confirmación experimental de las ideas de Einstein.** Llevando a cabo un cuidadoso análisis matemático del fenómeno, Einstein dedujo ecuaciones (un tanto complejas) mediante las cuales logró establecer varios supuestos, tales como: el desplazamiento de las partículas en movimiento browniano debe aumentar si se eleva la temperatura; debe ser mayor si la partícula es menor; y menor cuando la viscosidad del líquido sea mayor, etc. Al publicar su trabajo, Einstein solicitó a los físicos experimentales que comprobaran en sus laboratorios si sus consideraciones teóricas eran correctas.

El científico francés, Jean-Baptiste Perrin (1908), observando partículas en movimiento browniano y mediante experimentos muy refinados y mediciones muy precisas, logró comprobar exitosamente todas las hipótesis formuladas por Einstein. En su trabajo y empleando las ecuaciones que este último dedujo, Perrin pudo determinar el valor del número de Avogadro, como ya dijimos en la Sección 12.3.

La confirmación experimental de la teoría de Einstein acerca del movimiento browniano, que pone de manifiesto sin duda alguna la constitución atómica y molecular de la materia, tuvo una repercusión enorme en el medio científico de la época. A partir de ese momento todos los científicos, aun los más escépticos, se convencieron definitivamente de la realidad de los átomos y las moléculas.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

25. *a)* ¿Cuál es el significado de la palabra *átomo*?
b) ¿En dónde y cuándo surgió, por vez primera, la idea de que la materia estaba constituida por *átomos*?

26. ¿Cuál fue la propuesta de Robert Hooke acerca de los átomos, que permitió que fuera considerado el introductor de las primeras ideas de la teoría cinética de los gases?

27. Suponga que el volumen de un gas contenido en un recipiente se reduzca a la quinta parte. Recuerde las ideas de Bernoulli y conteste:
a) ¿Qué ocurre con el número de moléculas por unidad de volumen de ese gas?
b) ¿Qué alteración sufre el número de choques por segundo que las moléculas efectúan contra las paredes del recipiente?

c) ¿Cuántas veces mayor se vuelve la presión del gas?
d) Entonces, ¿conducen las ideas de Bernoulli a resultados concordantes con la ley de Boyle?

28. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre el modelo de un gas propuesto por Newton y el modelo de Hooke-Bernoulli?

29. La densidad del aire en condiciones normales de temperatura y presión (considere $p = 1.0 \times 10^5$ N/m^2 es $\rho = 1.3$ kg/m^3).
a) Use la ecuación citada en el texto, obtenida por el físico inglés Herapath, para calcular la velocidad media de las moléculas del aire.
b) ¿Cuál es el porcentaje de error cometido por ese físico en el valor que obtuvo para la velocidad media de las moléculas de aire?

30. a) Como dijimos, el trabajo de Herapath fue rechazado por la Academia de Ciencias de Londres. Consulte el texto y cite el nombre y la nacionalidad de cuatro notables científicos que se interesaron en las ideas de Harapath y colaboraron para establecer la estructura definitiva de la Teoría Cinética de los Gases.
b) Indique si la afirmación siguiente es falsa o verdadera: "A principios del siglo XX la idea de que la materia estaba constituida por átomos y moléculas ya era aceptada por toda la comunidad científica."

31. Conteste brevemente las siguientes preguntas:
a) ¿Qué es el movimiento browniano?
b) De acuerdo con las ideas de Einstein, ¿cuál es la causa del movimiento Browniano?
c) ¿Cuál es la importancia del estudio del movimiento browniano, para la teoría cinética de la materia?

32. a) ¿Cuáles son las tres conclusiones acerca del desplazamiento medio de una partícula en el movimiento browniano, a que llegó Einstein y que se citan en el texto?
b) ¿Cuál es el nombre y la nacionalidad del científico que comprobó experimentalmente que las conclusiones de Einstein eran verdaderas?
c) ¿Cuál es la constante física, relacionada también con la teoría molecular de la materia, cuyo valor fue obtenido por ese científico? ¿En qué año recibió el Premio Nobel de Física como reconocimiento por dichos trabajos? (Consulte la información correspondiente en la Sección 12.3.)

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. Diga con sus propias palabras el significado de cada una de las expresiones siguientes:
a) Estado de un gas
b) Transformación de un gas
c) Gas ideal
d) Gas real

2. a) ¿Qué es una transformación isotérmica?
b) Enuncie y exprese matemáticamente la ley de Boyle.
c) Trace un croquis que muestre el aspecto del gráfico $p \times V$ en el caso de una transformación isotérmica de un gas ideal.
d) Si la temperatura de una muestra gaseosa permanece constante, ¿qué tipo de relación existe entre su densidad ρ y su presión p?

3. a) ¿Qué es una transformación isobárica?
b) ¿Qué observó Gay-Lussac acerca del coeficiente de dilatación de los gases a presión constante?

4. Considere una muestra de gas ideal que sufre una transformación isobárica.
a) Trace un croquis que muestre el aspecto del diagrama $V \times t$ (volumen × temperatura Celsius) para esta muestra.
b) ¿En qué punto corta esta gráfica al eje de las temperaturas? ¿Cuál sería el valor del volumen del gas en este punto?
c) Muestre cómo sería el diagrama $V \times T$ (volumen × temperatura absoluta) para el gas dado.
d) ¿Cuál es la relación matemática entre el volumen V y la temperatura absoluta T de la muestra? ¿Y entre la densidad ρ y la temperatura T?

5. a) Enuncie la ley de Avogadro.
b) Describa el experimento que se analizó en el texto y el cual comprueba la ley de Avogadro
c) ¿Qué es el número de Avogadro? ¿Cuál es su valor?
d) ¿Qué relación hay entre la densidad ρ de un gas y su masa molecular M?

6. a) Escriba la ecuación de estado de un gas ideal; diga qué representa cada símbolo que aparece en ella.
b) Cómo se calcula el número de moles n, de una muestra gaseosa cuando se conocen su masa m y su masa molecular M.
c) ¿El valor de R varía de un gas a otro? ¿Varía según las unidades utilizadas?
d) Para cierta masa gaseosa, si escogemos arbitrariamente los valores de dos de las magnitudes p, V y T, no será posible elegir el valor de la tercera, pues está definido ¿Por qué?

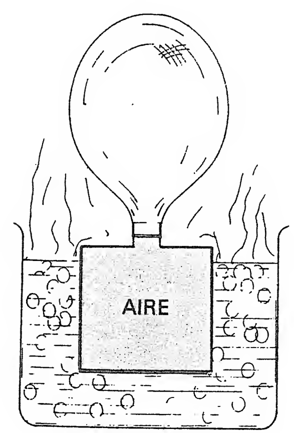
7. a) Explique con sus propias palabras lo que se entiende por "modelo cinético de un gas".
b) De acuerdo con el modelo cinético de un gas, ¿qué ecuación permite calcular la presión ejercida por él? Diga qué representa cada símbolo que aparece en esta ecuación.

8. a) ¿Qué ecuación relaciona la energía cinética media, $\bar{E}_c$, de las moléculas de un gas, con su temperatura absoluta T?
b) ¿Cómo se define la constante de Boltzmann, k, que aparece en la ecuación que se pidió en (a)?

TRES EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Cuando elevamos la temperatura de un gas, normalmente observamos que su volumen aumenta, y esto va acompañado de un incremento en su presión. Este fenómeno puede observarse fácilmente con el experimento siguiente.



Primer Experimento

1. Tome un recipiente (una lata o un frasco de plástico de casi 1 litro de capacidad). Adapte firmemente en el cuello del recipiente un globo de goma ligeramente inflado, como se indica en la figura de este experimento. Así se tiene cierta masa de aire que ocupa el volumen del recipiente y del globo.

2. Sumerja totalmente el frasco (o la lata) en un baño de agua muy caliente (con temperatura cercana a la de ebullición). Observe qué sucede al globo. ¿Qué ocurrió al volumen del aire cuando se le calentó? ¿Y a su presión?

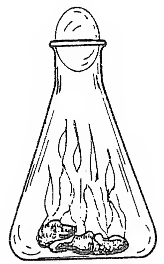
Observación: Si el experimento se lleva a cabo con una lata, podrá obtenerse un efecto mucho más notable, exponiendo el recipiente directamente al fuego.

3. Sumerja ahora el recipiente en un baño de agua muy fría (mezcla de agua y hielo). Observe nuevamente qué sucede al globo. Explique.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Trate de conseguir un recipiente (por ejemplo, una botella) cuyo cuello sea lo suficientemente amplio, pero que no deje pasar a través de él un huevo cocido y sin cáscara (*véase* figura de este experimento).

1. Retire el huevo del cuello y prenda fuego a algunos trozos de papel en el interior del recipiente. Como resultado del calentamiento producido por la



Segundo Experimento

combustión del papel, ¿qué sucederá a la cantidad de aire que se encuentra en su interior?

2. Terminada la combustión, adapte cuidadosamente el huevo al cuello de la vasija y deje que se enfríe. A medida que su temperatura disminuye, ¿qué sucede a la presión del aire que se halla en su interior?

3. Después de un cierto tiempo es posible que vea que el huevo es obligado a pasar por el cuello de la botella, cayendo a su interior. Explique por qué sucede esto.

TERCER EXPERIMENTO

Con este experimento se podrá comprobar la ley de Boyle; es decir, si la temperatura de determinada masa gaseosa permanece constante cuando varía la presión p ejercida sobre el gas, su volumen V también cambia, de modo que el producto pV permanece constante. Proceda de la siguiente manera:

1. Tome un tubo de vidrio de casi 50 cm de longitud y de diámetro muy pequeño. Introduzca en el tubo una columna de Hg de casi 20 cm, a fin de mantener en la parte inferior, cierto volumen de aire (*véase* figura de este experimento).

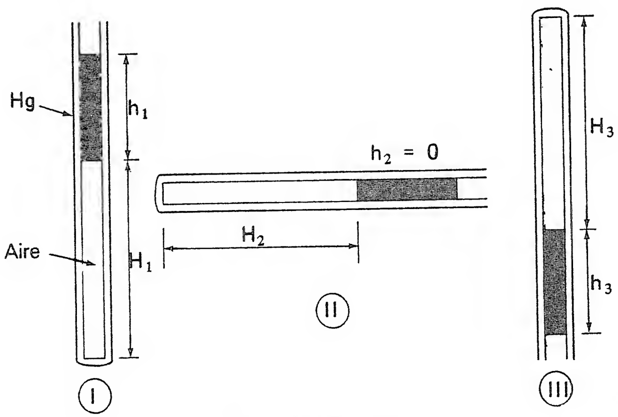
2. Con el tubo en la posición mostrada en I, mida y anote la altura h_1 de la columna de Hg, y la altura H_1 del volumen de aire. Observe que la presión p_1 que actúa sobre el aire confinado en el tubo en esta posición, es la suma de la presión atmosférica p_a y la presión ejercida por la columna de Hg de altura h_1. El volumen de aire, en esta posición, está dado por $V_1 = A \cdot H_1$, donde A es el área transversal de la columna de aire. Como el valor de A permanecerá constante durante el experimento, *no* es necesario medir su valor.

3. Coloque el tubo en la posición II (horizontal). Anote el valor de H_2 y observe que la presión que actúa sobre el aire en esta posición es $p_2 = p_a$, pues la columna de mercurio no está ejerciendo presión sobre dicho gas (lo cual equivale a decir que $h_2 = 0$).

4. Invierta cuidadosamente el tubo (posición III) y anote los valores de h_3 y H_3. En esta posición, la presión atmosférica está sosteniendo la columna de Hg y resistiendo la presión del aire confinado. Entonces, la presión p_3 ejercida sobre el aire es igual a la diferencia entre p_a y la presión ejercida por la columna h_3.

5. Averigüe cuál es el valor, en cmHg, de la presión atmosférica en su ciudad (si usted realizó el tercer experimento del Capítulo 8, ya debe conocer este dato). Con tal valor y los datos que ha obtenido, complete la tabla de este experimento.

6. La temperatura de aire dentro del tubo permaneció prácticamente constante (en equilibrio térmico con el ambiente) durante la prueba. Entonces, las transformaciones sufridas por la masa de aire son isotérmicas. Observe la última columna de la tabla. Los resultados obtenidos de esta manera, ¿confirman razonablemente la ley de Boyle?



Tercer Experimento

Posición	$V = A \cdot H$	h (cm)	p de gas (cmHg)	$p \cdot V$
I	$V_1 = A \cdot H_1 = A$	$h_1 =$	$p_1 = p_a + h_1 =$	$p_1 V_1 =$
II	$V_2 = A \cdot H_2 = A$	$h_2 =$	$p_2 = p_a =$	$p_2 V_2 =$
III	$V_3 = A \cdot H_3 = A$	$h_3 =$	$p_3 = p_a - h_3 =$	$p_3 V_3 =$

ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA

En la Sección 12.5 afirmamos, sin preocuparnos por la demostración, que la presión ejercida por un gas, según la teoría cinética, está dada por la expresión

$$p = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right) m\bar{v}^2$$

Realice una investigación bibliográfica para encontrar un texto que trate el tema y presente la deducción de esta expresión. Analice esa deducción, procure entenderla y transcriba todas las etapas y razonamientos en una cartulina; después, colóquela en el salón de clases. Si el profesor lo juzga conveniente, exponga la deducción ante el grupo y coméntela con sus compañeros.

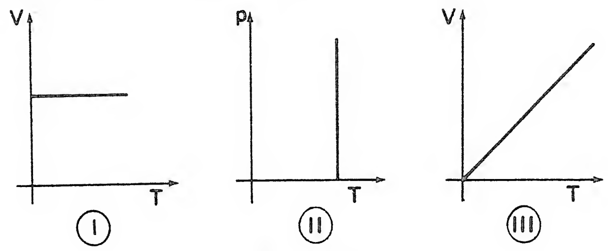
PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Una burbuja de aire, con 2.5 cm^3 de volumen, se forma en el fondo de un lago, a 30 m de profundidad, y sube hasta llegar a la superficie. La presión atmosférica en el lugar tiene un valor de 1.0 atm, y la temperatura del lago es la misma a cualquier profundidad.
   a) ¿Cómo clasificaría la transformación sufrida por la burbuja de aire al desplazarse del fondo a la superficie?
   b) ¿Cuál es el valor de la presión, en atmósferas, ejercida sobre la burbuja en el fondo del lago? (Recuerde que una columna de agua de 10 m de altura ejerce una presión aproximadamente igual a 1.0 atm.)
   c) Calcule el volumen de la burbuja cuando llega a la superficie.

2. Al comprimir en un cilindro un gas ideal, un estudiante sospechó que el émbolo no estaba bien ajustado y que permitía que el gas escapara. Realizando mediciones, halló que en un estado inicial (1), la presión del gas era p_1 = 70 cmHg, y su volumen, V_1 = 20 cm^3. Para otro estado (2), a la misma temperatura, obtuvo p_2 = 120 cmHg y V_2 = 10 cm^3. ¿Estos resultados llevaron al estudiante a confirmar sus sospechas? Explique.

3. Los gráficos de la figura de este problema se refieren a transformaciones de una masa gaseosa determinada. De las alternativas siguientes, ¿cuál es la que clasifica adecuadamente las tres transformaciones?
   a) I es isotérmica, II es isobárica y III es isométrica (o isovolumétrica).
   b) I es isométrica, II es isotérmica y III es isobárica.
   c) I es isobárica, II es isométrica y III es isotérmica.
   d) I es isotérmica, II es isométrica y III es isobárica.
   e) I es isobárica, II es isotérmica y III es isométrica.

4. Un gas ideal, con una presión p_A = 4.0 atm y un volumen V_A = 3.0 cm^3, sufre las siguientes transformaciones sucesivas:
   I. Se expande isotérmicamente hasta un volumen V_B = 12 cm^3.



Problema 3

II. Es comprimido, a presión constante, hasta que su volumen alcanza un valor de $V_c = 3.0$ cm^3.

III. Se calienta a volumen constante hasta volver al estado inicial.

Represente estas transformaciones en un diagrama $p \times V$.

5. La figura de este problema representa:

en I: un gas que es comprimido lentamente, a fin de mantenerlo constantemente en equilibrio térmico con el ambiente.

en II: Un gas calentado en un tubo obturado por una pequeña columna de Hg.

en III: un gas calentado en un recipiente no dilatable.

a) ¿Qué tipo de transformación se produce en cada caso?

b) Dadas las ecuaciones

$\frac{V}{T}$ = constante, $\frac{p}{T}$ = constante y

pV = constante

¿cuál se aplica a cada transformación representada en la figura?

6. Tres recipientes, *A*, *B* y *C*, de volúmenes iguales, contienen respectivamente los gases NO, NO_2 y N_2O_3, a igual presión y temperatura. Al descomponerlos, un estudiante recogió el oxígeno que se desprendió de cada recipiente y obtuvo resultados que confirman la ley de Avogadro. ¿Cuáles de las siguientes alternativas podrían corresponder a las masas de oxígeno recogidas, en *A*, *B* y *C*, respectivamente? (Valores en gramos).

a) 0.50; 1.0 y 1.5

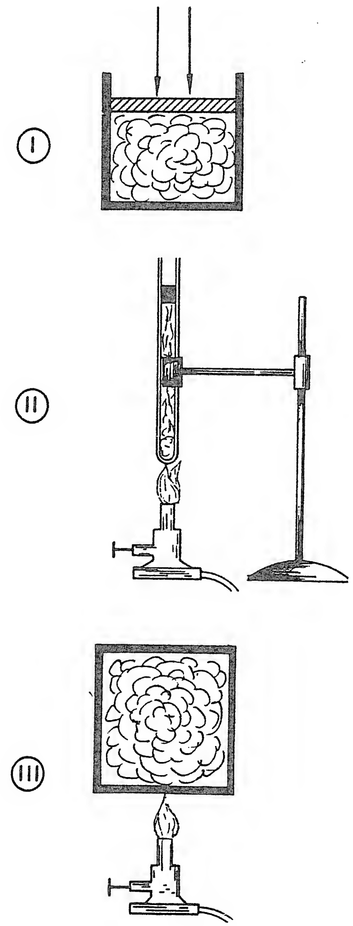
b) 1.0; 1.0 y 1.0

c) 3.0; 1.5 y 1.0

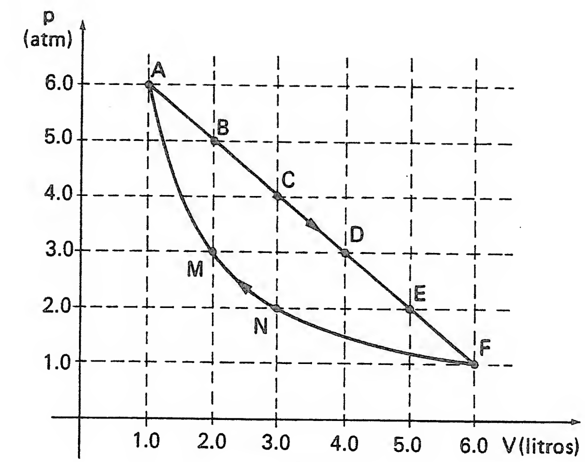
d) 3.0; 6.0 y 9.0

e) 2.0; 3.0 y 4.0

7. Un conductor calibra los neumáticos de su auto a una presión de 20 lb/plg^2, a una temperatura de 20°C. Después de efectuar un viaje, la temperatura de los neumáticos ascendió a 40°C. Suponiendo despreciable la dilatación de un neumático, responda:



Problema 5



Problema 9

a) ¿Qué tipo de transformación sufrió el aire contenido en un neumático?

b) ¿Qué presión hay en la cámara de aire del mismo al final del viaje?

8. Un recipiente, cuyo volumen es de 8.2 L, contiene 20 g de cierta sustancia gaseosa, a una temperatura de 47°C y una presión de 2.0 atm. ¿Cuál de las sustancias siguientes podrá ser la que contiene el recipiente?

a) H_2

b) CO_2

c) O_2

d) NH_3

e) N_2

9. Una determinada masa gaseosa cambia de un estado *A* a un estado *F* según la transformación *ABCDEF*, y regresa al estado *A* por la transformación *FNMA* (*véase* figura de este problema). Señale, entre las alternativas siguientes, las que son correctas:

a) La temperatura del gas en *C* es menor que en *A*.

b) Las temperaturas en *C* y *D* son iguales.

c) La temperatura del gas en *B* es mayor que en *M*.

d) La temperatura del gas en *N* es menor que en *M*.

e) La transformación *ABCDEF* es isotérmica.

f) La transformación *FNMA* es isotérmica.

10. Los resultados experimentales relacionados con el comportamiento de los gases, y que obtuvieron Boyle, Gay-Lussac y Charles, están implícitos en la ecuación de estado de un gas ideal. Para comprobar esta afirmación a partir de la ecuación $pV = nRT$, muestre que cuando una masa gaseosa determinada pasa de un estado (1) a otro estado (2):

a) Si T es constante, obtenemos $p_1V_1 = p_2V_2$ (ley de Boyle)

b) Si V es constante, entonces $p_1/T_1 = p_2/T_2$ (ley de Charles)

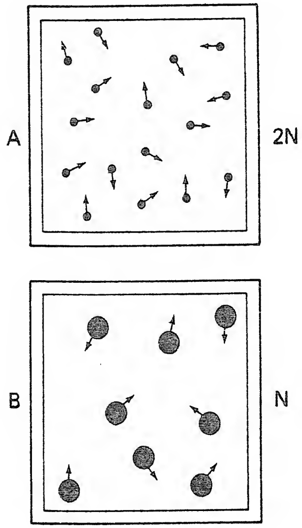
c) Si p es constante, se obtiene $V_1/T_1 = V_2/T_2$ (ley de Gay-Lussac)

11. Un recipiente, de volumen constante e igual a 1 litro, contiene 1 mol de un gas (6×10^{23} moléculas), a la presión de 1 atm. Suponga que conectando una bomba de alto vacío al recipiente y manteniendo constante la temperatura, se logra reducir la presión hasta 10^{-13} atm (presión correspondiente a los mejores vacíos obtenidos en los grandes laboratorios de investigación).

a) En estas condiciones, ¿cuál sería el número de moléculas que aún existen en el recipiente?

b) Este número de moléculas, ¿cuántas veces es mayor que la población del mundo (considérela igual a 5 mil millones de habitantes)?

12. Dos recipientes, de igual volumen, contienen $2N$ moléculas de un gas *A*, y N moléculas de un gas *B*, cuya masa molecular es mayor que la de *A* (*véase* figura de este problema). Sabiendo que *A* y *B* se encuentran a igual temperatura, analice las afirmaciones siguientes y señale las que son correctas:



Problema 12

a) La energía cinética media de las moléculas de A es igual a la energía cinética media de las moléculas de B.
b) La velocidad media de las moléculas de A es igual a la velocidad media de las moléculas de B.
c) La presión ejercida por el gas A es dos veces mayor que la presión ejercida por el gas B.
d) La energía cinética total de las moléculas de A es igual a la energía cinética total de las moléculas de B.

13. *a)* En el caso de un gas ideal, ¿cuál es la forma del diagrama $\bar{E}_c \times T$ (de la energía cinética media de las moléculas en función de la temperatura absoluta del gas)?
b) ¿Cuánto vale la pendiente de la gráfica?

14. El avión supersónico Concorde puede alcanzar casi 800 m/s de velocidad. Imagine que una molécula de H_2, cuya masa es de 3.4×10^{-27} kg, se desplaza con esta velocidad.
a) ¿Cuál sería la energía cinética de la molécula?
b) Suponga que la energía cinética media de las moléculas de una muestra de H_2 fuese igual al valor calculado en (a). ¿Cuál es, en grados Celsius, la temperatura de la muestra?
c) Si dicha muestra estuviera constituida por 1 mol de H_2, ¿cuál será la energía cinética total de sus moléculas?

15. El aire de la habitación donde usted se encuentra contiene, entre otros, los siguientes gases: O_2, CO_2, H_2O, N_2 y H_2. Suponga que la temperatura del aire es la misma en cualquier punto de la sala.
a) ¿Cuál de esos gases posee moléculas con mayor energía cinética media?
b) Coloque los gases en orden creciente de los valores de las velocidades medias de sus moléculas.

16. Un globo se pesa vacío y se obtiene un valor P.
a) Al pesar el globo lleno de aire a la presión de 1.0 atm, el valor obtenido será mayor, menor o igual que P. (Recuerde el empuje ascendente que el globo recibe del aire.)
b) Al pesar el globo lleno de aire a una presión de 1.5 atm, ¿el valor obtenido será mayor, menor o igual que P?

17. En un experimento con un gas ideal se halló que su presión p variaba en proporción directa a su volumen.
a) ¿Diría usted que la temperatura T del gas permaneció constante durante el experimento?
b) ¿Qué tipo de relación entre T y V se mantuvo en este experimento?

18. Muestre que la expresión $p = (1/3)\ (N/V)\ m\bar{v}^2$ se puede escribir en la forma siguiente: $p = (1/3)\ \rho\bar{v}^2$, donde ρ es la densidad del gas.

19. *a)* Si un cuerpo se lanzara hacia arriba con una velocidad de 11 km/s, se alejaría indefinidamente de la Tierra; es decir, escaparía de la atracción gravitacional terrestre (esta velocidad se denomina *velocidad de escape*). Con base en esta información, trate de explicar por qué los gases de pequeña masa molecular (hidrógeno, helio, etc.) son más raros en nuestra atmósfera.
b) Se sabe que el valor de la velocidad de escape en la Luna es mucho menor que en la Tierra. ¿Podría este hecho justificar la inexistencia de la atmósfera lunar?

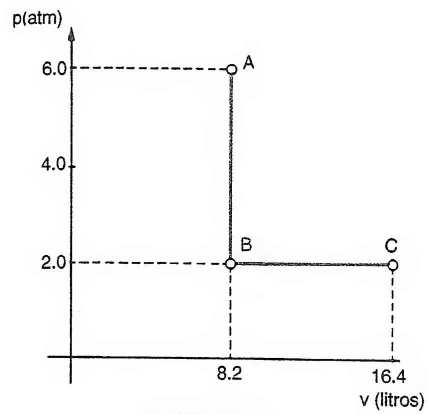
20. Un gas que se encuentra en equilibrio en el interior de un cilindro vertical, ocupa un volumen de 5.0 litros. El cilindro tiene un émbolo móvil, sin fricción, de masa $m = 6.0$ kg y de área $A = 20$ cm^2. Sobre el conjunto se coloca un nuevo émbolo, idéntico al primero, y una vez restablecido el equilibrio, el volumen ocupado por el gas pasa a ser de 4.0 litros. Sabiendo que la temperatura del gas permaneció constante durante el experimento, determine el valor local de la presión atmosférica (considere $g = 10$ m/s^2).

21. Suponga que un gas ideal ha sufrido una transformación isobárica en la cual su temperatura varía de 27 a 57°C. ¿Cuál sería el porcentaje de variación que el volumen del gas experimentaría?

22. Un recipiente contiene n moles de un gas ideal. Este gas sufre una transformación y se verifica que su presión se redujo a la mitad, su volumen se cuadruplicó y su temperatura absoluta se triplicó. ¿Cuál es la fracción del número de moles que escapó del recipiente durante esta transformación?

23. El valor de la relación pV/T:
a) Para un gas ideal dado, ¿depende de su masa?
b) ¿Varía cuando la temperatura de una masa dada de cierto gas ideal se altera?
c) ¿Tiene el mismo valor para una masa dada de gases ideales diferentes?

24. En la gráfica de este problema se representan transformaciones sufridas por 88 gramos de CO_2.

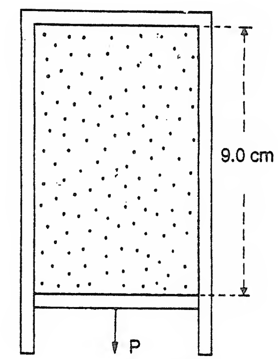


Problema 24

a) Clasifique las transformaciones AB y BC.
b) Determine la temperatura del gas en A.
c) La isoterma de este gas que pasa por el punto A, ¿en qué punto corta BC? Dibuje en la figura la forma aproximada de esta isoterma.
d) ¿Podría una isoterma dada de otro gas cualquiera pasar por los puntos A y C?

25. Dos gases ideales A y B se encuentran en recipientes separados en las siguientes condiciones:
Gas A: $V_A = 5.0$ litros; $p_A = 3.0$ atm y $t_A = 27$°C
Gas B: $V_B = 4.0$ litros; $p_B = 4.0$ atm y $t_B = 227$°C
Esos gases se mezclan en un mismo recipiente de volumen $V = 8.0$ litros, a una temperatura t = 127°C. ¿Cuál será la presión que esta mezcla ejercerá en las paredes del recipiente?
Observación: A partir de las ideas fundamentales de la teoría cinética es fácil llegar a la conclusión de que "la presión ejercida por una mezcla de gases, en un recipiente, es igual a la suma de las presiones que cada gas ejercería si ocupara aisladamente el recipiente". Dalton observó experimentalmente este resultado antes de que fuese establecida la teoría cinética, y por eso se acostumbra llamarlo *ley de Dalton*.

26. Un gas está contenido en un recipiente provisto de un pistón de peso $P = 200$ N y área de sección recta $A = 100$ cm^2. Inicialmente el sistema está en equilibrio en las condiciones mostradas en la figura de este problema. Si se invierte el cilindro de modo que el pistón comprima el gas, ¿cuál será la nueva altura que este gas ocupará dentro del cilindro? Suponga que la temperatura se mantuvo constante y que la presión atmosférica local vale 1.0×10^5 N/m^2.



Problema 26

27. Un globo esférico que contiene gas helio es soltado al nivel del mar, en un local donde la temperatura es de 27°C. El globo asciende, manteniéndose en equilibrio térmico con el aire atmosférico, hasta alcanzar una altitud en donde la presión atmosférica es 90% de la presión al nivel del mar y la temperatura del aire es de –3.0°C. ¿Cuál es la relación entre los radios del globo, al nivel del mar y en la altitud considerada? (Suponga que la presión en el interior del globo es igual a la presión atmosférica externa.)

28. Un gas ideal se encuentra en el interior de un cilindro metálico provisto de un émbolo y de un grifo,

a una presión inicial de 4.0 atm. Se abre el grifo y se desplaza el émbolo de manera que la mitad de la masa del gas escape lentamente. Puesto que se sabe que el gas que permanece en el cilindro pasa a ocupar un volumen igual a 2/3 del volumen inicial, determine el valor de su presión.

29. La densidad del aire es 1.3 gramo/litro, a presión atmosférica normal y a una temperatura de 27°C. En un compresor, en que el aire está sometido a una presión de 12 atm y la temperatura es de 87°C, ¿cuál será la densidad del aire?

30. Se quiere presentar una transformación isotérmica de un gas ideal en una gráfica $pV \times V$.

a) Muestre en un diagrama cómo sería la isoterma correspondiente a una transformación realizada a temperatura absoluta T.

b) En el mismo diagrama, dibuje la isoterma correspondiente a temperatura $2T$.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Cierta masa gaseosa es comprimida isotérmicamente hasta que su presión se vuelve 4 veces mayor que el valor inicial. Si la densidad inicial del gas era de 0.2 gramos/litro, su densidad final pasará a ser (en gramos/litro):

a) 0.8
b) 0.4
c) 0.2
d) 1.0
e) 2.0

2. Dentro de un tubo capilar de vidrio, cerrado en uno de sus extremos se coloca un poco de mercurio, como muestra la figura correspondiente. Se sabe que la presión atmosférica vale 75 cmHg. Al invertir el tubo (Fig. 2), la longitud de la columna de aire pasa a ser de (suponga t = constante):

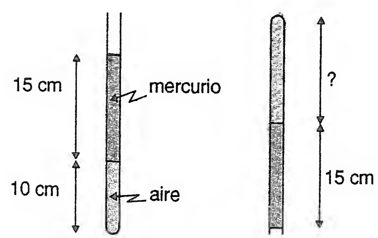
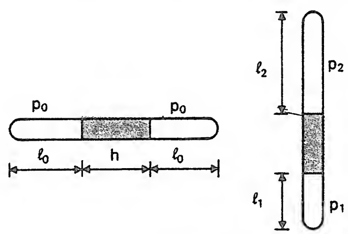


Fig. 1 Fig. 2

Pregunta 2

a) 5 cm
b) 10 cm
c) 15 cm
d) 20 cm
e) 25 cm

3. Un tubo capilar está cerrado en ambos extremos. Contiene aire seco en los extremos, que se encuentran separadas por una columna de mercurio de longitud h. Cuando el tubo está en la horizontal, las dos columnas de aire tienen la misma longitud ℓ_0. Cuando el tubo está en la vertical, las columnas de aire tiene longitudes ℓ_1 y ℓ_2. Las presiones en las columnas de aire son p_0, p_1 y p_2, como se indica en la figura (d es la densidad del mercurio). Suponga que la temperatura permanezca igual en las dos situaciones. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son *correctas*?



Pregunta 3

I. $p_2 = p_1 - dgh$
II. $p_1 \ell_1 = p_0 \ell_0$
III. $p_1 \ell_1 = p_2 \ell_2$

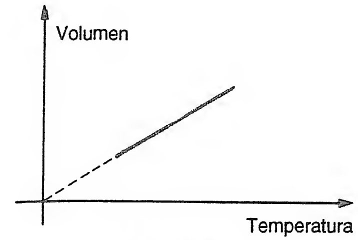
4. Indique a qué temperatura tenemos que elevar 400 mL de un gas a 15°C para que su volumen alcance 500 mL (suponga constante la presión del gas):

a) 25°C
b) 49°C
c) 69°C
d) 87°C
e) 110°C

5. Para una transformación isobárica, si representamos la presión en ordenadas y la temperatura en abscisas, obtenemos:

a) Parábola que tiende asintóticamente a los ejes
b) Recta oblicua en relación con los ejes
c) Recta paralela al eje de las ordenadas
d) Recta paralela al eje de las abscisas
e) Ninguna afirmación de éstas es correcta.

6. La gráfica abajo proporciona el volumen de cierta masa de gas ideal, en función de la temperatura, bajo presión constante. Después de observar la gráfica se puede concluir que:

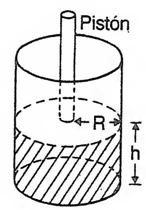


Pregunta 6

a) La temperatura sólo puede estar en la escala Celsius.
b) La temperatura sólo puede estar en la escala Kelvin.
c) La temperatura sólo puede estar en la escala Fahrenheit.
d) Cualquiera que fuera la escala termométrica escogida, la gráfica sería la misma.
e) La gráfica no podría tener la forma presentada, cualquiera que fuese la escala que se utilizara.

7. Un cilindro, de radio interior R, contiene aire y está provisto de un pistón de masa m que puede deslizarse libremente. El sistema está inicialmente en equilibrio a temperatura de 300 K y la altura h vale 9.0×10^{-2} m. Si se calentara el aire hasta alcanzar un nuevo estado de equilibrio a una temperatura de 400 K, el nuevo valor de h será:

a) 39.5×10^{-2} m
b) 12.0×10^{-2} m
c) 7.0×10^{-2} m
d) 4.0×10^{-2} m
e) 1.58×10^{-2} m

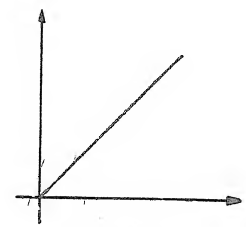


Pregunta 7

8. La gráfica abajo puede estar representando:

I. $p \times T$ para un gas a V constante.
II. $V \times T$ para un gas a p constante
III. $p \times V$ para un gas a T constante.

a) Sólo I es correcta
b) Sólo II es correcta
c) Sólo III es correcta
d) Sólo II y III son correctas
e) Sólo I y II son correctas.



Pregunta 8

9. Si una persona le dice que puso 64 g de O_2 en un recipiente, usted entenderá que en ese recipiente tenemos:

a) 1 mol de O_2
b) 2.0 moles de O_2
c) 2 moléculas de O_2
d) 6×10^{23} moléculas de O_2
e) 0.5 mol de O_2

10. En la pregunta anterior, suponiendo que el volumen del recipiente sea V = 10 litros, que la temperatura del gas sea T = 300 K y considerando R = 0.08 atm · ℓ/mol · K, concluimos que la presión ejercida por el O_2 es:

a) 0.08 atm
b) 8 atm
c) 10 atm
d) 4.8 atm
e) 300 atm

11. Disponemos de 22.4 litros de oxígeno que se encuentran a una presión de 2.0×10^5 N/m² (R = 8.3 unidades MKS). Podemos afirmar que:

a) Su temperatura es 273° K.
b) Su temperatura es 546° K.
c) Su temperatura es (5.4×10^5)° K.
d) Su temperatura es (2.7×10^5)° K.
e) No tenemos datos suficientes para calcular su temperatura.

12. Un gas se calienta a volumen constante. La presión ejercida por el gas sobre las paredes del recipiente aumenta porque:

a) La masa de las moléculas aumenta.

b) La pérdida de energía cinética de las moléculas, en las colisiones contra la pared, aumenta.
c) El tiempo de contacto de las moléculas con las paredes aumenta.
d) Las moléculas chocan con mayor frecuencia y ejercen mayor fuerza sobre las paredes.
e) La distancia media entre las moléculas aumenta.

13. Considere dos recipientes, uno que contiene oxígeno y otro que contiene hidrógeno, ambos a la misma temperatura. Sean E_{cO} y E_{cH} las energías cinéticas medias de las moléculas de oxígeno y de hidrógeno y v_O y v_H las velocidades medias de esas moléculas. Es correcto afirmar que:
a) $E_{cO} = E_{cH}$ y $v_O < v_H$
b) $E_{cO} = E_{cH}$ y $v_O = v_H$
c) $E_{cO} < E_{cH}$ y $v_O = v_H$
d) $E_{cO} < E_{cH}$ y $v_O < v_H$
e) $E_{cO} > E_{cH}$ y $v_O = v_H$

14. Mediante la teoría cinética de los gases se llega a la conclusión de que la velocidad media de las moléculas de un gas ideal está dada por la fórmula:

$$v = \sqrt{\frac{3\,RT}{M}},$$

en donde R es la constante de los gases, T es la temperatura absoluta y M es la masa de un mol de gas. Considere esta ecuación, analice las siguientes afirmaciones y señale las que son *correctas*:
I. Las velocidades medias de las moléculas de gases diferentes, a una misma temperatura, son iguales.
II. Si la presión de un gas contenido en un cilindro se aumentara por la reducción de su volumen, la velocidad media de las moléculas no se alteraría, cualquiera que fuese la manera por la cual se haya efectuado la compresión.
III. La atmósfera terrestre es poco rica en hidrógeno porque debido a su pequeña masa atómica, sus moléculas alcanzan fácilmente velocidades muy altas y logran escapar de la atracción gravitacional.

15. Siendo p la presión de un gas ideal y V su volumen, la energía cinética total de las moléculas de este gas está dada por:
a) pV *d)* $(3/2)pV$
b) pV^2 *e)* $(1/3)pV$
c) $3pV$

La siguiente información se refiere a las preguntas **16, 17** y **18.** Dos balones esféricos M y N, de paredes conductoras, tienen el mismo volumen y contienen el mismo gas ideal; la masa del gas en N es el doble de la masa de gas en M. Ambos están en una misma región, en equilibrio térmico como el aire que los envuelve.

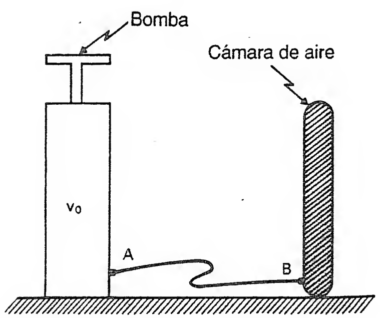
16. Siendo T_M y T_N, respectivamente, las temperaturas Kelvin de los gases de los balones M y N, y T la temperatura Kelvin del aire, la afirmación *correcta* es:
a) $T_M = 2T_N$ *d)* $T_M = T_N = T$
b) $T_M = T$ y $T_N = 2T$ *e)* $T_M = T_N/2$
c) $T_M = T$ y $T_N = T/2$

17. Siendo P_M y P_N, respectivamente, las presiones de los gases de los balones M y N, y P la presión del aire, la afirmación *correcta* es:
a) $P_M = 2P_N$ *d)* $P_M = P_N = P$
b) $P_M = P$ y $P_N < P$ *e)* $P_M = P_N/2$
c) $P_N = P$ y $P_M > P$

18. Siendo U_M la energía cinética total de las moléculas de M y U_N la de las moléculas de gas N, la afirmación *correcta* es:
a) $U_M = U_N$ *d)* $U_M = U_N/2$
b) $U_M = \sqrt{2}\,U_N$ *e)* $U_M = 2U_N$
c) $U_N = \sqrt{2}\,U_M$

19. A temperatura de 0°C y presión de 76 cm de mercurio, tenemos 2.7×10^{19} moléculas/cm^3 de los gases que constituyen el aire atmosférico. Se logran vacíos del orden de 10^{-14} cmHg. El número de moléculas por cm^3, en ese "vacío", a 0°C, será del orden (potencia de 10):
a) 10^3 *d)* 10^4
b) 10^5 *e)* Un valor diferente de los anteriores.
c) 10

20. En la figura se ilustra una bomba para bicicleta, con la que se pretende inflar una cámara de aire de volumen V. A y B son válvulas que impiden el paso del aire en sentido inverso. La operación se realiza isotérmicamente y el volumen de la bomba descomprimida (a presión atmosférica P_0) es V_0. Inicialmente la cámara está vacía. Después de N compresiones de la bomba, la presión en la cámara será:



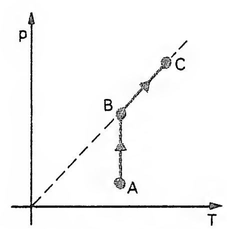
Pregunta 20

a) $P_0\left(1 + N\dfrac{V}{V_0}\right)$ *b)* NP_0
c) $\dfrac{NP_0 V}{V_0}$ *d)* $\dfrac{NP_0 V_0}{V}$
e) $\dfrac{NP_0 (V + V_0)}{V_0}$

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Un recipiente de 30 litros contiene nitrógeno en estado gaseoso (diatómico), a temperatura ambiente de 20°C y a presión de 3.0 atm. Se abre momentáneamente la válvula del recipiente y cierta cantidad de gas escapa hacia el medio ambiente, lo que hace que la presión del gas en el recipiente sea 2.4 atm. Determine, en gramos, la masa del nitrógeno que escapó.

2. Determinada masa de un gas ideal sufre las transformaciones AB y BC que se muestran en la figura de este problema. Represente esas transformaciones:



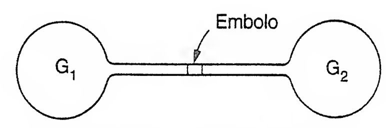
Problema Complementario 2

a) En un diagrama $P \times V$
b) En un diagrama $V \times T$.

3. Dos balones esféricos de radios R_1 y $R_2 = 4R_1$ contienen masas iguales de oxígeno e hidrógeno, respectivamente, y están en la misma temperatura. ¿Cuál es la razón entre la presiones ejercidas por estos gases en las paredes de los balones?

4. Un gas ideal, contenido en un recipiente, experimenta una elevación de temperatura de 300 K para 1 200 K. Suponga que la velocidad media de las moléculas de ese gas haya pasado de un valor $\bar{v}_1$ hacia $\bar{v}_2$. ¿Cuál es el valor de la relación $\bar{v}_2/\bar{v}_1$?

5. Dos gases ideales, G_1 y G_2, están contenidos en recipientes rígidos, unidos por un tubo largo, de sección recta igual a 3.0 cm^2 (*véase* figura de este problema). Los gases, que inicialmente tienen volúmenes iguales a 1 000 cm^3 y temperaturas iguales a 27°C, son separados por un émbolo que puede moverse sin fricción. Suponga que la temperatura de G_1 aumente 20°C y la de G_2 disminuya, también, 20°. Si sabemos que durante esa transformación el émbolo permanece en el tubo largo, determine el desplazamiento que sufre.



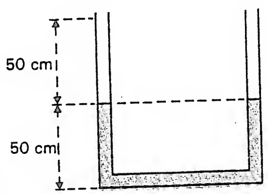
Problema Complementario 5

6. Un recipiente de volumen igual a 8.0 m^3, contiene un gas ideal a temperatura de 300 K y a presión de 2.0×10^4 N/m^2.
a) ¿Cuál es el número total de moléculas del gas en el recipiente?
b) ¿Cuál es la energía cinética total de las moléculas de este gas?
c) Suponga que una energía cinética igual a la calculada en (b) se comunicara a un cuerpo de masa m = 1.0 kg, lanzado verticalmente hacia arriba. Despreciando la resistencia del aire, calcule la altura que alcanzaría el cuerpo (g = 10 m/s^2).

7. En un barómetro de Torricelli, la altura de la columna de Hg es igual a 74.0 cm. Supóngase que haya un poco de aire en el espacio que queda arriba del Hg, cuya altura es igual a 6.0 cm. El extremo inferior del tubo barométrico es sumergido un poco más en el recipiente, y se verifica que la altura de la columna de Hg pasa a ser de 73.0 cm y la altura del espacio arriba de esta columna pasa a ser de 4.0 cm. Determine el valor de la presión atmosférica local (suponga la temperatura constante).

8. Cierta masa de un gas ideal está encerrada en un frasco abierto, a 7.0°C de temperatura. ¿A qué temperatura debe calentarse este gas para que 1/5 de la masa gaseosa escape del frasco?

9. El tubo en U como el que se muestra en la figura de este problema contiene Hg y posee una sección recta uniforme cuya área es igual a 1.0 cm^2. Se cierra el extremo izquierdo del tubo y se conecta una bomba de alto vacío en el extremo derecho. Suponga la temperatura constante y considere que la presión atmosférica local es de 75 cm de Hg.



Problema Complementario 9

a) Determine cuánto desciende el nivel de Hg en el lado izquierdo.

b) ¿Qué alteración habría en la respuesta de la pregunta anterior si el área de la sección recta del tubo fuera de 2.0 cm^2?

10. Utilice el valor del número de Avogadro para determinar el número de moléculas en 1 cm^3 de un gas ideal, en las condiciones normales de temperatura y presión (t = 0°C y p = 1 atm). Ese número se conoce como *número de Loschmidt.*

11. Un tubo cilíndrico de vidrio, de 120 cm de longitud, cerrado en uno de sus extremos, se coloca verticalmente. Se pone mercurio en él hasta una altura de 90 cm, se tapa el extremo abierto, se invierte el tubo y en seguida se introduce este extremo en un recipiente que contiene, también, mercurio, de modo que quede 15 cm abajo de la superficie del líquido en el recipiente. Sabiendo que la presión atmosférica local es de 75 cm de Hg, calcule la altura que el aire ocupará en el tubo, después de que se destapa el extremo sumergido. Suponga que la temperatura se ha mantenido constante.

12. Dos recipientes, H y N, del mismo volumen, están a la misma temperatura y ambos contienen respectivamente, 1.0 kg de gas H_2 y 1.0 kg de gas N_2.

a) ¿Cuál recipiente contiene mayor número de moléculas? ¿Cuántas veces más?

b) ¿En cuál recipiente es mayor la presión? ¿Cuántas veces mayor?

c) ¿En cuál recipiente la velocidad media de las moléculas es mayor? ¿Cuántas veces mayor?

13. Un recipiente, de volumen igual a 2.0 L, está provisto de una válvula y contiene oxígeno a 300 K a presión atmosférica. El conjunto se calienta a 400 K, con una válvula abierta para la atmósfera. En seguida la válvula se cierra y el recipiente se enfría hasta su temperatura original. Calcule el valor de la presión final del oxígeno en el recipiente.

14. Un recipiente cilíndrico vertical tiene 100 cm de altura. Su extremo superior está cerrado con un pistón, de peso despreciable, bien adaptado al cilindro y puede deslizarse sin fricción. La presión del aire en el cilindro es de 1.0 atm. Se vierte mercurio lentamente sobre el pistón, de modo que se comprima isotérmicamente el aire. Determine la máxima distancia que el pistón puede descender antes de que el mercurio comience a derramarse por la orilla superior del cilindro.

15. La masa de la molécula de H_2 es 3.3 × 10^{-27}kg. Suponga que un recipiente contiene H_2 y que 1.0 × 10^{23} de esas moléculas chocan perpendicularmente, cada 1.0 s, contra una pared de área igual a 30 cm^2. Suponiendo que la media de las velocidades de las moléculas es de 1.0 × 10^3 m/s, calcule:

a) El impulso ejercido por las moléculas durante 1.0 s, contra la pared.

b) La presión que el gas ejerce sobre la pared.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a)* presión p, volumen V, masa m y temperatura T
b) cambian por lo menos dos de las cantidades p, V, m y T

2. *a)* los que existen en la naturaleza
b) gas cuyo comportamiento obedecería rigurosamente las leyes que se estudian en este capítulo
c) a presiones bajas y temperaturas altas

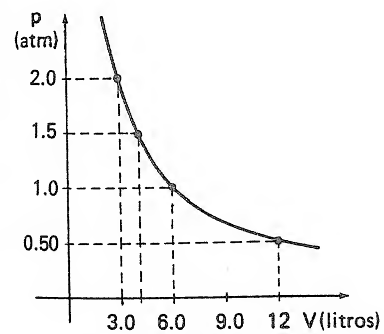
3. *a)* m y T
b) p y V

4. *véase* tabla siguiente

Estado	p (atm)	V (litros)	pV (atm · litro)
I	0.50	12	6.0
II	1.0	6.0	6.0
III	1.5	4.0	6.0
IV	2.0	3.0	6.0

Respuesta del Ejercicio 4

5. *a)* *véase* figura
b) isoterma de un gas ideal



Respuesta del Ejercicio 5

6. 4.0 g/L; 6.0 g/L; 8.0 g/L

7. *a)* p y m
b) V y T

8. *a)* el de aluminio
b) ambos tendrán el mismo volumen final

9. *véase* tabla abajo

Estado	t (°C)	T (K)	V (cm^3)
I	–73	200	150
II	127	400	300
III	327	600	450
IV	527	800	600

Respuesta del Ejercicio 9

10. *a)* recta que no pasa por el origen
b) recta que pasa por el origen
c) sí, pues $V \propto T$

11. 3.0 g/L, 2.0 g/L, 1.5 g/L

12. *a)* 1.0 × 10^{24} en cada uno
b) en A: 1.0 × 10^{24}; en B: 2.0 × 10^{24}; en C: 3.0 × 10^{24}
c) en A: 1.7 g; en B: 3.4 g; en C: 5.1 g

13. *a)* 360 g
b) 1.2 × 10^{25}
c) 3 × 10^{-23} g

14. *a)* NH_3, H_2O y HCl
b) $\rho \propto M$
c) NH_3, H_2O y HCl

15. *a)* 26 atm · litro
b) 13 litros

16. *a)* 15 moles
b) R = 8.31 J/mol · K
c) 241 K
d) –32°C

17. no, pues $pV \neq nRT$

18. *a)* $p_2V_2/T_2 = p_1V_1/T_1$
b) 6.0 litros

19. *a)* n y V permanecen constantes; p y T cambian
b) nR/V

20. 1. un gas está constituido por partículas pequeñas (moléculas y átomos)
2. el número de moléculas es muy grande
3. la distancia entre las moléculas es mucho mayor que el tamaño de una de ellas
4. las moléculas se mueven constantemente en todas direcciones

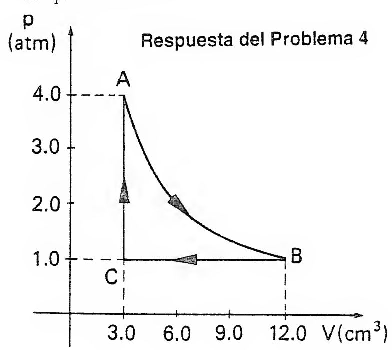
21. debido a los choques de las moléculas sobre las paredes del recipiente

22. *a)* 2.4 atm
b) 1.2 atm
c) 2.4 atm

23. *a*) 2.07×10^{-20} J
b) por dos
c) cero absoluto
24. *a*) igual
b) menor
25. *a*) indivisible
b) en Grecia, en el siglo v a.C.
26. los átomos de los gases están en constante movimiento
27. *a*) aumenta 5 veces *c*) aumenta 5 veces
b) aumenta 5 veces *d*) sí
28. Newton suponía las moléculas en reposo
29. *a*) 480 m/s *b*) cerca de 37%
30. *a*) Joule y Maxwell (ingleses), Clausius (alemán) y Boltzmann (austriaco)
b) falsa
31. *a*) movimiento caótico de pequeñas partículas, en suspensión en el interior de un fluido
b) choques de las moléculas del fluido contra una partícula en suspensión
c) fue determinante para la aceptación de la existencia de átomos y moléculas
32. *a*) el desplazamiento aumenta con la temperatura: es tanto mayor cuanto menor sea la partícula; es tanto menor cuanto mayor sea la viscosidad del fluido
b) Jean Perrin (francés)
c) el número de Avogadro; 1926

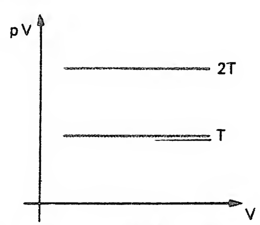
Preguntas y problemas

1. *a*) isotérmica
b) 4.0 atm
c) 10 cm^3
2. sí, pues $p_1V_1 \neq p_2V_2$
3. (b)
4. *véase* figura
5. *a*) I es isotérmica; II es isobárica; III es isométrica
b) I: pV = constante; II: V/T = constante;
III: p/T = constante



Respuesta del Problema 4

6. (a), (d)
7. *a*) isométrica *b*) 21.4 lb/plg²
8. (c)
9. (b), (c), (f)
11. *a*) 6×10^{10} moléculas
b) 12 veces mayor
12. (a), (c)
13. *a*) recta que pasa por el origen
b) $(3/2)k$
14. *a*) 1.09×10^{-21} J
b) −220°C
c) 656 J
15. *a*) la $\overline{E}_c$ es la misma para todos ellos
b) CO_2, O_2, N_2, H_2O y H_2
16. *a*) igual a P
b) mayor que P
17. *a*) no
b) $T \propto V^2$
19. *a*) como las moléculas de los gases de menor masa molecular poseen mayor velocidad media, la probabilidad de que escapen a la acción gravitacional de la Tierra, es mayor
b) sí, pues los gases cuyas moléculas tienen menor velocidad (mayor masa molecular) pueden escapar de la atracción gravitacional de la Luna
20. 9.0×10^4 N/m²
21. 10%
22. $n/3$
23. *a*) sí
b) no
c) no
24. *a*) AB es isométrica; BC es isobárica
b) 300 K
c) en un punto M, tal que p_M = 2.0 atm y V_M = 24.6 litros
d) no
25. 4.1 atm
26. 6.0 cm
27. los radios son iguales
28. 3.0 atm
29. 13 gramos/litro
30. *véase* figura



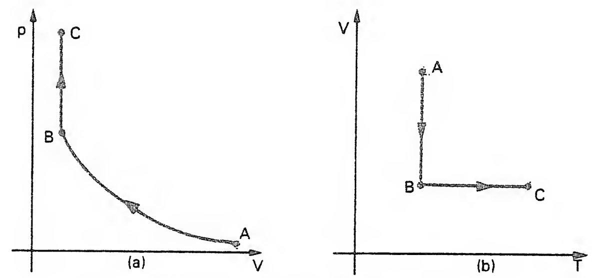
Respuesta del Problema 30

Cuestionario

1. a
2. c
3. todas están correctas
4. d
5. d
6. b
7. b
8. e
9. b
10. d
11. e
12. d
13. a
14. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
15. d
16. d
17. e
18. d
19. a
20. d

Problemas complementarios

1. 22 g
2. *véase* figura
3. $(p_O/p_H) = 8$
4. $(\overline{v}_2/\overline{v}_1) = 2$
5. 22.2 cm
6. *a*) 3.85×10^{25} moléculas
b) 2.4×10^5 J
c) 2.4×10^4 m (= ¡24 km!)
7. 76 cm de Hg
8. 77°C
9. *a*) 25 cm
b) el resultado encontrado en (a) no depende del área de la sección recta del tubo
10. 2.68×10^{19} moléculas/cm³
11. 64.8 cm
12. *a*) recipiente H; 14 veces
b) recipiente H; 14 veces
c) recipiente H; 3.7 veces
13. 0.74 atm
14. 24 cm
15. *a*) 0.66 N · s
b) 2.2×10^2 N/m²



Respuesta Problema Complementario 2

unidad VI

calor

capítulo 13

primera ley de la termodinámica

Ruedas de una locomotora en movimiento. La máquina de vapor es un dispositivo que permite transformar, en escala industrial, el calor en trabajo mecánico.

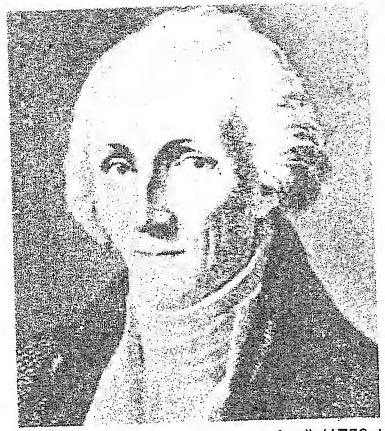
13.1 El calor como energía

❖ **Teoría del "calórico".** Cuando analizamos el concepto de equilibrio térmico, vimos que si dos cuerpos con diferente temperatura se ponen en contacto, alcanzan, luego de cierto tiempo, una misma temperatura. A principios del siglo pasado, los científicos explicaban este hecho suponiendo que todos los cuerpos contenían en su interior una sustancia fluida, invisible y de masa nula, llamada calórico. Cuanto mayor fuese la temperatura de un cuerpo, tanto mayor sería la cantidad de calórico en su interior. De acuerdo con este modelo, cuando dos cuerpos con distintas temperaturas se ponen en contacto, se produce una transmisión de calor del cuerpo más caliente al más frío, ocasionando una disminución en la temperatura del primero y un incremento en la del segundo. Una vez que ambos cuerpos hubiesen alcanzado la misma temperatura, el flujo de calórico se interrumpiría y permanecerían, a partir de ese momento, en equilibrio térmico.

A pesar de que esta teoría explicaba satisfactoriamente un gran número de fenómenos, algunos físicos se mostraban insatisfechos en relación con ciertos aspectos fundamentales del concepto del calórico, y trataron de sustituirla por otra, más adecuada, en la cual el calor se considera como una forma de energía.

❖ **Calor es energía.** La idea de que el calor es energía fue presentada por Benjamín Thompson (conde Rumford), un ingeniero militar que en 1798 trabajaba en la fabricación de tubos de cañón. Al observar el calentamiento de las piezas de acero que eran perforadas, pensó atribuir este calentamiento al *trabajo* realizado contra la fricción durante el barrenado. En otras palabras, consideró que la *energía* empleada en la realización de dicho trabajo era transmitida a las piezas, produciendo un incremento en su temperatura. Por tanto, la vieja idea de que un cuerpo más caliente posee mayor cantidad de "calórico", empezaba a ser sustituida por la de que tal cuerpo en realidad posee mayor cantidad de *energía* en su interior.

La divulgación de estas ideas dio lugar a muchas discusiones entre los científicos del siglo pasado. Algunos efectuaron experimentos



Benjamín Thompson (Conde Rumford) (1753-1814). Ingeniero estadunidense que siendo leal a la corona británica, durante la guerra de Independencia de Estados Unidos, salió exiliado a Inglaterra, donde trabajó como alto funcionario del gobierno. Luego de ser nombrado caballero por el rey Jorge III, recibió un permiso para trabajar en una fábrica de armas en Munich. En esa época inició estudios que lo llevaron a cuestionar la teoría del calórico, estableciendo las bases de la moderna teoría del calor como una forma de energía.

que confirmaron las suposiciones de Rumford. Entre estos científicos debemos destacar a James P. *Joule* (1818-1889), cuyos famosos experimentos acabaron por establecer, definitivamente, que el calor es una forma de energía.

Actualmente, se considera que cuando crece la temperatura de un cuerpo, la energía que posee en su interior, denominada *energía interna*, también aumenta. Si este cuerpo se pone en contacto con otro de más baja temperatura, habrá una transmisión o transferencia de energía del primero al segundo, energía que se denomina *calor*. Por tanto, el concepto moderno del calor es el siguiente:

> calor es la energía que se transmite de un cuerpo a otro, en virtud únicamente de una diferencia de temperatura entre ellos

❖ **Comentarios.** 1) Debemos observar que el término *calor* sólo debe emplearse para designar la energía en *transición*, es decir, la que se transfiere de un cuerpo a otro debido a una diferencia de temperatura. La transferencia de

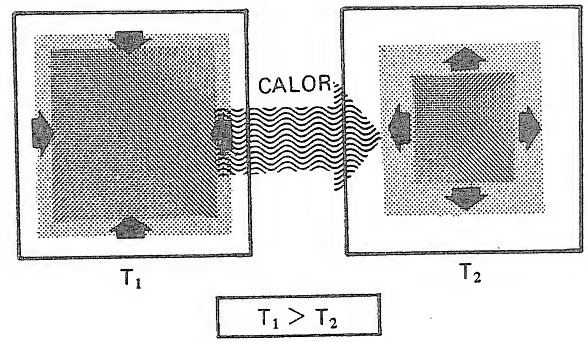


FIGURA 13-1 El calor es la energía que se transmite de un cuerpo a otro en virtud de una diferencia de temperatura entre ellos.

calor hacia un cuerpo origina un aumento en la energía de agitación de sus moléculas y átomos, o sea, que ocasiona un aumento en la *energía interna* del cuerpo, lo cual, generalmente, produce una elevación de su temperatura. Por tanto, no se puede decir que "un cuerpo tiene calor" o que "la temperatura es una medida del calor en un cuerpo". En realidad, lo que un sistema material posee es *energía interna*, y cuanto mayor sea su temperatura, tanto mayor será también dicha energía interna. Naturalmente, si un cuerpo se encuentra a mayor temperatura que otro, puede transmitir parte de su energía interna a este último. Esta energía transferida es el calor que pasa de un cuerpo a otro (Fig. 13-1).

2) Es importante observar, incluso, que la energía interna de un cuerpo puede aumentar sin que el cuerpo reciba calor, siempre que reciba alguna otra forma de energía. Cuando, por ejemplo, agitamos una botella con agua, su temperatura se eleva, a pesar de que el agua no haya recibido calor. El aumento de energía interna en este caso, se produjo debido a la energía mecánica transferida al agua cuando se efectúa el trabajo de agitar la botella.

❖ **Unidades de calor.** Una vez establecido que el calor es una forma de energía, es obvio que una cierta cantidad de calor debe medirse en unidades energéticas. Entonces, en el SI, medimos el calor en *joules*.

Pero en la práctica actual se emplea aún otra unidad de calor, muy antigua (de la época del calórico), la cual recibe el nombre de *caloría* (cal). Por definición, 1 cal es la cantidad de calor que debe transmitirse a 1 g de agua para que su temperatura se eleve en 1°C (Fig. 13-2).

En sus experimentos ya mencionados, Joule estableció la relación entre estas dos unidades, y obtuvo

$$\boxed{1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}}$$

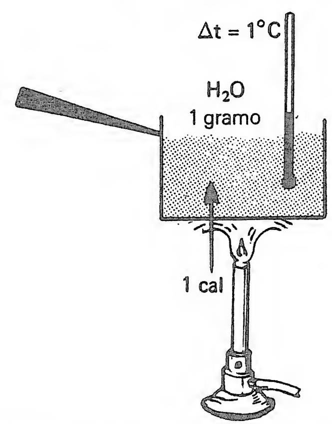


FIGURA 13-2 Una *caloría* es la cantidad de calor que se necesita para elevar en 1°C la temperatura de 1 g de agua.

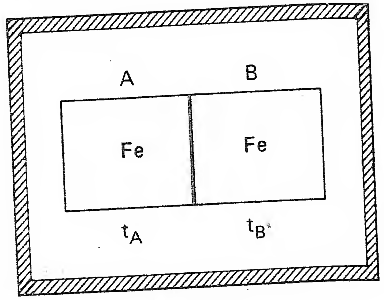
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Dos bloques idénticos A y B, de fierro ambos, se colocan en contacto y libres de influencias externas, como muestra la figura de este ejercicio. Las temperaturas iniciales de los bloques son t_A = 200°C y t_B = 50°C.
   a) Después de cierto tiempo, ¿qué sucede a la temperatura t_A? ¿Y a la t_B?
   b) De acuerdo con los científicos anteriores a Rumford y Joule, ¿cuál era la causa de las variaciones en las temperaturas t_A y t_B?

2. Considere de nuevo los cuerpos del ejercicio anterior. De acuerdo con el punto de vista de los científicos actuales:
   a) Después de cierto tiempo, ¿qué sucedió a la energía interna de A? ¿Y a la de B?
   b) ¿Hubo transferencia de energía de un bloque a otro? ¿En qué sentido?
   c) ¿Cómo se denomina esta energía transmitida?

3. Una persona golpea varias veces con un martillo un bloque de plomo (Pb). Se halla que la temperatura del cuerpo se eleva considerablemente. Recordando el segundo comentario hecho en esta sección, responda:



Ejercicio 1

   a) ¿Aumentó la energía interna del bloque de Pb?
   b) ¿Hubo alguna transferencia de calor hacia el Pb?
   c) Entonces, ¿cuál fue la causa del aumento en la energía interna del bloque de Pb?

4. *a)* Suponga que en el Ejercicio 1, se transfirieron 100 cal de A a B. ¿Cuál es en *joules* el valor de esta cantidad de calor?
   b) Suponga que el trabajo total realizado por el martillo sobre el bloque metálico del ejercicio anterior, fue de 836 J. ¿Cuál es la cantidad de calor, en calorías, que debería proporcionársele al metal para producir en él la misma elevación de la temperatura?

13.2 Transmisión del calor

❖ **Conducción.** Suponga que una persona sostiene uno de los extremos de una barra metálica, y que el otro extremo se pone en contacto con una flama (Fig. 13-3a). Los átomos o moléculas del extremo calentado por la flama, adquieren una mayor energía de agitación. Parte de esta energía se transfiere a las partículas de la región más próxima a dicho extremo, y entonces la temperatura de esta región también aumenta. Este proceso continúa a lo largo de la barra (Fig. 13-3b), y después de cierto tiempo, la persona que sostiene el otro extremo percibirá una elevación de temperatura en ese lugar.

Por tanto, hubo una transmisión de calor a lo largo de la barra, que continuará mientras exista una diferencia de temperatura entre ambos extremos. Observemos que esta transmisión se debe a la agitación de los átomos de la barra, transferida sucesivamente de uno a otro átomo, sin que estas partículas sufran ninguna traslación en el interior del cuerpo. Este proceso de transmisión de calor se denomina *conducción térmica.*

La mayor parte del calor que se transfiere a través de los cuerpos sólidos, es transmitida de un punto a otro por conducción.

Dependiendo de la constitución atómica de una sustancia, la agitación térmica podrá transmitirse de uno a otro átomo con mayor o menor

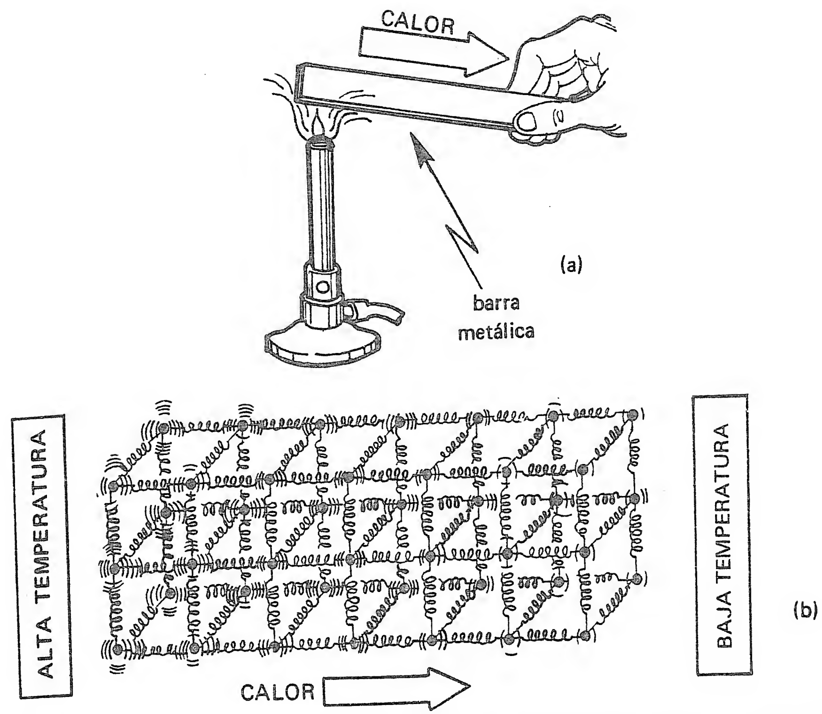


FIGURA 13-3 El calor se transmite por conducción a lo largo de un sólido, debido a la agitación de los átomos y las moléculas del sólido.

facilidad, haciendo que tal sustancia sea buena o mala conductora del calor. Así, por ejemplo, los metales son *conductores térmicos,* mientras que otras sustancias, como unicel, corcho, porcelana, madera, aire, hielo, lana, papel, etc., son aislantes térmicos, es decir, malos conductores de calor.

❖ **Comentarios.** Como se sabe, la temperatura del cuerpo humano normalmente se mantiene en unos 36°C, mientras que la del ambiente es, en general, menor que el valor. Por este motivo, hay una continua transmisión de calor de nuestro cuerpo hacia el medio circundante. Si la temperatura de éste se mantiene baja, dicha transmisión se efectúa con mayor rapidez, y esto nos provoca la sensación de frío. Las prendas de abrigo atenúan esta sensación porque están hechas de materiales aislantes térmicos (por ejemplo, la lana), y reducen así la cantidad de calor que se transmite de nuestro cuerpo al exterior (Fig. 13-4). A ello se debe que para obtener este mismo efecto, las aves erizan sus plumas en los días de frío, a fin de mantener

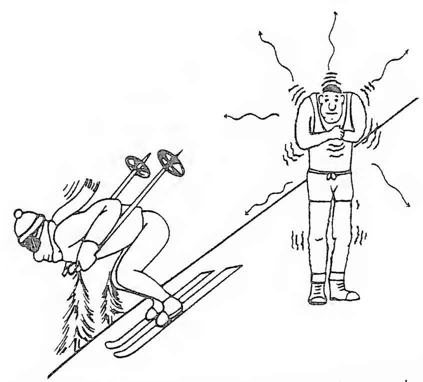


FIGURA 13-4 Las personas sienten frío cuando ceden rápidamente calor hacia el ambiente.

FIGURA 13-5 Un pájaro eriza sus plumas para mantener aire entre ellas, con lo cual evita la transferencia de calor de su cuerpo hacia el ambiente.

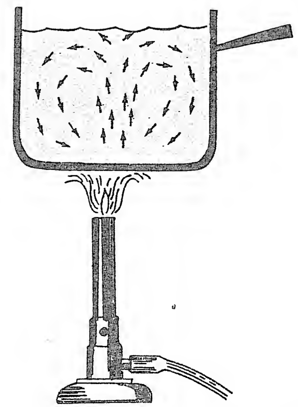


FIGURA 13-7 En un líquido, el calor se transmite debido a la formación de corrientes de convección.

entre ellas capas de aire, el cual es un aislante térmico (Fig. 13-5).

Cuando tocamos una pieza de metal y un pedazo de madera situados ambos en el mismo ambiente, es decir, a la misma temperatura, el metal da la sensación de estar más frío que la madera. Esto sucede porque como el metal es un mejor conductor térmico que la madera, habrá una mayor transferencia de calor, de nuestra mano hacia el metal que hacia la madera (Fig. 13-6).

❖ **Convección.** Cuando un recipiente con agua es colocado sobre una flama, la capa de agua del fondo recibe calor por conducción. Por consiguiente, el volumen de esta capa aumenta, y por tanto su densidad disminuye, haciendo que se desplace hacia la parte superior del recipiente para ser reemplazada por agua más fría y más densa, proveniente de tal región superior. El proceso continúa, con una circulación continua de masas de agua más caliente hacia arriba, y de masas de agua más fría hacia abajo, movimientos que se denominan *corrientes de convección* (Fig. 13-7). Así, el calor que se transmite por conducción a las capas inferiores, se va distribuyendo por convección a toda la masa del líquido, mediante el movimiento de traslación del propio líquido.

La transferencia de calor en los líquidos y gases puede efectuarse por conducción, pero el proceso de convección es el responsable de la mayor parte del calor que se transmite a través de los fluidos.

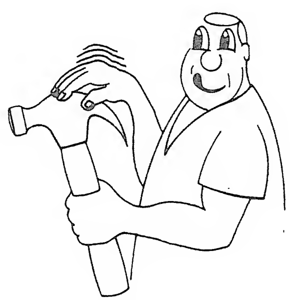


FIGURA 13-6 Aun cuando un trozo de metal y uno de madera se encuentren a la misma temperatura, la pieza metálica parece estar más fría.

❖ **Comentarios.** En nuestra vida diaria podemos encontrar casos en los que las corrientes de convección desempeñan un papel importante. La formación de los vientos que, como vimos en el estudio de la dilatación, se debe a variaciones en la densidad del aire, no es más que el resultado de las corrientes de convección que se producen en la atmósfera.

En los refrigeradores también se observa la formación de corrientes de convección. En la parte superior, las capas de aire que se encuentran en contacto con el congelador, le ceden calor por conducción. Debido a esto, el aire de esta región se vuelve más denso y se dirige hacia la parte inferior del refrigerador, mientras las capas de aire que ahí se encuentran se desplazan hacia arriba (Fig. 13-8). Esta circulación de aire causada por la convección, hace que la temperatura sea aproximadamente igual en todos los puntos del interior del refrigerador.

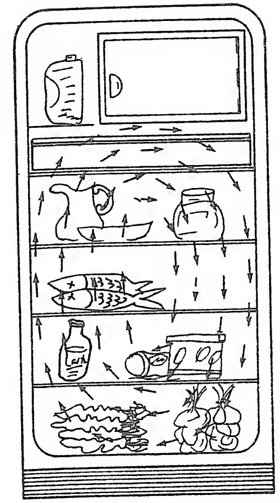


FIGURA 13-8 En el interior de los refrigeradores se forman corrientes de convección.

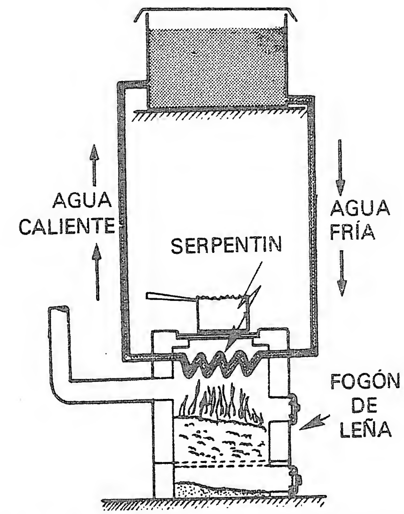


FIGURA 13-9 En casas donde hay estufas de leña, el calentamiento del agua se hace en serpentines, donde circula por convección.

En algunos casos, el calentamiento del agua para uso doméstico se efectúa en estufas de leña, donde se aprovecha el fenómeno de la convección. El agua fría, proveniente de un depósito elevado circula a través de un serpentín colocado en el interior de un fogón (Fig. 13-9). Al recibir calor, el agua caliente se vuelve menos densa y asciende al depósito por otro tubo, como se observa en la Figura 13-9. Por ejemplo, este proceso todavía se emplea en casas antiguas o fincas rurales.

❖ **Radiación.** Suponga que un cuerpo caliente (por ejemplo, una lámpara eléctrica) se coloca en el interior de una campana de vidrio, donde se hace el vacío (Fig. 13-10). Un termómetro, situado en el exterior de la campana, indicará una elevación de temperatura, mostrando que existe transmisión de calor a través de vacío que hay entre el cuerpo caliente y el exterior. Evidentemente, esta transmisión no pudo haberse efectuado por conducción ni por convección, pues estos procesos sólo pueden ocurrir cuando hay un medio material a través del cual se pueda transferir el calor. En este caso, la transmisión de calor se lleva a cabo mediante otro proceso, denominado *radiación térmica*. El calor que nos llega del Sol se debe a este mismo proceso, ya que entre el Sol y la Tierra existe un vacío.

Todos los cuerpos calientes emiten radiaciones térmicas que cuando son absorbidas por

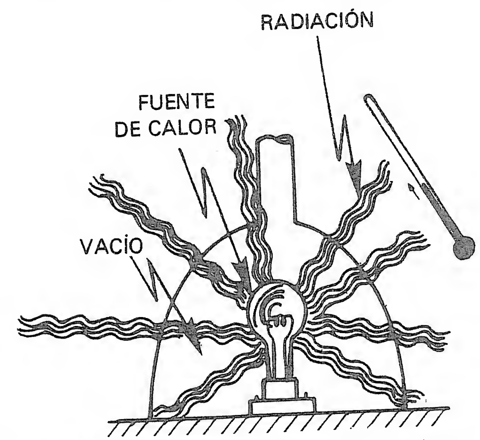


FIGURA 13-10 El calor se propaga en el vacío por radiación.

algún otro cuerpo, provocan en él un aumento de temperatura. Estas radiaciones, así como las ondas de radio, la luz, los rayos X, etc., son ondas electromagnéticas capaces de propagarse en el vacío, y las cuales estudiaremos más adelante.

De manera general, el calor que recibe una persona cuando está cerca de un cuerpo caliente, llega hasta ella por los tres procesos: conducción, convección y radiación. Cuanto mayor sea la temperatura del cuerpo caliente, tanto mayor será la cantidad de calor transmitida por radiación, como sucede cuando uno se halla cerca de un horno o una fogata.

❖ **Comentarios.** Cuando la radiación incide en un cuerpo, parte de ella se absorbe y parte se refleja. Los cuerpos oscuros absorben la mayor parte de la radiación que incide en ellos. Es por esto que en un objeto negro puesto al Sol, su temperatura es considerablemente más elevada. Por otra parte, los cuerpos claros reflejan casi en su totalidad la radiación térmica incidente, y por ello, en los climas calurosos las personas suelen usar ropa blanca (Fig. 13-11).

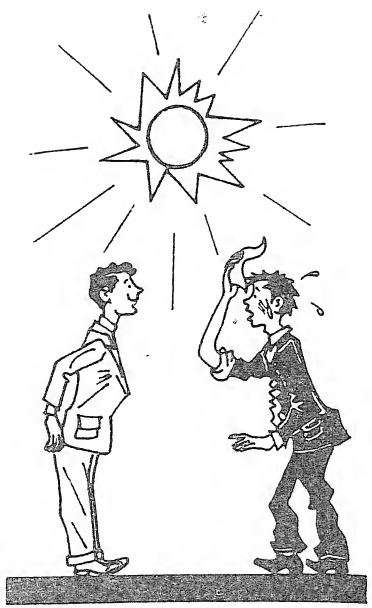


FIGURA 13-11 Un cuerpo oscuro absorbe mayor cantidad de radiación térmica que un cuerpo claro.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. Considere dos barras idénticas, una de metal y otra de madera, y que uno de los extremos de cada barra es introducido en una flama.
   a) ¿Podría usted seguir asiendo por mucho tiempo el extremo libre de la barra de metal? Explique.
   b) ¿Por qué se podría sostener el extremo libre de la barra de madera durante un tiempo mayor?
6. *a*) Una persona afirma que su abrigo es de buena calidad porque impide que el frío pase a través de él. ¿Esta afirmación es correcta? Explique.
   b) Un niño descalzo y en una habitación con suelo de cemento, coloca su pie izquierdo directamente sobre el piso, y su pie derecho sobre un tapete que se encuentra ahí. El tapete y el suelo están a la misma temperatura. ¿En cuál de los pies tendrá el niño mayor sensación de frío? Explique.
7. *a*) ¿Por qué en un refrigerador las capas de aire cercanas al congelador, luego de hacer contacto con él, se dirigen hacia abajo?
   b) Si el congelador se colocara en la parte inferior de un refrigerador, ¿se formarían las corrientes de convección? Explique.
8. Recordando los comentarios hechos en relación con el mecanismo de enfriamiento en el interior de un refrigerador, responda:
   a) ¿Por qué los entrepaños de un refrigerador no se deben fabricar con placas de una sola pieza?
   b) ¿Por qué no es conveniente llenar demasiado un refrigerador?
9. *a*) Cuando estamos cerca de un horno muy caliente, la cantidad de calor que recibimos por conducción y por convección es relativamente pequeña. Pero aun así sentimos que estamos recibiendo una gran cantidad de calor. ¿Por qué?
   b) Dos autos, uno de color claro y otro de color oscuro, permanecen estacionados al Sol durante cierto tiempo. ¿Cuál cree usted que se calentará más? Explique.

13.3 Capacidad térmica y calor específico

❖ **Capacidad térmica.** Suponga que a un cuerpo A se le proporciona una cantidad de calor igual a 100 cal, y que su temperatura se eleva 20°C. Pero si se suministra esa misma cantidad de calor (100 cal) a otro cuerpo, B, podemos observar un aumento de temperatura diferente, por ejemplo, de 10°C (Fig. 13-12). Por tanto, al proporcionar la misma cantidad de calor a cuerpos distintos, en general, éstos presentan diferentes variaciones en sus temperaturas. Para caracterizar este comportamiento de los cuerpos se define una magnitud, llamada *capacidad térmica*, de la siguiente manera:

> si un cuerpo recibe una cantidad de calor ΔQ y su temperatura varía en Δt, la capacidad térmica de este cuerpo está dada por
>
> $$C = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Así, al calcular las capacidades térmicas de los cuerpos A y B citados (Fig. 13-12), tendremos

$$C_A = \frac{\Delta Q_A}{\Delta t_A} = \frac{100 \text{ cal}}{20°\text{C}}$$

donde $C_A = 5.0$ cal/°C

$$C_B = \frac{\Delta Q_B}{\Delta t_B} = \frac{100 \text{ cal}}{10°\text{C}}$$

donde $C_B = 10$ cal/°C

Estos resultados indican que debemos proporcionar al cuerpo A, 5.0 cal por cada grado (°C) de elevación en su temperatura, mientras que para el cuerpo B se necesitan 10 cal para producir el mismo efecto. Entonces, cuanto mayor sea la capacidad térmica de un cuerpo, tanto mayor será la cantidad de calor que debemos proporcionarle para producir determinado aumento en su temperatura, y de la misma manera, tanto mayor será la cantidad de calor que cederá cuando su temperatura sufra determinada reducción.

Como la capacidad térmica de un cuerpo está dada por la relación $C = \Delta Q/\Delta t$, una unidad para medir esta magnitud es la cal/°C, la cual ya usamos en esta sección. Como sabemos que el

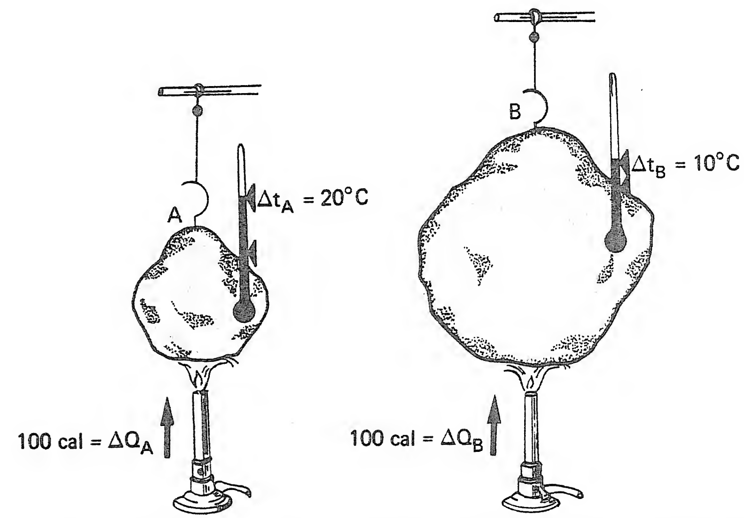


FIGURA 13-12 Cuerpos diferentes generalmente experimentan distintas variaciones de temperatura al recibir la misma cantidad de calor.

calor es una forma de energía y que, por tanto, se puede expresar en *Joules,* también podemos emplear como unidad de capacidad térmica el J/°C.

❖ **Calor específico.** De manera general, el valor de la capacidad térmica varía de un cuerpo a otro. Independientemente de que estén hechos del mismo material, dos cuerpos pueden tener distintas capacidades térmicas, pues sus masas pueden ser diferentes.

De modo que si tomamos bloques hechos del mismo material, de masas m_1, m_2, m_3, etc. (Fig. 13-13), sus capacidades térmicas C_1, C_2, C_3, etc., serán distintas. Pero se halla que al dividir la capacidad térmica de cada bloque entre su masa, se obtiene el mismo resultado para todos los cuerpos, es decir,

$$\frac{C_1}{m_1} = \frac{C_2}{m_2} = \frac{C_3}{m_3} = \ldots \text{ constante}$$

(para un mismo material)

Entonces, el cociente C/m es constante para determinado material, y varía, por tanto, de un material a otro. Este cociente se denomina *calor específico, c,* del material.* Por consiguiente,

> si un cuerpo de masa m tiene una capacidad térmica C, el calor específico, c, del material, que constituye el cuerpo está dado por
>
> $$c = \frac{C}{m}$$

Por ejemplo, de un bloque de plomo cuya masa es m = 170 g, se sabe que su capacidad térmica es C = 5.0 cal/°C. Por consiguiente, el calor específico del plomo es

$$c = \frac{C}{m} = \frac{5.0 \text{ cal/°C}}{170 \text{ g}}$$

* **N. del R.** Esta cantidad suele llamarse también, más concretamente, *capacidad térmica específica.*

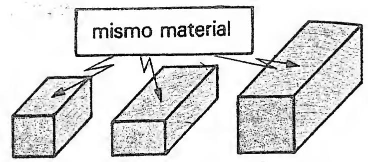


FIGURA 13-13 Cuerpos del mismo material pero de masas diferentes, poseen capacidades térmicas distintas.

donde

$$c = 0.030 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}}$$

Observemos la unidad empleada para medir el calor específico: cal/g · °C. Obviamente también la podríamos expresar en J/kg · °C. El resultado obtenido arriba indica que para elevar en 1°C la temperatura de 1 g de plomo, debemos suministrarle 0.030 cal de calor.

❖ **Comentarios.** 1) Como el calor específico es característico de cada material, su valor para cada sustancia se determina con todo cuidado en los laboratorios y los resultados se tabulan como podemos observar en la Tabla 13-1.

TABLA 13-1

Calores específicos	
Sustancia	c (cal/g · °C)
Agua	1.00
Hielo	0.55
Vapor de agua	0.50
Aluminio	0.22
Vidrio	0.20
Hierro	0.11
Latón	0.094
Cobre	0.093
Plata	0.056
Mercurio	0.033
Plomo	0.031

2) En la Sección 13.1 vimos que 1 cal es la cantidad de calor que debe suministrarse a 1 g de agua para que su temperatura aumente 1°C. Podemos, entonces, concluir que el calor específico del agua es

$$c = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}}$$

El calor específico del agua es mucho mayor que los calores específicos de casi todas las demás sustancias (*véase* Tabla 13-1). Esto significa que al ceder la misma cantidad de calor a iguales masas de agua y de alguna otra sustancia, se observa que la masa de agua se calienta mucho menos (Fig. 13-14).

3) Se sabe que el calor específico de un material puede presentar variaciones en determinadas circunstancias. Así, cuando una sustancia pasa del estado sólido al estado líquido (o gaseoso), su calor específico se altera. Por ejemplo, en la Tabla 13-1 vemos que el calor específico del agua (en estado líquido) es 1.0 cal/g · °C, mientras que el del hielo es 0.55 cal/g · °C, y el del vapor de agua, 0.50 cal/g · °C.

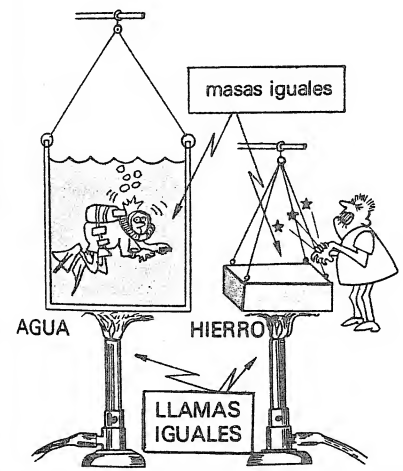


FIGURA 13-14 Cuando dos cuerpos de masas iguales reciben iguales cantidades de calor, el de menor calor específico tiene un mayor aumento de temperatura.

❖ **Cálculo de calor absorbido por un cuerpo.** La capacidad térmica de un cuerpo se definió como $C = \Delta Q/\Delta t$. Entonces, la cantidad de calor, ΔQ, que absorbe (o libera) un cuerpo, cuando su temperatura varía en Δt, está dada por

$$\Delta Q = C \cdot \Delta t$$

Inclusive, podemos expresar ΔQ en función del calor específico c, y de la masa m, del cuerpo, recordando que $c = C/m$, donde $C = m \cdot c$. Así, para ΔQ resulta

$$\Delta Q = mc\Delta t$$

Por tanto, llegamos al resultado siguiente:

> la cantidad de calor ΔQ, absorbida o liberada por un cuerpo de masa m y calor específico c, cuando su temperatura varía en Δt, se calcula por la relación
>
> $$\Delta Q = mc\Delta t$$

EJEMPLO

Un bloque de aluminio, cuya masa es m = 200 g, absorbe calor y su temperatura se eleva de 20°C a 140°C. ¿Cuál es la cantidad de calor absorbida por el bloque?

Como ya sabemos, esta cantidad de calor puede calcularse por $\Delta Q = mc\Delta t$. Consultando la Tabla 13-1, encontramos que el calor específico del aluminio es c = 0.22 cal/g · °C. La variación de temperatura del bloque fue Δt = 140°C − 20°C = 120°C. Así que

$$\Delta Q = mc\Delta t = 200 \times 0.22 \times 120$$

donde

$$\Delta Q = 5.3 \times 10^3 \text{ cal}$$

Observemos que el valor de ΔQ se expresó en calorías, porque se consideró m en gramos, c en cal/g · °C y Δt en °C. Entonces,

$$\text{g} \times \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}} \times \text{°C} = \text{cal}$$

Si la temperatura del bloque descendiera de 140°C a 20°C, liberaría 5.3×10^3 cal, o sea, la misma cantidad de calor que absorbió al calentarse.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

10. Un bloque metálico se encuentra inicialmente a una temperatura de 20°C. Al recibir una cantidad de calor ΔQ = 330 cal, su temperatura se eleva a 50°C.
   a) ¿Cuál es el valor de la capacidad térmica del bloque?
   b) Diga con sus propias palabras lo que significa el resultado que obtuvo en (a).

11. Considerando el bloque del ejercicio anterior, responda:
   a) ¿Cuántas calorías deben suministrársele para que su temperatura se eleve de 20 a 100°C?
   b) ¿Cuántas calorías serían liberadas si su temperatura bajara de 100 a 0°C?

12. Se sabe que la masa del bloque del Ejercicio 10 es m = 100 g.
   a) ¿Cuál es el valor del calor específico del material que constituye el bloque?
   b) Este material se encuentra en la relación de la Tabla 13-1. Identifíquelo.
   c) Diga con sus propias palabras lo que significa el resultado que obtuvo en (a).

13. Suponga que dos bloques, A y B, de cinc ambos, tienen masas m_A y m_B tales que $m_A > m_B$.
   a) ¿El calor específico de A es mayor, menor o igual al de B?
   b) La capacidad térmica de A, ¿es mayor, menor o igual a la de B?
   c) Si A y B sufrieran la misma disminución de temperatura, ¿cuál liberaría mayor cantidad de calor?

14. Considere 1 kg de agua y 1 kg de mercurio. Consultando la Tabla 13-1 responda:
   a) La capacidad térmica de esta masa de agua, ¿es mayor, menor o igual que la del Hg?
   b) Al suministrar a ambos la misma cantidad de calor, ¿cuál sufrirá un mayor aumento de temperatura?
   c) Si el agua y el Hg se encontraran, inicialmente, ambos a la temperatura de 60°C, ¿cuál será mejor para calentar los pies de una persona en un día frío?

15. *a*) Un bloque de cobre, de masa m = 200 g, es calentado de 30°C a 80°C. ¿Qué cantidad de calor se suministró al bloque?
   b) Si a este cuerpo se le proporcionan 186 cal, ¿en cuánto se elevará su temperatura?

13.4 Trabajo en una variación de volumen

❖ **Qué es un sistema.** La palabra *sistema* se emplea en física para designar un cuerpo (o un grupo de cuerpos) sobre el cual fijamos nuestra atención a fin de estudiarlo. Todo aquello que no pertenece al sistema, es decir, el "resto del universo", se denomina *vecindad* de sistema.

Un sistema puede intercambiar energía con su vecindad ya sea en forma de calor o por la realización de trabajo. En realidad, si hay una

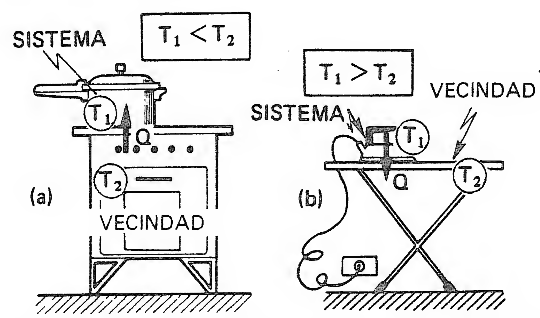


FIGURA 13-15 Un sistema puede intercambiar energía con su vecindad en forma de calor.

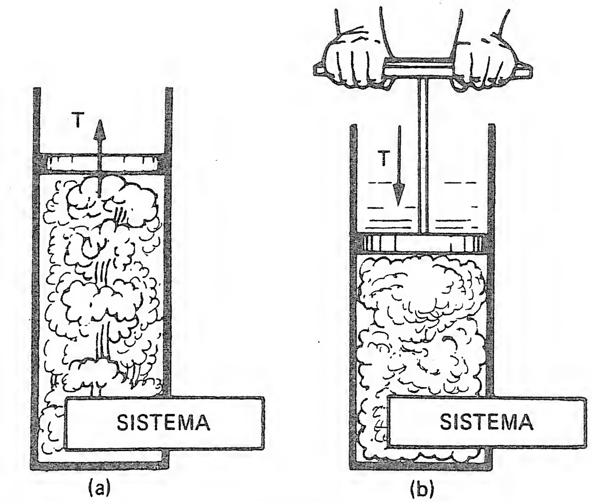


FIGURA 13-16 Un sistema puede intercambiar también energía con su vecindad mediante la realización de trabajo.

diferencia de temperatura entre el sistema y su vecindad, una cantidad determinada Q, de calor, podrá ser transferida de uno a otro (Fig. 13-15). Además, el sistema puede expandirse venciendo una presión externa, y por tanto, realizando trabajo sobre dicha vecindad (Fig. 13-16a); inclusive, el sistema podrá tener una reducción en su volumen, por la realización de trabajo sobre él por parte de la vecindad (Fig. 13-16b).

En las secciones anteriores ya analizamos el intercambio de calor entre un sistema y su vecindad. En esta sección se estudiará el trabajo realizado durante las variaciones de volumen de un sistema, y en la siguiente sección, estudiaremos la primera ley de la Termodinámica que establece una relación entre las energías que un sistema puede intercambiar con su vecindad.

❖ **Trabajo realizado en una expansión.** Para simplificar nuestro estudio, consideramos como sistema un gas ideal encerrado en un cilindro provisto de un émbolo o pistón, que puede desplazarse libremente.

Supongamos que el gas se encuentra en un estado inicial i y ocupa un volumen V_i (Fig. 13-17). En virtud de la presión del gas, éste ejerce una fuerza $\vec{F}$ sobre el pistón, que estando

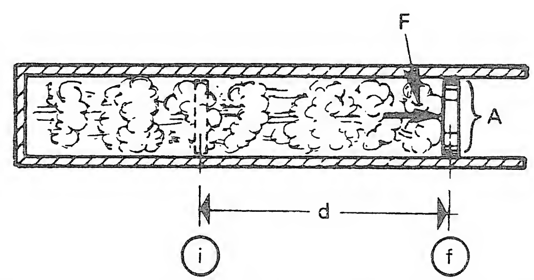


FIGURA 13-17 Cuando un gas se expande isobáricamente, el trabajo que realiza está dado por $T = p(V_f - V_i)$.

libre, se desplaza una distancia d. Así, el gas se expandió hasta el estado final f, donde su volumen es V_f y realizó un trabajo T. Si la presión p del gas permaneciera constante (transformación isobárica), el valor de la fuerza $\vec{F}$ también sería constante durante la expansión, y el trabajo T realizado por el gas podría calcularse fácilmente. En realidad, para este caso (fuerza constante y en el mismo sentido del desplazamiento), tendremos

$$T = F \cdot d$$

Pero, $F = pA$, donde A es el área del pistón (Fig. 13-17). Entonces

$$T = pAd$$

Pero observemos que Ad es el volumen "descrito" por el émbolo durante la expansión, que equivale a la *variación* del volumen del gas, es decir, $Ad = V_f - V_i$. Luego entonces,

$$\boxed{T = p(V_f - V_i)}$$

Por tanto, esta expresión permite calcular el trabajo que un gas realiza, al sufrir una variación de volumen a *presión constante*.

EJEMPLO

Suponga que en la Figura 13-17, el gas se expande ejerciendo una presión constante p = 2.0 atm, desde el volumen V_i = 200 cm^3 hasta el volumen V_f = 500 cm^3. ¿Qué trabajo realiza el gas en esta expansión?

Como se trata de una expansión isobárica, este trabajo está dado por

$$T = p(V_f - V_i)$$

Para obtener el valor de T en Joules, o sea, en el Sistema Internacional, debemos expresar p en N/m^2 y los volúmenes en m^3. Si se consulta la Tabla 8-1, vemos que 1 atm = 1.01 × 10^5 N/m^2. Entonces

$$p = 2.0 \text{ atm} = 2.02 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Obviamente, como 1 cm^3 = 10^{-6} m^3, obtenemos

$$V_i = 200 \text{ cm}^3 = 2.00 \times 10^{-4} \text{m}^3$$

y

$$V_f = 500 \text{ cm}^3 = 5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

En consecuencia,

$$T = p(V_f - V_i) = 2.02 \times 10^5 (5.00 \times 10^{-4} - 2.00 \times 10^{-4})$$

o sea, T = 60.6 J

Trabajo positivo y trabajó negativo. La expresión $T = p(V_f - V_i)$ puede emplearse también para calcular el trabajo realizado cuando el gas se *comprime* isobáricamente. En la expansión, como $V_f > V_i$, la diferencia $V_f - V_i$ es positiva, así como *el trabajo* efectuado. En este caso decimos que *el trabajo fue realizado por el sistema*. Cuando se produce una compresión del gas, el volumen final es menor que el inicial, y entonces $V_f - V_i$ será negativo, dando lugar a un trabajo también negativo. En estas condiciones decimos que *el trabajo realizado sobre el sistema*. Así, en el ejemplo que resolvimos arriba, el gas hizo un trabajo positivo de 60.6 J al expandirse. Si se comprimiera con la misma presión, volviendo al volumen inicial, diríamos que el trabajo efectuado fue de –60.6 J, o que se llevó a cabo *sobre el gas* un trabajo de 60.6 J.

En general, siempre que un sistema aumenta de volumen (trabajo positivo) decimos que realiza un trabajo, y cuando su volumen se reduce (trabajo negativo), se expresa que *sobre* él se efectuó un trabajo. Obviamente, si el volumen del sistema se mantiene constante (transformación isométrica), el sistema no realiza trabajo alguno ni tampoco se efectúa ninguno sobre él, o sea, que $T = 0$. En realidad, si el volumen permanece constante, no hay desplazamiento, y como sabemos, en estas condiciones no hay realización de trabajo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

16. Suponga que en la Figura 13-17, el gas se expandió bajo una presión constante p = 3.0 × 10^5 N/m^2. Considerando el área del pistón es A = 5.0 × 10^{-2} m^2, y que se ha desplazado una distancia d = 10 cm, responda:

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza $\vec{F}$ que el gas ejerce sobre el pistón?

b) Calcule el trabajo realizado por el gas, mediante la expresión $T = F \cdot d$.

17. Considere la situación descrita en el ejercicio anterior.

a) ¿Cuál fue la variación del volumen ($V_f - V_i$) que el gas sufrió al expandirse?

b) Calcule el trabajo realizado por el gas, utilizando la expresión $T = p(V_f - V_i)$.

c) ¿La respuesta obtenida en (b) coincide con la respuesta del ejercicio anterior?

18. Como ya se dijo, la Figura 13-16a muestra un sistema constituido por un gas en expansión. Observando esta figura responda:

a) La variación de volumen del gas, ¿fue positiva, negativa o nula?

b) Entonces el trabajo realizado, ¿fue positivo, negativo o nulo?

c) ¿En este caso decimos que el trabajo fue realizado por el sistema o sobre él?

19. Observando la Figura 13-16b, la cual representa un gas cuando es comprimido, responda para este caso las mismas preguntas del ejercicio anterior.

20. Suponga que después de la expansión, el gas del Ejercicio 16 hubiera sido comprimido, conservando la misma presión, hasta regresar a su volumen inicial.

a) ¿Cuál es el trabajo realizado en esta transformación?

b) ¿Este trabajo lo realizó el gas o fue efectuado sobre él?

21. Consideremos un gas dentro de un cilindro provisto de pistón. El gas se calienta, pero su volumen permanece constante.

a) ¿El gas ejerce fuerza sobre el pistón?

b) ¿Qué sucede con el valor de la fuerza durante el calentamiento?

c) ¿Hay desplazamiento del émbolo?

d) Entonces, ¿cuál es el valor del trabajo realizado en esta transformación?

13.5 Primera ley de la termodinámica

Energía interna. En la Sección 13.1 nos referimos a la *energía interna* de un cuerpo, y vimos que representa la suma de diversas formas de energía que poseen las moléculas y los átomos de dicho cuerpo. Generalmente, al estudiar un *sistema* cualquiera la energía interna del mismo, que representaremos por U, no es más que la energía total que existe en el interior del sistema.

Cuando un sistema pasa de un estado inicial i, a otro estado final f, generalmente intercambia energía con su vecindad, como se dijo en la Sección 13.4 (absorbe o libera calor, y efectúa o recibe trabajo). Por consiguiente, su energía interna sufre variaciones, y pasa de un valor inicial U_i a otro final U_f, o sea, la energía interna tiene una variación $\Delta U = U_f - U_i$.

Primera ley de la Termodinámica. Consideremos un sistema, como el gas de la Figura 13-18a, al cual se le proporciona una cantidad de calor Q = 100 J. Naturalmente, esta energía se aumenta a la del interior del sistema, y por el *Principio de Conservación de la Energía*, da origen a un cambio ΔU = 100 J en su energía interna. Pero supongamos que el sistema se expandió, simultáneamente, realizando un trabajo T = 30 J, sobre la vecindad (Fig. 13-18a). Este trabajo se lleva a cabo a costa de la energía interna del sistema, la cual, por tanto, habrá de disminuir en 30 J. Así pues, si la energía interna tiende a aumentar en 100 J (calor absorbido) y a disminuir en 30 J (trabajo realizado), es obvio que se observará una variación ΔU, en la energía del sistema, cuyo valor es

$$\Delta U = 100 \text{ J} - 30 \text{ J} \quad \text{donde} \quad \Delta U = 70 \text{ J}$$

En general, si un sistema absorbe una cantidad de calor Q y realiza un trabajo T (Fig. 13-18b), el Principio de Conservación de la Energía permite concluir que su energía interna sufrirá una variación ΔU dada por

$$\Delta U = Q - T$$

Esta expresión puede usarse incluso cuando el sistema ceda calor a su vecindad, pero en este

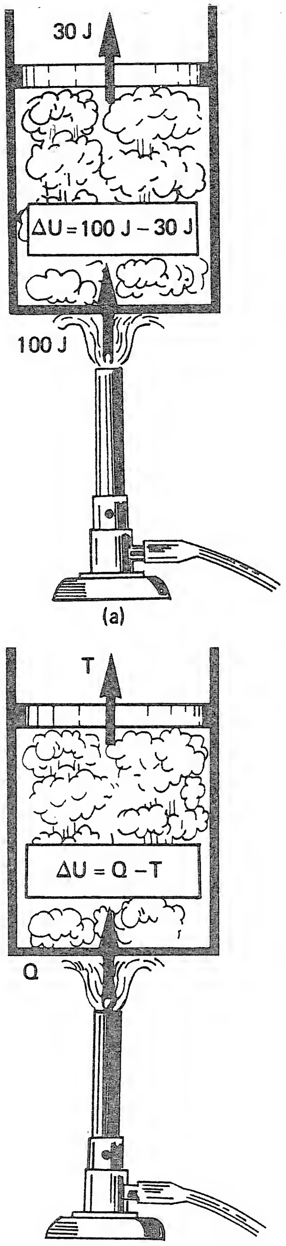


FIGURA 13-18 Cuando un sistema absorbe una cantidad de calor Q y realiza un trabajo T, la variación de su energía interna es $\Delta U = Q - T$.

caso debe atribuirse a Q signo negativo, pues la liberación de calor contribuye a la *disminución* de la energía interna del sistema. Incluso cuando se realiza trabajo sobre el sistema, la relación $\Delta U = Q - T$ sigue siendo válida, y debe recordarse, entonces, que T es negativo, como vimos en la sección anterior.

Estas consideraciones que acabamos de hacer con base en el Principio de Conservación de Energía, constituyen, esencialmente, el contenido de la *primera ley de la termodinámica*, una de las leyes fundamentales de la física y que puede enunciarse de la manera siguiente:

> PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA
> (Conservación de la Energía)
>
> Cuando cierta cantidad de calor Q es absorbida (Q positivo), o cedida (Q negativo) por un sistema, y un trabajo T es realizado por dicho sistema (T positivo) o sobre él (T negativo), la variación de la energía interna, ΔU, del sistema está dada por
>
> $$\Delta U = Q - T$$

EJEMPLO

Suponga que un sistema pasa de un estado a otro, intercambiando energía con su vecindad. Calcule la variación de energía interna del sistema en los siguientes casos:

a) El sistema absorbe 100 cal y realiza un trabajo de 200 J.

La variación de la energía interna está dada por la primera ley de la termodinámica, es decir,

$$\Delta U = Q - T$$

En este caso, tenemos Q = 100 cal = 418 J (pues 1 cal = 4.18 J) y su signo es positivo, pues se trata de calor absorbido por el sistema. El valor T = 200 J también es positivo, porque el trabajo fue realizado por el sistema. Entonces,

$$\Delta U = 418 - 200$$

donde

$$\Delta U = 218\text{ J}$$

Este resultado nos dice que la energía interna del sistema *aumentó* en 218 J.

b) El sistema absorbe 100 cal y sobre él se realiza un trabajo de 200 J.

Como en el caso anterior, Q = 100 cal = 418 J, y es positivo. Pero, ahora tenemos T = −200 J, pues el trabajo fue realizado *sobre el sistema*. Así pues,

$$\Delta U = Q - T = 418 - (-200) \quad \text{donde} \quad \Delta U = 618\text{ J}$$

Por tanto, la energía interna sufrió un incremento de 618 J, lo cual se puede interpretar fácilmente, ya que tanto el calor proporcionado al sistema (418 J), como el trabajo realizado *sobre él* (200 J) representan ambos, cantidades de energía transmitidas *al sistema*.

c) El sistema libera 100 cal de calor a la vecindad, y sobre él se realiza un trabajo de 200 J.

En este caso, Q = −100 cal = −418 J y T = −200 J, pues el calor fue cedido por el sistema y el trabajo se realizó sobre él. Luego entonces,

$$\Delta U = Q - T = -418 - (-200) \quad \text{donde} \quad \Delta U = -218\text{ J}$$

Vemos, así que la energía interna del sistema *disminuye* en 218 J. Este resultado podría haber sido previsto, ya que el sistema perdió 418 J en forma de calor y sólo recibió 200 J como trabajo efectuado sobre él.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Cuando un sistema intercambia energía con su vecindad:

a) Si el sistema absorbe calor, ¿su energía interna tenderá a aumentar o a disminuir? Entonces en este caso, en $\Delta U = Q - T$, ¿Q deberá ser positivo o negativo?

b) Si el sistema libera calor, ¿su energía tenderá a aumentar o a disminuir? De manera que en $\Delta U = Q - T$, ¿Q deberá ser positivo o negativo?

23. Considere nuevamente el sistema del ejercicio anterior:

a) Si el sistema realiza trabajo, ¿su energía interna tendería a aumentar o a disminuir? Entonces, en $\Delta U = Q - T$, ¿debemos considerar a T positivo o negativo?

b) Si se realizara trabajo sobre el sistema, ¿su energía interna tendería a aumentar o a disminuir? Entonces, en $\Delta U = Q - T$, ¿habremos de considerar a T como positivo o como negativo?

24. Un sistema sufre una transformación en la cual absorbe 50 cal de energía térmica o calor, y se expande realizando un trabajo de 320 J.

a) ¿Cuál es, en *joules*, el calor absorbido por el sistema? (Considere 1 cal = 4.2 J.)

b) Calcule la variación de energía interna que experimentó el sistema.

c) Interprete, como se hizo en el Ejemplo de esta sección, el significado de la respuesta de la pregunta (b).

25. Un gas contenido en un cilindro provisto de pistón, se expande al ponerlo en contacto con una fuente de calor. Se observa que la energía interna del gas no varía. El trabajo realizado por el gas, ¿es mayor, menor o igual al calor que absorbió?

26. Suponga que un gas mantenido a volumen constante, libera 170 cal a su vecindad.

a) ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas?

b) ¿Cuál fue, en calorías, la variación de la energía interna del gas?

c) La energía interna del mismo, ¿aumentó, disminuyó o no cambió?

27. Un gas es comprimido, bajo una presión constante $p = 5.0 \times 10^4$ N/m², desde un volumen inicial $V_i = 3.0 \times 10^{-3}$ m³ hasta un volumen final $V_f = 1.5 \times 10^{-3}$ m³.

a) ¿Hubo trabajo realizado por el gas o sobre él?

b) Calcule este trabajo.

c) Si el gas liberó 100 J de calor, determine la variación de su energía interna.

13.6 Aplicaciones de la primera ley de la termodinámica

❖ Después de haber estudiado la primera ley de la termodinámica, vamos a aplicarla ahora a algunas situaciones particulares, para obtener información acerca de la energía interna de un sistema en tales casos. Iniciemos este análisis con el estudio de la *transformación adiabática*.

❖ **Transformación adiabática.** Consideremos un gas encerrado en un cilindro, cuyas paredes están hechas de un material aislante térmico (Fig. 13-19). Debido a esto, si el gas se expande (o si se le comprime), no podría ceder ni recibir calor de su vecindad. Una transformación como ésta, en la cual el sistema no intercambia calor con su vecindad, es decir, en la cual $Q = 0$, se denomina *transformación adiabática*.

Cuando un gas sufre una expansión (o compresión) rápida, aun cuando las paredes de su recipiente no sean aislantes, esta transformación se puede considerar adiabática. En realidad si la transformación es muy acelerada, la cantidad de calor que podrá absorber o ceder el sistema es muy pequeña, y así podemos considerar que $Q = 0$.

Aplicando la primera ley de la termodinámica, $\Delta U = Q - T$, a una transformación adiabática, como $Q = 0$, vemos que

$$\Delta U = -T$$

Analicemos este resultado. Suponiendo que el gas se ha expandido, el trabajo T que realizó es, como sabemos, positivo. Entonces la expresión anterior muestra que ΔU será negativo, es decir, la energía interna del sistema disminuye. Una reducción en la energía interna de un gas implica una disminución de su temperatura. De modo que cuando un gas se expande adiabáticamente, su temperatura desciende. Este hecho puede comprobarse dejando que un gas comprimido se expanda rápidamente (transformación adiabática), y observando que efectivamente se enfría (Fig. 13-20).

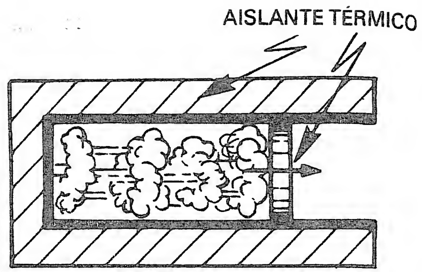


FIGURA 13-19 Cuando un gas se expande adiabáticamente, efectúa trabajo pero no absorbe ni libera calor.

Supongamos ahora que el sistema fue comprimido. En este caso, como ya sabemos, T es negativo. De la expresión $\Delta U = -T$ concluimos entonces que ΔU es positivo, es decir, que la energía interna del gas aumenta, y por consiguiente, habrá un ascenso de su temperatura. Usted puede comprobar este hecho si tapa con uno de sus dedos la salida de aire en una bomba manual para inflar neumáticos, y comprime rápidamente el pistón (compresión adiabática): percibirá en su dedo la elevación de temperatura del aire que fue comprimido en el interior de la bomba (Fig. 13-21).

❖ **Transformación isotérmica.** La Figura 13-22 muestra un gas que absorbe cierta cantidad de calor Q y se expande realizando un trabajo T. Si el trabajo que el gas realiza fuera igual al calor que absorbe, es decir, si $Q = T$, tendríamos, por la primera ley de la termodinámica.

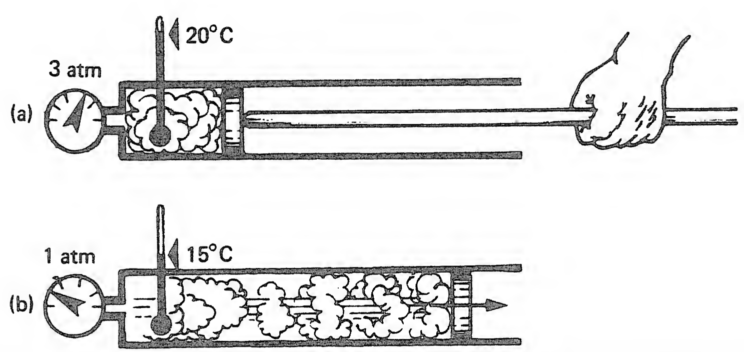


FIGURA 13-20 En una expansión adiabática, la energía interna del gas disminuye, y por tanto, hay una disminución en su temperatura.

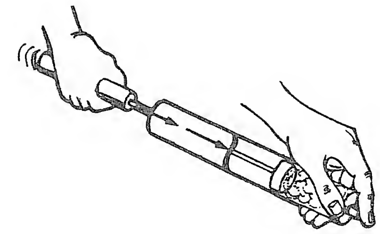


FIGURA 13-21 En una compresión rápida (adiabática), la energía interna del gas aumenta y hay, por tanto, una elevación en su temperatura.

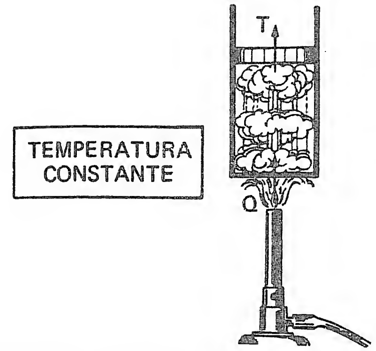


FIGURA 13-22 Cuando un gas se expande isotérmicamente, el trabajo que realiza es igual al calor que absorbe.

$$\Delta U = Q - T \quad \text{donde} \quad \Delta U = 0$$

o sea U = constante.

El hecho de que la energía interna permanezca constante indica que la temperatura tampoco sufrió alteraciones, y por tanto, que el gas se expandió isotérmicamente. Aprendemos así que para que un gas pueda expandirse de modo isotérmico, debe recibir una cantidad de calor igual al trabajo que realiza en la expansión. De la misma manera, para que un gas sea comprimido sin que se eleve su temperatura, tiene que liberar una cantidad de calor igual al trabajo realizado sobre él.

❖ **Calor absorbido por un gas.** Suponga que se calientan dos masas iguales de un mismo gas, una de ellas a volumen constante y la otra a presión constante (Fig. 13-23). El experimento muestra que para que ambas experimenten la misma elevación de temperatura, la cantidad de calor que debemos proporcionar a presión constante, es mayor que la que debemos suministrar a volumen constante ($Q_p > Q_v$ en la Figura 13-23). La primera ley de la termodinámica permite comprender este resultado, como ahora veremos.

El aumento de la energía interna fue el mismo para las dos masas gaseosas, pues ambas experimentaron el mismo aumento de temperatura. En la Figura 13-23a, el gas no realizó trabajo porque su volumen permaneció constante. Entonces, por la ley, como $T = 0$, tendremos $\Delta U = Q_v$, es decir, todo el calor absorbido se empleó para producir el aumento de la energía interna.

En la transformación isobárica (Fig. 13-23b) el gas se expande, y por tanto, realiza un trabajo T. Entonces, el calor Q_p suministrado al gas se utiliza para producir el aumento de la energía interna y efectuar ese trabajo. Así resulta claro que para producir la misma elevación de temperatura (misma variación de energía interna), será necesario proporcionar una mayor cantidad de calor a presión constante que a volumen constante.

❖ **Calorímetro.** Un calorímetro es un instrumento que se usa para medir el calor intercam-

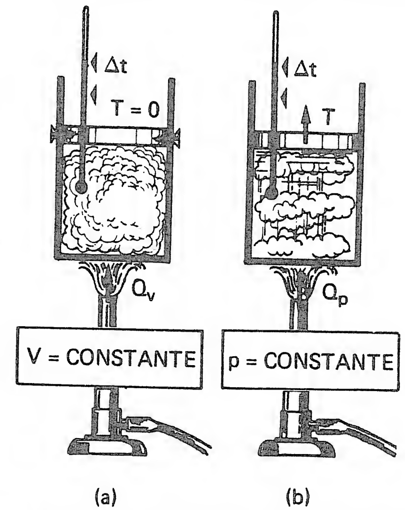


FIGURA 13-23 En el experimento ilustrado en la figura tenemos que $Q_p > Q_v$.

biado entre dos cuerpos colocados en su interior, pudiéndose obtener, como resultado de esta medición, el calor específico de una sustancia cualquiera que se utilice en el experimento.

La Figura 13-24 presenta un tipo común de calorímetro. Consiste, esencialmente, en un recipiente interno de paredes pulidas reflejantes, dentro de otro recipiente cerrado de paredes aislantes. De este modo se puede aislar físicamente el interior del calorímetro impidiendo la entrada o salida de calor (como en los termos comunes). A menudo, el calorímetro contiene algún líquido (generalmente agua) y está provisto de dos accesorios: un termómetro y un agitador para revolver el líquido y obtener rápidamente el equilibrio térmico en su interior.

Cuando uno o más cuerpos son colocados en el interior de un calorímetro, y cuyas temperaturas son diferentes de las de los cuerpos que se encuentran ahí, habrá intercambio de calor entre ellos hasta que se alcance el equilibrio térmico. Como ya vimos, no puede haber entrada ni salida de calor en el calorímetro. Así, por el Principio de Conservación de la Energía, se concluye que una vez que se alcanza el equilibrio térmico:

> el calor total liberado por los cuerpos que se enfrían, es igual que el calor total absorbido por los cuerpos que se calientan.

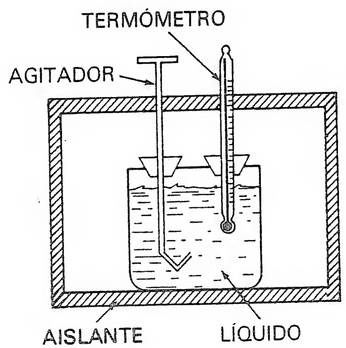


FIGURA 13-24 Un tipo de calorímetro muy común.

o, como suele decirse, resumiendo, en el interior de un calorímetro tenemos que

> calor cedido = calor absorbido

El empleo de esta igualdad permite determinar en un laboratorio los valores de diversas magnitudes térmicas características de un cuerpo o de una sustancia, tales como la capacidad térmica, el calor específico y otras. El ejemplo siguiente muestra cómo se puede usar un calorímetro para determinar el calor específico de una sustancia.

EJEMPLO

Un calorímetro, cuya capacidad térmica es 42 cal/°C, contiene 90 g de agua. La temperatura del conjunto es de 20°C. En su interior, se coloca un bloque de fierro cuya masa es de 100 g y cuya temperatura es de 85°C. El termómetro muestra que después de alcanzar el equilibrio térmico, la temperatura del conjunto es de 25°C. Con los datos de este experimento podemos determinar el calor específico del fierro como sigue.

Observemos que el bloque metálico se enfrió (de 85 a 25°C) mientras que el agua y el calorímetro se calentaron (de 20 a 25°C). Recordando que cuando un cuerpo se calienta o se enfría, el calor que absorbe o libera está dado por $\Delta Q = C\Delta t$ o por $\Delta Q = mc\Delta t$, podemos escribir:

calor cedido por el fierro = $100 \times c \times (85 - 25)$
calor absorbido por el agua = $90 \times 1 \times (25 - 20)$
calor absorbido por el calorímetro = $C\Delta t = 42 \times (25 - 20)$

Si empleamos la igualdad

calor cedido = calor absorbido

tenemos

$$100 \times c \times (85 - 25) = 90 \times 1 \times (25 - 20) + 42 \times (25 - 20)$$

Al resolver esta ecuación obtenemos para el calor específico del fierro

$$c = 0.11 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot °\text{C}}$$

Calor y energía mecánica —el experimento de Joule

❖ Como vimos al inicio de este capítulo, los trabajos de Rumford y de otros científicos, en el siglo pasado, demostraron que el calor es una forma de energía.

Una vez aceptada esta idea, resultó necesario determinar la relación entre cierta cantidad de calor y la cantidad equivalente de otra forma de energía. En otras palabras, debía tratarse de obtener, experimentalmente, la relación entre una unidad común de calor (por ejemplo, 1 caloría) y una unidad usual para cualquier forma de trabajo (o energía mecánica); por ejemplo, el *joule*.

Entre los estudios que más contribuyeron a establecer que el calor es una forma de energía, debemos destacar los experimentos del físico inglés James P. Joule. Realizando mediciones muy cuidadosas y repitiéndolas muchas veces, Joule logró obtener con éxito la relación buscada; es decir, en términos actuales, cuántos joules de energía mecánica se necesitarían transformar para obtener una caloría de energía térmica.

❖ De los diversos experimentos realizados por Joule con esta finalidad, uno de ellos se volvió muy conocido y destacó entre los demás. En seguida describiremos este experimento, cuyo esquema se presenta en la Figura 13-25.

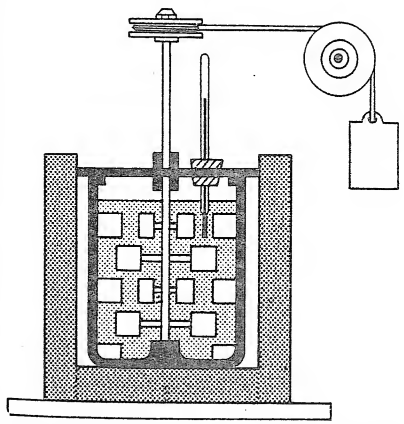


FIGURA 13-25 Dispositivo semejante al empleado por Joule para medir el "equivalente mecánico del calor".

En el aparato de Joule se dejaba caer, desde cierta altura, un cuerpo de peso conocido, atado a una cuerda, de manera que durante su caída podía accionar un sistema de paletas, el cual entraba en rotación y agitaba el agua contenida en un recipiente aislado térmicamente (*véase* Fig. 13-25). Debido a la fricción de las paletas con el agua, el peso caía con una velocidad prácticamente constante, es decir, su energía cinética se mantenía invariable. Por tanto, la energía potencial perdida por el cuerpo se transformaba íntegramente en energía de agitación, y luego en energía interna del agua, debido a la fricción entre una parte y otra del líquido. De este modo, la temperatura del agua sufría una elevación (en forma similar a lo que sucedería si recibiera calor). Un termómetro adaptado al aparato permitía a Joule medir este aumento de temperatura.

Conociendo el valor del peso cuya caída accionaba las paletas así como la altura de dicha caída, Joule pudo calcular la energía potencial perdida por el cuerpo ($E_p = Mgh$). Por otra parte, conociendo el valor de la masa de agua en el recipiente, y midiendo el aumento de su temperatura, le fue posible calcular la cantidad de energía térmica transferida al agua ($\Delta Q = mc\Delta t$). Comparando estos valores (E_p y ΔQ), Joule logró establecer la relación buscada, es decir, cuántas unidades de energía mecánica equivalen a una unidad de calor.

En el ejemplo numérico siguiente, trataremos de demostrar cómo se llevó a cabo dicho cálculo.

❖ Supongamos que el experimento de Joule se realizara con un cuerpo de masa $M = 6.0$ kg, el cual caería desde una altura $h = 2.0$ m, en un lugar donde $g = 9.8$ m/s^2. Para obtener una elevación notable en la temperatura del agua, es necesario dejar caer el peso varias veces en forma sucesiva. Consideremos entonces que en este experimento, el peso cae 25 veces. Así, la energía potencial que perdió el cuerpo en dichas caídas, fue

$$E_p = (25)\, Mgh = 25 \times 6.0 \times 9.8 \times 2.0$$
$$\text{o bien} \quad E_p = 2\,940 \text{ J}$$

El agua contenida en el recipiente, cuya masa era $m = 500$ g, sufrió una elevación de temperatura $\Delta t = 1.4$°C. Este aumento se obtendría también si el agua recibiera la cantidad de calor siguiente:

$$\Delta Q = mc\Delta t = 500 \times 1.0 \times 1.4$$
$$\text{o bien,} \quad \Delta Q = 700 \text{ cal}$$

Luego entonces, 2 940 J de energía mecánica equivalen a 700 cal de calor, es decir:

$$700 \text{ cal} = 2\,940 \text{ J}$$

$$\text{donde} \quad 1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$$

Este es el resultado al que hubiéramos llegado en este experimento hipotético. En sus cuidadosos experimentos, Joule obtuvo un resultado equivalente a 1 cal = 4.15 J, en excelente concordancia con la relación establecida actualmente, por experimentos más precisos que expresa que 1 cal = 4.18 J.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

28. Como vimos, en la Figura 13-20 se representa un gas que se expande rápidamente. Suponga que el trabajo realizado por él fue $T = 250$ J.
a) Si la expansión es muy rápida, ¿qué se puede decir acerca de la cantidad de calor, Q, que el gas intercambia con la vecindad?
b) Entonces, ¿cómo se denomina esta expansión?
c) ¿Cuál es la variación ΔU de la energía interna del gas?
d) ¿La energía interna del gas aumentó, disminuyó o no se alteró?
e) Así pues, ¿la temperatura del gas aumentó, disminuyó o no cambió?

29. Considere la compresión adiabática que se indica en la Figura 13-21.
a) ¿Aumentó la temperatura del gas? ¿Y su energía interna?
b) ¿Hubo absorción de calor por parte del gas?
c) Luego entonces, ¿cuál fue la causa del aumento de temperatura del gas?

30. Suponga que un gas, al expandirse, absorbe una cantidad de calor $Q = 150$ cal y realiza un trabajo $T = 630$ J.
a) Exprese el valor de Q en joules. (Considere 1 cal = 4.2 J.)
b) ¿Cuál fue la variación de energía interna del gas?
c) ¿La energía interna del gas aumentó, disminuyó o no varió? ¿Y su temperatura?
d) Ahora pues, ¿cómo se denomina esta transformación?

31. Observe la Figura 13-23. Como ya se dijo, representa masas iguales de un mismo gas que experimentan el mismo aumento de temperatura.
a) La variación de la energía interna en la transformación que se muestra en la Figura (a), ¿es mayor, menor o igual a la de la transformación que se muestra en (b)?
b) ¿Cuál es el trabajo realizado en la transformación de la Figura (a)?
c) ¿Entonces, podemos afirmar que el calor Q_v fue totalmente utilizado para aumentar la energía interna del gas?
d) En la transformación de la Figura (b), ¿realizó trabajo el gas?
e) ¿Entonces podemos decir que el calor Q_p fue empleado totalmente para aumentar la energía interna del gas?
f) Con base en sus respuestas anteriores, ¿puede usted concluir que Q_p, ¿es mayor, menor o igual a Q_v?

32. Un calorímetro, de capacidad térmica despreciable ($C = 0$) contiene 50 g de agua a 20°C. En el interior del aparato se coloca un bloque de plomo de 200 g y a una temperatura de 100°C. Se observa, después de cierto tiempo, que la temperatura de equilibrio es de 30°C.
a) Siendo c el calor específico del plomo, ¿cómo podemos expresar el calor que perdió?
b) ¿Cuál es el calor absorbido por el calorímetro?
c) ¿Qué calor absorbió el agua?
d) Con sus respuestas a las preguntas anteriores, calcule el calor específico del plomo.

33. Un recipiente de unicel contiene 100 g de agua a una temperatura de 20°C. Al interior del mismo se vierten 200 g de agua a 80°C. Suponiendo que todo el calor perdido por el agua caliente haya sido absorbido por el agua fría, determine la temperatura final, t_f de la mezcla.

34. Supongamos una repetición del experimento de Joule (Fig. 13-25) el cuerpo suspendido tiene una masa $M = 10$ kg y se deja caer de una altura $h = 1.5$ m (considere $g = 10$ m/s^2).
a) ¿Cuál es el valor de la energía mecánica perdida por M, durante la caída?

b) La energía potencial perdida por M durante la caída, ¿se transforma en energía cinética de M, en energía interna del agua o en ambas?

35. Considerando la situación descrita en el ejercicio anterior responda:
a) ¿Hubo transferencia de calor para el agua dentro del recipiente durante la caída de M?
b) ¿Entonces, cuál fue la causa de la variación de energía interna del agua?

36. En relación con la experiencia mencionada en el Ejercico 34, suponga que la masa M, haya caído 30 veces sucesivamente y que la masa del agua en el recipiente sea $m = 400$ g. Considerando 1 cal = 4.2 J, ¿determine la elevación de la temperatura del agua?

13.7 Un tema especial (para aprender más)

Máquinas térmicas – la Segunda Ley de la Termodinámica

❖ **¿Qué es una máquina térmica?** Sabemos que no fue sino hasta el siglo pasado que los científicos lograron establecer definitivamente el hecho de que el calor es una forma de energía. Pero se sabía desde la antigüedad, que el calor podía utilizarse para producir vapor, el cual es capaz de efectuar trabajo mecánico. Esta idea fue empleada por el inventor griego Herón, que en el siglo I d. C. construyó el dispositivo que se representa en la Figura 13-26: el vapor formado por el calentamiento del agua, al escapar por los orificios de los pequeños tubos del aparato, ponía en rotación la esfera de metal.

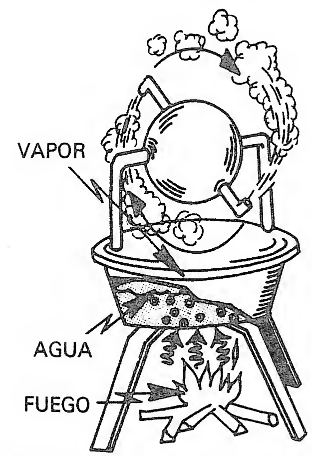
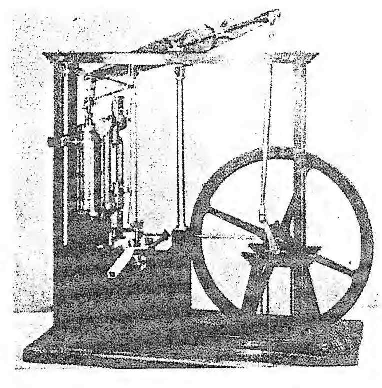


FIGURA 13-26 Modelo de la primera máquina térmica (turbina de reacción de vapor) inventada por el griego Herón en el siglo I d. C.

En el lenguaje moderno decimos que el instrumento de Herón es una *máquina térmica*, es decir, un dispositivo que transforma el calor en trabajo mecánico. Pero la máquina de Herón no pudo ser empleada con fines prácticos para la producción de grandes cantidades de energía mecánica. Sólo en el siglo XVIII fue cuando comenzaron a construirse las primeras máquinas térmicas capaces de realizar trabajo a escala industrial.

❖ **La máquina de Watt.** Las primeras máquinas térmicas de vapor inventadas en el siglo XVIII, eran muy rudimentarias y tenían un rendimiento muy bajo; es decir, consumían una gran



Modelo de máquina de vapor, de James Watt. Este dispositivo fue uno de los primeros que permitió la transformación, en escala industrial, de calor en trabajo mecánico.

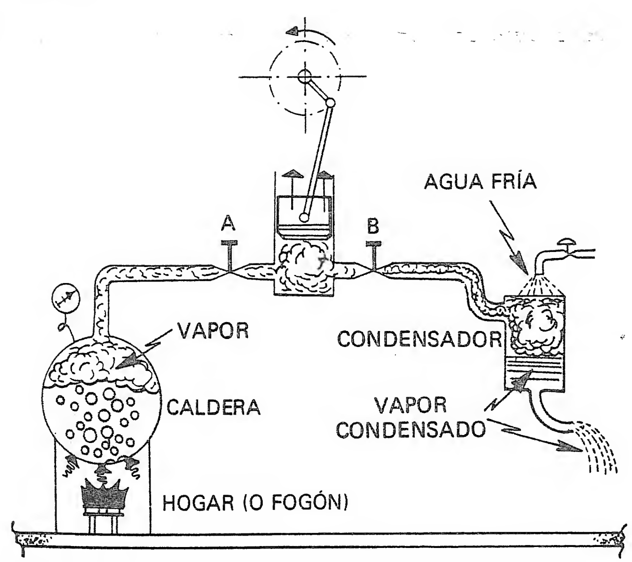


FIGURA 13-27 Esquema de la máquina de vapor de Watt.

cantidad de combustible para producir un trabajo relativamente pequeño.

Alrededor de 1770, el inventor escocés James Watt presentó un nuevo modelo de máquina de vapor que vino a sustituir, con grandes ventajas, a las que entonces existían. La Figura 13-27 muestra esquemáticamente la máquina de Watt. El vapor formado en la caldera, a alta presión, penetra en el cilindro a través de la válvula *A*, que está abierta (en este momento, la válvula *B* está cerrada). El pistón es, entonces, empujado por el vapor, y pone en rotación una rueda que se halla conectada a él por un mecanismo como se observa en la figura. Cuando el pistón se acerca al extremo del cilindro, la válvula *A* se cierra y la *B* se abre, lo cual permite el escape del vapor hacia el condensador, el cual es enfriado continuamente con un chorro de agua fría. El vapor se condensa así, produciendo una disminución de presión en el interior del cilindro, y haciendo que el pistón vuelva a su posición inicial. En este momento, la válvula *B* se cierra y se abre la válvula *A*, permitiendo nueva admisión de vapor en el cilindro; a continuación se repite el ciclo. De esta manera, la rueda conectada al pistón se mantendrá así continuamente en rotación.

La máquina de Watt inicialmente se empleó para mover molinos y accionar bombas que sacaban el agua de las minas, y más tarde, en locomotoras y barcos de vapor. Además, la máquina motriz de vapor comenzó a utilizarse ampliamente en las fábricas para accionar los dispositivos industriales más diversos, con lo cual dio lugar a un gran impulso en el desarrollo de esta área, siendo por ello considerada como uno de los factores que produjeron la llamada "Revolución Industrial" en el siglo pasado.

❖ **El motor de explosión.** En el transcurso del siglo XX, se inventaron algunos otros tipos de máquinas térmicas, entre las cuales destacan los motores de explosión, las turbinas de vapor, los motores de reacción (o de chorro), etcétera.

En particular, los motores de explosión de gasolina se volvieron muy conocidos en virtud de su utilización en los automóviles. En la Figura 13-28 presentamos un esquema del motor de explosión "de cuatro tiempos", llamado así porque su funcionamiento se efectúa en cuatro etapas, las cuales describiremos en seguida: el motor posee una válvula de admisión (*A*), una de escape (*B*) y una bujía eléctrica, que es un

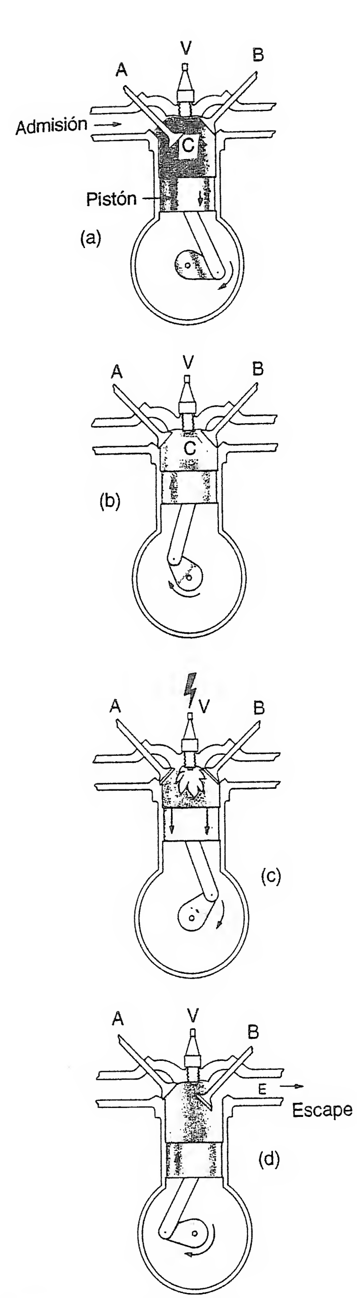


FIGURA 13-28 Los cuatro tiempos de funcionamiento de un motor de explosión.

dispositivo destinado a producir una chispa (la cual provoca la ignición o explosión) en el momento oportuno. La mezcla explosiva, constituida por gasolina y aire, que se forma en el carburador (que no se representa en la figura), llega hasta el espacio *C*, llamado cámara de combustión, a través de la válvula *A*, que es gobernada por un sistema de levas y palancas.

1) En el "primer tiempo", denominado de *admisión*, la válvula *A* se abre, permitiendo la entrada de la mezcla carburada, mientras el pistón baja en el cilindro (Fig. 13-28a).

2) En el "segundo tiempo", denominado de *compresión*, la mezcla es comprimida en la cámara *C* (el pistón sube) y su temperatura se eleva. En este tiempo, las válvulas *A* y *B* permanecen cerradas (Fig. 13-28b).

3) En el "tercer tiempo", llamado de *explosión* y *expansión*, la bujía *V* produce una chispa eléctrica, originando la ignición de la mezcla explosiva. Este es el único tiempo durante el cual se produce trabajo efectivo, ya que los gases calientes de la combustión, debido a su alta presión, hacen bajar el pistón con fuerza, impartiendo así un movimiento de rotación al eje de manivela del motor, por medio de la biela (Fig. 13-28c).

4) En el "cuarto tiempo", denominado de *escape*, la válvula *B* se abre, permitiendo la salida de los gases a través del tubo *E* (tubo de escape), mientras el pistón sube en el cilindro (Fig. 13-28d).

Al cerrarse la válvula *B*, un nuevo descenso del pistón y la apertura de la válvula *A* (primer tiempo), inicia otro ciclo.

❖ **Eficiencia de una máquina térmica.** Al analizar las máquinas térmicas se encuentra que existen algunos aspectos comunes en su funcionamiento. En realidad, todas operan "en ciclos", es decir, en ellas se vuelve periódicamente a las condiciones iniciales, y cada ciclo se puede representar, esquemáticamente, en la forma mostrada en la Figura 13-29. Esta figura indica que la máquina retira cierta cantidad de calor Q_1 de un cuerpo caliente, el cual se denomina "fuente caliente" (por ejemplo, en el caso de la máquina de vapor la fuente de calor es el hogar o fogón que calienta el agua de la caldera). La máquina emplea parte de este calor para realizar

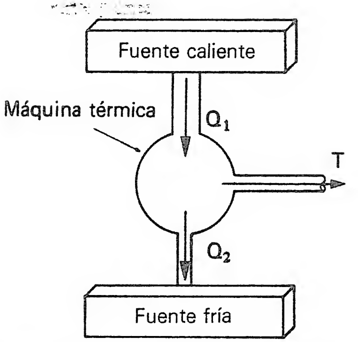


FIGURA 13-29 Representación esquemática de una máquina térmica cualquiera.

un trabajo T y cede una cantidad de calor Q_2 a la "fuente fría". En la máquina de Watt, por ejemplo, este calor Q_2 es transportado por el vapor que sale todavía caliente del cilindro y lo libera en el condensador, el cual es la fuente fría de esta máquina.

Se denomina *eficiencia* (o *rendimiento*) R, de una máquina térmica, a la relación entre el trabajo T que se realiza en cada ciclo, y el calor Q_1 que se recibe durante dicho ciclo a partir de la fuente caliente, es decir,

$$\boxed{R = \frac{T}{Q_1}}$$

Así pues, la eficiencia de una máquina térmica será tanto mayor cuanto más grande sea el trabajo que efectúa, con una determinada cantidad de calor absorbido. De modo que si el rendimiento de una máquina fuera $R = 0.50$ (o bien, $R = 50\%$), esto significaría que dicha máquina transforma en trabajo la mitad del calor que recibe de la fuente caliente.

En la Figura 13-29 vemos claramente, por la conservación de la energía, que $Q_1 = T + Q_2$, o bien, $T = Q_1 - Q_2$. Entonces podemos expresar el rendimiento de una máquina, de la siguiente manera:

$$R = \frac{T}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{o bien,} \quad \boxed{R = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}}$$

❖ **La Segunda Ley de la Termodinámica.** De la expresión anterior se concluye que si $Q_2 = 0$, es decir, si la máquina térmica, al realizar un ciclo, no cediera ningún calor a la fuente fría, su rendimiento sería $R = 1$ (o bien, $R = 100\%$). Por tanto, una máquina como ésta transformaría en trabajo todo el calor absorbido de la fuente caliente (Fig. 13-30).

Pero al observar el comportamiento de las máquinas térmicas durante muchos años, los científicos se dieron cuenta de que es imposible construir una máquina como ésta (con $R = 100\%$). En otras palabras, ningún motor térmico al efectuar un ciclo de funcionamiento conseguirá nunca transformar íntegramente en trabajo todo el calor que absorbe de una fuente caliente. Para completar el ciclo, el dispositivo siempre deberá ceder a una fuente fría parte del calor absorbido; es decir, en toda máquina térmica se tiene que $Q_2 \neq 0$.

Esta conclusión constituye una de las leyes fundamentales de la naturaleza, y se denomina *segunda Ley de la Termodinámica*, la cual fue enunciada por Kelvin de la manera siguiente:

> Es imposible construir una máquina térmica que, al operar en un ciclo, transforme en trabajo todo el calor que se le suministra.

De esta manera, la eficiencia o rendimiento de cualquier máquina térmica, es inferior a 100%. En realidad, los rendimientos de las máquinas térmicas más utilizadas están muy por debajo de este límite. Por ejemplo, en las locomotoras de vapor, el rendimiento era de casi 10%, en los motores de gasolina nunca pasa de 30%, y en los motores Diesel, que se encuentran entre las máquinas térmicas más eficientes, el rendimiento es de alrededor de 40%.

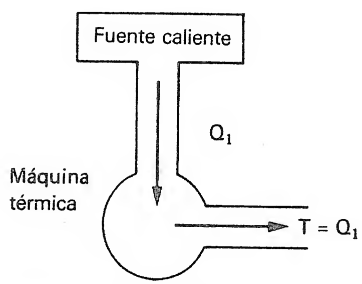


FIGURA 13-30 Una máquina térmica como ésta tendría un rendimiento de 100%.

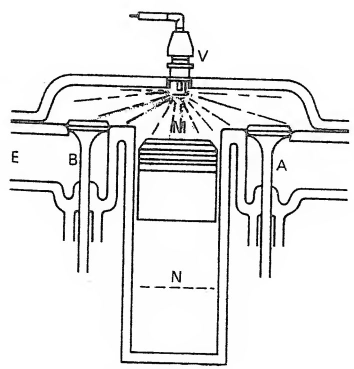
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

37. *a)* Explique qué se entiende por una máquina térmica.
    b) Trate de descubrir cuál es la fuente caliente y cuál es la fuente fría de la máquina de Herón.

38. Observando el esquema de la máquina de Watt, presentado en la Figura 13-27, conteste:
    a) Cuando el pistón está subiendo, la válvula A ¿está abierta o cerrada? ¿y la valvula B? Explique.
    b) Explique por qué después de alcanzar la parte más alta del cilindro el pistón desciende para regresar a la posición inicial.
    c) Durante el descenso del pistón ¿cuál de las válvulas está abierta y cuál está cerrada?

39. En la figura de este ejercicio se reproduce el esquema de un motor de explosión en donde A es la válvula de admisión y B es la de escape. En esta figura M representa la posición más alta del pistón y N su posición más baja. Para cada una de las situaciones siguientes diga si ella corresponde a uno de los tiempos de funcionamiento del motor y en caso afirmativo, cuál es el nombre que se da a ese tiempo.
    a) El pistón se desplaza de N para M y las válvulas A y B están cerradas.
    b) El pistón se desplaza de M para N y solamente la válvula A está abierta.
    c) El pistón se desplaza de N para M y las dos válvulas están abiertas.



Ejercicio 39

40. Observe el esquema de una máquina térmica cualquiera, mostrado en la Figura 13-29. Suponga que en una máquina de vapor con este esquema, en cada ciclo la fuente caliente envíe una cantidad de calor igual a 100 calorías a la máquina y ésta realice un trabajo de 84 J. Considerando 1 cal = 4.2 J, determine:
    a) El rendimiento de la máquina térmica
    b) La cantidad de calor que transfiere en cada ciclo a la fuente fría.

41. Un motor de Diesel rinde 40%, realizando en cada ciclo un trabajo de 1000 J. Calcule, en calorías, la cantidad de calor, que en cada ciclo (considere aproximadamente 1 cal = 4 J):
    a) Recibe de la fuente caliente.
    b) Envía para la fuente fría

42. Se sabe que el calor de combustión del Diesel es de 45×10^3 J/gramos, esto es, cada gramo de Diesel libera 45×10^3 J de energía térmica, al ser quemado totalmente. Considerando esta información y suponiendo que el motor de Diesel, mencionado en el ejercicio anterior, consuma 10 g/s de combustible, determine la potencia generada por ese motor.

43. Considerando lo que fue mencionado en esta sección sobre la segunda ley de la Termodinámica, enuncie esta ley de tres maneras equivalentes.

44. Suponga que una persona le comentó que construyó una máquina térmica la cual, en cada ciclo, recibe 100 cal de la fuente caliente y realiza un trabajo de 418 J. Sabiendo que 1 cal = 4.18 J, diga si está máquina estará infringiendo :
    a) La primera ley de la Termodinámica.
    b) La segunda ley de la Termodinámica.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) Haga un pequeño resumen de cuanto se dijo en el texto acerca de la teoría del "calórico".
   b) Exprese, con sus propias palabras, el actual concepto de *calor*.
   c) Observe la Figura 13-2 y dé la definición de *caloría*.
   d) ¿Cuál es la relación entre 1 cal y 1 J?
2. *a*) Describa el mecanismo de propagación del calor, por conducción, a través de un sólido.
   b) Dé ejemplos de sustancias que son buenos conductores de calor. Cite algunas que sean buenos aislantes térmicos.
   c) Explique por qué un abrigo impide que las personas sientan frío.
3. *a*) Describa la formación de las *corrientes de convección* en los líquidos o gases.
   b) Cite algunos casos en los cuales las corrientes de convección desempeñen un papel importante.
   c) Además de la conducción y de la convección, existe un tercer proceso de transferencia de calor. ¿Cómo se denomina este proceso?
   d) Dé ejemplos de situaciones en las cuales el calor se transmita por *radiación*.
4. *a*) Defina la *capacidad térmica* de un cuerpo. ¿En qué unidades se puede expresar?
   b) ¿Cómo se define el *calor específico* de una sustancia? ¿En qué unidades puede expresarse?
   c) Recordando la definición de caloría, ¿qué podemos concluir acerca del valor del calor específico del agua?
   d) ¿Qué expresión nos proporciona, en función del calor específico, el calor absorbido o cedido por un cuerpo cuando su temperatura varía?
5. *a*) ¿Qué significado se da en Física al término "sistema"?
   b) ¿Qué se entiende por "vecindad" de un sistema?
   c) Describa las formas por las que un sistema puede intercambiar energía con su vecindad.
6. *a*) Un gas sufre una transformación a presión constante p, desde un volumen inicial V_i, hasta un volumen final V_f. ¿Cuál es, en función de estos datos, la expresión del trabajo realizado por el gas?
   b) Observando la expresión solicitada en (a), diga cuál es el signo del trabajo cuando el gas se expande. ¿Y cuando se comprime?
   c) ¿En qué condiciones decimos que el trabajo fue realizado *por el sistema*? ¿Y sobre *él*?
7. *a*) Diga qué entiende por *energía interna* de un sistema.
   b) Escriba la expresión matemática de la primera ley de la Termodinámica. Explique el significado de cada símbolo que aparece en esta expresión.
   c) En la expresión de la primera ley, ¿cuándo debemos considerar a Q como positivo? ¿Y cuándo como negativo?
8. *a*) ¿Qué es una transformación adiabática?
   b) Cuando un sistema sufre una transformación muy rápida, aunque sus paredes no sean aislantes, la transformación puede considerarse adiabática. ¿Por qué?
   c) Aplique la primera ley de la Termodinámica a una expansión adiabática de un gas, y diga qué sucede con su energía interna y con su temperatura.
   d) Responda a la pregunta anterior suponiendo que el gas ha sufrido una compresión adiabática.
9. Suponga que un gas ideal sufrió una expansión isotérmica.
   a) ¿Fue necesario proporcionar calor al gas?
   b) ¿Varió su energía interna?
   c) ¿Cuál es la relación entre Q y T en esta transformación?
10. *a*) Describa, en detalle, el calorímetro presentado en la Figura 13-24 y explique cuál es la finalidad de cada parte del instrumento.
    b) Para que un calorímetro se considere de buena calidad, ¿qué debemos exigir en relación con la cantidad de calor que entra o sale del instrumento mientras se utiliza?
    c) Escriba la igualdad que expresa el intercambio de calor entre cuerpos colocados en el interior de un calorímetro.

SEIS EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Con este experimento se podrá comprobar que algunos metales son mejores conductores de calor que otros.

Para ello, tome dos alambres, de igual diámetro y hechos de diferente metal; por ejemplo, uno de cobre y otro de fierro. Enrolle ambos alambres por uno de sus extremos, como muestra la figura de este experimento. Coloque pequeños trozos de cera (o parafina) a lo largo de los extremos libres de los alambres de fierro y cobre (*véase* figura).

Caliente con una flama la parte enrollada de ambos alambres. El calor se transmitirá, por conducción, a lo largo de los hilos metálicos, produciendo la fusión de la cera.

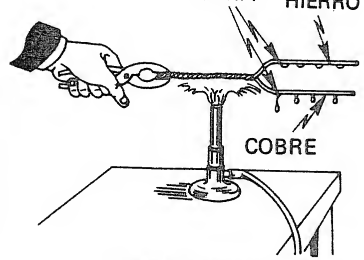
Observando el derretimiento de los pedazos de cera, diga cuál de los dos metales es mejor conductor de calor.

SEGUNDO EXPERIMENTO

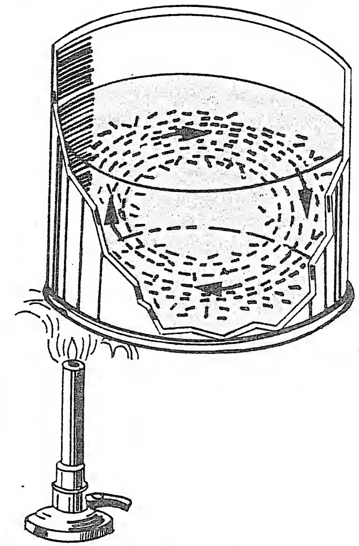
Coloque un poco de aserrín en el agua contenida en un recipiente. El diámetro del mismo no debe ser muy pequeño, de manera que pueda observarse con facilidad lo que sucede en su interior.

Al colocar el recipiente sobre una flama, a medida que se calienta el agua, se forman (como ya se sabe) corrientes de convección en el líquido. Usted podrá apreciar estas corrientes por medio del movimiento del aserrín, el cual sigue muy aproximadamente al movimiento del líquido.

Para que las corrientes de convección se vuelvan más evidentes, recomendamos hacer que el calor incida cerca de la pared lateral del recipiente, como se observa en la figura de este experimento.



Primer Experimento


Segundo Experimento

TERCER EXPERIMENTO

Tome dos recipientes idénticos, de vidrio claro y transparente como, por ejemplo, dos botellas comunes de refresco o alguna otra bebida. Empleando una sustancia oscura (tinta negra, grasa o betún para zapatos, hollín, etc.), recubra totalmente la superficie externa de una de las botellas.

Coloque en ambas la misma cantidad de agua y exponga al Sol las dos botellas (trate de llevar a cabo el experimento en un día bastante soleado). Después de cierto tiempo mida con un termómetro la temperatura del agua de cada frasco (un termómetro común de 0 a 100°C se podría adquirir, a precio no muy alto, en alguna tienda especializada, y sirve mucho en un gran número de experimentos).

¿En cuál de las dos botellas se calentó más el agua? Explique este resultado (recuerde lo que aprendió acerca de la absorción de la radiación térmica).

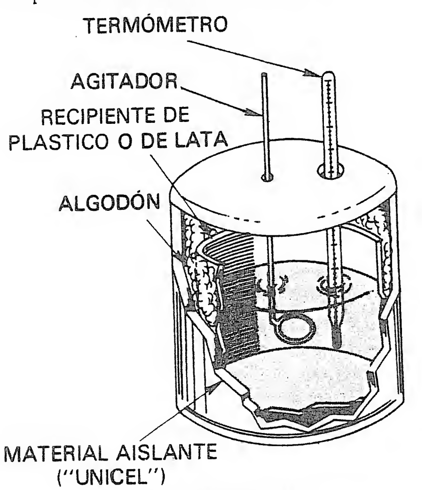
CUARTO EXPERIMENTO

Puede construirse con relativa facilidad un buen calorímetro, semejante al de la Figura 13-24. Después de construirlo, se medirá su capacidad térmica. De esta manera empleando tal aparato podrá determinarse el calor específico de un sólido o un líquido cualquiera. Procédase del modo siguiente:

1. Tome un recipiente de "unicel" provisto de una tapa ajustada. En su interior coloque otro recipiente, de plástico o de lata, y llene con algodón el espacio entre los dos (*véase* figura de este experimento). Haga en la tapa dos orificios; introduzca en uno de ellos un alambre con la punta encorvada (agitador), y en el otro, un termómetro común (el empleado en el experimento anterior). Así, su calorímetro estará listo para ser utilizado.

2. A fin de determinar la capacidad térmica del calorímetro que construyó, lea con atención el enunciado del problema 14 de este capítulo, y siga el procedimiento efectuado por el estudiante que se menciona en dicho problema. Evidentemente, las masas y las temperaturas en su experimento no deben ser necesariamente iguales a las mencionadas en el Problema 14 (debe escoger los valores de las masas de agua conforme al tamaño de su calorímetro). Si no dispone de una balanza apropiada, podrá obtener los valores de estas masas si mide sus volúmenes y recuerda que la densidad del agua es de 1 g/cm^3.

Luego de efectuadas todas las mediciones necesarias (descritas en el Problema 14) calcule, en cal/°C, la capacidad térmica de su calorímetro.



Cuarto Experimento

3. Ahora ya podrá utilizar el calorímetro para medir el calor específico de un líquido o un sólido cualquiera. Lo podemos emplear para determinar el calor específico de un aceite (lubricante o de cocina). Siga las instrucciones siguientes:

a) Coloque en el calorímetro una determinada masa de agua fría, que ocupe un poco menos de la mitad de su volumen. Con el termómetro lea la temperatura de equilibrio del calorímetro con esta agua.

b) Pese, con cuidado, cierta masa de aceite, aproximadamente igual a la del agua colocada en el calorímetro (en caso de que no disponga de una balanza, pida al farmacéutico o tendero más cercano que realice por usted esta medición).

c) Caliente la masa de aceite hasta cierta temperatura (unos 60 o 70°C). Usando el termómetro, lea y anote esta temperatura.

d) Coloque inmediatamente el aceite en el interior del calorímetro. Use el agitador para uniformar la temperatura de la mezcla, y observando el termómetro, espere a que alcance el valor final de equilibrio. Anote dicho valor.

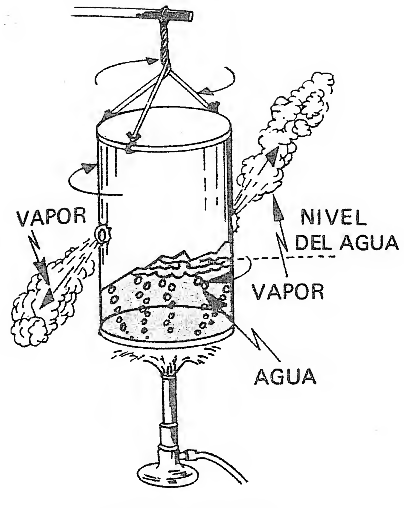
e) Usando los valores medidos y recordando sus conocimientos acerca de calorímetros (*véase* ejemplo de la Sección 13.6), determine el calor específico del aceite.

QUINTO EXPERIMENTO

Como vimos, el calor es una forma de energía, y por tanto, es posible transformarlo en energía mecánica. Los dispositivos que efectúan esta transformación, haciendo posible la realización de trabajo a partir del calor, se denominan *máquinas térmicas*. La primera fue construida en el siglo I de nuestra era por el científico griego Herón, en la ciudad de Alejandría. En este experimento, usted podrá construir y hacer funcionar un modelo rústico de la turbina de Herón.

Tome una lata cilíndrica (de cerveza o refresco) que contenga un poco de agua. Haga dos orificios oblicuos en su pared lateral, de manera que cuando el agua entre en ebullición, el vapor formado salga por dichos orificios en chorros de sentidos contrarios y tangentes a la pared de la lata (*véase* figura de este experimento).

Tape cuidadosamente esta vasija para que el vapor sólo pueda escapar por los orificios. Cuélguela por medio de cordones, en la forma que se observa en la figura. Caliente el agua con una flama y observe el movimiento que adquiere la lata conforme sale el vapor. ¿En qué sentido gira? Explique este movimiento recordando la tercera ley de Newton.



Quinto Experimento

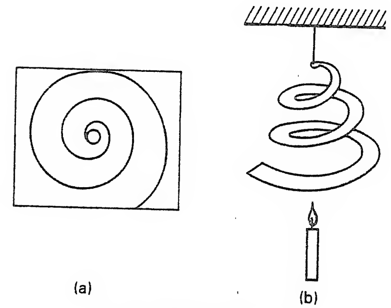
ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA

Realice una investigación bibliográfica acerca de los acontecimientos posteriores a la invención de la máquina de Watt y que dieron origen a la Revolución Industrial en el siglo XIX. Destaque los aspectos histórico-sociales relacionados con esta revolución, elabore una pequeña disertación acerca de estos estudios y expóngala ante el grupo.

SEXTO EXPERIMENTO

Tome una hoja de papel (por ejemplo, de cuaderno) y dibuje una espiral, como se indica en la Figura (a) de este experimento. Recórtela y cuélguela con hilo delgado sobre la llama de una vela, como se muestra en la Figura (b)

Observe el movimiento de rotación de la espiral y trate de explicar por qué ocurre esto (recuerde las corrientes de convección estudiadas en la Sección 13.2).



Sexto Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Algunos anuncios comerciales de refrigeradores suelen pregonar las ventajas de estos productos, y se dicen cosas como: "Nuestro refrigerador no deja entrar el calor, ni deja escapar el frío." En esta afirmación hay un error conceptual de física. ¿Cuál es?

2. Deseamos descongelar un refrigerador ¿Qué sería mejor para esto, colocar en su interior cierta masa de agua caliente o la misma masa de un metal caliente, a la misma temperatura? Explique.

3. La masa total de agua existente en la Tierra tiene un valor de casi 10^{18} toneladas. Suponga que la temperatura de toda esta agua sufriese una disminución de temperatura de solamente 1°C.

a) Calcule, en calorías, la cantidad de calor que se liberaría en este proceso. Exprese esta cantidad de calor en joules. (Considere 1 cal ≃ 4 J.)

b) Si toda esta cantidad de calor fuera convertida en energía eléctrica, ¿durante cuántos años podría emplearse para surtir la demanda mundial? (El consumo mundial de energía eléctrica es de, aproximadamente, 10^{20} J anuales.)

4. Sabemos que los desiertos son muy calientes durante el día y demasiado fríos por la noche. Entonces, ¿a qué conclusión puede usted llegar en relación con el calor específico de la arena?

5. Dos bloques metálicos A y B, de masas m_A y m_B, siendo $m_A > m_B$, absorben la misma cantidad de

calor ΔQ y sus temperaturas sufren la misma variación Δt.

a) ¿La capacidad térmica de A, es mayor, menor o igual a la de B?

b) ¿El calor específico de A, es mayor, menor o igual que el de B?

c) ¿Los sólidos A y B podrían estar hechos del mismo material?

6. Considere una masa de 200 kg de agua, que cae de lo alto de una catarata cuya altura es de 210 m.

a) ¿Cuál es la energía potencial de esta masa de agua en lo alto de la cascada? (Considere g = 10 m/s^2.)

b) Despreciando la fricción con el aire, ¿cuál será la energía cinética del agua al llegar al suelo?

c) ¿Cuál es, en calorías, la cantidad de calor equivalente a esta energía cinética? (Considere 1 cal = 4.2 J.)

d) Cuando el agua choca con el suelo, su energía cinética se transforma casi totalmente en energía interna, produciendo un aumento de temperatura. Suponiendo que toda la energía cinética haya sido empleada para calentar el agua, ¿cuánto se elevaría su temperatura?

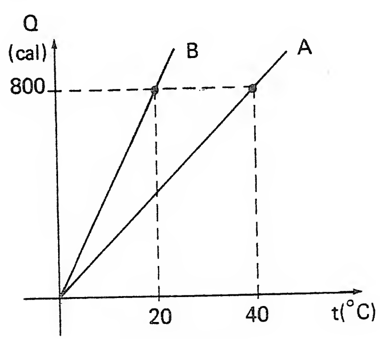
7. La figura de este problema representa la cantidad de calor absorbido por dos cuerpos, A y B, en función de sus temperaturas. La masa de B vale 100 g, pero no conocemos la masa de A. Señale, entre las afirmaciones siguientes, la que está *equivocada*:

a) La pendiente de la gráfica $Q \times t$ para un cuerpo dado, proporciona el valor de su capacidad térmica.

b) La capacidad térmica de B tiene un valor de 40 cal/°C.

c) La capacidad térmica de A no puede calcularse porque no conocemos su masa.

d) El calor específico de B vale 0.40 cal/g · °C.



Problema 7

e) El calor específico de A no se puede calcular, pues desconocemos su masa.

8. Un gas, con volumen inicial V_i y presión p, se expande isobáricamente hasta un volumen final V_f.

a) Trace el diagrama *presión* × *volumen* para esta transformación, en la figura de este problema.

b) ¿Cuál es la expresión del valor del área bajo la gráfica que trazó?

c) Entonces, ¿qué representa el valor de esta área?

9. Cierta masa gaseosa sufre una transformación al absorber una cantidad de calor Q, realizar un trabajo T y sufrir una variación ΔU en su energía interna. Señale, entre las afirmaciones siguientes, las que son *correctas*:

a) $T = Q$ si la transformación fuera isotérmica.

b) $\Delta U = Q$ si la transformación fuera isométrica.

c) $\Delta U = 0$ si la transformación fuera adiabática.

d) $Q > T$ si la transformación fuera una expansión isobárica.

e) $Q = 0$ si la transformación fuera isotérmica.

10. Un gas se expande rápidamente, empujando el pistón del cilindro que lo contiene. Señale las afirmaciones *equivocadas*:

a) El calor que el gas intercambia con su vecindad es despreciable.

b) La expansión es prácticamente adiabática.

c) La temperatura del gas permanece constante.

d) La presión del gas disminuye mientras su volumen aumenta.

e) La presión p y el volumen V varían de manera que pV = constante.

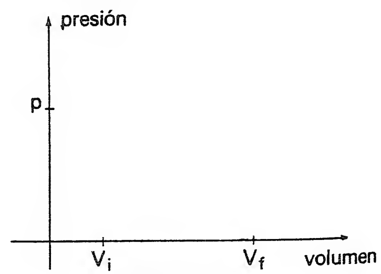
11. Considere la transformación descrita en el problema anterior. Señale las afirmaciones *correctas*:

a) El trabajo realizado por el gas fue positivo.

b) La energía interna del gas no cambió.

c) El gas realiza trabajo usando parte de su energía interna.

d) La energía interna disminuye en una cantidad igual al trabajo realizado por el gas.



Problema 8

e) El trabajo efectuado por el gas es igual a la cantidad de calor que absorbe.

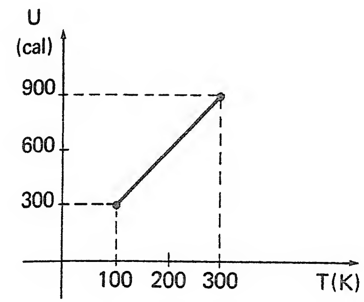
12. El gráfico de este problema muestra cómo la energía interna de 1 mol de gas helio, manteniendo a volumen constante, varía con su temperatura absoluta.

a) ¿Cuál es el valor de ΔU en el intervalo de temperatura que se muestra?

b) ¿Qué trabajo realiza el helio en esta transformación?

c) ¿Qué cantidad de calor absorbió el gas?

d) Calcule, entonces, el calor específico a volumen constante del helio (recuerde que la masa de 1 mol de este gas es de 4 g).



Problema 12

13. Analice las afirmaciones siguientes y diga si cada una de ellas es correcta o equivocada. Justifique su respuesta.

I. Siempre que un gas recibe calor, su temperatura se eleva.

II. Si un gas recibe calor y su energía interna no varía, su volumen aumenta obligadamente.

14. Un estudiante construyó un calorímetro y trató de determinar el valor de la capacidad térmica de este aparato. Para ello, colocó en su interior 300 g de agua fría, y luego de esperar cierto tiempo, pudo comprobar que el conjunto alcanzó el equilibrio térmico a una temperatura de 20°C. En seguida, agregó al calorímetro 100 g de agua tibia a 45°C. Cerrando rápidamente el dispositivo, esperó hasta que se volviera a establecer el equilibrio térmico, y halló entonces que la temperatura final era de 25°C. Con base en estos datos, calcule la capacidad térmica del calorímetro del estudiante.

15. El estudiante usó el calorímetro mencionado en el problema anterior para determinar el calor específico de cierto metal. Tomando el aparato en las mismas condiciones iniciales citadas en el problema 14 (conjunto del calorímetro y los 300 g de agua a 20°C), colocó en su interior 500 g de esferitas del metal referido, a una temperatura de 90°C. Aguardando a que se alcanzara el equilibrio térmico, el estudiante halló una temperatura final de 35°C.

a) Calcule el calor específico del metal.

b) Consulte la Tabla 13-1 y trate de identificar cuál era el metal que se utilizó en el experimento.

16. *a*) Para medir la temperatura de un cuerpo disponemos de un termómetro, cuya capacidad térmica tiene un valor cercano al de la capacidad térmica del objeto. ¿El termómetro proporcionará el valor correcto de tal temperatura? Explique.

b) ¿Qué condición debe satisfacer la capacidad térmica de un termómetro para proporcionar correctamente la temperatura de un cuerpo?

17. Se sabe que el calor específico del agua es mucho mayor que el de la tierra. Con base en esta información y considerando una región junto al mar, responda:

a) En virtud de la incidencia de los rayos solares en esta región, ¿la temperatura de la tierra durante el día, es mayor o menor que la del agua del mar?

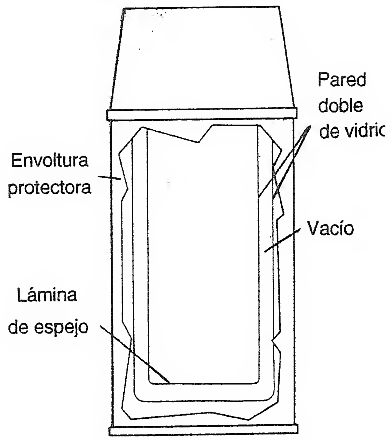
b) Entonces, durante el día, ¿una persona en la playa deberá percibir una brisa que sopla del mar a la tierra o de la tierra al mar?

c) Después de la puesta del Sol, ¿cuál se enfriará con mayor rapidez, la tierra o el mar? Luego entonces, ¿en qué sentido debe soplar la brisa durante la noche?

18. Un recipiente, cuya capacidad térmica es igual a 20 cal/°C, contiene 100 g de un líquido determinado. El conjunto es calentado a una temperatura de 75°C, y luego, colocado en el interior de un calorímetro de capacidad térmica igual a 80 cal/°C, que se encuentra a 20°C y contiene 300 g de agua a esta misma temperatura. Se observa una temperatura final de 25°C. Determine el calor específico del líquido considerado.

19. ¿Es posible proporcionar calor a un gas, y a pesar de ello, que su temperatura disminuya? Explique.

20. Como usted sabe, un termo (o botella térmica) es un dispositivo que permite mantener constante la temperatura de un objeto (caliente o frío) coloca-



Problema 20

do en su interior. Trate de descubrir cómo están construidos los termos (*véase* figura), y explique cómo se puede impedir que el calor entre o salga de su interior por los tres procesos que conocemos (conducción, convección y radiación).

21. En un calorímetro, de capacidad térmica igual a 2.5 cal/°C, se ponen 100 g de alcohol y se verifica que el conjunto se encuentra a una temperatura de 8.0°C. En el calorímetro se introduce un bloque de cobre de masa igual a 200 g y a una temperatura de 100°C. La temperatura final de la mezcla es de 28°C. Considerando el calor específico del cobre igual a 0.095 cal/g°C, determine el calor específico del alcohol.

22. Un bloque metálico recibe un flujo de calor (cantidad de calor por unidad de tiempo) constante, proveniente de una fuente térmica, durante 5.0 minutos. La misma masa de agua, recibiendo el mismo flujo de calor durante 10 minutos, sufre una variación de temperatura igual a la mitad de la que experimenta el bloque. Calcule el calor específico del metal.

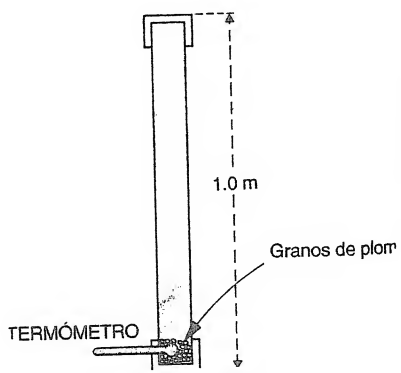
23. La misma cantidad de calor se suministra a cinco bloques sólidos, de sustancias y masas diferentes. Considerando los datos proporcionados en la tabla de este problema, determine cuál de los bloques experimenta mayor elevación de temperatura.

Bloque	c (cal/g °C)	m (g)
A	0.20	200
B	0.40	400
C	0.05	600
D	0.60	800
E	0.01	1 000

Problema 23

24. Una planta termonuclear usa 20% de las aguas de un río para su sistema de enfriamiento. Una vez utilizada, esta agua sale de la planta con una temperatura de 12°C arriba de la temperatura media del río en el trecho anterior a la planta. ¿A cuánto aumenta la temperatura media de las aguas del río después de recibir el agua de la planta?

25. Una masa de m gramos de pequeños granos de plomo se coloca en el interior de un tubo de PVC (o de cartón) de 1.0 m de longitud, cerrado en ambos extremos. Se mide la temperatura inicial del plomo con un termómetro introducido lateralmente, que haga contacto con los granos, como se muestra en la figura de este problema. En seguida, se invierte el tubo 20 veces sucesivas, de modo que en cada inversión los granos de plomo sufran una caída de 1.0 m. Se vuelve a tomar otra lectura del termómetro y se verifica que el plomo sufrió un aumento de temperatura de 1.5°C. Con base en estos datos, trate de determinar el valor que este experimento, de poca precisión, proporciona para la relación entre las unidades 1 cal y



Problema 25

1 J (esta relación usualmente se denomina *equivalente mecánico de la caloría*). Tome $g = 10$ m/s^2. *Observación:* Usted podrá realizar este sencillo experimento fácilmente, el cual le proporcionará un valor aproximado de una relación importante en el campo de la termodinámica. Procure reproducirlo.

26. *a)* Se verifica que la madera sólida es un aislante térmico peor que el aserrín hecho de la misma madera. Trate de explicar este hecho (*Sugerencia:* el aire es un aislante térmico mucho mejor que la madera).

b) A pesar de que el aire es mejor aislante térmico que la madera, para retardar la fusión de un bloque de hielo, colocado al aire libre, se acostumbra cubrirlo con aserrín. Trate de explicar esta "sabiduría" popular.

27. Considere una muestra de un gas ideal monoatómico cuya energía interna se debe a la energía cinética de traslación de sus moléculas. Se sabe que la muestra contiene 2.0×10^{24} moléculas.

a) La temperatura de la muestra es de 27°C; con base en esto determine el valor de su energía interna U (considere la constante de Boltzmann, $k = 1.4 \times 10^{-23}$ J/K).

b) Suponga que una cantidad de calor $Q = 2.0 \times 10^3$ cal se le proporcione a la muestra mientras se expande, realizando un trabajo $T = 2.4 \times 10^3$ J. Determine la temperatura Celsius de la muestra después de sufrir esta transformación (considere 1 cal = 4.2 J).

28. Para determinar la temperatura de la llama de un mechero de gas, un alumno calentó en esa llama, durante cierto tiempo, un clavo de fierro, de masa igual a 10 g. En seguida, lo introdujo en un calorímetro de capacidad térmica despreciable, que contenía 100 g de agua y comprobó que la temperatura de ésta sufrió una elevación de 10 a 20°C. ¿Cuál era la temperatura de la llama?

29. La potencia eléctrica disipada por un calentador de inmersión es de 200 W. Se introduce el calentador en un recipiente que contiene 1.0 litro de agua a 20°C. Suponiendo que 70% de la potencia disipada por el calentador se aproveche para calentar el agua, determine el tiempo necesario para que su temperatura alcance 90°C.

30. En un calorímetro llamado *calorímetro de flujo*, un líquido, cuyo calor específico se desea medir, atraviesa este aparato con un flujo de 10.0 cm^3/s. En el interior del calorímetro hay un calentador eléctrico de 240 W que suministra calor al líquido. Se verifica que hay una diferencia constante de 15°C entre las temperaturas del líquido al entrar al calorímetro y al salir de él. Sabiendo que la densidad de ese líquido es de 0.80 g/cm^3, determine en J/kg°C su calor específico.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. En un recipiente, como el de la figura siguiente, se colocan tres barras de materiales diferentes: madera, plástico y aluminio. En el extremo de cada uno de ellos se pone un trozo de cera. Al calentar el recipiente con agua hirviendo, podemos afirmar:

a) Los tres trozos de cera se funden simultáneamente.

b) Se funde primero el trozo de cera de la barra C.

c) Se funden simultáneamente los trozos de cera de las barras A y C.

d) Se funden simultáneamente los trozos de cera de las barras B y C.

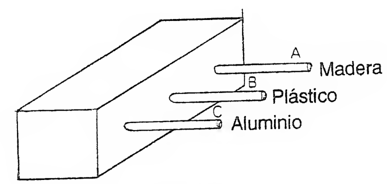
e) Se funde primero el trozo de cera de B.

2. La radiación es el principal proceso de transferencia de energía en el caso:

a) De la llama hacia la olla.

b) Del Sol hacia un satélite de Júpiter.

c) Del soplete hacia la soldadura.



Pregunta 1

d) Del agua hacia un cubo de hielo que flota en ella.
e) De un mamífero hacia el medio ambiente.

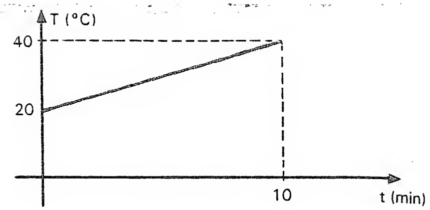
3. En una sala de temperatura homogénea, se toca una pieza de metal y una de madera; se observa que el metal parece más frío que la madera. Esta diferencia de sensación se produce porque:
a) El calor específico del metal es mayor que el calor específico de la madera.
b) La temperatura del metal es más baja que la de la madera.
c) El coeficiente de conductibilidad térmica del metal es mayor que el de la madera.
d) El metal conduce el calor por conducción y la madera por radiación.
e) La madera es menos densa que el metal.

4. En relación con la trasmisión de calor, la afirmación *incorrecta* es:
a) En los sólidos el calor se propaga principalmente por conducción.
b) La energía térmica puede trasmitirse a través del vacío sólo por medio de radiación.
c) Solamente habrá transferencia de calor de un punto hacia otro cuando hubiere diferencia de temperatura entre los dos puntos.
d) En la convección no hay transferencia de materia fría o caliente de un punto a otro.
e) La sensación que sentimos de caliente o frío al tocar un objeto está relacionada con su conductibilidad térmica.

5. Dos bloques de plomo P y Q sufren la misma variación de temperatura $\Delta t = 50°C$. La masa del bloque P es el doble de la masa del bloque Q. La razón entre la cantidad de calor absorbida por el bloque P y la cantidad de calor absorbida por el bloque Q en este proceso es:
a) 4 *b*) 2 *c*) 1 *d*) 1/2
e) Imposible de obtenerse con los datos proporcionados.

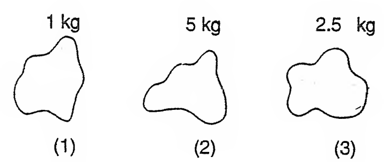
6. Se suministraron 2.1 kJ de calor a 0.10 kg de agua, cuyo calor específico sensible es 4.2×10^3 J/kg · K. La variación de temperatura que experimenta el agua vale:
a) 0.50 K *d*) 10 K
b) 2.0 K *e*) 20 K
c) 5.0 K

7. Un hervidor eléctrico calienta 500 g de agua de 30°C a 50°C, en 100 s. La potencia media del hervidor es:
a) 4.18×10^2 W *d*) 1.00×10^4 W
b) 1.00×10^2 W *e*) 4.18×10^2 cal/s
c) 0.24×10^2 W



8. En la gráfica anterior se representa la variación de temperatura de un cuerpo sólido, en función del tiempo, al ser calentado por una fuente que libera energía a una potencia constante de 150 cal/min. Como la masa del cuerpo es de 100 g, su calor específico, en cal/g · °C, será de:
a) 0.75 *d*) 0.80
b) 3.75 *e*) 1.50
c) 7.50

9. En la figura se representan tres cuerpos de materiales diferentes, cuyas masas están indicadas. Al recibir cantidades iguales de calor, estos cuerpos sufren la misma variación de temperatura, es decir, tienen la misma capacidad térmica. Las masas iguales de estos materiales, al recibir cantidades iguales de calor, sufrirán variaciones de temperatura Δt_1, Δt_2 y Δt_3, respectivamente, cuya relación es:
a) $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$ *d*) $\Delta t_3 > \Delta t_1 > \Delta t_2$
b) $\Delta t_2 > \Delta t_3 > \Delta t_1$ *e*) $\Delta t_2 > \Delta t_1 > \Delta t_3$
c) $\Delta t_1 > \Delta t_3 > \Delta t_2$

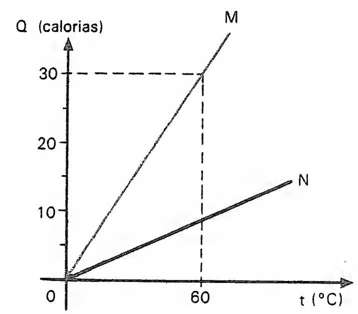


Pregunta 9

10. Analice las afirmaciones siguientes y señale las que son *correctas*:
I. Una misma cantidad ΔQ de calor, suministrada a dos esferas de igual masa, ocasionará en ellas una variación igual de temperatura, a pesar de que las esferas estén constituidas de sustancias diferentes.
II. Una esfera de masa m_1 recibe una cantidad ΔQ_1 de calor. Una segunda esfera, de masa m_2, hecha de la misma sustancia que la primera, recibe una cantidad ΔQ_2 de calor, diferente de ΔQ_1. Podemos afirmar con certeza que la esfera que recibió mayor cantidad de calor es justamente aquella que nos parecerá más caliente.
III. Dos esferas de la misma masa, hechas de la misma sustancia, reciben cada una cantidades diferentes de calor. Parecerá más caliente justamente aquella que recibió mayor cantidad de calor.

11. Una cantidad de calor igual a 4.2 J eleva a 1.0°C la masa de agua igual a 1.0×10^{-3} kg. Considerando que $g \cong 10$ m/s^2 y que toda la energía potencial del agua de una catarata de 42 m de altura se transforme en calor, la variación de temperatura del agua en la caída será de:
a) 0.042°C *d*) 42°C
b) 0.10°C *e*) 100°C
c) 10°C

12. La gráfica de abajo muestra las cantidades de calor absorbidas, respectivamente, por dos cuerpos, M y N, en función de las temperaturas que esos cuerpos adquieren. En el intervalo de temperatura mostrado, podemos afirmar:
a) Por la gráfica no podemos saber cuál de los dos cuerpos tiene mayor calor específico.
b) Las capacidades térmicas de M y N son iguales.
c) El calor específico de M es 0.5 cal/K.
d) El calor específico de M es el triple del calor específico de N.
e) Si después de calentarlos a una misma temperatura fueran abandonados, M se enfriará más rápidamente que N.



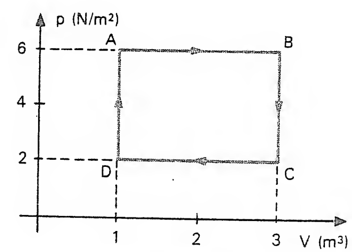
Pregunta 12

13. Se mezclan 200 g de agua a 0°C con 250 g de un determinado líquido a 40°C, y se obtiene el equilibrio a 20°C. ¿Cuál es el calor específico del líquido, en cal/g · °C?
a) 0.25
b) 0.50
c) 0.80
d) 1.00
e) 1.25
(Calor específico del agua: 1.0 cal/g · °C; se desprecian cambios de calor con otros sistemas.)

14. Un bloque de latón de 100 g de masa, inicialmente a 60°C, se introduce en un calorímetro de capacidad térmica despreciable, que contiene 200 g de agua a 20°C. Si sabemos que el calor específico del latón es 0.094 cal/g · °C, tendremos:
a) La temperatura del agua aumentará y se estabilizará alrededor de 22°C.
b) La temperatura del agua disminuirá y se estabilizará alrededor de 19°C.
c) El agua entrará en ebullición a 98°C.
d) La temperatura final del agua no podrá determinarse por falta de datos.
e) Ninguna de esas respuestas es satisfactoria.

15. Un litro de agua entra en ebullición a 100°C bajo la presión de 1 atmósfera. Bajo esta presión constante, el agua se transforma totalmente en vapor y pasa a ocupar un volumen de casi 1.6×10^2 litros. Podemos decir que el trabajo realizado en esta expansión de volumen es aproximadamente: (1 atm = 1.03×10^5 N/m^2).
a) 1.7×10^2 J *d*) 1.6×10^2 J
b) 1.6×10^4 J *e*) 2.63×10^5 J
c) 1.6×10^7 J

16. Un gas perfecto describe el ciclo *ABCDA* como lo muestra la figura. El trabajo, en joules, realizado por el gas es:
a) 2.0 *d*) 18.0
b) 8.0 *e*) 20.0
c) 15.0



Pregunta 16

17. La variación de energía interna de un sistema de gas ideal que, al pasar del estado i para el estado f, recibe un trabajo de 150 J y absorbe una cantidad de calor de 320 J es igual a:

a) –170 J   *b*) 170 J   *c*) 320 J
d) 470 J   *e*) 150 J

18. Imagine que un gas absorbe una cantidad de calor Q en una transformación isométrica. Siendo W el trabajo que él realiza y (ΔU) la variación de su energía interna, podemos afirmar que:
a) $W = Q$ y $\Delta U = 0$
b) $W = 0$ y $\Delta U = 0$
c) $W = 0$ y $\Delta U = Q$
d) $W = Q$ y $\Delta U = Q$
e) $Q = 0$ y $\Delta U = W$

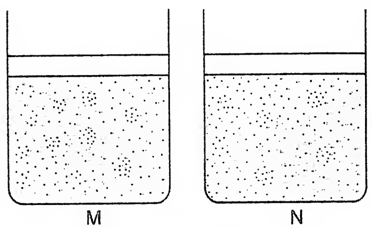
19. Marque la afirmación *falsa:*
a) Dos cuerpos de materiales diferentes, pueden tener la misma capacidad térmica.
b) Cuanto mayor sea la capacidad térmica de un cuerpo, mayor será la cantidad de calor necesaria para elevar 1°C la temperatura de este cuerpo.
c) Si un gas absorbe 100 J de calor y realiza un trabajo de 50 J, su energía interna varía 50 J.
d) Si el calor absorbido por un gas fuera igual al trabajo realizado por él, su energía interna no variará.
e) En una expansión adiabática, la temperatura de un gas disminuye en virtud del calor que él libera para la vecindad.

20) Un colega le pregunta: ¿Es posible ceder calor a un gas sin que su temperatura varíe?
Usted debe contestar correctamente.
a) Sí, porque este calor puede aparecer en forma de aumento en la energía interna del gas.
b) No, porque siempre que se cede calor a un cuerpo su temperatura aumenta.
c) Sí, porque el gas puede realizar un trabajo sobre su vecindad exactamente al calor que se le proporciona.
d) No, porque el calor es una forma de energía y la energía siempre se conserva
e) Sí, porque este calor puede utilizarse para aumentar la energía cinética de las moléculas de gas.

21. Se suministró a un sistema gaseoso 5.0×10^4 calorías y el sistema se expandió, venciendo una presión externa constante de 7.0×10^5 N/m^2. Durante el proceso, la energía interna del sistema no varió. ¿Cuál fue el aumento de volumen del sistema?
a) 3.0×10^{-1} m^3 *d*) 7.1×10^{-4} m^3
b) 3.3 m^3 *e*) 7.1×10^{-2} m^3
c) 1.5×10^{11} m^3

22. Un recipiente de volumen V contiene un gas perfecto. Se suministra al gas cierta cantidad de calor, sin variar el volumen. En estas condiciones se tiene que:
a) El gas realizará trabajo equivalente a la cantidad de calor recibida.
b) El gas realizará trabajo y la energía interna disminuirá.
c) El gas realizará trabajo y la energía interna permanecerá constante.
d) La cantidad de calor que el gas recibe servirá solamente para aumentar su energía interna.
e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es válida.

23. Cantidades iguales de un mismo gas son colocadas en dos cilindros, M y N. El gas del cilindro M recibe (ΔE) de calor y pasa por una transformación isobárica. El del cilindro N recibe también (ΔE) de calor y pasa por una transformación isométrica. Acerca de la *energía interna* del gas, al final de las transformaciones, su puede afirmar que:
a) Sufrió aumentó en M, pero permanece constante en N.
b) Aumentó igualmente en los dos recipientes.
c) Aumentó en ambos recipientes, pero el aumento de M fue mayor que el de N.
d) Permaneció constante en M pero aumentó en N.
e) Aumentó en ambos recipientes, pero el aumento en M fue menor que el de N.



Pregunta 23

24. Indique la afirmación incorrecta:
a) En una transformación isotérmica el calor absorbido por el sistema gaseoso es igual al trabajo que él realizará sobre la vecindad.
b) En una transformación isométrica no se realiza trabajo.
c) En una expansión adiabática el sistema gaseosos absorbe calor de la vecindad.
d) En una compresión adiabática la temperatura del sistema aumenta.
e) En una expansión adiabática la energía interna del sistema disminuye.

Para contestar las preguntas **25, 26** y **27**, relacione el enunciado de cada una con la opción que le parezca más adecuada, dentro de las siguientes:
a) El trabajo realizado por el sistema es igual al módulo de la variación de su energía interna.
b) La energía cinética media de las moléculas del gas no varía.
c) La variación de la energía interna del sistema es igual al calor que éste absorbe.
d) La presión del gas varía en proporción directa a su temperatura absoluta.
e) El enunciado de la preguntas no se relaciona correctamente con ninguna de las alternativas anteriores.

25. Un gas ideal sufre transformación isobárica.

26. Un gas ideal sufre transformación isotérmica.

27. Un gas cualquiera sufre transformación adiabática.

28. Un afilador de cuchillos, al accionar un esmeril, es alcanzado por chispas incandescentes, pero no lo quema. Eso acontece porque las chispas:
a) Tienen calor específico muy grande.
b) Tienen temperatura muy baja.
c) Tienen capacidad térmica muy pequeña.
d) Están en cambio de estado.
e) No transportan energía.

RESPUESTAS

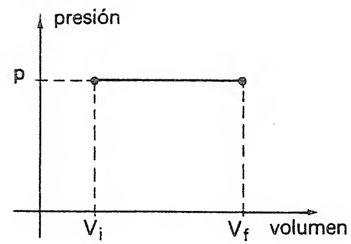
Ejercicios

1. *a*) t_A disminuyó y t_B aumentó
b) el paso de calórico de A a B
2. *a*) la energía interna de A disminuyó y la de B aumentó
b) sí; de A a B *c*) calor
3. *a*) sí, pues su temperatura aumentó
b) no
c) el bloque recibió energía mecánica del martillo
4. *a*) 418 J   *b*) 200 cal
5. *a*) no; el extremo se calentaría mucho porque el metal es buen conductor de calor
b) la madera no conduce bien el calor
6. *a*) no; la forma correcta de decirlo sería: el abrigo impide que el calor se transmita del cuerpo de la persona al exterior
b) en el pie izquierdo, porque el piso de cemento es mejor conductor de calor
7. *a*) porque se vuelven más densas al ceder calor al congelador
b) no; el aire en contacto con el congelador, al ser más denso, permanecería estacionario en la región inferior del refrigerador
8. tanto en (a) como en (b) habría dificultades para la formación de las corrientes de convección.
9. *a*) los cuerpos muy calientes emiten gran cantidad de radiación térmica
b) el oscuro, porque absorbe más radiación térmica solar
10. *a*) 11 cal/°C
b) debemos proporcionar 11 cal al bloque por cada grado Celsius de elevación de su temperatura
11. *a*) 880 cal   *b*) 1 100 cal
12. *a*) 0.11 cal/g · °C
b) fierro
c) para elevar en 1°C la temperatura de 1 g de fierro, debe cedérsele 0.11 cal
13. *a*) igual   *b*) mayor
c) el bloque A
14. *a*) mayor   *b*) el mercurio
c) el agua
15. *a*) 930 cal   *b*) 10°C
16. *a*) $F = 1.5 \times 10^4$ N   *b*) $T = 1.5 \times 10^3$ J
17. *a*) $V_f - V_i = 5.0 \times 10^{-3}$ m^3
b) $T = 1.5 \times 10^3$ J
c) sí
18. *a*) positiva   *b*) positivo
c) por el sistema
19. *a*) negativa   *b*) negativo
c) sobre el sistema
20. *a*) $T = -1.5 \times 10^3$ J   *b*) sobre él
21. *a*) sí ($F = p \cdot A$)   *b*) aumenta
c) no   *d*) $T = 0$
22. *a*) a aumentar; positivo
b) a disminuir; negativo
23. *a*) a disminuir; positivo
b) a aumentar; negativo
24. *a*) 210 J   *b*) $\Delta U = -110$ J
c) la energía interna del sistema disminuye porque realizó un trabajo mayor que el calor absorbido
25. igual
26. *a*) cero   *b*) $\Delta U = -170$ cal
c) disminuye
27. *a*) sobre el gas   *b*) $T = -75$ J
c) $\Delta U = -25$ J

28. *a)* Q es prácticamente nulo
b) expansión adiabática
c) $\Delta U = -250$ J *d)* disminuye
e) disminuye
29. *a)* ambas aumentaron
b) no (comprensión adiabática)
c) el trabajo realizado sobre el gas
30. *a)* $Q = 630$ J *b)* $\Delta U = 0$
c) ambas no sufren variación
d) transformación isotérmica
31. *a)* igual *b)* cero
c) sí *d)* sí
e) no *f)* mayor
32. *a)* $200 \cdot c \cdot (100 - 30)$ *b)* cero
c) 500 cal *d)* 0.035 cal/g · °C
33. $t_f = 60$°C
34. *a)* 150 J *b)* energía interna del agua
35. *a)* no *b)* trabajo realizado sobre el agua
36. 2.6°C
37. *a)* un dispositivo que transforma calor en trabajo mecánico
b) fuente caliente: horno
fuente fría: el aire
38. *a)* *A*, abierta y *B*, cerrada
b) la presión del vapor se vuelve menor que la presión atmosférica
c) *A*, cerrada y *B*, abierta
39. *a)* compresión *b)* admisión
c) situación que no ocurre en el funcionamiento normal del motor
40. *a)* 20% *b)* 80 cal
41. *a)* 625 cal *b)* 375 cal
42. 1.8×10^5 W
43. Es imposible construir una máquina térmica que, operando en ciclo:
1) presente rendimiento igual a 100%
2) transforme íntegramente en trabajo todo el calor que recibe de la fuente caliente
3) no rechace calor para la fuente fría
44. *a)* no *b)* sí

Preguntas y problemas

1. el frío no es una magnitud física; un cuerpo se enfría porque pierde calor
2. el agua caliente, porque libera más calor al enfriarse
3. *a)* 10^{24} cal $\simeq 4 \times 10^{24}$ J
b) 4×10^4 años (cuarenta mil años)
4. el calor específico de la arena es pequeño
5. *a)* igual *b)* menor
c) no



Respuesta Pregunta 8

6. *a)* 42×10^4 J *b)* 42×10^4 J
c) 10×10^4 cal
d) 0.5°C
7. (c)
8. *a)* *véase* figura
b) $p\,(V_f - V_i)$
c) trabajo realizado por el gas
9. (a), (b), (d)
10. (c), (e)
11. (a), (c), (d)
12. *a)* 600 cal *b)* cero
c) 600 cal *d)* 0.75 cal/g · K
13. I está equivocada y II es correcta
14. 100 cal/°C
15. *a)* 0.22 cal/g · °C *b)* aluminio
16. *a)* no; el termómetro alteraría sensiblemente la temperatura del cuerpo
b) la capacidad térmica del termómetro debe ser despreciable en relación con la capacidad térmica del cuerpo
17. *a)* mayor
b) del mar hacia la tierra
c) la tierra; de la tierra hacia el mar
18. 0.18 cal/g · °C
19. sí; cuando el trabajo realizado por el gas fuera mayor que el calor que absorbe.
21. 0.66 cal/g°C
22. 0.25 cal/g°C
23. Bloque *E*
24. 2.4°C
25. 1 cal = 4.3 J
26. *a)* hay bastante aire entre las partículas de madera del aserrín
b) el aserrín impide el contacto directo de la barra con las corrientes de convección del aire
27. *a)* $U = 1.26 \times 10^4$ J
b) 170°C
28. 930°C
29. 2.1×10^3s
30. 2.0×10^3 J/kg °C

Cuestionario

1. b
2. b
3. c
4. d
5. b
6. c
7. a
8. a
9. b
10. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
11. b
12. a
13. c
14. a
15. b
16. b
17. d
18. c
19. e
20. c
21. a
22. d
23. e
24. c
25. e
26. b
27. a
28. c

APÉNDICE C

Los temas aquí analizados se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán otros temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulos siguientes.

C.1 Transferencia de calor: estudio cuantitativo

❖ En la Sección 13.2 se realizó un estudio cualitativo de la transferencia de calor de un cuerpo, a cierta temperatura, hacia otro en una temperatura inferior que el primero. Hemos visto que esa transferencia puede hacerse por *conducción, convección* y *radiación* y no nos preocupamos, en aquella sección, por determinar el valor de la cantidad de calor transferida en cada caso. Aquí vamos a mostrar cómo este valor puede calcularse para los casos de conducción y de radiación.

❖ **Conducción.** Consideremos dos cuerpos mantenidos a temperaturas fijas T_1 y T_2, tales que $T_2 > T_1$. Si se unen estos cuerpos mediante una barra de sección uniforme de área A y de longitud L (Fig. C-1), habrá conducción de calor a través de la barra, del cuerpo más caliente hacia el más frío, como podríamos prever. Sea ΔQ la cantidad de calor que pasa por una sección cualquiera de la barra, durante un intervalo Δt. El cociente $\Delta Q/\Delta t$ se denomina *flujo de calor* a través de dicha sección, magnitud que vamos a representar con la letra griega ϕ (fi), es decir,

$$\boxed{\phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$$

Si la barra de la Figura C-1 estuviera envuelta por un aislante térmico, se comprueba que después de cierto tiempo alcanza una situación denominada *régimen estacionario*, que se ca-

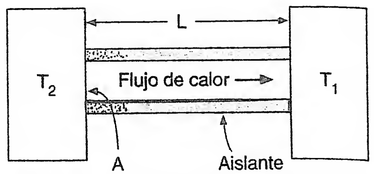


FIGURA C-1 En una barra sólida, el calor se transfiere por conducción.

racteriza por tener un flujo de calor del mismo valor en cualquier sección de la barra. En consecuencia, la temperatura de un punto cualquiera de la barra alcanza un valor que no se altera a través del tiempo. En nuestro estudio vamos a trabajar siempre con barras que conducen calor en régimen estacionario.

Se comprueba experimentalmente que el flujo de calor ϕ es:

1. Directamente proporcional al área A de la sección recta de la barra, es decir, $\phi \propto A$.
2. Directamente proporcional, a diferencia de la temperatura entre los extremos de la barra, es decir, $\phi \propto (T_2 - T_1)$.
3. Inversamente proporcional a la longitud de la barra, es decir, $\phi \propto 1/L$.

Podemos escribir entonces:

$$\phi \propto A\frac{T_2 - T_1}{L}$$

o introduciendo la constante de proporcionalidad K, se obtiene

$$\boxed{\phi = KA\frac{T_2 - T_1}{L}}$$

La constante K es característica del material de que está hecha la barra y se denomina *conductividad térmica* de la sustancia. En la Tabla C-1 se representan los valores de conductividad térmica de algunos materiales. Cuanto mayor sea el valor de K, mayor es el flujo de calor que la barra conduce y, por tanto, mejor conductora de calor será la sustancia de que está hecha la barra.

TABLA C-1

	Conductividad térmica kcal/s · m · °C
Aluminio	4.9×10^{-2}
Cobre	9.2×10^{-2}
Plomo	8.3×10^{-3}
Plata	9.9×10^{-2}
Acero	1.1×10^{-2}
Aire	5.7×10^{-6}
Hidrógeno	3.3×10^{-5}
Asbesto	2.0×10^{-5}
Vidrio	2.0×10^{-4}
Concreto	2.0×10^{-4}
Madera	2.0×10^{-5}
Corcho	1.0×10^{-5}

Observación: Los gases están en condiciones normales de temperatura y presión.

EJEMPLO 1

Una barra de aluminio de longitud L = 80 cm y de sección recta A = 200 cm^2, tiene uno de sus extremos introducido en un recipiente con agua hirviendo (*véase* Fig. C-2). El otro extremo de la barra está, en el aire ambiente, a 20°C.

a) Determine el flujo de calor (ϕ) que se transfiere a través de la barra para el aire ambiente.

Suponiendo el régimen estacionario, sabemos que el flujo de calor por conducción está dado por la ecuación

$$\phi = KA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

En la Tabla C-1 encontramos la conductividad térmica del aluminio:

$$K = 4.9 \times 10^{-2}\ \text{kcal/s} \cdot \text{m} \cdot °\text{C}$$

Obsérvese que el valor de K está expresado utilizando el *metro* como unidad de longitud. Por tanto, los valores de A y L deben expresarse en esta unidad, es decir:

$$L = 80\ \text{cm} = 80 \times 10^{-2}\ \text{m}$$
$$A = 200\ \text{cm}^2 = 200 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

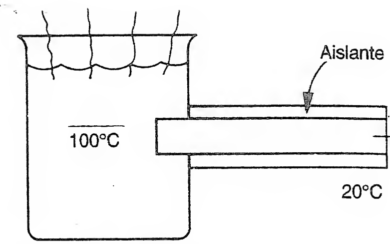


FIGURA C-2 Para el Ejemplo 1.

En consecuencia

$$\phi = 4.9 \times 10^{-2} \times 200 \times 10^{-4} \times \frac{(100 - 20)}{80 \times 10^{-2}}$$

donde $\phi = 9.8 \times 10^{-2}$ kcal/s

La unidad obtenida en esa respuesta resulta de la combinación de unidades de cada magnitud presente en la ecuación que proporciona ϕ:

$$\frac{\text{kcal}}{\text{s} \cdot \text{m} \cdot °\text{C}} \times \text{m}^2 \times \frac{°\text{C}}{\text{m}} = \frac{\text{kcal}}{\text{s}}$$

Como 1 kcal = 1 kilocaloría = 10^3 cal, se obtiene

$$\phi = 9.8 \times 10^{-2} \times 10^3\ \text{cal/s} = 98\ \text{cal/s}$$

b) ¿Cuál es en watts la potencia térmica P, que está siendo transferida a través de la barra hacia el aire?

Evidentemente, el flujo ϕ es la propia potencia transferida, expresada en cal/s. Suponiendo que 1 cal = 4.2 J, tenemos:

$$\phi = P = 98 \times 4.2\ \text{J/s}$$

donde $P = 411$ J/s = 411 W

Observe, sólo con fines de comparación, que esta potencia equivale aproximadamente a la potencia emitida por 4 focos de 100 W.

c) Suponiendo que la situación descrita en la pregunta (a) se mantenga invariable durante 10 minutos, calcule, en calorías, la cantidad total de calor transferido al aire durante este tiempo.

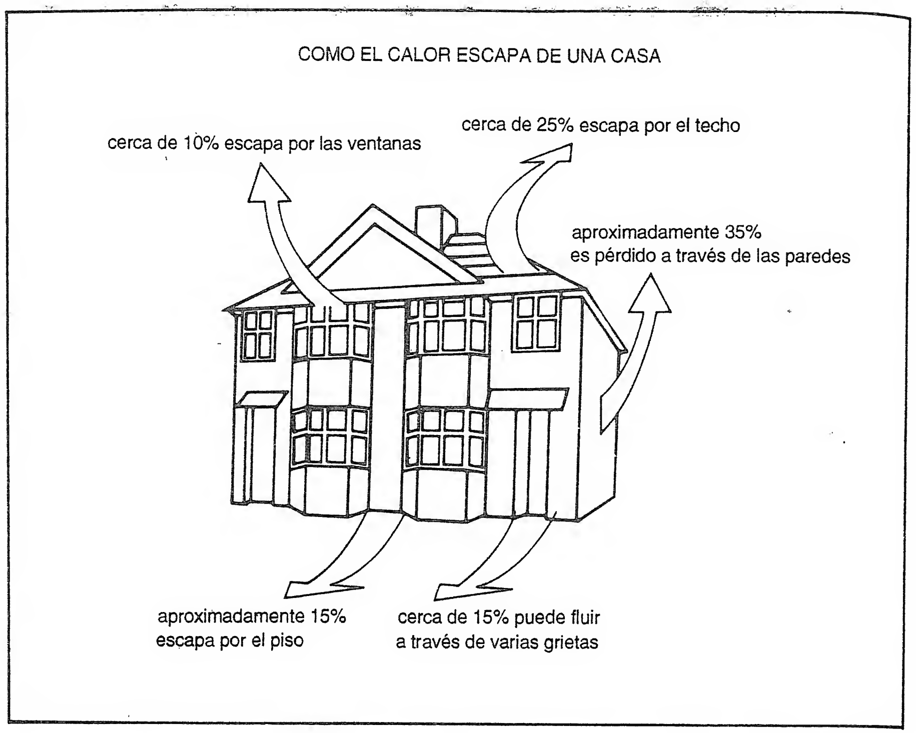
De $\phi = \Delta Q/\Delta t$, obtenemos $\Delta Q = \phi \cdot \Delta t$. Tenemos

$$\Delta t = 10\ \text{min} = 600\ \text{s}$$

Por tanto

$$\Delta Q = \phi\, \Delta t = 98\ \frac{\text{cal}}{\text{s}} \times 600\ s$$

donde $\Delta Q = 5.9 \times 10^4$ cal



❖ **Radiación.** Ya hemos visto que la transferencia de calor por conducción y por convección exigen la presencia de un medio material. La radiación, al contrario, puede efectuarse a través del espacio vacío y es por ello que la radiación emitida por el Sol llega a la Tierra. Sin embargo, se sabe que cualquier cuerpo puede emitir radiaciones térmicas, sin ser necesario que su temperatura sea tan alta como la del Sol. Por ejemplo, una plancha caliente emite una cantidad apreciable de radiación (Fig. C-3a), como es fácil comprobar si ponemos una mano a cierta distancia de su superficie (recuérdese que el aire es mal conductor de calor). El cuerpo humano mismo emite radiaciones que pueden detectarse con una cámara fotográfica provista de películas especiales sensibles a esas radiaciones (Fig. C-3b)

Cuando cierta cantidad de energía radiante incide en un cuerpo (Fig. C-4), parte de ella es absorbida por el cuerpo, otra parte es transmitida a través de él y la parte restante se refleja. En la Figura C-4 esas partes están representadas por las flechas a, t y r. Como se mencionó en la Sección 13.2, los cuerpos oscuros absorben una porción mayor de la radiación que incide en ellos, mientras que los cuerpos claros y lisos reflejan la mayor parte de la radiación incidente. Además, se comprobó experimentalmente que los cuerpos que presentan gran poder de absorción son también buenos emisores y viceversa. Por esta razón, un cuerpo ideal, capaz de absorber toda la radiación que incida en él, sería también un emisor de eficiencia máxima. En otras palabras, el absorbente ideal sería el cuerpo que a una temperatura dada emitiera una tasa de radiación (por unidad de área) mayor que la de cualquier otro cuerpo. Todo emisor o absorbente ideal se denomina *cuerpo negro.* Esa denominación se debe al hecho de que (como

veremos al estudiar Óptica) aparecería negro al observarlo, ya que no refleja radiación alguna. No obstante, debe señalarse que este cuerpo no nos parecería negro si estuviera en una temperatura tal que se volviera emisor de radiaciones visibles.

❖ **Ley de Stefan-Boltzmann.** Consideremos un cuerpo cuya superficie externa tenga un área A, que emite a través de ella una radiación total de potencia P (energía irradiada por unidad de tiempo, por toda la superficie). Se denomina *radiación* o *poder emisivo* R, del cuerpo, a la relación

$$\boxed{R = \frac{P}{A}}$$

Evidentemente, la unidad de medida de esta magnitud en el SI es 1 W/m^2. Vemos entonces, que el valor de R, en el SI, representa la cantidad de energía en joules, emitida por segundo, en cada metro cuadrado de la superficie del cuerpo.

En la segunda mitad del siglo XIX, los científicos austriacos J. Stefan y L. Boltzmann obtuvieron (el primero experimentalmente y el segundo de manera teórica) un resultado referente a los cuerpos negros, denominado *ley de Stefan-Boltzmann*, cuyo enunciado es el siguiente:

> la radiación, R_N, de un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura Kelvin T, es decir
>
> $$R_N \propto T^4 \quad \text{o} \quad R_N = \sigma T^4$$

La constante de proporcionalidad σ (letra griega "sigma") se denomina constante de Stefan-Boltzmann y su valor en el SI es

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}^4}$$

Cualquier emisor no ideal, es decir, un cuerpo real cualquiera, tendrá a una temperatura dada una radiación R, menor que la del cuerpo negro,

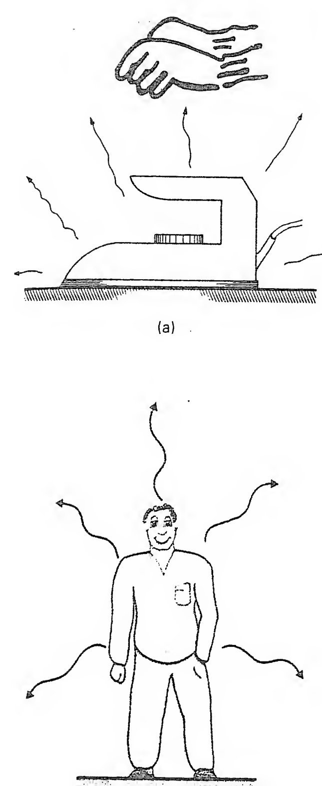


FIGURA C-3 Cualquier cuerpo emite radiaciones térmicas (infrarrojo).

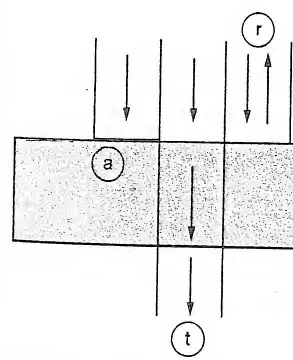


FIGURA C-4 Cuando un cuerpo recibe energía radiante, ésta puede ser reflejada, absorbida o trasmitida por él.

Josef Stefan (1835-1893). Físico austriaco cuyo trabajo más importante se refiere al comportamiento de los cuerpos negros, llegó a la conclusión de que la energía irradiada por ellos es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura Kelvin. Fue profesor de física en la Universidad de Viena y más tarde ocupó la dirección del Instituto de Física de esa universidad. Cinco años después de haber llegado en forma empírica a la ley de la radiación del cuerpo negro, ésta fue deducida teóricamente por su colega L. Boltzmann, otro destacado físico austriaco. Por ese motivo, la ley mencionada recibió el nombre de *ley de Stefan-Boltzmann*.

o sea, $R < R_N$. Se define, entonces, *emisividad, e,* de un cuerpo cualquiera, de la siguiente manera:

$$e = \frac{R}{R_N} \quad \text{donde} \quad R = eR_N$$

donde

$$\boxed{R = e\sigma T^4}$$

Con esta ecuación podemos calcular la radiación de un cuerpo cualquiera cuando conocemos su temperatura y su emisividad.

Evidentemente, para un cuerpo negro tenemos $e = 1$ y para un reflector ideal, o sea, un cuerpo que no emite radiación alguna, tenemos $e = 0$. Otros cuerpos tendrán emisividad comprendida entre esos límites. Por ejemplo: para el acero pulido se tiene $e = 0.07$; para el cobre pulido, $e = 0.3$; para una pintura metálica negra, $e = 0.97$, etcétera.

❖ **Comentario.** La ecuación $R = e\sigma T^4$ nos muestra que la cantidad de radiación emitida por un cuerpo aumenta muy rápidamente a medida que su temperatura se eleva. Se comprueba, además, que el tipo de radiación también se altera: a temperaturas más bajas, hasta las proximidades de 1 000 K, la mayor parte de las radiaciones emitidas son invisibles; cuando la temperatura del cuerpo alcanza cerca de 2 000 K, gran parte de ellas es visible y la tonalidad del emisor se vuelve anaranjada; en las proximidades de 3 000 K (temperatura del filamento de una lámpara incandescente) el cuerpo adquiere tonalidad amarillenta; a 6 500 K (temperatura de la superficie del Sol), el cuerpo emite luz con tonalidad blanca intensa; finalmente, arriba de 10 000 K (temperatura de algunas estrellas muy calientes), el color del cuerpo emisor se vuelve azul.

Fotografía de una casa, tomada con película sensible a la radiación infrarroja. Las partes que aparecen en colores amarillo, rojo y rosa son las que están emitiendo este tipo de radiación con mayor intensidad.

EJEMPLO 2

a) Un objeto a una temperatura T_1 está en un ambiente a temperatura T_2. El objeto emite radiaciones al ambiente y absorbe radiaciones emitidas por éste. Siendo e la emisividad y A el área del objeto, determine la potencia térmica líquida (diferencia entre el flujo emitido y el flujo absorbido) irradiada por él.

De la expresión $R = \frac{P}{A}$ se obtiene

$$P = R \cdot A \quad \text{o bien} \quad P = e\sigma AT^4$$

Entonces, el objeto emite una potencia

$$P_1 = e\sigma AT_1^4$$

Como hemos visto, la capacidad de absorción de un cuerpo es igual a su capacidad de emisión. Esto significa que el coeficiente e que caracteriza la emisividad de un determinado cuerpo es el mismo coeficiente e que caracteriza su absorbencia. Por tanto, la potencia absorbida por el objeto estará dada por

$$P_2 = e\sigma AT_2^4$$

Por consiguiente, la potencia líquida irradiada por el objeto es

$$P = P_1 - P_2 \quad \text{o bien} \quad P = e\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

b) Una persona, sin ropa, está de pie en una sala cuyas paredes se hallan a una temperatura de 15°C. Se sabe que el área de la superficie de su cuerpo es $A = 1.5$ m² y que la temperatura de su piel es de 34°C (la piel presenta siempre una temperatura un poco inferior que la del interior del cuerpo). Considerando la emisividad de la piel $e = 0.70$, determine la potencia líquida irradiada por la persona.

Tenemos $T_1 = 273 + 34 = 307$ K
$T_2 = 273 + 15 = 288$ K

Entonces, utilizando el resultado obtenido en la pregunta (a), se obtiene:

$$P = 0.70 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 1.5\ (307^4 - 288^4)$$

donde

$$P = 120 \text{ W}$$

De modo general, una persona en reposo produce calor, por el metabolismo, con una potencia inferior a 120 W. Por tanto, en las condiciones del ejemplo, la temperatura de la persona, en virtud de la irradiación y de otras pérdidas de calor, tenderá a bajar, lo que le causará considerables molestias. Su organismo reacciona a estas molestias y empieza a temblar, lo que ocasiona un aumento en la tasa metabólica para compensar la pérdida y mantener estable la temperatura de su cuerpo. Evidentemente, el uso de ropa o abrigo, al disminuir las pérdidas de calor, puede evitar dicho malestar.

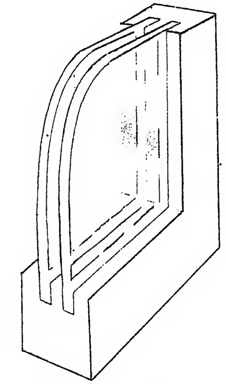
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. *a)* Suponga que en la ecuación $\phi = KA(T_2 - T_1)/L$, la cantidad de calor se mida en kcal (1 kcal = 10^3 cal), el tiempo en segundos, L en metros, A en m² y las temperaturas en °C. ¿Cuál sería, en este caso, la unidad de la conductividad térmica K?
b) Consulte la Tabla C-1 y verifique si la unidad allí utilizada para K coincide con su respuesta de la pregunta anterior.

2. Consulte la Tabla C-1 e identifique, entre las sustancias allí presentadas:
a) Aquella que es el mejor aislante térmico.
b) Aquella que es la mejor conductora de calor.

3. Teniendo en cuenta la respuesta del ejercicio anterior, explique por qué en países de clima frío se suelen usar las ventanas de vidrio doble, como se muestra en la figura de este ejercicio (este tipo de ventanas llega a reducir hasta 50% las pérdidas de calor).



Ejercicio 3

4. *a)* Calcule el flujo, ϕ, de calor, a través del vidrio de una ventana, de área $A = 3.0$ m² y de grosor $L = 4.0$ mm, sabiendo que las temperaturas de las superficies interna y externa del vidrio son 15.0°C y 14.0°C, respectivamente.
b) Determine, aproximadamente, cuántos focos de 100 W podrían mantenerse encendidos con el flujo de calor perdido a través de esa ventana (considere 1 cal = 4.2 J).

5. Una pared de concreto tiene un grosor de 20 cm. Se quiere sustituirla por otra de la misma área, con la misma capacidad de aislamiento térmico. ¿Cuál debería ser el grosor de la nueva pared suponiendo que fuera de:
a) Asbesto?
b) Acero?

6. Recuerde la definición de radiación R, y de la ley de Stefan-Boltzmann, presentadas en esta sección y procure determinar la unidad en el SI:
   a) de la radiación R
   b) de la constante σ

7. En su famosa obra *2001, Una Odisea en el Espacio*, el autor, Arthur Clarke se refiere a un astronauta que "pasea" en el espacio sin ropa especial, sin hacer ninguna observación acerca de los daños que esta situación le causaría al astronauta. Para que usted tenga una idea de lo que ocurriría en esas con diciones, trate de contestar las siguientes preguntas:
   a) Considere para el astronauta los mismos datos de la pregunta (b) —Ejemplo 2, resuelto en esa sección— pero para facilitar sus cálculos, estime la temperatura de la piel igual a 300 K y $\sigma = 6 \times 10^{-8}$ W/m² K⁴. Calcule la radiación, R, de este astronauta.
   b) ¿Cuál sería la potencia térmica que el astronauta irradiaría?
   c) ¿Cuál sería el flujo de radiación térmica que el astronauta absorbería? (Estamos suponiendo que el astronauta, en el espacio, está muy alejado de cualquier otro cuerpo material.)
   d) ¿Cuántas veces la potencia térmica irradiada por el astronauta es mayor que la potencia irradiada por la persona de la pregunta (b), del Ejemplo 2?
   e) Recuerde que la persona del Ejemplo 2, llegaba a temblar de frío, ¿cuál sería la sensación que el astronauta sentiría en aquella situación?

8. *a)* Imagine que la temperatura Kelvin de un cuerpo se volviera dos veces mayor. ¿Cuántas veces mayor se volvería la potencia térmica irradiada por este cuerpo?
   b) Suponga que la temperatura de un cuerpo pasara de 27 a 127°C. ¿Cuántas veces mayor se volvería la potencia térmica irradiada por él?

9. Se sabe que la radiación térmica del Sol, en un día claro, al llegar a la superficie terrestre, tiene una intensidad de 1 000 W/m², admitiendo que cae perpendicularmente en la superficie sobre la cual incide.
   a) Suponga que una persona cuya emisividad es de $e = 0.70$, esté acostada en una playa, con un área de 0.80 m² de su piel expuesta perpendicularmente a los rayos solares (el Sol en el cenit). Determine en kcal la cantidad de radiación térmica absorbida por la persona durante 5.0 minutos. Considere 1 cal = 4.2 J.
   b) Resuelva la cuestión anterior, suponiendo que el Sol tiene una elevación de 30°, encima del horizonte (aproximadamente a las 8 am).

10. Una hoja, en un árbol, tiene una de sus caras con área igual a 40 cm² vuelta directamente hacia el Sol en un día claro. La masa de esa hoja es de 5.0×10^{-3} kg, su emisividad es 0.80 y su calor específico vale 0.80 kcal/kg°C. Considere la intensidad de la radiación solar proporcionada en el ejercicio anterior y determine la elevación de la temperatura de la hoja después de una exposición de 10 s de duración (tome 1 cal = 4.2 J).

C.2 Máquinas térmicas: información adicional

❖ **Diagrama $p \times V$ para un ciclo.** En la Sección 13.7 vimos que las máquinas térmicas operan siempre en ciclo, es decir, regresan periódicamente a las condiciones iniciales. Veremos, ahora, cómo las transformaciones que constituyen un ciclo se representan en un diagrama $p \times V$.

Consideremos un gas en estado inicial i, con volumen V_i, que se expande hasta alcanzar un estado final f, en el cual ocupa un volumen V_f. Suponga que la presión p del gas haya variado durante la transformación, como se ilustra en la Figura C-5. Puesto que la transformación no es

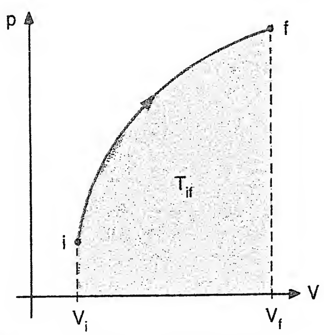


FIGURA C-5 El trabajo realizado por un gas, en una variación de volumen, está dado por el área abajo de la gráfica $p \times V$.

isobárica, el trabajo T_{if}, realizado por el gas en esta expansión, no puede calcularse por la expresión $T_{if} = p(V_f - V_i)$, analizada en la Sección 13.4. Se puede mostrar que en ese caso (p variable), el valor del trabajo T_{if} está dado por el área bajo la curva de la gráfica $p \times V$, indicada en la Figura C-5.

Considere ahora, que el sistema gaseoso, a partir del estado f, regresa al estado inicial i, por medio de una transformación diferente de la primera, como se ilustra en la Figura C-6. En esta compresión, el gas realizará un trabajo negativo (un trabajo externo se realiza sobre el sistema) cuyo valor (en módulo) está dado por el área bajo la nueva curva. Es fácil percibir que el trabajo líquido, T, realizado por el sistema al recorrer el ciclo, estará dado por las diferencias entre aquellos dos trabajos realizados en la expansión y en la compresión. Este trabajo T será, entonces, representado por el valor del área limitada por las curvas que definen el ciclo (Fig. C-6).

Debe observarse que durante la expansión el gas absorbe una cantidad de calor Q_1, y rechaza una cantidad de calor Q_2 en la compresión. Como el sistema, en el ciclo, regresa a las condiciones iniciales, su energía interna no sufre variaciones, es decir, $\Delta U = 0$. Por tanto, por la primera ley de la termodinámica se tiene

$$Q - T = \Delta U \quad \text{donde} \quad (Q_1 - Q_2) - T = 0$$

o bien $$T = Q_1 - Q_2$$

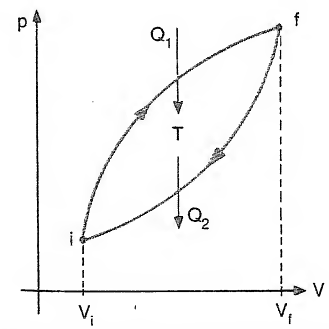


FIGURA C-6 El trabajo realizado por el sistema al recorrer el ciclo está proporcionado por el área indicada.

❖ **Ciclo de Carnot.** Entre las diversas maneras en que podemos realizar un ciclo, existe una particularmente importante. Tal ciclo, denominado *ciclo de Carnot*, fue descrito y analizado por un joven ingeniero francés, Sadi Carnot, en 1824. Dicho ciclo consiste de dos transformaciones isotérmicas, alternadas con dos transformaciones adiabáticas y está representado en la Figura C-7 para un gas ideal. En la transformación isotérmica, AB, el gas absorbe el calor Q_1 mientras se expande. Este calor es absorbido de una fuente a temperatura T_1. Aislando *térmicamente* el sistema, dejamos que continúe expandiéndose. El sistema no intercambia calor con la vecindad y su temperatura decae al valor T_2. Esta transformación adiabática está representada por la curva BC en la Figura C-7. De C hacia D tenemos una compresión isotérmica, en la cual el gas cede calor para la fuente fría a temperatura T_2 y, finalmente, con una compresión adiabática (DA) el gas regresa a las condiciones iniciales. Cuando un dispositivo opera según este ciclo, decimos que es una *máquina de Carnot*. La importancia del ciclo de Carnot se debe al teorema siguiente, conocido como *teorema de Carnot*:

> "Ninguna máquina térmica que opere entre dos fuentes dadas, a las temperaturas T_1 y T_2, puede tener mayor rendimiento que una máquina de Carnot operando entre estas mismas fuentes."

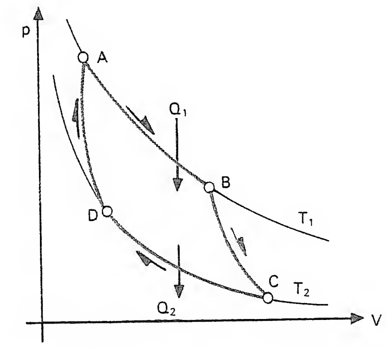


FIGURA C-7 Ciclo de Carnot para un gas ideal. El ciclo de Carnot consiste en dos transformaciones isotérmicas, alternadas con dos transformaciones adiabáticas.

Por tanto, el ciclo de Carnot corresponde al rendimiento máximo que podemos obtener con dos fuentes térmicas. Este teorema se demuestra a partir de la segunda ley de la termodinámica.

El rendimiento de una máquina de Carnot puede calcularse teóricamente; para él se ha encontrado el siguiente resultado:

$$R = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

donde T_2 y T_1 son las temperaturas Kelvin de la fuente fría y de la fuente caliente, respectivamente. Por consiguiente, si una máquina de Carnot operara entre dos fuentes, tales que T_1 = 800 K y T_2 = 200 K, su rendimiento sería

$$R = 1 - \frac{200}{800} = 1 - 0.25 = 0.75 \quad \text{o} \quad R = 75\%$$

Cualquier máquina térmica, operando entre 800 K y 200 K y funcionando con un ciclo diferente de éste, tendría un rendimiento inferior a 75%.

Sadi Carnot (1796-1832). Físico e ingeniero del ejército francés, más conocido por su estudio acerca de las condiciones ideales para producir energía mecánica a partir del calor, en las máquinas térmicas. A pesar de la importancia de este estudio en el desarrollo de la ciencia de la termodinámica, fue inicialmente ignorado, tal vez por el liderazgo de Inglaterra en la tecnología de máquinas de vapor. Por tanto, no era de esperarse que un trabajo de esta magnitud surgiera en Francia. Al trabajar con las ideas de la teoría de lo calórico, Carnot comparaba el funcionamiento de una máquina térmica, que está relacionado con la "caída" de calor de la fuente caliente a la fuente fría, al trabajo que realiza el agua al caer entre puntos de alturas distintas. Sin embargo, a pesar de que esas ideas se han superado, muchos de los resultados obtenidos a través de ellas aún son válidos, sobre todo su previsión de que el rendimiento de una máquina ideal depende sólo de las temperaturas de la fuente caliente y de la fuente fría, sin ser influido por la sustancia (vapor u otro fluido cualquiera) *utilizada* en el mecanismo. El reconocimiento de este notable trabajo ocurrió cuando Clausius, en Alemania, y Kelvin, en Inglaterra, propusieron la teoría moderna de la termodinámica e incorporaron en ella las ideas de Carnot. Interesado en mejorar la educación pública, Sadi Carnot murió aún joven, a los 36 años de edad, durante una epidemia de cólera en París.

Con estos conocimientos puede entenderse por qué el cero absoluto representa un límite inferior para la temperatura de un cuerpo. De hecho, si un sistema pudiera alcanzar esta temperatura, podría utilizarse como la fuente fría de una máquina de Carnot. Como T_2 = 0, el rendimiento de la máquina sería R = 1 = 100%, lo que infringe la segunda ley. En consecuencia, el cero absoluto puede ser aproximado indefinidamente, pero no puede alcanzarse. Como ya dijimos, el experimento ha demostrado que esto es verdadero. De hecho, los científicos ya obtuvieron temperaturas extremadamente bajas que llegan hasta 0.000.001 K, pero el cero absoluto no ha sido alcanzado.

EJEMPLO 1

Un inventor afirma que inventó una máquina que extrae 25×10^6 cal de una fuente a temperatura de 400 K y transfiere 10×10^6 cal a una fuente a 200 K, produciendo así un trabajo de 54×10^6 J. ¿Invertiría usted en la fabricación de esta máquina?

Tenemos

$$Q_1 = 25 \times 10^6 \text{ cal}$$
$$Q_2 = 10 \times 10^6 \text{ cal}$$
$$T = 54 \times 10^6 \text{ J}$$

Por tanto,

$$T = \left(\frac{54 \times 10^6}{4.18}\right) \text{cal} = 13 \times 10^6 \text{ cal}$$

Como $Q_1 - Q_2 = 15 \times 10^6$ cal, la máquina no está infringiendo la primera ley de la termodinámica (no infringe la conservación de la energía), porque no realiza más trabajo que el calor (total) que absorbe. El hecho de que rinda sólo 13×10^6 cal, en vez de 15×10^6 cal, es perfectamente razonable, puesto que 2×10^6 cal pueden representar el trabajo que la máquina debe realizar contra la fricción. Por tanto, la máquina representada es perfectamente posible, desde el punto de vista de la primera ley de la termodinámica. Veamos ahora, si esta es compatible con la segunda ley de la termodinámica. El rendimiento de la máquina es:

$$R = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{10 \times 10^6}{25 \times 10^6} = 0.6 = 60\%$$

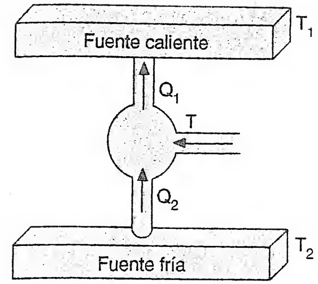


FIGURA C-8 Un refrigerador funciona como una máquina térmica que opera en sentido inverso.

Ahora bien, una máquina de Carnot que operara entre estas mismas temperaturas, tendría un rendimiento:

$$R = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{200}{400} = 50\%$$

La supuesta máquina tiene mayor rendimiento que la máquina de Carnot. Si se confía en los principios de la termodinámica, no se podría confiar en el inventor. Sólo para aclarar dudas, se podría verificar el funcionamiento de la máquina. Podemos estar seguros de que alguna medida realizada anteriormente estaba incorrecta, o había evidente mala fe por parte del inventor.

Refrigerador. Como se sabe, el refrigerador es un aparato que reduce la temperatura de los materiales que se guardan en su interior y conserva en este ambiente una temperatura inferior a la de los alrededores. Para realizar estas funciones el refrigerador funciona como una máquina térmica que opera en "sentido contrario", es decir, el refrigerador toma calor (Q_2) de una fuente fría, a temperatura T_2, y después de cierto trabajo (T) en él, rechaza una cantidad de calor (Q_1) para un ambiente (fuente caliente) a una temperatura T_1 tal que $T_1 > T_2$ (Fig. C-8). Es evidente que $Q_1 = Q_2 + T$, es decir, el refrigerador rechaza para el ambiente una cantidad de calor, Q_1, mayor que la cantidad de calor Q_2, que el mismo toma de su interior (fuente fría).

Para entender el funcionamiento de un refrigerador común, observe la Figura C-9, que representa esquemáticamente las principales partes de este aparato. En el serpentín B, el gas que circula en el refrigerador (que usualmente es freón u otro gas utilizado en la industria de la refrigeración), está licuado por la presión que produce el compresor A (accionado por el motor). Este líquido pasa por un estrangulamiento en C, sufre una expansión al penetrar en la tubería del refrigerador, D, donde se presenta como una mezcla de líquido y vapor a una temperatura relativamente baja. Este enfriamiento ocurre en virtud de la expansión brusca (cambio de fase) en la cual el gas realiza trabajo utilizando para ello su propia energía interna. Debido a que la tubería está en contacto con el ambiente del congelador, D, absorbe calor de éste, lo que lleva al líquido restante a evaporarse. El gas pasa, entonces, de D al compresor, en donde nuevamente es licuado por el trabajo de la fuerza de presión que el pistón realiza sobre

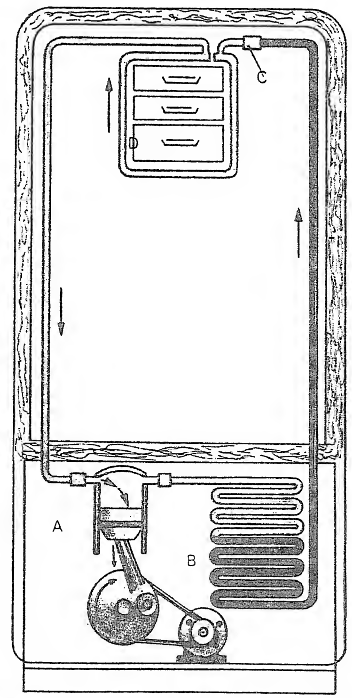


FIGURA C-9 En un refrigerador, el gas es licuado en el compresor A y se vaporiza en el congelador D. En D, absorbe calor y, en A, el calor es liberado hacia el medio ambiente.

él. Al ser licuado, el gas libera calor (como veremos en el capítulo siguiente), que se transfiere al aire ambiente en el serpentín *B*. Por este motivo la parte posterior del refrigerador, donde se encuentra el serpentín *B*, debe estar orientada hacia un local en donde haya circulación de aire (Fig. C-10), para facilitar la transferencia de calor del serpentín hacia el ambiente.

En resumen, el refrigerador funciona retirando el calor (Q_2) del congelador en *D*, recibiendo un trabajo (T) en el compresor y rechazando una cantidad de calor (Q_1) hacia el ambiente, en *B*.

Según vimos en la Sección 13.2 (Fig. 13-8), la transferencia de calor de los alimentos dentro del refrigerador hacia el congelador se realiza gracias a las corrientes de convección del aire interno del aparato.

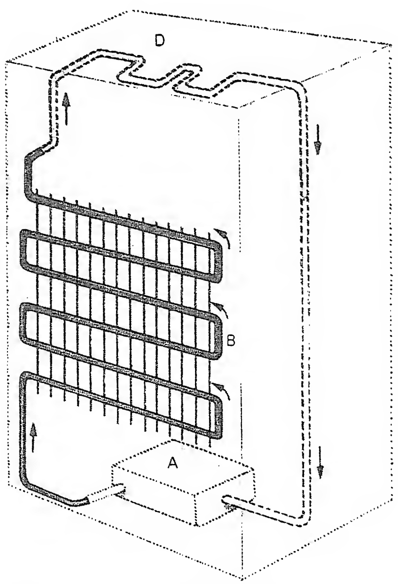


FIGURA C-10 Un serpentín, por medio del cual es liberado el calor que es emitido del refrigerador, está situado en la parte posterior del aparato.

❖ **Eficiencia de un refrigerador.** Es fácil observar que el refrigerador más eficiente sería aquel que retirara el máximo posible de calor, Q_2, de la fuente fría, exigiendo que el mínimo de trabajo, T, fuera realizado en él. Para medir esta característica se define una magnitud denominada *eficiencia del refrigerador*, e, de la siguiente manera:

$$\boxed{e = \frac{Q_2}{T}}\ .$$

Como

$$Q_1 = Q_2 + T,$$

tenemos

$$T = Q_1 - Q_2,$$

donde

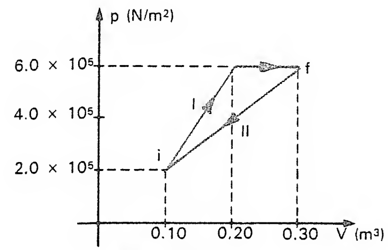
$$\boxed{e = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}}$$

Suponga que un sistema recorre el ciclo de Carnot, mostrado en la Figura C-7, en sentido inverso; es decir, en el sentido *DCBA*. En este caso, en cada ciclo, retira un calor Q_2 de la fuente fría (durante la transformación *DC*) y rechaza una cantidad de calor Q_1 para la fuente caliente (durante la transformación *BA*). El área limitada por el ciclo representa el trabajo, T, realizado *en* el sistema. Este sistema está funcionando como un refrigerador de Carnot, y se puede mostrar que tiene la mayor eficiencia posible entre cualesquiera refrigeradores que funcionaran a las temperaturas T_1 y T_2. Esta eficiencia máxima está dada por

$$\boxed{e = \frac{T_2}{T_1 - T_2}}$$

EJERCICIOS

11. Un sistema sufre una transformación I, representada en la figura de este ejercicio, al pasar de un estado inicial *i* a un estado final *f*.
  a) ¿El trabajo, T_{if}, realizado por el sistema en esta transformación podría calcularse utilizando la expresión $T_{if} = p_i(V_f - V_i)$? ¿Por qué?
  b) Calcule el valor de T_{if}.



Ejercicio 11

12. En el ejercicio anterior, suponga que el sistema regresa de *f* a *i* siguiendo la transformación II ilustrada en la figura.
  a) Calcule el trabajo del sistema en esta transformación.
  b) ¿Cuál fue el trabajo T realizado por el sistema en el ciclo que recorrió?
  c) Indique, en la figura, el área que corresponde al trabajo T, en el ciclo.

13. Suponga que la gráfica referente al Ejercicio 11 representa el ciclo de una máquina térmica que retira de la fuente caliente una cantidad de calor $Q_1 = 8.0 \times 10^4$ J. Determine:
  a) El rendimiento de esta máquina.
  b) La cantidad de calor que rechaza para la fuente fría.

14. Suponga que una persona le informa que cierta máquina térmica absorbe, en cada ciclo, una cantidad de calor $Q_1 = 500$ cal, realiza un trabajo $T = 200$ cal y transfiere hacia la fuente fría una cantidad de calor $Q_2 = 400$ cal.
  a) La información proporcionada por esta persona, en realidad, no es correcta. ¿Por qué?
  b) La persona, al volver a realizar sus mediciones, verificó que había un engaño en la medida de la cantidad de calor Q_2. ¿Cuál es, entonces, el valor correcto de Q_2?

15. *a*) En el ejercicio anterior, considerando el valor correcto de Q_2, determine el rendimiento de dicha máquina térmica.
  b) Suponga que la máquina mencionada funcionara entre dos temperaturas constantes, de 27 y 227°C. ¿Esta máquina infringe el teorema de Carnot? Explique.
  c) Procure identificar el ciclo que esta máquina está describiendo.

16. Una máquina de Carnot presenta un rendimiento de 30% y la temperatura de su fuente caliente es de 400 K. La potencia de esta máquina es de 4.5 kW y efectúa 10 ciclos/s.
  a) Calcule la temperatura de la fuente fría de la máquina.
  b) ¿Cuál es el trabajo que la máquina realiza en cada ciclo?
  c) ¿Qué cantidades de calor Q_1 y Q_2, absorbe y rechaza la máquina?

17. Indique entre las opciones siguientes la que se refiere a una característica importante del ciclo de Carnot:
  a) Es el ciclo de la mayoría de las máquinas térmicas.
  b) Tiene un rendimiento de 100%.
  c) Tiene siempre un rendimiento cercano a 100%.
  d) Determina el máximo rendimiento de una máquina térmica, entre dos temperaturas dadas.

18. Uno de los motores térmicos de mayor rendimiento ya construido trabaja a temperaturas de 2 000 K (fuente caliente) y 700 K (fuente fría), y presenta un rendimiento de 40%. ¿Este rendimiento está cercano al valor máximo que podría alcanzar entre esas temperaturas?

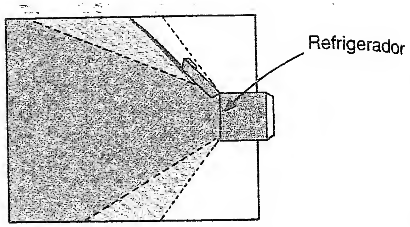
19. Un refrigerador rechaza hacia el ambiente una cantidad de calor $Q_1 = 800$ cal durante cierto intervalo.
  a) En ese intervalo, la cantidad de calor Q_2 que el aparato retira de su interior es mayor, menor o igual a 800 cal?
  b) Suponiendo que el refrigerador tiene una eficiencia $e = 3.0$, calcule el valor de Q_2.

20. Tenga en cuenta las respuestas del ejercicio anterior y conteste la siguiente pregunta: una persona quería enfriar una sala en la cual había un refrigerador funcionando. Para esto, cerró puertas y ventanas y abrió una puerta del refrigerador. ¿Con

este procedimiento la persona alcanzó su objetivo? Explique.

21. *a)* Suponga que la misma persona del ejercicio anterior coloca un refrigerador como se muestra en la figura (empotrado en una abertura hecha en una pared y el serpentín en el exterior de la sala). En este caso, ¿tendría éxito al intentar enfriar la sala?

b) ¿Qué aparato electrodoméstico funciona de manera semejante al refrigerador referido en la pregunta (a)?



Ejercicio 21

Entropía. Indisponibilidad de la energía

❖ **Irreversibilidad y desorden en un proceso natural.** Suponga que cierta masa de agua caliente se mezcla con una porción de agua fría. Como sabemos, este sistema, resultante de la mezcla, termina por alcanzar una temperatura de equilibrio, que tiene el mismo valor en cualquier punto del sistema.

Evidentemente, antes de efectuarse la mezcla habría sido posible hacer funcionar una máquina térmica utilizando las masas de agua mencionadas como fuentes caliente y fría de esta máquina. Es decir, la energía que se transfirió de la masa caliente a la fría podría haber sido utilizada para realizar un trabajo (energía útil). Mientras tanto, después de la mezcla y habiendo alcanzado una uniformidad de la temperatura del sistema, no obstante que no haya habido desaparición de energía, no es posible convertirla en trabajo. Vemos entonces, que una parte de la energía del sistema se volvió *no disponible*; en otras palabras, no podemos usarla de manera útil.

Para que aquella parte de energía continuara disponible para realizar el trabajo, sería necesario que el sistema (supuesto aislado) se volviera espontáneamente a las condiciones iniciales, es decir, que la mezcla se separara en las dos porciones caliente y fría primitivas. Nuestra experiencia diaria nos demuestra que esto nunca ocurre, o sea, el proceso que condujo a la homogenización de la temperatura es *irreversible*.*

Otra manera de analizar este proceso consiste en observar que el sistema inicialmente se encontraba en condición más organizada, es decir, de *mayor orden*, con las moléculas de mayor energía cinética media (agua caliente), separadas de las moléculas de menor energía cinética (agua fría). Después de que ocurre la mezcla, el sistema se vuelve más desordenado, con las moléculas distribuidas aleatoriamente, y hay más uniformidad de la temperatura.

❖ **Otros ejemplos.** Esta irreversibilidad del proceso que acabamos de analizar y el aumento del desorden del sistema, que conducen a indisponibilidad de parte de su energía, es una característica de cualquier proceso que ocurre en la naturaleza. Por ejemplo: un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal *con fricción*, como sabemos, finalmente se detiene y toda su energía se disipa en forma de energía térmica del propio bloque y de la superficie. Este proceso también es irreversible, puesto que la energía térmica no podría, espontáneamente, volver a aparecer como energía cinética del bloque como un todo, y ponerlo en movimiento. Esto es, la energía cinética del bloque, como un todo (ordenada macroscópicamente) se distribuyó, desorganizándose, en la energía cinética de las partículas que constituyen el sistema (energía térmica). También en este caso, la energía cinética del bloque que podría haberse utilizado para realizar un trabajo útil, ahora, bajo la forma de energía térmica, perdió su capacidad de realizar trabajo; es decir, perdió su disponibilidad.

En general, al analizar cualquier proceso que ocurra en la naturaleza llegaremos a las mismas conclusiones (Fig. C-11). Por tanto, cuando uno camina, estudia, crece, se alimenta, duerme, enciende un foco o maneja en automóvil, cierta cantidad de energía estará continuamente volviéndose indisponible para la realización de trabajo, a pesar de que la energía total no se haya alterado. Se acostumbra decir que la energía *se degrada* al transformarse en energía térmica.

* La rama de la Física denominada *mecánica estadística* modifica la afirmación "nunca ocurre" a "es muy improbable que ocurra".

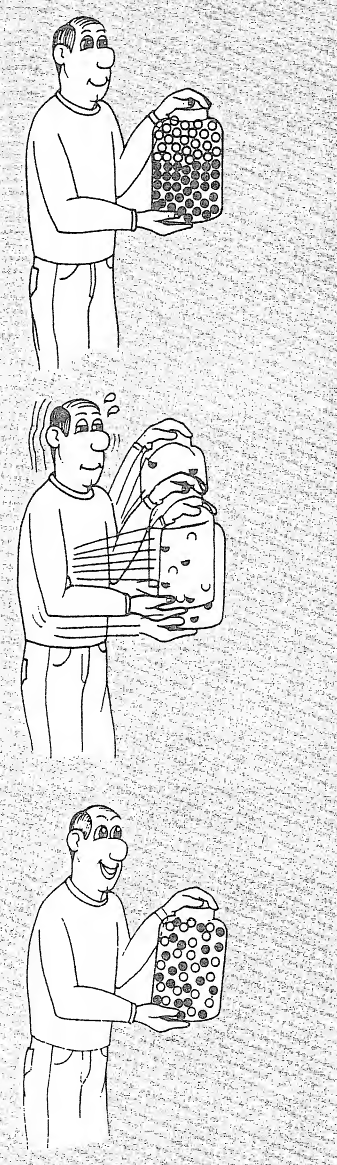


FIGURA C-11 Cuando el recipiente se agita, las pelotitas se mezclan. Este proceso lleva a un aumento del desorden del sistema y la continuidad de agitación no llevaría al sistema de regreso a las condiciones iniciales (el proceso es irreversible).

❖ **Entropía.** Para expresar cuantitativamente esas características de los procesos irreversibles, el físico alemán Rudolf Clausius, cerca de 1860, introdujo una nueva magnitud, denominada *entropía*. Esta magnitud, que usualmente se representa por la letra S, tiene un valor que varía cuando el sistema pasa de un estado a otro. Esa variación, ΔS, es exactamente lo que importa conocer y no el valor S de la entropía en cada estado por el cual el sistema pasa (de manera semejante a lo que ocurre con la energía potencial, de la cual sólo interesa conocer su variación).

Para un sistema que sufre una transformación isotérmica, en una temperatura absoluta T, absorbiendo o rechazando un cantidad de calor ΔQ, la variación de entropía del sistema está dada por

$$\boxed{\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \quad \text{o} \quad S_f - S_i = \frac{\Delta Q}{T}}$$

Se determinó que cuando el sistema recibe calor tenemos $\Delta Q > 0$ y, en consecuencia, tenemos también, $\Delta S > 0$, o sea, la entropía del sistema aumenta. Si el sistema rechaza calor, tenemos $\Delta Q < 0$ y $\Delta S < 0$ (la entropía del sistema disminuye).

Por ejemplo, si un gas sufre expansión isotérmica, en temperatura $T = 300$ K, absorbiendo una cantidad de calor $\Delta Q = 900$ J, la variación de su entropía sería

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{900}{300} \quad \text{o} \quad \Delta S = 3.0 \text{ J/K}$$

es decir, la entropía del gas aumentó 3.0 J/K. Si aquella cantidad de calor se hubiera retirado del gas tendríamos $\Delta S = -3.0$ J/K, lo que significa que su entropía habría disminuido 3.0 J/K.*

❖ **Principio del aumento de la entropía.** Consideremos un sistema que sufre un proceso irreversible cualquiera. En este proceso, en general, ese sistema interactúa con la vecindad y ambos sufrirán variaciones de entropía. Sea ΔS_s la variación de la entropía del sistema y ΔS_v la de la vecindad. La variación total de entropía, ΔS_t, ocurrida en el proceso será, evidentemente

$$\Delta S_t = \Delta S_s + \Delta S_v$$

* Cuando el proceso no es isotérmico, la determinación del valor de ΔS debe hacerse mediante cálculo integral, una rama de las matemáticas que se estudia en cursos superiores.

Mediante la observación de los fenómenos que ocurren en la naturaleza (fenómenos irreversibles), fue posible concluir que en esos procesos la entropía total siempre aumenta, es decir, tenemos seguramente $\Delta S_t > 0$. Por tanto, la entropía, al contrario de otras magnitudes como la energía, el *momentum*, etc., no se caracteriza por una ley de conservación, sino por un "principio de aumento"* denominado *principio de aumento de entropía*:

> En todos los procesos naturales irreversibles, la entropía total (del sistema y de la vecindad) siempre aumenta.

❖ **La "muerte térmica" del Universo.** ¿Cuál sería el significado del aumento de entropía que acompaña todo y cualquier proceso que ocurre en la naturaleza?

Clausius mismo ya había demostrado que este aumento de entropía está relacionado con el aumento del desorden del sistema y con la pérdida de la oportunidad de convertir energía en trabajo. De hecho, es posible demostrar que cuanto mayor sea el aumento total de entropía ΔS_t, que ocurre en un proceso, mayor es la cantidad de energía ΔE que se vuelve no disponible para convertirse en energía útil, a pesar de que la energía total implícita en el proceso permanezca constante. Por tanto, como hemos señalado, la entropía es una magnitud apropiada para caracterizar el grado de desorden y de degradación de la energía implícitos en los procesos irreversibles y podemos destacar:

> La cantidad de energía ΔE que se vuelve no disponible en un proceso natural es directamente proporcional al aumento total de entropía ΔS_t, que se acompaña al proceso.

> **Rudolf Clausius** (1822-1888). Físico-matemático alemán que formuló la segunda ley de la Termodinámica y a quien se atribuye la creación de esta ciencia, que estudia el calor y la temperatura. Ejerció el magisterio superior en diversas escuelas de Alemania y Suiza y, en 1850, al ser designado profesor de Física de la Escuela de Ingeniería de Berlín, publicó un trabajo en el cual presentaba la segunda ley de la Termodinámica, de la siguiente manera: "El calor no puede pasar espontáneamente de un cuerpo frío a uno más caliente". Esta formulación de la segunda ley se conoce como "enunciado de Clausius", y es posible mostrar que es equivalente al enunciado presente en la Sección 13.7.

*Algunos procesos ideales pueden considerarse reversibles y en esos procesos la entropía total no varía, o sea, $\Delta S_t = 0$.

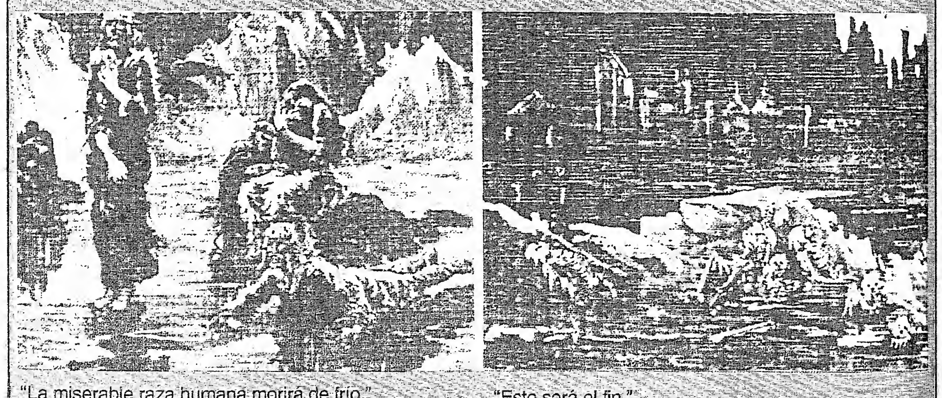


FIGURA C-12 Ilustraciones de la leyendas que las acompañan, tomadas de la obra del astrónomo francés Camille Flammarion: "La miserable raza humana morirá de frío" y "Este será el fin".

La tendencia de todos los procesos naturales, tales como flujo de calor, mezcla, difusión, etc., es de llevar a una uniformidad de temperatura, presión, composición, etc., en todos los puntos de los sistemas que intervienen en los procesos. En cada uno de esos procesos hay un aumento de entropía y un aumento en la indisponibilidad de energía. Podemos, entonces, visualizar un momento, en un futuro distante, en que todo el Universo alcanzará un estado de uniformidad absoluta.

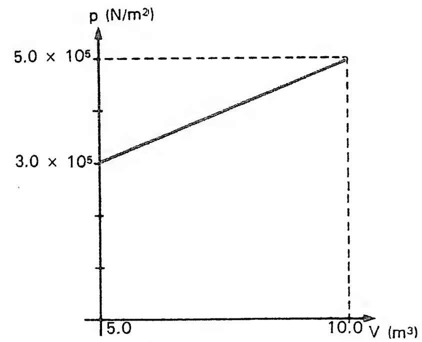
Si esta situación ocurriera, aunque no haya habido alteración alguna en el valor de la energía total del Universo, todos los procesos físicos, químicos y biológicos cesarán. Este final hacia el cual parecemos caminar se conoce comúnmente como la *muerte térmica del Universo*.

Estas ideas, que parecen ser una consecuencia inevitable del establecimiento de las leyes de la termodinámica, desde que se plantearon despiertan gran interés, incluso popular, y ya se utilizaron como tema en diversas obras literarias.

H. G. Wells, con su obra *La máquina del tiempo* y el astrónomo francés Camille Flammarion son ejemplos de los escritores que trataron el tema. En la Figura C-12 se presenta una reproducción de dos ilustraciones de la obra de Flammarion, en las cuales describe varias maneras por las cuales llegaremos al *fin del mundo*.

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

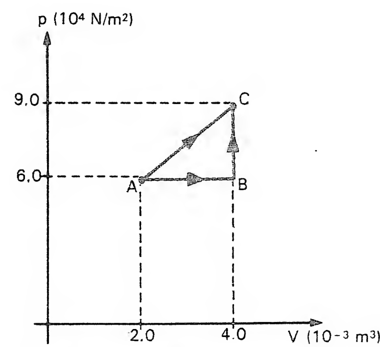
1. Un gas se expande de un volumen inicial V_i = 5.0 m^3, hasta un volumen final V_f = 10.0 m^3, como se indica en la figura de este problema. Si se sabe que en la transformación el gas absorbió una cantidad de calor $Q = 10 \times 10^5$ cal, determine la variación de su energía interna (considere 1 cal = 4.2 J).



Problema Complementario 1

2. Tres líquidos, *M*, *N* y *P*, están a 30°C, 20°C y 10°C, respectivamente. Cuando las masas iguales de *M* y *N* se mezclan, resulta una temperatura final de 26°C y cuando masas iguales de *M* y *P* se mezclan, resulta una temperatura de 25°C. Calcule la temperatura final de una mezcla en partes iguales de *N* y P.

3. Un gas contenido en un cilindro con pistón se lleva a un estado inicial *A* hasta un estado final *C*, a través de dos procesos distintos, *AC* y *ABC* (*véase* figura de este problema). En el proceso *AC*, el sistema absorbe 300 J de calor:
   a) Calcule el trabajo realizado por el sistema en los dos procesos.
   b) ¿Cuál es la variación de la energía interna del sistema en el proceso *AC*?
   c) Una de las leyes básicas de la termodinámica señala que la variación de la energía interna del sistema *no depende* del proceso que lo lleva de un estado inicial a un estado final. Con base en esta información, calcule el calor absorbido por el gas en el proceso *ABC*.



Problema Complementario 3

4. Una pequeña barra metálica de 10 g de masa está constituida de una aleación de oro y cobre. Para determinar el porcentaje de cada uno de estos metales en la aleación, una persona calentó dicha barra hasta 520°C; en seguida la sumergió en un calorímetro cuya capacidad térmica es de 20 cal/°C y que contenía 80 g de agua a 18°C. El equilibrio térmico ocurrió a temperatura de 20°C. Determine los porcentajes de cobre y oro en la aleación (considere c_{Au} = 0.030 cal/g°C y c_{Cu} = 0.090 cal/g°C).

5. Un martillo, con 2.0 kg de masa, se utiliza para golpear un bloque de plomo de masa igual a 5.0 kg, cuya temperatura se eleva de 20 a 30°C después de haber recibido 50 golpes. Sabiendo que 80% de la energía mecánica del martillo se transfiere al plomo, determine la velocidad del martillo en el momento de cada golpe (considere 1 cal = 4.2 J c_{Pb} = 0.030 cal/g°C).

6. Suponga que una muestra que contiene n moles de un gas ideal, al calentarla a volumen constante, sufre una variación de temperatura ΔT, mientras absorbe una cantidad de calor ΔQ_V. Defínase el calor específico molar o capacidad térmica molar, C_{MV}, de la siguiente manera $C_{MV} = \Delta Q_v / n\Delta T$.
   a) Exprese la energía interna U de esta muestra en función de n, de T y de R (constante de los gases).
   b) Con base en la respuesta de la pregunta (a) exprese el valor de C_{MV} en función de R.

7. Un sistema gaseoso pasa de un estado inicial i, a un estado final f, por medio de tres transformaciones diferentes, I, II y III, mostradas en la figura de este problema. Teniendo en cuenta la información proporcionada en el Problema complementario 3 (pregunta c), determine en cuál de las tres transformaciones el gas absorbe mayor cantidad de calor.

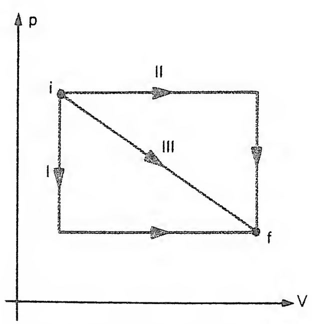
8. El casco de acero de un barco mide 6.0 mm de espesor y su área que está sumergida mide 120 m². La temperatura del agua es de 26.0°C y la del interior del barco es de 20.0°C. Determine, en calorías, la cantidad de calor que se transfiere del agua al interior del barco, durante 1.0 h.

9. La emisividad del tungsteno es de 0.35. Una esfera de este metal de radio igual a 1.0 cm, está suspendida en el interior de un recipiente grande en el cual se hizo vacío y cuyas paredes están a 300 K. Teniendo en consideración el Ejemplo 2 resuelto del Apéndice C, de este capítulo, determine la potencia que debe suministrarse a la esfera para mantenerla a temperatura de 3 000 K (desprecie las pérdidas por conducción).

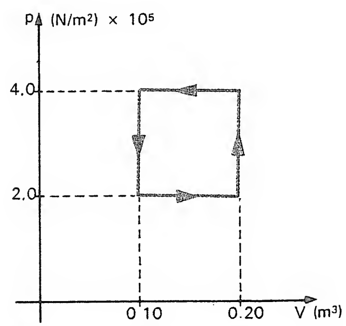
10. Una lámina metálica de poco espesor está rodeada por un ambiente a 27°C y tiene una de sus caras directamente vuelta hacia el Sol y en un día claro (recibe perpendicularmente los rayos solares). Si se sabe que la intensidad de la luz al llegar a la superficie de la Tierra es de 1 000 W/m², determine la temperatura final que alcanzará la lámina (desprecie los cambios de calor por conducción y convección).

11. Un sistema térmico recorre el ciclo mostrado en la figura de este problema.
   a) ¿Corresponde este ciclo a una máquina térmica o a un refrigerador? Explique.
   b) Suponiendo que el sistema al recorrer el ciclo rechace 8.0×10^4 J de calor, calcule su eficiencia.

12. Una máquina de Carnot, cuya fuente fría está a 280 K, tiene un rendimiento de 40%. Se quiere aumentar este rendimiento a 50%. Para esto:
   a) ¿A cuántos grados debe elevarse la temperatura de la fuente caliente, manteniendo constante la temperatura de la fuente fría?
   b) ¿A cuántos grados debe bajarse la temperatura de la fuente fría, manteniendo constante la temperatura de la fuente caliente?



Problema Complementario 7



Problema Complementario 11

13. Procure realizar el siguiente experimento: ponga una mano en la proximidad de su boca y con ésta abierta, sople sobre la mano; en seguida repita el experimento con la boca casi cerrada. ¿Nota la diferencia en la temperatura de su soplo al llegar a su mano, en ambos casos? Explique la causa de esa diferencia.

14. Como veremos en el próximo capítulo, cierta masa de hielo a 0°C, al fundirse, se transforma en agua, también a 0°C (la transformación es isotérmica). En este proceso, el hielo absorbe una cantidad de calor igual a 80 cal/g.
   a) Calcule la variación de entropía de un sistema constituido por 20 g de hielo a 0°C, al transformarse en agua, también a 0°C. ¿Es positiva o negativa esta variación?
   b) La entropía de la vecindad del sistema, ¿aumentó, disminuyó o no varió?
   c) Sabiendo que la fusión del hielo es un proceso natural (irreversible), ¿el módulo de la variación de entropía de la vecindad es mayor, menor o igual a 5.86 cal/K?

15. Dibuje esquemáticamente el diagrama de un ciclo de una máquina de Carnot, tomando la temperatura Kelvin como ordenada y la entropía del sistema como abscisa.

16. Una máquina térmica funciona haciendo que n moles de un gas ideal recorra el ciclo $ABCD$, representado en la figura de este problema.
   a) Siendo T_0 la temperatura Kelvin del gas en A, determine sus temperaturas en B, C y D.
   b) Sabiendo que los calores específicos molares del gas a volumen y a presión constantes valen $C_{MV} = (3/2)R$ y $C_{MP} = (5/2)R$, determine la cantidad de calor que el gas absorbe de la fuente caliente (dé su respuesta en función de n, R y T_0).
   c) Calcule el rendimiento de esta máquina.

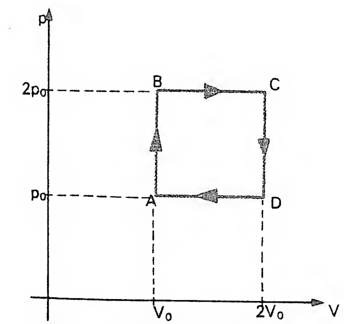
17. Un sistema sufre una transformación irreversible en la cual interactúa con su vecindad. Analice las afirmaciones siguientes y conteste si cada una de ellas es *correcta* o *incorrecta*:
   a) La entropía del sistema, con seguridad, aumentó.
   b) La variación total de entropía (del sistema y de la vecindad) con seguridad es positiva.
   c) Parte de la energía que interviene en el proceso desaparece.
   d) Parte de la energía que interviene en el proceso se vuelve no disponible para realizar el trabajo.
   e) La variación de entropía de la vecindad puede ser negativa.

18. Un motor de gasolina consume 10 litros de combustible por hora. Se sabe que el calor de combustión de la gasolina (calor liberado cuando se quema) es de 11 kcal/g y que su densidad es 0.68 g/cm³.
   a) ¿Qué cantidad de calor libera la gasolina durante 2.0 h?
   b) Sabiendo que el motor desarrolla una potencia de 20 kW, ¿cuál es su rendimiento? (1 cal = 4.2 J.)

19. Una máquina de Carnot, M_1, opera entre dos fuentes a 300 y 100°C, y una otra, M_2, opera entre 300 K y 100 K. ¿Cuál de las dos tiene mayor rendimiento?

20. En la Sección 13.6 analizamos una transformación isotérmica de un gas ideal, desde el punto de vista de la primera ley de la Termodinámica.
   a) Considere como rendimiento de aquel proceso el cociente entre el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas. Consulte la Sección 13.6 y determine el rendimiento de la transformación isotérmica analizada.
   b) Explique por qué el resultado obtenido en la pregunta (a) no infringe la segunda ley de la Termodinámica.

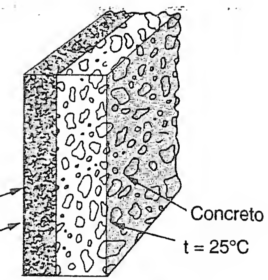
21. El enunciado de la segunda ley de la Termodinámica, propuesto por Clausius, equivalente al presentado en la Sección 13.7, es el siguiente:
   "El calor no pasa espontáneamente de un cuerpo frío a un cuerpo más caliente."



Problema Complementario 16

En un refrigerador se observa una transferencia de calor en aquel sentido. Explique por qué el funcionamiento de un refrigerador no infringe el enunciado de Clausius.

22. Una pared doble de un frigorífico industrial tiene una capa de corcho, de 10 cm de espesor, sobrepuesta a otra de concreto de 20 cm de espesor (*véase* figura de este problema). Sabiendo que la temperatura en el interior del frigorífico es de −20°C y la temperatura exterior es de 25°C, determine la temperatura en la superficie de separación de las capas de la pared.



Problema Complementario 22

RESPUESTAS

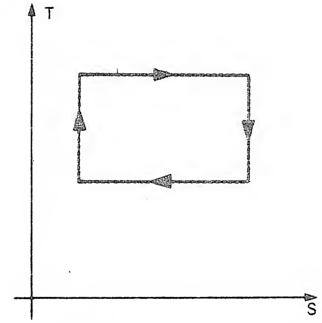
Ejercicios

1. *a)* 1 kcal/s · m · °C *b)* sí
2. *a)* aire *b)* plata
3. la capa de aire entre los vidrios reduce la pérdida de calor por conducción
4. *a)* 150 cal/s
   b) cerca de 6 focos (630 W)
5. *a)* 2.0 cm *b)* ¡11 m!
6. *a)* 1 W/m^2 *b)* 1 W/m^2 · K^4
7. *a)* 340 W/m^2 *d)* 4.25
   b) 510 W *e)* un frío muy intenso (con riesgo de muerte)
   c) cero
8. *a)* 16 veces mayor *b)* 3.1 veces mayor
9. *a)* 40 kcal *b)* 20 kcal
10. 1.9°C
11. *a)* no, porque la transformación no es isobárica
    b) T_{if} = 10.0 × 10^4 J
12. *a)* T_{fi} = −8.0 × 10^4 J
    b) T = 2.0 × 10^4 J
    c) área limitada por el ciclo
13. *a)* 0.25 = 25% *b)* 6.0 × 10^4 J
14. *a)* los datos no satisfacen la primera ley de la Termodinámica
    b) Q_2 = 300 cal
15. *a)* 40%
    b) no
    c) ciclo de Carnot
16. *a)* 280 K
    b) 450 J
    c) Q_1 = 1 500 J y Q_2 = 1 050 J
17. (d)
18. no; el rendimiento máximo es de 65%
19. *a)* menor
    b) 600 cal
20. no; el refrigerador rechazó hacia el ambiente mayor cantidad de calor de la que absorbió
21. *a)* sí
    b) aparato de aire acondicionado

Problemas complementarios

1. 2.2 × 10^6 J
2. 16.6°C
3. *a)* T_{AC} = 150 J; T_{ABC} = 120 J
   b) ΔU_{AC} = 150 J
   c) Q_{ABC} = 270 J
4. 83% de oro y 17% de cobre
5. 12.5 m/s
6. *a)* $U = (3/2)\, nRT$
   b) $C_{MV} = (3/2)\, R$
7. en II
8. 4.7 × 10^9 cal
9. 2.02 × 10^3 W
10. 87°C
11. *a)* refrigerador (T, en el ciclo, es negativo)
    b) e = 3.0
12. *a)* 94 K
    b) 47 K
13. con la boca cerrada, el gas se enfría porque se expande más rápidamente (transformación adiabática)
14. *a)* +5.86 cal/K
    b) disminuyó
    c) menor
15. *véase* figura

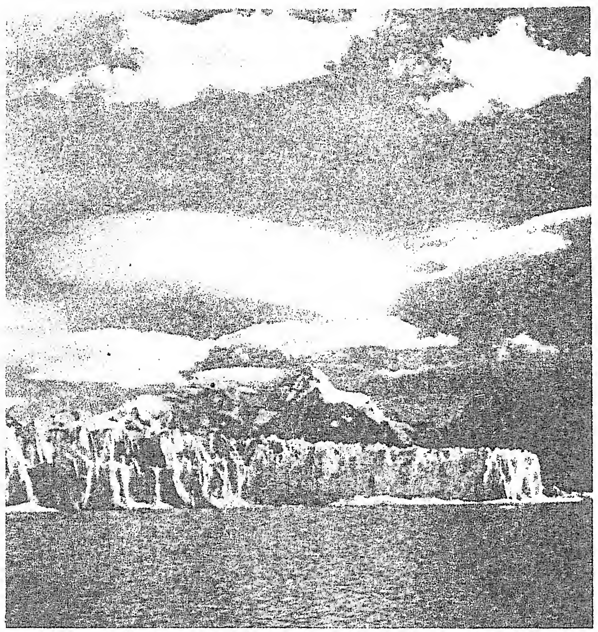
16. *a)* $T_B = 2\,T_0$; $T_C = 4\,T_0$; $T_D = 2\,T_0$
    b) $Q_1 = (13/2)\, nRT_0$
    c) 15%
17. *a)* incorrecto
    b) correcto
    c) incorrecto
    d) correcto
    e) correcto
18. *a)* 1.5 × 10^5 kcal
    b) 22%
19. M_2
20. *a)* 100%
    b) la transformación no es cíclica
21. la transferencia de calor en el refrigerador no es espontánea (hay realización de trabajo)
22. 21°C



Respuesta Problema Complementario 15

14

cambios de fase



Dependiendo de los valores de la presión y de la temperatura, una sustancia puede presentarse en cualquiera de las tres fases (o estados) de la materia: sólida, líquida y gaseosa. En la foto, es posible identificar el agua en estas fases (el vapor en el aire se condensa para formar nubes).

14.1 Sólidos, líquidos y gases

✧ Es un hecho bien conocido que en la naturaleza las sustancias se presentan en tres fases (o estados físicos) diferentes, denominadas *fase sólida, fase líquida* y *fase gaseosa*. La presión y la temperatura a las que una sustancia es sometida, determinarán la fase en la cual pueda presentarse. Así pues, el fierro, que en las condiciones ambientales se halla en estado sólido, se podrá volver líquido cuando su temperatura se eleve lo suficiente; el agua, que normalmente es líquida, podrá convertirse en gas por elevación de su temperatura, o por reducción de la presión a la que está sometida.

Cuando una sustancia pasa de una fase a otra, decimos que sufre un *cambio de fase* o un *cambio de estado físico*. En este capítulo estudiaremos las leyes que describen el comportamiento de las sustancias al cambiar de fase. A fin de facilitar la comprensión de estas leyes, inicialmente, mostraremos cómo deben estar organizados o distribuidos los átomos y las moléculas para que una sustancia se presente como sólido, líquido o gas.

✧ **Estado sólido.** En esta fase, los átomos de la sustancia se encuentran muy cerca unos de otros, y unidos por fuerzas eléctricas relativamente intensas. Tales corpúsculos no sufren traslación en el sólido, pero se encuentran en constante movimiento de vibración (agitación térmica) alrededor de una posición media de equilibrio. Debido a la fuerte ligación o unión entre los átomos, los sólidos poseen algunas características, como el hecho de presentar forma propia y de ofrecer cierta resistencia a las deformaciones.

En la naturaleza casi todos los sólidos se presentan en forma de *cristales*, es decir, los átomos que los constituyen se encuentran organizados según un modelo regular, en una estructura que se repite ordenadamente en todo el sólido y que se denomina *red cristalina*, como mencionamos en el Capítulo 11. Los físicos y los químicos, mediante modernos métodos de investigación, lograron determinar la organización de los átomos en la estructura cristalina de un gran número de sustancias sólidas. La Figura 14-1, por ejemplo, presenta el modelo de la

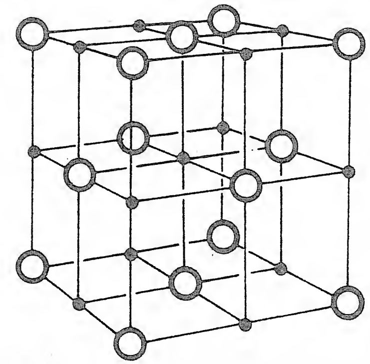


FIGURA 14-1 Modelo de estructura cristalina del cloruro de sodio (NaCl).

estructura cristalina del cloruro de sodio (NaCl); en él se aprecia la distribución ordenada de los iones de Na (esferas menores) y de Cl (esferas mayores). La repetición de esta estructura regular hace que los cristales muestren una apariencia externa también regular, como vemos en la Figura 14-2, la cual muestra un enorme cristal de cloruro de sodio. Una misma sustancia puede

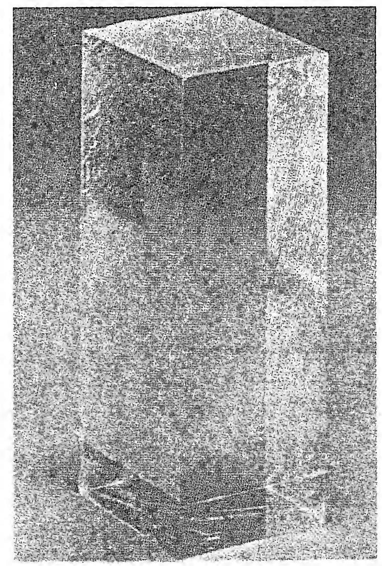


FIGURA 14-2 El aspecto regular de este enorme cristal de cloruro de sodio se debe a la organización interna (red cristalina) de esta sustancia.

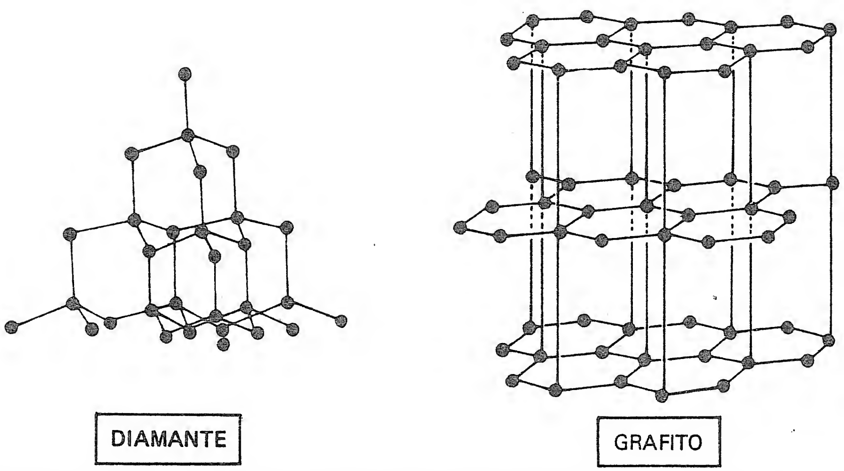
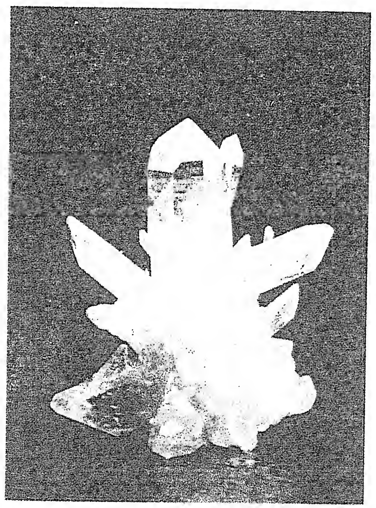


FIGURA 14-3 El diamante y el grafito, a pesar de estar constituidos ambos únicamente por átomos de carbono, presentan propiedades diferentes en virtud de poseer distintas estructuras cristalinas.

presentarse en diferentes estructuras cristalinas. El diamante y el grafito, por ejemplo, están constituidos únicamente por átomos de carbono, distribuidos, sin embargo, de distinta manera, como muestra la Figura 14-3. Como se sabe, las propiedades de estos sólidos son muy distintas, y esto se debe precisamente a la diferencia de sus estructuras cristalinas.



Una bella formación natural de cristales de cuarzo.

Algunos sólidos no presentan en su estructura interna la regularidad de los cristales, es decir, sus átomos *no* están distribuidos según una estructura regular, por lo cual reciben el nombre de *amorfos*. Un ejemplo típico de material amorfo es el vidrio, y otros sólidos de esta clase son el asfalto, los plásticos, el caucho (o hule), etcétera.

❖ **Estado líquido.** Los átomos de una sustancia líquida están más alejados unos de otros, en comparación con los de una en estado sólido, y por consiguiente, las fuerzas de cohesión que existen entre ellos son más débiles. Así, el movimiento de vibración de los átomos se hace con más libertad, permitiendo que sufran pequeñas traslaciones en el interior del líquido. A ello se debe que los líquidos pueden escurrir o fluir con notable facilidad, no ofrecen resistencia a la penetración, y toman la forma del recipiente que los contiene.

Al igual que en los sólidos amorfos, los átomos de los líquidos no se encuentran distribuidos en forma ordenada. Por tanto, cuando un cristal pasa al estado líquido, su red cristalina se deshace.

❖ **Estado gaseoso.** Ya tuvimos oportunidad de analizar en el Capítulo 12, la estructura interna de un gas. Como vimos, la separación entre los átomos o moléculas de una sustancia en estado gaseoso, es mucho mayor que en los sólidos y en los líquidos, siendo prácticamente nula la fuerza de cohesión entre dichas partículas. Por este motivo, se mueven libremente en todas direcciones, haciendo que los gases no presenten una forma definida y ocupen siempre el volumen total del recipiente donde se hallan contenidos.

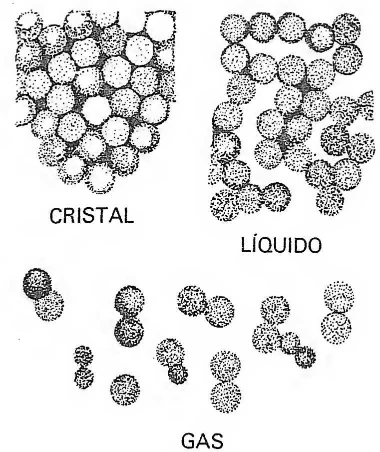


FIGURA 14-4 Modelos de la estructura interna de un sólido (cristal), de un líquido y de un gas. Observe la organización y la separación de las moléculas en cada caso.

La Figura 14-4, que muestra el modelo de la estructura interna de un cristal, de un líquido y de un gas, nos permite comparar la distribución y la separación de los átomos (o moléculas), en los tres estados.*

❖ **Cambios de fase.** Cuando proporcionamos calor a un cuerpo y se eleva su temperatura, ya sabemos que hay un aumento en la energía de agitación de sus átomos. Este incremento hace que la fuerza de cohesión de los átomos se altere, pudiendo ocasionar modificaciones en su organización y separación. En otras palabras, la absorción de calor por parte de un cuerpo, puede provocar en él un cambio de fase. Naturalmente, la eliminación de calor deberá producir efectos inversos a los que se observan cuando se cede calor a una sustancia.

Los cambios de fase que pueden ocurrir en una sustancia reciben denominaciones especiales, como ilustra la Figura 14-5, y que son:

* Un cuarto estado de la materia, que podría ser incorporado a los antes mencionados es el "plasma", estado caracterizado por el hecho de que las partículas que lo constituyen se presentan cargadas eléctricamente, o sea, en forma de iones. Para que este estado sea alcanzado, la temperatura del material debe ser muy elevada, como ocurre con el Sol y en muchas otras estrellas. La mayor parte de materia existente en el Universo se presenta en forma de plasma, pero, en nuestro planeta raramente podemos encontrar este estado.

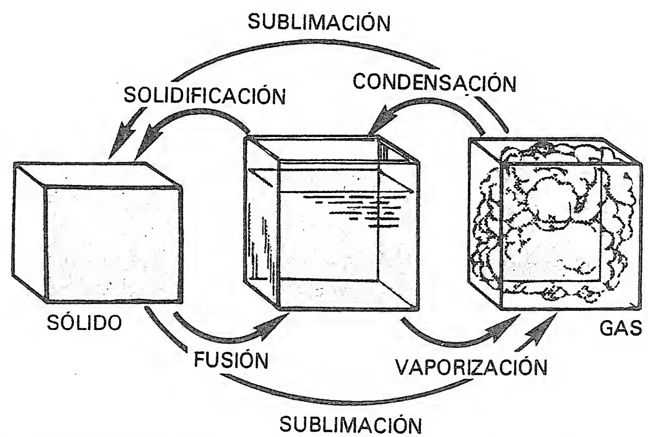


FIGURA 14-5 Denominaciones que reciben los cambios de un estado físico a otro.

fusión	— cambio de sólido a líquido
solidificación	— cambio de líquido a sólido
vaporización	— cambio de líquido a gas
condensación (o *licuefacción*)	— cambio de gas a líquido
sublimación	— cambio directo de sólido a gas o de gas a sólido (sin pasar por el estado líquido)

En las secciones siguientes analizaremos, por separado, cada uno de los cambios de fase.

EJERCICIOS

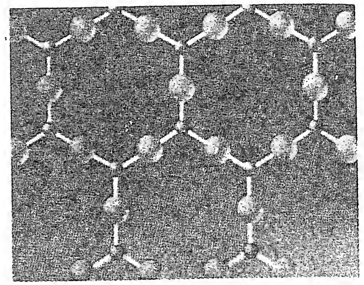
Antes de pasar al estudio de lo próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. *a)* ¿Cuáles son las magnitudes que determinan la fase en la cual se presenta una sustancia?
b) Cite dos formas de hacer que un líquido pase al estado gaseoso.

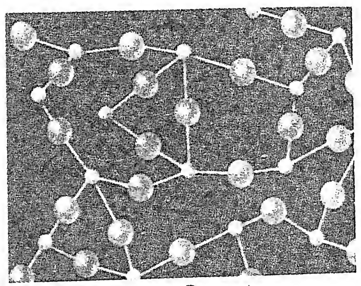
2. La figura de este ejercicio representa las estructuras internas de dos sustancias sólidas, *A* y *B*.
a) ¿Cuál se presenta en forma de cristal?
b) ¿Cómo se denomina la estructura de la sustancia *B*?
c) ¿Cuál de las dos podría ser la del vidrio?

3. *a)* ¿Por qué un sólido presenta una forma propia y no sucede lo mismo con los líquidos?
b) ¿Qué sucede con la estructura de un sólido cristalino cuando pasa al estado líquido?
c) ¿Por qué un gas tiende a ocupar todo el volumen del recipiente que lo contiene, mientras que eso no sucede con un líquido?

4. Dé el nombre del cambio de fase que se produce en cada uno de los fenómenos que se describen a continuación:
a) Un pedazo de hielo se derrite al sacarlo del congelador.
b) La ropa mojada se seca cuando se pone al Sol.
c) Un trozo de naftalina "desaparece" en el interior de un armario.



A



B

Ejercicio 2

d) La superficie externa de una botella de cerveza muy fría, se cubre de gotitas de agua en los días húmedos.

Cristales líquidos: materiales de estructura poco común

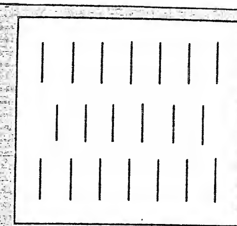
❖ Los cristales líquidos son sustancias cuyas moléculas se deslizan unas sobre otras, como ocurre en los líquidos, pero en ciertas ocasiones mantienen una estructura organizada como los cristales. Este hecho, por presentarse como una verdadera contradicción, suele ocurrir en la naturaleza misma. Los cristales líquidos presentan esta característica dual y, sin embargo, tienen propiedades muy definidas.

Hace poco menos de 100 años un hecho extraño se observó con el benzoato de colesterol: al calentarlo y fundirse a 145°C, se observó un líquido viscoso y turbio. La temperatura continuó aumentando hasta alcanzar 178°C y dicho líquido se volvía transparente y perdía la viscosidad. Al enfriarse, se observaban las mismas dos fases hasta que la sustancia se solidificara. Este hecho permaneció durante mucho tiempo como una curiosidad de laboratorio. Tiempo después, un conocimiento más profundo de la estructura de sustancias como el colesterol permitió observar que tenían propiedades interesantes que podrían utilizarse en nuevas y útiles aplicaciones. Las fuerzas moleculares que mantienen sus estructuras son muy débiles y, por tanto, las afectan fácilmente los campos electromagnéticos, las tensiones mecánicas y las temperaturas aplicadas al material. Esos conocimientos solamente se hicieron posibles en una época bastante reciente (décadas de 1940 y 1950).

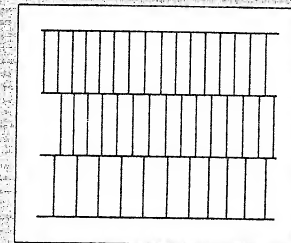
❖ En la actualidad se conocen centenas de materiales orgánicos sólidos, naturales o producidos sintéticamente que, al fundirse, presentan dos o más fases intermedias. Dichas fases se llaman *fases mesomórficas* y las sustancias que se presentan se denominan *cristales mesomórficos* o *cristales líquidos.*

Todas las sustancias que presentan estas fases tienen moléculas en forma de bastón alargado, que tienden a colocarse paralelamente entre sí (el espesor de cada bastón es de sólo una o dos moléculas) formando capas en las cuales las moléculas pueden presentarse en orden o en desorden. La agitación térmica tiende a desorientar las moléculas y, así, la estructura real que el cristal líquido presenta dependerá del equilibrio entre la tendencia natural de ordenación y la tendencia al desorden, provocado por dicha agitación. A bajas temperaturas predomina el orden, porque la agitación térmica es pequeña y el material presenta estructura cristalina. Cuando la temperatura aumenta (o se aplica un voltaje al cristal), las moléculas tienden al desorden y se aproximan a la estructura líquida. Mientras ocurre este cambio, se perciben varias fases intermedias en los cristales líquidos, a diferencia de lo que sucede con las sustancias comunes (como el agua, por ejemplo), que pasan bruscamente de la fase sólida a la líquida (Fig. I).

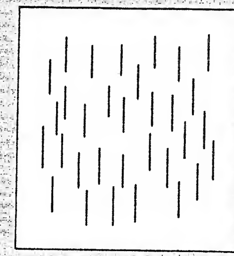
❖ **Aplicaciones de los cristales líquidos.** Algunos cristales líquidos pueden tener su estructura cristalina alterada por pequeñas variaciones de tempera-



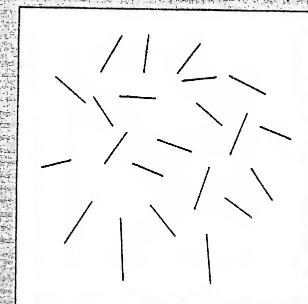
a) **fase cristalina:** hay acentuado orden entre las capas moleculares en el interior de cada una.



b) **fase esmética:** hay orden interno en cada capa molecular, pero las diversas capas están desordenadas.



c) **fase nemática:** las moléculas presentan cierto orden, pero las capas moleculares desaparecen.



d) **líquido isotrópico:** hay pérdida total del orden de las moléculas.

FIGURA I Estructuras que presenta un cristal líquido.

tura que los llevan, por ejemplo, a cambiar sensiblemente de color. Esta propiedad se aprovecha en la producción de termómetros de cristales líquidos y se puede encontrar en otros objetos hechos con materiales de esa naturaleza. Actualmente, incluso se confeccionan tejidos con este material.

Soportes para vaso: Tienen una capa de cristal líquido sensible a la temperatura, con el único objetivo de hacerlos agradables a la vista del usuario, en virtud de la variedad de colores que pueden presentar. Esto puede observarse fácilmente al calentarlos (con la mano) y enfriarlos (si se pone sobre ellos un vaso con bebida helada).

Termómetros de cristal líquido: Se hacen con un conjunto de pequeñas láminas de este metal, cada una de las cuales adquiere un determinado color cuando su temperatura alcanza cierto valor. Esto ocurre porque al alcanzar dicha temperatura, la estructura de la lámina se altera, aumentando cuando recibe la luz blanca al reflejar un color dado y al absorber los demás; por tanto, se presenta como el color reflejado. En otra temperatura, la estructura del material es tal que absorbe toda luz reflejada, y se presenta prácticamente negra (Fig. II). Trate de obtener un termómetro de este tipo y verifique estos hechos (por lo general se venden en tiendas especializadas en equipo para acuarios).

Cartón (o anillo) para medir el estrés: Presenta un pequeño rectángulo de cristal líquido (en el anillo, la piedra está hecha con este material) y se dice que indican el estrés (tensión psíquica) de la persona, en determinado momento. Según las instrucciones incluidas en el cartón, la persona debe colocar el dedo pulgar sobre el rectángulo mencionado y dejarlo allí varios segundos. Sin embargo, en el cartón hay una relación de posibles estados y se identifican de acuerdo con el color que aparece en el rectángulo de cristal cuando la persona retira el pulgar. ¿Detecta usted la poca credibilidad en su uso? El color que aparece en el cristal líquido sólo depende de la temperatura de la mano de la persona. En un día muy frío, toda persona mal abrigada parecería estar estresada. ¡Bastaría frotar bastante las manos para que su "estado de tensión" desapareciera!

Indicador de cristal líquido (*LCD—liquid crystal display*): Este tipo de indicador se utiliza en lugar de LED (*light emitting diode*), común en aparatos digitales, cuyo uso se hace en relación con una toma. El LCD que incluye un cristal líquido en su constitución, funciona con una potencia muy inferior al LED (cerca de 1 000 veces menor). Su uso es más económico y adecuado para aparatos portátiles que utilizan pequeñas pilas o baterías porque permite mayor duración de estas fuentes. Se utiliza con frecuencia en relojes de pulso, calculadoras de bolsillo, etcétera.

Para saber si un indicador de cualquier aparato es del tipo LCD o LED basta observarlo a través de un polaroid. Al girar el polaroid, si en determinada inclinación no se pueden ver los dígitos, se trata de un LCD. Si fuera un LED no habría alteración en la luminosidad de los dígitos.

Televisión en colores: Aún no se ha logrado éxito en el uso de cristales líquidos para fabricar pantallas de televisores aprovechando las propiedades que ofrecen los materiales utilizados en los ejemplos anteriores (efectos de colores según las variaciones de temperatura y desviación del plano de polarización de la luz por aplicaciones de pequeños cambios de voltaje). Estos aparatos evitarían usar tubos de rayos catódicos para desviar los haces de electrones, lo que haría al aparato más compacto, porque su espesor podría ser muy reducido.

A pesar de que los fabricantes han utilizado cristales líquidos sólo en televisores portátiles con pantallas de pequeñas dimensiones, algunos problemas técnicos relativos a la nitidez de la imagen, entre otros, aún no se han resuelto.

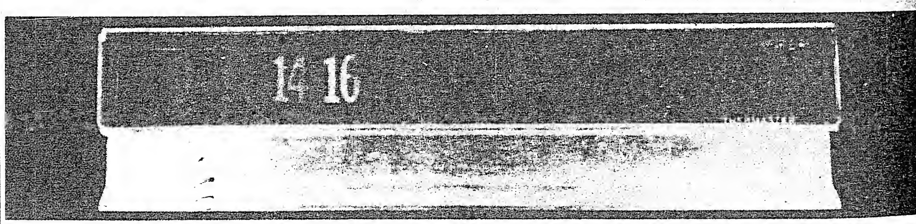


Figura II Termómetro de cristal líquido fotografiado a 15°C.

14.2 Fusión y solidificación

Fusión. Consideremos un sólido cristalino que recibe calor, como se indica en la Figura 14-6. Esta energía que el sólido recibe, ocasiona un aumento en la agitación de los átomos en la red cristalina, es decir, produce una elevación en la temperatura del cuerpo. Cuando la temperatura alcanza un valor determinado, la agitación térmica alcanza un grado de intensidad suficiente para deshacer la red cristalina. Entonces, la organización interna desaparece, la fuerza entre los átomos o moléculas se vuelve menor, y por consiguiente, dichas partículas tendrán una mayor libertad de movimiento (Fig. 14-6). En otras palabras, al llegar a esa temperatura el cuerpo pasa al estado líquido; es decir, se produce la *fusión* del sólido.

Leyes de la fusión. La experiencia nos muestra que los cristales al fundirse muestran comportamientos semejantes, pudiéndose así establecer leyes generales que describen la fusión de esos sólidos. Dichas leyes son las siguientes:

1) A una presión dada, la temperatura a la cual se produce la fusión (punto de fusión) tiene un valor bien determinado para cada sustancia.

Así, estando sometidos a la presión de 1 atm, el hielo se funde a 0°C; el plomo a 327°C; el mercurio, a −39°C, etc. (*véase* Tabla 14-1).

2) Si un sólido se encuentra a su temperatura de fusión es necesario proporcionarle calor para que se produzca su cambio de estado. La cantidad de calor que debe suministrársele por unidad de masa, se denomina *calor latente de fusión*, el cual es característico de cada sustancia.

La Tabla 14-1, presenta los calores latentes de fusión de algunas sustancias, vemos que el calor de fusión del plomo, por ejemplo, vale 5.8 cal/g. Esto significa que para fundir un bloque de plomo que se encuentra en su punto de fusión (327°C), debemos suministrarle 5.8 cal por *cada gramo* de masa del bloque.

3) Durante la fusión, la temperatura del sólido permanece constante.

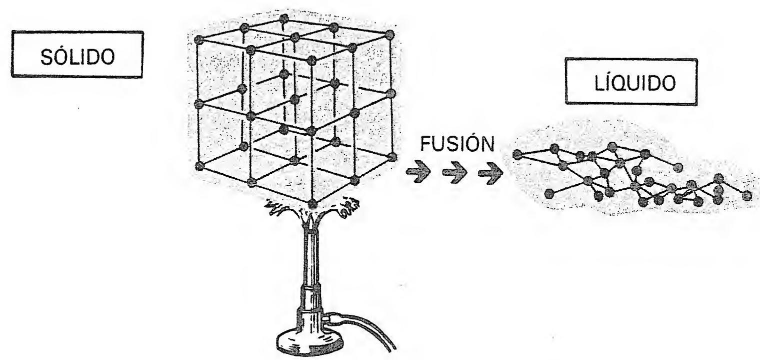


FIGURA 14-6 La estructura cristalina de un sólido se deshace cuando pasa al estado líquido.

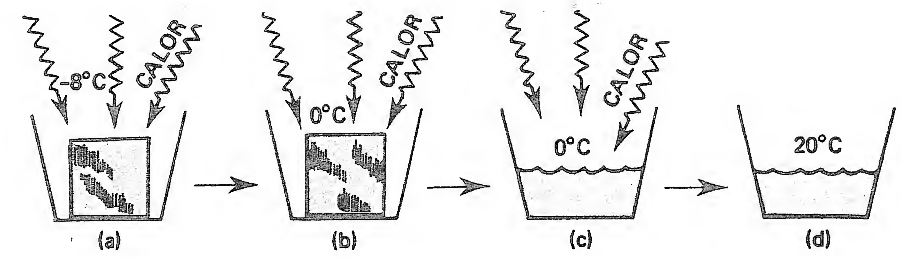


FIGURA 14-7 Para el Ejemplo de la Sección 14-2.

TABLA 14-1

Puntos de fusión y calores de fusión (a 1 atm de presión)		
Sustancia	Punto de fusión (°C)	Calor de fusión (cal/g)
Platino	1 775	27
Plata	961	21
Plomo	327	5.8
Azufre	119	13
Agua	0	80
Mercurio	–39	2.8
Alcohol etílico	–115	25
Nitrógeno	–210	6.1

Esto se debe a que el calor que se suministra al sólido para que se funda, se emplea para aumentar la separación entre sus átomos, rompiendo la red cristalina, sin ocasionar variación en la agitación térmica de estos átomos. Así, en el ejemplo de la fusión de un bloque de plomo, su temperatura permanece en 327°C, aun cuando suministremos 5.8 cal por cada gramo de masa que se funde. El líquido que resulta de la fusión se encuentra, también, a 327°C.

Estas leyes sólo son válidas para los sólidos cristalinos que al fundirse, pasan directamente del estado sólido al estado líquido. Los sólidos amorfos, como el vidrio, por ejemplo, sufren un proceso distinto, pues su fusión es gradual, pasando por estados intermedios en los cuales adquieren una consistencia pastosa antes de volverse líquidos.

EJEMPLO

Un bloque de hielo, de masa $m = 10$ g, es sacado del congelador a temperatura de –8°C y se coloca en un recipiente descubierto, en contacto con el aire ambiente (Fig. 14-7a). Después de algún tiempo se halla que en el recipiente hay 10 g de agua a una temperatura invariable de 20°C. Describa los procesos que ocurrieron en el hielo hasta alcanzar esta última situación.

Como la temperatura final del agua permanece invariable en 20°C, concluimos que está en equilibrio térmico con el ambiente, o sea, que la temperatura ambiente es de 20°C. Entonces, en la situación inicial (Fig. 14-7a), el ambiente está cediendo calor al hielo y su temperatura se elevará hasta alcanzar 0°C, que es su punto de fusión (Fig. 14-7b). Si en este momento se interrumpiera el flujo de calor hacia el hielo, éste no se fundiría y permanecería sólido a 0°C.

Pero como el ambiente sigue proporcionando calor, el hielo comienza a derretirse. En la Tabla 14-1 vemos que se necesita suministrar 80 cal para fundir 1 g de hielo. Por tanto, luego que el bloque llega a 0°C, como su masa es de 10 g, tendrá que recibir 800 cal del ambiente para fundirse por completo. Al recibir esta cantidad de calor, el bloque se transforma en 10 g de agua a 0°C (Fig. 14-7c). Esta agua, al hallarse todavía a una temperatura inferior a la del ambiente, seguirá recibiendo calor, y su temperatura irá aumentando hasta alcanzar el equilibrio térmico a 20°C (Fig. 14-7d).

❖ **Solidificación.** En esta transformación, los procesos ocurren en sentido inverso al de la fusión. De esta manera, si retiramos calor de un líquido su temperatura disminuye, y cuando alcanza cierto valor, se inicia la solidificación. La experiencia indica que esta temperatura es la misma que aquella a la cual se produjo la fusión. Durante la solidificación, la temperatura permanece constante, y debemos retirar del líquido la misma cantidad de calor, por unidad de masa, que proporcionamos para que se produjera la fusión. En otras palabras, el calor latente de solidificación es igual al calor latente de fusión.

Entonces, si el líquido de la Figura 14-7d se volviera a colocar en el refrigerador, los procesos ocurrirían en sentido inverso. Cuando la temperatura alcance 0°C, el agua aún se encontraría en el estado líquido, y sólo después de ceder 80 cal (80 cal por gramo) al ambiente, se transformaría en hielo a 0°C (Fig. 14-8).

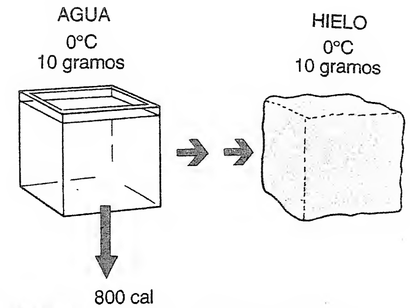


FIGURA 14-8 Se deben retirar 80 cal por gramo de agua en estado líquido a 0°C, para que se transforme en hielo, también a 0°C.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. Una moneda de plata posee masa igual a 100 g. Consultando la Tabla 14-1, responda:
   a) Al calentar la moneda, ¿a qué temperatura empezará a fundirse?
   b) Si al alcanzar dicha temperatura el suministro de calor se interrumpe, ¿se fundirá la moneda?

6. Considere la misma moneda del ejercicio anterior.
   a) Al llegar al punto de fusión, ¿cuál es la mínima cantidad de calor que debe cederse a la moneda para que se funda por completo?
   b) Mientras la moneda recibe calor durante la fusión, ¿qué sucede a su temperatura?
   c) Inmediatamente después de suministrar el calor calculado en (a), ¿cuál será la temperatura de la plata líquida resultante de la fusión?

7. Un trozo o terrón de azufre, de masa igual a 200 g, se encuentra a una temperatura de 119°C. Consulte la Tabla 14-1 y responda:
   a) Si suministramos 650 cal a esta porción, ¿qué masa de azufre se fundirá?
   b) Entonces, ¿cuál será la temperatura final del azufre sólido? ¿Y la del líquido?

8. *a)* En el ejercicio anterior, ¿cuál es la mínima cantidad de calor que deberíamos proporcionar para fundir totalmente el trozo de azufre?
   b) Si hubiéramos suministrado 3 000 cal a dicha porción, ¿la temperatura final del azufre sería mayor o igual a 119°C?

9. Un recipiente refractario que contiene 10 g de platino líquido, es sacado de un horno a 2 000°C, y puesto en contacto con aire ambiente cuya temperatura es de 25°C, por lo cual empieza a perder calor.
   a) ¿A qué temperatura comenzará a solidificarse el platino?
   b) Mientras cambia al estado sólido, ¿su temperatura aumenta, disminuye o permanece constante?
   c) Durante su solidificación, ¿sigue cediendo calor al ambiente?

10. Considerando el platino mencionado en el ejercicio anterior:
   a) ¿Qué cantidad de calor libera hacia el medio ambiente durante el proceso de solidificación?
   b) ¿Cuál es la temperatura del platino sólido en el instante en que termina la solidificación?
   c) Después de cierto tiempo, ¿cuál será la temperatura final del platino?

14.3 Vaporización y condensación

❖ **Vaporización.** El cambio de estado líquido al gaseoso puede producirse de dos maneras:

1) Por *evaporación,* cuando el cambio se realiza lentamente, a cualquier temperatura. La ropa mojada, por ejemplo, se seca debido a la evaporación del agua en contacto con el aire.

2) Por *ebullición,* cuando el cambio se realiza rápidamente a una temperatura específica para cada líquido. El agua de una olla sólo comienza a hervir, o sea, únicamente entra en ebullición, cuando su temperatura alcanza un valor determinado.

A continuación analizaremos estos dos procesos.

❖ **Evaporación.** Sabemos que las moléculas de un líquido, a cualquier temperatura, se encuentran en constante agitación, moviéndose en todas direcciones con velocidades que varían desde cero hasta valores muy grandes. Algunas moléculas con velocidades suficientemente elevadas, al llegar a la superficie consiguen escapar del seno del líquido. Después de escapar, estas moléculas pasan a una situación en la cual se encuentran muy alejadas unas de otras, de modo que la fuerza entre ellas es prácticamente nula; es decir, alcanzan el estado gaseoso (Fig. 14-9). Este es el proceso de *evaporación* de un líquido. Observemos que conforme se produce la evaporación, las moléculas de mayor velocidad se desprenden del líquido. Por consiguiente, su temperatura tiende a disminuir, pues la energía cinética media de las moléculas que permanecen en él se vuelve menor. Al colocar un termómetro en una vasija que contenga éter, notamos una considerable disminución en la temperatura provocada por la evaporación del líquido.

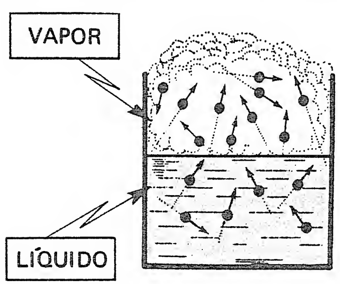


FIGURA 14-9 Un gran número de las moléculas de un líquido, en virtud de su constante agitación, consigue escapar a través de la superficie libre de la sustancia líquida, pasando al estado gaseoso.

❖ **Rapidez de evaporación.** La rapidez con la cual se evapora un líquido depende de varios factores que examinaremos a continuación:

1) Se encuentra que cuanto más alta sea la temperatura de un líquido, tanto mayor será la rapidez con que se evapore. Esto se debe a que cuando aumenta la temperatura de una masa líquida, la energía cinética media de sus moléculas también aumenta, y por tanto, habrá un mayor número de moléculas capaces de escapar a través de la superficie libre del líquido.

2) Al colocar la misma cantidad de un mismo líquido en dos recipientes, como los de la Figura 14-10, el líquido contenido en el recipiente (b) se evapora mucho más rápidamente. Este hecho muestra que la rapidez de evaporación aumenta cuando se amplía el área de la superficie libre del líquido. En realidad, cuanto mayor sea esta área, tanto mayor será el número de moléculas que podrán llegar a la superficie y escapar. Así, para que una ropa mojada seque más rápidamente, debemos colocarla extendida para aumentar el área de evaporación.

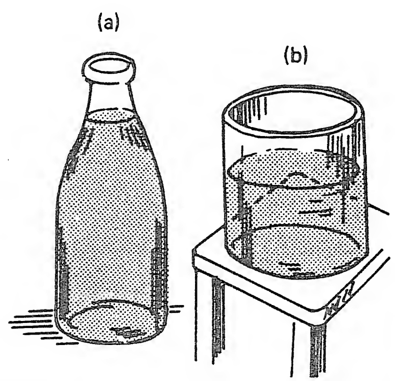


FIGURA 14-10 La rapidez de evaporación de un líquido es mayor cuanto más grande sea el área de su superficie libre.

3) Cuando se produce este cambio de fase, algunas moléculas del vapor, que quedan cerca de la superficie del líquido (Fig. 14-9) en su constante movimiento, vuelven a incorporarse a la masa líquida. De esta manera, si el número de moléculas en estado de vapor y cercanas a la superficie, fuera muy grande, la rapidez de evaporación sería pequeña, pues muchas moléculas volverían a la fase líquida. Por este motivo, en un día húmedo (o sea, uno en que hay gran cantidad de vapor de agua en la atmósfera) una ropa mojada tarda más en secarse. Por otra parte, si quitamos el vapor del líquido que se va formando cerca de la superficie (por ejemplo, si se despeja o barre el aire que está cerca del líquido), aumentamos la rapidez de evaporación. Como se sabe, la ropa mojada se seca más rápidamente cuando hay viento.

❖ **Ebullición.** Como ya dijimos, cuando la temperatura de un líquido alcanza un valor determinado, se observa una formación rápida y tumultuosa de vapores, es decir, el líquido entra en *ebullición*. Experimentalmente podemos comprobar que el proceso de ebullición obedece a leyes semejantes a las que estudiamos para la fusión, y que son las siguientes:

> 1) A determinada presión, la temperatura a la cual se produce la ebullición (punto de ebullición) es específica para cada sustancia.

En el caso del agua, por ejemplo, a 1 atm de presión, el punto de ebullición es de 100°C. La Tabla 14-2 presenta los puntos de ebullición de algunas sustancias.

> 2) Si un líquido se encuentra en su punto de ebullición, es necesario suministrarle calor para que el proceso se mantenga. La cantidad de calor que debe proporcionarse, por unidad de masa, se denomina *calor latente de vaporización,* el cual es característico de cada sustancia.

En la Tabla 14-2 vemos que el valor de vaporización del agua es 540 cal/g, es decir, a cada gramo de agua que se encuentra en el punto de ebullición, debemos suministrarle 540 cal para que se vaporice.

> 3) Durante la ebullición, a pesar de que se suministra calor al líquido, su temperatura permanece constante, y el vapor que se va formando está a la misma temperatura del líquido.

La Figura 14-11 ilustra la vaporización por ebullición, de 10 g de agua. Observemos que los datos presentados en ella concuerdan con las leyes que acabamos de estudiar.

TABLA 14-2

Puntos de ebullición y calores de vaporización (a 1 atm de presión)

Sustancia	Punto de ebullición (°C)	Calor de vaporización (cal/g)
Mercurio	357	65
Yodo	184	24
Agua	100	540
Alcohol etílico	78	204
Bromo	59	44
Nitrógeno	−196	48
Helio	−269	6

❖ **Condensación (o licuefacción).** Al retirarse calor de una masa de vapor de una sustancia dada, que se encuentre a una temperatura superior a su punto de ebullición, la temperatura del vapor disminuirá, y cuando llegue al valor al cual se produjo la ebullición, el vapor comenzará a *condensarse o liquidificarse,* es decir, el punto de condensación es igual al punto de ebullición. Como la condensación es un proceso inverso al de la vaporización, el vapor deberá liberar calor para liquidificarse, siendo el calor latente de condensación, igual al calor latente de vaporización.

Así, cuando 1 g de vapor de agua que se encuentra a 100°C, se condensa, libera 540 cal.

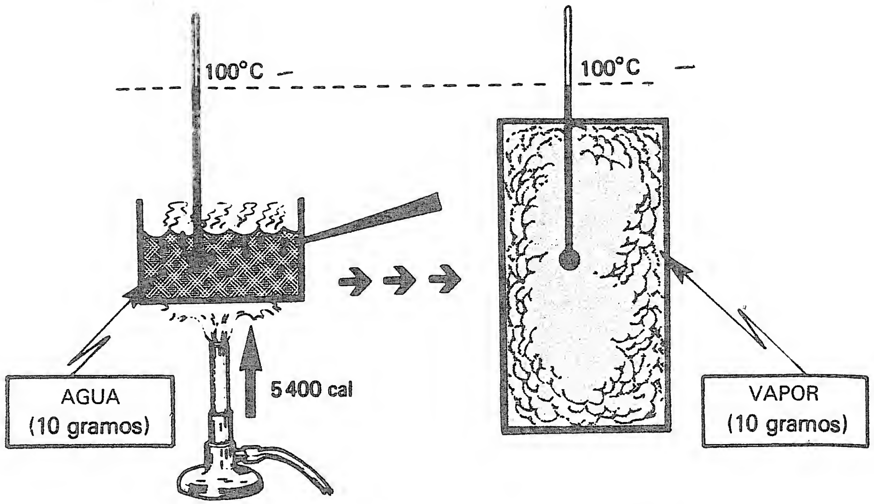


FIGURA 14-11 Deben proporcionarse 540 cal a cada gramo de agua en estado líquido, a 100°C, para que se transforme en vapor, también a 100°C.

El agua que se origina de la condensación también se hallará a 100°C.

EJEMPLO

¿Qué cantidad de calor debemos suministrar a 20 g de hielo a 0°C para que se transforme en vapor de agua calentado hasta 200°C (vapor sobrecalentado)?

En el intervalo de 0 a 200°C tendremos dos cambios de estado: el hielo se funde a 0°C y el agua líquida entra en ebullición a 100°C. Debido a ello, el cálculo de la cantidad de calor pedida debe hacerse en etapas, de la siguiente manera:

1. *Para fundir el hielo* — como el calor de fusión del hielo es de 80 cal/g (Tabla 14-1), a fin de derretir los 20 g debemos suministrar una cantidad de calor.

$$\Delta Q_1 = 80 \times 20$$

donde

$$\Delta Q_1 = 1.6 \times 10^3 \text{ cal}$$

2. *Para elevar la temperatura del agua resultante de la fusión, de 0 a 100°C* — la cantidad de calor necesaria en este proceso está dada por

$$\Delta Q_2 = mc\Delta t = 20 \times 1.0 \times 100$$

donde

$$\Delta Q_2 = 2.0 \times 10^3 \text{ cal}$$

3. *Para transformar el agua a 100°C en vapor a 100°C* — como el calor de vaporización del agua es 540 cal/g (Tabla 14-2), para vaporizar los 20 g debemos suministrar una cantidad de calor

$$\Delta Q_3 = 540 \times 10$$

donde

$$\Delta Q_3 = 10.8 \times 10^3 \text{ cal}$$

4. *Para elevar la temperatura de vapor de 100 a 200°C* — tratándose de un proceso en el cual sólo hay elevación de temperatura, tendremos, como en la etapa (2), $\Delta Q_4 = mc\Delta t$. El valor de c (calor específico del vapor de agua) lo proporciona la Tabla 13-1: c = 0.50 cal/g · °C. Entonces

$$\Delta Q_4 = mc\Delta t = 20 \times 0.50 \times 100$$

donde

$$\Delta Q_4 = 1.0 \times 10^3 \text{ cal}$$

Así pues, la cantidad total de calor ΔQ, necesaria para transformar 20 g de hielo a 0°C, en vapor sobrecalentado a 200°C, será

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 + \Delta Q_4$$

donde

$$\Delta Q = 15.4 \times 10^3 \text{ cal}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. Como se sabe, uno acostumbra soplar sobre la superficie de un líquido caliente para que se enfríe más rápido.
   a) Al hacer esto, ¿qué sucede con la rapidez de evaporación del líquido?
   b) Explique, entonces, por qué al proceder de esta manera logramos hacer que el líquido se enfríe más pronto.

12. Cierto volumen de éter se halla contenido en un frasco abierto, de cuello estrecho. Un volumen igual de este líquido es derramado en una superficie lisa y horizontal, extendiéndose sobre ella. ¿En cuál de los dos casos el líquido se "secará" más pronto? Explique.

13. Cierta cantidad de mercurio a temperatura ambiente, es calentada por medio de una flama. Consulte la Tabla 14-2 y responda:
   a) ¿A qué temperatura entrará en ebullición el mercurio?
   b) Al seguir suministrando calor al mercurio, ¿qué pasa con su temperatura mientras se encuentra en ebullición?
   c) Se observa que fue necesario suministrar 3.9×10^4 cal de calor durante la ebullición, para vaporizar totalmente el Hg. Calcule, entonces, el valor de la masa de este líquido.
   d) Inmediatamente después de proporcionar al líquido el calor mencionado en (c), ¿cuál será la temperatura del vapor del mercurio resultante de la vaporización?

14. *a*) Es común observar que en los días lluviosos, cuando dentro de un automóvil cerramos las ventanillas, los cristales se empañan. Explique.
   b) Para desempañar el parabrisas algunos automóviles cuentan con un ventilador (desempañante). Explique por qué resulta eficaz este procedimiento.

15. Una masa de 100 g de alcohol etílico se encuentra en estado sólido a una temperatura de −115°C. Se sabe que el calor específico del alcohol, cuando está en fase líquida, tiene un valor de 0.50 cal/g · °C. Consultando las Tablas 14-1 y 14-2, calcule la menor cantidad de calor que debe suministrarse al alcohol sólido para transformarlo totalmente en vapor (oriéntese por el ejemplo resuelto al final de esta sección).

14.4 Influencia de la presión

❖ Podemos comprobar experimentalmente que si variamos la presión ejercida sobre una sustancia, la temperatura a la cual cambia de fase, sufre alteraciones. Así, cuando decimos que el hielo se funde a 0°C y el agua entra en ebullición a 100°C, advertimos siempre que ello se verifica a la presión de 1 atm. En esta sección analizaremos esta influencia de la variación de presión en las temperaturas de cambios de fase.

❖ **Influencia de la presión en la temperatura de fusión.** Cuando una sustancia sólida se derrite, generalmente aumenta de volumen. En las sustancias que presentan este comportamiento se puede ver que *un incremento en la presión ejercida sobre ellas ocasiona un aumento en su temperatura de fusión* (y por consiguiente, en su temperatura de solidificación). Así, el plomo, que aumenta de volumen al fundirse, tiene su punto de fusión en 327°C a 1 atm de presión. Al someterlo a una presión más elevada, se fundirá a una temperatura más alta. La Figura 14-12a muestra un bloque de plomo que alcanza una temperatura superior a los 327°C, porque la presión ejercida sobre él es mayor que 1 atm. Evidentemente, a una presión inferior a 1 atm el plomo se fundirá abajo de los 327°C (Fig. 14-12b).

❖ **El agua es una excepción.** Son muy pocas las sustancias, entre ellas el agua, que no siguen

el comportamiento general, y que disminuyen de volumen al fundirse. Por tanto, el volumen de determinada masa de agua aumenta cuando se transforma en hielo. A ello se debe que una botella llena de agua y colocada en un congelador, se rompa cuando el agua se solidifica.

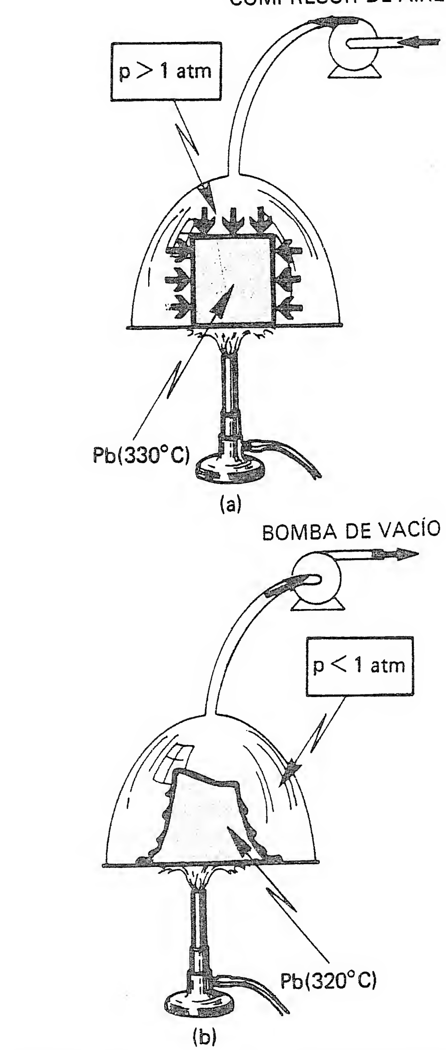


FIGURA 14-12 Un aumento en la presión ambiente hace que aumente el valor de la temperatura de fusión del plomo (a). Asimismo, una reducción de presión hace que se abata su punto de fusión (b).

En estas sustancias, *un aumento de presión ocasiona un abatimiento en la temperatura de fusión*. Como sabemos, el hielo se funde a 0°C únicamente si la presión ejercida sobre él es de 1 atm. Si aumentamos esta presión se derretirá a una temperatura *inferior* a 0°C, y recíprocamente, a una presión inferior a 1 atm su punto de fusión será *superior* a 0°C. Una aplicación de este hecho se muestra en la Figura 14-13: el hielo que está directamente bajo las cuchillas de los patines de un patinador (a presión muy grande) se funde instantáneamente, a pesar de que su temperatura es inferior a 0°C, permitiendo que se deslice aquél fácilmente sobre la pista. Una vez que el patinador se aleja, la presión regresa al valor de 1 atm, y el agua vuelve al estado sólido, pues su temperatura es inferior a 0°C.

❖ **Influencia de la presión en la temperatura de ebullición.** Como ya se sabe, cualquier sustancia al vaporizarse aumenta de volumen. Por este motivo, *un incremento en la presión ocasiona un aumento en la temperatura de ebullición*, pues una presión más elevada tiende a dificultar la vaporización.

Este hecho se emplea en las ollas de presión. En una olla abierta, como la presión es de 1 atm el agua entra en ebullición a 100°C, y su temperatura no sobrepasa este valor. En una olla de presión, los vapores formados que no pueden

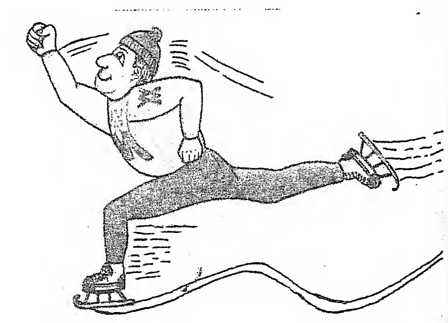


FIGURA 14-13 El hielo se funde a pesar de encontrarse de 0°C, debido a la enorme presión que se ejerce sobre él.

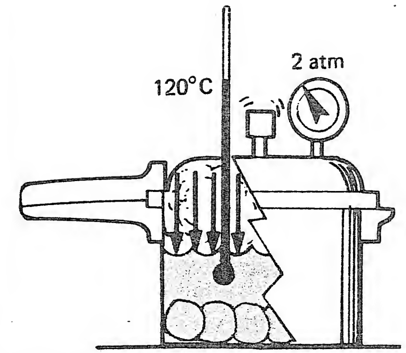


FIGURA 14-14 En una olla de presión el agua alcanza temperaturas superiores a los 100°C.

escapar (Fig. 14-14), oprimen la superficie del agua, y la presión total puede llegar a casi 2 atm. Por ello el agua sólo entrará en ebullición alrededor de los 120°C, haciendo que los alimentos se cuezan más de prisa.

Naturalmente, una disminución en la presión produce un descenso en la temperatura de ebullición. Es un hecho bien sabido que en lugares situados arriba del nivel del mar, donde la presión atmosférica es menor que 76 cmHg, el agua entra en ebullición a una temperatura inferior a 100°C (observe la Tabla 14-3). En lo alto del Monte Everest, por ejemplo, cuya altitud es de 8 800 m y la presión atmosférica es de sólo 26 cmHg, el agua entra en ebullición a 72°C.

TABLA 14-3

Punto de ebullición del agua a diversas altitudes		
Altitud (m)	Presión atmosférica (cmHg)	Punto de ebullición del agua (°C)
0	76	100
500	72	98
1 000	67	97
1 500	64	95
2 000	60	93
2 500	56	92
9 000	24	70

Entonces, el tratar de cocinar al modo usual en lo alto del Monte Everest, sin contar con una olla de presión, se convierte en una tarea muy difícil o casi imposible con algunos alimentos (Fig. 14-15). Al reducir gradualmente la presión sobre

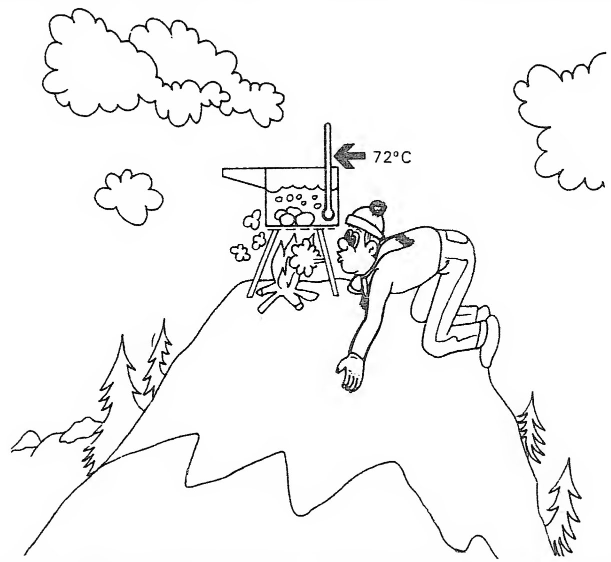


FIGURA 14-15 En lo alto del Monte Everest resulta muy difícil cocinar, pues allí la temperatura del agua hirviente en una olla abierta, no pasa de los 72°C.

la superficie del agua, su temperatura de ebullición se vuelve cada vez menor, y puede obtenerse hervor del agua incluso a temperaturas muy bajas. Por ejemplo, si con una bomba de vacío redujésemos la presión a 17 mmHg, podríamos hacer hervir el agua a 20°C (Fig. 14-16).

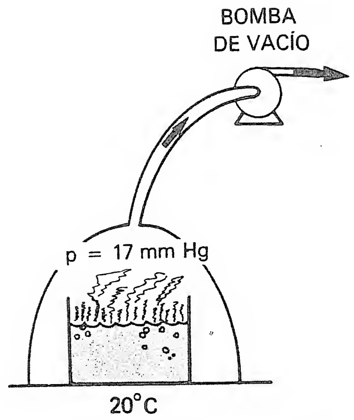


FIGURA 14-16 Es posible hacer que el agua entre en ebullición a temperaturas relativamente bajas.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

16. Se sabe que el fierro, como la mayoría de las sustancias, al fundirse tiene un comportamiento igual que el del plomo (descrito al inicio de esta sección). Con base en esta información, responda:
a) Una barra de fierro, ¿aumenta o disminuye de volumen al fundirse?
b) Entonces, ¿el fierro líquido tiene una densidad mayor o menor que la del mismo metal en estado sólido?
c) Así, una barra de fierro sólido, ¿se hunde o flota al colocarla en fierro líquido?

17. El punto de fusión del fierro es de 1 535°C a una presión de 1 atm. Al calentar una barra de este metal, que está sometida a una presión de 5 000 atm, ¿se fundirá por abajo o por arriba de los 1 535°C?

18. *a)* Algunas rocas muestran grietas o porosidades que permiten la infiltración de agua. En los países de clima muy frío, se observa que dichas rocas, en el invierno, se fragmentan en varias partes. Explique por qué sucede esto.
b) Tomando en cuenta la respuesta de la pregunta (a), ¿puede usted concluir que la densidad del hielo es mayor o menor que la del agua?
c) Entonces, ¿comprendería por qué los "icebergs" flotan en el mar?

19. *a)* En su ciudad, ¿la presión atmosférica es mayor, menor o igual a 76 cmHg?
b) Entonces, el punto de fusión del hielo, ¿es mayor, menor o igual a 0°C?

20. *a)* En la Tabla 14-2 se nos informa que el alcohol entra en ebullición a 78°C. ¿Será posible calentar cierta cantidad de alcohol hasta 100°C sin que entre en ebullición? ¿Cómo?
b) Se observa que en cierta ciudad el agua colocada en una olla abierta entra en ebullición a 95°C. ¿Cuál es la altitud de este sitio? (Consulte la Tabla 14-3.)

14.5 Sublimación: diagrama de fases

❖ **Sublimación.** Si colocamos una bola de naftalina en el interior de un armario, observamos que pasa al estado de vapor sin antes pasar por el líquido, es decir, se produce la *sublimación* de la naftalina. Este hecho también se produce con el CO_2 sólido, y por ello se le denomina comúnmente "hielo seco". Aunque sean pocas las sustancias que se subliman en las condiciones del ambiente, podemos observar que este fenómeno puede producirse con cualquier sustancia, y ello depende de la temperatura y de la presión a la que esté sometida. El estudio del *diagrama de fases* que haremos en seguida, nos permitirá definir en qué condiciones puede manifestarse la sublimación de una sustancia.

❖ **Diagrama de fases.** Como dijimos en la Sección 14.1, una sustancia dada se puede presentar en los estados sólido, líquido o gaseoso, dependiendo de su temperatura y de la presión que se ejerza sobre ella. En un laboratorio se pueden determinar, para cada sustancia, los valores de *p* y *t* correspondientes a cada uno de esos estados. Con ellos podemos construir un gráfico que se conoce como *diagrama de fases,* cuyo aspecto es similar al de la Figura 14-17. Obsérvese que este diagrama está dividido en tres regiones, indicadas por *S, L* y *V* en la Figura 14-17. Si se nos proporcionasen los valores de la presión y de la temperatura a los que se halla una sustancia, su diagrama de fases permitirá determinar si es sólida, líquida o gaseosa. Para ello debemos localizar en el diagrama el punto correspondiente al par de valores *p* y *t* que se proporcionaron. Si tal punto se localiza en la región *S,* la sustancia se hallará en la fase sólida (por ejemplo, el punto *A* de la Figura 14-17); si se encuentra en la región *L,* se hallará en fase líquida, y si está en la región *V,* en la fase gaseosa.

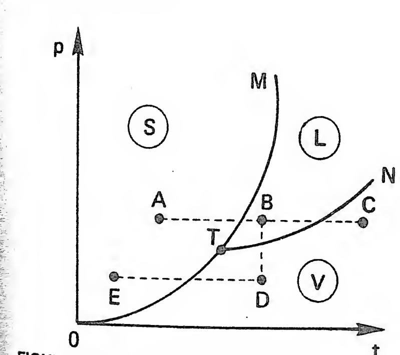


FIGURA 14-17 Diagrama de fases de una sustancia. Conociendo la presión y la temperatura de una sustancia, este diagrama permite determinar el estado en que se encuentra.

❖ **Punto triple.** Las líneas que aparecen en el diagrama de fases y que lo dividen en las regiones *S, L* y *V,* corresponden a los valores de *p* y *t,* a los cuales podemos encontrar la sustancia simultáneamente en dos estados. Así, cualquier punto de la línea *TM* corresponde a un par de valores de *p* y *t* para el cual se presenta la sustancia, en forma simultánea, en los estados sólido y líquido. La línea *TN* corresponde al equilibrio entre líquido y vapor, y la línea *OT,* al equilibrio entre sólido y vapor. El punto de unión de esas tres líneas (punto *T* de la Figura 14-17) corresponde a los valores de presión y de temperatura a los cuales puede presentarse la sustancia, simultáneamente, en los tres estados. Este punto se denomina *punto triple* de la sustancia. El agua, por ejemplo, a una presión de 4.6 mmHg y una temperatura de 0.01°C, se puede encontrar, al mismo tiempo, en los estados sólido, líquido y gaseoso (Fig. 14-18), y por tanto, estos valores corresponden a su punto triple.

❖ **Comentarios.** Consideremos una sustancia con una presión y una temperatura correspondientes al punto *A* de la Figura 14-17. Obviamente, esta sustancia se encuentra en estado sólido. Ya sabemos que manteniendo constante la presión, al aumentar la temperatura se produce la fusión de la sustancia para un cierto valor de *t.* En el diagrama, este proceso corres-

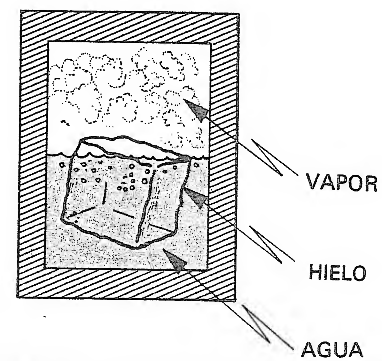


FIGURA 14-18 A la presión de 4.6 mmHg y a la temperatura de 0.01°C, es posible encontrar el agua, simultáneamente, en los estados sólido, líquido y gaseoso.

ponde a un desplazamiento a lo largo de la recta AB, y la fusión ocurre cuando esta línea cruza la curva TM.

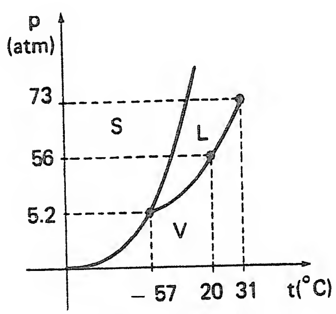
En el punto B la sustancia se encuentra en estado líquido. Ya vimos que hay dos formas para vaporizar un líquido (para que entre en ebullición): aumentar su temperatura a presión constante, o reducir su presión a temperatura constante. Observemos que en el diagrama el primer proceso corresponde a un desplazamiento a lo largo de BC, y el segundo, a uno a lo largo de BD. En ambos casos, la vaporización se produce en el momento del cruce de estas líneas con la curva TN.

Consideremos ahora una sustancia en estado sólido, en la situación correspondiente al punto E, en el cual su presión es inferior a la presión del punto triple. El diagrama muestra que manteniendo constante la presión y aumentando la temperatura (desplazamiento según ED), la sustancia pasa directamente del estado sólido al de vapor, es decir, se sublima. Obsérvese, entonces, en el diagrama, que si una sustancia sólida se encuentra sometida a una presión inferior a la de su punto triple, al calentarla pasará directamente al estado de vapor. Entonces, un sólido únicamente podrá sublimarse si la presión a la que está sometido es inferior a la presión de su punto triple.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

Los ejercicios del **21** al **24** se refieren al diagrama de fases del CO_2, que se tiene en la figura correspondiente (el gráfico no está trazado a escala uniforme).



Ejercicios 21 a 24

21. *a*) Si el CO_2 estuviera sometido a una presión de 50 atm y a una temperatura de –80°C, ¿en qué fase se encuentra?
b) Cierta masa de CO_2, en las mismas condiciones de temperatura y de presión que su salón de clases (aproximadamente 1 atm y 20°C), ¿en qué fase se hallará?

22. *a*) En un tanque se tiene CO_2 líquido, a una presión de 56 atm. Al calentarlo y manteniendo constante la presión que se ejerce sobre él, ¿a qué temperatura empezará a vaporizarse el CO_2?
b) ¿A qué presión y temperatura debemos someter el CO_2 para que sea posible encontrarlo, simultáneamente, en las tres fases?

23. *a*) Considere un trozo de "hielo seco" a una presión de 3.0 atm. Manteniendo constante esta presión y calentando dicho trozo, cambiará de fase al llegar a cierta temperatura. ¿Cuál será este cambio de fase?
b) Para que al calentarlo se produzca la fusión de un trozo de "hielo seco", ¿qué condición debe satisfacer la presión a la cual está sometido?

24. Un recipiente contiene una mezcla de CO_2 en los estados sólido, líquido y gaseoso, con los tres en equilibrio.
a) La temperatura se mantiene constante y se aumenta la presión ejercida sobre la mezcla. ¿En qué fase, entonces, se presentará toda la masa de CO_2?
b) Responda a la pregunta anterior suponiendo que la presión se mantiene constante y se eleva la temperatura.
c) ¿Qué debería hacerse para que el CO_2 pase totalmente al estado líquido?

14.6 Un tema especial (para aprender más)

Comportamiento de un gas real

❖ En el Capítulo 12, cuando estudiamos el comportamiento de un gas ideal vimos que éste ha de obedecer algunas leyes muy simples (como la ley de Boyle y la de Gay-Lussac) que pueden sintetizarse en la ecuación $pV = nRT$. En esa ocasión afirmamos que los gases existentes en la naturaleza, es decir, los gases reales (por ejemplo, O_2, N_2, He, H_2, etc.) se comportan como un gas ideal cuando se someten a presiones bajas y temperaturas elevadas, o sea, cuando la densidad del gas es pequeña.

Trataremos, a continuación, de describir brevemente el comportamiento de un gas real cuando no se satisfacen estas condiciones, es decir, cuando se halla sometido a presiones elevadas y su temperatura es relativamente baja.

❖ **Un gas real puede no comportarse como un gas ideal.** Para esto supongamos que un gas ideal se encuentra encerrado en un cilindro provisto de un pistón y de un manómetro que permita leer los valores de presión, como muestra la Figura 14-19.

Manteniendo constante la temperatura del gas, vamos a comprimirlo desde la posición A del pistón, cuando la presión del gas es todavía relativamente baja. Durante la compresión, se observa, inicialmente, que el gas real se comporta como uno ideal, es decir, los valores de p, V y T del gas cumplen la ecuación $pV = nRT$.

Pero luego que el pistón alcanza una posición determinada (por ejemplo, la posición B de la Figura 14-19), en la cual la presión ya es un poco más elevada, se observa que el gas real deja de comportarse como el gas ideal. Su comportamiento se vuelve más complejo, y para describirlo, se requiere de ecuaciones más refinadas que la ecuación de estado de un gas ideal.

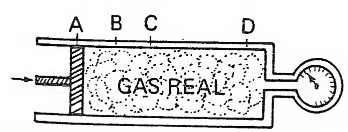


FIGURA 14-19 Un gas real se comprime en el interior de un cilindro provisto de un manómetro.

❖ **La presión de vapor.** Al continuar la compresión del gas y si se alcanza un determinado valor de la presión (cuando el pistón llega, por ejemplo, a la posición C), observamos que comienzan a formarse pequeñas gotas de líquido en el interior del cilindro, es decir, a esa presión se inicia la condensación del gas. Esta presión se denomina *presión de vapor* del gas a la temperatura del experimento.

A partir de esta posición, si seguimos empujando el pistón la presión del gas no se alterará, pero la cantidad de líquido condensado aumentará gradualmente, hasta que todo el gas sea un líquido (posición D, por ejemplo).

❖ **La presión de vapor aumenta con la temperatura.** Consideremos ahora, que este mismo experimento se repite cuando el gas se encuentra a una temperatura más elevada. Durante la compresión hallaremos que se repetirán todas las situaciones del experimento anterior. Pero se podrá observar una modificación importante: el valor de la presión a la cual el gas empieza a condensarse se vuelve más elevado. En otras palabras, la presión de vapor del gas presenta, ahora, un valor mayor.

Realizando nuevos experimentos con el gas a diversas temperaturas, llegaremos a la conclusión de que el resultado anterior es general: la presión de vapor de un gas es mayor cuando su temperatura también lo es. Así, cuanto más caliente se encuentre un gas, tanto mayor deberá ser la presión que tendremos que ejercer sobre él para condensarlo.

❖ **Temperatura crítica de un gas.** Lo que acabamos de afirmar sobre la condensación de un gas es válido hasta que alcance cierta temperatura. En realidad, si el gas se encuentra a esta temperatura, o a valores superiores a ella, no lograremos su licuefacción, por más alta que sea la presión que ejerzamos sobre él. Esta temperatura recibe el nombre de *temperatura crítica*, t_c, del gas. Por tanto, sólo es posible liquidificar un gas por aumento de presión, si está a una temperatura inferior a su temperatura

crítica. Arriba de ésta sólo es posible que la sustancia esté en estado gaseoso.

A veces se acostumbra diferenciar entre los términos "gas" y "vapor". Cuando una sustancia se halla en estado gaseoso y a una temperatura inferior t_c, se dice que se trata de un "vapor"; y si su temperatura está por arriba de t_c, se dice que se tiene un "gas".

❖ **Dos ejemplos de temperaturas críticas: del oxígeno y del anhídrido carbónico.** El valor de la temperatura crítica es característico de cada sustancia. Así, la temperatura crítica del oxígeno (O_2) es $t_c = -118°C$. Entonces, para poder obtener oxígeno líquido debemos, antes que otra cosa, reducir su temperatura hasta un valor inferior a −118°C, y en seguida, ejercer sobre él una presión igual a su presión de vapor. Arriba de −118°C será imposible hacer que el oxígeno se condense. De acuerdo con la nomenclatura citada anteriormente, el oxígeno en estado gaseoso y a una temperatura inferior a −118°C, sería un "vapor", y por arriba de esta temperatura, se convertiría en un "gas".

Para el "anhídrido carbónico" (CO_2, dióxido de carbono) la temperatura crítica es $t_c = 31°C$. Por tanto, al tomar cierta cantidad de O_2 y CO_2 del aire ambiente, en un día durante el cual la temperatura es de casi 20°C, el CO_2 podrá ser condensado si lo comprimimos convenientemente (a su presión de vapor), pero el O_2 permanecerá siempre en el estado gaseoso, cualquiera que sea la presión ejercida sobre él. En un día muy caliente (a más de 31°C) ni el mismo CO_2 podrá ser condensado.

Vapor de agua en la atmósfera

❖ El aire atmosférico, como el lector debe saber, es una mezcla de gases tales como oxígeno, nitrógeno, dióxido de carbono y vapor de agua. La cantidad de vapor de agua que existe en determinado volumen de aire es un factor importante para la vida, porque está relacionado con las lluvias, con el clima en general e, incluso, con la sensación de bienestar que experimentamos en determinado ambiente (el malestar es causado por el exceso o el bajo porcentaje de vapor en la atmósfera). Para determinar la cantidad de vapor existente en una masa dada de aire se define la *humedad absoluta*, u_a, de la atmósfera, de la siguiente manera: siendo m la masa de vapor presente en un volumen V de aire, tenemos

$$u_a = \frac{m}{V}$$

Esta magnitud se utiliza poco porque los técnicos y científicos prefieren trabajar con el concepto de *humedad relativa* que analizaremos a continuación.

❖ La presión atmosférica es la suma de las presiones ejercidas por todos los gases presentes en el aire. La presión que cada uno de éstos ejerce aisladamente se denomina *presión parcial* del gas. La presión parcial que el vapor de agua ejerce es, en general, muy baja; está situada alrededor de algunos milímetros de Hg.

Es fácil observar que, para una temperatura dada, la presión parcial del vapor de agua no puede ser mayor que su presión de vapor porque, como vimos, en esas condiciones el vapor se condensaría. Cuando la presión parcial se iguala a la presión de vapor (éste está próximo a condensarse), decimos que el vapor está *saturado* y cuando la presión es inferior a dicho valor se denomina *vapor seco* o *no saturado*. La *humedad relativa*, u_r, del aire se define de la siguiente manera:

$$\boxed{u_r = \frac{\text{presión parcial del vapor de agua}}{\text{presión de vapor* de agua a la misma temperatura}}}$$

Veamos un ejemplo: supongamos que en un ambiente a temperatura de 20°C, la presión parcial del vapor de agua sea 10 mmHg. En la Tabla 14-4 se muestra que la presión de vapor del agua a esta temperatura es 17.5 mmHg (es decir, el vapor estaría saturado si su presión tuviera este valor). Entonces, la humedad relativa del ambiente sería:

$$u_r = \frac{10}{17.5} = 0.57$$

Usualmente el valor de u_r se representa *bajo* la forma porcentual, es decir,

$$u_r = 100 \times 0.57 \quad \text{o bien} \quad u_r = 57\%$$

Evidentemente, si el vapor del ambiente estuviera saturado, su humedad relativa sería $u_r = 100\%$ y si no hubiera vapor presente en la atmósfera, tendríamos $u_r = 0$. Como vimos en la Sección 14.3, en esta última situación la velocidad de evaporación del agua puesta en un recipiente abierto sería muy alta y en el primer caso ($u_r = 100\%$) el agua *no* se evaporaría.

❖ La medición de la humedad relativa del aire se hace con aparatos denominados *higrómetros*. Se puede construir un modelo sencillo de higrómetro si disponemos de un termómetro y de un recipiente metálico liso (o incluso un vaso de vidrio común). Si se pone agua en el recipiente y se agregan, lentamente, pequeños pedazos de hielo, su temperatura disminuirá de manera gradual. En cierto momento se observa que la superficie exterior del recipiente se empeña, en virtud de la condensación, sobre esta superficie, del vapor de agua existente en la atmósfera. La temperatura en que esto ocurre se denomina *punto de rocío*. Suponga que esta condensación haya ocurrido cuando la temperatura del recipiente alcanzó 10°C. En la Tabla 14-4 se indica el valor de la presión de vapor de agua a 10°C, que es de 8.9 mmHg. Se sabe que el vapor se condensa cuando su presión parcial se iguala con la presión de vapor. Por tanto, la presión parcial del vapor de agua en la atmósfera es igual a 8.9 mmHg. El termómetro nos indica también la temperatura del aire ambiente. Suponiendo que ésta sea de 20°C, obtenemos la presión de vapor a esta temperatura: 17.5 mmHg (Tabla 14-4). Contamos así con los datos que nos permiten obtener la humedad relativa del aire:

$$u_r = \frac{8.9}{17.5} = 0.51 \quad \text{o} \quad u_r = 51\%$$

TABLA 14-4

Presión de vapor de agua	
Temperatura (°C)	Presión de vapor (mmHg)
0	4.6
5	6.5
10	8.9
15	12.6
20	17.5
40	55.1
60	150
80	355
100	760
120	1.490
140	2.710

* La presión de vapor para una temperatura dada se acostumbra denominar *tensión máxima de vapor* en esa temperatura.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

25. Considere un gas, contenido en un recipiente, a alta presión y baja temperatura. Al duplicarse isotérmicamente la presión de este gas, se verifica que su volumen *no* se reduce a la mitad. Suponiendo que no haya habido fuga de gas, ¿qué explicación daría a este hecho?

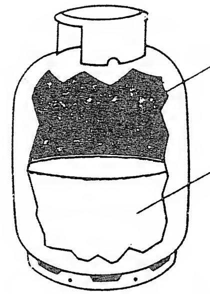
26. *a*) Explique, con sus propias palabras, lo que se entiende por presión de vapor.

b) Cierta masa de vapor de agua se encuentra a 20°C. ¿Cuál es la presión que se debe ejercer en este vapor para condensarlo? (Consulte la tabla adecuada.)

c) Conteste la pregunta anterior suponiendo que el vapor esté a 100°C.

27. Un tanque de gas para cocina, herméticamente cerrado, contiene gas licuado en equilibrio con su vapor (*véase* figura de este ejercicio).

a) La presión del gas en el tanque ¿es mayor, menor o igual a su presión de vapor?



Ejercicio 27

b) Se abre la válvula del tanque y se deja escapar cierta masa de gas. Al cerrarse nuevamente la válvula, la presión del gas en el interior del tanque, ¿será mayor, menor o igual al valor de la presión inicial? Explique lo que ocurrió.

28. Durante muchos años los científicos trataron de licuar el gas helio, sin éxito. Indique la causa de esta dificultad, sabiendo que la temperatura crítica del helio es de −268°C, o sea, 5 K (la temperatura crítica más baja entre todas las sustancias).

29. La temperatura crítica del agua es de 374°C. Si tuviéramos agua en ebullición en un recipiente abierto, ¿debemos decir que desprende "vapor de agua" o "gas de agua"?

30. Un cuarto a 40°C contiene vapor de agua a una presión parcial de 12.6 mmHg.
a) ¿A qué valor debería reducirse la temperatura dentro del cuarto a fin de que este vapor se condense (*punto de rocío*)?
b) Si se mantiene la temperatura a 40°C y se aumenta la humedad del cuarto, ¿cuál sería el valor de la presión parcial cuando el ambiente estuviera saturado de vapor?

31. ¿Cuál sería el valor de la humedad relativa del aire en el cuarto del ejercicio anterior, en las condiciones mencionadas en la pregunta (a)? ¿Y en la pregunta (b)?

32. Determine la humedad relativa del aire en el cuarto mencionado en el Ejercicio 30, en las condiciones iniciales allí indicadas.

33. Considere un ambiente caliente y seco (como de un baño sauna, por ejemplo), en el cual la temperatura es de 60°C y la humedad relativa del aire es de 30%. ¿Cuál es la presión parcial del vapor de agua en este ambiente?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) Diga qué son las sustancias cristalinas y las sustancias amorfas. Dé ejemplos de sustancias que presenten tales estructuras.
b) Cuando un cristal pasa a la fase líquida, diga qué sucede con su red cristalina, con la distancia entre sus átomos, y con la fuerza entre ellos.
c) Cite las principales características de la estructura molecular de una sustancia en estado gaseoso.

2. Diga cuáles son y cómo se denominan los cambios de fase que pueden producirse en una sustancia.

3. *a*) Describa, en términos moleculares, qué sucede con la estructura de un sólido cristalino que es calentado hasta fundirse.
b) Enuncie las leyes de la fusión y dé ejemplos que ilustren cada una de ellas.
c) ¿Qué es el "calor latente" de fusión?

4. *a*) Enuncie las leyes de solidificación, dando ejemplos que ilustren cada una de ellas.
b) ¿Las sustancias amorfas obedecen a estas leyes de la fusión y la solidificación que usted enunció?

5. *a*) ¿Qué es la evaporación?
b) ¿Qué factores influyen en la rapidez de evaporación?
c) Explique cómo y por qué cada uno de esos factores influyen en la rapidez de evaporación. Ilustre su respuesta con ejemplos.

6. *a*) ¿En qué consiste la ebullición de un líquido?
b) Enuncie las leyes de la ebullición. Dé ejemplos.
c) ¿Qué es el "calor latente" de vaporización?
d) Enuncie las leyes de la condensación.

7. *a*) ¿Qué sucede con el volumen de la mayoría de las sustancias cuando se funden?
b) Entonces, la densidad de estas sustancias en el estado líquido, ¿es mayor o menor que en el estado sólido?
c) Explique lo que sucede con el volumen y la densidad del hielo cuando se funde.

8. Diga cuál es la influencia de un aumento de presión:
a) En la temperatura de fusión de las sustancias que aumentan de volumen al fundirse.
b) En la temperatura de fusión del hielo.
c) En la temperatura de ebullición de cualquier líquido.

9. *a*) Si usted sólo dispone del diagrama de fases de una sustancia, ¿qué datos necesita saber para determinar el estado en que se encuentra dicha sustancia?
b) En el diagrama de fases, explique lo que representan los puntos situados en cada una de las tres regiones en que se divide; *S*, *L* y *V*.
c) En la Figura 14-17, muestre los puntos en los cuales es posible encontrar la sustancia, simultáneamente, en los estados sólido y líquido. Haga lo mismo para los estados líquido y gaseoso, así como para los estados sólido y gaseoso.

10. *a*) ¿Qué es el punto triple de una sustancia?
b) Muestre, en la Figura 14-17, dónde se localiza el punto triple de la sustancia considerada.
c) ¿Qué condición debe satisfacer la presión ejercida sobre una sustancia sólida para que al calentarla se sublime?

CINCO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Saque del congelador varios cubos de hielo y colóquelos en un recipiente (se aconseja picar el hielo en trozos pequeños). Introduzca en el hielo un termómetro que le permita medir temperaturas un poco inferiores a 0°C (usted ya debió haber utilizado un termómetro como éste, sencillo y de precio no muy alto, en experimentos anteriores). Compruebe que de acuerdo con una de las leyes de la fusión, a partir del momento en que el hielo comienza a fundirse la lectura del termómetro permanecerá constante. Observe cuál es, en estas condiciones, la lectura del termómetro. Al introducirlo un poco más en el recipiente para que su bulbo quede sumergido en el agua resultante de la fusión, observe también que dicha agua se encuentra a la misma temperatura del hielo.

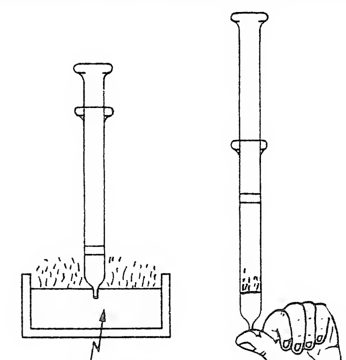
SEGUNDO EXPERIMENTO

Ponga al fuego una jarra con agua. Introduzca en el líquido un termómetro (cuya escala indique hasta 100°C) y observe su lectura conforme el agua se calienta.
a) Cuando el agua entra en ebullición, ¿la lectura del termómetro se estabiliza?
b) Aumente la intensidad de la flama bajo el recipiente. ¿Esto provoca alguna alteración en la temperatura del agua en ebullición?
c) ¿Cuál es, entonces, la temperatura de ebullición del agua en su ciudad? Consultando la Tabla 14-3 determine, aproximadamente, la presión atmosférica y la altitud locales.

TERCER EXPERIMENTO

Coloque un poco de agua en un recipiente y caliéntelo hasta que el agua entre en ebullición. Retire la fuente de calor y compruebe que la ebullición se interrumpe de inmediato.

Tome una jeringa hipodérmica, y tirando del émbolo, deje que entre a su interior un poco de esta agua



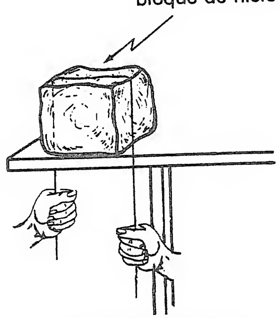
Tercer Experimento

caliente como indica la Figura (a) de este experimento. Tape perfectamente el orificio de la jeringa para impedir cualquier penetración de aire (por ejemplo, presionándolo firmemente con su pulgar). En seguida tire del émbolo hasta el extremo de la jeringa, como podemos ver en la Figura (b). Observe que entonces el agua contenida en la jeringa volverá a entrar en ebullición. Recordando lo que estudió en la Sección 14.4, trate de explicar por qué sucede esto.

CUARTO EXPERIMENTO

Tome un bloque de hielo y apóyelo sobre una superficie horizontal. Pase sobre él un alambre muy delgado y resistente (preferentemente de acero). Tire firme y lentamente de los extremos del alambre, como indica la figura de este experimento.

bloque de hielo



Cuarto Experimento

a) Debido a la presión ejercida por el alambre, el hielo que está debajo se funde y permite que penetre el alambre en el bloque. ¿Por qué se funde el hielo bajo la presión del alambre?

b) Compruebe que aun cuando el alambre ha penetrado en el hielo, éste no muestra ninguna hendidura; es decir, el agua resultante de la fusión vuelve a congelarse después que el alambre ha pasado. Explique.

c) Continuando lentamente la presión ejercida por el alambre, podrá conseguir que atraviese totalmente el bloque sin partirlo. Trate de obtener este resultado.

QUINTO EXPERIMENTO

El calorímetro que construyó en el cuarto experimento del capítulo anterior, se empleará ahora para medir el calor de fusión del hielo. Anote el valor de la capacidad térmica del calorímetro, que antes ya determinó en dicho experimento.

1. Mida cierta masa de agua tibia (a casi 50°C), cuyo volumen sea aproximadamente igual a la mitad del volumen de su calorímetro.

2. Coloque esta agua en dicho calorímetro, y observando el termómetro, aguarde hasta que se establezca el equilibrio térmico. Anote el valor de esta temperatura.

3. Retire de un recipiente que contenga hielo fundente (hielo a 0°C) algunos trozos, y determine su masa total. A continuación, colóquelos de inmediato dentro del calorímetro.

Observación: para facilitar la realización del experimento es preferible que el hielo se funda totalmente. Para ello, es recomendable que la masa de los trozos de hielo sea de *casi* 1/3 de la masa de agua ya existente en el calorímetro.

4. Una vez que se alcance el equilibrio térmico, anote la temperatura final en el interior del calorímetro.

5. Con los datos que obtenga calcule el calor de fusión del hielo (el Problema 13 de este capítulo podrá orientarlo acerca de la manera en que debe realizar este cálculo).

6. El valor obtenido, ¿se aproxima razonablemente al que se da en la Tabla 14-1? Si la diferencia fuese muy grande, trate de hallar las posibles causas de esta discrepancia.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Diga si cada una de las afirmaciones siguientes es correcta o incorrecta:
a) Siempre que una sustancia absorbe calor, su temperatura aumenta.
b) Cuando una sustancia cambia de fase, absorbe o cede calor.
c) Siempre que una sustancia absorbe calor, su volumen aumenta.

2. *a)* La cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de cierta masa de hielo, desde 0 hasta 10°C, ¿es mayor, menor o igual a la cantidad de calor necesaria para elevar la misma masa de agua también de 0 a 10°C?
b) Con base en la respuesta de la pregunta anterior, responda: para enfriar una bebida, ¿sería mejor colocar en ella agua a 0°C o una masa igual de hielo también a 0°C?

3. Un bloque de plomo, de 100 g de masa, se encuentra en estado sólido a una temperatura de 327°C (su punto de fusión). Se suministran al bloque 1 300 cal.
a) ¿Cuántas calorías se emplearán para fundir por completo el bloque de plomo? (Consulte la Tabla 14-1.)
b) ¿Cuál será la temperatura final del plomo líquido así formado? (El calor específico del plomo líquido es 0.036 cal/g · °C.)

Para resolver los problemas **4, 5, 6, 7** y **8** considere cinco barras de igual masa, construidas, respectivamente, de platino, aluminio, oro, plata y plomo. La Tabla 14-5 da las constantes físicas de estos metales.

Metal	Calor específico (cal/g · °C)	Calor de fusión (cal/g)	Punto de fusión (°C)	Coef. de dilatación lineal (°C^{-1})
Platino (Pt)	0.032	27	1 775	9×10^{-6}
Aluminio (Al)	0.22	77	659	23×10^{-6}
Oro (Au)	0.031	16	1 063	13×10^{-6}
Plata (Ag)	0.056	21	961	17×10^{-6}
Plomo (Pb)	0.031	5.8	327	29×10^{-6}

Tabla 14-5

4. Al calentar cada una de las barras desde 20 hasta 700°C, las que no se fundirán son las de:
a) Pt *b)* Al *c)* Au *d)* Ag *e)* Pb

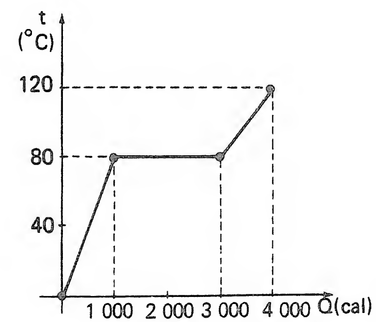
5. Si todas las barras se calentaran de 20 a 300°C, la que absorberá mayor cantidad de calor será la de:
a) Pt *b)* Al *c)* Au *d)* Ag *e)* Pb

6. En la pregunta anterior, suponga que las barras presentan la misma longitud a 20°C. Después del calentamiento, la que mostrará una longitud menor será la barra de:
a) Pt *b)* Al *c)* Au *d)* Ag *e)* Pb

7. Imagine que cada una de las barras se encuentra en estado sólido y a la temperatura de su punto de fusión. Suministrándoles calor hasta que se fundan totalmente, la barra que habrá absorbido la menor cantidad de calor será la de:
a) Pt *b)* Al *c)* Au *d)* Ag *e)* Pb

8. Cada una de las barras, inicialmente a 120°C, se pone en contacto con un enorme bloque de hielo a 0°C, provocando la fusión de parte del bloque, hasta entrar en equilibrio térmico con él. ¿Cuál de las barras causará la fusión de una mayor cantidad de hielo?
a) Pt *b)* Al *c)* Au *d)* Ag *e)* Pb

9. La figura de este problema representa la variación de la temperatura de 50 g de una sustancia, inicialmente en estado líquido y a 0°C, en función del calor que absorbe. Examine el diagrama, e indique cuál de las afirmaciones siguientes es la que está *equivocada:*
a) La temperatura de ebullición del líquido es 80°C.
b) El calor específico del líquido es 0.25 cal/g · °C.
c) El calor de vaporización de la sustancia es igual a 1 000 cal.
d) El calor específico de la sustancia en estado gaseoso es 0.50 cal/g · °C.
e) La sustancia absorbe 2 000 cal desde el inicio de la ebullición hasta vaporizarse totalmente.



Problema 9

10. Se mezclan 50 g de hielo a 0°C, con 80 g de agua a cierta temperatura, en el interior de un calorímetro de capacidad térmica depreciable. Después de cierto tiempo, se halla que existe en el calorímetro sólo agua a 0°C.
a) ¿Cuál es la cantidad de calor que el hielo absorbió para fundirse por completo?
b) Entonces, ¿qué cantidad de calor liberó el agua al ser enfriada?
c) Determine la temperatura inicial del agua.

11. Una masa de 20 g de vapor de agua a 100°C es puesta en contacto con un gran bloque de hielo a 0°C. Se observa que el vapor se condensa y se enfría hasta 0°C.
a) ¿Cuál es la cantidad total de calor liberada por el vapor hasta alcanzar 0°C?
b) ¿Qué masa de hielo se fundió?

12. Un estudiante determinó que la temperatura de ebullición de una sustancia, en su ciudad, era de 80°C. En seguida, deseando calcular su calor de condensación, realizó un experimento haciendo pasar 50 g de vapor de la sustancia, a 80°C, por un serpentín sumergido en un recipiente que contenía 2.0 kg de agua a 20°C. Al pasar por el serpentín, el vapor se condensó y fue recogido en estado líquido aún a 80°C. El estudiante halló entonces que la temperatura del agua en el recipiente subió a 25°C.
a) ¿Qué cantidad de calor recibió el agua del recipiente, del vapor que se condensó?
b) Entonces, ¿cuál es el calor de condensación de la sustancia?
c) ¿Observa usted que la sustancia empleada en el experimento podría ser alguna de las indicadas en la Tabla 14-2? ¿Cuál?

13. Para medir el calor de fusión del hielo, una persona colocó 100 g de agua caliente en un calorímetro, cuya capacidad térmica era de 30 cal/°C. Después de cierto tiempo, observó que la temperatura de equilibrio del agua con el calorímetro era de 40°C. Luego, colocó en el calorímetro, un trozo de hielo fundente (a 0°C) de masa igual a 25 g. Encontró por último que la temperatura final de equilibrio era de 20°C.
a) ¿Cuál es la cantidad total de calor liberada por el agua y por el calorímetro al enfriarse?
b) Sabiendo que este calor es empleado para fundir el hielo y elevar la temperatura del agua resultante de la fusión, la persona calculó el calor de fusión del hielo. ¿Qué resultado obtuvo?

14. En algunos lugares es muy común guardar el agua para beber en recipientes de barro que tienen paredes porosas (*véase* figura de este problema). En estos recipientes, el agua se enfría y se conserva fresca (por abajo de la temperatura ambiente). Explique este hecho.

Problema 14

15. Si se calienta agua en una tetera, se observa que alcanza el punto de ebullición con más rapidez que si se calentara en una olla abierta. Explique por qué sucede esto.

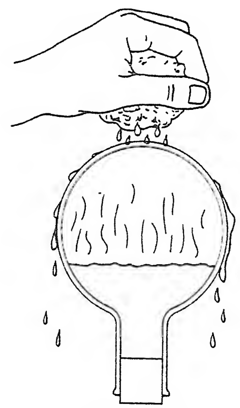
16. Por lo general, en días calurosos, una persona transpira. Si el sudor se evapora, hay absorción de calor de la piel de la persona y se sentiría mejor, a pesar de la alta temperatura del medio ambiente. Con base en esta información, explique:
a) ¿Por qué un clima cálido y seco es más agradable que un clima cálido y húmedo?
b) ¿Por qué en un día caluroso, se pone a funcionar el ventilador en una habitación para hacer más agradable el ambiente?

17. Si mezclamos en un calorímetro con capacidad térmica depreciable, 50 g de agua a 20°C con 20 g de hielo a 0°C, ¿cuál será la temperatura final de la mezcla?

18. Una persona pone 500 g de agua a 20°C en un recipiente metálico que, en seguida, se introduce en el congelador de un refrigerador. En estas condiciones, el agua empieza a liberar calor a una tasa constante de 50 cal/s y su temperatura comienza a bajar de manera uniforme, en todos los puntos de su masa. Suponga que la persona saca el recipiente del congelador después de 200 s. ¿Esta persona encontrará en el recipiente solamente hielo, solamente agua o una mezcla de agua y hielo? ¿A qué temperatura?

19. Un hervidor eléctrico cuya potencia es de 1 000 W, se sumerge en un recipiente que contiene 2.0 litros de agua a 20°C. Suponga que 80% del calor generado en el hervidor sea absorbido por el líquido y considere 1 cal = 4.2 J. Determine el tiempo necesario para que la mitad del agua del recipiente se evapore.

20. Un frasco abierto, parcialmente lleno con agua, se calienta hasta que ésta hierve. Se cierra el frasco, se retira la fuente de calor y la ebullición se interrumpe. Si se enfría la superficie exterior del frasco con agua fría (*véase* figura de este problema), se observa que el agua en el frasco vuelve a entrar en ebullición. Explique por qué.



Problema 20

21. *a*) En determinado local, se observa que el agua, en una olla abierta, entra en ebullición a 80°C. ¿Cuál es la presión atmosférica en este local?
b) ¿Qué presión debe ejercerse sobre el agua contenida en un recipiente para que entre en ebullición a 0°C?

22. Recuerde lo que se comentó en el Ejercicio 27 de este capítulo y conteste: ¿la temperatura crítica del gas para cocinar es mayor, menor o igual a la temperatura ambiente?

23. En cierto día, la temperatura del aire es de 20°C y la humedad relativa es de 60%. Determine cuál es, aproximadamente, la temperatura del punto de rocío ese día.

24. *a*) Suponga que 3.0 g de agua (aproximadamente 1 cucharada de té) a 100°C caigan sobre la piel de una persona (temperatura de 37°C). Determine la cantidad de calor que será transferida a la piel.
b) Conteste la pregunta anterior suponiendo que la misma masa de vapor de agua, a 100°C, entrara en contacto con la piel.
c) Compare las respuestas de las preguntas (a) y (b) y explique por qué se debe tener mucho cuidado cuando se trabaja con vapor de agua en ebullición.

25. Una bala de plomo, de masa igual a 20 g, moviéndose a una velocidad de 400 m/s, está a una temperatura de 50°C. La bala penetra en un gran bloque de hielo a 0°C y permanece en su interior. Calcule la cantidad de hielo que se fundirá (1 cal = 4.2 J).

26. Una persona esta sentada en la sombra, en un ambiente con temperatura de 37°C, igual a la del cuerpo humano. En esas condiciones su metabolismo genera 120 W de calor y para conservar constante la temperatura de su cuerpo este calor generado pasa a ser liberado casi exclusivamente por evaporación de sudor. ¿Cuántos gramos de sudor debe liberar la piel en 1.0 hora? (El calor de evaporación del agua, a 37°C vale 580 cal/g y 1 cal = 4.2 J.)

27. Una masa de 1.0 kg de agua, a 0°C, se convertirá en hielo a 0°C. Si todo el calor liberado en este proceso se convierte en energía cinética del bloque de hielo, ¿qué velocidad desarrollaría? (1 cal = 4.2 J.)

28. Un bloque de hielo, de masa igual a 50 kg y a 0°C, es empujado por una fuerza horizontal, sobre un piso también horizontal y a 0°C. El bloque es empujado con velocidad constante, recorriendo una distancia de 20 m. Se observa que 25 g del hielo se funden. Admítase que todo el calor generado por la fricción fue absorbido por el hielo, calcule el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el piso (considera g = 10 m/s^2 y 1 cal = 4.2 J).

29. Suponga que 200 g de agua a 0°C (en estado líquido) hayan sido vertidos en un recipiente que contiene gran cantidad de nitrógeno líquido en su punto de ebullición (−196°C). Sabiendo que el calor latente de vaporización del nitrógeno es de 48 cal/g, calcule la masa de esta sustancia que se evaporiza (considere el calor específico del hielo igual a 0.50 cal/g°C).

30. Un higrómetro de tipo bastante conocido consiste básicamente de dos termómetros. Uno de ellos se utiliza para medir la temperatura ambiente, se

denomina *termómetro seco*. En el bulbo del otro, que está recubierto con un tejido fino o con una capa de algodón, se gotea lentamente un poco de éter. La evaporación del éter ocasiona que se enfríe el bulbo y en determinado momento el vapor de agua del aire se condense sobre él (por este motivo, este termómetro se llama *termómetro mojado* o *termómetro húmedo*). Determine la humedad relativa de un ambiente en el cual la lectura del termómetro seco es de 40°C y la del termómetro mojado, en el momento de la condensación es de 20°C.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. El calor de fusión de Pb vale 6.0 cal/g y su temperatura de fusión es de 327°C. Esta información significa que:
a) Para elevar la temperatura de 1 g de Pb, de 0 hasta 327°C, debemos suministrarle 6 cal.
b) Para fundir 6 g de Pb necesitamos suministrarle 327 cal.
c) 1 g de Pb, a 327°C, solamente puede estar en la fase líquida.
d) 1 g de Pb sólido, a 327°C, necesita 6 cal para transformarse íntegramente en Pb líquido.
e) Si suministramos 6 cal a 1 g de Pb sólido, a 327°C, su temperatura aumenta de 1°C.

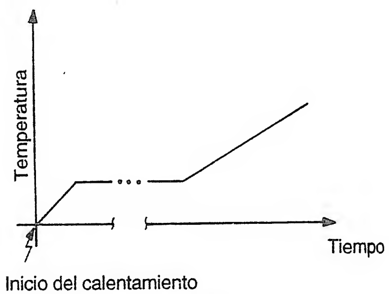
Para las preguntas **2, 3** y **4**, considere la siguiente información: la temperatura de fusión del Pb es de 327°C y su calor latente de fusión es de 6.0 cal/g. Suponga un bloque de Pb sólido, cuya masa es de 20 g a temperatura de 327°C.

2. Para fundir totalmente el bloque de Pb, debemos suministrarle, por lo menos:
a) 6.0 cal *b)* 120 cal *c)* 327 cal *d)* 20 cal *e)* 100 cal

3. Suponiendo que se hayan suministrado las calorías calculadas en la pregunta anterior, llegamos a la conclusión de que el Pb líquido formado estará a una temperatura de:
a) 447°C *b)* 333°C *c)* 327°C *d)* 321°C *e)* 100°C

4. Si suministramos al bloque sólido 200 cal de calor, obtendremos 20 g de Pb líquido a una temperatura de:
a) 527°C
b) 333°C
c) 327°C
d) 321°C
e) Imposible calcular sin conocer el calor específico del Pb.

5. Se pone hielo en un calorímetro, con una resistencia que suministra energía térmica con una potencia constante. La gráfica de abajo representa la *temperatura* × *tiempo* del contenido del calorímetro. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones pueden deducirse de la gráfica?
I. El calor específico del hielo es menor que el del agua.
II. La temperatura inicial del hielo es menor que 0°C.
III. El hielo no llegó a fundirse totalmente.
a) I y II *b)* I solamente *c)* II y III *d)* I y III *e)* II solamente



Pregunta 5

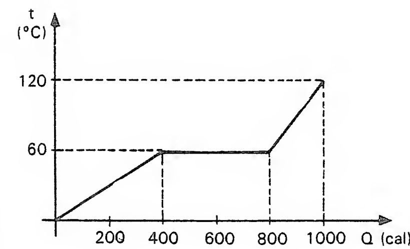
6. En un calorímetro con capacidad térmica despreciable, se ponen 10 g de hielo a 0°C y 10 g de agua a temperatura *T*, de modo que al ser alcanzado el equilibrio térmico, hay 5.0 g de hielo en el calorímetro. La temperatura *T* es, en °C:
a) 40 *b)* 45 *c)* 50 *d)* 80 *e)* 100

7. Se ponen 200 g de hielo a 0°C y 200 g de agua a 5°C en un recipiente térmicamente aislado. Cuando se alcanza el equilibrio térmico, el recipiente contiene:
a) Hielo a 0°C.
b) Una mezcla de hielo y agua a 0°C.
c) Una mezcla de hielo y agua a 5°C.
d) Agua a 2.5°C.
e) Agua a 5°C.

8. En un recipiente con capacidad térmica despreciable, se mezclaron 200 g de agua a 60°C, con 50 g de hielo a 0°C. ¿Cuál es la temperatura final de equilibrio?
a) 0°C *b)* 40°C *c)* 24°C *d)* 60°C *e)* 32°C

9. Un esquiador desciende una cuesta de 30° a velocidad constante de 15 m/s. La masa total del esquiador y su equipo es de 80 kg. Suponiendo que el calor latente de fusión de la nieve sea 360 J por gramo y todo el calor generado por la fricción sea consumido para fundir la nieve, la cantidad de nieve que se funde en un minuto bajo sus esquíes es de:
a) 1.0 kg/min *b)* 13.3 g/min *c)* 20 kg/min *d)* 150 g/min *e)* NRA

10. Una sustancia, inicialmente en fase líquida, recibe calor *Q* y su temperatura varía de acuerdo con la gráfica de abajo. La temperatura de ebullición del líquido es:
a) 120°C *b)* 60°C *c)* 400°C *d)* 800°C *e)* 1 000°C



Pregunta 10

11. La cantidad total de calor que el líquido de la pregunta anterior absorbió durante el cambio de fase fue:
a) 60 cal *b)* 120 cal *c)* 400 cal *d)* 800 cal *e)* 1 000 cal

12. Sabiendo que la masa del líquido de la Pregunta 10 era de 20 g, llegamos a la conclusión de que su calor latente de evaporación vale:
a) 3 cal/g *b)* 6 cal/g *c)* 20 cal/g *d)* 40 cal/g *e)* 50 cal/g

13. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. Es posible hacer hervir agua a temperatura de 80°C
II. El calor específico del agua, en estado líquido, bajo determinada presión, es diferente de su calor específico en estado sólido, bajo la misma presión.
III. Para las sustancias que, al fundirse, disminuyen de volumen, un aumento de presión ocasiona una disminución en la temperatura de fusión.

14. Es *correcto* afirmar que:
a) En cualquier cambio de fase, una sustancia absorbe calor del medio circundante.
b) Un aumento de presión ocasiona un incremento en la temperatura de fusión de cualquier sustancia.
c) El calor específico de una sustancia no varía si ésta pasa del estado sólido al estado líquido.
d) La temperatura de ebullición del agua, en un recipiente abierto, es tanto menor cuanto mayor sea la altitud del lugar en que se realiza el experimento.
e) La velocidad media de las moléculas H_2 y O_2 es igual si estos gases están a la misma temperatura.

15. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. Si la presión fuera inferior a 1 atm, el hielo puede fundirse a 2°C.
II. Si la presión fuera superior a 1 atm, podemos tener agua en ebullición a 80°C.
III. Si la presión fuera mayor que la presión del punto triple, una sustancia podrá sublimarse.

16. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. En una olla de presión se cocina frijol; el agua alcanza una temperatura superior a 100°C sin entrar en ebullición, por tanto, la presión de la olla es superior a 1 atm.
II. Todos los líquidos aumentan de volumen al solidificarse y la prueba de esto es que una botella bien tapada y llena de agua, explota cuando se deja en el congelador de un refrigerador.
III. Cuando bostezamos en una mañana fría, el gas que sale de nuestra boca parece blanquecino porque contiene vapor de agua que se condensa al entrar en contacto con la atmósfera fría.

17. Para cocer determinado alimento, debemos sumergirlo en cierta cantidad de agua y someterlo durante algún tiempo a una temperatura de 120°C. ¿Qué debemos hacer para cocerlo?
a) Usar una olla común, ponerla al fuego y esperar a que el agua alcance 120°C de tem-

peratura y después del tiempo necesario, cocer el alimento.

b) Poner el alimento en una olla herméticamente cerrada, disminuir bastante la presión en su interior, aumentar el fuego, esperar a que el agua alcance 120°C de temperatura y, después del tiempo necesario, el alimento estará cocido.

c) Nunca lograríamos cocer este alimento en agua, ya que su punto de ebullición es de 100°C.

d) Agregar determinada sustancia al agua, elevando así su punto de ebullición; este es el único procedimiento posible para lograr que el agua alcance la temperatura de 120°C, y por tanto, el alimento se pueda cocer.

e) Colocar el alimento dentro de una olla herméticamente cerrada, incrementar bastante la presión en su interior, ponerla en el fuego, esperar a que el agua alcance 120°C de temperatura y, después del tiempo necesario, el alimento estará cocido.

18. Considere los tres fenómenos siguientes:

I. Agua de un lago que se congela.

II. Vapor de agua que se condensa en el parabrisas de un automóvil.

III. Una bolita de naftalina que se sublima en el cajón de un guardarropa.

Indique la opción que señala correctamente si uno de los sistemas —agua, vapor, naftalina— está cediendo o recibiendo calor del medio ambiente:

	Agua	*Vapor de agua*	*Naftalina*
a)	cede	cede	cede
b)	cede	recibe	recibe
c)	recibe	cede	cede
d)	cede	cede	recibe
e)	recibe	recibe	recibe

19. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que son correctas:

La temperatura crítica del Hg es 1.630°C. Por tanto:

I. A una temperatura mayor que 1.630°C, tendremos siempre Hg gaseoso.

II. A una temperatura menor que 1.630°C, podemos tener Hg líquido.

III. A una temperatura menor que 1.630°C podemos tener Hg gaseoso.

20. Considere las siguientes afirmaciones:

1. La tabla siguiente indica la temperatura *t*, en la cual el agua entra en ebullición, en función de la presión *p*, que se ejerce sobre ella.
2. A cada 100 m de elevación en la atmósfera terrestre corresponde una disminución de aproximadamente, 1 cmHg en la presión atmosférica (para altitudes no muy grandes).
3. En cierta ciudad, un estudiante comprobó que el agua en una olla abierta, entraba en ebullición a 95°C.

El alumno consideró estos datos y llegó a la conclusión que la altitud aproximada de la ciudad en relación con el nivel del mar es de:

a) 50 m *b*) 100 m *c*) 500 m
d) 1.200 m *e*) 3.500 m

Pregunta 20

p (cmHg)	150	76	72	67	64	60	56
t (°C)	120	100	98	97	95	93	92

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Una barra de fierro, de masa igual a 6.0 kg, es sacada de un horno a temperatura de 1 000 °C y se coloca inmediatamente en un recipiente que contiene 10 kg de agua a 60°C. Calcule la masa de vapor de agua que se formará.

2. En un calorímetro de capacidad térmica despreciable se mezclan 4.0 g de vapor de agua a 100°C con 100 g de agua a 20°C y 100 g de hielo a 0°C.

a) Determine la temperatura final de la mezcla.

b) Calcule las masas de vapor, agua y hielo que constituyen la mezcla después de que se haya alcanzado la temperatura de equilibrio.

3. Una bala de plomo con temperatura de 127°C, alcanza una placa de acero y se funde totalmente (sin elevación de la temperatura después de su fusión). Suponiendo despreciable la energía transferida para la placa de acero, calcule la velocidad de la bala. Tome para el plomo, calor específico c = 0.03 cal/g°C, calor de fusión L = 6 cal/g y considere 1 cal = 4 J.

4. La temperatura de un ambiente es de 20°C y la humedad relativa del aire allí es de 60%. Suponiendo que el vapor de agua se comporta como un gas ideal, calcule el valor de la humedad absoluta en g/m^3, en este ambiente.

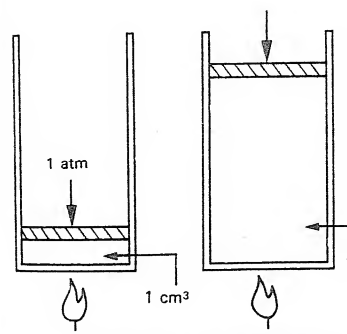
5. Se coloca un recipiente con agua en un lugar cerrado cuyo volumen es de 60 m^3. La temperatura del salón es de 30°C. Calcule en g/m^3, la humedad absoluta del salón después de que se alcanzó la situación de equilibrio. (Considere que, en la Tabla 14-4, los valores de la presión varían linealmente entre dos temperaturas proporcionadas.)

6. Una barra de cobre, cuya conductividad es k = 0.90 cal/cm · s · °C, mide 30 cm de longitud y 10 cm^2 de sección recta. Uno de los extremos de la barra está en contacto con vapor de agua a 100°C, y el otro, con hielo a 0°C. Sabiendo que la barra está aislada térmicamente en su superficie lateral, determine, después de 5.0 minutos en estas condiciones:

a) La masa de hielo que se funde.

b) La masa de vapor que se condensa.

7. Bajo presión atmosférica normal, 1 g de agua a 100°C, que inicialmente ocupaba un volumen de 1 cm^3, absorbe calor y se transforma en 1 671 cm^3 de vapor a la misma temperatura (*véase* figura de este problema). Considere 1 cal = 4.2 J y calcule la variación de la energía interna del sistema en este proceso.



Problema Complementario 7

8. Una persona, generalmente, siente cierta sensación de frío cuando sale de una alberca o del agua del mar. ¿Cuál es la causa fundamental de esa sensación de frío?

9. En un experimento para determinar el calor latente de la fusión del hielo, se colocan 200 g de agua en un recipiente de hierro de masa también igual a 200 g, ambos a temperatura inicial de 30°C. Se agregan pequeños trozos de hielo a 0°C al recipiente, hasta que el conjunto alcanza la temperatura de 10°C. En este instante, se pesa el recipiente y se encuentra una masa total de 452 g. Se sabe que la temperatura ambiente es de 20°C.

a) Considere despreciables los cambios de calor con el ambiente, calcule el valor del calor de fusión del hielo obtenido en este experimento.

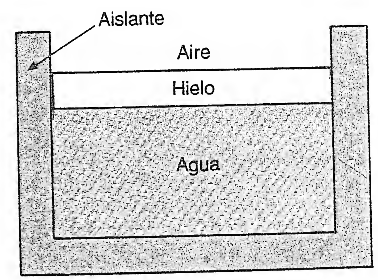
b) ¿Por qué es razonable depreciar los cambios de calor entre el recipiente y el medio ambiente?

c) ¿Cuál es el error porcentual cometido en este experimento en relación con el valor tabulado?

10. En la Sección 14.6 (Fig. 14-19) describimos un experimento en el cual un gas real se comprime en un cilindro. Dibuja, de manera aproximada, en un diagrama $p \times V$, la variación de la presión dentro del cilindro, a medida que el émbolo se desplaza de la posición A hasta sobrepasar ligeramente la posición D.

11. En una región donde el invierno es riguroso, se deja un tanque con agua al aire libre hasta que se forma sobre la superficie del agua una capa de hielo con espesor igual a 5.0 cm (*véase* figura de este problema). Sabiendo que el aire arriba del hielo está a −10°C, calcule la velocidad con que el espesor de la capa de hielo está aumentando en ese instante. Dé su respuesta en cm/hora y considere los siguientes valores para el hielo:

conductividad térmica = 0.0040 cal/s · cm · °C
densidad = 0.92 g/cm^3
calor latente de fusión = 80 cal/g



Problema Complementario 11

12. Cuando se retira calor lentamente de cierta masa de un líquido mantenido en reposo, sin ninguna perturbación, es posible hacer que el líquido se enfríe

abajo de su punto de fusión, sin que se solidifique. En esta situación, se dice que el líquido se encuentra en *estado de sobrefusión*. Este estado es muy inestable, porque basta una leve agitación para hacer que el líquido vuelva a su temperatura de fusión, y parte de él se solidifique inmediatamente. Suponga que en un recipiente tengamos 800 g de agua, en estado de sobrefusión, a −5.0°C. Al agitar el recipiente, ¿cuál es la masa de hielo que formará?

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) presión y temperatura
b) aumentando su temperatura o disminuyendo la presión ejercida sobre él
2. *a*) *A* *b*) amorfa *c*) *B*
3. *a*) la cohesión entre los átomos de un líquido es más débil
b) la red cristalina se deshace
c) porque la fuerza entre las moléculas de un gas es prácticamente nula
4. *a*) fusión
b) vaporización
c) sublimación
d) condensación (del vapor de agua existente en el aire)
5. *a*) 961°C *b*) no
6. *a*) 2 100 cal
b) permanece constante a 961°C
c) 961°C
7. *a*) 50 g
b) ambos estarán a 119°C
8. *a*) 2 600 cal *b*) mayor
9. *a*) 1 775°C
b) permanece constante en 1 775°C
c) sí
10. *a*) 270 cal *b*) 1 775°C *c*) 25°C
11. *a*) aumenta
b) las moléculas más veloces escapan más rápidamente del líquido
12. el éter derramado, porque la rapidez de evaporación aumenta en proporción al área de la superficie libre del líquido
13. *a*) 357°C
b) permanece constante a 357°C
c) 600 g
d) 357°C
14. *a*) el vapor de agua del aire, en el interior del auto, se condensa en contacto con la superficie del vidrio enfriado por la lluvia
b) el movimiento del aire hace que el vapor se evapore
15. 32.5×10^3 cal
16. *a*) aumenta *b*) menor *c*) se hunde
17. arriba
18. *a*) el agua que está en el interior de las rocas aumenta de volumen al congelarse
b) menor
c) porque su densidad es menor que la del agua del mar
19. *a*) igual, si estuviera al nivel del mar, y menor si se encontrara arriba
b) igual, si estuviera al nivel del mar, y mayor si se encontrara arriba
20. *a*) sí, al aumentar la presión ejercida sobre él
b) 1 500 m
21. *a*) sólida *b*) gaseosa
22. *a*) 20°C
b) 5.2 atm y −57°C
23. *a*) sublimación
b) debe ser superior a 5.2 atm
24. *a*) sólida *b*) gaseosa
c) aumentar tanto la temperatura como la presión
25. el gas real *no* está comportándose como un gas ideal
26. *a*) es la presión que debemos ejercer sobre un gas, a cierta temperatura, para condensarlo.
b) 17.5 mmHg
c) 760 mmHg
27. *a*) igual
b) igual, parte del líquido se evapora hasta saturar nuevamente el ambiente
28. para licuar el helio, su temperatura debe reducirse abajo de 5 K
29. vapor de agua
30. *a*) 15°C *b*) 55.1 mmHg
31. u_r = 100% en ambos casos
32. u_r = 22.8%
33. 45 mmHg

Preguntas y problemas

1. *a*) equivocada
b) correcta
c) equivocada
2. *a*) mayor
b) hielo a 0°C
3. *a*) 580 cal
b) 527°C
4. (a), (c), (d)
5. (b)
6. (a)
7. (e)
8. (b)
9. (c)
10. *a*) 4 000 cal
b) 4 000 cal
c) 50°C
11. *a*) 12 800 cal
b) 160 g
12. *a*) 10 000 cal
b) 200 cal/g
c) sí: el alcohol
13. *a*) 2 600 cal
b) 84 cal/g
14. gotitas de agua atraviesan los poros y se evaporan al llegar a la superficie externa, absorbiendo calor del recipiente
15. en la tetera, el vapor solamente puede escapar por el pico, y por tanto, habrá menor pérdida de calor para el ambiente
16. *a*) la humedad dificulta la evaporación del sudor
b) la agitación del aire facilita la evaporación del sudor
17. 0°C
18. solamente agua a 0°C
19. 3.6×10^3 s
20. el agua fría ocasiona una caída de presión sobre el agua en el frasco
21. *a*) 355 mmHg *b*) 4.6 mmHg
22. mayor
23. aproximadamente 12° C
24. *a*) 189 cal
b) 1.80×10^3 cal
c) el vapor libera para la piel una cantidad de calor casi 10 veces mayor que el del agua.
25. 5.1 g
26. 175 g
27. 820 m/s
28. 0.84
29. 741 g
30. 31.7%

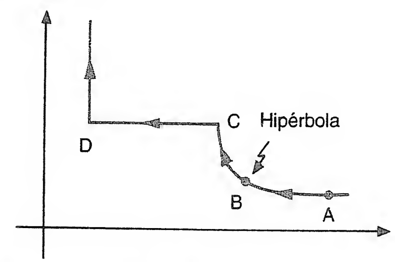
Cuestionario

1. d
2. b
3. c

4. e
5. a
6. a
7. b
8. e
9. a
10. b
11. c
12. c
13. todas son correctas
14. d
15. I correcta; II incorrecta; III incorrecta
16. I correcta; II incorrecta; III correcta
17. e
18. d
19. todas son correctas
20. d

Problemas complementarios

1. 359 g
2. *a*) 0°C
b) la mezcla está integrada por 43 g de hielo y 161 g de agua
3. 310 m/s
4. 10 g/m^3
5. 34 g/m^3
6. *a*) 112 g *b*) 16.6 g
7. 2.1×10^3 J
8. evaporación de la capa de agua que viene adherida a la piel de la persona
9. *a*) 75 cal/g
b) el calor liberado para el ambiente (de 30 a 20°C) se compensa, aproximadamente, por el calor absorbido (de 20 a 10°C)
c) 6%
10. *véase* figura



Respuesta del Problema Complementario 10

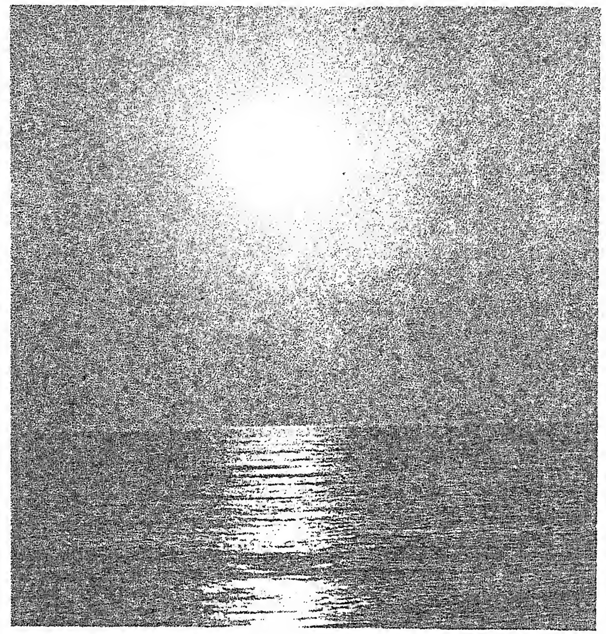
11. 0.39 cm/h
12. 50 g

unidad VII

óptica y ondas

capítulo 15

reflexión de la luz



Los bellos reflejos captados por la cámara fotográfica son consecuencia de la reflexión de la luz en la superficie del agua.

15.1 Introducción

❖ En este capítulo iniciamos el estudio de la *Óptica*, es decir, el estudio de la luz y de los fenómenos luminosos en general. De todos nuestros sentidos, el de la visión es el que más colabora a que conozcamos el mundo que nos rodea, y probablemente por ello, la ciencia óptica es muy antigua. Filósofos griegos, como Platón y Aristóteles, ya se preocupaban de responder a preguntas como: ¿por qué vemos un objeto?, ¿qué es la luz?, etc. Platón, por ejemplo, suponía que nuestros ojos emitían pequeñas partículas que al llegar a los objetos los hacían visibles. Aristóteles consideraba la luz como un fluido inmaterial que se propagaba entre el ojo y el objeto observado.

Como no era posible explicar con tales hipótesis un gran número de fenómenos luminosos que se producen en la naturaleza, varios físicos notables, como Newton, Huyghens, Young y Maxwell, trataron de modificarlas, proponiendo nuevos conceptos acerca de la naturaleza de la luz. En nuestro curso tendremos oportunidad de presentar algunas de las ideas de estos científicos, pero antes de ello, intentaremos estudiar algunos fenómenos ópticos y el comportamiento de la luz en esos fenómenos, así como algunas de sus aplicaciones.

❖ **Propagación rectilínea de la luz.** Al observar los cuerpos que nos rodean comprobamos que algunos de ellos emiten luz; es decir, son *fuentes de luz*, como el Sol, una lámpara encendida, la flama de una vela, etc. Otros no son luminosos, pero pueden verse porque son iluminados por la luz que proviene de alguna fuente.

Uno de los hechos que podemos observar fácilmente en relación con el comportamiento de la luz, es que cuando se transmite en un medio homogéneo, *su propagación es rectilínea*. Esto puede comprobarse cuando la luz del Sol pasa por el resquicio de una ventana y penetra en una habitación a oscuras (Fig. 15-1). Sabiendo que la luz se propaga en línea recta,

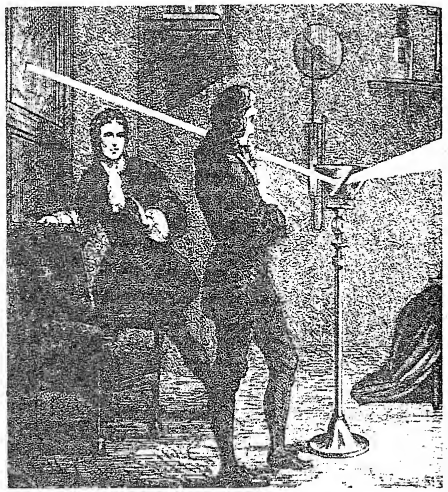
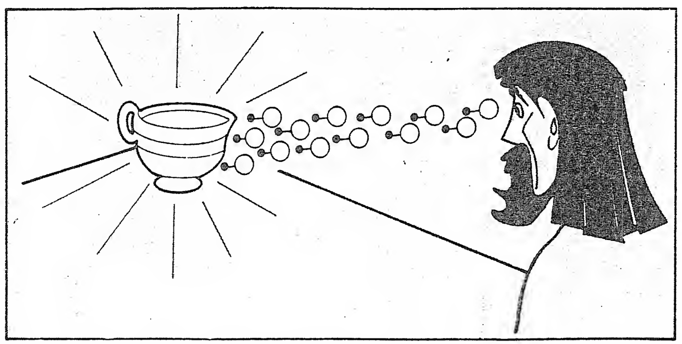


FIGURA 15-1 Newton, observando la propagación de un haz de rayos de luz que penetra por la rendija de una ventana.



Algunos filósofos griegos creían que los objetos se volvían visibles al ser alcanzados por partículas emitidas por nuestros ojos.

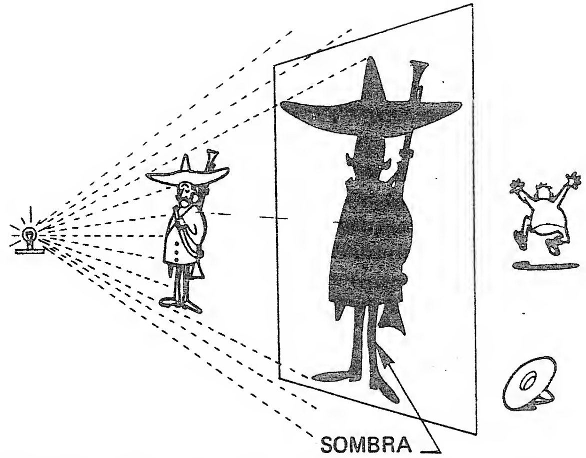


FIGURA 15-2 Formación de la sombra de un objeto iluminado por una pequeña lámpara.

podremos determinar el tamaño y la posición de la sombra de un objeto sobre una pantalla. En la Figura 15-2, por ejemplo, se ve una lamparita que emite luz que se propaga en línea recta en todas direcciones. Un objeto opaco, colocado entre la fuente y una pantalla, interrumpe el paso de una parte de esa luz y produce una *sombra*. El perfil de dicha sombra lo definen las rectas que salen de la fuente y pasan tangencialmente por el objeto.

❖ **Rayos y haces de rayos luminosos.** Consideremos una fuente que emite luz en todas direcciones. Las direcciones en que se propaga pueden indicarse mediante rectas, como se observa en la Figura 15-3. Dichas líneas se denominan *rayos de luz*.

En la Figura 15-4a se representa parte de los rayos de luz que son emitidos por una fuente. Este conjunto de rayos constituye un *haz luminoso divergente*. Dicho conjunto, después de pasar por algunos procesos (que veremos en su oportunidad), puede transformarse en un *haz convergente*, como el que se muestra en la Figura 15-4b, o en un *haz de rayos paralelos* (Fig. 15-4c).

El haz de luz que es emitido por un punto luminoso siempre es divergente, pero tratándose de un proyector (o reflector), un faro o una linterna, por ejemplo, el haz que sale de la fuente sufre modificaciones, transformándose en un haz de rayos prácticamente paralelos (Fig. 15-5). Un haz que llegue a nosotros y que provenga de una fuente de luz muy alejada, también estará formado por rayos prácticamente paralelos (por ejemplo, la luz que llega del Sol a la Tierra, Figura 15-6).

Una importante propiedad de la luz es la independencia que se observa en la propaga-

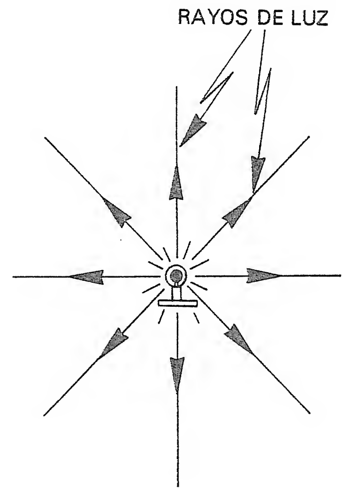


FIGURA 15-3 Los rayos luminosos indican las direcciones de propagación de la luz.

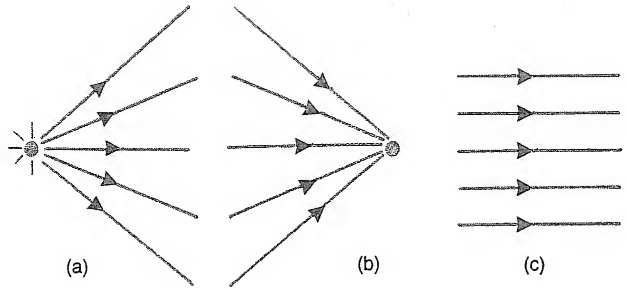


FIGURA 15-4 Los haces luminosos pueden estar constituidos por rayos divergentes, convergentes o paralelos.

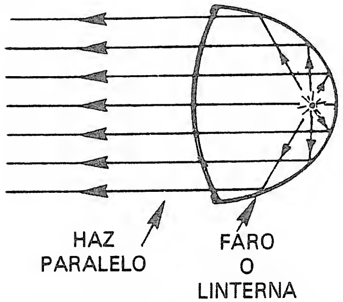


FIGURA 15-5 En un proyector de luz, un faro o una linterna, los haces luminosos divergentes se transforman en haces de rayos paralelos.

ción de rayos o haces luminosos. Después de que dos haces se entrecruzan, siguen las mismas trayectorias que tendrían si no se hubiesen cruzado; es decir, un haz no perturba la propagación del otro. Por este motivo, varias personas en una habitación observan nítidamente los objetos ahí existentes, a pesar del cruzamiento de los rayos luminosos que llevan las imágenes de los objetos hasta sus ojos (Fig. 15-7).

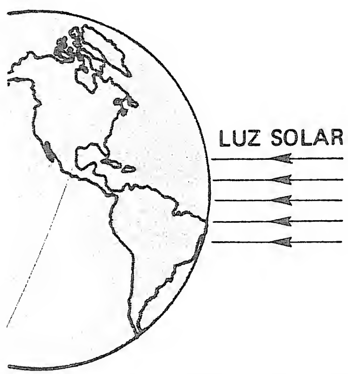


FIGURA 15-6 Los haces de luz solar que llegan a la Tierra están constituidos por rayos luminosos prácticamente paralelos.

❖ **La velocidad de la luz.** Durante mucho tiempo se pensó que la luz se transmitía instantáneamente de un punto a otro. Pero cuidadosos experimentos realizados durante los siglos XVIII y XIX, vinieron a demostrar que, en realidad, la velocidad de propagación de la luz es muy grande, mas no infinita. En la Sección 15.7 presentada en este capítulo, se describen algunos experimentos realizados por grandes científicos, mediante los cuales lograron obtener, con muy buena precisión, el valor de la velocidad de la luz. Tal valor desempeña un papel muy importante en el desarrollo de la Física, y en diversas ocasiones tendremos oportunidad de trabajar con él.

Con base en mediciones actuales, el valor de la velocidad de la luz *en el vacío* (valor que generalmente se representa por *c*), puede considerarse como:

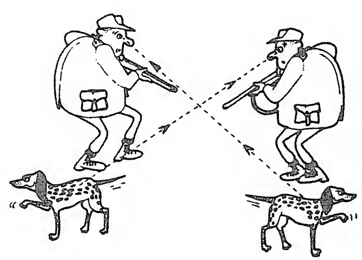


FIGURA 15-7 El hecho que dos rayos luminosos se crucen no afecta sus direcciones de propagación.

$$\boxed{c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

es decir, c = 300 000 km/s. Para tener una idea del significado de este valor, podemos destacar que si un objeto tuviera esa velocidad, podría dar casi 7.5 vueltas alrededor de la Tierra en solamente 1 segundo. Por otra parte, debemos observar que de acuerdo con la Teoría de la Relatividad de Einstein, este valor representa un límite superior para la velocidad de los cuerpos; es decir, ningún objeto material puede alcanzar una velocidad igual (o superior) a la velocidad de la luz.

La velocidad de la luz también fue medida en varios medios materiales, obteniéndose siempre un valor *inferior* a *c*. Por ejemplo, en el agua, la luz se propaga con una velocidad v = 220 000 km/s, y en el diamante, con v = 120 000 km/s.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

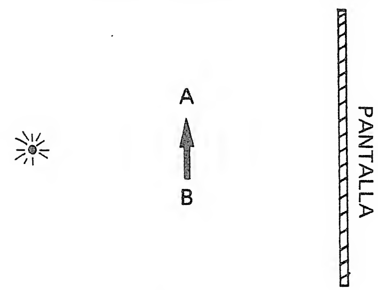
1. *a*) ¿Es correcto afirmar que la Luna es una fuente de luz?
b) Entonces, ¿cómo es que podemos observarla?

2. La figura de este ejercicio muestra un objeto *AB*, colocado frente a una pequeña lámpara encendida. Detrás del objeto hay una pantalla opaca, situada paralelamente a *AB*.
a) Trace en la figura la sombra *A'B'* del objeto, proyectada sobre la pantalla.
b) Indique también en la figura la región del espacio que queda a oscuras, es decir, que no recibe luz de la fuente.
c) Si el objeto se acercara a la fuente de luz, ¿el tamaño de su sombra aumentará, disminuirá, o permanecerá inalterado? (Trace un diagrama para justificar su respuesta.)

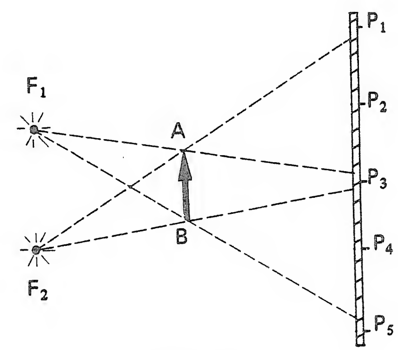
3. En el ejercicio anterior suponga que el objeto permanece en la posición mostrada, pero que la fuente de luz fuera desplazada hacia la izquierda hasta una posición muy alejada del objeto. En estas condiciones:
a) ¿Cómo sería el haz de rayos luminosos proveniente de la fuente y que llega hasta el objeto?
b) Dibuje la sombra del cuerpo sobre la pantalla. ¿Es mayor, menor o igual que el objeto?

4. Dos pequeñas fuentes luminosas, F_1 y F_2, se encuentran situadas frente a un objeto opaco *AB*, como se observa en la figura de este ejercicio. Recordando la propagación rectilínea de la luz y considerando los puntos señalados en la pantalla, responda:
a) ¿Cuáles reciben luz de ambas fuentes?
b) ¿Cuál sólo la recibe de la fuente F_1?
c) ¿Cuál solamente la capta de la fuente F_2?
d) ¿Cuál no recibe luz de ninguna de las dos fuentes?

5. El *año-luz* es una unidad de longitud que se emplea mucho en Astronomía. Su valor es igual a la distancia que la luz recorre, en el vacío, durante un tiempo de 1 año.



Ejercicio 2



Ejercicio 4

a) Sabiendo que en 1 año tenemos 3.2×10^7 s, calcule en metros el valor de 1 año-luz.
b) Considere una estrella situada a 20 años-luz de la Tierra. Entonces, ¿cuántos años tarda la luz de esa estrella en llegar hasta nosotros?
c) ¿Cuál es, en km, la distancia de esta estrella a la Tierra?

6. La luz del Sol tarda casi 8 minutos en llegar a la Tierra. Imaginando que el espacio entre el Sol y nuestro planeta estuviese totalmente lleno de agua, el tiempo que tardaría la luz solar en llegar hasta nosotros, ¿sería mayor, menor o igual a 8 minutos?

Cámara oscura de orificio

Una cámara oscura de orificio, muy sencilla, consiste de una caja cerrada, en la cual una de sus caras laterales está hecha de un papel semitransparente (por ejemplo, papel vegetal o de china). En la cara opuesta hay un pequeño orificio, hecho con una aguja o alfiler (Fig. I). Con este dispositivo se puede obtener una imagen de un objeto, utilizando el hecho de que la luz se propaga en línea recta.

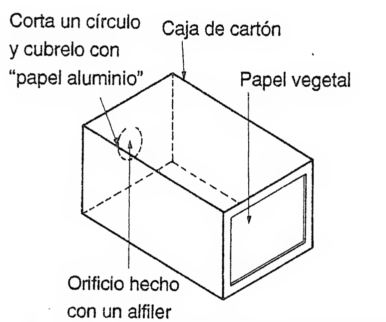


FIGURA I Una cámara oscura de orificio puede construirse fácilmente.

Para que el lector comprenda cómo ocurre esto debe observar la Figura II, en la cual un objeto *AB* se coloca frente al orificio de una cámara oscura. Cada punto del objeto, como el punto *A*, emite luz en todas direcciones. Un estrecho haz que parte de *A* pasa a través del orificio e incide en la pared opuesta, dando origen a una pequeña mancha luminosa *A'*. De modo semejante, el haz que sale del punto *B* y pasa por el orificio dará origen a la mancha *B'*. Es fácil percibir que a cualquier otro punto del objeto corresponderá sobre la pared semitransparente una pequeña mancha luminosa. Así, el objeto se reproduce punto por punto y da origen, sobre dicha pared, a una imagen *A'B'*

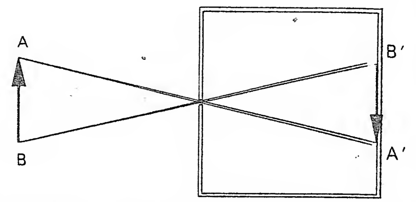


FIGURA II *A'B'* es la imagen del objeto *AB* proyectada por una cámara oscura de orificio muy pequeño.

semejante a él. Note, en la Figura II, que esta imagen está invertida en relación con el objeto y que una persona podrá observarla, puesto que la pared es semitransparente.

Utilizando una caja de cartón y orientándose por la Figura I, puede construirse fácilmente una cámara oscura. Si usa como objeto la llama de una vela y realiza el experimento en un cuarto oscuro, la imagen proyectada sobre la pared semitransparente será visible con mucha claridad.

Cuando el orificio de la cámara es muy pequeño, la imagen obtenida puede ser bastante nítida, pero como los haces que pasan a través de él son muy estrechos, la imagen presenta poca luminosidad. Para que sea percibida, el objeto necesita estar muy iluminado. Un recurso para aumentar la luminosidad de la imagen sería aumentar el área del orificio. Sin embargo, en este caso, como vemos en la Figura III,

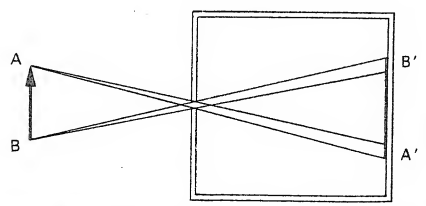


FIGURA III Si se aumenta el tamaño del orificio, la imagen se presenta con mayor luminosidad, pero con menos nitidez.

cada punto del objeto dará lugar a una mancha luminosa de dimensiones mayores (que no podrá ser asimilada a un punto), lo cual perjudica la nitidez de la imagen.

En las cámaras que proyectan imágenes nítidas y de luminosidad razonable, la pared semitransparente podrá cerrarse y adaptarle internamente una película fotográfica. En estas condiciones, y con el tiempo suficiente de exposición, es posible obtener buenas fotos de un objeto. ¡Inténtelo!

15.2 Reflexión de la luz

❖ **Reflexión.** Imaginemos un haz luminoso que se propaga en el aire e incide en la superficie lisa de una placa de vidrio (Fig. 15-8). Es un hecho bien conocido que en virtud de que el vidrio es transparente, parte de esa luz penetra en la lámina o bloque, y otra vuelve a propagarse en el aire. Decimos que la porción del haz que sigue a través del aire en otra dirección experimenta una *reflexión*, o sea, que parte de la luz se *refleja* al llegar a la superficie lisa del vidrio. El haz luminoso que se dirige hacia la superficie de éste recibe el nombre de *haz incidente*, y el que se aleja de la superficie reflejante es el *haz reflejado* (Fig 15-8).

Cuando el haz incidente encuentra una superficie pulida o lisa, el haz reflejado está muy bien definido, como se indica en la Figura 15-8. Cuando esto sucede decimos que la reflexión es *especular*, pues dicho fenómeno se observa comúnmente cuando la luz se refleja en un espejo.

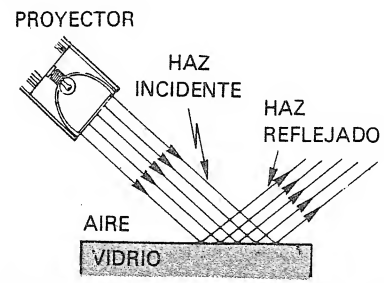


FIGURA 15-8 Un haz luminoso y la reflexión que sufre al encontrarse con una superficie lisa.

❖ **Difusión de la luz.** Supongamos que un haz de luz incide en una superficie irregular (Fig. 15-9). En este caso, cada pequeña porción saliente de la superficie refleja la luz en determinada dirección, y por consiguiente, el haz reflejado no queda bien definido y se observa el esparcimiento o dispersión de la luz en todas direcciones. Decimos, entonces, que se produce una *reflexión difusa*, o en otras palabras, que hay una *difusión* de la luz por parte de la superficie áspera.

La mayoría de los cuerpos refleja difusamente la luz que incide sobre ellos. Así, esta hoja de papel, una pared, un mueble, una persona que vemos, etc., son objetos que difunden la luz que reciben esparciéndola en todas direcciones. Cuando esta luz penetra en nuestros ojos percibimos la imagen del objeto mirado. Si no difundiera la luz no podríamos verlo. Como en el caso de la difusión, la luz es dispersada en todas direcciones, varias personas pueden observar un mismo objeto, a pesar de estar situadas en diferentes sitios a su alrededor (Fig. 15-10).

Otro ejemplo de difusión de la luz puede hallarse cuando encendemos una linterna en un cuarto oscuro. La trayectoria del haz luminoso que sale de la linterna no podrá ser percibida a menos que haya humo o polvo suspendido en el aire. En este caso, las partículas de humo o polvo, al difundir la luz, nos permiten percibir el haz cuando nuestros ojos reciben la luz espar-

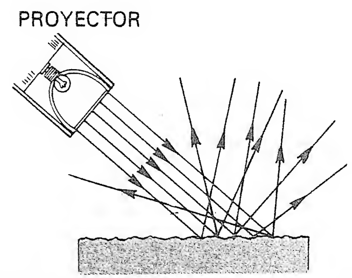


FIGURA 15-9 Un haz luminoso y la reflexión que sufre al encontrar una superficie irregular.

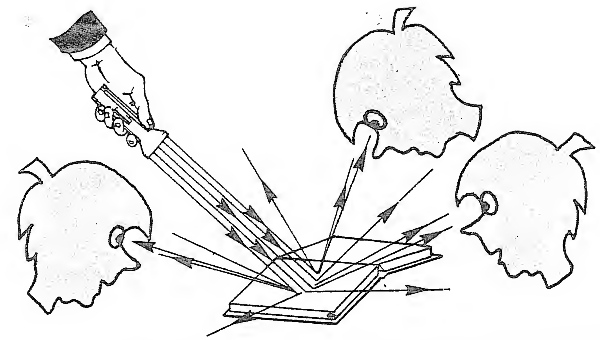


FIGURA 15-10 La hoja de un libro difunde la luz que recibe, y entonces puede ser vista desde varias posiciones diferentes.

cida (Fig. 15-11). Un hecho similar ocurre con la luz solar, la cual difunden las partículas de la atmósfera terrestre. El cielo se muestra absolutamente claro durante el día debido a esa difusión. Si la Tierra no tuviera atmósfera el cielo se vería totalmente negro, excepto en los sitios ocupados por el Sol y las estrellas. Como la Luna no tiene atmósfera, ese es el aspecto del "cielo lunar" que observa un astronauta desde la superficie de nuestro satélite.

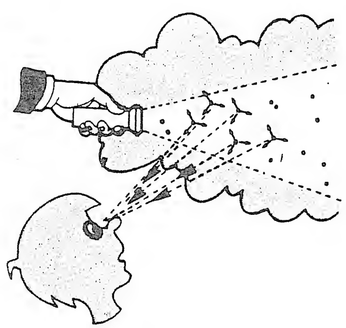


FIGURA 15-11 Las partículas de humo (o de polvo) difunden la luz, volviendo visible el haz luminoso.

❖ **Leyes de la reflexión.** En la Figura 15-12 mostramos un rayo luminoso (un estrecho haz de luz) que incide en el punto *P* de una superficie reflejante. Si se traza la normal a esta superficie en el punto *P* (es decir, *NP*), vemos que dicha línea y el rayo incidente determinan un plano (en la Figura 15-12 dicho plano es el de la hoja de papel). El experimento revela que la reflexión se produce de manera que el rayo reflejado siempre se halla contenido en este mismo plano. Por tanto, en la Figura 15-12 el rayo reflejado, el rayo incidente y la normal están situados todos en el plano de la hoja de papel. Esta observación experimental se conoce como la Primera Ley de la Reflexión.

El ángulo i (o $\hat{\imath}$), que el rayo incidente forma con la normal (Fig. 15-12), se denomina *ángulo de incidencia*, y el ángulo r (o $\hat{r}$), formado por la normal y por el rayo reflejado, es el *ángulo de reflexión*. La medida de tales ángulos en un experimento de reflexión puede llevarse a cabo fácilmente, y así se ha podido comprobar, desde la antigüedad, que siempre son iguales entre sí. Esta conclusión de que en la reflexión de la luz se tiene $\hat{\imath} = \hat{r}$, se conoce como la Segunda Ley de la Reflexión. Tenemos, entonces, en resumen, que

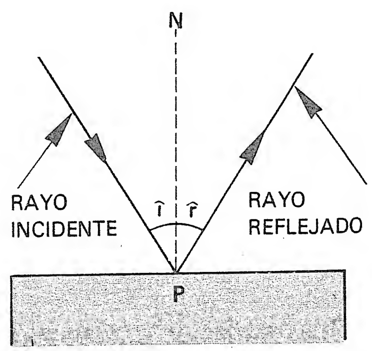


FIGURA 15-12 Cuando un rayo de luz se refleja, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

LEYES DE LA REFLEXIÓN

1ª el rayo incidente, la normal a la superficie reflejante en el punto de incidencia, y el rayo reflejado, se hallan en un mismo plano.

2ª el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión ($\hat{\imath} = \hat{r}$).

Estas leyes se emplearán, en las secciones siguientes para el estudio de la formación de imágenes en los espejos planos y curvos.

EJEMPLO

Una persona hace que un haz luminoso estrecho incida perpendicularmente en la superficie de un espejo (Fig. 15-13).

a) ¿Cuál es el valor del ángulo de incidencia?

Como el ángulo de incidencia está formado por el rayo incidente y la normal, es obvio que en este caso tenemos $\hat{\imath} = 0$, pues el haz incide según la normal.

b) ¿Cuál es la dirección del haz reflejado?

Como en la reflexión de la luz siempre tenemos que $\hat{\imath} = \hat{r}$, en este caso tendremos $\hat{r} = 0$. Esto significa que el haz reflejado está también dirigido a lo largo de la normal.

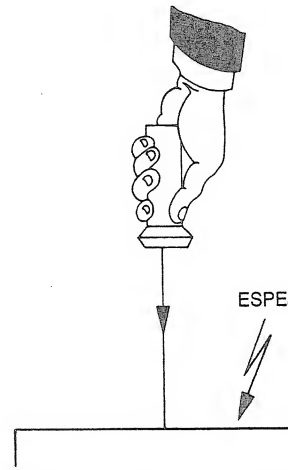


FIGURA 15-13 Para el Ejemplo de la Sección 15-2.

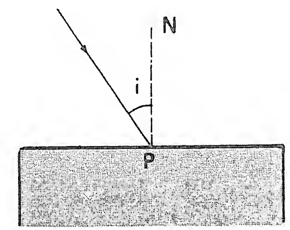
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. En las figuras presentadas en esta sección, identifique aquellas en las cuales:
   a) Un haz de luz sufre reflexión especular.
   b) Un haz de luz experimenta difusión.

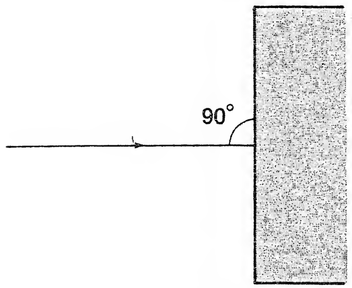
8. *a)* La mayoría de los objetos que nos rodean (paredes, árboles, personas, etc.) no son fuentes de luz. Sin embargo, podemos observarlos cualquiera que sea nuestra posición frente o alrededor de ellos. ¿Por qué?
   b) Un astronauta en la Luna ve el cielo oscuro, independientemente de que el Sol esté a la vista (o sea, cuando en la Luna es de "día"). En la Tierra, como se sabe, durante el día el cielo se ve lúcido o claro en todas direcciones. Explique la causa de esta diferencia.

9. La figura de este ejercicio muestra un rayo de luz que incide en una superficie reflejante (*NP* es normal a la superficie).
   a) Trace en la figura la posición aproximada del rayo reflejado.
   b) Señale en su dibujo el ángulo de reflexión $\hat{r}$.
   c) Si $\hat{\imath} = 32°$, ¿cuál es el valor de $\hat{r}$?

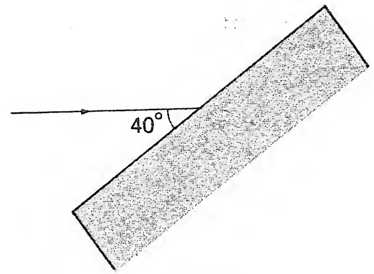


Ejercicio 9

10. Considere un rayo luminoso que incide sobre una superficie reflejante en la forma indicada en la figura de este ejercicio.
    a) Trace en dicha figura la normal a la superficie en el punto de incidencia.
    b) ¿Cuál es el valor del ángulo de incidencia?



Ejercicio 10



Ejercicio 11

c) ¿Cuál será el valor del ángulo de reflexión?
d) Trace entonces en la figura la dirección del rayo reflejado.

11. Responda a las mismas preguntas del ejercicio anterior considerando ahora la figura de este ejercicio.

15.3 Espejo plano

❖ **Espejo plano.** Una superficie lisa y plana que refleja especularmente la luz, se denomina *espejo plano*. Consideremos que un objeto luminoso pequeño (o un objeto que difunda luz), representado por *O* en la Figura 15-14, está colocado frente a un espejo plano *EE'*. La luz que sale del objeto e incide en el espejo es reflejada a continuación. Tracemos desde *O* algunos rayos luminosos incidentes en el espejo. Empleando las leyes de la reflexión, podemos representar los rayos reflejados correspondientes, como se hizo en la Figura 15-14, y comprobar así que estos rayos reflejados forman un haz divergente. Pero al trazar las prolongaciones de estos rayos, se verá que todos pasarán por el mismo punto *I*. Así, la luz que es reflejada por el espejo plano, diverge como si estuviera siendo emitida desde el punto *I*, situado imaginariamente dentro del espejo.

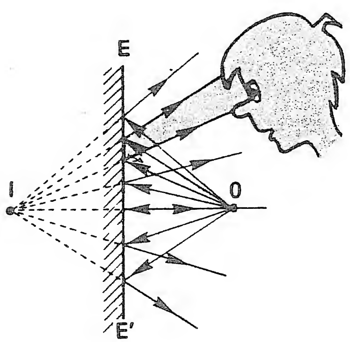
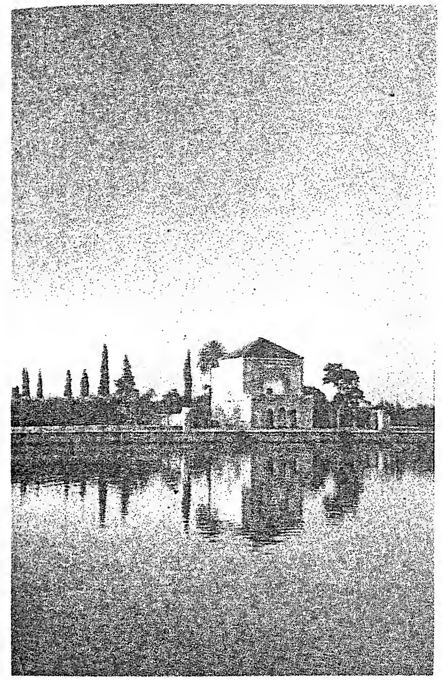


FIGURA 15-14 Formación de la imagen virtual de un objeto en un espejo plano.

❖ **Imagen virtual.** Suponga un observador situado frente al espejo, y el cual recibe en sus ojos cierta parte del haz reflejado (Fig. 15-14). Este haz, como se dijo, parece haber sido emitido desde el punto *I*; es decir, la reflexión es como si en *I* existiera un objeto emisor de dicho haz. A esto se debe que el observador perciba en ese punto una *imagen* del objeto *O*. Observe que la imagen *I* se encuentra ubicada detrás de la superficie del espejo, en el punto de intersección de las *prolongaciones* de los rayos reflejados. Decimos por tanto que *I* es *imagen virtual* del objeto *O*.

Es obvio que no veremos la imagen virtual si nos ubicamos por detrás del espejo. Para poder verla hay que situarse frente a él, de manera que recibamos la luz que refleja. Así, en resumen,

la luz emitida por un objeto y reflejada desde un espejo plano, llega a los ojos de un observador como si proviniera del punto de intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados. En este punto el observador ve una imagen virtual del objeto (Fig. 15-14).



Cuando una superficie reflejante forma una imagen virtual, todo se observa como si los rayos reflejados fuesen emitidos desde esta imagen (por ello es posible fotografiar la imagen virtual de los objetos).

❖ **Distancia de la imagen al espejo.** Para determinar la posición de la imagen virtual de un objeto pequeño colocado frente a un espejo plano, bastará trazar únicamente dos rayos luminosos que partan del objeto y se reflejen en el espejo. Esto ya se hizo en la Figura 15-15, donde se trazaron los rayos incidentes *OA* (perpendicular al espejo), y *OB*, cuyo ángulo de incidencia es $\hat{\imath}$. Los rayos reflejados correspondientes, trazados de acuerdo con las leyes de la reflexión, son *AO* y *BC*. La posición de la imagen virtual, *I*, se encuentra al prolongar estos rayos reflejados.

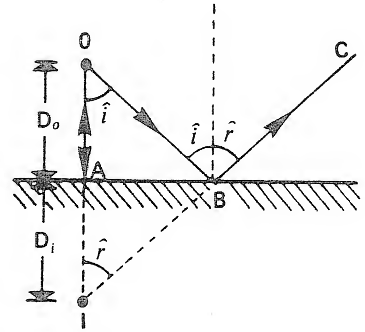


FIGURA 15-15 En un espejo plano, la distancia de la imagen al espejo es igual a la distancia del objeto a la superficie especular.

Sean D_o y D_i, respectivamente, las distancias del objeto y de la imagen con respecto al espejo (Fig. 15-15). Como $\hat{r} = \hat{\imath}$ concluimos fácilmente que los triángulos *OAB* e *IAB* son iguales entre sí. Entonces, tendremos que $D_i = D_o$. Así pues, la imagen de un objeto pequeño en un espejo plano, es simétrica del objeto en relación con el espejo; es decir, está situada en la perpendicular al espejo trazada desde el objeto, y las distancias de la imagen y del objeto relativamente al espejo son iguales. De esta manera, si se coloca una lámpara a una distancia de 30 cm de un espejo plano, su imagen se formará detrás de la superficie del espejo y también a 30 cm de distancia.

❖ **Imagen de un objeto no puntiforme.** Acabamos de aprender cómo determinar la imagen un objeto de pequeñas dimensiones, o sea, de un objeto puntiforme o puntual. Supongamos ahora que se desea determinar la imagen de un objeto no puntiforme o extenso, como la flecha *AB* de la Figura 15-16, situado frente a un espejo plano. Esta imagen se obtendrá determinando la imagen de cada punto del objeto, como ya se vio. De esta manera, la imagen *A'* del punto *A*, se localizará trazando la perpendicular al espejo, desde *A*, y tomando *A'M* = *AM*.

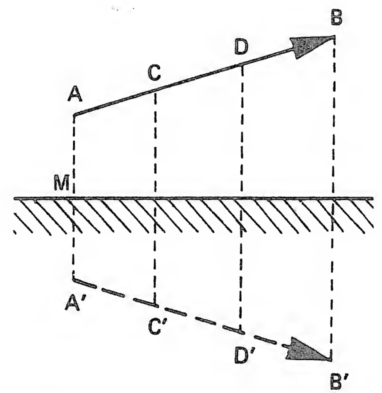


FIGURA 15-16 En un espejo plano, la imagen tiene el mismo tamaño del objeto y es simétrica de él en relación con el espejo.

De la misma manera es posible localizar las imágenes de los demás puntos del objeto. La flecha $A'B'$ (Fig. 15-16) es, entonces, la imagen de AB. Obsérvese que esta imagen es del mismo tamaño que el objeto, además de ser simétrica de él en relación con el espejo. Como un espejo plano es un objeto que usamos a diario, ya se deben haber observado estos hechos.

EJEMPLO

Un objeto O y dos observadores, A y B, se encuentran situados en las proximidades de un espejo plano, como se ilustra en la Figura 15-17. ¿Podrán estos

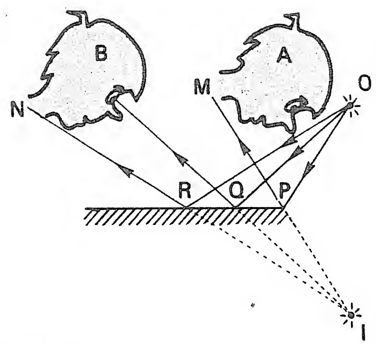


FIGURA 15-17 Para el Ejemplo de la Sección 15-3.

observadores percibir la imagen del objeto en el espejo?

Para que un observador pueda ver la imagen de un objeto deberá recibir un haz de luz que provenga del cuerpo, después que ha sido reflejado por el espejo. Trazando el rayo OP, que llega hasta el extremo del espejo, y utilizando las leyes de la reflexión, obtendremos un rayo reflejado PM, que pasa a la izquierda de A. Cualquier otro rayo que incida en el espejo, como OQ, OR, etc., se reflejará a la izquierda de PM, y por tanto, no llegará al observador A. Entonces, dicho observador no podrá ver la imagen del objeto O.

Como el observador B se encuentra situado a la izquierda del rayo límite PM, es evidente, por la Figura 15-17, que habrá un haz de luz que llegue hasta el observador. De este modo, B sí percibirá la imagen de O, localizada en el punto de intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados por el espejo.

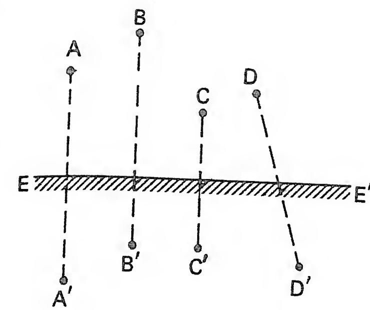
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

12. Suponga que se encuentra frente a un espejo plano, y sostiene una pequeña lámpara encendida, a 50 cm de dicho espejo.
- *a)* ¿Qué sucede con el haz de luz que emite la lámpara cuando llega al espejo?
- *b)* ¿El haz reflejado es convergente o divergente?
- *c)* Al llegar a sus ojos, ¿desde qué punto parece estar viendo el haz que refleja el espejo?
- *d)* Entonces, ¿qué ve usted en este punto?
- *e)* Haga un croquis que ilustre su respuesta.

13. *a)* Una persona está colocada a una distancia de 2 m de un espejo plano. ¿Qué distancia hay entre la persona y su imagen?
b) Si la persona se aproximara al espejo, ¿el tamaño de su imagen aumentaría, disminuiría, o no tendría cambio?

14. La figura de este ejercicio muestra un espejo plano EE' y los pares de puntos AA', BB', CC' y DD'. Indique cuáles pares de puntos son los que pue-

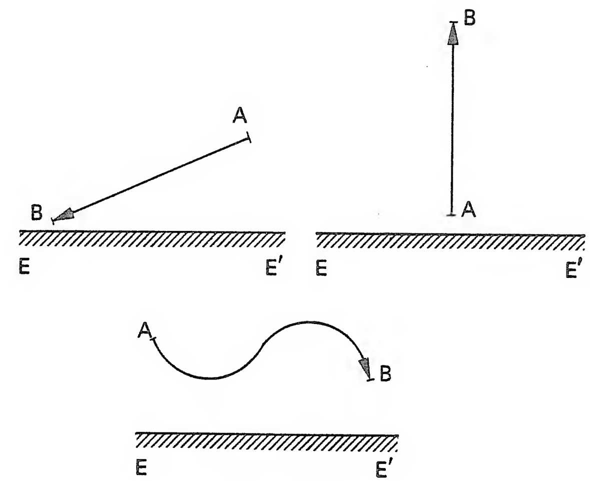


Ejercicio 14

den estar representando un objeto pequeño y su imagen.

15. En cada una de las figuras de este ejercicio, trace la imagen $A'B'$ del objeto AB, proporcionada por el espejo plano EE'.

16. Explique, brevemente, por qué el observador A de la Figura 15-17 no observa la imagen I del objeto O.



Ejercicio 15

15.4 Espejos esféricos

❖ **Espejos cóncavos y convexos.** Una superficie lisa, de forma esférica y que refleje especularmente la luz, es un *espejo esférico*. Si la luz se refleja desde la superficie interna, como vemos en la Figura 15-18a, se dice que el espejo es *cóncavo*, y si la reflexión se produce en la superficie externa (Fig. 15-18b), decimos que el espejo es *convexo*.

En la Figura 15-19 se muestran algunos elementos importantes de los espejos esféricos. Entre ellos tenemos:

- el punto V (centro de la superficie reflejante), denominado *vértice* del espejo.
- el punto C (centro de curvatura de la superficie esférica), denominado *centro* del espejo.
- la recta CV, denominada *eje* del espejo.
- el segmento R, llamado *radio* del espejo (radio de curvatura de la superficie esférica).

❖ **Imagen real.** Suponga que un objeto pequeño O se coloca en el eje del espejo cóncavo, como se observa en la Figura 15-20. Parte de la luz que emite O incide en el espejo y se reflejará

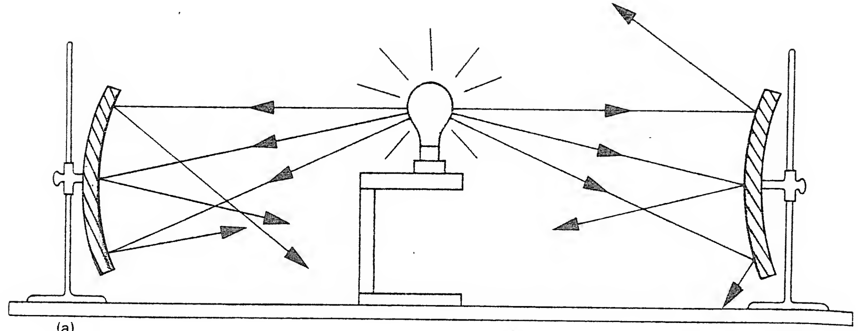


FIGURA 15-18 Rayos luminosos que se reflejan en un espejo cóncavo (a), y en uno convexo (b).

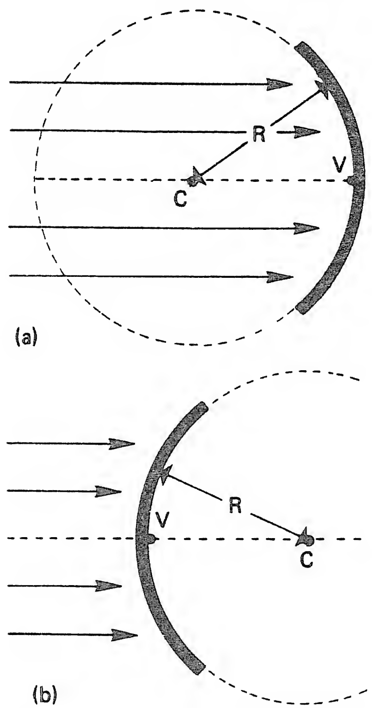


FIGURA 15-19 El vértice *V*, el centro de curvatura *C*, y el radio *R*, de un espejo cóncavo (a), y de un espejo convexo (b).

de acuerdo con las leyes de la reflexión. Tracemos un rayo que incida en el espejo por el punto *A* (rayo *OA* de la Figura 15-20). La normal al espejo en este punto es *CA*, pues sabemos que el radio de una superficie esférica siempre es perpendicular a ella. De manera que determinamos así el ángulo de incidencia, $\hat{\imath}$; ahora podemos trazar el rayo reflejado *AI*, para lo cual basta recordar que $\hat{r} = \hat{\imath}$. Al repetir este procedimiento con el rayo incidente *OB*, se halla que el rayo reflejado correspondiente, *BI*, también pasará por el punto *I*, y que esto sucederá con cualquier otro rayo que sea emitido por *O* y se refleje desde el espejo.

Si un observador se coloca frente al espejo en la posición que se muestra en la Figura 15-20, los rayos reflejados después de pasar por *I*, divergen y llegan hasta sus ojos. Todo se ve entonces, como si en *I* existiese un objeto que enviara luz hacia los ojos del observador. Por este motivo, *verá* en *I* una imagen del objeto *O*, proporcionada por el espejo cóncavo. Recuérdese que la imagen virtual se ve en el punto de intersección de las *prolongaciones* de los rayos reflejados, mientras que la imagen *I*, Figura 15-20, es vista por el observador en un punto donde realmente pasan los rayos reflejados. Esta imagen se denomina *imagen real*. Así, podemos enfatizar que:

> cuando un haz de luz emitido por un objeto se refleje en un espejo cóncavo y converja luego en un punto, tendremos en éste la formación de una imagen real del objeto (Fig. 15-20).

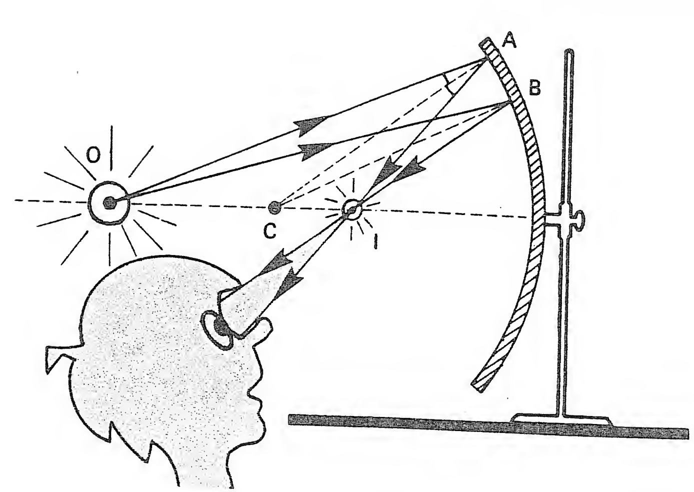


FIGURA 15-20 Formación de una imagen real (I) de un objeto (O) por un espejo cóncavo.

Como en la posición donde se forma la imagen real existe el paso de rayos luminosos, si colocásemos en tal punto una pantalla se tendría la imagen proyectada sobre ella (lo cual no sucede, evidentemente, con la imagen virtual). Pero el observador podrá ver la imagen real aunque no utilice dicha pantalla. Para ello basta que se coloque como en la Figura 15-20, en una posición tal que sus ojos reciban los rayos reflejados después que han convergido en el punto *I*.

❖ **Foco de un espejo.** La Figura 15-21a muestra un haz de rayos luminosos que inciden en un espejo cóncavo, paralelamente a su eje. Usando las leyes de la reflexión, podemos trazar los rayos reflejados, encontrando así que convergen en un punto *F*, denominado *foco del espejo*. Por este motivo suele decirse que el espejo cóncavo es un *espejo convergente* o *conversor*.

Por otra parte, al hacer que un haz de rayos incida en forma paralela al eje de un espejo convexo, se observa que tales rayos divergen después de la reflexión (Fig. 15-21b). Pero las prolongaciones de los rayos reflejados pasan por el punto *F*, que es el foco del espejo convexo. Así, todo se observa como si el haz divergente fuera emitido desde *F*. El espejo convexo suele, por tanto, recibir el nombre de *espejo divergente* o *diversor*.

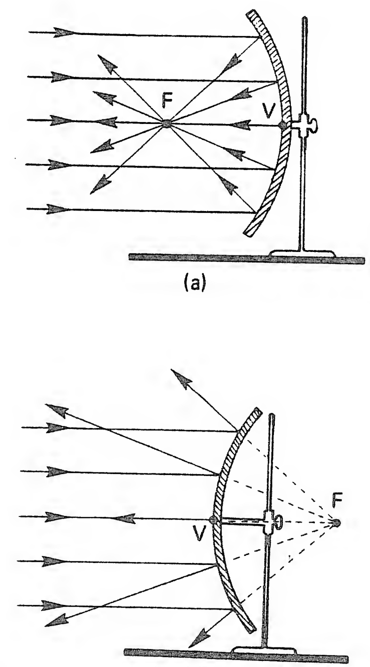
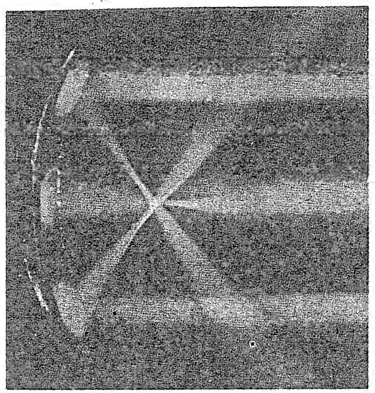


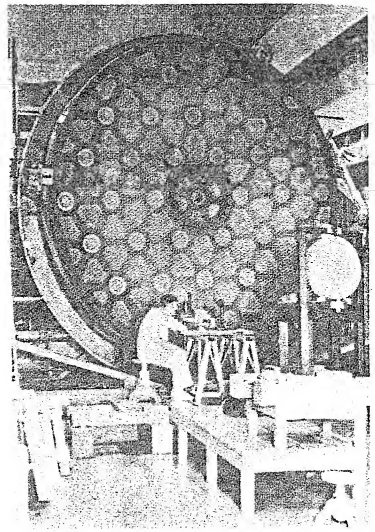
FIGURA 15-21 Foco de un espejo cóncavo (a), y de un espejo convexo (b).



Debemos notar que en el espejo cóncavo, los rayos paralelos al eje, después de reflejarse, en realidad pasan por F, y por esto, el foco del espejo cóncavo es un *foco real* (puede captarse en una pantalla). En el espejo convexo el foco es *virtual*, pues se encuentra situado en el punto de cruce de las prolongaciones de los rayos reflejados. En resumen,

un haz de rayos luminosos, al incidir en forma paralela al eje de un espejo cóncavo, se refleja y converge hacia un foco real; al incidir en un espejo convexo, divergirá después de la reflexión, como si fuese emitido de un foco virtual (Fig. 15-21).

❖ **El telescopio y el proyector de alta potencia.** Los espejos cóncavos se utilizan en algunos telescopios,* permitiéndonos observar (o fotografiar) estrellas y galaxias, incluso las que no se puedan ver a simple vista. Como los cuerpos celestes se encuentran muy alejados de la Tierra, la luz que llega hasta nosotros y que fue emitida por ellos, está constituida por rayos prácticamente paralelos.



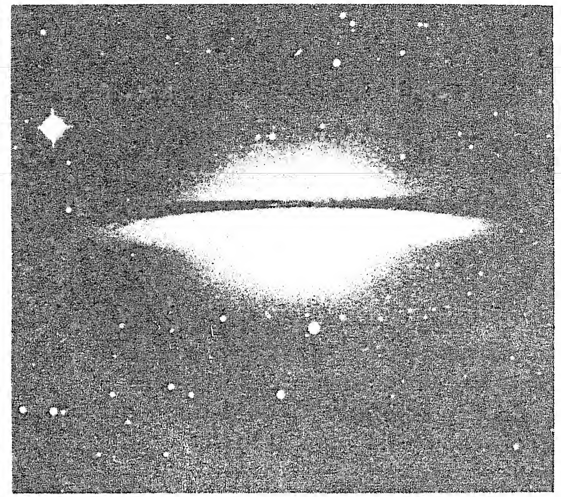
El espejo cóncavo (reflector) del telescopio Hale, en una fase de su construcción.

Esta luz, al ser recibida por el espejo cóncavo de un telescopio de reflexión, converge hacia su foco, formándose ahí una imagen real del astro que se observa. Aun cuando la intensidad de la luz estelar que llegue a la Tierra sea muy pequeña, por ejemplo, la concentración de la luz producida por el espejo cóncavo, hace posible la observación o fotografía de su imagen. Cuanto más alejado se encuentre un cuerpo luminoso celeste, la luz que recibimos de él será tanto más débil, y tanto mayor tendrá que ser, entonces, el tamaño del espejo que utilicemos para captar la luz necesaria a fin de poderlo observar. En la Figura 15-22 mostramos el telescopio Hale del Observatorio de Monte Palomar (en Estados Unidos de América), que posee el espejo cóncavo más grande del mundo. Este último, así como los espejos cóncavos de todo telescopio de reflexión, no es esférico sino parabólico, ya que con espejos de esta última forma se obtiene una mayor nitidez en las imágenes de objetos distantes.

Al inicio de este capítulo mencionamos los faros y los proyectores de luz, que son dispositivos capaces de proporcionar un haz de rayos luminosos paralelos. Esto es posible porque un

* **N. del R.** Llamados por esto, telescopios *de reflexión*, a diferencia de los que utilizan lentes en vez de espejo y que se denominan telescopios *de refracción*, estos últimos son los más conocidos y se asemejan a los catalejos o "anteojos de larga vista".

Vista del telescopio Hale de Monte Palomar.



Galaxia fotografiada con ayuda del telescopio Hale.

FIGURA 15-22 El telescopio Hale del observatorio de Monte Palomar (Estados Unidos de América) emplea un enorme espejo cóncavo de casi 5 m de diámetro. Con él se pueden fotografiar objetos celestes situados a millones de años-luz de la Tierra.

proyector, un fanal o una linterna están constituidos, básicamente, por un espejo cóncavo, en el foco del cual se coloca una fuente luminosa (Fig. 15-23). Como ya sabemos, el haz de luz que incide paralelamente al eje de un espejo cóncavo, converge en el punto focal. En un proyector de luz, ésta sigue un camino inverso, es decir, el haz divergente que sale del foco se

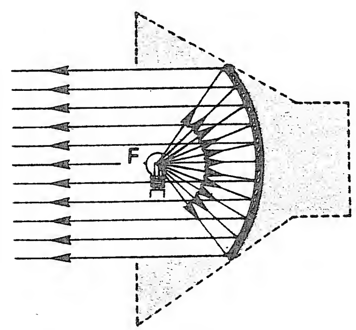


FIGURA 15-23 En un proyector de luz, la fuente debe quedar en el foco del espejo cóncavo, reflector para que el haz reflejado esté constituido por rayos paralelos.

vuelve paralelo después de ser reflejado (Fig. 15-23). El proyector de luz (o "reflector") permite una mejor iluminación de los objetos distantes, porque la luz que emite es prácticamente de rayos paralelos, y no se dispersa en varias direcciones, como sucede con la luz que emite una fuente luminosa común.

❖ **Distancia focal.** En la Figura 15-21, a y b, se indican los focos de un espejo cóncavo y de un espejo convexo. La distancia FV, entre el foco y el vértice, se denomina *distancia focal*, f, del espejo.

Vamos a tratar de obtener una relación entre la distancia focal f y el radio R de un espejo esférico. Para esto consideremos un rayo luminoso, paralelo al eje de un espejo cóncavo, que incide en éste en el punto M (Fig. 15-24). Siendo C el centro de curvatura, se sabe que CM es la normal al espejo en M. Así pues, podemos trazar el rayo reflejado, que forma con la normal un ángulo $\hat{r}$ igual al ángulo de incidencia $\hat{\imath}$. Como sabemos, el punto en el que este rayo corta al eje CV, es el foco F del

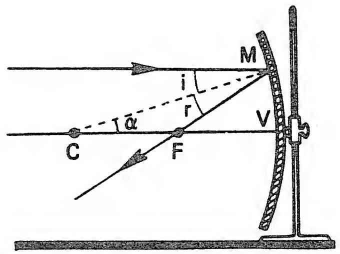


FIGURA 15-24 La distancia focal de un espejo esférico es igual a la mitad de su radio de curvatura ($f = R/2$).

espejo. El triángulo *CFM* de la Figura 15-24 es isósceles porque $\hat{r} = \hat{\alpha}$ (se tiene que $\hat{\alpha} = \hat{\imath}$ porque son ángulos alternos internos). Entonces, $CF = FM$. A partir de este momento, se supondrá que los rayos luminosos siempre inciden en el espejo en la proximidad de su vértice. En estas condiciones, podemos considerar que $FM = FV$. Entonces $CF = FV$, o sea, $FV = CF/2$. Pero *CV* es el rayo *R* del espejo, y *FV* es su distancia focal *f*. Entonces, $f = R/2$. Este resultado es válido también para un espejo convexo. Así pues, podemos destacar que:

> la distancia focal, *f*, de un espejo esférico es igual a la mitad de su radio de curvatura, *R*; es decir, $f = R/2$. En otras palabras, el foco de un espejo esférico está situado a la mitad de la distancia entre el centro y el vértice del espejo.

EJEMPLO

El reflector (o espejo cóncavo) de un faro de automóvil tiene un radio de curvatura $R = 20$ cm. ¿Cuál es la distancia entre el filamento y el vértice del espejo?

Sabemos que el filamento de un fanal (o de un proyector de luz), debe estar situado en el foco de su espejo cóncavo, para que salga del faro un haz de rayos luminosos paralelos. Entonces, la distancia del filamento de un faro o lámpara, al vértice de su espejo reflector, debe ser igual a la distancia focal, *f*, de dicho espejo. Pero, como vimos, $f = R/2$, y en nuestro caso,

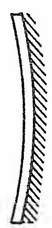
$$f = \frac{R}{2} = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$$

Así pues, el filamento de la fuente de luz debe estar a 10 cm del vértice del espejo.

EJERCICIOS

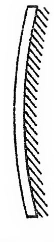
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. Varios objetos que presentan una superficie pulida pueden comportarse como espejos. Diga si cada uno de los objetos siguientes se comporta como espejo cóncavo o convexo, convergente o divergente.
    a) Superficie interna de una cuchara.
    b) Defensa de un automóvil.
    c) Esfera de árbol de navidad.
    d) Reflector del faro de un automóvil.
18. La figura de este ejercicio muestra un espejo cóncavo de radio $R = 6.0$ cm.
    a) Muestre en la figura la posición del vértice *V* del espejo.
    b) Trace el eje del espejo.
    c) Indique la posición de su centro *C*.
    d) Muestre dónde se localiza su foco *F*.

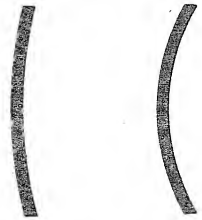


Ejercicio 18

19. Responda a las preguntas del ejercicio anterior para el espejo convexo, de radio $R = 6.0$ cm, que se muestra en la figura de este ejercicio.
20. Considere los espejos cóncavos, I y II, que se muestran en la figura de este ejercicio.
    a) ¿Para cuál de ellos es mayor el radio *R*?
    b) Entonces, ¿cuál de ellos posee una menor distancia focal?

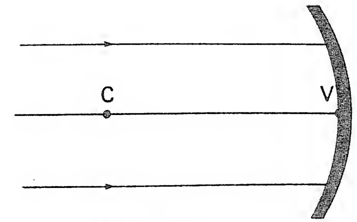


Ejercicio 19



I Ejercicio 20 II

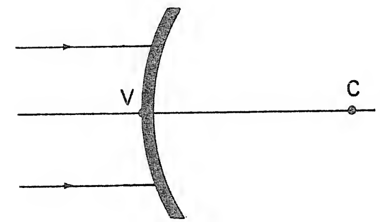
21. Suponga que el espejo cóncavo de un telescopio tiene un radio $R = 5.0$ m, y que se emplea para fotografiar una estrella determinada.
    a) ¿Cómo es el haz de rayos luminosos que proviene de la estrella y llega al telescopio?
    b) ¿A qué distancia del vértice del espejo se forma la imagen de la estrella?
    c) ¿Esta imagen es real o virtual?
22. La figura de este ejercicio muestra un espejo cóncavo, su centro *C*, y dos rayos luminosos que inciden en el espejo, en forma paralela al eje *CV*.
    a) Muestre en el dibujo dónde se localiza el foco del espejo.
    b) ¿Este foco es real o virtual?
    c) Trace en el dibujo la trayectoria de los rayos después de que son reflejados por el espejo.



Ejercicio 22

    d) Diga si el espejo es convergente o divergente.

23. Responda a las preguntas del ejercicio anterior para el espejo convexo que se muestra en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 23

24. Observando la Figura 15-20, responda:
    a) El haz de luz proveniente del objeto, luego de ser reflejado por el espejo, ¿es convergente o divergente?
    b) El haz de luz que penetra en el ojo del observador, ¿es convergente o divergente?
    c) ¿Al observador le parece que el haz que penetra en sus ojos es emitido desde qué punto?
    d) Entonces, ¿qué ve el observador en este punto?

15.5 Imagen de un objeto grande

❖ Hasta aquí hemos analizado únicamente la formación de imágenes de objetos pequeños (objetos puntiformes) en los espejos esféricos. Consideremos ahora un objeto grande (no puntiforme), como la lámpara que se muestra en la Figura 15-25, colocado frente a un espejo esférico. Para localizar la imagen de este objeto

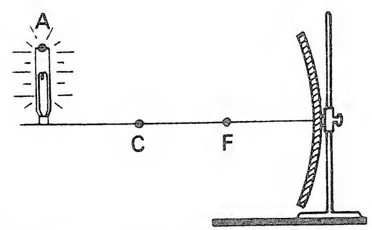


FIGURA 15-25 Un objeto grande o extenso situado frente a un espejo cóncavo.

deberíamos determinar la posición de la imagen de cada uno de sus puntos. Pero, no es difícil advertir que localizando únicamente la imagen del extremo A, será posible visualizar la imagen de todo el objeto, como vamos a mostrar en esta sección.

❖ **Rayos principales.** Podemos localizar con facilidad la posición de la imagen de un punto en los espejos esféricos mediante el empleo de determinados rayos luminosos que se conocen como *rayos principales*, los cuales describiremos a continuación:

1) Un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo, paralelamente al eje, se refleja pasando por el foco (Fig. 15-26a).

Un rayo luminoso que incide en un espejo convexo, en forma paralela a su eje, se refleja de modo que su prolongación pasa por el foco (Fig. 15-26b).

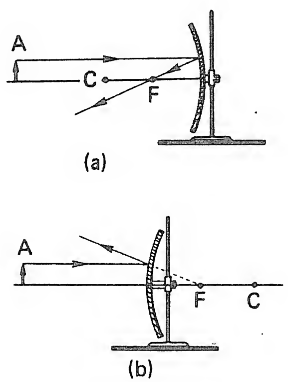


FIGURA 15-26 Reflexión de un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo y en un espejo convexo, paralelamente a los ejes de dichos espejos.

2) Un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo pasando por su foco, se refleja en forma paralela al eje del espejo (Fig. 15-27a).

Un rayo luminoso que incide en un espejo convexo de manera que su dirección pasa por el foco, se refleja paralelamente al eje de dicho espejo (Fig. 15-27b).

3) Un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo pasando por el centro de curvatura, se

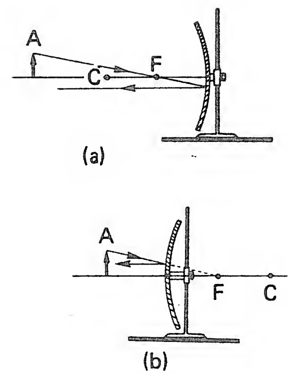


FIGURA 15-27 Reflexión de un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo y en un espejo convexo, de modo que su dirección pasa por el foco de estos espejos.

refleja sobre sí mismo (este rayo incide perpendicularmente al espejo; Fig. 15-28a).

Un rayo luminoso que incide en un espejo convexo de manera que su dirección pase por el centro de curvatura del espejo, se refleja sobre sí mismo (Fig. 15-28b).

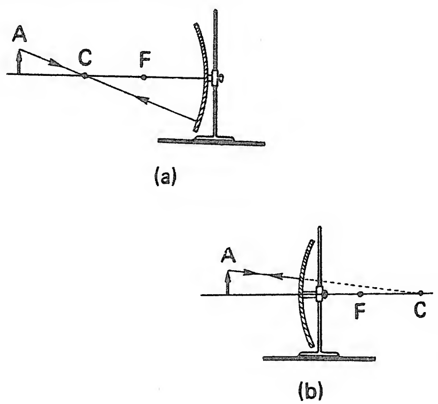


FIGURA 15-28 Reflexión de un rayo luminoso que incide en un espejo cóncavo y en un espejo convexo, de modo que su dirección pasa por el centro de curvatura de dichos espejos.

A partir de este momento siempre que queramos localizar la posición de la imagen de un punto (situado fuera del eje del espejo), usaremos únicamente dos rayos principales emitidos

por el punto. En los ejemplos siguientes mostraremos el uso de este método para localizar la imagen de un punto del extremo de un objeto grande o extenso. Como ya dijimos, la localización de la imagen de este punto permitirá visualizar la imagen de todo el objeto.

EJEMPLO 1

El objeto AB de la Figura 15-29 se encuentra frente a un espejo cóncavo, a una distancia mayor que la de su radio. Localice la imagen de este objeto.

Como las posiciones del centro C y del foco F se proporcionan en la Figura 15-29, podemos localizar la posición de la imagen del punto A empleando dos rayos principales. Observemos que en la Figura 15-29 se trazan a partir de A un rayo paralelo al eje del espejo, el cual se refleja pasando por el foco, y otro que pasa por el foco y se refleja paralelamente al eje del espejo. Los rayos reflejados se cortan en A', y en este punto, por tanto, se localiza la imagen (real) de A. Como el objeto AB es perpendicular al eje del espejo, su imagen también lo será, de manera que la imagen de B estará en B' (sobre el eje), y quedará determinada así la imagen $A'B'$, como se observa en la Figura 15-29. Observemos que en este caso la imagen del objeto AB proporcionada por el espejo cóncavo, es real, menor que el objeto, e invertida en relación con él.

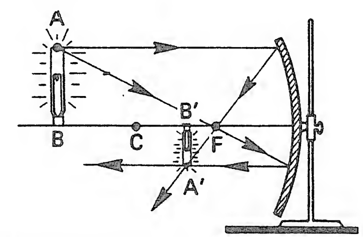


FIGURA 15-29 Para el Ejemplo 1.

EJEMPLO 2

Suponga que el objeto AB del ejemplo anterior se colocara entre el foco y el vértice del mismo espejo, como muestra la Figura 15-30. Localice la imagen del objeto.

Para localizar la imagen del punto A emplearemos los mismos rayos principales que se usaron en el ejemplo anterior. El rayo que parte de A paralelamente al eje, se refleja pasando por el foco. El segundo rayo que parte de A e incide en el espejo, tiene una dirección que pasa por el foco, como muestra la Figura 15-30. De manera que es como si hubiese sido emitido desde el foco, y por tanto, se reflejará en forma paralela al eje del espejo. Observemos ahora que los rayos reflejados no se cortan (la imagen de A *no* será real). Pero, las prolongaciones de esos rayos reflejados se cortan en A', que será así la imagen virtual de A. Al trazar una perpendicular desde A' al eje, determinamos la imagen B' del punto B, y así habremos localizado la imagen $A'B'$ del objeto AB. Por la Figura 15-30 vemos que en este caso el espejo cóncavo proporciona una imagen virtual, mayor que el objeto, y derecha, es decir no invertida en relación con el objeto.

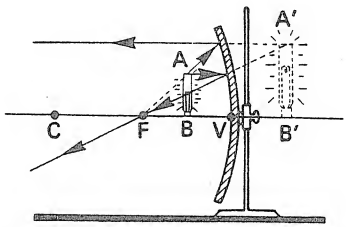


FIGURA 15-30 Para el Ejemplo 2.

EJEMPLO 3

Consideremos un objeto AB que se halla delante de un espejo convexo, como se observa en la Figura 15-31. ¿Cómo será su imagen?

Tracemos desde el punto A dos rayos principales: uno paralelo al eje, que se refleja de modo que su prolongación pasa por el foco; y otro que incide en el espejo de manera que su dirección pase por el punto focal, y que se refleja paralelamente al eje. Por la Figura 15-31 vemos que también en este caso, los rayos reflejados no se cortan, pero sus prolongaciones sí lo hacen en A'.

Es fácil observar, entonces, que en $A'B'$ tenemos la imagen del objeto AB. Esta imagen es virtual, menor que el objeto y además derecha.

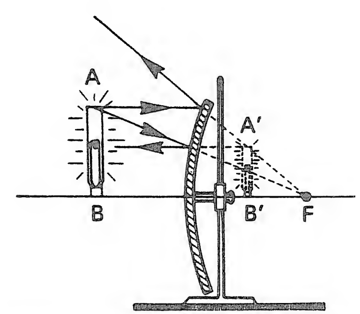


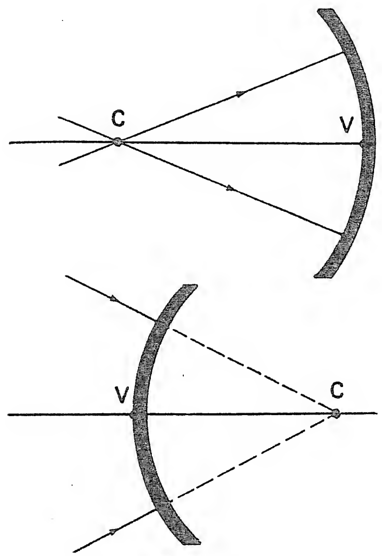
FIGURA 15-31 Para el Ejemplo 3.

EJERCICIOS

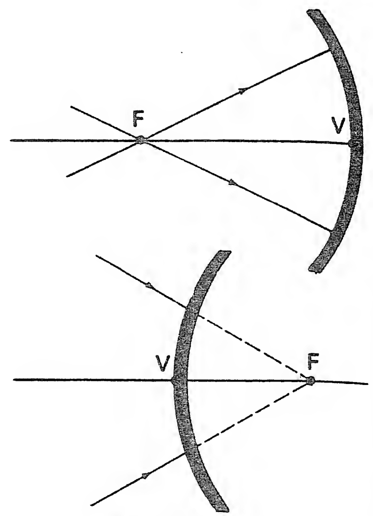
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

25. La figura de este ejercicio muestra dos espejos, uno cóncavo y el otro convexo. El centro de curvatura de cada espejo está en *C*, y el punto *V* es su vértice.

a) ¿Cuál es el valor del ángulo de incidencia para cada uno de los rayos luminosos que se muestran?



Ejercicio 25

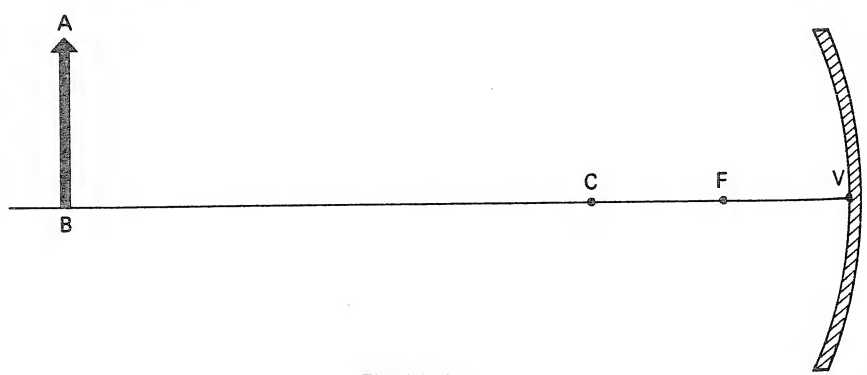


Ejercicio 26

b) Indique en la figura la trayectoria de cada uno de esos rayos después de reflejarse en los espejos.

26. Considere los espejos esféricos que se muestran en la figura de este ejercicio. Los puntos *F* y *V* indican, respectivamente, el foco y el vértice de cada espejo. Trace en la figura los rayos reflejados que corresponden a cada uno de los rayos incidentes que se muestran.

27. *a)* Orientándose por los ejemplos resueltos en esta sección, haga un diagrama para localizar la imagen del objeto *AB* colocado frente a un espejo cóncavo, en la posición que se muestra en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 27

b) Acerque al espejo el objeto *AB* de la cuestión anterior, y colóquelo entre el centro y el foco. Haga un nuevo diagrama para localizar la imagen del objeto en esta nueva posición.

28. Para resolver este ejercicio, observe los diagramas que trazó en el ejercicio anterior. Cuando aproximamos al foco de un espejo cóncavo un objeto que se hallaba alejado del mismo, la imagen de dicho objeto:

a) ¿Permanece siempre real?

b) ¿Se aleja del espejo, se aproxima a él o queda en la misma posición?

c) ¿Aumenta, disminuye o permanece del mismo tamaño?

d) ¿Es siempre invertida en relación con el objeto?

29. Suponga que el objeto *AB* del Ejercicio 27 se coloca en el foco *F* del espejo. En estas condiciones no se formará una imagen del objeto. ¿Por qué?

30. Considerando de nuevo el objeto *AB* del Ejercicio 27, suponga ahora que se coloca entre el foco y el vértice del espejo. Trace un diagrama para localizar la imagen del objeto en esta situación y responda:

a) ¿La imagen obtenida es real o virtual?

b) ¿Es mayor, menor o del mismo tamaño que el objeto?

c) ¿Es derecha o invertida?

d) Localice la figura de esta sección, cuyo diagrama corresponde al caso de este ejercicio.

15.6 Ecuación de los espejos esféricos

❖ **Aumento producido por los espejos.** En los ejemplos de la sección anterior vimos que la imagen de un objeto puede ser mayor o menor que él, dependiendo de la posición del mismo, así como del tipo de espejo que produjo la imagen.

La relación entre el tamaño de la imagen, $A'B'$, y el tamaño del objeto, AB, se denomina *aumento* o *ampliación* del espejo, es decir,

$$\text{Aumento} = \frac{\text{tamaño de la imagen}}{\text{tamaño del objeto}} = \frac{A'B'}{AB}$$

Evidentemente, un aumento menor que 1 indica que la imagen es menor que el objeto, y por tanto, que hay *reducción* en vez de ampliación.

Para obtener un modo de calcular este aumento, vamos a analizar la Figura 15-32. En esta figura, la imagen $A'B'$ del objeto AB, se localizó mediante el empleo del rayo principal que pasa por el centro, y que por tanto se refleja sobre sí mismo, y el rayo AV que incide en el vértice del espejo y se refleja de manera que $\hat{\imath} = \hat{r}$. En consecuencia, los triángulos rectángulos ABV y $A'B'V$ son semejantes y podemos escribir

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'V}{BV}$$

Pero $B'V$ es la distancia de la imagen al espejo, la cual designaremos por D_i, y BV es la distancia del objeto al espejo, que vamos a designar por D_o. Entonces,

$$\boxed{\frac{A'B'}{AB} = \frac{D_i}{D_o}}$$

Así pues, el aumento producido por un espejo se puede obtener dividiendo la distancia de la imagen al espejo, entre la distancia del objeto al espejo. Este proceso sirve para calcular el aumento tanto en un espejo cóncavo, como en uno convexo.

❖ **La ecuación de los espejos esféricos.** Analizando otra vez la Figura 15-32, podremos obtener una ecuación muy importante que relaciona D_o, D_i y la distancia focal, f, del espejo. Los triángulos rectángulos ABC y $A'B'C$ son semejantes, pues los ángulos opuestos por el vértice en C, son iguales. Así que

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C}{BC}$$

Pero por la Figura 15-32, vemos que

$$B'C = CV - B'V = R - D_i = 2f - D_i$$
$$BC = BV - CV = D_o - R = D_o - 2f$$

Recordando que $A'B'/AB = D_i / D_o$,

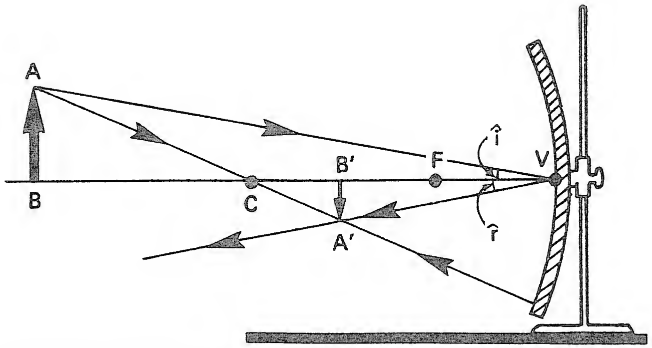


FIGURA 15-32 En esta figura, el triángulo *ABV* es semejante al triángulo *A'B'V* y el triángulo *ABC* es semejante al triángulo *A'B'C*.

$$\frac{D_i}{D_o} = \frac{2f - D_i}{D_o - 2f}$$

donde

$$D_iD_o - 2fD_i = 2fD_o - D_iD_o$$

o bien,

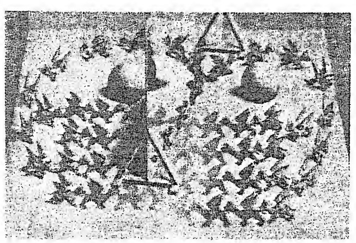
$$2D_iD = 2f\,D_i + 2f\,D_o$$

Al dividir todos los términos de esta igualdad entre $2f\,D_iD_o$ obtenemos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i}$$

Esta relación se denomina *ecuación de los espejos esféricos*, y permite calcular a qué distancia del espejo se formará la imagen, cuando conocemos la distancia focal del espejo y la distancia que hay del objeto hasta él.

❖ **Convención de signos.** La ecuación anterior se dedujo para el caso que se muestra en la Figura 15-32, es decir, un espejo cóncavo que forma una imagen real de un objeto. Pero,



Espejo mágico. (Litografía por M.C. Escher, 1946.)

también se podrá emplear cuando la imagen sea virtual, o cuando el espejo sea convexo, siempre que se aplique la siguiente convención de signos para las distancias D_o, D_i y f:

1) la distancia D_o siempre es positiva

2) la distancia D_i será positiva si la imagen es real y negativa si es virtual

3) la distancia focal será positiva cuando el espejo sea cóncavo (foco real), y negativa cuando sea convexo (foco virtual).

En resumen, podemos destacar que

> la imagen de un objeto colocado a una distancia D_o de un espejo esférico con distancia focal f, se forma a una distancia D_i del espejo, de modo que
>
> $$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i}$$
>
> En esta ecuación, D_o siempre es positiva, f es positiva para el espejo cóncavo y negativa para el convexo, y D_i es positiva para una imagen real y negativa para una imagen virtual.

EJEMPLO

Un objeto se sitúa a 10 cm del vértice de un espejo cóncavo, cuya distancia focal es de 20 cm.

a) ¿A qué distancia del espejo se formará la imagen del objeto?

La ecuación $1/f = 1/D_o + 1/D_i$ nos permitirá calcular el valor de D_i, pues conocemos los valores de D_o y f. Como ya se sabe, D_o siempre es positiva, es decir $D_o = 10$ cm, y como se trata de un espejo cóncavo, f también es positiva, o sea, $f = 20$ cm. Entonces,

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{D_i} \quad \text{donde} \quad \frac{1}{D_i} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10}$$

o bien,

$$\frac{1}{D_i} = -\frac{1}{20}$$

donde

$$D_i = -20 \text{ cm}$$

Como para D_i encontramos un valor negativo, concluimos que la imagen es virtual, y por tanto no es invertida, y está localizada 20 cm atrás del espejo.

b) Muestre en un diagrama la formación de la imagen del objeto.

La situación descrita en el enunciado corresponde al diagrama de la Figura 15-30. Observemos que el diagrama confirma los resultados que encontramos algebraicamente: la imagen es virtual, derecha, y está situada atrás del espejo. En problemas como éste el trazo del diagrama de formación de la imagen nos ayuda a visualizar la solución algebraica, y por ello recomendamos que se haga siempre.

c) ¿Cuál es el aumento producido por el espejo?

Como vimos, la ampliación o aumento está dada por

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D_i}{D_o}$$

entonces

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{20}{10} \quad \text{o bien,} \quad \frac{A'B'}{AB} = 2$$

Este resultado significa que la imagen es dos veces mayor que el objeto, como se puede confirmar mediante la Figura 15-30. (Observe que para calcular el aumento no es necesario considerar el signo de D_i.)

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

31. Suponga que en la figura del Ejercicio 27 la distancia focal del espejo cóncavo es $f = 10$ cm, y que el objeto se encuentra situado a una distancia $D_o = 60$ cm del vértice del espejo.
   a) Mediante la ecuación de los espejos esféricos determine la distancia D_i de la imagen al espejo.
   b) Teniendo en cuenta el resultado obtenido en la pregunta anterior, ¿concluye usted que la imagen es real o virtual?
   c) Calcule el aumento proporcionado por el espejo. ¿Qué significa este resultado?
   d) Los resultados que obtuvo en este ejercicio, ¿concuerdan con el diagrama trazado en el Ejercicio 27a?

32. Responda a las preguntas (a), (b) y (c) del ejercicio anterior, suponiendo ahora que el objeto se colocó a la distancia $D_o = 15$ cm del vértice del mismo espejo. Verifique si sus respuestas concuerdan cualitativamente con el diagrama que trazó en el Ejercicio 27b.

33. Frente a un espejo cóncavo de distancia focal f, se coloca un objeto exactamente en el centro de curvatura, *C*, del espejo (es decir, $D_o = 2f$).
   a) Usando la ecuación de los espejos esféricos, determine el valor de D_i en función de f.
   b) Entonces, ¿en qué posición se localiza la imagen?
   c) ¿La imagen es real o virtual?
   d) ¿Cuál es, en este caso el valor del aumento? ¿qué significa este resultado?

34. *a)* Trace el diagrama para obtener la imagen en la situación que se menciona en el ejercicio anterior, y compruebe si concuerda con las respuestas que obtuvo.
   b) ¿La imagen obtenida es derecha o invertida?

35. Un objeto se sitúa a una distancia de 36 cm del vértice de un espejo convexo, cuya distancia focal vale 12 cm.
   a) Usando la ecuación de los espejos esféricos (recuerde la convención de signos), determine D_i.
   b) Tomando en cuenta el resultado de la pregunta anterior, ¿concluye usted que la imagen es real o virtual?
   c) Calcule el aumento proporcionado por el espejo.

d) Entonces, si el tamaño del objeto es $AB = 4$ cm, ¿cuál es el tamaño, $A'B'$, de la imagen?

36. Trace el diagrama de formación de la imagen en la situación correspondiente al ejercicio anterior. Vea si concuerda con los resultados que obtuvo.

15.7 Un tema especial (para aprender más)

La velocidad de la luz

❖ **Galileo intentó medir la velocidad de la luz.** Todavía a mediados del siglo XVII se creía, en general, que la velocidad de la luz era infinita; es decir que se transmitía instantáneamente de un punto a otro. Esta creencia fue duramente criticada por Galileo, quien juzgaba falsos los argumentos presentados por los defensores de esa idea.

Al tratar de obtener elementos para esclarecer el problema, Galileo realizó varios experimentos, tratando de obtener el valor de la velocidad de la luz. Básicamente, su procedimiento consistía en colocarse él y un ayudante en dos colinas que se hallaban a casi 2 km de distancia, sosteniendo cada cual un farol o linterna (Fig. 15-33). Galileo descubría el farol que llevaba cubierto, y su ayudante, al percibir la luz emitida por esa fuente, descubría a su vez la suya. Entonces, Galileo determinaba el intervalo de tiempo transcurrido entre el momento en que descubrió su farol, y el instante en que percibió la luz proveniente del de su ayudante. En otras palabras, Galileo trataba de medir el tiempo que la luz tardó en efectuar el recorrido de ida y vuelta entre ambas colinas. Obviamente, si se conociera este tiempo y la distancia entre ambos montículos, podría determinarse el valor de la velocidad de la luz.

A pesar de que, en principio, el método empleado por Galileo era correcto, no tuvo éxito en su experimento. Como sabemos en la actualidad, la velocidad de la luz es muy grande ($c = 300\ 000$ km/s), y así, en el experimento de Galileo la luz tardaba casi 10^{-5} s para efectuar el recorrido de ida y vuelta entre uno y otro cerro. Este tiempo, sumamente pequeño, era imposible de medirse con los instrumentos de que disponía el sabio, y esta fue la causa del fracaso de su experimento.

❖ **La velocidad de la luz no es infinita.** La primera evidencia de que la luz no se propaga en forma instantánea se obtuvo mediante las observaciones del astrónomo danés, Ole Roemer (o Romer), algunos años después de la muerte de Galileo.

Roemer, al observar el movimiento de uno de los satélites de Júpiter alrededor de este planeta, halló que se ocultaba periódicamente detrás de él; es decir, el planeta eclipsaba al satélite. Entonces midió el intervalo de tiempo entre dos eclipses sucesivos, y encontró que era de 42.5 h. Suponga que cuando la Tierra se hallaba en la posición *A* de la Figura 15-34 (más cerca de Júpiter), Roemer determinase la hora exacta en que se produjo uno de esos eclipses. Sabiendo que el eclipse siguiente se produciría 42.5 h más tarde, y así sucesivamente, elaboró una tabla de horarios para los eclipses que ocurrirían durante todo un año.

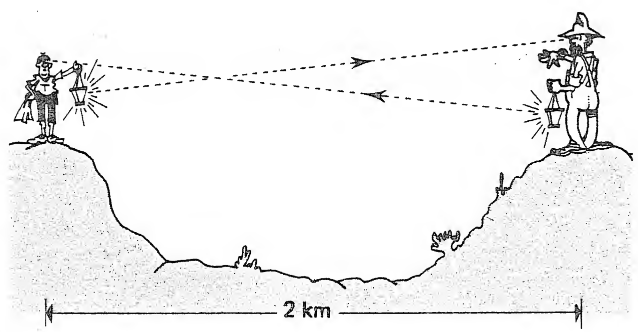


FIGURA 15-33 Galileo trató de medir el valor de la velocidad de la luz, pero no tuvo éxito.

Ole Roemer (1644-1710). Astrónomo danés que se hizo famoso por sus observaciones de los eclipses de uno de los satélites de Júpiter con las cuales fue posible concluir que la velocidad de la luz no es infinita. Tales observaciones fueron realizadas durante el tiempo en que Roemer trabajó en el Observatorio Real de París, donde vivió por 9 años. Al volver a Dinamarca, además de continuar sus actividades en el campo de la astronomía, desempeñó algunos cargos públicos, llegando al de prefecto de Copenhague.

Seis meses más tarde, cuando la Tierra se encontraba en la posición *B* de la Figura 15-34 (más lejos de Júpiter), Roemer halló, con sorpresa, que los eclipses no se producían según los horarios que había previsto. Cada uno de estos fenómenos ocurría varios minutos después de la hora indicada en su tabla. Roemer interpretó correctamente el motivo del retraso de la siguiente manera: en seis meses mientras la Tierra pasa de la posición *A* a la posición *B*, Júpiter se desplaza muy poco, permaneciendo prácticamente en la misma posición de su órbita. Luego entonces, la luz proveniente de su satélite tiene que recorrer cierta distancia para llegar a la Tierra en la posición *A*, más una distancia adicional, *AB*, para llegar a nuestro planeta en la posición *B* (Fig. 15-34). De manera que el retardo observado en los eclipses es igual al tiempo que la luz tarda en recorrer la distancia correspondiente al diámetro orbital de la Tierra (distancia *AB*).

Conociendo este tiempo y el valor del diámetro de la órbita terrestre, fue posible, ya en el siglo XVII, determinar un valor para la velocidad de la luz, encontrando $c = 200\ 000$ km/s. Este valor difiere mucho del que conocemos en la actualidad. Pero las observaciones de Roemer tuvieron el mérito de hacer notar que la velocidad de la luz, no obstante ser muy grande, no es infinita.

❖ **La experiencia del físico francés L. Fizeau.** En el siglo XIX, el físico francés Louis Fizeau consiguió medir la velocidad de la luz con bastante precisión, al hacer que un haz luminoso recorriera una distancia relativamente pequeña (casi 16 km) sobre la superficie de la

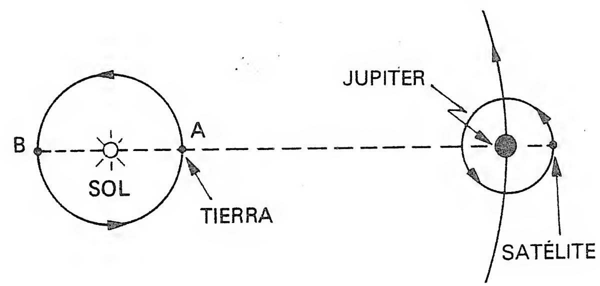
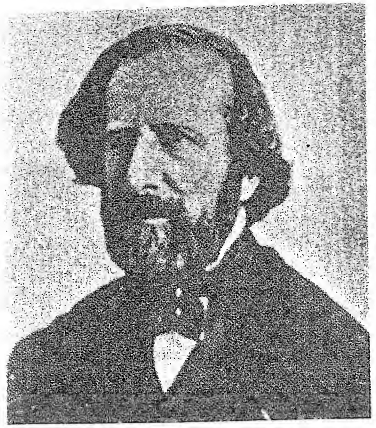


FIGURA 15-34 La luz que proviene del satélite de Júpiter tarda más en llegar a la Tierra cuando se encuentra en la posición *B*, que cuando se halla en la posición *A*.



Louis Fizeau (1819-1896). Físico francés, cuyo trabajo más notable constituyó el determinar, con muy buena precisión, el valor de la velocidad de la luz, realizando experimentos en la superficie de la Tierra (no astronómicas). Escribió diversas obras sobre el calor y la luz, y fue el primero en interpretar correctamente el efecto Doppler, que se observa con la luz que proviene de las estrellas. En 1860 se convirtió en miembro de la Academia Francesa de Ciencias, y fue nombrado en 1863, profesor de Física en la Escuela Politécnica de París.

Tierra. Para esto, empleó el dispositivo que se ilustra en la Figura 15-35, el cual le permitió medir el intervalo de tiempo muy pequeño que la luz tardó en recorrer esa distancia.

Fizeau hizo incidir un haz de luz sobre una lámina de vidrio *E* (Fig. 15-35), en la cual podía reflejarse parcialmente, siendo dirigido hacia un espejo distante *M*, después de pasar por el espacio *A* entre cada dos dientes de una rueda dentada en rotación. La velocidad de esta rueda se ajustaba de manera que el haz luminoso, luego de reflejarse en *M*, regresara a la rueda dentada, pasando exactamente por el espacio *B* (consecutivo de *A* y que ocupaba en este instante la posición donde antes estaba *A*), siendo entonces percibido por el observador *O*. Así pues, el tiempo que la luz tardaba en efectuar el recorrido de ida y vuelta entre la rueda y el espejo *M*, era igual al tiempo, *t*, que la rueda tardaba en girar un ángulo correspondiente a la distancia entre dos espacios consecutivos (arco *AB*).

Conociendo el número de vueltas que la rueda efectuaba por segundo, así como el número de dientes que tenía, Fizeau obtuvo el valor de *t*. Como se conocía la distancia *d* entre la rueda y el espejo *M*, fue posible obtener el valor de la velocidad de la luz por la relación $c = 2d/t$. En 1849, Fizeau divulgó los resultados de sus experimentos, y dio el valor $c = 3.13 \times 10^8$ m/s.

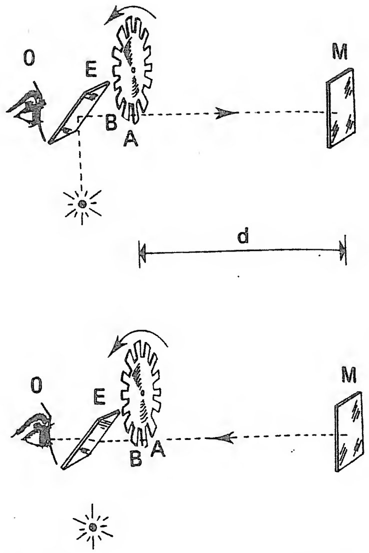


FIGURA 15-35 Esquema del dispositivo empleado por Fizeau para medir la velocidad de la luz.

❖ **Los trabajos de Foucault y Michelson.** Otro científico francés, Leon Foucault, perfeccionó sustancialmente el método empleado por Fizeau, al sustituir la rueda dentada por un sistema de espejos en rotación. Con este proceso, logró efectuar mediciones más precisas que las realizadas por Fizeau. En 1862 Foucault halló para la velocidad de la luz el valor $c = 2.98 \times 10^8$ m/s, muy cercano al valor aceptado ahora.

Otro resultado muy importante fue obtenido por Foucault; usando su método de los espejos giratorios consiguió medir la velocidad de la luz haciéndola recorrer distancias mucho menores que las que empleó Fizeau. De esta manera fue posible por vez primera, medir el valor de la velocidad de la luz en un medio material. Foucault, haciendo que un haz luminoso se propagase en el agua, encontró que la luz se desplaza en este líquido con una velocidad $v = 2.23 \times 10^8$ m/s, valor éste, inferior a *c*. Este resultado causó un enorme impacto en la época, pues muchos científicos (partidarios de las ideas sobre la naturaleza de la luz que Newton propuso muchos años antes), creían que la luz se propagaba en los medios materiales con una velocidad mayor que en el vacío.

Leon Foucault (1819-1868). Científico francés que, habiendo estudiado inicialmente para médico, terminó convirtiéndose en un físico experimental de gran habilidad. Trabajó con Fizeau, desarrollando técnicas de gran precisión para medir la velocidad de la luz. Uno de sus trabajos más conocidos es el que realizó con un péndulo en el Panteón de París, demostrando experimentalmente así la rotación de la Tierra alrededor de su eje (péndulo de Foucault). Por este trabajo recibió un premio de la Real Academia de Ciencias de Londres, y fue designado físico del Observatorio Imperial de París.

Después de los trabajos de Foucault, varios científicos de diversos países, utilizando otras técnicas de medición, se entregaron a la tarea de determinar la velocidad de la luz, tratando de obtener valores cada vez más precisos. Entre ellos debemos destacar al científico estadunidense Albert Michelson, que durante casi 50 años, realizó los experimentos más cuidadosos destinados a tal fin. El resultado de las últimas medidas obtenidas por Michelson, $c = 2.9977 \times 10^8$ m/s, publicado en 1932, muestra la gran precisión que alcanzó en sus experimentos.

Gracias a la amplitud de estos trabajos, la velocidad de la luz es una de las cantidades que se conoce con mayor precisión en el campo de la Física. Analizando cuidadosamente los cálculos de los innumerables científicos que se dedicaron a medir esta magnitud, los físicos llegaron a la conclusión de que actualmente el valor más preciso de la velocidad de la luz es:

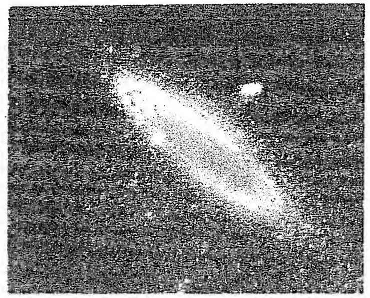
Albert Michelson (1852-1931). Se graduó en física en la Academia Naval de los Estados Unidos en 1873, fue profesor de Ciencias de 1875 a 1879. Durante los dos años siguientes se especializó en Europa, en métodos de medición óptica de alta precisión, con el fin de obtener medidas rigurosas de la velocidad de la luz. Los experimentos que realizó, junto con su colega E. Morley, además de proporcionar valores altamente precisos de la velocidad de la luz, sirvieron de base para el establecimiento de la Teoría de la Relatividad propuesta por Einstein en 1905. Recibió el Premio Nobel de Física en 1907.

$$c = 2.997925 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Estas cifras se proporcionan sólo a título de ilustración, y no debemos preocuparnos por memorizarlas. Pero en la mayoría de los casos en los cuales tenga que intervenir el valor de la velocidad de la luz, basta considerar $c = 3.00 \times 10^8$ m/s.

❖ **Las enormes dimensiones del Universo.** La velocidad de la luz se emplea en la definición de una unidad de longitud que se denomina año-luz, la cual se emplea mucho para medir distancias astronómicas. El valor de 1 año-luz se define como la distancia que recorre la luz, en el vacío, en 1 año (¡esta distancia vale casi 10^{13} km!).

Para que tenga una idea de las enormes dimensiones del Universo conocido por el hombre, presentamos a continuación algunos ejemplos de distancias entre cuerpos celestes, las cuales expresamos en años-luz y trataremos de interpretar su significado.



Nebulosa de Andrómeda, la galaxia más cercana a la Tierra.

De acuerdo con esto, la distancia que nos separa de la estrella más cercana (Alfa del Centauro) es de 4.2 años-luz. Esto significa que la luz enviada por esta estrella tarda 4.2 años en llegar a la Tierra. En otras palabras, cuando observamos esta estrella, en realidad estamos viendo cómo era hace 4.2 años antes de ahora. Entonces, si una nave espacial partiese de la Tierra en dirección a Alfa del Centauro (o Alpha Centauri), y pudiese desarrollar una velocidad igual a la de la luz (la máxima que según la Teoría de la Relatividad puede alcanzar un ente físico), llegaría a su destino luego de haber viajado durante más de 4 años. (A título de comparación diremos que la luz del Sol sólo tarda casi 8 min en llegar a la Tierra.)

Los astrónomos han hallado que las estrellas se encuentran agrupadas en el espacio en enormes aglomeraciones, denominadas *galaxias*, constituidas cada una por billones y billones de estrellas. Nuestro sistema solar, por ejemplo, pertenece a una galaxia (o nebulosa) denominada Vía Láctea (*véase* Figura 15-36), cuyo diámetro es de unos 100 000 años-luz. El Sol está situado a 30 000 años luz del centro de la Vía Láctea.

El número de galaxias ya observadas en el Universo es muy grande. Entre ellas, la más próxima a la Vía Láctea es la galaxia (o nebulosa) de Andrómeda, que se encuentra a una distancia de 2 millones de años-luz (Fig. 15-36). Por tanto, cuando se produce una explosión en alguna estrella de esta galaxia, no será sino hasta después de 2 millones de años de ocurrida, que se pueda percibir este hecho aquí en la Tierra.

Otras galaxias se encuentran mucho más alejadas de nosotros, pues se han detectado ya cuerpos celestes a distancias de centenares de millones de años luz.

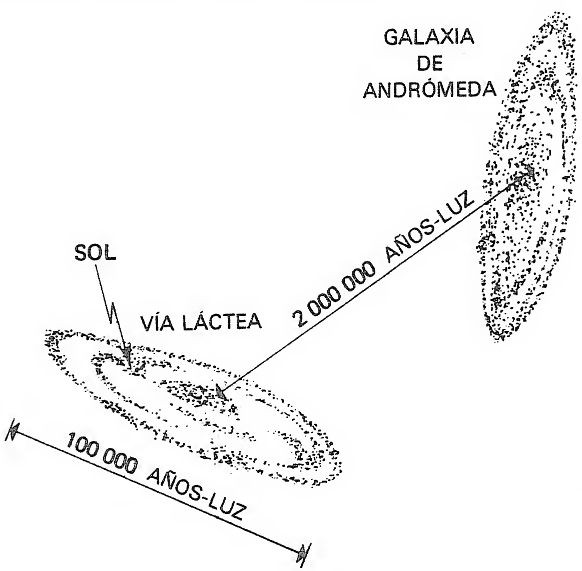


FIGURA 15-36 La galaxia más cercana a nosotros se localiza a una distancia de 2 millones de años-luz; es decir, la luz emitida por dicha galaxia tarda 2 millones de años en llegar a la Tierra.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

37. *a)* Calcule, con dos guarismos significativos, el valor del intervalo que Galileo intentó medir en el experimento mostrado en la Figura 15-33 (presente su respuesta en microsegundos = μs.)

b) El menor intervalo que los científicos ya lograron medir es del orden de 10^{-23} s, que corresponde al tiempo que la luz necesita para recorrer el diámetro del protón. Calcule el orden de magnitud de este diámetro.

38. Como vimos, Roemer observó que cuando la Tierra cambiaba de la posición *A* a la *B*, presentadas en la Figura 15-34, había un atraso de varios minutos en la observación de un eclipse de un satélite de Júpiter.

a) Ese atraso ¿se debía al tiempo que la luz necesita para recorrer el diámetro del Sol, de la Tierra, o de la órbita de la Tierra?

b) Consulte la tabla que está al final de este libro y recuerde que $c = 3.00 \times 10^8$ m/s, ahora determine, en minutos, el valor de este atraso.

39. Suponga que, en el experimento de Fizeau, representado en la Figura 15-35, la distancia entre la rueda dentada y el espejo *M* fuera $d = 9.0$ km. Considerando que la rueda tuviera 500 dientes, muy cercanos uno de otros y que su rotación hubiera sido ajustada de la manera descrita en el texto, determine:

a) El tiempo, que cada diente necesitaría para pasar delante del ojo del observador.

b) El periodo del movimiento de la rueda.

c) El número de rotaciones por minuto (rpm) efectuadas por la rueda.

40. Calcule la diferencia porcentual entre el valor obtenido por Fizeau para la velocidad de la luz y el valor $c = 3.00 \times 10^8$ m/s, obtenido en mediciones más precisas realizadas posteriormente.

41. *a)* Foucault encontró para la velocidad de la luz en el agua, un valor ¿mayor, menor o igual a *c*?

b) ¿Por qué este resultado causó un gran impacto entre los físicos de la época?

42. Los experimentos de Michelson, además de proporcionar un valor muy cercano a *c*, están relacionados con un hecho importante para el avance de la Física. ¿Cuál es este hecho? (*Véase* biografía de Michelson en esta sección.)

43. Se pueden definir, de manera semejante al año luz, otras unidades de distancia tales como: 1 hora-luz, 1 minuto-luz, etcétera.

a) ¿Cuál es, en minutos-luz, la distancia de la Tierra al Sol?

b) Si se sabe que la distancia de Neptuno al Sol es de 30 ua, exprese esa distancia en horas-luz (1 ua = 1 unidad astronómica = a la distancia de la Tierra al Sol).

c) ¿Cuánto tiempo necesita la luz del Sol para llegar a Neptuno?

44. El radio de la órbita de Júpiter, en torno al Sol, es de 5.2 ua. Considere Júpiter al pasar por su posición más próxima de la Tierra. En estas condiciones:

a) ¿Cuál es, en minutos-luz, la distancia entre la Tierra y Júpiter?

b) Si ocurriera una explosión luminosa en Júpiter, ¿después de cuánto tiempo se percibirá en la Tierra?

45. La galaxia Andrómeda se localiza a dos millones de años-luz de la Tierra. Todas las alternativas presentan conclusiones correctas a partir de esa información, *excepto*:

a) La edad de la galaxia Andrómeda es de 2 millones de años.

b) La luz necesita 2 millones de años para recorrer la distancia entre Andrómeda y la Tierra.

c) Un cohete que partiera de la Tierra necesitaría más de dos millones de años para llegar a Andrómeda.

d) Una explosión que ocurre hoy, en Andrómeda, solamente se percibirá, en la Tierra, de aquí a 2 millones de años.

e) Una foto de Andrómeda, hoy, proporcionaría información acerca de cómo era la galaxia hace dos millones de años.

46. Los "cuasares", objetos astronómicos semejantes a estrellas, son los cuerpos celestes más distantes observados hasta ahora. El orden de magnitud de la distancia de la Tierra a un cuasar es de 10^{26} m.

a) ¿Cuál es, en años luz, el orden de magnitud de esa distancia? (El orden de magnitud de 1 año-luz, en km, se indicó en el texto.)

b) Escriba con sus propias palabras el orden de magnitud del tiempo que la luz de un cuasar necesita para llegar a la Tierra.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) Recordando la propagación rectilínea de la luz, trace un dibujo que muestre cómo podemos localizar sobre una pantalla, la sombra de un objeto opaco iluminado por una pequeña fuente de luz.

b) ¿Qué entiende usted por "rayo luminoso"?

c) Trace los haces luminosos constituidos por:

1. Rayos divergentes
2. Rayos convergentes
3. Rayos paralelos

d) En el texto se citaron dos formas para la obtención de un haz de rayos paralelos. ¿Cuáles son?

e) Explique en qué consiste la "independencia de propagación de los rayos luminosos".

2. *a*) ¿Cuál es el valor de la velocidad de propagación de la luz en el vacío?

b) La velocidad de propagación de la luz en un medio material cualquiera, ¿es mayor, menor o igual a su velocidad en el vacío?

3. *a*) Explique con sus propias palabras qué es la "reflexión de la luz".

b) ¿Cuándo decimos que la reflexión es *especular*? Dé ejemplos.

c) ¿Qué es la *difusión* de la luz? Dé ejemplos.

4. Enuncie las dos leyes de la reflexión. Haga un dibujo para ilustrar su respuesta.

5. *a*) Un objeto pequeño se encuentra frente a un espejo plano. Explique cómo y por qué se forma una imagen de este objeto. Ilustre su explicación con un diagrama.

b) Describa las características de la imagen de un objeto extenso o grande; colocado frente a un espejo plano.

6. *a*) Haga un croquis que muestre un espejo cóncavo, con su vértice, su centro de curvatura y su eje. Haga lo mismo para un espejo convexo.

b) Indique por medio de un diagrama cómo se forma la imagen real de una lámpara pequeña, colocada sobre el eje de un espejo cóncavo.

7. *a*) ¿Qué es "foco" de un espejo cóncavo? ¿Y de un espejo convexo? ¿Cuál de ellos es real y cuál es virtual?

b) ¿Cómo se relacionan la distancia focal de un espejo esférico y su radio?

8. *a*) Por medio de diagramas, muestre cómo los rayos, denominados "rayos principales", se reflejan al incidir en un espejo cóncavo.

b) Haga lo mismo para un espejo convexo.

9. Analice atentamente los ejemplos presentados en la Sección 15.5, comprendiendo bien cómo se utilizaron dos rayos principales para localizar la imagen de un objeto en los espejos esféricos.

10. *a*) ¿Cómo se define el *aumento* proporcionado por un espejo?

b) En un espejo esférico, ¿cómo podemos calcular el aumento si conocemos los valores de D_i y D_o?

c) Escriba la ecuación de los espejos esféricos. Explique el significado de cada símbolo que aparece en esta ecuación.

d) ¿Cuál es la convención de signos que debemos adoptar para que la ecuación de los espejos sea válida tanto para los espejos cóncavos como para los convexos, y sea la imagen real o virtual?

OCHO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

1. Tome un lápiz o una pluma y desplace lentamente su punta en dirección a una superficie metálica plana y bien pulimentada (por ejemplo, la de una cerradura, defensa de coche, etc.), observando la imagen de la punta proporcional; por la superficie. Cuando la punta toca la superficie, observe cuál es la distancia entre ella y su imagen.

2. Repita el procedimiento anterior desplazando ahora la punta en dirección a un espejo plano de vidrio (espejo común). Observe la distancia entre la punta y su imagen cuando está apoyada en la superficie del vidrio del espejo.

Con base en lo que ha observado responda:

a) ¿A qué se debe la diferencia entre las observaciones hechas en los dos espejos?

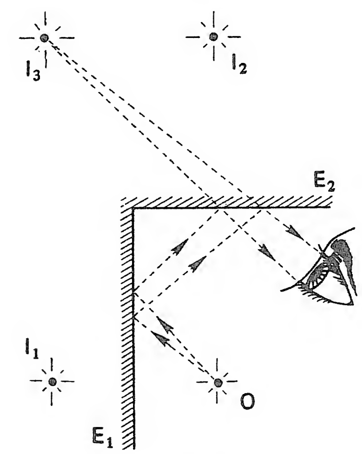
b) ¿Dónde se localiza la superficie reflectora en un espejo de vidrio común?

c) Si el vidrio de un espejo tiene un espesor de 2 mm, ¿cuál será la distancia entre la imagen y la punta cuando toca el espejo?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Suponga que dos espejos planos, E_1 y E_2, se colocan en ángulo recto, y que un objeto *O* se encuentra situado entre ellos, como se observa en la figura de este experimento. Como sabemos, los rayos luminosos que parten del objeto, al reflejarse en E_1, originarán la imagen I_1, y al reflejarse directamente en E_2, darán lugar a la imagen I_2. Pero parte de los rayos luminosos emitidos por el objeto sufren *dos* reflexiones, ya que después de reflejarse en uno de los espejos, encuentran el otro, volviéndose a reflejar. Al observador que perciba estos rayos después de sufrir la segunda reflexión, le parecerá que provinieran del punto I_3, es decir, el observador verá en I_3 una *tercera* imagen del objeto *O* (*véase* figura).

1. Coloque dos espejos planos en ángulo recto. Ponga entre ellos un objeto cualquiera (un lápiz, por ejemplo) y trate de observar las tres imágenes que proporcionan los dos espejos.



Segundo Experimento

2. Reduzca el valor del ángulo formado por los espejos, y compruebe que el número de imágenes del objeto se vuelve cada vez mayor. Cuando los espejos se encuentran paralelos (el ángulo entre ellos es nulo), observe las imágenes que se forman. ¿Puede usted contarlas?

3. Las múltiples imágenes proporcionadas por espejos planos que forman entre sí un ángulo menor de 90°, se emplea en la construcción de los *caleidoscopios*. Trate de saber cómo se construye un caleidoscopio, y comprobando que su construcción es muy simple, podrá construir uno para observar las bellas e interesantes figuras que se forman en dicho aparato.

TERCER EXPERIMENTO

En este ensayo vamos a observar algunas características de las imágenes proporcionadas por los espejos cóncavos y los convexos. Si no puede conseguirse este tipo de espejos, podrá usarse una cuchara bien pulida, utilizando su cara interna como espejo cóncavo, y la cara externa como espejo convexo.

1. Coloque un objeto (una pluma o un lápiz, por ejemplo) a una distancia relativamente grande de un espejo cóncavo. Aproxime lentamente el objeto hasta que toque la superficie especular. Observe a continuación la imagen formada y describa sus observaciones respondiendo:

a) ¿Inicialmente (objeto lejano) la imagen es derecha o invertida? ¿Y cuando el objeto está muy cerca del espejo?

b) Entonces, también inicialmente, ¿observa usted una imagen real o virtual? ¿Y cuando el objeto está muy cercano al espejo?

c) ¿El tamaño de la imagen real aumenta o disminuye cuando se acerca el objeto al espejo?

d) ¿El tamaño de la imagen virtual es mayor, menor o igual al tamaño del objeto?

2. Repita el procedimiento anterior usando ahora un espejo convexo y responda:

a) ¿La imagen del objeto es derecha o invertida? ¿Esta orientación se mantiene para cualquier posición del objeto?

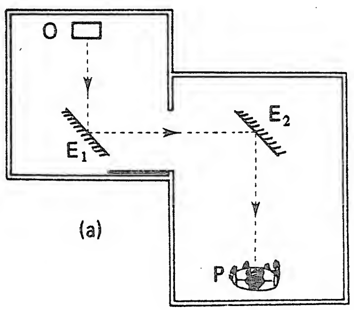
b) Luego entonces, ¿la imagen proporcionada por un espejo convexo es siempre real o siempre virtual?

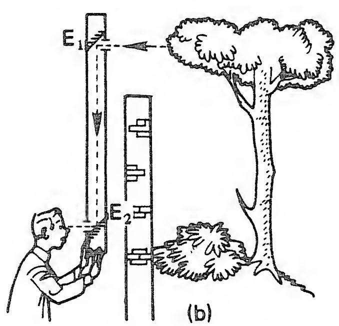
c) ¿El tamaño de la imagen es siempre mayor, menor o igual al tamaño del objeto?

CUARTO EXPERIMENTO

Suponga que una persona *P*, quien se encuentra en una habitación, desea ver un objeto *O* que se localiza en otra contigua, en una posición tal que no puede ser visto directamente por ella (*véase* Figura (a) de este experimento). Logrará su intento mediante el empleo de dos espejos planos, E_1 y E_2, dispuestos en la forma que se observa en la figura (a).

1. Trate de reproducir la situación descrita: elija un objeto *O* de una habitación y coloque dos espejos planos, E_1 y E_2, según el modo que se indica en la figura (cuanto mayor sea el tamaño de los espejos, tanta mayor facilidad tendrá usted para realizar sus observaciones). Al colocarse en la posición *P*, podrá percibir la imagen final proporcionada por E_2 (el espejo E_1 forma una primera imagen de *O*, y ésta funciona como objeto para E_2). Responda:
   a) La imagen que usted ve en E_2, ¿es real o virtual?
   b) ¿Presenta la inversión de derecha a izquierda, como sucede con un espejo plano cualquiera?





Cuarto Experimento

2. La formación de una imagen por reflexión en dos espejos, que observó en la primera parte de este experimento, se utiliza en la construcción de los *periscopios*, que como usted sabe, se utilizan ampliamente en los submarinos cuando se encuentran sumergidos, a fin de observar objetos en la superficie del agua.

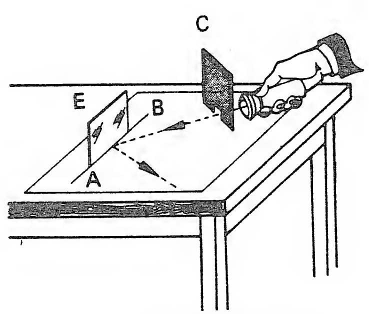
En la Figura (b) de este experimento se tiene el esquema de un periscopio muy sencillo, que usted podrá construir: basta fijar dos espejos planos, E_1 y E_2, en el interior de un tubo cilíndrico (de cartón, por ejemplo), en el cual se hacen dos aberturas, como muestra la figura. Con el instrumento que construya trate de observar algunos objetos que no sean directamente accesibles a su vista.

QUINTO EXPERIMENTO

Como vimos en este capítulo, una de las leyes de la reflexión nos dice que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Enseguida vamos a tratar de comprobar experimentalmente esta ley.

1. Coloque una hoja de cartón opaco *C*, en el cual se hizo una rendija lateral pequeña, sobre una hoja de papel blanco, cómo muestra la figura de este experimento. Poniendo detrás del cartón, en la forma indicada, una linterna encendida, haremos pasar un estrecho haz luminoso a través de la rendija. La trayectoria de este haz será visible sobre la hoja de papel, y puede ser considerado prácticamente como un rayo luminoso. Trate de realizar el experimento en un lugar a oscuras (para hacer más visible el rayo luminoso), y moviendo la linterna y el cartón, trate de obtener un haz lo más nítido y estrecho posible.

2. Trace en el papel una línea *AB* y coloque sobre ella un espejo plano *E* pequeño (*véase* figura). Haga incidir sobre el espejo el haz que obtuvo (rayo incidente), y observe sobre la hoja el rayo reflejado correspondiente. Usando un lápiz, marque cuidadosamente en la hoja de papel las direcciones de los rayos incidente y reflejado.



Quinto Experimento

3. Deshaga el dispositivo, tome la hoja de papel y trace la normal a la línea *AB* en el punto de incidencia del rayo luminoso. Usando un transportador mida con cuidado el ángulo de incidencia $\hat{\imath}$ y el ángulo de reflexión $\hat{r}$.

4. Repita el experimento usando otros valores para el ángulo de incidencia. ¿Los resultados que obtiene confirman, con aproximación razonable, que $\hat{\imath} = \hat{r}$?

SEXTO EXPERIMENTO

Las fases de la luna se analizaron en la solución del Problema 29 de este capítulo. En este experimento se usará un modelo para percibir mejor cómo ocurren dichas fases. Para representar a la Luna, tome un balón blanco (por ejemplo, de voleibol) y llévelo a un cuarto oscuro, en donde sólo una ventana esté abierta.

1. Levántelo al nivel de sus ojos y vuélvase hacia la ventana, como se indica en la figura de este experimento. Observe la parte oscura del balón que, en esta posición, estará correspondiendo a la Luna en situación de "luna nueva".

2. Gire el cuerpo y el balón hacia la izquierda y deténgase cuando su lado derecho esté vuelto hacia la ventana. Observe la parte iluminada del balón, que corresponde a la situación de la Luna en "cuarto creciente".

3. Continúe girando y efectúe un cuarto de vuelta. Observe ahora el balón en la posición correspondiente a la "Luna llena".

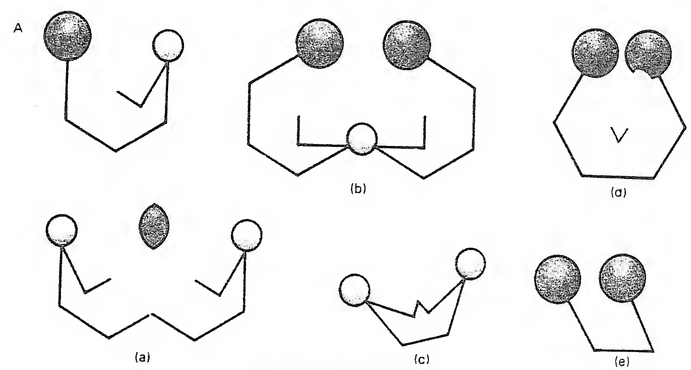
Sexto Experimento

4. Dé un cuarto de vuelta más y verá la situación correspondiente al "cuarto menguante".

Procure observar la Luna, en el cielo, durante un periodo aproximado de un mes e identifique las diversas fases percibidas con este modelo.

SÉPTIMO EXPERIMENTO

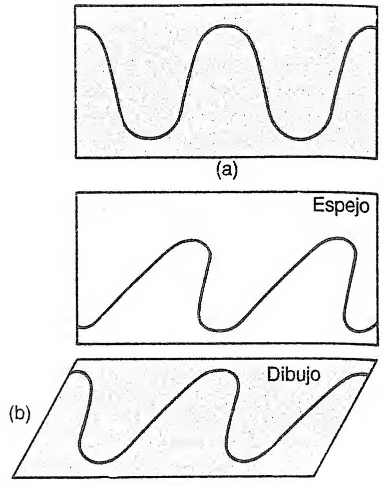
Observe la figura de este experimento y analice el dibujo A y los demás, de (a) hasta (e). Tome un espejo plano y colóquelo sobre el dibujo A (perpendicularmente a la hoja de papel), trate de obtener configuraciones semejantes a cada uno de los dibujos presentados de (a) hasta (e) (observe la unión de la parte del dibujo A que queda frente al espejo, con su imagen). Hay un dibujo, entre (a) y (b), que usted no puede obtener, por más que lo intente. Trate de identificar cuál es este dibujo y explique por qué ocurre esto.



Séptimo Experimento

OCTAVO EXPERIMENTO

Trate de verificar la habilidad de una persona para entender cómo se forma la imagen en un espejo plano. Desafíela a realizar la siguiente actividad: dibuje una figura cualquiera, como una senoide, por ejemplo (Fig. a), en una hoja de papel y póngala frente a un espejo plano vertical, no muy pequeño (Fig. b). Cubra el dibujo con un libro colocado paralelamente al espejo (verticalmente) y coloque a la persona atrás del libro, de modo que vea la imagen reflejada por el espejo, pero no el dibujo en sí. Pida a la persona que trate de cubrir este dibujo con un lápiz (de preferencia de color diferente del que usó para trazar la senoide), observando sólo su imagen. De manera general, las personas tienen gran dificultad para realizar esta actividad.



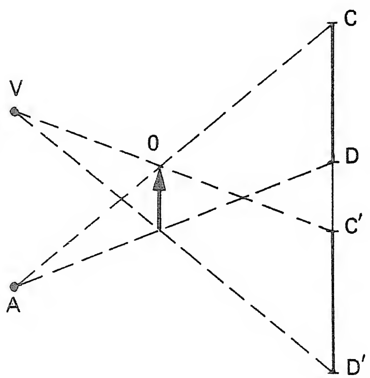
Octavo Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

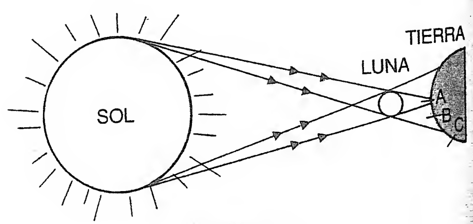
1. Un objeto opaco *O* está colocado delante de dos pequeñas lámparas, como muestra la figura de este problema. La lámpara *V* es verde y la lámpara *A* es azul. Sobre una pantalla situada detrás del objeto se forman dos regiones "sombreadas" de color, *CD* y *C'D'*, una de las cuales es azul y la otra verde. ¿Cuál de las "sombras" es verde? ¿Cuál es azul?

2. Cuando la Luna se coloca entre el Sol y la Tierra, intercepta parte de la luz solar, proyectando sobre la Tierra un cono de sombra (*véase* figura de este problema). En estas condiciones, en cierta región de la Tierra habrá eclipse total del Sol; es decir, para un observador en esta región el Sol quedará totalmente oculto por la Luna. En otras regiones habrá eclipse parcial de Sol (el observador verá que la Luna cubre parte del Sol), y en las demás regiones de la Tierra no se observará ningún tipo de eclipse solar. Considerando los observadores *A*, *B* y *C* de la figura de este problema, responda:
   a) ¿Cuál de ellos observará un eclipse total de Sol?
   b) ¿Para cuál de ellos el Sol estará parcialmente eclipsado?
   c) ¿Cuál de ellos podrá divisar totalmente el "disco" solar?

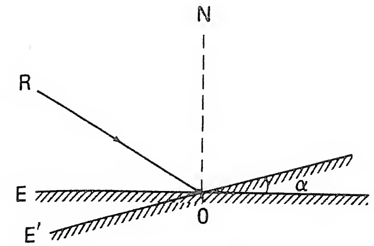
3. Un rayo luminoso *RO* incide sobre un espejo plano colocado en la posición *EO*, como se muestra en la figura de este problema. Siendo *ON* la normal a este espejo.
   a) Trace cuidadosamente en la figura el rayo reflejado *OR'* (use un transportador para medir los ángulos).
   b) El espejo se gira un ángulo $\alpha = 15°$, colocándose en la nueva posición *E'O* (*véase* figura). Trace la normal *ON'* para esta nueva posición del espejo.
   c) Considerando el mismo rayo incidente, trace el rayo reflejado, *OR"*, para la posición *E'O* del espejo.
   d) Mida con el transportador el ángulo β que giró el rayo reflejado al pasar de la posición *OR'* a *OR"*.
   e) Se puede demostrar que $\beta = 2\alpha$, es decir cuando un espejo plano gira cierto ángulo, el rayo reflejado gira un ángulo dos veces mayor. ¿Sus medidas concuerdan con este resultado?



Problema 1



Problema 2



Problema 3

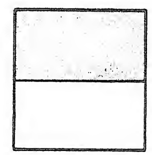
4. Vimos que el aumento de un espejo curvo está dado por la relación: aumento = D_i/D_o.
   a) Usando esta relación determine el aumento proporcionado por un espejo plano.
   b) ¿Qué significa el resultado obtenido en la pregunta anterior?
   c) ¿Este resultado concuerda con lo que usted aprendió al estudiar el espejo plano?

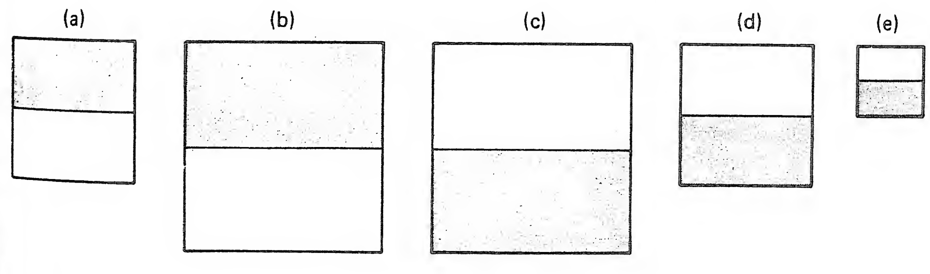
5. Considere un espejo convexo cuyo valor de distancia focal es 5 cm. Un objeto se coloca delante de este espejo, sucesivamente, a las siguientes distancias de él: $D_o = 12$ cm, $D_o = 5$ cm y $D_o = 2$ cm.
   a) Trace diagramas para localizar la imagen del objeto en cada una de las posiciones citadas.
   b) Tomando en cuenta los diagramas trazados, ¿a qué conclusión puede usted llegar en relación con la naturaleza y el tamaño de la imagen proporcionada por un espejo convexo?

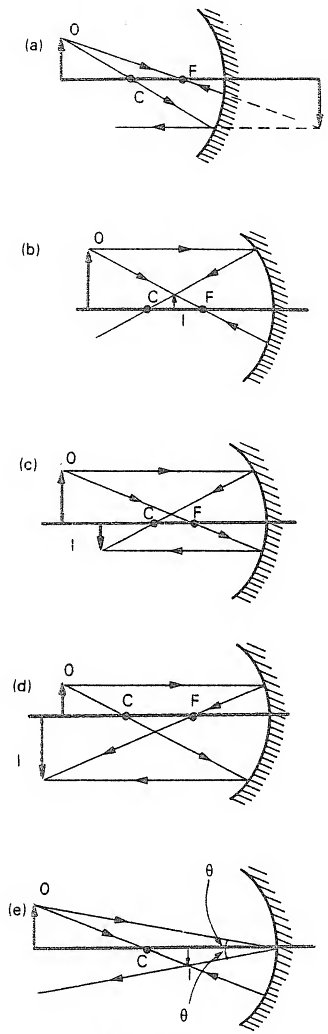
6. Es deseable que al rasurarse, una persona perciba su rostro con el mayor detalle. Para esto, ¿deberá usar un espejo cóncavo, convexo o plano? Explique.

7. El objeto mostrado en la figura de este problema se coloca frente a un espejo cóncavo, entre el centro y el foco de este espejo. De las figuras de abajo, señale la que representa mejor la imagen del objeto que proporciona el espejo.

8. Las afirmaciones siguientes se refieren a un espejo cóncavo, cuyo radio de curvatura es de 30 cm. Señale la que está *equivocada*.
   a) Un objeto pequeño, situado a 20 m del espejo, tendrá su imagen formada prácticamente en el foco.
   b) Los rayos luminosos que inciden en el espejo y pasan por el centro de curvatura, se reflejan paralelamente a su eje.
   c) La imagen de un objeto situado a 10 cm del espejo, será virtual.
   d) Un rayo incidente y el respectivo rayo reflejado, forman ángulos iguales con la recta que une el punto de incidencia con el centro de curvatura.
   e) La imagen de un objeto, situado a 35 cm del espejo, será real.


Problema 7





Problema 9

9. Un objeto O está colocado delante de un espejo esférico de centro C y foco F. Señale en la figura de este problema el diagrama que permite localizar correctamente la imagen I del objeto.

10. Considere los siguientes datos referentes a un objeto y a su imagen proporcionada por cierto espejo:

distancia del objeto al espejo, 6 cm.
aumento, 5.
imagen, invertida.

Con base en esta información diga cuáles de las afirmaciones siguientes, son *correctas*.

a) La imagen del objeto es virtual.
b) La imagen está situada a 30 cm del espejo.
c) La distancia focal del espejo vale 2.5 cm.
d) El espejo es cóncavo.
e) El radio de curvatura del espejo vale 5 cm.

11. Considere los siguientes datos relacionados con un objeto y su imagen proporcionada por un espejo dado:

valor de la distancia focal del espejo, 20 cm.
aumento, 0.10.
imagen, derecha.

Con base en esta información señale cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas*.

a) La imagen del objeto es virtual.
b) El espejo es convexo.
c) La imagen está situada a 18 cm del espejo.
d) El objeto está situado a 1.8 cm del espejo.
e) El radio de curvatura del espejo vale 10 cm.

12. Considere los siguientes datos referentes a un objeto y su imagen proporcionada por cierto espejo:

aumento, 1.
distancia del objeto al espejo, 10 cm.
imagen, virtual.

Con base en esta información diga cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas*.

a) La imagen es invertida en relación con el objeto.
b) La imagen está situada a 10 cm del espejo.
c) El espejo es plano.
d) La distancia focal del espejo es nula.
e) El radio de curvatura del espejo es infinito.

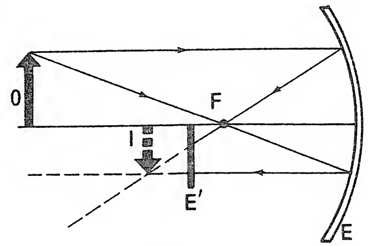
13. Si durante el día una persona que se encuentra dentro de una casa, mira a través de la vidriera de una ventana podrá ver lo que está fuera. Por la noche (cuando el exterior de la casa está a oscuras), dicha persona al mirar a través de la misma vidriera, verá su imagen reflejada, y no percibirá prácticamente nada de lo que está fuera. Explique la causa de la diferencia entre ambas observaciones.

14. Como sabe, en un examen de la vista el paciente debe ser capaz de identificar letras del alfabeto, de diversos tamaños, colocadas a cierta distancia de sus ojos. Suponga que esta distancia no puede ser inferior a 6 m y que un oculista debe realizar este examen en un consultorio cuya dimensión máxima es de 4 m. Explique cómo podría usar él un espejo plano para resolver el problema.

15. Un espejo plano puede considerarse como un caso particular de un espejo esférico.

a) Desde este punto de vista, cuál sería el valor del radio de curvatura y de la distancia focal de un espejo plano.
b) Usando la ecuación de los espejos esféricos y considerando la respuesta a la pregunta anterior, determine la relación entre D_i y D_o para un espejo plano.
c) ¿El resultado que obtuvo en (b) confirma el estudio de los espejos planos que se llevó a cabo en la Sección 15.3?

16. En este problema, usted encontrará una situación en la cual un espejo plano proporciona una imagen real. El espejo cóncavo E, que se muestra en la figura de este problema, proporcionaría la imagen I del objeto O si el espejo plano E' no interrumpiese la trayectoria de los rayos luminosos reflejados por E. En esas condiciones estos rayos luminosos inciden sobre E' y vuelven a reflejarse.

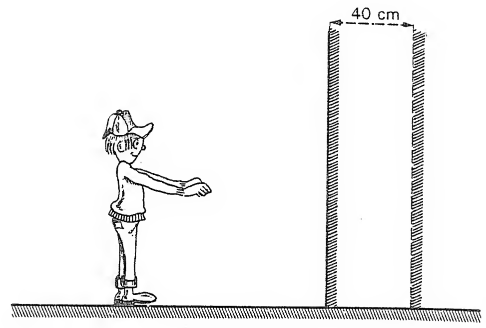


Problema 16

a) La figura muestra dos rayos luminosos que inciden sobre E'. Trace en el diagrama la trayectoria de estos rayos luego de ser reflejados por E'.
b) Obtenga luego, la imagen I' del objeto O proporcionada ahora por E'.
c) ¿Esta imagen es real o virtual?

17. *a*) Una persona, de pie sobre el suelo, se encuentra a una distancia de 120 cm de un espejo plano vertical. Si se aleja el espejo de la persona una distancia igual a 40 cm (*véase* figura de este problema), ¿qué desplazamiento ocurrirá en la imagen de la persona?

b) Para generalizar el resultado de la pregunta (a), suponga que la persona está a una distancia cualquiera del espejo plano. Si se aleja el espejo una distancia d, la imagen de la persona sufrirá un cambio D. Demuestre que $D = 2d$, cualquiera que fuese la distancia inicial de la persona respecto al espejo.



Problema 17

c) La respuesta que encontró para la pregunta (a), ¿está de acuerdo con el resultado demostrado en (b)?

18. Suponga que un haz luminoso de luz pudiera dar vuelta en torno a la Tierra, a lo largo del Ecuador. ¿Cuántas vueltas efectuaría en 1.0 s?

19. Las figuras de este problema presentan fotos de un objeto y de su imagen proporcionada por un espejo esférico. En cada foto, identifique el tipo de espejo, la naturaleza de la imagen y la posición del objeto en relación con el foco del espejo.

20. Un observador O se encuentra en medio de la pared AB de un salón cuadrado $ABCD$, en el cual hay un espejo plano vertical MN (*véase* figura de este problema). Identifique, entre las esquinas A, B y D del salón, aquellas cuyas imágenes puede el observador ver a través del espejo MN.

21. Un objeto se desplaza, con velocidad constante, a lo largo del eje de un espejo cóncavo. Para cada uno de los trechos siguientes, recorridos por el objeto, indique si la velocidad media de la imagen es mayor, menor o igual a la velocidad del objeto.

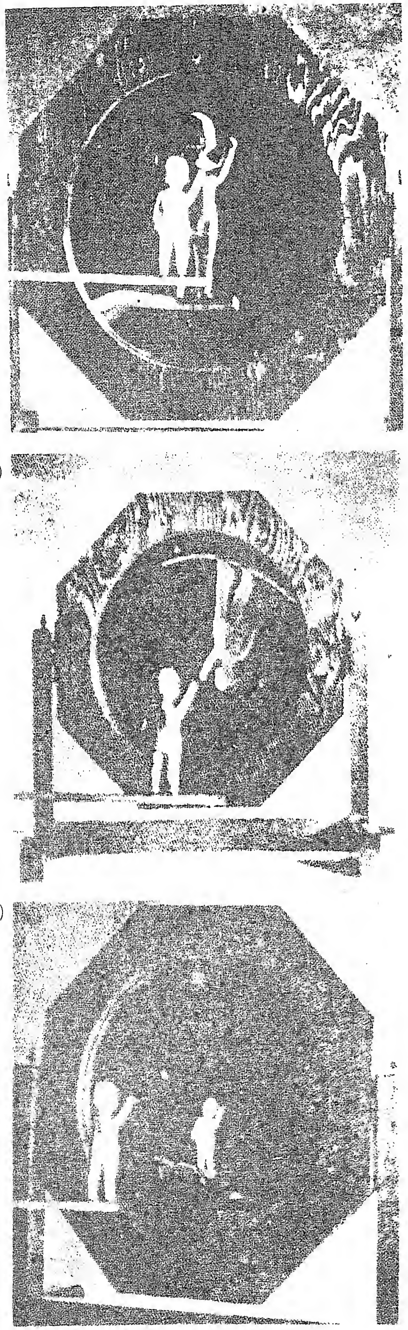
a) El objeto se desplaza desde el infinito hasta el centro del espejo.
b) El objeto se desplaza desde el centro al foco del espejo.
c) El objeto se desplaza desde el foco al vértice del espejo.

22. Un automóvil se está desplazando en una carretera rectilínea, a una velocidad constante de 60 km/h. A través del espejo retrovisor plano, el

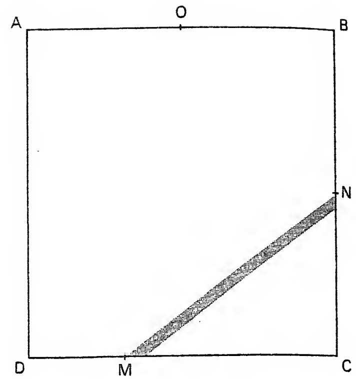
(a)

(b)

(c)



Problema 19



Problema 20

conductor ve una imagen de un poste fijo en la carretera. ¿Cuál es la velocidad de esta imagen?

a) ¿En relación con la Tierra?

b) ¿En relación con el conductor?

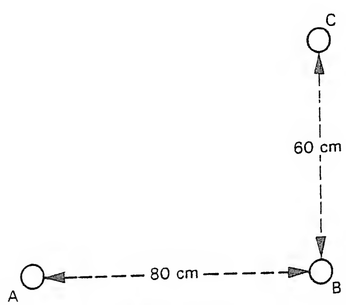
23. Un objeto *O* está situado entre dos espejos planos perpendiculares entre sí. Los puntos *A, B* y *C*, mostrados en la figura de este problema, representan las posiciones de las imágenes del objeto *O*, proporcionadas por los espejos.

a) Localice, en la figura, la posición del objeto *O* y calcule su distancia a la imagen *B*.

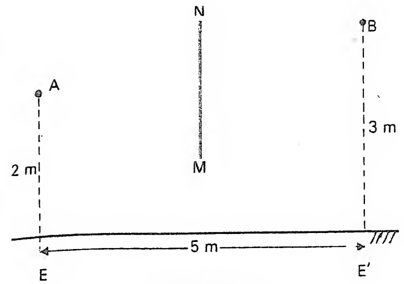
b) Trace, en la figura, las posiciones de los dos espejos.

24. Un espejo esférico proporciona una imagen virtual de un objeto real. El tamaño de la imagen es igual a la mitad del tamaño del objeto y la distancia entre el objeto y la imagen es *d*. Calcule en función de *d*:

a) El módulo de la distancia desde la imagen al espejo.



Problema 23



Problema 27

b) La distancia focal del espejo (módulo y señal).

25. El espejo utilizado por un dentista para observar con detalle los dientes de una persona, tiene una distancia focal igual a 2.5 cm.

a) Este espejo ¿debe ser plano, cóncavo o convexo? Explique.

b) ¿Qué aumento proporciona este espejo de un diente situado a 1.5 cm de él?

26. Un objeto con 2.0 cm de altura se coloca a 10 cm del vértice de un espejo esférico que proporciona una imagen virtual de 6.0 cm de altura.

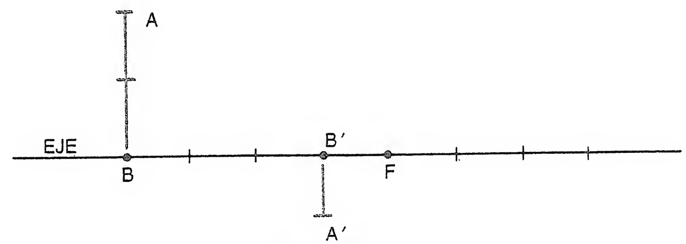
a) ¿Para qué otra posición del objeto proporcionaria el espejo una imagen también con 6.0 cm de altura?

b) ¿Cuál es la naturaleza de la imagen proporcionada por el espejo en la situación encontrada en (a)?

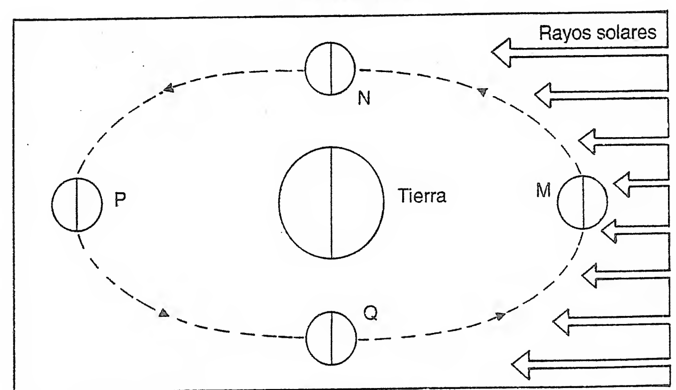
27. En la figura de este problema, *A* es una fuente de luz y *B* es un punto al que debe iluminar la luz proveniente de *A*, después de reflejarse en el espejo plano *EE′*, puesto que *MN* es un obstáculo que impide que la luz de *A* incida directamente en *B*. Muestre en la figura, la trayectoria del radio que parte de *A* y llega a *B*, y determine el ángulo con que este radio incide en el espejo.

28. El diagrama mostrado en la figura de este problema representa un objeto *AB* y su imagen *A′B′*, proporcionada por un espejo esférico de foco *F* y cuyo eje se muestra en la figura. Sabiendo que cada división mostrada en el diagrama representa 10 cm, determine si el espejo es cóncavo o convexo y el valor de su distancia focal.

29. La figura de este problema representa la Luna girando en torno a la Tierra, por lo que recibe y refleja los rayos solares. En las diversas posiciones



Problema 28



Problema 29

que ocupa, mostradas en la figura, en una vuelta completa alrededor de la Tierra (cuya duración es casi de 28 días), identifique las que corresponden:

a) A Luna llena.
b) A Luna nueva.
c) A cuarto creciente.
d) A cuarto menguante.

30. Describa lo que sucedería con una imagen formada en una cámara oscura de orificio si ocurriera cada una de las siguientes alteraciones:

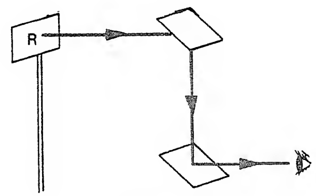
a) La longitud de la cámara se aumentara.
b) El orificio circular se sustituyera por un orificio triangular, pero muy pequeño.
c) El área del orificio se aumentara.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Usted ve por medio de un periscopio (asociación de dos espejos planos paralelos) un cartón con una letra R. ¿Cuál de las figuras propuestas representa el que usted ve?

a) Я *b*) R *c*) ᴚ *d*) ꓤ *e*) R



Pregunta 1

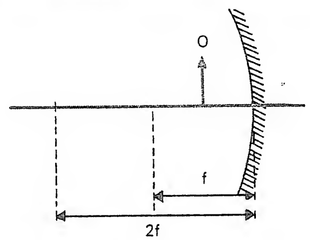
2. Usted salta desde un trampolín alto a una piscina en donde el agua está totalmente en calma. Si su imagen en el agua se aproxima a usted, en determinado momento, a 20 m/s, señale la velocidad con que usted se aproxima al agua:

a) 20 m/s *d*) 9.8 m/s
b) 40 m/s *e*) Ninguna de estas respuestas.
c) 10 m/s

3. Un espejo cóncavo de distancia focal f proporciona para una posición determinada del objeto una ampliación igual a 2, es decir, la imagen es directa y dos veces mayor que el objeto. La distancia desde el objeto al espejo vale:

a) f *b*) $2f$ *c*) $\frac{f}{2}$ *d*) $4f$ *e*) $\frac{f}{4}$

4. En la figura alusiva a esta pregunta se representa un espejo cóncavo de distancia focal f. La flecha



Pregunta 4

O es un objeto. En relación con ese objeto, el espejo:

a) No formará imagen.
b) Formará una imagen virtual directa.
c) Formará una imagen real e invertida.
d) Formará una imagen virtual menor que el objeto.
e) Formará una imagen real mayor que el objeto.

5. La imagen de un objeto real colocado delante de un espejo esférico es menor que el objeto. Si la imagen fuera:

a) Real, el espejo será cóncavo y el objeto estará entre el foco y el espejo.
b) Virtual, el espejo será convexo.
c) Virtual, el espejo será cóncavo y el objeto estará entre el foco y el espejo.
d) Real, el espejo podrá ser solamente convexo.
e) Real, el espejo será cóncavo y el objeto estará entre el foco y el centro de la curvatura.

6. Señale la afirmación *correcta:*

a) Un espejo cóncavo forma imágenes reales y virtuales, siempre invertidas.
b) Un espejo cóncavo forma solamente imágenes virtuales, siempre directas.
c) Un espejo cóncavo forma solamente imágenes reales, siempre invertidas.

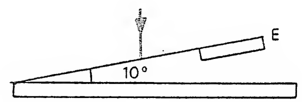
d) Un espejo convexo forma imágenes reales y virtuales, siempre directas.
e) Un espejo convexo forma solamente imágenes virtuales, siempre directas.

7. Una persona delante de un espejo plano *E*, y que desea verificar si su cabello está bien peinado en la parte posterior de la cabeza, coloca atrás de ella, a 10 cm de distancia del cabello, un espejo plano *E'*, paralelo a *E*. Si la distancia entre *E* y *E'* es de 50 cm y el diámetro aproximado de la cabeza igual a 15 cm, ¿a qué distancia la persona verá la imagen de la parte posterior de su cabeza en el espejo *E*?

a) 85 cm *d*) 95 cm
b) 100 cm *e*) 60 cm
c) 110 cm

8. Un rayo de luz incide verticalmente sobre un espejo plano inclinado 10° en relación con el plano horizontal (*véase* figura de esta pregunta) Puede afirmarse que:

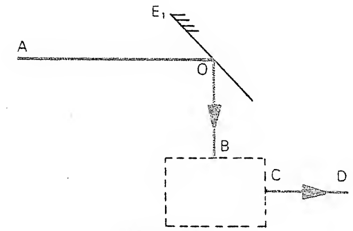
a) El rayo reflejado también es vertical.
b) El rayo reflejado forma un ángulo de 5° con el rayo incidente.
c) El rayo reflejado forma un ángulo de 10° con el rayo incidente.
d) El ángulo entre el rayo reflejado y el incidente es de 20°.
e) El ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son ambos iguales a 5°.



Pregunta 8

9. Un haz luminoso estrecho de luz, *AO*, incide en un espejo plano E_1, de manera que el haz reflejado, *OB*, sea perpendicular a *AO*, como se ilustra en la figura de esta pregunta. Otro espejo plano E_2 debe colocarse dentro del rectángulo indicado con líneas no continuas, de manera que el haz *OB* se refleje en la dirección *CD*, paralela a *AO*. El espejo E_2 debe, entonces, colocarse:

a) Paralelamente a *AO*.
b) Perpendicularmente a *AO*.
c) Perpendicularmente a E_1.
d) Paralelamente a E_1.
e) Formando un ángulo de 45° con E_1.



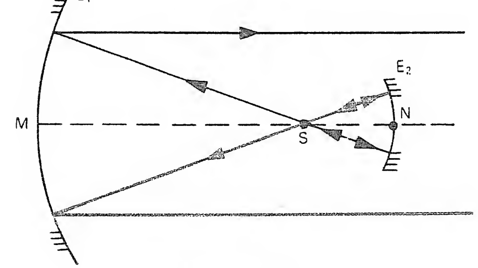
Pregunta 9

10. Una niña, que vestía una blusa en la cual estaba escrito su nombre, se puso delante de un espejo plano vertical. Indique la opción que puede representar la imagen que ella vio de su nombre.

a) DVИIEΓV *d*) ᗡ∀NIƎ⅂∀
b) AJƎIИAᗡ *e*) VΓEIИVᗡ
c) ALEINAD

11. En el faro de los automóviles se acostumbra poner, además del espejo principal E_1, otro espejo pequeño esférico E_2 (*véase* figura de esta pregunta). Este espejo auxiliar debe colocarse de tal manera que los rayos luminosos que salen de la fuente *S* y que inciden en él se reflejen sobre sí mismos, para que el máximo de luz de esta fuente se transforme en "luz paralela", al salir del faro. Sabiendo que E_1 tiene 16.0 cm de radio y el radio de E_2 es igual a 2.0 cm, las distancias *SM* y *SN*, mostradas en la figura, deben valer, respectivamente:

a) 8.0 cm y 1.0 cm *d*) 8.0 cm y 4.0 cm
b) 16.0 cm y 2.0 cm *e*) 8.0 cm y 2.0 cm
c) 16.0 cm y 1.0 cm

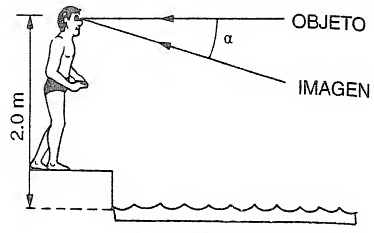


Pregunta 11

12. Un deportista, cerca de la orilla de una piscina, con los ojos a 2.0 m arriba del nivel del agua, observa simultáneamente un objeto y la imagen

de éste reflejada en el agua, como se ilustra en la figura de esta pregunta. Sabiendo que sen α = 0.45 y cos α = 0.90, se puede llegar a la conclusión de que la distancia desde el objeto al deportista es de:

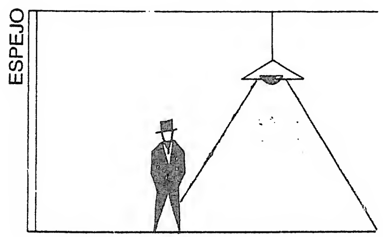
a) 8.0 m
b) 3.6 m
c) 4.0 m
d) 2.0 m
e) 9.0 m



Pregunta 12

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Una persona, al lado de un espejo, se sorprende al ver dos sombras de su cuerpo proyectadas en el suelo; en el lugar hay solamente un foco (*véase* figura de este problema). Explique el origen de las dos sombras.



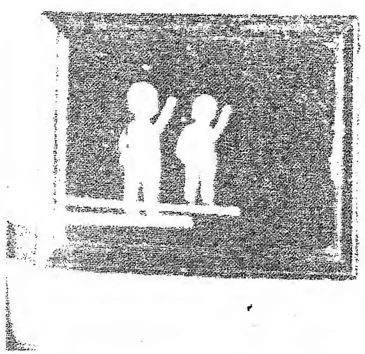
Problema Complementario 1

2. Sean X_o y X_i las distancias desde un objeto y desde su imagen al foco de un espejo esférico. Demuestre que la ecuación de los espejos esféricos, en términos de X_o y X_i, adopta la siguiente forma: $X_oX_i = f^2$ (esta relación se denomina *ecuación de Newton*).

3. La ecuación de los espejos esféricos puede aplicarse al caso de un espejo plano. Para verificar que esta afirmación es verdadera, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la distancia focal de un espejo plano?
b) Usando la ecuación de los espejos esféricos y la respuesta de la pregunta (a), determine la distancia, D_i, de la imagen de un objeto proporcionada por un espejo plano.
c) Teniendo en cuenta la respuesta de la pregunta (b), conteste: ¿cuál es la naturaleza de la imagen y cuál es el aumento proporcionado por un espejo plano?
d) Las respuestas de las preguntas (b) y (c), ¿están de acuerdo con lo que se estudió acerca de los espejos planos, en la Sección 15.3?

4. La fotografía, mostrada en la figura de este problema presenta, un objeto y su imagen proyectada por un espejo plano. ¿Por qué la imagen proporcionada menor que el objeto?


Problema Complementario 4

5. Una persona midió la longitud de la sombra de un edificio proyectada en el suelo (horizontal) y encontró un valor de 20 m. Como deseaba obtener la altura del edificio, recordó que los rayos solares, al llegar a la Tierra, son prácticamente paralelos entre sí. Colocó, entonces, un asta vertical de 100 cm de altura al lado del edificio y verificó que en ese momento proyectaba una sombra de 40 cm. ¿cuál es la altura del edificio? Justifique su razonamiento.

6. Una persona, de 160 cm de estatura, está frente a un espejo plano vertical. (Considere depreciable la altura de la frente de la persona.)

a) ¿Cuál es el menor tamaño del espejo y cuál es su posición arriba del suelo para que la persona pueda verse completa en él?
b) Las respuestas de la pregunta (a), ¿se alterarían si la persona se aproxima o se aleja del espejo? Justifique su respuesta mediante un diagrama.

7. El diámetro de la Luna es aproximadamente igual a 3.5×10^3 km y su distancia a la Tierra es de 3.80×10^5 km. ¿Cuál debe ser la distancia focal de un espejo cóncavo para que proporcione una imagen de la Luna de 2.0 cm de diámetro?

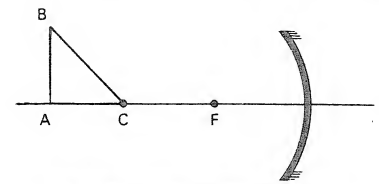
8. En un terreno plano y horizontal están situados un observador, un poste vertical y un espejo plano colocado en el suelo, con la cara reflejante hacia arriba. El centro del espejo está a 2.80 m de los pies del observador y a 8.40 m de la base del poste. El observador, al mirar el centro del espejo, ve la imagen del punto más alto del poste. Sabiendo que los ojos del observador están a 1.80 m del suelo, determine la altura del poste.

9. Un punto luminoso se desplaza con una velocidad de v_P = 2.0 m/s a lo largo de un eje *OX* fijo en el suelo. Un espejo plano, perpendicular a *OX*, también se desplaza en la dirección de *OX* con una velocidad v_E = 3.0 m/s. Determine la velocidad de la imagen del punto luminoso, en relación con la Tierra, en los siguientes casos:

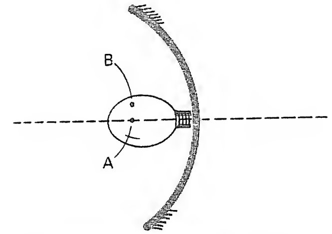
a) $\vec{v}_P$ y $\vec{v}_E$ tienen el sentido de *OX* positivo.
b) $\vec{v}_P$ tiene el sentido de *OX* positivo y $\vec{v}_E$, el de *OX* negativo.

10. En la figura de este problema se ilustra un triángulo rectángulo *ABC* situado frente a un espejo cóncavo, de centro *C* y distancia focal igual a 6.0 cm. Sabiendo que *AB* = 8.0 cm y *AC* = 6.0 cm, determine el área de la imagen del triángulo *ABC*, proporcionada por el espejo.

11. El foco del faro de un automóvil tiene dos filamentos, *A* y *B*, como se indica en la figura de este problema. El filamento *A* está exactamente en el foco del espejo cóncavo y *B*, un poco arriba de *A*. Haga un diagrama que muestre cómo son los rayos luminosos que parten de *A* y *B*, después de ser reflejados en el espejo (rayos que emergen del faro). ¿Por qué razón se usan dos filamentos en este faro?

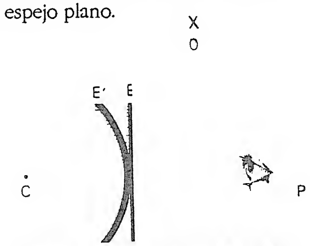


Problema Complementario 10



Problema Complementario 11

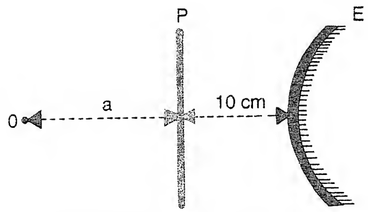
12. En la figura de este problema, *P* representa el ojo de un observador, *O* es una fuente de luz y *E* es un espejo plano.



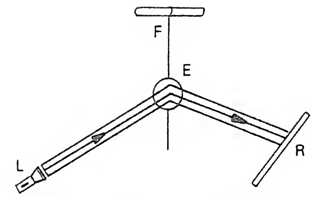
Problema Complementario 12

a) Verifique si el observador logra observar la imagen de *O* proporcionada por el espejo *E*.
b) Suponga que el espejo *E* se sustituyera por el espejo convexo *E'*, del centro *C*. ¿Vería el observador la imagen de *O*, proporcionada por este espejo?
c) Tenga en cuenta las respuestas de las preguntas (a) y (b) y explique por qué los espejos convexos generalmente se utilizan como retrovisores, en vez de espejos planos.

13. Una placa plana *P*, semitransparente (refleja parte de la luz incidente y deja atravesar la parte restante), de espesor despreciable, está colocada



Problema Complementario 13



Problema Complementario 14

a 10 cm de distancia de un espejo convexo cuya distancia focal es igual a 30 cm, como se muestra en la figura de este problema. Una fuente de luz *O* está colocada a una distancia *a* de la placa, de modo que su imagen, proporcionada por los rayos reflejados en *P*, coincide con la imagen de esta fuente proporcionada por los rayos reflejados en *E*. Determine el valor de la distancia *a*.

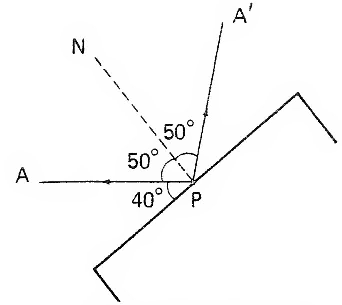
14. En la figura de este problema, una linterna *L* envía un haz luminoso estrecho de luz sobre un espejo plano E, amarrado a un hilo *F*. El haz, después de reflejarse en *E*, es recibido en una escala *R*, alejada del espejo. Cuando *F* gira un pequeño ángulo (debido a una torsión, por ejemplo), la mancha luminosa en la escala se desplaza notablemente. Por esta razón, este dispositivo se utiliza para amplificar pequeñas rotaciones, como ocurre en la balanza de torsión de Cavendish. En un experimento en el cual se utilizó este montaje, la distancia de *E* a *R* era de 80 cm y el desplazamiento de la mancha luminosa en la escala fue de 4.0 mm. Tenga en cuenta el resultado del problema 3, de la serie *Preguntas y problemas* de este capítulo y determine aproximadamente, en grados, el ángulo de giro del hilo *F*.
Sugerencia: Considere el desplazamiento de la mancha sobre la escala igual al arco que corresponde al ángulo de rotación del rayo reflejado y recuerde que 1 rad = 57.3°.

15. La llama de una vela, de 6.0 cm de altura, se coloca frente a una cámara oscura, a 45 cm de distancia del orificio. Se observa una imagen de la llama en la pared posterior vertical de la cámara, situada a 15 cm de la pared anterior. Determine la altura de la imagen.

RESPUESTAS

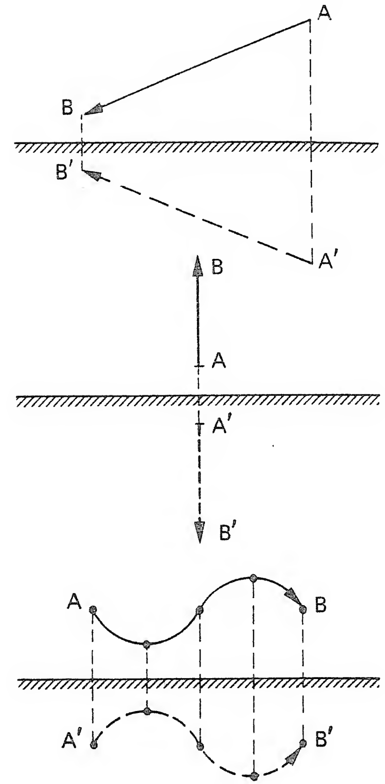
Ejercicios

1. *a)* no,
b) porque envía hacia nuestros ojos la luz que recibe del Sol
2. *b)* AA'B'B
c) aumentará
3. *a)* haz de rayos paralelos
b) igual
4. *a)* P_1 y P_5 *c)* P_4
b) P_2 *d)* P_3
5. *a)* 9.6 × 1015 m *c)* 1.9 × 1014 km
b) 20 años
6. mayor
7. *a)* Figura 15-8
b) Figura 15-9, Figura 15-10 y Figura 15-11
8. *a)* porque reflejan difusamente (en todas direcciones) la luz que reciben del Sol o de la fuente, y esta luz difundida llega a nuestros ojos
b) la atmósfera terrestre difunde la luz solar, esparciéndola en todas direcciones. En la Luna esto no sucede puesto que allí no existe atmósfera
9. *b)* ángulo entre *NP* y el rayo reflejado
c) 32°
10. *b)* cero
c) cero
d) en la misma dirección del rayo incidente, aunque en sentido contrario
11. *a)* *véase* figura (*NP*)
b) 50°
c) 50°
d) *véase* figura (*PA'*)
12. *a)* es reflejado
b) divergente
c) de un punto situado a 50 cm atrás del espejo
d) la imagen virtual de la fuente
e) figura similar a la Figura 15-14



Respuesta del Ejercicio 11

13. *a)* 4 m
b) no cambiará
14. *AA'* y *CC'*
15. *véase* figura
16. porque la luz que proviene de *O*, luego de ser reflejada por el espejo, no llega al ojo de *A*
17. *a)* cóncavo, convergente
b) convexo, divergente
c) convexo, divergente
d) cóncavo, convergente
18. *a)* en medio del arco que representa el casquete esférico
b) recta que pasa por *V*, perpendicular al espejo
c) sobre el eje a 6.0 cm de *V*, a la izquierda
d) en medio del segmento *CV*
19. Las mismas del Ejercicio 18, pero el centro *C* y el foco *F* se encuentran situados a la derecha del espejo
20. *a)* I *b)* II
21. *a)* haz de rayos paralelos
b) 2.5 m *c)* real
22. *a)* en medio del segmento *CV*
b) real
c) pasan por el foco
d) convergente
23. *a)* en medio del segmento *CV*
b) virtual
c) las prolongaciones de los rayos reflejados pasan por el foco
d) divergente
24. *a)* convergente
b) divergente
c) del punto I
d) la imagen real del objeto
25. *a)* $\hat{\imath} = 0$ para todos ellos
b) se reflejan sobre sí mismos
26. Los rayos reflejados son paralelos al eje del espejo
27. Los dos diagramas son similares al del Ejemplo 1 de esa sección

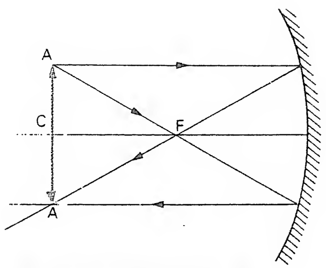


Respuesta del Ejercicio 15

28. *a)* sí *c)* aumenta
b) se aleja *d)* sí
29. porque los rayos reflejados serán paralelos entre sí (suele decirse que la imagen se forma en el infinito)
30. *a)* virtual *c)* derecha
b) mayor *d)* Figura 15-30
31. *a)* D_i = 12 cm
b) real, pues el valor de D_i es positivo
c) 1/5, es decir, la imagen es 5 veces menor que el objeto
32. *a)* D_i = 30 cm
b) real, pues el valor de D_i es positivo
c) 2, es decir, la imagen es dos veces mayor que el objeto
33. a) $D_i = 2f$
b) en el centro *C*
c) real

d) aumento = 1, es decir, el objeto y la imagen tienen el mismo tamaño

34. *a)* *véase* figura
b) invertida



Respuesta del Ejercicio 34

35. *a)* $D_i = -9.0$ cm
b) virtual, pues D_i es negativa
c) aumento = 1/4
d) $A'B' = 1$ cm

36. diagrama semejante al de la Figura 15-31

37. *a)* 13 μs *b)* 10^{-15} m

38. *a)* diámetro de la órbita de la Tierra
b) 16.5 min (16 min 30 s)

39. *a)* 6.0×10^{-5} s *b)* 3.0×10^{-2} s
c) 2 000 rpm

40. 4.3%

41. *a)* menor
b) este resultado era contrario a las ideas de Newton acerca de la naturaleza de la luz

42. el establecimiento de la Teoría de la relatividad de Einstein

43. *a)* 8.2 minutos-luz
b) 4.1 horas-luz
c) 4 h 06 min

44. *a)* 34.4 minutos-luz
b) 34 min 24 s

45. (a)

46. *a)* 10^{10} años-luz
b) ¡diez mil millones de años!

Preguntas y problemas

1. CD es roja y $C'D'$ es azul

2. *a)* A *b)* B *c)* C

3. *d)* usted debe haber obtenido β = 30°
e) sí (30° = 2 × 15°)

4. *a)* aumento = 1
b) la imagen y el objeto tienen el mismo tamaño
c) sí

5. *b)* la imagen proporcionada por un espejo convexo siempre es virtual y menor que el objeto

6. espejo cóncavo, pues solamente éste puede proporcionar una imagen virtual mayor que el objeto

7. (c)

8. (b)

9. (e)

10. (b), (d)

11. (a), (b), (c)

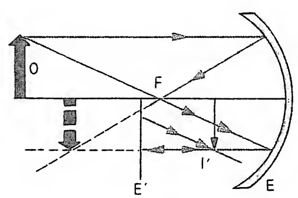
12. (b), (c), (e)

13. durante el día, la luz que atraviesa la vidriera proveniente de los objetos situados en el exterior de la casa, es mucho más intensa que la luz reflejada por ella, y que proviene de los objetos del interior. Durante la noche, sucede lo contrario

14. el oculista colocaría las letras frente al espejo, y el paciente trataría de identificar las imágenes de dichas letras proporcionadas por el espejo

15. *a)* ambos valores infinitamente grandes ($R = \infty$ y $f = \infty$)
b) $D_i = -D_o$
c) sí: las distancias de la imagen y del objeto al espejo son iguales, y la imagen es virtual (D_i es negativa)

16. *a)* *véase* figura
b) *véase* figura
c) real



Respuesta del Problema 16

17. *a)* 80 cm *b)* $D = 2d$ *c)* sí

18. 7.5 vueltas

19. *a)* cóncavo; virtual; objeto entre el foco y el espejo
b) cóncavo; real, objeto más allá del foco
c) convexo; virtual; cualquier posición del objeto

20. solamente A

21. *a)* menor *b)* mayor *c)* mayor

22. *a)* 120 km/h *b)* 60 km/h

23. *a)* 100 cm *b)* *véase* figura

24. *a)* $d/3$ *b)* $-2d/3$

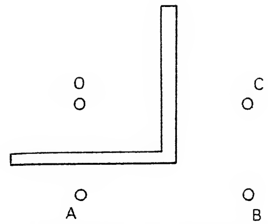
25. *a)* cóncavo *b)* 2.5

26. *a)* a 20 cm del espejo *b)* real

27. 45°

28. 20 cm, cóncavo

29. *a)* P *b)* M *c)* N *d)* Q



Respuesta del Problema 23

30. *a)* el tamaño de la imagen aumentaría
b) no habría alteración en la imagen
c) la imagen perdería nitidez y ganaría luminosidad

Cuestionario

1. b
2. c
3. c
4. b
5. b
6. e
7. a
8. d
9. d
10. b
11. e
12. a

Problemas complementarios

1. la segunda sombra tiene su origen en los rayos reflejados en el espejo, como si vinieran de la imagen del foco.

2. $X_oX_i = f^2$

3. *a)* $f = \infty$
b) $D_i = -D_o$
c) virtual; aumento = 1
d) sí

4. la imagen está más alejada de la cámara fotográfica que el objeto

5. 50 m

6. *a)* el espejo de 80 cm, con el extremo inferior a 80 cm de altura
b) no

7. 2.17 m

8. 5.40 m

9. *a)* 4.0 m/s, en sentido OX positivo
b) 8.0 m/s en sentido OX negativo

10. 6.0 cm^2

11. filamento A—luz alta
filamento B—luz baja

12. *a)* no
b) sí
c) permiten observar imágenes de objetos situados en una región mayor del espacio

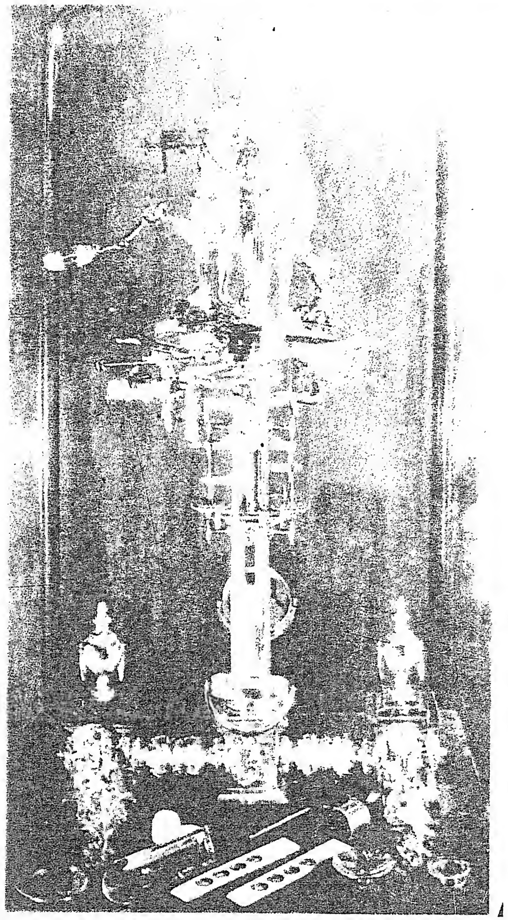
13. 26.4 cm

14. 0.14°

15. 2.0 cm

capítulo 16

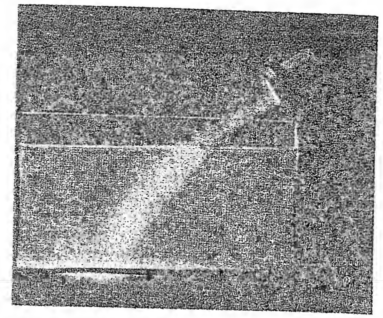
refracción de la luz



Varios aparatos ópticos, como el microscopio, funcionan con base en la refracción de la luz. Este microscopio, construido en 1761, todo de plata maciza, a pesar de que es una bella pieza de ornamento, deja mucho que desear en cuanto a sus cualidades técnicas.

16.1 Refracción de la luz

❖ **Qué es la refracción.** En el capítulo anterior vimos que si un haz de luz, al propagarse en el aire, encuentra la superficie de un bloque de vidrio (Fig. 16-1), parte del haz es reflejado y parte penetra en el cuerpo. La porción del haz que se refleja se estudió en ese capítulo, y ahora, vamos a analizar el haz luminoso que se propaga en el vidrio. Experimentalmente se halla que tal haz se propaga en una dirección diferente de la del haz incidente; es decir, la dirección de propagación de la luz se altera cuando pasa del aire al vidrio, como se observa en la Figura 16-1. Cuando esto sucede, decimos que la luz experimenta una *refracción*, o sea, que la luz se *refracta* al pasar del aire al vidrio.*



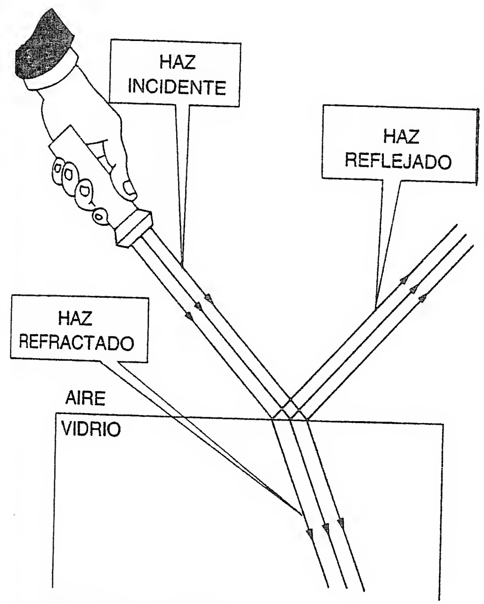


FIGURA 16-1 Cuando un haz de luz que se propaga en el aire, incide en un bloque de vidrio, parte del haz se refleja y parte se refracta al penetrar en el vidrio.

En general, la refracción se produce cuando la luz pasa de un medio a otro, y en los cuales se propaga con velocidades distintas. Así pues, en la Figura 16-2, por ejemplo, la luz se refracta al pasar del agua al vidrio, porque su velocidad de propagación en el agua difiere de su velocidad de propagación en el vidrio. En resumen,

> el fenómeno de la refracción consiste en el cambio de la dirección de propagación de un haz de luz al pasar de un medio a otro. Esto sólo puede suceder cuando la luz se propaga con velocidades distintas en los dos medios.

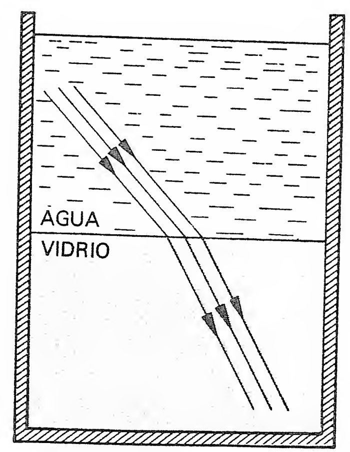


FIGURA 16-2 Como las velocidades de propagación de la luz en el agua y en el vidrio son diferentes, un haz luminoso se refracta al pasar del agua al vidrio.

* Del latín *refractus*, que significa "cambiar hacia un lado" o "inclinar".

❖ **Las leyes de la refracción.** En la Figura 16-3 se representa un rayo luminoso que se refracta al incidir en la superficie de separación de dos medios, (1) y (2). Tracemos la normal a esta superficie en el punto de incidencia. Observamos así que esta normal, el rayo incidente y el rayo refractado se encuentran en un mismo plano. En la Figura 16-3, dicho plano es el de la hoja de papel. Como usted recordará, en el fenómeno de la reflexión observamos un resultado semejante a éste.

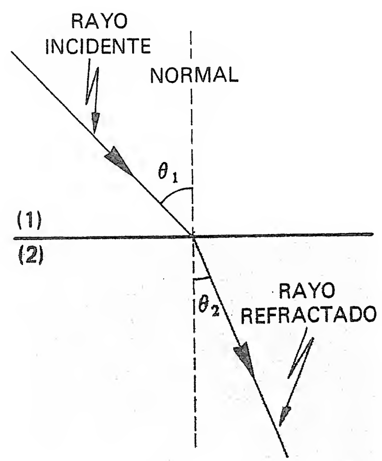


FIGURA 16-3 Cuando un rayo luminoso se refracta, se tiene que sen θ_1/sen θ_2 = constante.

El ángulo formado por el rayo incidente y la normal es el *ángulo de incidencia,* que vamos a designar por θ_1. El ángulo θ_2, formado por la normal y el rayo refractado, recibe el nombre de *ángulo de refracción.*

Como muestra la Figura 16-3, los ángulos θ_1 y θ_2 *no* son iguales entre sí y podemos comprobar experimentalmente que si aumenta θ_1, el ángulo θ_2 también aumenta. Durante muchos siglos se intentó descubrir una relación entre estos ángulos. Finalmente, en 1620, el matemático holandés Snell, al analizar un gran número de medidas de ángulos de incidencia y de refracción, concluyó que había una relación constante entre las funciones *seno* de estos ángulos. En otras palabras, Snell descubrió que cuando

W. Snell (1591-1626). Matemático y astrónomo holandés, que además de descubrir la ley de la refracción, ideó un método para medir el radio de la Tierra. La ley de Snell de la refracción, a pesar de haberse descubierto en 1620, sólo se divulgó ampliamente a través de la obra Dioptrica, publicada en 1703 por el físico, también holandés, C. Huyghens.

la luz se refracta al pasar de un medio (1) a un medio (2), se tiene

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \text{constante}$$

Esta constante es característica de ambos medios y, por tanto, para cada par de sustancias tiene un valor diferente. En el capítulo siguiente, cuando estudiemos el movimiento ondulatorio, mostraremos que el valor de esta constante es igual al cociente v_1/v_2, entre las velocidades de la luz en uno y otro medio.

Por tanto, cuando la luz sufre refracción al pasar de un medio (1), en el cual su velocidad es v_1, a otro medio (2), en el cual se propaga con velocidad v_2, tenemos que

$$\boxed{\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}}$$

❖ **Índice de refracción.** Consideremos un caso particular importante en el cual un rayo luminoso, que se propaga en el vacío, sufre refracción al penetrar en un medio material cualquiera (Fig. 16-4). En este caso, por lo que acabamos de aprender, tendremos que

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{c}{v}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y v es la velocidad en el medio material al cual penetra desde aquél. El cociente c/v es muy importante en el estudio de la refracción y se denomina *índice de refracción* del medio en cuestión, es decir,

el índice de refracción, n, de un medio material es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, c, y la velocidad de la luz v, en este medio, es decir,

$$n = \frac{\text{velocidad de la luz en el vacío}}{\text{velocidad de la luz en el medio}}$$

o bien, $$n = \frac{c}{v}$$

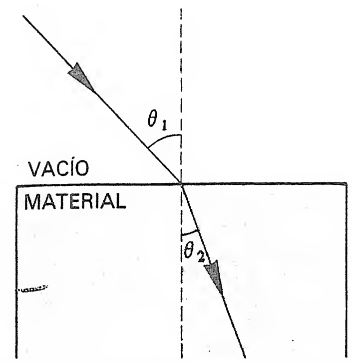


FIGURA 16-4 El índice de refracción de un medio material es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, y la velocidad de la luz en este medio; es decir, $n = c/v$.

Observe que n es un simple número (sin unidades), pues es el cociente de dos magnitudes de la misma especie (dos velocidades). Su valor es mayor que 1 para cualquier medio material, dado que la velocidad de la luz en el vacío (3.0×10^8 m/s) es mayor que en cualquier sustancia. En el caso del aire podemos considerar $n = 1.0$, pues la velocidad de la luz en el aire es aproximadamente igual a 3.0×10^8 m/s. La Tabla 16-1 da valores del índice de refracción para diversas sustancias.

La expresión

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

TABLA 16-1

Índices de refracción	
Sustancia	n
Hielo	1.31
Sal de cocina	1.54
Cuarzo	1.54
Circonio	1.92
Diamante	2.42
Rutilo	2.80
Vidrio	1.50
Alcohol etílico	1.36
Agua	1.33
Glicerina	1.47
Disulfuro de carbono	1.63

puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{1}{v_1} \text{ sen } \theta_1 = \frac{1}{v_2} \text{ sen } \theta_2$$

Al multiplicar ambos miembros de esta igualdad por c, vemos que

$$\frac{c}{v_1} \text{ sen } \theta_1 = \frac{c}{v_2} \text{ sen } \theta_2$$

Pero c/v_1 es n_1 (índice de refracción del medio 1), y c/v_2 es n_2 (índice de refracción del medio 2). Entonces,

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

Esta ecuación es una de las formas más comunes en que se presenta la ley de Snell, y describe matemáticamente, de manera general, el fenómeno de la refracción. Debemos entonces mencionar que

cuando la luz pasa de un medio cuyo índice de refracción es n_1, hacia otro cuyo índice de refracción es n_2, tendremos siempre que

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

donde θ_1 es el ángulo de incidencia y θ_2 es el ángulo de refracción.

EJEMPLO

Para determinar la velocidad de la luz en cierto tipo de vidrio, hicimos que cierto haz de luz que se propagaba en el aire, incidiera sobre el bloque de ese material con un ángulo $\theta_1 = 30°$ (Fig. 16-5). Al medir el ángulo de refracción obtuvimos $\theta_2 = 19°$.

a) ¿Cuál es el valor del índice de refracción del vidrio que se usó en este experimento?

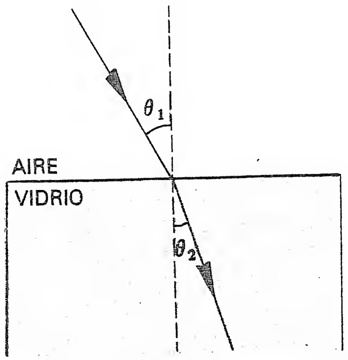


FIGURA 16-5 Para el Ejemplo de la Sección 16.1

Vimos que en la refracción n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2. Como en nuestro caso la luz pasa del aire al vidrio, n_1 será el índice de refracción del aire; es decir, $n_1 = 1.0$, y asimismo n_2 será el índice de refracción del vidrio, que designaremos por n_v. Entonces

$$1.0 \times \text{sen } 30° = n_v \times \text{sen } 19°$$

donde

$$n_v = \frac{\text{sen } 30°}{\text{sen } 19°}$$

Consultando la Tabla de funciones trigonométricas que aparece al final de este volumen, y efectuando los cálculos correspondientes, encontramos $n_v = 1.5$.

b) ¿Cuál es el valor de la velocidad de propagación de la luz en este vidrio?

Por la definición de índice de refracción podemos escribir

$$n_v = \frac{\text{velocidad de la luz en el vacío}}{\text{velocidad de la luz en el vidrio}} \quad \text{o bien,}$$

$$n_v = \frac{c}{v_v}$$

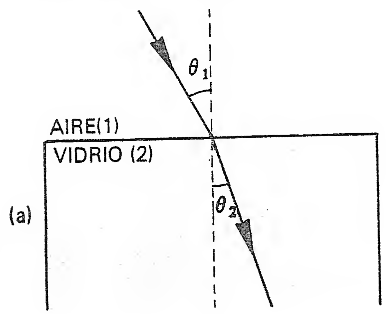
Por tanto

$$v_v = \frac{c}{n_v} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5}$$

donde

$$v_v = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Comentarios. Consideremos un rayo luminoso que pasa de un medio (1) a un medio (2), tales que el índice de refracción de (1) es menor que el de (2); es decir, $n_1 < n_2$. Estos medios podrían ser, por ejemplo, aire ($n_1 = 1.0$)



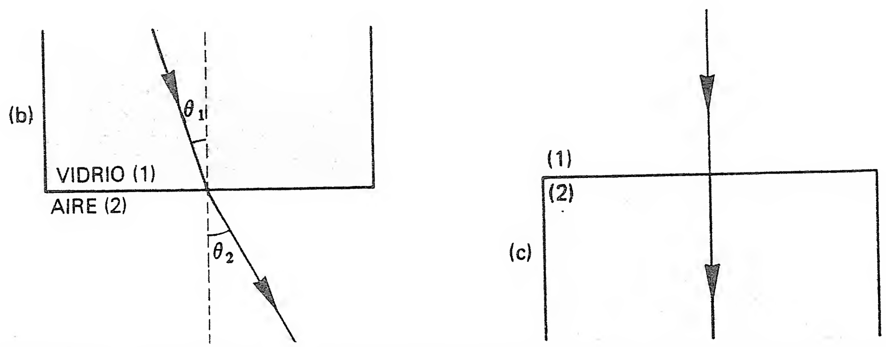


FIGURA 16-6 En (a) decimos que el rayo refractado "se acerca" a la normal, y en (b), que "se aleja" de la normal. En (c), el rayo luminoso no se desvía porque el ángulo de incidencia es nulo.

y vidrio ($n_2 = 1.5$), como en la Figura 16-6a. Entonces, como $n_1 < n_2$ y debemos tener que n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2 concluimos que

$$\text{sen } \theta_1 > \text{sen } \theta_2 \quad \text{donde} \quad \theta_1 > \theta_2$$

Por tanto, cuando un rayo luminoso se refracta al pasar de un medio a otro con mayor índice de refracción, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia, o en otras palabras, el rayo se refracta "acercándose a la normal", como muestra la Figura 16-6a.

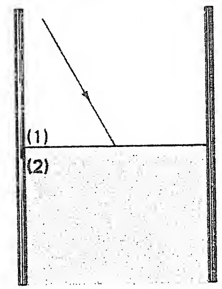
Un razonamiento análogo evidencia que al pasar de un medio a otro cuyo índice de refracción es menor, el rayo luminoso se refracta "alejándose de la normal", como se ve en la Figura 16-6b.

Pero obsérvese que cualesquiera que sean los valores de n_1 y n_2, si un rayo luminoso incide con un ángulo $\theta_1 = 0°$, tendremos por la ley de Snell (n_1 sen $\theta 1 = n_2$ sen θ_2) que también $\theta_2 = 0°$; o sea, que el rayo luminoso no sufre ninguna desviación al pasar desde un medio hacia el otro (Fig. 16-6c).

EJERCICIOS

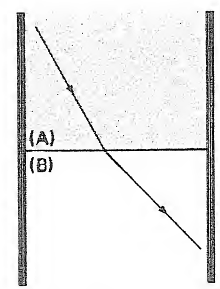
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. *a)* Sabemos que la luz se propaga en cierto cristal con una velocidad $v = 1.5 \times 10^8$ m/s. ¿Cuál es el valor del índice de refracción de este cristal?
   b) Consultando la Tabla 16-1, calcule la velocidad de propagación de la luz en el diamante.
2. Observe los valores de los índices de refracción de la Tabla 16-1. ¿En cuál de los medios que allí se mencionan se propaga la luz
   a) con mayor velocidad?
   b) con menor velocidad?
3. Un rayo luminoso que se propaga en el aire se refracta al pasar de este medio a glicerina. El ángulo de incidencia del rayo luminoso es de 30°.
   a) Considere la ley de Snell y diga para la situación descrita, cuánto valen n_1, θ_1 y n_2 (consulte la Tabla 16-1).
   b) Determine el valor del ángulo de refracción θ_2 (consulte la Tabla de funciones trigonométricas al final de este volumen).
   c) Usando un transportador haga un croquis que muestre correctamente las direcciones del rayo incidente y del rayo refractado.
4. La figura de este ejercicio muestra un rayo luminoso que incide en la superficie de separación de dos medios (1) y (2). Muestre en la figura la dirección aproximada del rayo refractado suponiendo que:
   a) $n_2 > n_1$
   b) $n_2 < n_1$
5. Un rayo luminoso, al pasar de un medio *A* a otro medio *B*, se refracta en la forma que se muestra en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 4

a) Al refractarse dicho rayo, "¿se aproxima o se aleja de la normal?"
b) Entonces, el ángulo de incidencia θ_1, ¿es mayor o menor que el ángulo de refracción θ_2?
c) ¿Cuál de los dos medios tiene mayor índice de refracción?
d) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga más rápidamente?



Ejercicio 5

16.2 Algunos fenómenos relacionados con la refracción

❖ La refracción de la luz es responsable de muchos fenómenos que se pueden observar en nuestra vida diaria. Vamos a describir algunos de estos fenómenos, y a tratar de analizarlos tomando como base las leyes de la refracción que estudiamos en la sección anterior.

❖ **Formación de imagen por refracción.** La Figura 16-7 muestra un objeto pequeño *O*, colocado a cierta profundidad dentro del agua. Los rayos luminosos emitidos por el objeto al pasar del agua al aire, sufren refracción y se alejan de la normal, como ya sabemos. En la Figura 16-7 se ve que los rayos refractados constituyen un haz divergente, y llegan al ojo de un observador como si hubiesen sido emitidos desde el punto *I*. Por eso, el observador *no* verá efectivamente el objeto. En realidad, lo que él percibe *es una imagen del cuerpo* en la posición *I*, situada arriba de la posición real que ocupa el objeto. Esta imagen *I es virtual*, porque se localiza en el punto de encuentro de las *prolongaciones* de los rayos refractados.

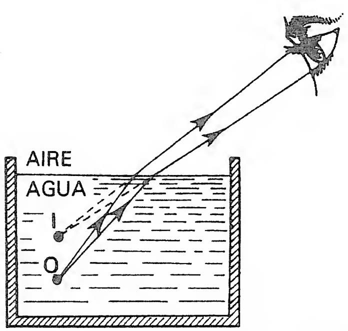


FIGURA 16-7 Imagen virtual de un objeto situado dentro del agua.

❖ **Comentarios.** 1) Cuando estamos en la orilla de una piscina de agua tranquila, nos parece menos profunda, como usted ya debe haber observado. Este hecho puede entenderse por lo que acabamos de aprender: lo que percibimos no es el fondo de la piscina, sino su imagen, más alta en relación con el fondo, en virtud de la refracción de los rayos luminosos (que salen del fondo de la piscina) al pasar hacia el aire.

2) Cuando sumergimos en agua parte de una regla en forma oblicua, tal barra nos parece quebrada. La Figura 16-8 explica la razón de esto: nosotros no vemos realmente la parte sumergida, sino su imagen virtual, situada arriba de la posición real del objeto.

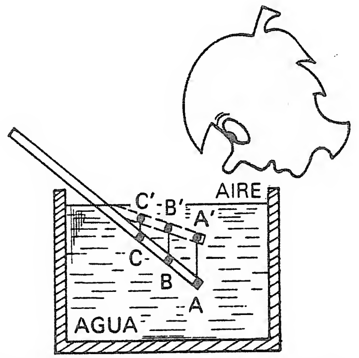


FIGURA 16-8 Una barra recta sumergida en el agua parece estar "quebrada".

3) Cuando la luz que proviene de una estrella penetra en la atmósfera terrestre, encuentra capas de aire cada vez más densas, y por consiguiente, con índices de refracción cada vez mayores. Debido a ello, esta luz sufre refracciones sucesivas, aproximándose a la normal, como muestra la Figura 16-9. Entonces, cuando un observador recibe la luz de la estrella, parece como si esa luz proviniera del punto 1 (Fig. 16-9), situado en la prolongación del rayo refractado que recibe el observador. En otras palabras, lo que éste divisa es una imagen virtual de la estrella, producida por la refracción de la luz en la atmósfera terrestre.

Un fenómeno idéntico a éste ocurre con la luz solar. Al anochecer, aun cuando el Sol ya se encuentra por abajo de la línea del horizonte, seguimos viendo su imagen (y recibiendo su luz) debido a la refracción en la atmósfera, como

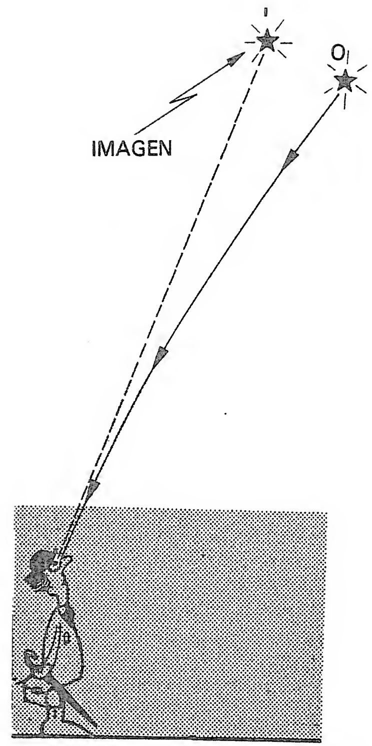


FIGURA 16-9 La luz que proviene de una estrella se refracta al atravesar la atmósfera terrestre.

se observa en la Figura 16-10. De la misma manera, al amanecer empezamos a ver la imagen del Sol antes que llegue a la línea del horizonte. Así pues, si no hubiese atmósfera, el día terrestre sería un poco más corto.

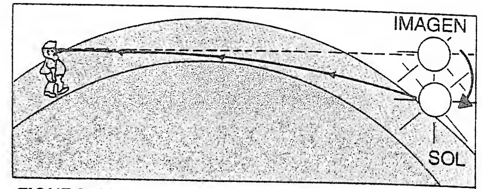


FIGURA 16-10 La duración del día se prolonga en virtud de la refracción de la luz solar en la atmósfera terrestre.

❖ **Reflexión total.** Consideremos dos medios 1 y 2, tales que $n_1 > n_2$, como, por ejemplo, agua (medio 1) y aire (medio 2). Un objeto luminoso *O*, situado en el medio 1, emite un rayo *OA* (Fig. 16-11), que al pasar al medio 2, se refracta alejándose de la normal, pues $n_1 > n_2$. Ya sabemos, por la ecuación n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2, que cuanto mayor sea el ángulo de incidencia, tanto mayor será el ángulo de refracción. Entonces, un rayo como *OB*, después de refractarse, se alejará más de la normal que *OA*. Como el ángulo de refracción se mantiene siempre mayor que el de incidencia ($n_1 > n_2$), un determinado rayo incidente *OC* presentará un rayo refractado tangente a la superficie de separación de ambos medios; es decir, el ángulo de refracción correspondiente a este rayo es de 90° (Fig. 16-11). El ángulo de incidencia del rayo que se refracta de esta manera se denomina *ángulo límite*, *L*, como se indica en la Figura 16-11.

Cualquier otro rayo luminoso que parta de *O* y cuyo ángulo de incidencia sea mayor que *L*, como, por ejemplo, el rayo *OD*, no surgirá al medio 2. Se comprueba que este rayo es *total-*

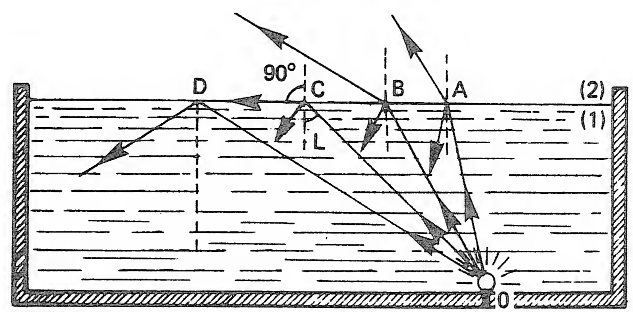


FIGURA 16-11 Los rayos *OA* y *OB* se reflejan parcialmente y se refractan en parte. El rayo *OD* se refleja en su totalidad.

mente reflejado en la superficie de separación de los dos medios, volviéndose a propagar en el medio 1. Este fenómeno se denomina *reflexión total,* porque en estas condiciones, la totalidad de la luz incidente es reflejada, lo cual no sucede ni en los mejores espejos, los cuales al reflejar la luz, absorben una pequeña fracción del haz incidente.

Usando la ley de Snell, n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2 podemos obtener una expresión que permite calcular el valor del ángulo límite L. La Figura 16-11 muestra que para el rayo OC tenemos $\theta_1 = L$ y $\theta_2 = 90°$. Luego entonces

$$n_1 \text{ sen } L = n_2 \text{ sen } 90°$$

donde

$$\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1}$$

Así pues, concluimos que

> un rayo luminoso que se propaga en un medio 1 e incide en la superficie de separación de éste y un medio 2, tal que $n_1 > n_2$, sufrirá reflexión total si su ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite L. El valor de L corresponde a sen $L = n_2/n_1$.

❖ **Comentarios.** 1) Un prisma de vidrio, como el de la Figura 16-12a, cuya sección es un triángulo rectángulo isósceles, se emplea para reflejar totalmente la luz, sustituyendo a los espejos en algunos instrumentos ópticos. La Figura 16-12b muestra, en detalle, cómo sucede esto: la luz penetra perpendicularmente a la cara AB, encuentra la cara BC con un ángulo de incidencia de 45°, sufre una reflexión total en esta cara y sale en forma perpendicular a la cara AC.

Podemos entender por qué el rayo luminoso se reflejó totalmente en BC si calculamos el ángulo límite entre el vidrio y el aire. En la ecuación sen $L = n_2/n_1$, se tiene que $n_2 = 1.0$ (aire) y $n_1 = 1.5$ (vidrio). Tendremos entonces

$$\text{sen } L = \frac{1.0}{1.5} = 0.67$$

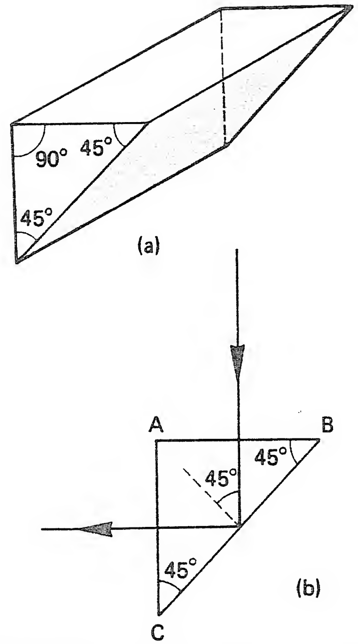


FIGURA 16-12 Un prisma como el de la figura se puede usar para sustituir, con cierta ventaja, a los espejos, pues refleja totalmente la luz.

donde

$$L = 42°$$

Entonces, como el ángulo de incidencia en la cara BC (45°) es superior al valor del ángulo límite (42°), el rayo luminoso se refleja totalmente en esta cara.

2) El índice de refracción del diamante es mucho mayor que el del vidrio (*véase* Tabla 16-1). Por consiguiente, el ángulo límite entre el diamante y el aire (24°) es mucho menor que el del vidrio (42°). Este hecho hace que gran parte de la luz que penetra en una de las caras del diamante, se refleje totalmente en las demás, volviendo luego a la primera cara para salir por ella. Debido a esto, el diamante presenta su brillo característico que le da un gran valor como joya.

3) Cuando viajamos por una carretera asfaltada en un día de mucho calor, y miramos a lo largo de ella, a veces tenemos la impresión de que se encuentra mojada. Esto se debe a que como el asfalto se halla muy caliente, las capas de aire cercanas a él presentan menor densidad, y debido a esto, un menor índice de refracción que las capas que están situadas un poco más arriba. Así pues, la luz solar incidente sufre refracciones sucesivas en las capas de aire cuyo índice de refracción es diferente (como muestra la Figura 16-13), llegando a las capas más bajas con incidencia superior al ángulo límite, y por tanto, sufriendo una reflexión total antes de llegar al suelo. Esta luz reflejada, al llegar a nuestros ojos, da lugar a reflejos luminosos que parecen provenientes del asfalto, dándonos la impresión de que está mojado.

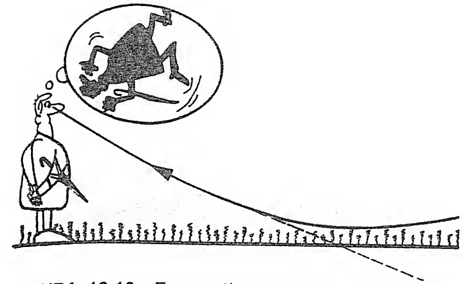


FIGURA 16-13 En un día caluroso, el observador tiene la impresión de que una carretera asfaltada está mojada.

Este mismo fenómeno produce los espejismos que ven los viajeros en el desierto, cuando creen que hay agua sobre la arena caliente.

La fibra óptica

Es un material que utiliza la reflexión total de la luz para trasmitirla a través de él (Fig. I). La posibilidad de producirla surgió con el avance de la tecnología del cuarzo, que propició la obtención de alambres muy delgados y perfectamente transparentes que pueden doblarse sin que se rompan. Por tanto, por la reflexión total en las paredes de la fibra, la luz u otra radiación electromagnética cualquiera puede ser conducida por cualquier trayectoria. La transparencia casi absoluta del cuarzo de gran pureza es una propiedad fundamental para la construcción de estos dispositivos. Por ejemplo, puede utilizarse un alambre de vidrio, pero no servirá para estos propósitos porque no tiene la transparencia deseada para las aplicaciones más comunes de la fibra óptica. En la Figura II, que presenta una sección recta de este material, puede verse su constitución y dimensiones: el alambre de cuarzo muy delgado (cerca de 5 millonésimos de metro) está cubierto por dos capas, una de vidrio y otra de plástico, para su protección.

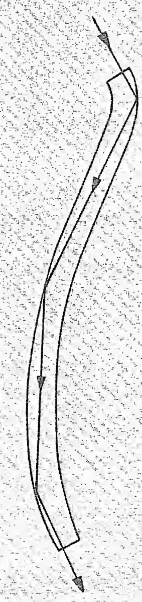


Figura I

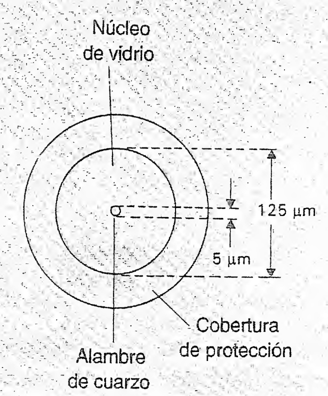


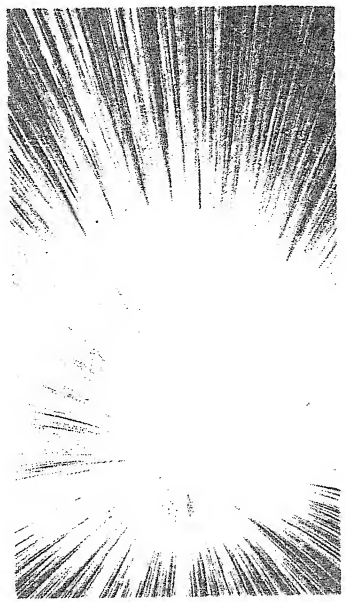
Figura II

Los principales usos de la fibra óptica son en medicina y en comunicación (televisión y teléfono). En medicina se utiliza en endoscopios, aparatos que facilitan el examen de órganos internos, o en cirugías. Se utilizan dos haces de fibras ópticas, introducidos a través de la garganta del paciente. Uno lleva la señal luminosa y el otro muestra al médico la imagen del órgano. La fuente de luz que se utiliza siempre es de láser, por su gran potencia y poder para ser trasmitida mediante haces muy delgados.

En la comunicación, la fibra óptica se utiliza para trasmitir señales mediante pulsos de radiaciones electromagnéticas (casi siempre luz o radiación infrarroja), sustituyendo así los cables submarinos en la trasmisión telefónica a grandes distancias, que aún se realiza con frecuencia por corriente eléctrica a través de alambres de cobre. La fibra óptica permite trasmitir información con mayor eficiencia y economía que los alambres de cobre (pueden, en igualdad de condiciones, enviar 100 000 veces más información). Sin embargo, la velocidad de trasmisión de las señales en fibra óptica (200 000 km/s) es menor que la de las señales en corriente eléctrica por alambres de cobre (cerca de 300 000 km/s). Otra ventaja de la fibra óptica, en relación con los alambres de cobre, es que los repetidores y los amplificadores de las señales se hacen necesarios sólo a distancias de casi 100 km, mientras que los alambres de cobre deben instalarse de 4 en 4 km, aproximadamente. Otra desventaja es su menor resistencia (se rompen con facilidad), porque los alambres de cobre resisten mejor el deterioro ocasionado por los peces, el agua y otros factores. En la fuente de las señales casi siempre se utilizan radiaciones infrarrojas (menos absorbidas por el cuarzo) y en forma de láser (por los motivos señalados).

Las fibras ópticas se han utilizado también en un tipo especial de telescopio que permite realizar observaciones simultáneas de diversos astros. El aparato tiene varios brazos mecánicos, controlados por motores independientes y en cada uno de ellos se ha adaptado una fibra óptica (en el proyecto Argus, uno de los más modernos jamás construidos, instalado en el Observatorio Interamericano de Cerro Tololo, en Chile, existen 24 de esos brazos y en el Hydra, proyecto estadunidense realizado en Arizona, hay 96 brazos). Con una cámara de televisión, cada fibra óptica está apuntada para una posición en que se supone existe una galaxia (generalmente cerca de 100 millones de años luz de la Tierra). Como la fibra es muy delgada, normalmente sólo capta la luz de una galaxia, por lo que reduce la superposición con la luz de estrellas más cercanas y de la atmósfera misma. Con este proceso está siendo posible trazar un mapa del Universo que consta de pocos miles de galaxias, número todavía muy pequeño frente al valor estimado, que es de 100 mil millones (los astrónomos prevén que hacia el año 2000 estarán catalogadas cerca de 1 millón de galaxias). Este trabajo permitirá a los científicos entender mejor cómo está evolucionando el Universo y, a partir de allí, construir un modelo más adecuado de su origen.

En la vida cotidiana, las fibras se utilizan poco. Pueden encontrarse en la confección de ciertos tipos de lámparas de mesa, sólo con fines decorativos. En algunas jugueterías suelen encontrarse linternas, a las cuales se les adaptaron fibras ópticas.

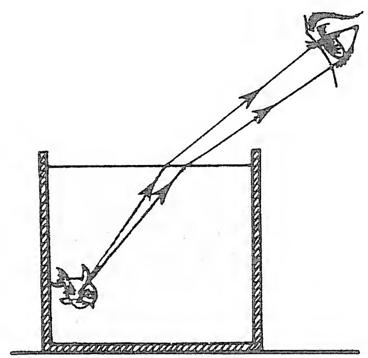


Haz de fibras ópticas. Observe que la luz roja que está penetrando por la parte inferior del haz (parte común en las fibras), no atraviesa la superficie lateral de las fibras, emergiendo en el extremo superior de cada una de ellas (puntos rojos vistos en la foto).

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

6. Un pequeño pez se encuentra dentro de un acuario. La figura de este ejercicio muestra rayos luminosos que parten del pez y se refractan al pasar del agua hacia el aire.
   a) Muestre, en la figura, dónde está situada la imagen del pez que ve el observador.
   b) Esta imagen, ¿es real o virtual? Explique.
   c) Si el observador deseara atrapar al pecesillo con un arpón, ¿deberá dirigir el arma hacia un punto situado arriba o abajo de la posición donde ve el pez?

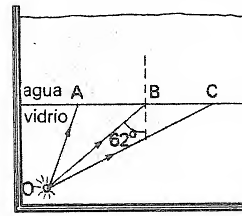


Ejercicio 6

7. Una estrella es observada en el cielo, en cierta posición por arriba del horizonte. ¿La estrella se encuentra realmente más lejos o más cerca del horizonte?

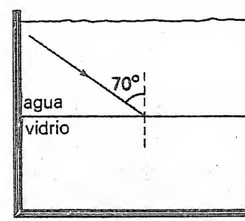
8. Imagine que la Tierra perdiera totalmente su atmósfera. En estas condiciones:
   a) ¿La salida del Sol se produciría más temprano o más tarde que en la actualidad?
   b) ¿Y la puesta del Sol?
   c) Entonces, la duración del día, ¿pasaría a ser mayor, menor o no sufriría cambio?

9. *a*) Consultando la Tabla 16-1 determine el valor del ángulo límite L para un rayo de luz que pasa del vidrio hacia el agua.
   b) Complete la figura de este ejercicio, mostrando qué sucede con los rayos *OA*, *OB* y *OC* después de incidir en la superficie de separación entre el vidrio y el agua.



Ejercicio 9

10. Vimos, en el ejercicio anterior, que el ángulo límite entre el vidrio y el agua vale $L = 62°$. Con base en esta información, ¿podemos afirmar que el rayo luminoso, que se muestra en la figura de este ejercicio, se reflejará totalmente? Explique.



Ejercicio 10

11. Considere un diamante tallado y su imitación hecha de vidrio común.
   a) El ángulo límite entre el diamante y el aire, ¿es mayor o menor que el ángulo límite entre el vidrio y el aire?
   b) Si ambos están iluminados con la misma fuente de luz, ¿en cuál de ellos se reflejará totalmente el mayor porcentaje de dicha luz en las caras internas?
   c) Utilice la respuesta de la pregunta anterior para explicar por qué el diamante brilla más que la imitación de vidrio.

12. *a*) En los desiertos, en un día de Sol muy caliente, ¿las capas de aire cercanas a la arena tienen un índice de refracción mayor o menor que las capas superiores?
   b) Tomando en cuenta la respuesta de la pregunta anterior, explique por qué en un desierto, suele tenerse la impresión de que existe un charco de agua sobre la arena.

16.3 Descomposición de la luz

❖ **El índice de refracción varía con el color de la luz.** Suponga que en un experimento hiciésemos incidir un rayo de luz roja sobre un bloque de vidrio, y midiésemos el ángulo de incidencia θ_1 y el ángulo de refracción, θ_2 (Fig. 16-14a). Al repetir el experimento y hacer incidir sobre el mismo bloque y con el mismo ángulo de incidencia θ_1, un rayo de luz azul, observaríamos que éste se refracta con un ángulo de refracción θ_2' *un poco menor* que θ_2 (Fig. 16-14b). En otras palabras, la luz azul, al refractarse, sufre una mayor desviación, acercándose más a la normal que la luz roja. Este hecho indica que el vidrio presenta un índice de refracción *mayor* para la luz azul que para la luz roja.

Si repetimos este experimento usando luz de otro color, observaremos que para cada uno de ellos, el vidrio presenta un índice de refracción diferente. Pero estas diferencias son muy pequeñas, como podemos ver en la Tabla 16-2. Cualquier otro medio material (agua, plástico, etc.) presenta un comportamiento similar al del vidrio, o sea, que tiene un índice de refracción diferente para cada color.

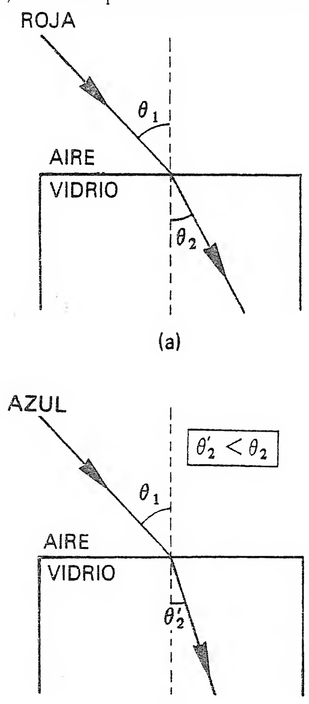


FIGURA 16-14 El índice de refracción del vidrio para la luz azul, es mayor que para la luz roja.

TABLA 16-2

Índice de refracción del vidrio tipo "Crown" para diversos colores

Color	n
Rojo	1 513
Amarillo	1 517
Verde	1 519
Azul	1 528
Violeta	1 532

❖ **Descomposición de la luz blanca.** Consideremos ahora un estrecho haz de luz blanca, por ejemplo, de luz solar, al que se hace incidir en un bloque de vidrio (Fig. 16-15). Observamos que esta luz blanca, al penetrar en el vidrio, se refracta dando lugar a un haz multicolor, en el cual es posible percibir los colores siguientes: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, añil y violeta. El color rojo es el que sufre menor desviación, y el violeta es el que más se desvía de todos (Fig. 16-15).

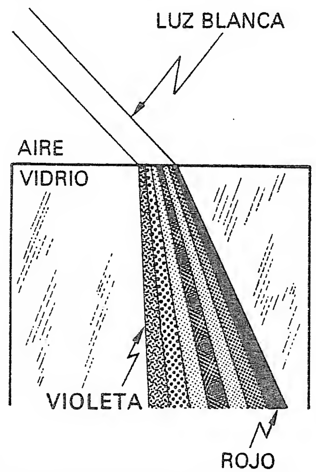


FIGURA 16-15 La luz blanca, al penetrar en el vidrio sufre descomposición, y se separa en luces de diversos colores.

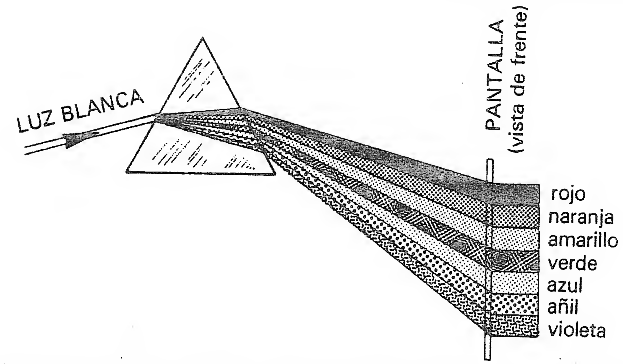
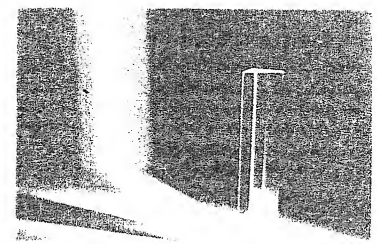


FIGURA 16-16 Al atravesar un prisma de vidrio, el haz de luz blanca se descompone, dando lugar a un espectro o conjunto multicolor.



Este experimento muestra, entonces, que la luz blanca está constituida por la superposición de todos estos colores. Al penetrar superpuestos en el vidrio, cada color sufre una desviación distinta, pues como vimos, el índice de refracción del vidrio es diferente para cada uno de ellos. Por este motivo, el haz refractado se presenta en forma multicolor. Este fenómeno, en el cual la luz blanca se separa en diversos colores, se denomina *descomposición* de la luz. Por tanto, al refractarse, la luz blanca se *descompone* (o "dispersa") en los colores que la forman.

La separación de los colores en un experimento como el de la Figura 16-15 es muy pequeña, y en ocasiones difícil de observar. Podemos conseguir una descomposición más acentuada de la luz blanca si hacemos pasar el haz por dos refracciones sucesivas. Esto sucede cuando se hace incidir un haz de luz blanca en un prisma de vidrio como el mostrado en la Figura 16-16. El haz se refracta al penetrar en el prisma, y nuevamente, al salir de él, lo cual provoca una mayor separación de los colores. Este conjunto cromático, denominado *espectro de la luz blanca,* puede observarse más fácilmente si se recibe en una pantalla (Fig. 16-16).

Al volver a combinar todos los colores del espectro que se muestra en la Figura 16-16, obtendremos nuevamente la luz blanca. La Figura 16-17 muestra una forma de obtener esta recomposición: el haz multicolor que sale de un

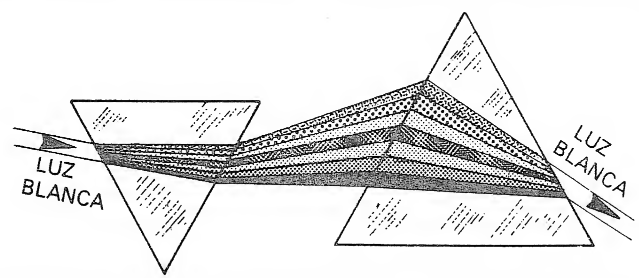


FIGURA 16-17 Podemos volver a obtener la luz blanca recombinando los colores del espectro.

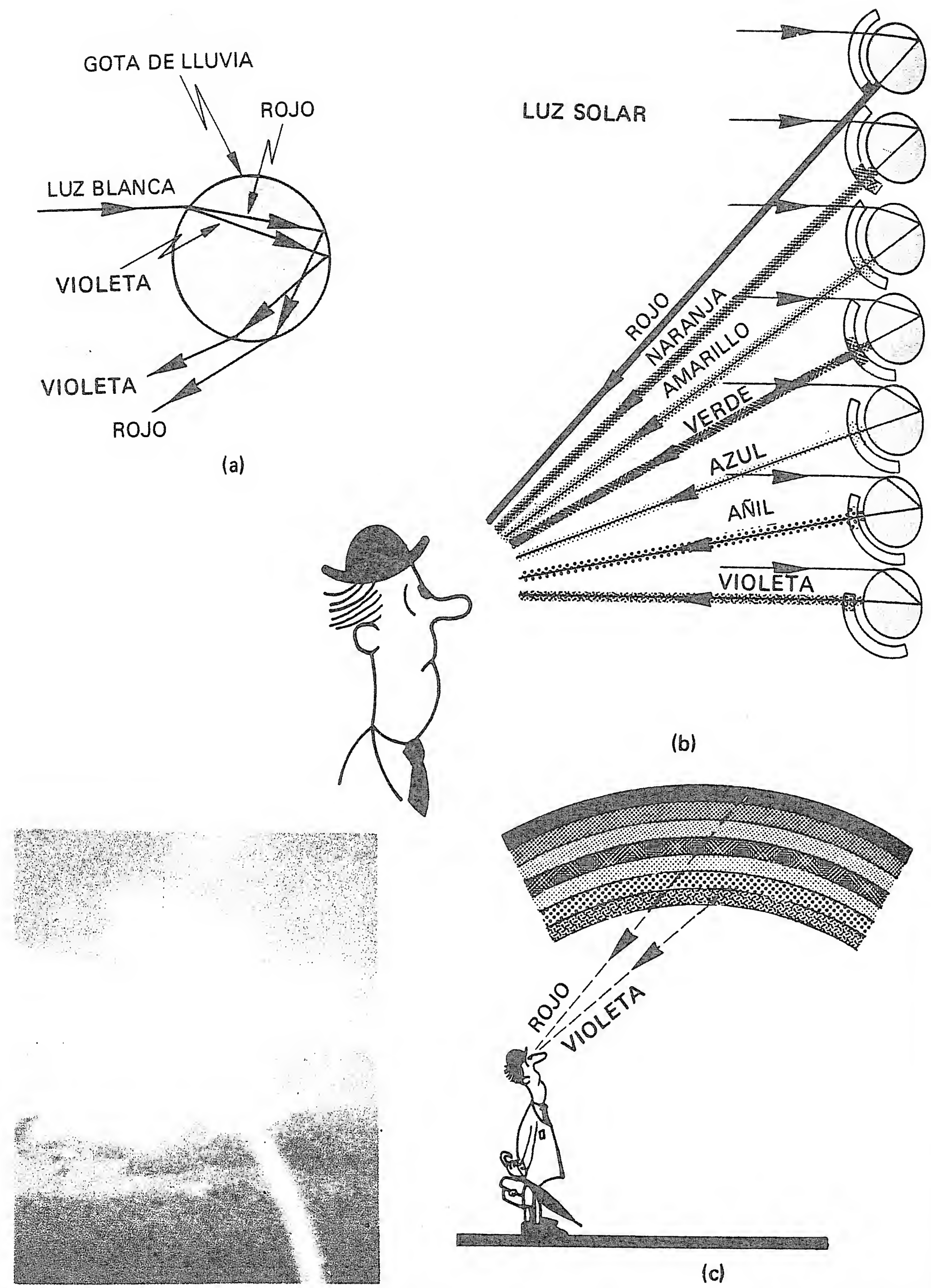


FIGURA 16-18 El arco iris se forma en virtud de la refracción y reflexión de la luz solar al encontrar gotitas de agua en la atmósfera.

prisma atraviesa un segundo prisma invertido, lo cual provoca la superposición de los colores, volviendo a producir luz blanca.

Si la luz de un color determinado, obtenida en el espectro de la luz blanca, atravesara un prisma, *no* se descompondría en otros colores; es decir, cada componente del espectro es un color puro (o simple). Por esto, decimos que cada franja coloreada del espectro está constituida por luz *monocromática,* o sea, "luz de un solo color".

❖ **El arco iris.** Una de las consecuencias más interesantes de la descomposición de la luz es la formación del arco iris. Como usted sabe, el arco iris se forma cuando la luz del Sol incide en gotitas de agua que se encuentran suspendidas en la atmósfera, durante la lluvia o después de llover. Cuando un rayo de luz solar (luz blanca) penetra en una gota, se refracta y sufre descomposición. El haz multicolor se refleja en la superficie interna de la gota, como podemos ver en la Figura 16-18a, y al salir de ella, vuelve a refractarse, lo cual produce una mayor separación de los colores. Obviamente, esta dispersión se produce en todas las gotas que están recibiendo la luz del Sol. Pero, un observador situado en la superficie de la Tierra no percibe todos los colores que provienen de una sola gota, pues tales colores, al llegar al suelo, se encuentran muy separados entre sí. Como podemos ver en la Figura 16-18b, la luz roja que llega al observador proviene de gotas más altas, y la luz violeta, de gotas más bajas. Los demás colores del espectro, naturalmente, provienen de gotas situadas entre estos dos extremos.

❖ **El color de un objeto.** De manera general, cuando nos referimos al color de un objeto estamos suponiendo que se encuentra iluminado por luz blanca (solar o la de una lámpara común). Si recordamos que la luz blanca está constituida por la superposición de los colores del espectro, podemos concluir que un objeto se ve verde, por ejemplo, porque refleja preferentemente la luz verde y absorbe casi totalmente los demás colores; es decir, envía hacia nuestros ojos únicamente la luz verde (Fig. 16-19a). De la misma manera, un objeto rojo es

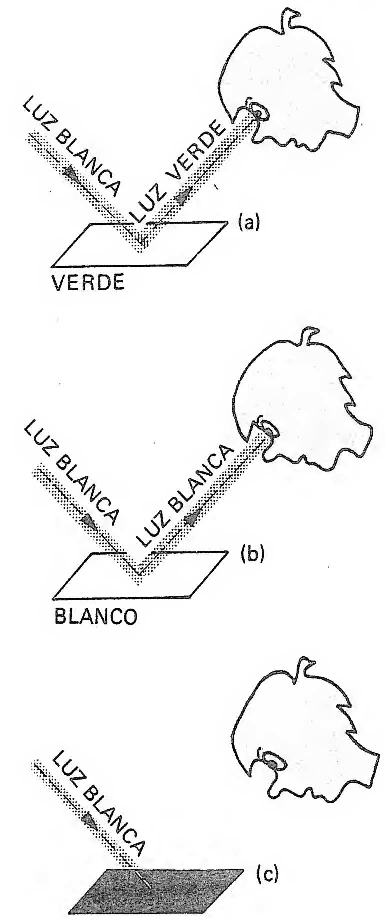


FIGURA 16-19 Cuando iluminamos un objeto con luz blanca, éste absorbe unos colores y refleja otros.

aquel que refleja la luz roja y absorbe todos los demás colores, pudiéndose decir lo mismo acerca de los objetos azules, amarillos, etcétera.

Un objeto es blanco (cuando está iluminado con luz blanca) porque refleja todos los colores que recibe y no absorbe prácticamente ninguna luz, de modo que envía luz blanca hacia nuestros ojos (Fig. 16-19b). Por otra parte, un objeto negro absorbe toda la luz (de todos los colores) que incide en él, por lo cual no envía luz alguna hacia nuestros ojos (Fig. 16-19c).

EJEMPLO 1

Un objeto que se ve blanco cuando está expuesto a la luz solar, se coloca en un cuarto oscuro. ¿Cuál será el color de este objeto?:

a) ¿Si encendemos dentro de la habitación una luz monocromática amarilla?

Si el objeto es blanco cuando se encuentra expuesto a la luz solar, es porque tiene la propiedad de reflejar todos los colores. En la habitación, tal objeto recibirá únicamente la luz amarilla, y evidentemente, sólo podrá reflejar este color (Fig. 16-20a). Entonces, en estas condiciones, el objeto se verá de color amarillo.

b) ¿Si encendemos en la habitación una luz monocromática azul?

Es obvio que si el objeto refleja todos los colores y únicamente recibe el azul, reflejará este color y se verá azul (Fig. 16-20b).

Así pues, concluimos que el color de un objeto no sólo depende del objeto mismo (colores que son capaz de reflejar), sino también, del color de la luz con que se le ilumina. En realidad, como vimos, un objeto blanco (que refleja todos los colores) puede verse de otro color, según sea el de la luz que incida sobre él.

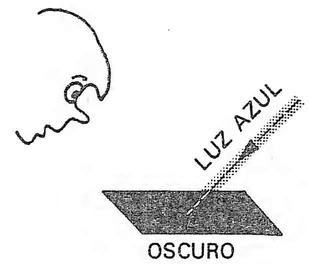


FIGURA 16-21 Para el Ejemplo 2.

EJEMPLO 2

Un objeto que se ve amarillo cuando se halla expuesto a la luz solar, se coloca en un cuarto oscuro. ¿Cuál será el color del objeto cuando encendamos en el cuarto una luz monocromática azul?

El cuerpo, como sabemos, tiene la propiedad de reflejar únicamente la luz amarilla y absorber los demás colores del espectro de la luz blanca. Al recibir solamente la luz azul, la absorberá (Fig. 16-21). Así, el objeto no enviará ninguna luz hacia nuestros ojos y se verá oscuro.

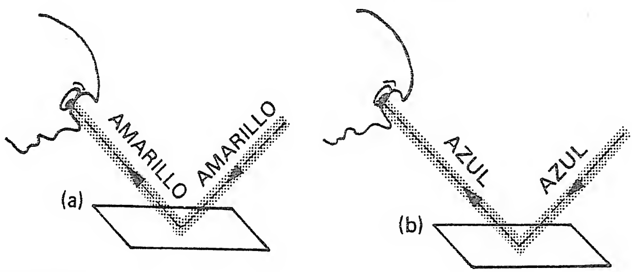


FIGURA 16-20 Para el Ejemplo 1.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

13. Un haz de luz blanca que se propaga en el aire, incide oblicuamente en la superficie de un bloque de vidrio, refractándose y sufriendo descomposición.

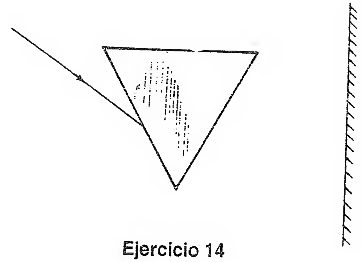
a) ¿Cuál es el color que sufre mayor desviación?

b) ¿Para qué color es mayor el ángulo de refracción?

c) ¿Para qué color es más grande el índice de refracción del vidrio?

14. *a*) La figura de este ejercicio muestra un rayo de luz monocromática que incide en un prisma de vidrio. Muestre en la figura la trayectoria aproximada que este rayo sigue hasta llegar a la pantalla.

b) Suponga que este rayo de luz monocromática es sustituido por un haz de luz blanca. Complete el dibujo mostrando la descomposición de la luz, e indique en la pantalla, la posición de cada uno de los colores del espectro de la luz blanca.



Ejercicio 14

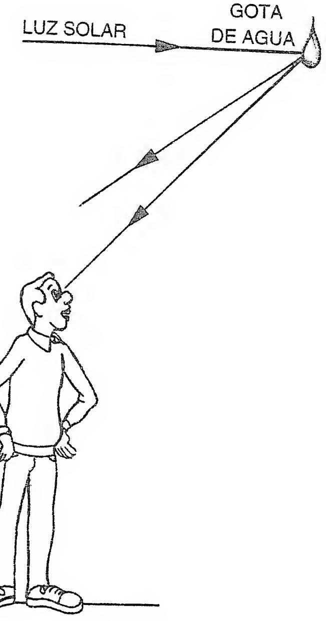
15. ¿Por qué cuando observamos un diamante iluminado con luz blanca, es posible percibir destellos de colores?

16. Como vimos, la luz que incide en una gota de agua suspendida en la atmósfera, sufre descomposición y sale de ella en forma de haz multicolor. En la figura de este ejercicio se muestran los rayos extremos del haz que sale de la gota de agua. Orientándose con la Figura 16-18, responda:

a) ¿Cuál es el color del rayo luminoso que incide en el ojo del observador?

b) Si el observador está viendo un arco iris, la gota que envía luz violeta hacia sus ojos, ¿está situada abajo o arriba de la gota que se muestra en la figura?

17. Quizás usted sepa que el círculo central de la bandera nacional de Brasil, cuando se halla iluminado con luz blanca, se ve azul. Entonces. ¿cuál es el color reflejado de preferencia por el círculo? ¿Y cuáles son los colores que absorbe? (*Véase* una ilustración de esta bandera.)



Ejercicio 16

18. Suponga que dicha bandera se coloca en un cuarto oscuro iluminado con luz monocromática amarilla. Diga qué color presentarán las siguientes partes:

a) El círculo central. (Que es azul.)

b) El rombo. (Que es amarillo.)

c) La banda o franja del círculo central y las estrellas. (Que son blancas.)

d) El resto de la bandera. (Que es verde.)

16.4 Lentes esféricas

Qué es una lente. Las lentes son dispositivos que se emplean en un gran número de instrumentos muy conocidos, como las gafas o anteojos, las cámaras fotográficas, los microscopios, las lupas, etc. Como ya debe haber observado, una lente está constituida por un medio material transparente, limitado por caras curvas que normalmente son esféricas. Dicho medio es, en general, vidrio o algún plástico, pero también podría ser el agua, el aire, etc. Las lentes esféricas poseen caras cóncavas o convexas, pudiendo ser plana una de ellas, como muestra la Figura 16-22. Cuando ambas caras de una lente son convexas, decimos que se trata de una lente biconvexa; cuando ambas son cóncavas, la lente es bicóncava, etc.* (*Véase* Figura 16-22.)

* **N. del R.** Las lentes cóncavo-convexa y convexo-cóncava se denominan también *menisco convergente* la primera, y *menisco divergente* la segunda.

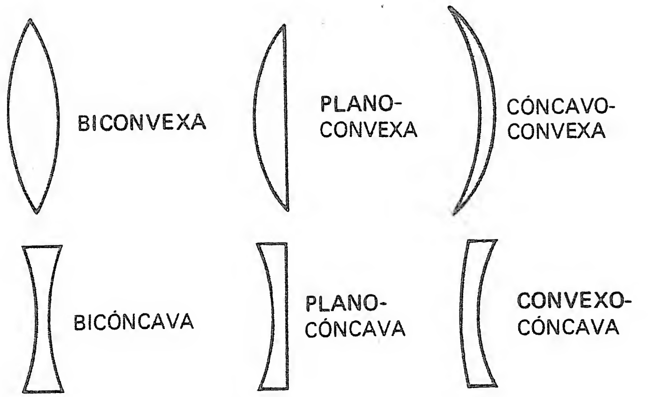


FIGURA 16-22 Diversos tipos de lentes.

❖ **Lentes convergentes y divergentes.** La recta perpendicular a ambas caras de una lente se denomina *eje* de la misma. En la Figura 16-23a mostramos el eje de una lente biconvexa, y en (b), el eje de una lente bicóncava.

Consideremos un rayo luminoso, como el 1 de la Figura 16-23a, el cual incide en la lente biconvexa, paralelamente a su eje. Al penetrar en la lente, este rayo se refracta, acercándose a la normal; al salir de la misma, vuelve a refractarse alejándose de ella. Entonces, el rayo se

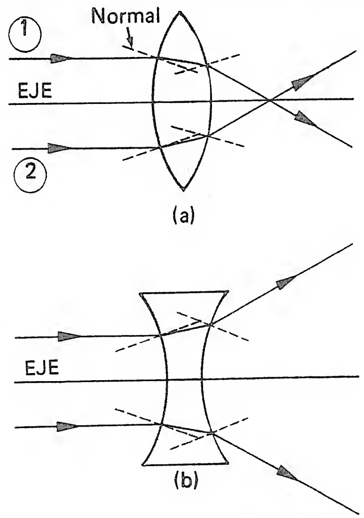


FIGURA 16-23 En (a) tenemos una lente convergente, y en (b), una divergente.

desvía, como se observa en la Figura 16-23a, cortando al eje en un punto determinado. El rayo 2, también paralelo al eje, atraviesa la lente en forma similar al rayo 1, desviándose de modo que corta el eje en ese mismo punto. Cualquier rayo que incida en la lente en forma paralela a su eje, tendrá un comportamiento análogo, y por tanto, esta lente hace *converger* hacia un punto de su eje, los rayos luminosos que en ella inciden paralelamente a él. Por este motivo, la lente que se muestra en la Figura 16-23a se denomina *lente convergente.*

La Figura 16-23b muestra lo que sucede con los rayos que inciden en forma paralela al eje de una lente bicóncava. Observemos que en este caso, los rayos se desvían de manera que se vuelven *divergentes.* Por esto mismo, decimos que la lente bicóncava es una *lente divergente.** De manera general es posible comprobar que

> las lentes cuyo borde circular es más delgado que la parte central (como la lente biconvexa) son convergentes, y aquellas cuyo borde es más grueso que la parte central (como la lente bicóncava), son divergentes.

* **N. del R.** A las lentes convergentes y a las divergentes se les llama también, *conversoras y diversoras,* respectivamente.

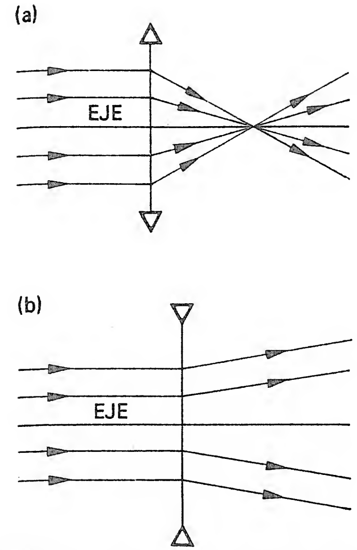


FIGURA 16-24 Las lentes convergentes tienen su borde circular más delgado que la parte central, y en las divergentes su borde es más grueso.

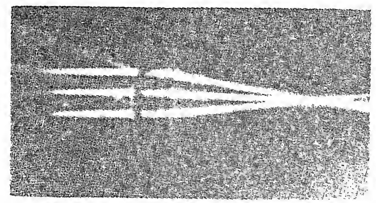
Las lentes suelen representarse en la forma indicada en la Figura 16-24. En (a), tenemos una lente convergente, y en el esquema las puntas de flechas intentan dar la idea de que es más delgada en su borde. En (b), se representa con las puntas de flecha el hecho de que la lente es más gruesa en su borde (lente divergente).

❖ **Focos de una lente convergente.** En nuestro estudio analizaremos únicamente lentes de pequeño espesor, es decir, lentes finas o delgadas. Por este motivo, para simplificar el trazo de los diagramas no se indicará la trayectoria real de los rayos luminosos en el interior de la lente; sólo se dibujarán dichos rayos sustituyendo las dos refracciones producidas por la lente, por una desviación única en su interior, como muestra la Figura 16-25.

En la Figura 16-25a se muestra un haz de luz paralelo al eje, el cual incide en una lente convergente. Como ya sabemos, este haz, después de atravesarla converge hacia un punto del eje. Tal punto, F_1, se denomina *primer foco de la lente.* La distancia de F_1 a la misma (a cualquiera de sus caras, pues es delgada), se denomina *distancia focal* (simbolizada por f) de la lente.

Si hacemos incidir ahora un haz de rayos paralelos sobre la otra cara de la lente, como muestra la Figura 16-25b, comprobaremos que el haz convergerá en el punto F_2, situado en el eje a la misma distancia f. El punto F_2 se denomina *segundo foco* de la lente. Entonces, una lente convergente posee dos focos, situados ambos a la misma distancia f de aquélla.*

* **N. del R.** Esta distinción es relativa y arbitraria, pues cualquier foco puede ser "primero", y el otro "segundo", en lentes de esta clase.



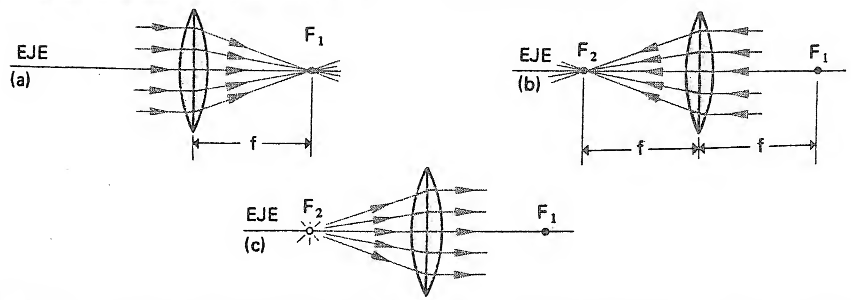


FIGURA 16-25 Los rayos paralelos al eje de una lente convergente, luego de atravesarla, convergen hacia un foco [F_1 en (a) y F_2 en (b)]. Los rayos luminosos que provienen de un foco, luego de atravesar la lente, se vuelven paralelos a dicho eje (Fig. c).

Es fácil concluir que si colocamos una fuente de luz en cualquiera de los dos focos de una lente (Fig. 16-25c), los rayos luminosos seguirán un camino inverso; es decir, partiendo del foco atraviesan la lente y emergen paralelamente a su eje.

❖ **Focos de una lente divergente.** Cuando un haz de luz incide en una lente divergente en forma paralela a su eje, los rayos luminosos, luego de atravesarla, divergen de manera que sus prolongaciones se encuentran en un punto, F_1, del eje (Fig. 16-26a). Tal punto F_1 es el primer foco de la lente divergente, y su distancia a ella es la distancia focal f de la misma. Si el haz de rayos paralelos incide por la otra cara de la lente (Fig. 16-26b) tendremos la emergencia de rayos que divergen de manera que sus prolongaciones se cortan en el punto F_2. Este punto es el segundo foco de la lente divergente, y se encuentra situado en su eje a una distancia de la lente también igual a f.

En la Figura 16-26c se ve un haz luminoso que incide en una lente divergente, de modo que las prolongaciones de los rayos incidentes pasan por el foco F_2. Estos rayos siguen un camino inverso al de los rayos de la Figura 16-26b. Por tanto, después de atravesar la lente emergerán en forma paralela a su eje. Este mismo resultado se obtendría si las prolongaciones de los rayos incidentes pasaran por el foco F_1 (trayectoria inversa a la de los rayos de la Figura 16-26a).

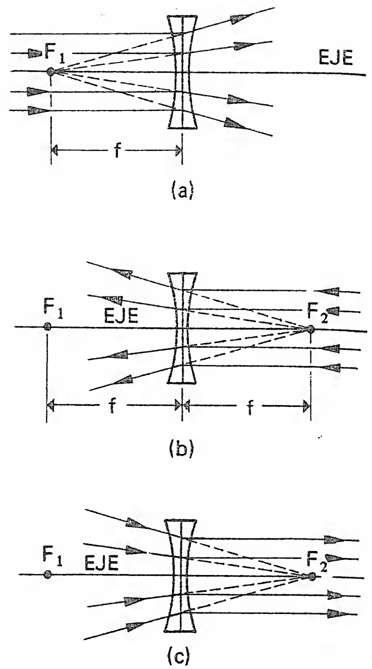
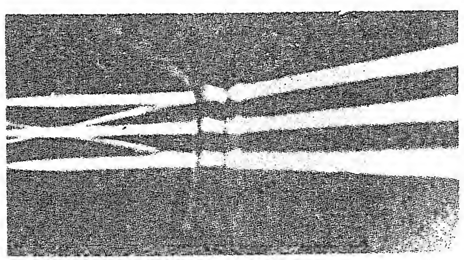


FIGURA 16-26 Los rayos paralelos al eje de una lente divergente, luego de atravesarla, divergen de manera que sus prolongaciones pasan por un foco, (F_1 en (*a*) y F_2 en (*b*)). Los rayos cuyas prolongaciones pasan por un foco después de atravesar la lente, se vuelven paralelos al eje (Fig. *c*).



❖ **La distancia focal depende del medio que envuelve a la lente.** Hasta aquí hemos supuesto que las lentes estudiadas se encuentran envueltas por aire. Ahora examinaremos lo que sucede cuando la lente se halla sumergida en otro medio material transparente cualquiera.

Consideremos una lente convergente, construida con un vidrio de índice de refracción n = 1.5, y que sumergida en aire (n = 1.0), presenta una distancia focal f (Fig. 16-27a).

Supóngase que se coloca esta lente en un medio cuyo índice de refracción es mayor que el del aire y menor que el del vidrio, como, por ejemplo, el agua (n = 1.3). En este caso, los rayos luminosos experimentarán una menor desviación que si la lente se encontrara inmersa en aire, pues el índice de refracción del agua se acerca más al del vidrio. Así pues, los rayos luminosos paralelos al eje convergerán en un punto más alejado de la lente, como ilustra la Figura 16-27b. En otras palabras, cuando una lente de vidrio está sumergida en agua, su distancia focal es *mayor* que si estuviese al aire.

Examinemos el caso en que la lente está inmersa en un medio con índice de refracción igual al del vidrio (por ejemplo, la glicerina). En estas condiciones, los rayos luminosos no se refractan al atravesar el vidrio, pues parece entonces que estuvieran propagándose en un mismo medio. En consecuencia, un haz de rayos paralelos al eje y que incide en la lente, no sufre desviación (Fig. 16-27c); o sea, la distancia focal de la lente se vuelve infinitamente grande.

Por último, consideremos la lente que está en un medio cuyo índice de refracción es *mayor*

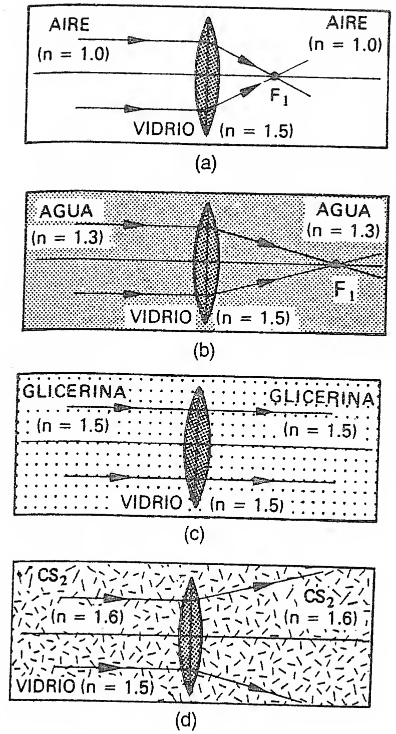


FIGURA 16-27 La distancia total de una lente depende del medio en el cual está sumergida.

que el del vidrio, como, por ejemplo, el disulfuro de carbono (n = 1.6). Ahora tenemos (índice de refracción de una sustancia mayor que el de la lente), una situación inversa a la que representamos en la Figura 16-27b (índice de refracción de la sustancia menor que el de la lente). Observaremos, entonces, que un haz de rayos luminosos, paralelos al eje, *divergerá* al atravesar la lente (Fig. 16-27d). Por tanto, una lente que es convergente cuando está al aire, se vuelve *divergente* al ser sumergida en un medio cuyo índice de refracción es *mayor* que el del material de la lente.

Estos mismos efectos se observan si una lente divergente (al aire) se coloca en otros medios materiales. Por ejemplo, si una lente de vidrio (n = 1.5), la cual es divergente al aire, se sumerge en disulfuro de carbono (n = 1.6), se convertirá en una lente convergente.

EJEMPLO

Suponga que en el interior de un bloque de vidrio hay una burbuja de aire con caras convexas, como muestra la Figura 16-28. Si hacemos que un haz de luz atraviese la burbuja, ésta se comportará como una lente. Esta "lente de aire" biconvexa, ¿será convergente o divergente?

Sabemos que una lente biconvexa de vidrio, al aire, es convergente. En nuestro caso se tiene la situación inversa: una lente de aire envuelta por vidrio; es decir, tenemos una lente biconvexa sumergida en un medio cuyo índice de refracción es mayor que el de la propia lente. Como ya sabemos, en estas condiciones la lente biconvexa se vuelve divergente. Así, la burbuja de aire envuelta por vidrio, se comportará como una lente divergente (Fig. 16-28).

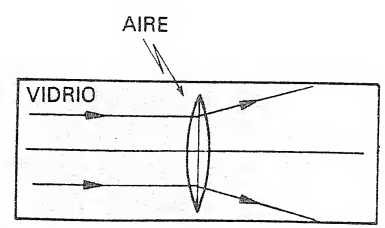
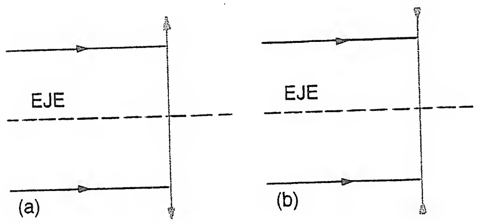


FIGURA 16-28 Para el Ejemplo de la Sección 16.4.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

19. Ilustre con un croquis, el aspecto de las lentes que se mencionan, y diga si cada una de ellas es convergente o divergente:
  a) Lente plano-convexa.
  b) Lente bicóncava.
  c) Lente cóncavo-convexa.

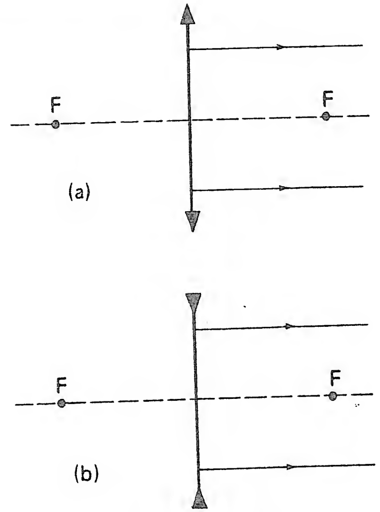


Ejercicio 20

20. Complete las figuras de este ejercicio trazando las trayectorias de los rayos luminosos indicados, luego de atravesar las lentes. La distancia focal de ambas es igual a 5 cm.

21. En la figura de este ejercicio se tienen dos lentes, las posiciones de sus focos y los rayos luminosos que salen de ellas. Trace en la figura los rayos incidentes que produjeron tales rayos emergentes.

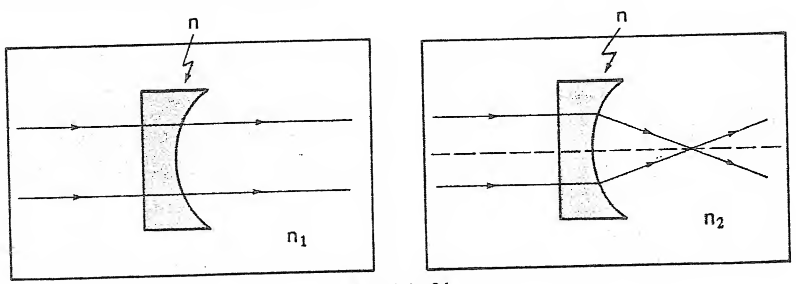
22. *a)* Haciendo incidir la luz solar sobre una lente convergente, se halla que los rayos luminosos luego de atravesarla, convergen hacia un punto ubicado a 10 cm de ella. ¿Cuál es el valor de la distancia focal de esta lente? ¿Por qué?
  b) Volteando la lente, es decir, haciendo que la luz solar incida por la otra cara, ¿a qué distancia de la lente convergerán los rayos solares? ¿Por qué?



Ejercicio 21

23. Una lente plano-convexa está hecha de vidrio, cuyo índice de refracción vale 1.5. En el aire, la distancia focal de esta lente es de 20 cm.
  a) Dicha lente, inmersa en aire, ¿es convergente o divergente?
  b) Y cuando está sumergida en alcohol, ¿es convergente o divergente (consulte la Tabla 16-1)?
  c) La distancia focal de esta lente en alcohol, ¿es mayor, menor o igual a 20 cm?

24. En la figura de este ejercicio se ve una lente de plástico, cuyo índice de refracción es $n = 1.7$, sumergida en dos medios con índices de refracción n_1 y n_2.
  a) Esta lente, al aire, ¿es convergente o divergente?
  b) Observando las trayectorias de los rayos luminosos que se señalan en la figura, diga si el valor de n_1 es mayor, menor o igual a 1.7.
  c) Y el valor de n_2 ¿es mayor, menor o igual a 1.7?



Ejercicio 24

Ecuación de los fabricantes de lentes

En la Sección 16.4 analizamos de manera cualitativa la influencia del medio que envuelve a una lente en el valor de su distancia focal. El estudio cuantitativo de esta influencia y del efecto de los rayos de la curvatura de las superficies que limitan la lente puede realizarse mediante una ecuación denominada *ecuación de los fabricantes de lentes*, que se presenta en seguida.

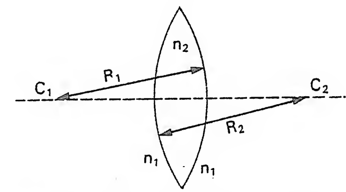


FIGURA 16-28b La ecuación de los fabricantes de lentes proporciona la distancia focal de una lente.

Considere una lente de caras esféricas, de radios R_1 y R_2, de índice de refracción n_2, en un medio cuyo índice de refracción es n_1 (*véase* Fig. 16-28b). Si se aplican las leyes de la refracción es posible mostrar que la distancia focal de esa lente está dada por la siguiente ecuación:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

que es la ecuación mencionada. Puede utilizarse para determinar la distancia focal de cualquier tipo de lente esférica (bicóncava, plana-convexa, cóncava-convexa, etc.), a partir de que se adopte la siguiente convención de signos:

La señal del radio de curvatura R es positiva cuando la superficie externa que limita a la lente sea convexa y negativa cuando sea cóncava.

Para ilustrar el uso de esta ecuación, véase el siguiente ejemplo: considere una lente plana-cóncava, de índice de refracción $n_2 = 1.5$ y cuya cara curva tenga radio $R = 50$ cm, sumergida en un líquido con índice de refracción $n_1 = 2.0$. ¿Cuál es la distancia focal de esta lente?

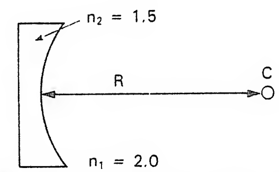


FIGURA 16-28c La distancia focal de esta lente puede calcularse por la "ecuación de los fabricantes de lentes".

En la Fig. 16-28c se ilustra una lente de este tipo. Como la cara curva es cóncava debemos, al aplicar la fórmula, considerar el valor de R negativo. Por otra parte, por ser plana la otra cara, su radio es infinito. Entonces, tenemos:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{1.5}{2.0} - 1\right)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{50}\right) = (0.75 - 1)\ (0 - 0.02)}$$

por tanto, $\frac{1}{f} = 0.0050$ donde $f = 200$ cm

Observe que, a pesar de tener la lente los extremos (los bordes) más gruesos que su parte central, ella es convergente (f es positivo). Esto se debe a que su índice de refracción es menor que el índice del medio que la envuelve, según señalamos al realizar el estudio cualitativo de este tema.

16.5 Formación de imágenes en las lentes

❖ De manera semejante a los espejos, las lentes forman imágenes reales o virtuales de los objetos que se colocan delante de ellas. El estudio de la formación de las imágenes puede hacerse por medio de diagramas o ecuaciones, como en el caso de los espejos esféricos. Aquí también emplearemos para la diagramación, los rayos principales que permiten localizar con mayor facilidad la posición de la imagen de un punto.

❖ **Rayos principales en las lentes.** Sabemos que para localizar la imagen de un punto necesitamos conocer la trayectoria de únicamente *dos* rayos emitidos por el punto. Entonces utilizaremos para el trazo de nuestros diagramas, los dos rayos que se presentan a continuación y cuyo comportamiento, al atravesar la lente, ya hemos visto.

En los ejemplos siguientes utilizaremos estos dos rayos principales para localizar la imagen de un objeto producida por una lente.

1) *Un rayo luminoso que incide en una lente convergente en forma paralela a su eje, se refracta pasando por el primer foco,* F_1 *(Fig. 16-29a).*

Un rayo luminoso que incide en una lente divergente en forma paralela a su eje, se refracta de manera que su prolongación pasa por el primer foco F_1 *(Fig. 16-29b).*

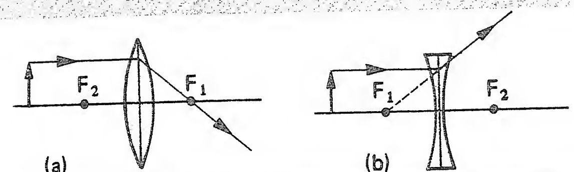


FIGURA 16-29 Rayo paralelo al eje y que incide en una lente convergente (a) y en una lente divergente (b).

2) *Un rayo luminoso que incide en una lente convergente y cuya dirección pasa por el segundo foco* F_2*, sale de la lente en forma paralela a su eje (Fig. 16-30a).*

Un rayo luminoso que incide en una lente divergente, de modo que su prolongación pase por el segundo foco, F_2*, sale de la lente en forma paralela a su eje (Fig. 16-30b).*

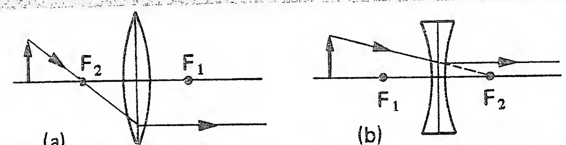


FIGURA 16-30 Rayos luminosos que emergen en forma paralela al eje, después de atravesar una lente convergente (a) y una lente divergente (b).

EJEMPLO 1

El objeto AB de la Figura 16-31 se encuentra frente a una lente convergente, cuyos focos se localizan en F_1 y F_2. La distancia del objeto a la lente es mayor que el doble de su distancia focal. Localice la imagen del objeto.

A fin de localizar la imagen del punto A (parte superior del objeto) trazamos, a partir de este punto, los dos rayos principales: uno paralelo al eje de la lente, que se refracta pasando por el foco F_1, y otro que pasa por el foco F_2 y emerge de la lente en forma paralela a su eje. Los dos rayos refractados se cortan en A', y entonces, a un observador situado en la posición que se muestra en la Figura 16-31, le parecerá que estos rayos refractados son emitidos desde A'. Así pues, el observador visualiza en A', una *imagen real* del punto A. Estando el objeto AB colocado perpendicularmente al eje de la lente, es fácil observar que su imagen estará en $A'B'$, también perpendicular al eje. Concluimos por tanto, que la imagen del objeto AB formada por la lente, es real, invertida y menor que el objeto. Obviamente, podríamos recibir esta imagen en una pantalla colocada en la posición $A'B'$.

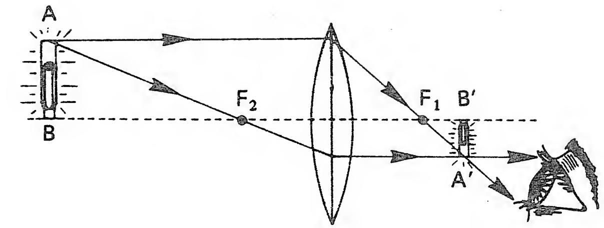


FIGURA 16-31 Para el Ejemplo 1.

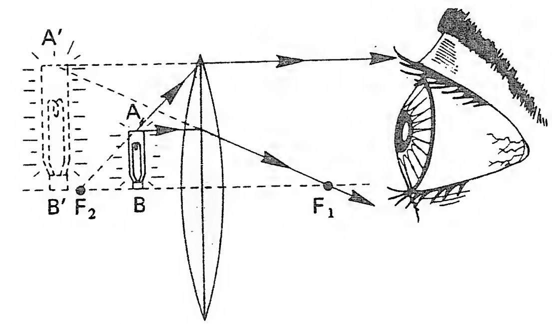


FIGURA 16-32 Para el Ejemplo 2.

EJEMPLO 2

Supongamos que el objeto AB del ejemplo anterior fuese colocado ahora entre el foco y la lente, como muestra la Figura 16-32. Localice la imagen del objeto.

Tracemos, a partir de A, los dos rayos principales: el primero paralelo al eje y que se refracta pasando por el foco F_1; el segundo, cuya dirección pasa por F_2 y por tanto, emerge de la lente en forma paralela a su eje. Obsérvese que estos rayos refractados *no* se cortan, pero sus prolongaciones sí lo hacen en el punto A'. Así pues, el observador que reciba el haz refractado, percibirá en A' la imagen *virtual* del punto A. La imagen de todo el objeto AB se formará en $A'B'$ (perpendicularmente al eje) siendo, por tanto, virtual, derecha y mayor que el objeto (Fig. 16-32).

EJEMPLO 3

Considere el objeto AB puesto frente a una lente divergente, como se indica en la Figura 16-33. ¿Cómo sera su imagen?

Observe en la Figura 16-33 los rayos principales que parten de A: el primero, paralelo al eje, se refracta de manera que su prolongación pasa por el foco F_1; el segundo, cuya dirección pasa por el foco F_2, emerge paralelamente al eje de la lente. Vemos que también en este caso los rayos refractados no se cortan, pero sus prolongaciones se encuentran en A', donde el observador verá la imagen virtual del punto A. La imagen de todo el objeto estará en $A'B'$ que, como muestra la Figura 16-33, es virtual, derecha y menor que el objeto.

❖ **La ecuación de las lentes.** Con un razonamiento semejante al que hicimos en el capítulo anterior es posible demostrar que las relaciones establecidas para los espejos esféricos, en la Sección 15.6, también son válidas para las lentes esféricas. Por tanto, podemos afirmar que

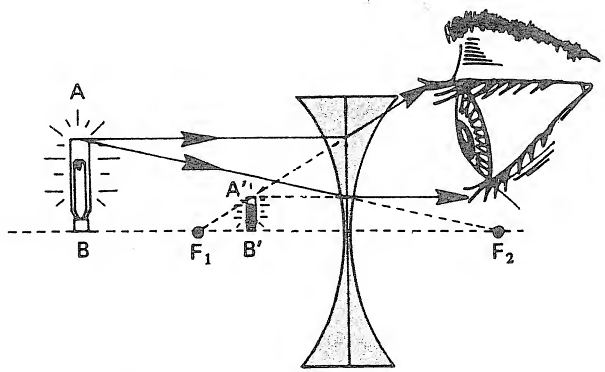


FIGURA 16-33 Para el Ejemplo 3.

Si un objeto de tamaño AB está situado a una distancia D_o de una lente y su imagen, de tamaño A'B', se forma a una distancia D_i de la lente (Fig. 16-34), el aumento que produce ésta será

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D_i}{D_o}$$

De la misma manera, D_o, D_i y f (distancia focal de la lente) se relacionan por la ecuación

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i}$$

Esta fórmula se aplica, a lentes convergentes y a lentes divergentes, y para imágenes reales y virtuales, desde que sea obedecida la siguiente convención de signos:

1) *la distancia D_o siempre es positiva.*
2) *la distancia D_i será positiva si la imagen es real y negativa si es virtual.*
3) *f será positiva cuando la lente sea convergente y negativa cuando sea divergente.*

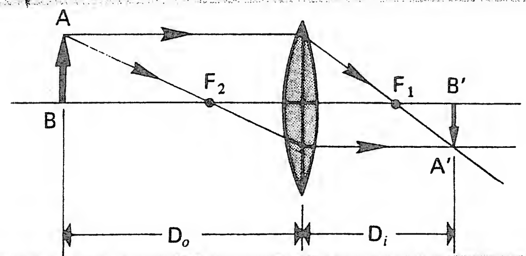


FIGURA 16-34 La ecuación $1/f = 1/D_o + 1/D_i$ también es válida para las lentes.

♦ EJEMPLO 4

Supongamos que el tamaño de un objeto sea AB = 15 cm y que se halla situado a una distancia D_o = 30 cm, de una lente. Puesto que ésta forma una imagen *virtual* del objeto, cuyo tamaño es $A'B'$ = 3.0 cm, se pregunta:

a) ¿Cuál es la distancia, D_i de la imagen a la lente?

Al sustituir los valores de $A'B'$, AB y D_o en la relación que proporciona el aumento,

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{D_i}{D_o} \quad \text{o bien,} \quad \frac{3.0}{15} = \frac{D_i}{30}$$

donde

$$D_i = 6.0 \text{ cm}$$

Entonces la imagen está situada a 6.0 cm de la lente.

b) ¿Cuál es la distancia focal de la lente?

Con la ecuación $1/f = 1/D_o + 1/D_i$ se podrá calcular f, pues conocemos D_o y D_i. Al sustituir los valores numéricos en esta ecuación, no hay que olvidar la convención de signos; tendremos entonces D_o = 30 cm (siempre positiva) y D_i = – 6.0 cm (la imagen es virtual). De modo que

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \quad \text{o bien,} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{30} + \frac{1}{(-6.0)}$$

donde

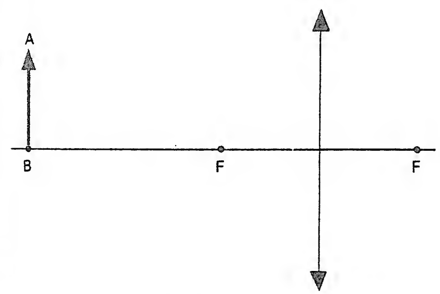
$$\frac{1}{f} = -\frac{4.0}{30} \quad \text{o bien,} \quad f = -7.5 \text{ cm}$$

Como obtuvimos una distancia focal negativa, concluimos que la lente es divergente. La situación de este ejemplo corresponde, cualitativamente, al diagrama de la Figura 16-33: una lente divergente que forma una imagen virtual, menor que el objeto.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

25. La figura de este ejercicio muestra un objeto AB colocado frente a una lente convergente, y las posiciones de los focos de ésta.
  a) Trace el diagrama que permita localizar la imagen de este objeto proporcionada por la lente.
  b) La imagen obtenida, ¿es real o virtual? ¿Es derecha o invertida? ¿Y mayor o menor que el objeto?

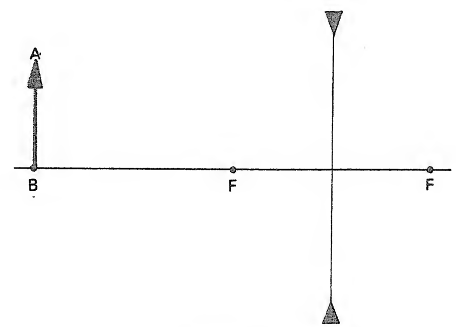


Ejercicio 25

26. Suponga que el objeto del ejercicio anterior se acercara a la lente y quedara situado a una distancia D_o comprendida entre f y $2f$.
  a) Trace el diagrama de localización de la imagen del objeto.
  b) Entonces, conforme un cuerpo es acercado a una lente convergente (sin sobrepasar al foco), ¿su imagen permanece real? ¿Se acerca o se aleja de la lente? ¿Aumenta o disminuye de tamaño?

27. Considere de nuevo la lente y el objeto del Ejercicio 25. Sitúe ahora a AB entre el foco y la lente.
  a) Localice mediante un diagrama la imagen del objeto en esta posición.
  b) Describa las características de esta imagen.

28. Un objeto AB se encuentra frente a una lente divergente, como muestra la figura de este ejercicio.
  a) Trace un diagrama para obtener la imagen de este objeto y describa las características de su imagen.
  b) Acerque el objeto y colóquelo entre el foco y la lente. Trace el diagrama, localice la imagen y describa sus características.
  c) Observando los diagramas que trazó en (a) y (b), ¿a qué conclusión puede llegar acerca de



Ejercicio 28

la naturaleza y el tamaño de la imagen proporcionada por una lente divergente?

29. En el Ejercicio 25 suponga que la distancia focal de la lente es $f = 4$ cm, y que el objeto AB se encuentra situado a una distancia $D_o = 12$ cm.
a) Usando la ecuación de las lentes, determine la distancia, D_i de la imagen a la lente.
b) ¿Cuál es el aumento proporcionado por la lente?
c) ¿Qué significado tiene la respuesta de la pregunta (b)?

d) Sus contestaciones en este ejercicio, ¿concuerdan con el diagrama trazado en el Ejercicio 25?

30. En la figura del Ejercicio 28 suponga que la distancia focal de la lente es de 4 cm y que el objeto se encuentra a 12 cm de ella.
a) Calcule la distancia D_i de la imagen a la lente.
b) Determine el aumento proporcionado por esta última.
c) Si el tamaño del objeto es $AB = 10$ cm, ¿cuál es el tamaño de la imagen $A'B'$?

16.6 Instrumentos ópticos

En esta sección vamos a analizar el funcionamiento de algunos instrumentos ópticos muy sencillos, utilizando los conocimientos que ya hemos adquirido acerca de la formación de imágenes en las lentes. Empezaremos con el estudio simplificado del ojo humano, que, sin duda alguna, es un "instrumento óptico" muy importante para nosotros.

❖ **El ojo humano.** De manera simplificada podemos considerar al ojo humano como constituido de una lente biconvexa, denominada *cristalino*, situada en la región anterior del globo ocular (Fig. 16-35). En el fondo de este globo se localiza la *retina*, que funciona como una pantalla sensible a la luz. Las sensaciones luminosas que recibe la retina son llevadas al cerebro por el *nervio óptico.*

Cuando miramos un objeto, el cristalino (lente convergente) forma una imagen real e invertida del mismo, la cual se localiza exactamente sobre la retina (Fig. 16-35), y en estas condiciones, visualizamos nítidamente dicho objeto. Aunque la imagen formada en la retina sea invertida, el mensaje llevado al cerebro pasa por complicados procesos, haciendo que visualicemos el objeto en su posición correcta.

Podemos ver nítidamente los objetos que estén cerca o lejos de nuestros ojos. Esto sucede porque la imagen siempre se forma en la retina, cualquiera que sea la distancia del objeto a nuestros ojos. En otras palabras, la distancia D_i de la imagen al cristalino (la lente) es constante, aunque cambie la distancia D_o del objeto con respecto a él. Para que tal cosa suceda, la

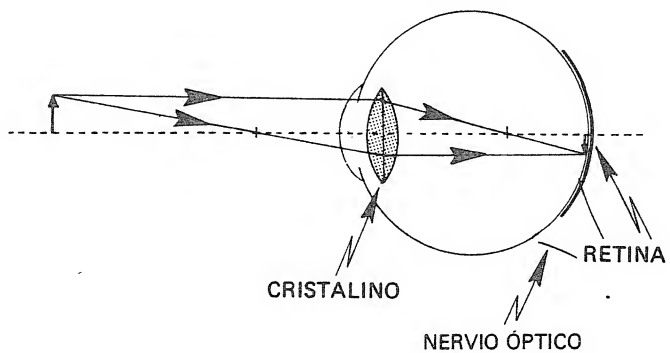


FIGURA 16-35 Esquema que muestra la formación de la imagen en un ojo humano.

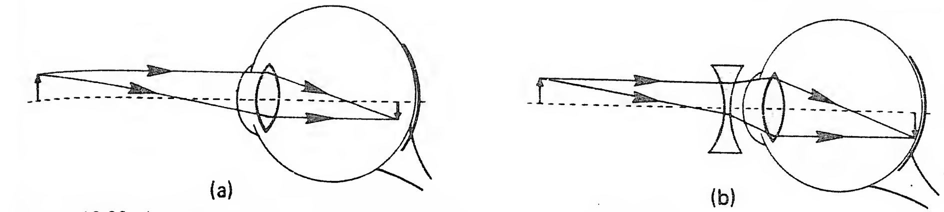


FIGURA 16-36 Las personas miopes deben usar anteojos con lentes divergentes.

distancia focal del cristalino debe ser diferente para cada posición del objeto. Lo anterior se produce por la acción de los músculos del ojo, que al actuar sobre el cristalino, producen alteraciones en su curvatura. Esta propiedad del ojo humano se denomina *acomodamiento visual.*

Para muchas personas, la imagen de los objetos no se forma exactamente en la retina, y por consiguiente, dichas personas no perciben con nitidez los objetos. El motivo por el cual sucede lo anterior puede ser una deformación del globo ocular, o bien, una acomodación defectuosa del cristalino.

En algunas personas, la imagen se forma enfrente de la retina: se trata de las personas con *miopía* o "cortas de vista" (Fig. 16-36a). Para corregir este defecto, es decir, para hacer que la imagen del objeto se forme en la retina, las personas miopes deben usar gafas con lentes *divergentes* (Fig. 16-36b).

Por otra parte, en el caso de otras personas, generalmente las de mayor edad, los rayos luminosos son interceptados por la retina antes de formar la imagen (la cual se formaría detrás de la retina, Figura 16-37a). Tales personas padecen de *hipermetropía* (globo ocular más corto que los normales) o "vista cansada" (pérdida de parte de la capacidad de acomodamiento visual). Este defecto se corrige con el empleo de gafas con lentes convergentes (Fig. 16-37b).

❖ **La cámara fotográfica.** La Figura 16-38 muestra esquemáticamente la formación de la imagen en una cámara fotográfica. Este instrumento, como podemos observar, funciona en forma muy similar a la del ojo humano. Un sistema de lentes, denominado *objetivo* de la cámara, se comporta como una lente convergente que forma una imagen real e invertida cuando se fotografía. Para "enfocar" un objeto, es decir, para que su imagen se forme nítidamente sobre la película, existen dispositivos especiales que permiten alejar o aproximar la lente de la película. Cuando no se logra un buen enfoque, la imagen no se forma exactamente en la película, y la fotografía que se obtiene no es nítida.

La luz que viene del objeto al incidir sobre la película, provoca en ella ciertas reacciones

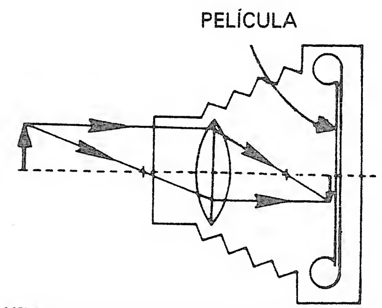


FIGURA 16-38 En una cámara fotográfica, la imagen real de un objeto se forma sobre la película.

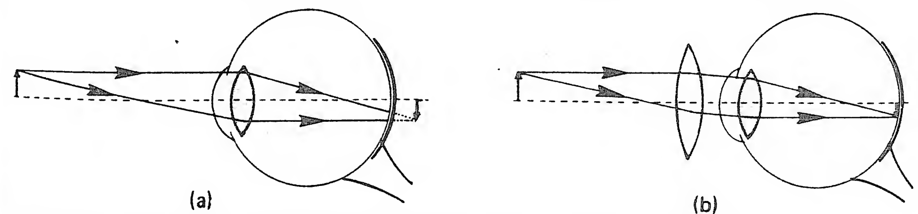


FIGURA 16-37 Las personas hipermétropes deben usar anteojos con lentes convergentes.

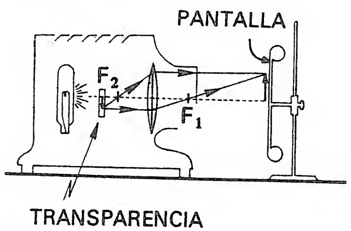


FIGURA 16-39 El proyector proporciona una imagen real, aumentada e invertida, de la diapositiva "slide".

químicas que hacen que la imagen se quede grabada en ese lugar. Usted ya habrá observado que la película presenta la imagen "en negativo", o sea, que las reacciones químicas son tales que las porciones de la película que reciben mayor cantidad de luz (provenientes de las partes más claras del objeto) se vuelven oscuras, y viceversa.

❖ **El proyector de transparencias.** De la misma manera que la cámara fotográfica, un proyector de diapositivas o transparencias ("slides"), posee un sistema de lentes que actúa como una lente convergente para formar una imagen real de un objeto. En este caso, el objeto es una foto positiva transparente fuertemente iluminada, que se coloca cerca del foco de la lente, como se observa en la Figura 16-39. En estas condiciones, vemos en el croquis que la lente del proyector forma una imagen real y mucho mayor que la diapositiva, la cual puede ser recibida sobre una pantalla. El proyector también posee un dispositivo que permite acercar o alejar la lente respecto de la transparencia, para que la imagen se forme exactamente sobre la pantalla, es decir, para que la proyección se haga con nitidez.

❖ **La lupa.** En el Ejemplo 2 de la sección anterior vimos que cuando un objeto es colocado entre una lente convergente y su foco, se obtiene una imagen virtual y mayor que él (Fig. 16-32). Cuanto menor sea la distancia focal de la lente convergente, tanto mayor será la ampliación que es posible obtener con ella. Cuando una lente convergente se emplea en estas condiciones, produciendo una imagen virtual aumentada, decimos que se trata de una *lupa*, o bien, como se dice vulgarmente, de una "lente de aumento" (Fig. 16-40).

FIGURA 16-40 Mediante el empleo de una lupa podemos ver una imagen virtual y aumentada de los objetos.

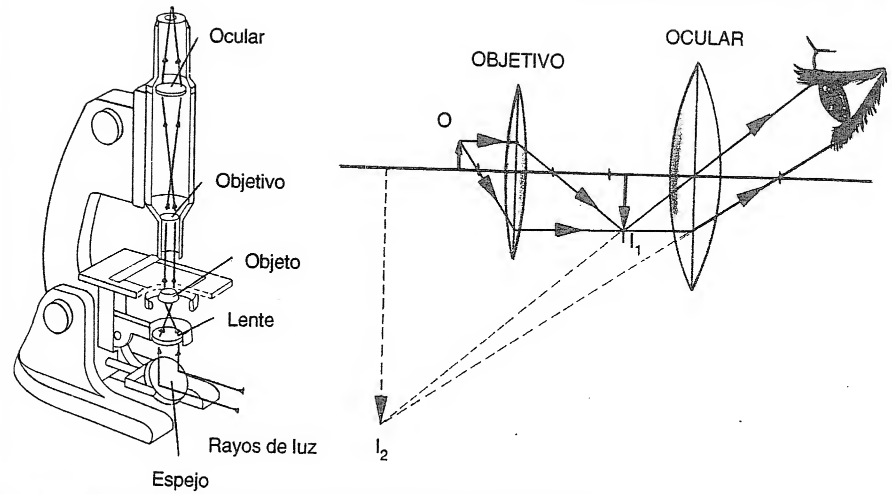


FIGURA 16-41 Esquema de la formación de la imagen en un microscopio.

❖ **El microscopio.** Cuando deseamos observar objetos muy pequeños, y necesitamos de un aumento mayor que el que nos proporcionan las lupas, empleamos un *microscopio*. Los microscopios son instrumentos complejos, que en forma simplificada, pueden considerarse formados por dos sistemas de lentes que funcionan como dos lentes convergentes. La que queda más cerca del objeto se denomina *objetivo*, y aquella a través de la cual se observan las imágenes ampliadas, se denomina *ocular* (Fig. 16-41).

El objeto se coloca cerca del foco del objetivo, el cual forma una primera imagen I_1, real y ampliada, como se observa en la Figura 16-41. Esta imagen I_1 se forma entre el ocular y su foco, y funciona como un objeto para esta lente. Luego el ocular proporciona una imagen final I_2, virtual y de mayor tamaño. En resumen, el ocular actúa como una lupa que amplía la imagen proporcionada por el objetivo, la cual ya había sido ampliada en relación con el objeto. Entonces, si, por ejemplo, el objetivo aumenta 50 veces el objeto, y el ocular produce un aumento de 10 veces, la ampliación total proporcionada por el microscopio será de $50 \times 10 = 500$ veces.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

31. Tenemos una persona que no puede ver con nitidez los objetos porque sus imágenes se forman entre el cristalino y la retina de sus ojos.
a) ¿Cómo se denomina el defecto visual de esta persona?
b) Para corregir esta deficiencia, ¿la persona deberá utilizar anteojos con lentes convergentes o divergentes?

32. Suponga que usted observa con nitidez un objeto distante. Inmediatamente después, percibe con la misma nitidez un objeto cercano. En la acomodación de su ojo, ¿la distancia focal del cristalino aumentó o disminuyó?

33. *a)* Para fotografiar un objeto, ¿se podría colocar entre el objetivo de la cámara y su foco? ¿Por qué?
b) Cuando se revela una película, ¿las partes más oscuras del "negativo" fueron las que recibieron más o menos luz?

c) Entonces, ¿las partes más oscuras del negativo, corresponden a las partes más claras o más oscuras del objeto fotografiado?

34. a) En un proyector de transparencias, las diapositivas deben colocarse "de cabeza". ¿Por qué?
b) Además, una diapositiva debe estar colocada entre el foco y el doble de la distancia focal de la lente. ¿Por qué?

35. Considerando la Figura 16-40, responda:
a) ¿La lupa que usa la persona tiene una lente convergente o una divergente?
b) Las hormigas que se observan a través de la lente, ¿se encuentran situadas a una distancia de la lente mayor, menor o igual a su distancia focal?
c) La imagen de las hormigas que ve el observador, ¿son reales o virtuales?

36. a) En un microscopio, el objeto normalmente se coloca muy cerca del objetivo. ¿Pero la distancia del objeto a esta lente, debe ser mayor, menor o igual a su distancia focal? ¿Por qué?
b) ¿Cuál viene siendo el objeto para el ocular de un microscopio?
c) La imagen final proporcionada por el ocular del microscopio, ¿es real o virtual?
d) La imagen final vista por un observador en un microscopio, ¿es derecha o invertida en relación con el objeto puesto frente al objetivo?

16.7 Un tema especial (para aprender más)

Las ideas de Newton sobre la naturaleza de la luz y los colores de los cuerpos

❖ Aun cuando los trabajos de Newton relacionados con la Mecánica hayan sido los que le dieron mayor renombre, los estudios y teorías que elaboró en el campo de la óptica también fueron muy importantes. En su obra, "Opticks", publicada en 1704, Newton presenta un estudio bastante amplio acerca de los fenómenos luminosos. Dos de las ideas que Newton defiende en este tratado se presentan y comentan a continuación: su concepto sobre la naturaleza de la luz y una teoría acerca del color de los cuerpos.

❖ **Origen de la polémica Newton-Huyghens.** Como ya se dijo al inicio del Capítulo 15, desde la antigüedad algunos filósofos griegos creían que la luz estaba constituida por pequeñas partículas, las cuales se propagaban en línea recta con una velocidad muy grande. Estas ideas prevalecieron durante varios siglos hasta que, alrededor de 1500, Leonardo da Vinci, al advertir la semejanza entre la reflexión de la luz y el fenómeno del eco, presentó la hipótesis de que la luz, al igual que el sonido, podría ser un tipo de movimiento ondulatorio.

Estas dos concepciones acerca de la naturaleza de la luz, originaron en el siglo XVII dos grandes corrientes del pensamiento científico: una de ellas, encabezada por Newton, propugnaba la idea de que la luz estaba constituida por partículas (modelo corpuscular) y la otra, representada por el físico holandés Christian Huyghens, defendía la hipótesis de que la luz era una ondulación (modelo ondulatorio). Esta división de opiniones provocó una intensa polémica entre estos dos eminentes científicos, que se volvió célebre en la historia de la física. El esclarecimiento de esta controversia sólo se alcanzó en el siglo XIX, muchos años después de la muerte de Huyghens y de Newton.

❖ **El modelo corpuscular de la luz.** Tratando de justificar su modelo corpuscular, Newton llamó la atención hacia el hecho de que esferas pequeñas, al chocar en forma elástica contra una superficie lisa, se reflejan de manera que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, exactamente cómo sucede con la luz. Por tanto, en lo que respecta al fenómeno de la reflexión, es válido considerar un haz de luz formado por un conjunto de partículas que se reflejan elásticamente al encontrar una superficie lisa (Fig. 16-42). Para describir cómo explicaba Newton el fenómeno de la refracción, consideremos la Figura 16-43. En ella, un haz luminoso que se propaga en aire (medio 1), se refracta al penetrar en el agua (medio 2), acercándose a la normal, como ya sabemos. De

Christian Huyghens (1629-1695). Hijo de una familia holandesa rica e importante, estudió en la Universidad de Leiden, vivió algunos años en París, y fue miembro fundador de la Academia de Ciencias de Francia. Astrónomo, matemático y físico, de entre sus trabajos podemos destacar el establecimiento de la teoría ondulatoria de la luz, una serie de observaciones astronómicas acerca de los anillos de Saturno, y varias aportaciones a la dinámica de los cuerpos.

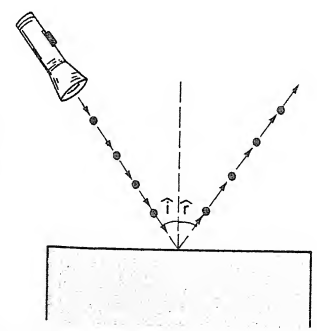


FIGURA 16-42 Reflexión de la luz de acuerdo con el modelo corpuscular de Newton.

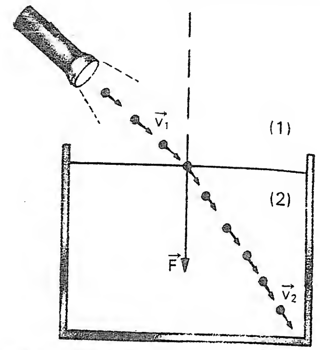


FIGURA 16-43 Según la teoría corpuscular, la velocidad de la luz en el agua debería ser mayor que en el aire.

acuerdo con Newton, esto se debe a que las partículas que constituyen el haz, cuando se aproximan al agua, son solicitadas por una fuerza de atracción $\vec{F}$, lo cual provoca un cambio en la dirección del movimiento de estos corpúsculos (Fig. 16-43). Por tanto, la acción de esta fuerza sobre las partículas sería responsable de la refracción del haz luminoso.

Observemos que como consecuencia de esta acción, las partículas aumentan su velocidad al penetrar en el agua; es decir, en la Figura 16-43 debe cumplirse que $v_2 > v_1$. En otras palabras, de acuerdo con el modelo corpuscular de Newton, la velocidad de la luz en el agua debe ser mayor que en el aire. En aquella época no fue posible comprobar si tal conclusión era correcta, pues no se conocían métodos capaces de medir la velocidad de la luz con la suficiente precisión.

❖ **Las observaciones experimentales favorecen el modelo ondulatorio de la luz.** El modelo ondulatorio defendido por Huyghens, también pudo explicar en forma satisfactoria la reflexión y la refracción de la luz; es decir, como veremos en el capítulo siguiente, una onda cualquiera se refleja y se refracta siguiendo las mismas leyes de la reflexión y la refracción de un haz luminoso. Así pues, las dos teorías relacionadas con la naturaleza de la luz parecían igualmente válidas, y era muy difícil votar por alguna de ellas.

Pero a principios del siglo XIX fue posible observar en la luz, el fenómeno de la *interferencia* (que se estudiará en el Capítulo 17).

Como la interferencia es un fenómeno característico del movimiento ondulatorio, el hecho de poder observarlo con haces luminosos resulta ser una evidencia sumamente favorable para el modelo ondulatorio. A pesar de ello, debido al gran prestigio de Newton, el modelo corpuscular siguió siendo aceptado por una parte significativa de la comunidad científica de la época (principalmente en Inglaterra).

En 1862, un acontecimiento importante daría fin a esta disputa que se había prolongado por más de 150 años. Como se mencionó en la sección *Un tema especial* del capítulo anterior, en dicho año el físico francés Foucault logró medir la velocidad de la luz en el agua, comprobando que su valor era menor que en el aire. La teoría corpuscular de Newton, como ya vimos al explicar la refracción, aseguraba exactamente lo contrario. De esta manera, las ideas de Newton acerca de la naturaleza de la luz tuvieron que ser rechazadas definitivamente, pues llevaban a conclusiones que estaban en desacuerdo con los resultados experimentales.

❖ **Newton observa la descomposición de la luz blanca.** El primer trabajo científico que publicó Newton (en 1672), exponía sus ideas acerca de la naturaleza de los colores. La interpretación que daba en este trabajo a la descomposición de la luz blanca, así como su teoría sobre los colores de los cuerpos, siguen siendo aceptadas incluso en la actualidad, contrariamente a lo que sucedió con su modelo corpuscular de la luz.

Mucho antes de la época de Newton, ya se conocía el hecho de que la luz blanca, al atravesar un prisma de vidrio, produce un haz de colores. En aquella época se creía que la luz blanca (proveniente del Sol) era una luz pura, y que la aparición de las franjas de colores, se debía a impurezas recibidas por el haz al atravesar el vidrio.

Mientras trabajaba en el tallado de algunas piezas de vidrio para sus estudios de óptica, Newton elaboró un prisma triangular, y realizó el famoso experimento de la descomposición de la luz blanca, acerca del cual ya había oído hablar. Entonces, describió su experimento con las siguientes palabras.

"... teniendo a oscuras mi habitación, hice un pequeño orificio en la ventana, a fin de dejar entrar una cantidad adecuada de luz solar. Coloqué el prisma frente al orificio, de manera que la luz al refractarse incidiera en la pared opuesta. Fue muy agradable observar los colores vivos e intensos que allí se proyectaban..." (*véase* Figura 16-44).

Newton empleó por vez primera la palabra latina *spectrum* para denominar este conjunto de colores. Como no estaba de acuerdo con la idea de que los colores eran producidos por impurezas introducidas en la luz blanca, realizó un experimento que mostró la falsedad de esta antigua teoría: dejando pasar solamente uno de los colores del espectro a través de un segundo prisma, Newton comprobó que este haz luminoso salía del mismo sin sufrir ninguna alteración. Concluyó entonces que un prisma no modifica en nada el haz luminoso que pasa a través de él.

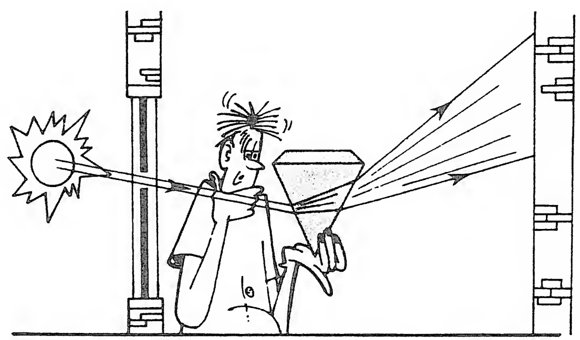


FIGURA 16-44 Newton usó un prisma de vidrio construido por él mismo, para observar la descomposición de la luz blanca.

Al intentar explicar adecuadamente el fenómeno, postuló la hipótesis de que la luz blanca no es un color puro, como hasta entonces se pensaba. Por el contrario, debía ser el resultado de la superposición o mezcla de todos los colores del espectro. Al pasar por el prisma, la luz blanca se descompone, porque cada color se refracta según un ángulo distinto. Estas ideas de Newton se consideran hasta hoy como correctas, y las expusimos ya en la Sección 16.3.

❖ **La teoría de Newton sobre los colores de los objetos.** En la misma obra en que presentó esta idea relacionada con la composición de la luz blanca, Newton desarrolló un estudio acerca de los colores de los objetos. La teoría que propuso es exactamente la que ya analizamos también en la Sección 16.3. Con sus propias palabras, Newton afirmaba:

"Los colores de todos los cuerpos de la naturaleza se deben sencillamente al hecho de que reflejan la luz de cierto color en mayor cantidad que la de otros colores."

Esto significa, como vimos, que un cuerpo verde iluminado con luz blanca, se ve de tal color porque absorbe gran parte de los demás colores que constituyen la luz blanca, y refleja preferentemente la luz verde.

La teoría de los colores de Newton encontró una violenta oposición por parte de varios científicos de la época, particularmente del físico inglés Robert Hooke. Estas objeciones ocasionaron grandes sinsabores a Newton, quien para evitar verse envuelto en futuras polémicas, resolvió no divulgar más sus investigaciones. Esto hizo que permaneciera varios años en un aislamiento casi total. No fue sino hasta 14 años más tarde, por insistencia de su amigo Edmundo Halley, que Newton decidió publicar su famosa obra *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*. Pero, para dar a conocer su trabajo *Óptica*, el cual contenía sus teorías acerca de las propiedades de la luz, esperó hasta la muerte de Hooke. En realidad, este último falleció en 1703, y la obra de Newton no fue editada sino hasta 1704.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

37. ¿Cuál fue la comparación hecha por Leonardo da Vinci que lo condujo a sugerir que la luz podría tener una naturaleza ondulatoria?

38. Explique sucintamente el origen de la polémica entre Newton y Huyghens.

39. De acuerdo con el modelo corpuscular, la velocidad de la luz:

a) ¿En el agua debería ser mayor, menor o igual a su velocidad en el aire?

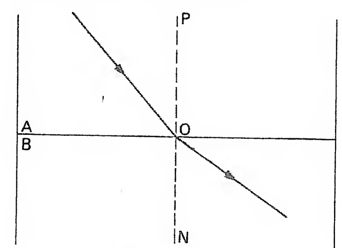
b) ¿En el vidrio debería ser mayor, menor o igual a su velocidad en el agua?

40. La figura del ejercicio representa un haz luminoso que sufre refracción al pasar del medio *A* hacia el *B*.

a) De acuerdo con el modelo corpuscular de la luz, la fuerza que actúa en las partículas del haz luminoso, al pasar de *A* a *B*, estaría dirigido de *O* hacia *P* o de *O* hacia *N*?

b) Teniendo en consideración la respuesta de la pregunta (a), el modelo corpuscular prevé que la velocidad de la luz en *B*, ¿sería mayor, menor o igual a su velocidad en *A*?

c) De acuerdo con el estudio realizado en este capítulo, ¿las medidas experimentales de la velocidad de la luz en *A* y en *B* confirmarían la respuesta de la pregunta (b)?



Ejercicio 40

41. ¿Por qué el experimento de Foucault, descrito en *Un tema especial* del capítulo anterior, hizo que el modelo corpuscular de la luz fuera definitivamente abandonado?

42. Algunas personas acostumbran afirmar que Newton fue el primero en observar la dispersión de la luz blanca al atravesar un prisma de vidrio. Consulte el texto correspondiente a este tema y verifique si esa afirmación es correcta.

43. Describe el experimento realizado por Newton, en el cual quedó comprobado que un prisma de vidrio no agrega "impurezas" a la luz que pasa a través de él.

44. ¿Por qué razón la obra "Opticks", de Newton, se publicó tardíamente, en 1704, muchos años después de elaboradas las ideas que allí exponía?

45. Realice una investigación para descubrir por qué Newton utilizó la palabra "espectro" para designar lo que observó al realizar el experimento de la dispersión de la luz blanca en un prisma (por ejemplo, consulte un diccionario etimológico).

Cómo percibimos las tres dimensiones en el espacio

Incluso sin que lo percibamos, cada uno de nuestros ojos forma en nuestras retinas, imágenes diferentes del mundo que nos rodea. La imagen que el ojo izquierdo percibe, se sobrepone, en el cerebro, a la formada por el ojo derecho, que combina las dos imágenes para darnos la sensación tridimensional. Con un ojo sólo percibimos dos dimensiones (ancho y altura de un objeto, como si fuera plano). Con los dos ojos, se logra percibir la profundidad. En otras palabras, con los dos ojos se percibe en dónde está el objeto (su distancia) y sus dimensiones. A este fenómeno se le llama *visión binocular* o *visión estereoscópica* (estéreo: "relieve" y escopio: "visión").

Los experimentos siguientes son muy interesantes y permiten verificar este fenómeno.

Experimento A: Cierre un ojo y señale con un dedo un objeto situado en el otro lado del lugar en donde está. Sin mover la mano, cierre el ojo abierto y abra el que estaba cerrado. Verá que su dedo no estará más señalando el objeto. Todo parece indicar que su dedo sufrió un cambio brusco de dirección.

Experimento B: Coloque su mano verticalmente, a 10 cm de la nariz, perpendicularmente a la cara (Fig. I). Cierre el ojo derecho y observe qué lado de su mano está viendo. Cierre, después, el ojo izquierdo y abra el derecho. ¿Qué lado de su mano ve? Cuando los dos ojos están abiertos, su cerebro combina las dos imágenes que vio separadamente, y le proporcionará una imagen tridimensional de su mano. Verifíquelo.

Las películas de tercera dimensión, los dibujos estereoscópicos, los hologramas, etc., se hacen de manera que presenten a cada ojo, imágenes ligeramente diferentes a fin de que el cerebro pueda combinarlas para dar la ilusión de relieve (ya debe haber visto revistas de historietas con dibujos en dos colores, ligeramente desfasados, para observarlos con lentes también de dos colores que nos dan la ilusión de tres dimensiones).

Las películas de tercera dimensión, los dibujos estereoscópicos, los hologramas, etc., se hacen de manera que presenten a cada ojo, imágenes ligeramente diferentes a fin de que el cerebro pueda combinarlas para dar la ilusión de relieve (ya debe haber visto revistas de historietas con dibujos en dos colores, ligeramente desfasados, para observarlos con lentes también de dos colores que nos dan la ilusión de tres dimensiones).

Experimento C: Trate, con un ojo cerrado, de hacer contacto el dedo índice de un compañero, colocado en la vertical, utilizando también su dedo índice; súbalo y bájelo, en la vertical. ¿Qué ocurrirá? Inténtelo varias veces.

Verá que errará la posición del dedo del compañero porque, con sólo un ojo, se vuelve más difícil determinar las distancias de los objetos cercanos. Esta dificultad es menos acentuada para los objetos distantes. Para calcular las distancias de objetos como montañas, el horizonte y otros objetos situados a más de 9 m de distancia, y porque no es

Figura I Experimento B

posible ver, con cada ojo, separadamente, ángulos diferentes del objeto (como en el experimento anterior), recurrimos a otras referencias. Por ejemplo, el paralaje (desplazar un poco la cabeza hacia un lado y hacia otro a fin de verificar si la posición del objeto cambia en relación con otros más cercanos), la luminosidad del objeto, o su tamaño, para obtener dicha información.

Experimento D: Enrolle una hoja de papel de manera que forme un tubo de aproximadamente 25 cm. Póngalo delante de su ojo derecho (Fig. II). Coloque la mano abierta, con la palma hacia usted, al lado del tubo (apoyada en él). Aproxime lentamente la mano a sus ojos. En cierta posición, verá un orificio en su mano. Su cerebro mezcla la visión de la imagen percibida por un ojo, con la percibida por el otro, lo cual conduce a esta ilusión.

Figura II Experimento D

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Explique qué es la refracción de la luz.
   b) ¿Cuál es la condición para que la luz se refracte al pasar de un medio a otro?
2. *a)* Dé la definición de índice de refracción de un medio material.
   b) ¿En qué unidad debemos expresar el valor del índice de refracción?
   c) ¿Cuál es el menor valor posible para el índice de refracción? ¿Por qué?
3. Vimos que cuando la luz pasa de un medio (1) a un medio (2), se tiene sen θ_1/sen $\theta_2 = v_1/v_2$.
   a) A partir de esta relación, demuestre que la igualdad n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2, es verdadera.
   b) Diga el significado de cada símbolo que aparece en las dos expresiones anteriores.
   c) Con base en la relación n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2, exprese en qué condiciones un rayo luminoso cuando se refracta, se acerca o se aleja de la normal.
4. *a)* Trace un diagrama donde se muestre que la imagen de un objeto sumergido en agua, se forma arriba de él.
   b) Para que un rayo luminoso pueda sufrir una reflexión total, al pasar de un medio (1) hacia otro (2), ¿debemos tener $n_1 > n_2$, o bien, $n_1 < n_2$?
   c) Explique qué es el ángulo límite entre dos medios. Indique cómo se calcula su valor.
   d) Describa algunos fenómenos que se relacionan con la reflexión total.
5. *a)* ¿En qué consiste el fenómeno de la descomposición de la luz blanca?
   b) ¿A qué se debe la descomposición (o dispersión) de la luz blanca?
   c) Trace un croquis que muestre cómo se descompone la luz blanca al pasar a través de un prisma. Muestre la distribución de los colores en el espectro que se recibe en una pantalla.
   d) Explique someramente la formación del arco iris.
6. *a)* Diga por qué un objeto se muestra de determinado color cuando está iluminado con luz blanca.
   b) Diga cuál será el color de este objeto al ser iluminado, sucesivamente, con luz monocromática de diversos colores.
7. *a)* ¿Qué es una lente?
   b) ¿Qué es una lente convergente? ¿Y una divergente?
   c) ¿Cómo podemos saber observando el espesor y forma de una lente, si es convergente o divergente?
8. *a)* Diga qué son los focos y qué es la distancia focal de una lente convergente.

b) Haga lo mismo para una lente divergente.

c) ¿El medio que envuelve una lente influye en el valor de su distancia focal? ¿Influye también para que sea convergente o divergente? Explique.

9. *a*) Trace un diagrama que muestre las trayectorias de los rayos principales cuando atraviesan una lente convergente.

b) Haga lo mismo para una lente divergente.

c) Reproduzca las Figuras 16-31, 16-32 y 16-33, tratando de entender cómo se obtuvieron las imágenes de los objetos que allí se muestran.

10. *a*) ¿Cómo puede calcularse el aumento $A'B'/AB$ proporcionado por una lente, cuando conocemos D_i y D_o?

b) Escriba la ecuación de las lentes explicando el significado de cada símbolo que aparece en ella.

c) ¿Cuál es la convención de signos que debe adoptarse al emplear está ecuación?

11. *a*) Describa sucintamente el ojo humano, y muestre cómo y en dónde se forma la imagen de los objetos que vemos.

b) ¿Qué es la miopía? ¿Y qué es hipermetropía? ¿Cómo se corrigen estos defectos de la visión?

12. *a*) Describa sucintamente la cámara fotográfica, el proyector de diapositivas, la lupa y el microscopio.

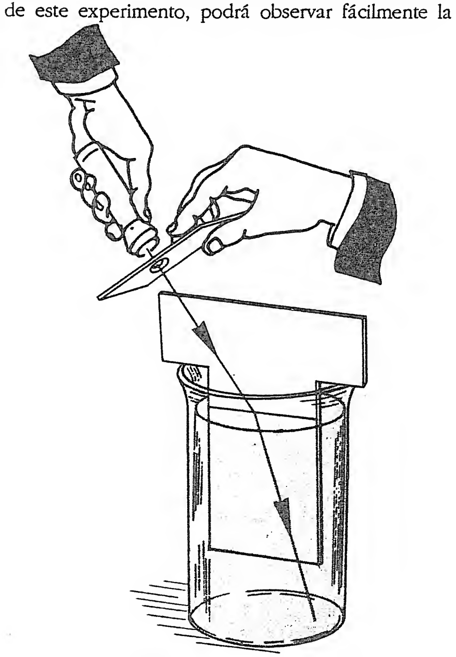
b) Señale mediante un diagrama cómo se forma la imagen de un objeto en cada uno de estos instrumentos.

c) ¿En cuáles de ellos es real la imagen final? ¿En cuáles es virtual?

OCHO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Si reproduce el aparato que se muestra en la figura de este experimento, podrá observar fácilmente la refracción de un haz luminoso. Llene un vaso con agua e introduzca en él una pieza de cartón o cartulina blanca, cortada y apoyada en el recipiente en la forma que se indica en la figura.



Primer Experimento

Usando una pequeña linterna y una pantalla con un agujero, que colocará enfrente de aquélla, obtendrá un angosto haz de luz. Haga incidir este haz a lo largo del cartón, tratando de que sea lo más definido posible (para esto, gire la linterna, ajuste la pantalla hasta conseguir la mejor posición, y realice el experimento en un local a oscuras). Observe sobre el cartón la trayectoria del haz luminoso antes y después de penetrar en el agua. Haga variar el ángulo de incidencia, y compruebe que cuando el haz incide perpendicularmente a la superficie del agua, no cambia de dirección, y que cuanto mayor sea el ángulo de incidencia, más acentuada será la refracción.

Si dispone de un bloque de vidrio o de otros líquidos, intente repetir el experimento usando estos materiales.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Como vimos en la Sección 16.2, cuando miramos hacia un objeto colocado dentro del agua, tenemos la impresión, debido a la *refracción*, de que se encuentra situado arriba de su verdadera posición. En este experimento deberá hacer dos obervaciones relacionadas con este hecho.

1. Introduzca oblicuamente un lápiz, una regla o algún otro objeto similar cualquiera, en un recipiente que contenga agua. Observe que el objeto parece estar quebrado. ¿La parte sumergida parece quebrada hacia abajo o hacia arriba? ¿Su observación concuerda con lo que se ilustra en la Figura 16-8?

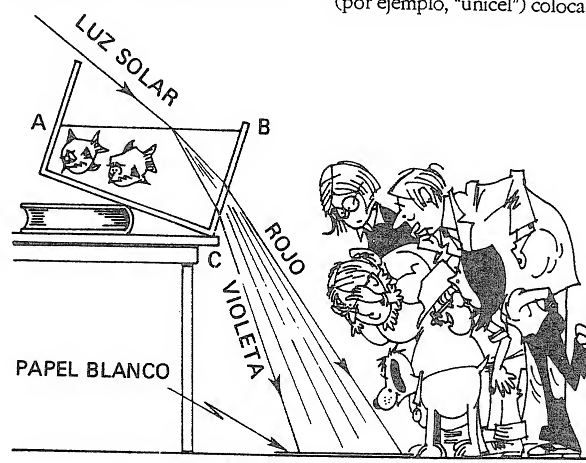
Segundo Experimento

2. Ponga una moneda en el interior de un plato y colóquese en una posición tal que su línea de visión sea tangencial a la orilla del plato, pero de manera que la moneda no sea visible para usted (fíjese en la Figura de este experimento).

Pida a un compañero que vierta lentamente agua en el plato y observe que la moneda se irá haciendo gradualmente visible. Cuando el agua alcance cierto nivel, podrá ver totalmente la moneda, como si estuviese flotando en el agua. ¿Está percibiendo la moneda propiamente dicha, o bien, una imagen real o una imagen virtual de ella? Explique por qué la moneda se hizo visible.

TERCER EXPERIMENTO

Con un dispositivo muy simple podrá observar la descomposición de la luz blanca en los colores del espectro.



Tercer Experimento

Coloque agua en un recipiente de paredes transparentes (un vaso, o de preferencia, un recipiente de paredes lisas y planas). Colóquelo apoyado en forma inclinada, como muestra la figura de este experimento, frente a un haz de luz solar obtenido mediante una rendija en una ventana, o entre dos cortinas (el local del experimento debe encontrarse a oscuras). Haga incidir directamente el haz en la superficie del líquido, de manera que su trayectoria pase a través del prisma de agua (porción *ABC* del agua que se muestra en la figura). Al atravesar este prisma de agua, la luz blanca se descompondrá y podrá observarse su espectro proyectado sobre una hoja de papel blanco colocada en el suelo.

¿Cuántos colores podemos distinguir en el espectro obtenido? ¿Qué color sufre una menor desviación? ¿Cuál se desvía más? ¿Estas observaciones concuerdan con lo que se muestra en la Figura 16-16?

Si dispone de un prisma de vidrio, podrá repetir este experimento usando este objeto. En tal caso, verá que la descomposición de la luz blanca será más acentuada, porque el índice de refracción del vidrio es mayor que el del agua.

CUARTO EXPERIMENTO

Trate de conseguir una lente convergente (la de una lupa o lente de aumento), la cual podrá obtener en el laboratorio de su escuela, o adquirir posiblemente a costo no muy alto en alguna papelería, tienda o bazar.

Usando esta lente, haga converger un haz de luz solar sobre una placa de material sintético blanco (por ejemplo, "unicel") colocada en su foco (posición

en la cual el haz de luz se concentra prácticamente en un punto). Observe que a pesar de la gran concentración de los rayos solares en esa pequeña región, el "unicel" no sufre combustión.

A continuación haga una pequeña mancha oscura sobre la placa, usando un lápiz o una pluma de tinta azul o negra. Repita el experimento, concentrando la luz solar en esta ocasión sobre la mancha. Verá así que en estas condiciones, el material entra inmediatamente en combustión en dicho lugar.

Trate de explicar la diferencia de comportamiento del material en ambos casos (recuerde lo que aprendió en este capítulo acerca de la absorción de la luz en objetos de diferente color).

QUINTO EXPERIMENTO

Como vimos en la Sección 16.6, el ojo humano tiene la capacidad de acomodarse para observar en forma nítida tanto los objetos distantes como los cercanos. Pero aun en personas con visión normal, esta capacidad de acomodamiento es limitada; cuando un objeto es gradualmente acercado al ojo de una persona, podemos ver que hay cierta distancia dentro de la cual la persona no puede seguir percibiendo en forma nítida el objeto (el cristalino llega a su límite de acomodación). Esta distancia se denomina *distancia mínima de visión distinta.*

Acerque gradualmente un objeto al ojo de una persona de vista normal. Pídale que le informe el momento en el cual deja de ver nítidamente el objeto. Si es necesario, repita varias veces esta operación para definir mejor la posición buscada. Al medir la distancia de tal punto al ojo de la persona, se habrá determinado el valor de su distancia mínima de visión distinta (si usted no tiene defectos visuales, podrá hacer este experimento con sus propios ojos). Trate de encontrar esta distancia en el caso de otras personas de visión normal. ¿Los valores encontrados difieren mucho entre sí? Repita el experimento ahora con una persona miope y después con una persona de mayor edad (présbita o de vista cansada). ¿En cuál de los dos casos la distancia mínima de visión distinta tiene un valor menor? ¿En cuál de los dos casos es mayor?

SEXTO EXPERIMENTO

En este experimento usted determinará la distancia focal de una lente convergente, valiéndose de dos procesos distintos y utilizando la misma lente que se empleó en el cuarto experimento.

1. Haga pasar un haz de luz solar (uno de rayos paralelos) a través de la lente, y reciba el haz convergente sobre una pantalla. Desplace lentamente la lente (o la pantalla) hasta que la mancha clara que se forma sobre ella se reduzca a un círculo del menor tamaño posible. En estas condiciones la pantalla estará situada en el foco de la lente. Mida entonces la distancia focal de esta lente y anote su valor.

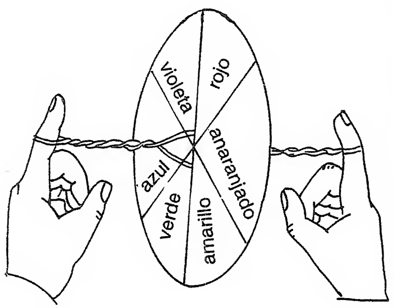
2. En un local a oscuras, coloque una vela encendida frente a la lente, de manera que la imagen de la flama pueda recibirse sobre una pantalla. Desplazando cuidosamente la lente o la pantalla, trate de obtener sobre esta última una imagen de la llama lo más nítida posible.

Mida las distancias de la flama y de su imagen a la lente, es decir, los valores de D_o y D_i. Mediante el empleo de la ecuación de las lentes y conociendo estos valores, calcule el valor de la distancia focal, f, de la lente.

¿Los dos procesos de medición proporcionan resultados razonablemente concordantes para la distancia focal de esta lente? En caso de que lo anterior no suceda, repita el experimento tratando de realizarlo con más cuidado.

SÉPTIMO EXPERIMENTO

Nuestros ojos, al ser sensibilizados por luz proveniente de un objeto, conservan la imagen durante casi 0.1 s. Entonces, cuando dos o más imágenes se sobreponen en la retina, con un intervalo igual o inferior a éste, tenemos la sensación de continuidad (gracias a esta propiedad de nuestra vista, cuando recibimos en el cine imágenes sucesivas de un acontecimiento, proyectadas en la pantalla, tenemos la sensación de que hay movimiento). El experimento siguiente está relacionado con dicha propiedad.



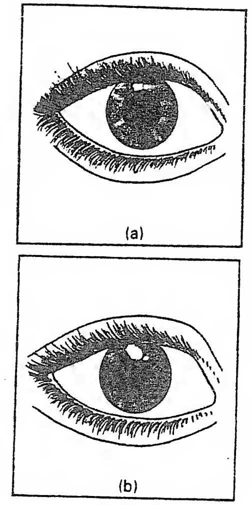
Séptimo Experimento

Para probar que la luz blanca es una mezcla de varios colores, tome un disco de cartón blanco, haga dos perforaciones en él y pase un cordón a través de éstas (*véase* figura de este experimento).

Coloree las divisiones con diferentes colores, como se indica (rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul y violeta), hágalo girar y el disco se volverá totalmente blanco. Trate de analizar lo que ocurrió; tome como base el fenómeno de la retención de la imagen en la retina.

OCTAVO EXPERIMENTO

Procure observar el ojo de su compañero (o el suyo propio, mediante un espejo). Pídale que cierre los ojos, cúbralos con una mano; después, cuente lentamente hasta 10 y ábralos de repente. Verá que la pupila inicialmente abierta (Fig. a) se contrae con rapidez (Fig. b) (en lo oscuro, se dilata y, en la luz, se contrae). Acerque una fuente de luz (como una linterna) a los ojos de su compañero y aléjela, intentando observar estos movimientos de abertura y contracción del iris.

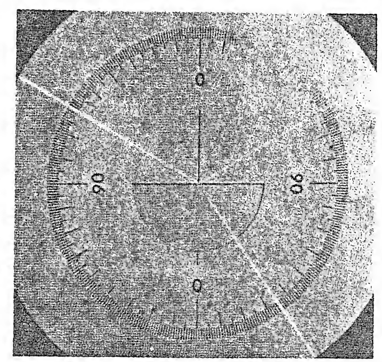


Octavo Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Sabemos que la luz del Sol tarda 500 s en llegar a la Tierra. Suponiendo que el espacio entre el Sol y la Tierra estuviese totalmente ocupado por un vidrio cuyo índice de refracción fuera n = 1.5, responda:
   a) ¿Cuántas veces menor que la velocidad de la luz en el vacío es la velocidad de la misma en este vidrio?
   b) Entonces en este caso, ¿cuál sería el tiempo que la luz solar tardaría en llegar a la Tierra?

2. La figura de este problema muestra la fotografía de un estrecho haz de luz que se refracta al pasar de aire a vidrio.
   a) ¿Cuál es el valor del ángulo de incidencia θ_1 de este haz? ¿Y el del ángulo de refracción θ_2?
   b) Con los valores obtenidos en (a), determine el índice de refracción de dicho vidrio.

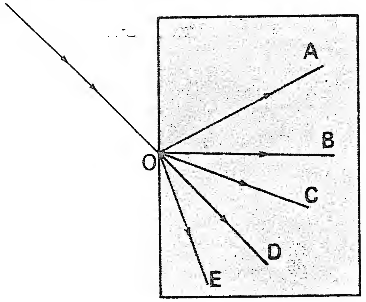


Problema 2

3. Un rayo de luz que se propaga en el aire, incide en el punto O de un bloque de vidrio, como se indica en la figura de este problema. La trayectoria de este rayo, luego de refractarse en el interior del vidrio, estará mejor representada por el segmento.

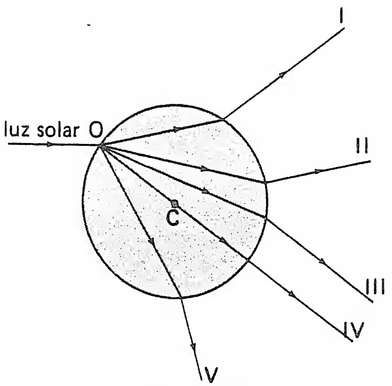
   a) OA *b*) OB *c*) OC *d*) OD *e*) OE

4. Un rayo de luz solar incide en el punto O de una gota esférica de lluvia, suspendida en el aire (el punto C es el centro de la gota). La figura de este problema muestra cinco trayectorias dibujadas por un estudiante que trataba de representar el reco-



Problema 3

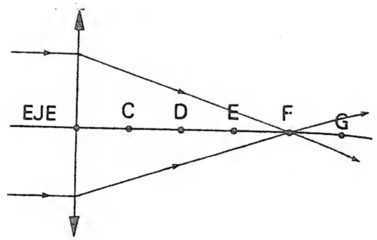
rrido del rayo luminoso al atravesar la gota. Solamente una de estas trayectorias es la correcta. ¿Cuál de ellas es?



Problema 4

5. El inverso de la distancia focal de una lente se denomina *convergencia* de dicha lente. Entonces, si se representa la convergencia con C, se tiene que $C = 1/f$. Cuando la distancia focal se expresa en metros, obtenemos la convergencia en una unidad denominada *dioptría*.
   a) Si la distancia focal de una lente es $f = 2.0$ m, ¿cuál es en dioptrías el valor de su convergencia?
   b) ¿Y si la distancia focal de la lente fuera $f = 50$ cm?
   c) Un oculista prescribió a una persona, gafas con lentes de 5.0 dioptrías (en el lenguaje cotidiano, se acostumbra decir "5.0 grados"). ¿Cuál es la distancia focal de dichas lentes?

6. Un haz luminoso de rayos paralelos incide sobre una lente cuya distancia focal vale 20 cm, convergiendo en el punto F (*véase* figura de este proble-



Problema 6

ma). ¿En cuál de los dos puntos que se indican en la figura debemos colocar una lente divergente, de 5.0 cm de distancia focal, para que el haz luminoso, luego de atravesarla, sea paralelo al eje del sistema? (Sabemos que $CD = DE = EF = FG = 5.0$ cm.)

7. Suponga que un espejo cóncavo y una lente convergente inicialmente en el aire, se sumergen después en agua. Podemos concluir que:
   a) La distancia focal del espejo no varía y la de la lente aumenta.
   b) La distancia focal del espejo y la de la lente aumentan ambas.
   c) La distancia focal del espejo y la de la lente disminuyen ambas.
   d) La distancia focal del espejo aumenta y la de la lente disminuye.
   e) La distancia focal del espejo disminuye y la de la lente no se altera.

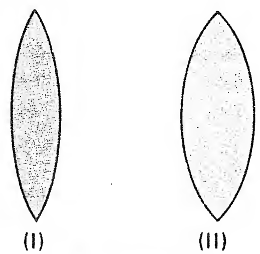
8. Los datos siguientes se refieren a un objeto colocado frente a una lente y a la imagen que proporciona de dicho objeto:
   Distancia del objeto a la lente: 10 cm
   Aumento = 0.50
   La imagen es directa.
   Analice las siguientes afirmaciones que se relacionan con esta situación e indique cuáles son correctas.
   a) La imagen es virtual.
   b) La distancia de la imagen a la lente vale 5 cm.
   c) La distancia focal de la lente tiene un módulo igual a 10 cm.
   d) La lente es divergente.

9. Un objeto está situado a 10 cm de una lente. Sabemos que su imagen proporcionada por la lente, es real y tiene una altura igual a la mitad de la altura del objeto.
   a) ¿Cuál es la distancia de la imagen a la lente?

   b) Determine el valor de la distancia focal de la lente.
   c) ¿Esta última es convergente o divergente?

10. Una persona que está proyectando transparencias sobre una pantalla obtiene imágenes nítidas, aunque con un tamaño que considera pequeño.
   a) Para obtener imágenes mayores, ¿deberá aproximar o alejar el objeto de la lente?
   b) A fin de seguir obteniendo imágenes nítidas sobre la pantalla, la distancia entre ésta y el proyector, ¿deberá aumentarse o disminuirse?

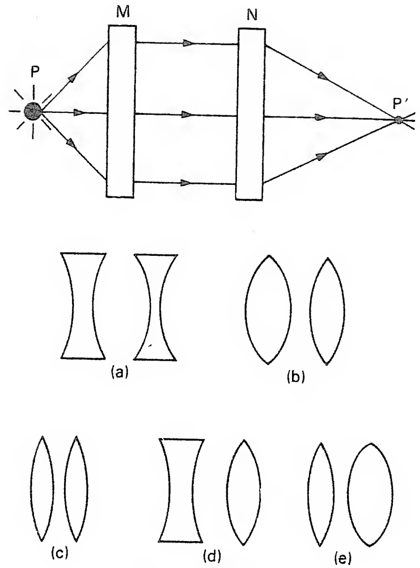
11. Se sabe que cuanto mayor sea la curvatura de las caras de una lente biconvexa o bicóncava (es decir, cuanto menor sean los radios de sus caras esféricas), tanto menor será la magnitud de la distancia focal de dichas lentes. Tomando en cuenta esta información, responda:
   a) ¿Cuál de las dos lentes que se muestran en la figura de este problema (hechas con el mismo tipo de vidrio) posee una mayor distancia focal?
   b) ¿Cuál de esas lentes posee mayor convergencia? (*véase* Problema 5).
   c) ¿Cuál de tales lentes proporcionará mayor ampliación al usarla como lupa?
   d) Entonces, cuando su ojo se acomoda para observar objetos más cercanos, ¿los músculos oculares actúan sobre las caras del cristalino para aumentar o disminuir su curvatura?



Problema 11

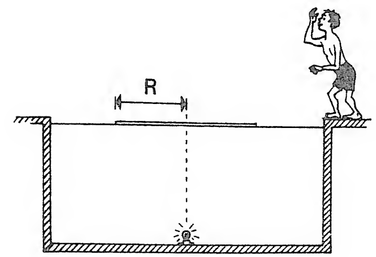
12. La figura de este problema muestra una fuente P que emite rayos luminosos, los cuales pasan a través de dos lentes, representadas por los rectángulos M y N. Diga cuál de las alternativas que se dan ahí, es la que representa mejor las formas de las dos lentes correspondientes, respectivamente, a los rectángulos M y N.

13. Una pequeña lámpara está instalada en la parte central del fondo de una piscina, cuya profundidad es de 2.0 m. Un disco de "unicel", de radio



Problema 12

R, flota en la superficie del agua, como se indica en la figura de este problema. ¿Cuál debe ser el menor valor de R para que la lámpara no pueda ser vista por un observador que se haya fuera del agua, cualquiera que sea la posición de dicho observador?



Problema 13

14. Una lámina de vidrio transparente de color rojo e iluminada con luz blanca, se ve de aquel color porque absorbe todos los demás colores del espectro, dejando pasar únicamente la luz roja. Decimos que esta lámina es un "filtro rojo". De la misma manera, los medios transparentes a los colores amarillo, verde, azul, etc., se denominan, respectivamente, filtros amarillo, verde, azul, etc.

Tomando en cuenta esta información, responda las preguntas siguientes:

a) Una persona observa a través de un filtro rojo un objeto blanco iluminado con luz blanca. ¿De qué color ve dicha persona el objeto?

b) ¿De qué color ve una persona un objeto rojo, iluminado con luz blanca, cuando lo observa a través de un filtro azul?

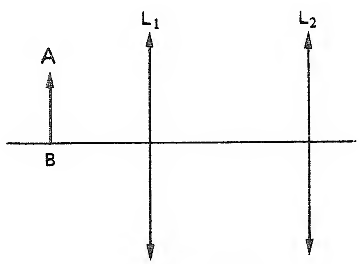
15. Un objeto pequeño AB está situado a 5.0 cm de la lente L_1, cuya distancia focal vale 4.0 cm (*véase* figura de este problema). La lente L_2 de distancia focal igual a 10 cm, está situada a 25 cm de L_1.

a) Determine la posición y la naturaleza de la imagen dada por la lente L_1.

b) Determine la posición y la naturaleza de la imagen final dada por la lente L_2.

c) ¿Cuál es el aumento proporcionado por este sistema óptico?

d) ¿Cuál de los instrumentos ópticos descritos en el texto, es similar a este sistema?



Problema 15

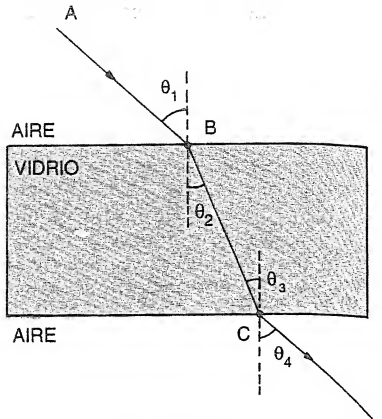
16. Una lente está siendo usada para proyectar sobre una pantalla la imagen real de un objeto. Si la mitad de la lente fuera cubierta con tinta oscura, ¿qué alteración se observaría en la imagen proyectada en la pantalla?

17. Un rayo luminoso, AB, propagándose en el aire, incide en una de las caras de una lámina de vidrio de caras paralelas. Después de sufrir dos refracciones, el rayo de luz emerge de la lámina para el aire (rayo CD), como se muestra en la figura de este problema.

a) Aplique la ley de Snell para determinar la relación entre los ángulos θ_1 y θ_4 mostrados en la figura.

b) Teniendo en cuenta la respuesta (a), ¿qué relación existe entre las direcciones de los rayos AB y CD?

18. En un libro de Física, de uso muy frecuente en las universidades estadunidenses, se encuentra el



Problema 17

dibujo reproducido en la figura de este problema. En él se pretende mostrar cómo ve un observador, fuera del agua, un lápiz parcialmente sumergido en este líquido.

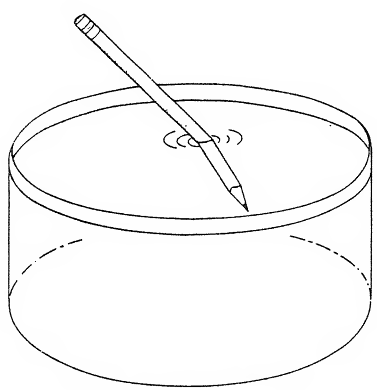
a) Hay un engaño en el dibujo, ¿por qué?

b) Localice en este capítulo la figura en la cual se muestra correctamente cómo se vería el objeto. Cerciórese de que entendió el análisis, hecho en el texto, relacionado con esta figura.

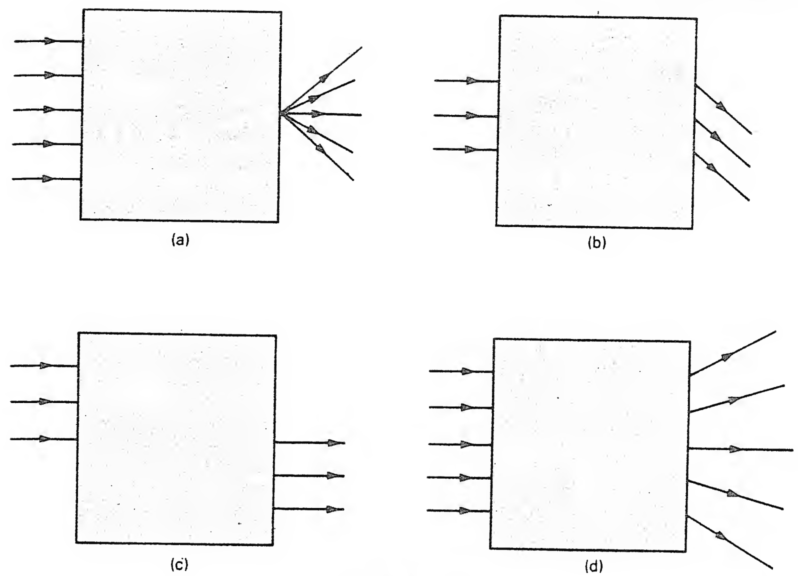
19. Suponga que el prisma de vidrio de la Figura 16-12 estuviera totalmente sumergido en agua:

a) ¿Cuál es el valor del ángulo límite entre el vidrio del prisma y el agua?

b) ¿Sería totalmente reflejado el rayo que se muestra en la Figura 16-12, en la cara BC? Explique.



Problema 18



Problema 21

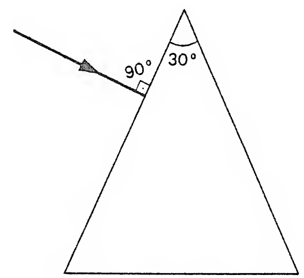
20. Una persona mira hacia una lente biconvexa y observa dos imágenes de su cara, una directa y otra invertida. Explique por qué se forman estas dos imágenes.

21. En cada uno de los diagramas de la figura de este problema, se muestran haces luminosos que inciden y emergen de un sistema óptico representado por el cuadro. Identifique, en cada diagrama, el sistema óptico que podría producir los efectos mostrados.

22. Suponga que el índice de refracción de un medio dado es igual a $\sqrt{2}$ para la luz roja e igual a $\sqrt{3}$ para la luz violeta. Dos rayos luminosos monocromáticos, uno rojo y otro violeta, se propagan en este medio e inciden con un mismo ángulo de incidencia igual a 30°, en la superficie de separación del medio con el aire. ¿Cuál sería el ángulo formado por los dos rayos refractados que se propagan en el aire?

23. Se quiere que un proyector de transparencias proyecte en la pantalla una imagen amplificada 24 veces. Si se sabe que la distancia focal de la lente del proyector es igual a 9.6 cm, determine a qué distancia de la transparencia se debe colocar la pantalla.

24. El prisma del vidrio mostrado en la figura de este problema, situado en el aire, tiene índice de refracción igual a 1.50. Un rayo de luz monocromático incide perpendicularmente en una de las caras del prisma, emerge por la otra cara y se propaga nuevamente en el aire. Si el ángulo del prisma es de 30° (*véase* figura), determine la desviación angular sufrida por el rayo de luz al atravesar ese prisma.



Problema 24

25. Una lente convergente cuya distancia focal vale 30 cm está siendo utilizada para formar una imagen del Sol sobre una pantalla. Sabiendo que el diámetro del Sol es igual a 1.4×10^6 km y que su distancia a la Tierra vale 1.5×10^8 km, determine el diámetro de la imagen que se forma.

26. Una persona usa una cámara fotográfica cuyo objetivo tiene una distancia focal de 5.00 cm, para obtener una foto nítida de un objeto muy alejado (en el infinito). En seguida, mueve el objetivo para "enfocar" un objeto situado a 1.00 m de la lente. En estas condiciones:

a) ¿Fue el objetivo movido "hacia el frente" o "hacia atrás"?
b) ¿Cuánto se desplazó el objetivo?

27. Una lámina transparente, cuyo índice de refracción es n, se encuentra en el aire. Cuando un rayo luminoso, que se propaga en el aire, incide en una de las caras de la lámina, con un ángulo de incidencia de 60°, se observa que el rayo reflejado es perpendicular al rayo refractado. Determine el valor del índice de refracción n.

28. En el Experimento 8 de este capítulo el lector aprendió que la pupila se contrae o se dilata, para regular la cantidad de luz que entra en el ojo de una persona. Obsérvese que el diámetro de la pupila puede variar de aproximadamente 2 mm hasta un valor próximo a 8 mm. Entonces, ¿cuántas veces puede variar la intensidad de la luz que incide en el ojo, para que la pupila sea capaz de compensar esta variación?

29. Las dos caras esféricas de una lente biconvexa tienen el mismo radio R y está hecha de un material transparente cuyo índice de refracción es igual a 1.30.

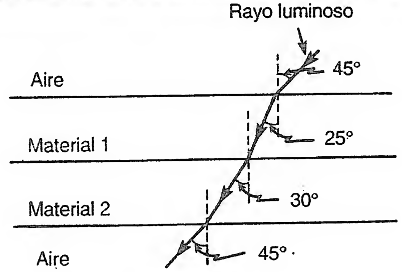
a) Esta lente, en el aire, tiene una distancia focal de 50 cm. ¿Cuál es el valor del rayo R?
b) ¿Cuál será, en dioptrías, la convergencia de esta lente si estuviera totalmente sumergida en un líquido de índice de refracción igual a 2.0? En estas condiciones, ¿es divergente o convergente? (El concepto de convergencia se analizó en el Problema 5.)

30. El ojo de una persona normal puede adaptarse, variando su distancia focal, para ver nítidamente desde objetos muy alejados (en el infinito), hasta aquellos situados a una distancia mínima, aproximadamente igual a 25 cm (distancia mínima de visión distinta, como vimos en el experimento quinto de este capítulo). Calcule, en dioptrías, la variación de la convergencia del cristalino cuando la persona observa un objeto que se desplaza entre esas dos posiciones.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

Las preguntas **1** y **2** se relacionan con la información de la Figura.



Preguntas 1 y 2

1. El índice de refracción del material I es:

a) Menor que el del aire y menor que el del material II.
b) Mayor que el del aire y menor que el del material II.
c) Mayor que el del aire y mayor que el del material II.
d) Menor que el del aire y mayor que el del material II.
e) Es el mismo que el del aire y que el del material II.

2. La velocidad de la luz en el material I es:

a) Menor que en el aire y menor que en el material II.
b) Mayor que en el aire y menor que en el material II.
c) Mayor que en el aire y mayor que en el material II.
d) Menor que en el aire y mayor que en el material II.
e) Es la misma en el aire y en el material II.

3. Un rayo de luz se propaga en un líquido cuyo índice de refracción es de 1.4 y choca contra la superficie que separa a este líquido del aire. El seno del ángulo de incidencia del rayo luminoso es 0.80. A partir de estos datos se podría afirmar que:

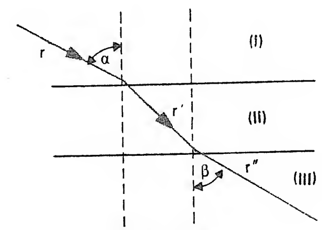
a) El rayo será totalmente absorbido por el líquido.
b) El seno del ángulo de refracción del rayo que emerge no será menor de 0.80.
c) Que el rayo será totalmente reflejado por la superficie de separación.
d) Que el rayo se descompondrá al pasar por el aire.
e) Es imposible predecir el comportamiento del rayo luminoso, por insuficiencia de datos.

4. Dada la siguiente tabla de índices de refracción *absolutos* de diversas sustancias:

Sustancia	Índice absoluto de refracción
Vidrio	1.5 a 1.9
Cuarzo fundido	1.46
Cuarzo cristalino	1.54
Diamante	2.42
Glicerina	1.47
Alcohol etílico	1.36
Ácido oléico	1.45
Agua	1.33

Diga si es posible, según la trayectoria de los rayos luminosos r, r' y r'' anteriores ($\alpha > \beta$) que los medios I, II y III sean respectivamente:

a) Agua, glicerina y ácido oléico.
b) Vidrio, agua y cuarzo.
c) Diamante, agua y cuarzo.
d) Vidrio, agua y alcohol etílico.
e) Glicerina, diamante y ácido oléico.



Pregunta 4

5. Un pedazo de vidrio cuyo índice de refracción es igual a 1.6, se coloca en un recipiente que contiene bisulfito de carbono (líquido trasparente con

índice de refracción también de 1.6) totalmente sumergido en el líquido. Verifique si el pedazo de vidrio se torna prácticamente invisible. Explique por qué ocurre esto:

a) El bisulfito absorbe prácticamente toda la luz que incidiría sobre el vidrio.
b) El vidrio refleja con fuerza la luz que incide sobre él.
c) La luz se refracta mucho al pasar del bisulfito al vidrio.
d) La luz que incide en el vidrio prácticamente no sufre reflexiones o refracción.
e) Ocurre una reflexión total de la luz que incide sobre el vidrio.

6. Considere un prisma de ángulo igual a 30° rodeado totalmente de aire. Para que un rayo luminoso, monocrómatico que incide normalmente sobre una de sus caras, salga especialmente por la cara opuesta, el valor del índice de refracción del material del prisma debe ser:

a) 0.50 *b)* $\frac{2.0}{\sqrt{3.0}}$
c) 1.5 *d)* 2.0
e) Ninguno de los valores anteriores.

7. Un pedazo de vidrio de color rojo tiene dicho color debido, principalmente a:

a) La reflexión de la luz roja.
b) La refracción de la luz roja.
c) La absorción de la luz roja.
d) La transmisión de la luz roja.
e) La difracción de la luz roja.

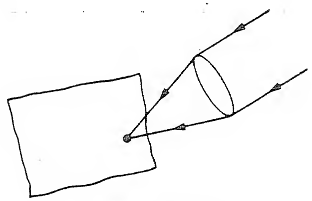
8. El vestido azul de una niña, que se encuentra en una habitación iluminada con luz roja, se ve de color:

a) Blanco. *b)* Amarillo.
c) Azul. *d)* Rojo.
e) Negro.

9. Un haz de luz blanca pasa a través de un filtro rojo e incide sobre una superficie verde. La superficie se verá de color:

a) Verde. *b)* Rojo.
c) Amarillo. *d)* Negro.
e) Azul.

10. Se enfoca la luz solar sobre un pedazo de *isopor*, mediante una lente convergente y se verifica que transcurridos algunos minutos se logra fundir un pequeño volumen de la sustancia. Posteriormente, se coloca en el *isopor* una pequeña mancha de tinta negra y se enfoca con la luz y su fusión ocurre casi instantaneamente. De esta observación se concluye que:



Pregunta 10

a) La tinta modifica profundamente las propiedades químicas del isopor, reduciendo su punto de fusión.
b) La lente absorbe parte de la luz solar y la tinta hace que el isopor se sensibilice a los rayos que emergen de la lente.
c) La función de la tinta consiste en señalar los pequeños poros, que existen en el isopor transformando una pequeña región de él en un sólido.
d) La función ocurre rapidamente en la región de la mancha de tinta porque, debido a que es negra, hay considerable absorción de energía luminosa.
e) La mancha de tinta permite que el isopor absorba los rayos luminosos de mayor energía, lo que provoca la fusión.

11. Una cuchara de plástico transparente, llena de agua, puede funcionar como:
a) Lente convergente.
b) Lente divergente.
c) Espejo cóncavo.
d) Microscopio compuesto.
e) Prisma.

12. Diga cual de los siguientes hechos *no puede* ser explicado por el fenómeno de refracción:
a) Un niño va a expulsar su limonada. Al colocar la cuchara en el vaso tiene la impresión de que ésta se sopla.
b) La Luna no tiene luz propia. Brilla debido a la luz solar.
c) Se observa que las estrellas titilan.
d) Al encontrarse sobre un lago se observa que los objetos que se localizan en el fondo del mismo parecen estar más próximos a la superficie.
e) Un niño consigue encender un fósforo empleando una lente al enfocar la luz solar sobre él.

13. Una lente bicóncava de vidrio con índice de refracción de 1.5 se coloca en un medio líquido transparente con índice de refracción de 1.8. Un objeto colocado sobre el eje principal produce una imagen directa. El objeto está:
a) Entre el foco y la lente.
b) Entre el foco y el infinito.
c) En el foco.
d) A una distancia $2f$ de la lente.
e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

14. Un haz de luz monocromático incide sobre una lente biconvexa.
Por tanto:
a) Estos rayos siempre convergirán, sin importar el medio en que la lente esté inmersa.
b) Estos rayos siempre divergirán, sin importar el medio en que la lente está inmersa.
c) Habrá casos de convergencia, dependiendo del medio en que la lente esté inmersa.
d) La luz no sufrirá desviación si la lente es delgada, porque en tales casos se puede despreciar la refracción.
e) Su convergencia o divergencia dependerá exclusivamente de los valores de los rayos de curvatura.

15. Una persona sostiene una lente plana-convexa, hecha de vidrio de $n = 3/2$, a 20 cm del fondo de una piscina, con su cara plana en la horizontal. La piscina está vacía y el Sol se encuentra en el cenit. La lente concentra los rayos solares en el fondo de la piscina. Después de llenar la piscina con agua ($n = 4/3$), la lente queda totalmente sumergida y los rayos solares (el Sol está todavía en el cenit), después de atravesar la lente, tendrá su punto de convergencia en un punto A. Podemos afirmar, *excepto:*
a) El punto A estará arriba del fondo de la piscina.
b) La distancia focal de la lente varía conforme el medio en el cual está sumergida.
c) La distancia focal de la lente en el aire es 20 cm.
d) Si la piscina se llenara con un líquido con índice de refracción igual a 3/2, la distancia focal de la lente pasaría a ser infinita.
e) Una de las afirmaciones anteriores es incorrecta.

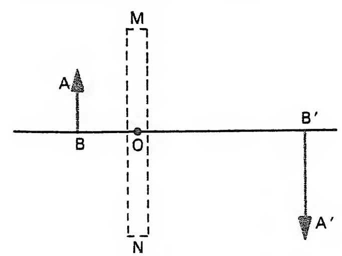
16. ¿Cuál debe ser la distancia D entre dos lentes delgadas convergentes, de 10 cm de distancia focal cada una, a fin de que el sistema sea afocal, es decir, para que los rayos paralelos permanezcan paralelos después de pasar por el sistema?
a) cero *b*) 5 cm *c*) 10 cm
d) 20 cm *e*) 40 cm

17. Un objeto luminoso está colocado a 30.0 cm de una lente convergente de 40.0 cm de distancia focal. La imagen del objeto es:
a) Real y se encuentra a 80 cm de la lente.
b) Virtual y se encuentra a 80 cm de la lente.
c) Real y se encuentra a 120 cm de la lente.
d) Virtual y se encuentra a 120 cm de la lente.
e) Virtual y se encuentra a 40 cm de la lente.

18. Una fuente luminosa puntiforme es colocada sobre el eje principal de una lente esférica delgada y la imagen producida se forma a 40 cm de la fuente. Sabiendo que la fuente y su imagen están en posiciones simétricas en relación con la lente, podemos concluir que la convergencia de la lente vale, en dioptrías:
a) 10
b) 20
c) 40
d) 1.0
e) 2.0

19. Un objeto lineal está colocado perpendicularmente al eje principal de una lente convergente y a una distancia de 8 cm de ella. La imagen virtual proporcionada es tres veces mayor que el objeto. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
a) 6 cm
b) 12 cm
c) 18 cm
d) 24 cm
e) 3 cm

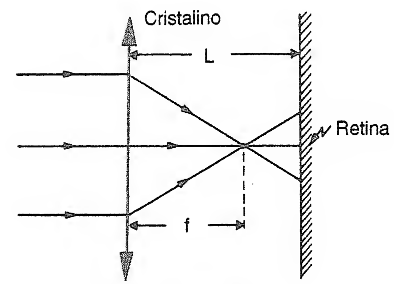
20. AB es un objeto real, cercano a MN, un aparato óptico que produce una imagen real $A'B'$, del objeto (*véase* figura). Podemos afirmar que:
a) El aparato está funcionando como un microscopio sencillo.
b) El aparato podrá ser un espejo cóncavo.
c) El aparato podrá ser un proyector.
d) El sistema óptico del aparato tiene una distancia focal mayor que la distancia OB.
e) No existe un sistema óptico capaz de producir la imagen indicada en el diagrama.



Pregunta 20

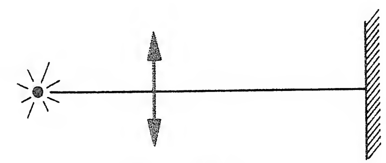
21. Considere el sistema óptico del ojo humano como una lente delgada situada a 20 mm de la retina. La distancia focal de esa lente cuando la persona lee un libro a 35 cm de distancia, es:
a) 1.9 cm
b) 35 cm
c) 19 cm
d) 1.0 cm
e) 2.0 mm

22. El esquema de abajo representa la marcha de rayos luminosos, provenientes de un objeto muy distante, a través de un ojo defectuoso. Las afirmaciones siguientes se refieren al esquema considerado. Señale las *correctas*:
I. El defecto de este ojo puede ser hipermetropía.
II. Para corregir el defecto de este ojo, se debe utilizar una lente convergente.
III. La convergencia de la lente que corrige el defecto mencionado debe ser $-\frac{1}{L}$.



Pregunta 22

23. Analice las afirmaciones siguientes y señale las que son *correctas*:



Pregunta 23

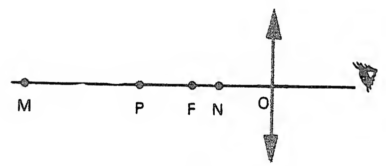
I. La longitud óptica está definida como un producto de la longitud geométrica de un trayecto de la luz por el índice de refracción del medio. Se puede afirmar que tal longitud óptica es igual a la longitud recorrida por la luz en el vacío, en el mismo tiempo.

II. Un espejo para afeitarse, que proporciona una imagen aumentada en relación con el objeto, debe ser cóncavo.

III. Una lente convergente, delgada, está colocada entre un punto luminoso y un espejo plano, de modo que se forme una imagen exactamente sobre el punto luminoso (*véase* figura). Se afirma: la distancia desde el punto luminoso a la lente es igual a la distancia focal de la misma.

24. La lupa o microscopio sencillo es una lente convergente de pequeña distancia focal. Para que veamos la imagen aumentada de un objeto, éste debe colocarse (*véase* figura):

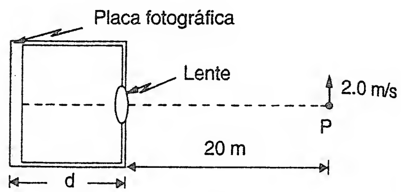
a) En un punto *M* muy alejado del foco *F* de la lente.
b) En un punto *P* no muy alejado del foco *F* de la lente.
c) En un punto *N* situado entre el centro de la lente *O* y su foco *F*.
d) Sobre el foco *F* de la lente.
e) En cualquier punto a la izquierda de la lente.



Pregunta 24

25. Una cámara fotográfica está constituida por una lente de distancia focal de 10 cm y una placa fotográfica, como se muestra en la figura siguiente. Un objeto *P* está situado a 20 m de distancia de la lente. Para obtener una imagen nítida del objeto, la distancia *d* debe ser aproximadamente de:

a) 20 cm
b) 5 cm
c) 15 cm
d) 25 cm
e) 10 cm



Pregunta 25

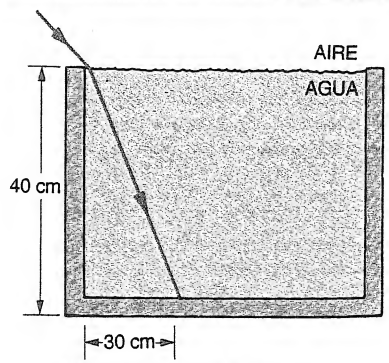
26. El ojo humano no puede distinguir entre dos rayas separadas por una distancia menor que 0.1 mm. Si el objeto *P* de la pregunta anterior se moviera a una velocidad de 2.0 m/s perpendicularmente al eje de la cámara, para que la fotografía no salga movida, el tiempo máximo de exposición debe ser de aproximadamente:

a) 0.05 s
b) 0.5 s
c) 0.01 s
d) 1.0 s
e) 0.1 s

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

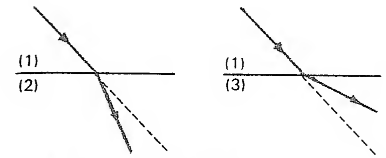
1. La imagen del Sol, proporcionada por una lente convergente, se forma a 10 cm de distancia de la lente. Si un objeto está situado a 30 cm de esa lente, ¿a qué distancia de ella estará formada la imagen del objeto?

2. El tanque que se muestra en la figura está lleno de agua (n = 1.3). Un rayo de luz incide rasante a la lateral del tanque y se refracta como se muestra en la figura. Determine el valor del ángulo de incidencia de ese rayo.



Problema Complementario 2

3. Las figuras de este problema representan lo que ocurre en el paso de un rayo de luz desde un medio (1) a un medio (2) y desde el medio (1) al medio (3). Se sabe que uno de estos medios es el vacío. ¿Cuál de ellos? Explique.



Problema Complementario 3

4. Un rayo luminoso incide perpendicularmente en una de las caras de un prisma transparente cuyo índice de refracción es n = 2.0. Si el rayo emerge de la otra cara del prisma hacia el aire, con un ángulo de refracción de 90°, calcule el ángulo que forman las caras del prisma.

5. Una lámina con caras paralelas mide 8.0 cm de espesor y está hecha con un vidrio cuyo índice de refracción es 1.5. Un rayo de luz, que se propaga en el aire, incide en una de las caras de la lámina con un ángulo de incidencia θ_1, tal que sen θ_1 = 0.90. Determine el tiempo que la luz del rayo refractado necesita para atravesar la lámina.

6. Un pez, que por la mañana nada en un lago tranquilo de agua transparente, ve el Sol en una posición situada a 60° sobre el horizonte. Sabiendo que el Sol, en aquel lugar, sale a las 6 y se pone a las 18 horas, determine a qué hora el pez vio el Sol en la posición mencionada (índice de refracción del agua n = 4/3).

7. Un foco está situado a 100 cm de distancia de una pared, sobre la cual se desea proyectar una imagen del foco, usando para ello una lente de distancia focal igual a 22 cm. Determine a qué distancia de la pared debe colocarse la lente para obtener una imagen nítida y amplificada del foco.

8. Una lente plana-convexa, cuya convergencia, en el aire, es igual a 8.0 dioptrías, tendrá una convergencia de 1.0 dioptrías cuando esté totalmente sumergida en el agua (índice de refracción igual a 4/3). Calcule el índice de refracción, n, de la lente y el radio R, de su cara convexa.

9. Una lente bicóncava está hecha con un material transparente cuyo índice de refracción es 1.40 y sus caras tienen el mismo radio R. En el aire, esta lente forma una imagen virtual de un objeto situado a 30 cm de ella. Si la distancia desde la imagen a la lente es de 10 cm, determine el valor de R.

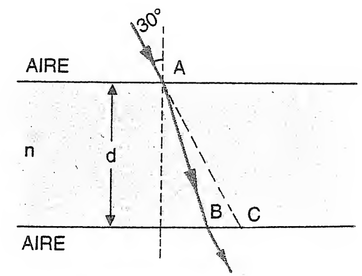
10. Una cámara fotográfica antigua (del tipo de "fuelle") tiene un objetivo cuya distancia focal es igual a 12 cm. Mediante el "fuelle" se obtiene una distancia máxima de 14 cm entre la lente objetiva y la película. ¿Cuál debe ser la distancia mínima entre la lente y un objeto para que sea posible fotografiarlo con nitidez?

11. Un ojo normal se puede ajustar para observar nítidamente objetos situados desde el "infinito" (muy alejados), hasta una distancia mínima del ojo, aproximadamente igual a 25 cm. Decimos que el *punto remoto* de este ojo está en el infinito y su *punto próximo* está a 25 cm de distancia. El ojo de una persona miope puede observar objetos cercanos, pero no puede ver nítidamente objetos muy alejados, de modo que el punto remoto de su ojo no está en el infinito, sino próximo a la persona. Suponga que el punto remoto de un miope está a 40 cm de distancia de sus ojos. Determine en valor y en señal, cuántos "grados" deben tener los lentes de esta persona.

12. Los ojos de una persona con hipermetropía o présbite ("vista cansada") pueden ver nítidamente objetos alejados, pero no se adaptan para observar objetos muy cercanos, es decir, el punto próximo de la persona está situado a una distancia mayor que 25 cm. Suponiendo que el punto próximo de una persona está a 100 cm de sus ojos, determine, en valor y en señal, cuántos "grados" deben tener los lentes de esta persona para que pueda leer un libro a 25 cm de distancia.

13. Una persona miope usa lentes cuyos vidrios son de –1.5 "grados". Sabiendo que el punto remoto de esta persona está situado a 60 cm de sus ojos, determine la distancia máxima de un objeto para que logre observarlo nítidamente con estos lentes.

14. Un rayo de luz que se propaga en el aire incide, con un ángulo de 30°, en una de las caras de una lámina hecha con un material transparente, cuyo

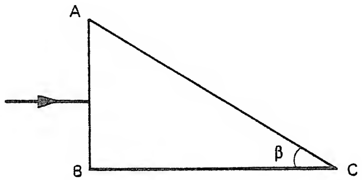


Problema Complementario 14

índice de refracción es n, como se muestra en la figura de este problema. La línea AC es la prolongación del rayo incidente y se tiene $d = (2\sqrt{3})$ cm y $BC = 1.0$ cm. Calcule el valor de n.

15. Un mástil vertical, cuya longitud es de 2.00 m, está fijo en el fondo de una piscina cuya profundidad es igual a 1.50 m. Sabiendo que los rayos solares están incidiendo a lo largo de una dirección que forma un ángulo de 45° con la horizontal, determine la longitud de la sombra del mástil en el fondo de la piscina.

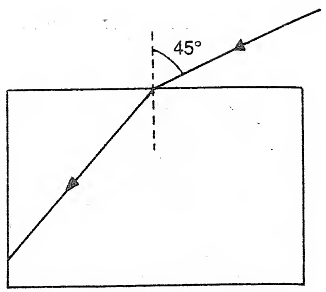
16. El prisma de vidrio que se muestra en la figura de este problema está totalmente sumergido en alcohol etílico y un rayo de luz incide en el prisma perpendicularmente a la cara AB.



Problema Complementario 16

a) Determine los valores del ángulo β para los cuales el rayo luminoso sufre reflexión total en la cara AC.
b) ¿Cuál sería la respuesta de la pregunta (a), si el prisma estuviera inmerso en disulfuro de carbono?

17. Un rayo de luz incide en un cubo hecho con un material transparente y está situado en el aire, como lo ilustra la figura de este problema. Determine los valores del índice de refracción, n, del cubo para que el rayo de luz sea totalmente reflejado en su cara vertical.



Problema Complementario 17

18. Un telescopio, como sabemos, es un instrumento óptico utilizado para observar objetos distantes como, por ejemplo, los cuerpos celestes. De manera simplificada, su estructura es semejante a la del microscopio (Fig. 16-41), pero su objetivo debe tener una gran distancia focal, mientras que la lente ocular debe ser de pequeña distancia focal. Suponga que estas distancias focales, en un telescopio, sean $f_1 = 80.0$ cm (objetivo) y $f_2 = 4.0$ cm (ocular). Una persona utiliza este telescopio para observar la Luna y, al ajustarlo, obtiene una imagen final a 25 cm del ocular (distancia de mejor visión distinta). ¿Cuál es, en estas condiciones, la longitud del tubo del telescopio (distancia entre sus lentes)?

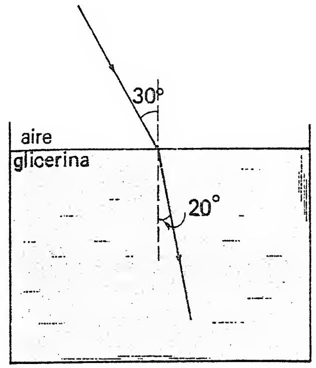
Los problemas **19** a **23** se refieren al cuadro incluido a continuación. En cada columna de este cuadro se presenta alguna información relacionada con la formación de la imagen en una lente. Con base en esta información, llene los espacios de la columna considerada.

	Problema 19	Problema 20	Problema 21	Problema 22	Problema 23
Tipo	convergente				
Convergencia	10 dioptrías	10 dioptrías			
f					−10 cm
D_o	20 cm	5.0 cm	10 cm	10 cm	20 cm
D_i					
Aumento		> 1	0.50	0.50	
¿Imagen real?				Sí	
¿Imagen invertida?			No		

RESPUESTAS

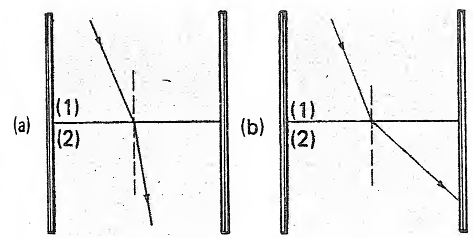
Ejercicios

1. *a)* $n = 2.0$
b) 1.24×10^8 m/s
2. *a)* hielo
b) rutilo
3. *a)* $n_1 = 1.0$; $\theta_1 = 30°$ y $n_2 = 1.47$
b) $\theta_2 = 20°$
c) *véase* figura



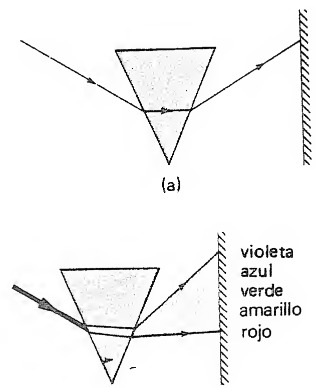
Problema 3

4. *a)* *véase* figura
b) *véase* figura



Problema 4

5. *a)* se aleja
b) $\theta_1 < \theta_2$
c) medio A
d) medio B
6. *a)* en el encuentro de las prolongaciones de los rayos refractados
b) virtual, porque está situada en la prolongación de los rayos
c) abajo
7. más cerca
8. *a)* más tarde
b) más temprano
c) menor
9. *a)* 62°
b) OA: parte se refleja y parte se refracta alejándose de la normal; OB: parte se refleja y parte se refracta pasando tangencialmente a la superficie de separación; OC: no se refracta, pues se refleja totalmente
10. no, porque el índice de refracción del agua es menor que el del vidrio, y por tanto, un rayo luminoso siempre se acerca a la normal cuando pasa del agua hacia el vidrio
11. *a)* menor
b) en el diamante
c) porque el observador recibe una mayor cantidad de luz (totalmente reflejada por las caras internas)
12. *a)* menor
b) la luz del Sol sufre reflexión total en las capas de aire cercanas a la arena, y al observador, al recibir esa luz reflejada, le parece que en ese lugar hay agua
13. *a)* violeta
b) rojo
c) violeta
14. *a)* *véase* figura
b) *véase* figura

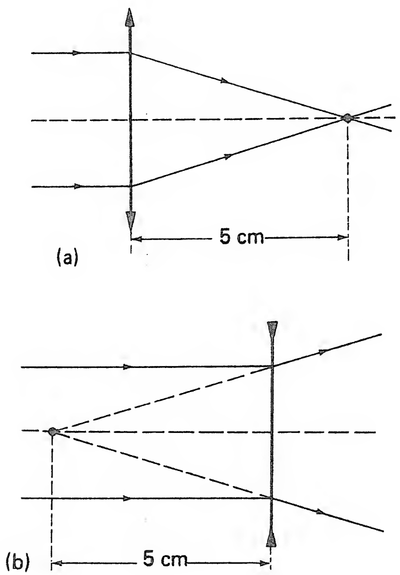


(a)

(b)

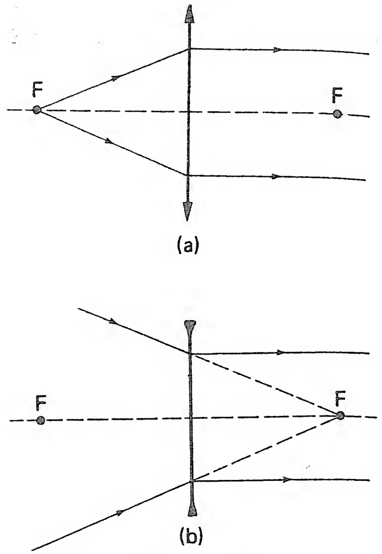
Problema 14

15. la luz blanca sufre dispersión al penetrar y salir del diamante
16. *a)* roja
    b) abajo
17. refleja la luz azul y absorbe los demás colores del espectro
18. *a)* negro
    b) amarillo
    c) amarillas
    d) negro
19. *a)* convergente
    b) divergente
    c) convergente
20. *a)* *véase* figura
    b) *véase* figura



Problema 20

21. *a)* *véase* figura
    b) *véase* figura
22. *a)* 10 cm, porque la luz solar que llega a la Tierra está constituida de rayos paralelos
    b) a 10 cm, porque los dos focos de una lente son equidistantes de ella
23. *a)* convergente
    b) sigue convergente
    c) mayor
24. *a)* divergente
    b) igual
    c) mayor



Problema 21

25. *a)* diagrama semejante al de la Figura 16-31
    b) real, invertida y menor que el objeto
26. *b)* la imagen se mantiene real, se aleja de la lente y aumenta de tamaño
27. *a)* diagrama semejante al de la Figura 16-32
    b) imagen virtual, derecha y mayor que el objeto
28. *a)* diagrama semejante al de la Figura 16-33; imagen virtual, derecha y menor que el objeto
    b) la imagen sigue virtual, derecha y menor que el objeto
    c) la lente divergente siempre proporciona una imagen virtual y menor que el objeto
29. *a)* $D_i = 6$ cm
    b) aumento = 0.5
    c) el tamaño de la imagen es la mitad del tamaño del objeto
    d) sí
30. *a)* $D_i = -3$ cm
    b) aumento = 1/4
    c) $A'B'$ = 2.5 cm
31. *a)* miopía
    b) divergentes
32. disminuyó
33. *a)* no, porque su imagen sería virtual, y por tanto, no habría una imagen proyectada sobre la película
    b) más luz
    c) más claras
34. *a)* porque la imagen proyectada en la pantalla, al ser real, resultará invertida

    b) para que la imagen sea real y mayor que la diapositiva
35. *a)* convergente
    b) menor
    c) virtuales
36. *a)* mayor, porque la imagen proporcionada por el objetivo debe ser real
    b) la imagen real proporcionada por el objetivo
    c) virtual
    d) invertida
37. la reflexión de la luz se comparó con la reflexión del sonido (eco)
38. Newton era partidario de la teoría corpuscular de la luz y Huyghens defendía el modelo ondulatorio
39. *a)* mayor
    b) mayor
40. *a)* de *O* para *P*
    b) menor
    c) no
41. el experimento de Foucault demostró que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire, al contrario de lo que preveía el modelo corpuscular
42. no; este fenómeno ya había sido observado mucho antes de Newton
43. Newton hizo pasar un haz de luz monocromática por un prisma y verificó que el haz no sufrió alteración alguna
44. para evitar polémicas con R. Hooke, quien murió en 1703

Preguntas y problemas

1. *a)* 1.5 veces menor
   b) 750 s
2. *a)* $\theta_1 = 60°$; $\theta_2 = 35°$
   b) $n = 1.5$
3. (c)
4. trayectoria III
5. *a)* $C = 0.5$ dioptría
   b) $C = 2.0$ dioptrías
   c) $f = 0.20$ m = 20 cm
6. punto *E*
7. (a)
8. todas están correctas
9. *a)* $D_i = 5$ cm
   b) $f = 3.3$ cm
   c) convergente
10. *a)* acercar
    b) aumentada
11. *a)* lente I
    b) lente II
    c) lente II
    d) aumentar
12. (b)
13. $R = 2.3$ m
14. *a)* rojo
    b) negro
15. *a)* imagen real, a 20 cm de L_1
    b) imagen virtual, a 10 cm de L_2
    c) 8 veces
    d) el microscopio
16. ni la forma, ni el tamaño de la imagen se alteran; únicamente se produce una reducción en su brillo
17. *a)* $\theta_4 = \theta_1$
    b) *CD* es paralelo a *AB*
18. *a)* el lápiz debía parecer "quebrado" hacia arriba
    b) Figura 16-8
19. *a)* 62°
    b) no
20. reflexión en la primera cara (espejo convexo) y reflexión en la cara interna (espejo cóncavo)
21. *a)* lente convergente
    b) prisma (luz monocromática)
    c) dos espejos planos paralelos o una lámina con caras paralelas (como la del Problema 17)
    d) lente divergente
22. 15°
23. 250 cm
24. 19°
25. 2.8 mm
26. *a)* hacia el frente
    b) 2.6 mm
27. 1.73
28. 16 veces
29. *a)* $R = 30$ cm
    b) $C = -2.3$ dioptrías (divergente)
30. 4.0 dioptrías

Cuestionario

1. c
2. a
3. c
4. a
5. d
6. d
7. a
8. e
9. d
10. d
11. a
12. b
13. a
14. c
15. a
16. d
17. d
18. a
19. b

20. c
21. a
22. todas son incorrectas
23. todas son correctas
24. c
25. e
26. c

Problemas complementarios

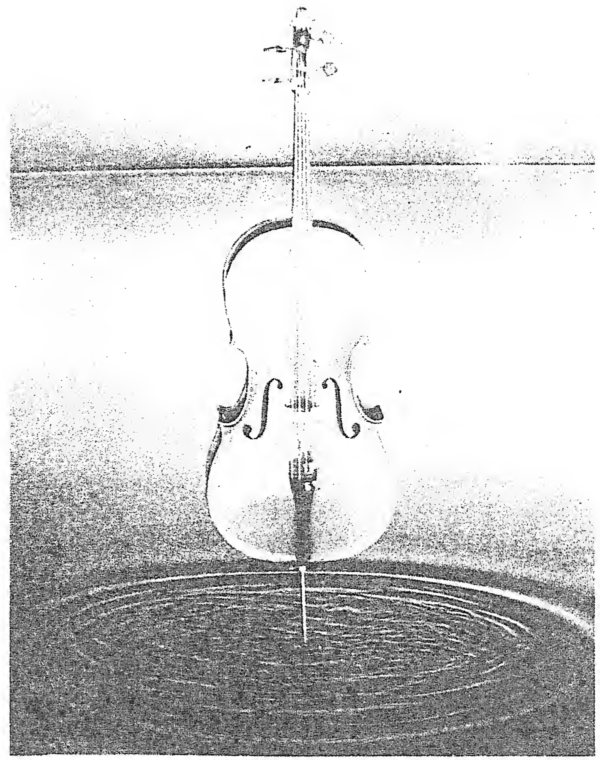
1. 15 cm
2. 51°
3. medio (3)
4. 30°
5. 5.0×10^{-10} s
6. 9 h 12 min
7. 67.3 cm
8. $n = 1.4$ y $R = 5.0$ cm
9. 12 cm
10. 84 cm
11. −2.5 "grados"
12. +3.0 "grados"
13. 6.0 m
14. $n = 1.8$
15. 1.43 m
16. *a)* $\beta < 25°$

b) *no* habría reflexión total en *AC*, cualquiera que fuese el valor de β

17. $n > 1.22$
18. 83.4 cm
19. $f = 10$ cm; $D_i = 20$ cm; aumento = 1; imagen real e invertida
20. convergente; $f = 10$ cm; $D_i = -10$ cm; imagen virtual y directa
21. divergente; $C = -10$ dioptrías; $f = -10$ cm; $D_i = -5.0$ cm; imagen virtual
22. convergente; $C = 30$ dioptrías; $f = 3.3$ cm; $D_i = 5.0$ cm; imagen invertida
23. divergente; $C = -10$ dioptrías; $D_i = -6.7$ cm; aumento = 0.33; imagen virtual y directa

capítulo 17

movimiento ondulatorio — acústica



El sonido, al igual que las ondas que se forman en la superficie de un líquido, son ondas mecánicas que se propagan en un medio material.

17.1 Movimiento armónico simple

❖ **Qué es un movimiento armónico simple.** Suponga que un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal sin fricción, se encuentra sujeto al extremo de un resorte, como se indica en la Figura 17-1a. El otro extremo del elástico se encuentra fijo a una pared, y el punto O representa la posición de equilibrio del cuerpo; es decir, en esta posición el resorte no ejerce ninguna fuerza sobre él, pues no tiene deformación (no está comprimido, ni estirado).

Si empujamos el cuerpo comprimiendo el resorte una distancia A, hasta la posición B (Fig. 17-1b), el muelle empezará a ejercer sobre el cuerpo una fuerza $\vec{F}$ dirigida hacia la posición de equilibrio. Al soltar el cuerpo se acelerará debido a esta fuerza y su velocidad aumentará conforme se acerque al punto O (Fig. 17-1c). La fuerza $\vec{F}$, como vimos en el Capítulo 9, es proporcional a la deformación X del resorte, y está dada por $F = kX$, donde k es la constante elástica del resorte. Así, a medida que el cuerpo se aleja de B, el valor de $\vec{F}$ disminuye, anulándose cuando llega al punto O.

En virtud de la velocidad adquirida, el cuerpo sobrepasa la posición de equilibrio, y el resorte, al hallarse estirado en esta parte, pasa a ejercer una fuerza que todavía está dirigida hacia el punto O, y por tanto, es de sentido contrario a la velocidad del cuerpo (Fig. 17-1d). El movimiento es, entonces, retardado, y en el punto B', simétrico de B, la velocidad del cuerpo se anula (Fig. 17-1e). Partiendo de B', el cuerpo se vuelve a acelerar hacia O y rebasa este punto, siendo entonces retardado por el resorte hasta que alcanza el punto B. Como no hay fricción, este movimiento de vaivén entre los puntos B y B', prosigue indefinidamente.

Cuando un cuerpo realiza un movimiento como éste, en el cual va y viene sobre una misma trayectoria, decimos que está *vibrando*, o bien, *oscilando* entre los puntos B y B'. En el caso particular que se muestra en la Figura 17-1, en el cual la fuerza que actúa en el cuerpo es proporcional a su distancia a la posición de equilibrio ($F = kX$), el movimiento vibratorio se denomina *movimiento armónico simple* (MAS).

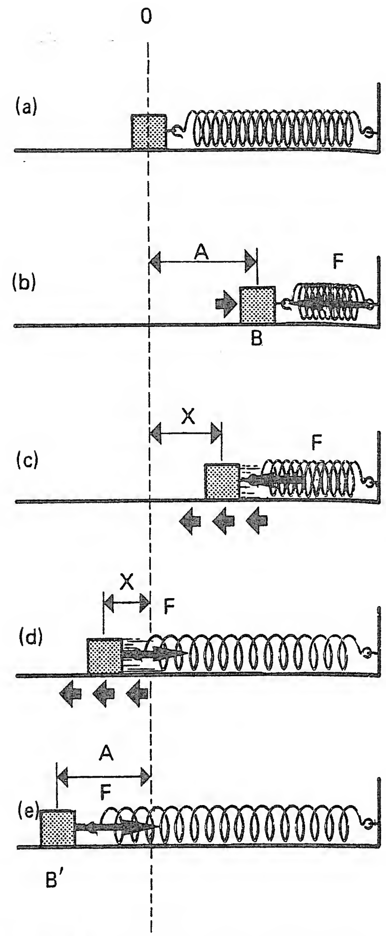


FIGURA 17-1 Un cuerpo sujeto al extremo de un resorte, oscila ejecutando un movimiento armónico simple.

❖ **Amplitud, frecuencia y periodo.** Además del ejemplo que analizamos en la Figura 17-1, podemos encontrar en la naturaleza algunas otras situaciones en las cuales un cuerpo realiza un movimiento vibratorio (u oscilatorio): el extremo de una tira metálica en vibración (Fig. 17-2a), un punto de una cuerda estirada que se pone a oscilar (Fig. 17-2b), el péndulo de un reloj en movimiento (Fig. 17-2c), etc. En todos estos casos, el cuerpo que oscila, al alejarse de su posición de equilibrio, queda sujeto a la acción de una fuerza que tiende a traerlo de vuelta hacia dicha posición, como sucedía con el cuerpo fijado al resorte. Por este motivo, esta fuerza que hace oscilar a un cuerpo se denomina *fuerza restauradora*.

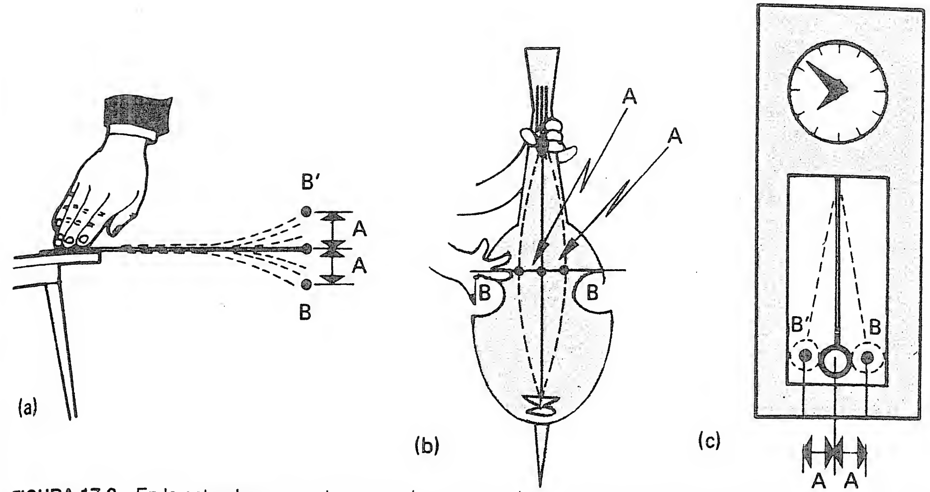


FIGURA 17-2 En la naturaleza encontramos varios casos en los que un cuerpo realiza un movimiento vibratorio.

La distancia entre la posición de equilibrio y la posición extrema ocupada por un cuerpo que oscila se denomina *amplitud* (A), del movimiento.

En la Figura 17-1, mostramos la amplitud (OB, o bien, OB') del cuerpo que oscila sujeto al resorte. Observe en la Figura 17-2, la amplitud de cada uno de los cuerpos en oscilación. Cuando no hay fricción, la amplitud del movimiento oscilatorio se mantiene constante. Pero, cuando el rozamiento no es despreciable, la amplitud disminuye gradualmente hasta que el cuerpo llega al reposo. En tales condiciones, el movimiento se denomina *movimiento amortiguado*.

Cuando el cuerpo va de una posición extrema a otra y regresa a la posición inicial (o sea, va de B a B', y regresa a B, Figuras 17-1 y 17-2), decimos que efectuó una *vibración completa*, o bien, *un ciclo*.

El tiempo que el cuerpo tarda en efectuar una vibración completa se denomina *periodo* (T) del movimiento. El número de vibraciones completas que el cuerpo efectúa por unidad de tiempo se denomina *frecuencia* (f) del movimiento.

Por ejemplo, si el extremo de la lámina de la Figura 17-2a va de B a B' y luego vuelve a B, realizando esto 5 veces en 1 segundo, la frecuencia de este movimiento será

$$f = 5 \text{ vibraciones/segundo},$$

o bien,

$$f = 5 \text{ ciclos/segundo}$$

La unidad ciclo/segundo (c/s) se denomina *hertz* (Hz), en honor a Heinrich Hertz, famoso físico alemán del siglo pasado. Así, decimos que la frecuencia de la lámina es $f = 5$ Hz. Obviamente, si la lámina realiza 5 vibraciones en 1 segundo, el tiempo que tarda en efectuar 1 vibración es de 0.2 s; es decir, su periodo T es

$$T = \frac{1 \text{ s}}{5} \quad \text{o bien,} \quad T = 0.2 \text{ s}$$

Generalizando, podemos decir que

> si un cuerpo oscila con una frecuencia f, su periodo de vibración, T, está dado por
>
> $$T = \frac{1}{f}$$

De esta relación podemos concluir que cuanto mayor sea la frecuencia con que oscila un cuerpo, tanto menor será su periodo, y viceversa.

❖ **Cálculo del periodo del movimiento armónico simple.** Al aplicar la segunda ley de Newton a un cuerpo que realiza un movimiento armónico simple, como el bloque de la Figura 17-1, es posible establecer una relación entre el periodo T del movimiento, la masa m del cuerpo, y la constante elástica k del resorte. Por medio de cálculos matemáticos (los cuales no se desarrollarán aquí), podemos llegar a la siguiente relación

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Heinrich Hertz (1857-1894). Obtuvo su doctorado en Física en 1880 en la Universidad de Berlín, siendo más tarde designado profesor de Física en la Universidad de Bonn. Fue el primer científico que logró emitir y recibir ondas de radio (ondas electromagnéticas), demostrando que poseen las mismas propiedades que la luz. Por consiguiente, estableció en forma definitiva que la luz es una radiación electromagnética. En homenaje a Hertz, durante muchos años las ondas de radio eléctricas se denominaron "ondas hertzianas".

Esta ecuación permite calcular el periodo T del movimiento armónico simple cuando conocemos los valores de m y k. Al analizar esta expresión vemos que

1) Cuanto mayor sea la masa del cuerpo, tanto mayor será su periodo de oscilación; es decir, un cuerpo de mayor masa oscila con menor frecuencia (oscila lentamente).

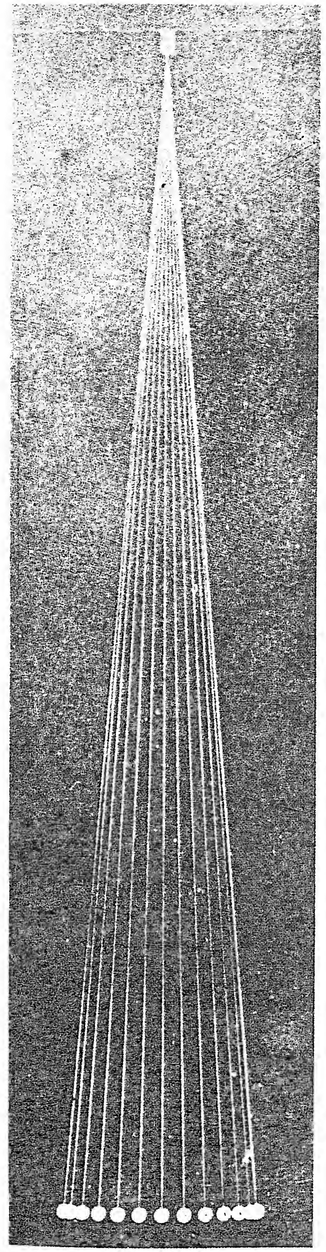
2) Cuanto mayor sea la constante del resorte (resorte más duro), tanto menor será el periodo de oscilación; o sea, tanto mayor será la frecuencia con la cual oscila el cuerpo.

3) La amplitud A, no aparece en la expresión $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Entonces, el periodo *no* depende de la amplitud. Este hecho se puede comprobar fácilmente, por ejemplo, si colgamos un cuerpo en el extremo de un resorte y lo hacemos oscilar con una amplitud A = 10 cm. Si repetimos este experimento haciendo que el cuerpo oscile con una amplitud mayor (digamos, A = 20 cm), comprobaremos que el periodo de oscilación es el mismo en ambos casos.

❖ **El péndulo simple.** Supóngase que un pequeño cuerpo de masa m se encuentra sujeto al extremo de un hilo de peso depreciable, cuya longitud es L, y que oscila en un plano vertical, como se indica en la Figura 17-3. Este dispositivo constituye un *péndulo simple* en oscilación. La fuerza restauradora que mantiene al cuerpo en oscilación es la componente de su peso tangente a la trayectoria (Fig. 17-3).

Si la amplitud del movimiento del péndulo no fuera muy grande, la trayectoria curva BB' descrita por el cuerpo oscilante, se puede considerar como un segmento de recta horizontal. Con esta simplificación, es posible demostrar que la fuerza restauradora es proporcional a la distancia del cuerpo a la posición de equilibrio; es decir, para pequeñas amplitudes, el péndulo realiza un movimiento armónico simple. En estas condiciones, mediante un desarrollo matemático semejante al del caso de un cuerpo fijado a un resorte, podemos llegar a la siguiente expresión que permite calcular el periodo de oscilación del péndulo simple:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Fotografía de exposición múltiple de un péndulo simple en oscilación.

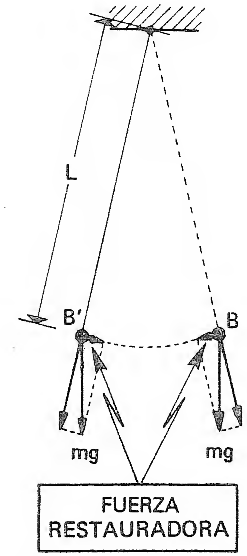


FIGURA 17-3 Un péndulo simple, que oscila con pequeña amplitud, ejecuta un movimiento armónico simple.

Esta expresión nos indica que:

1) Cuanto mayor sea la longitud del péndulo, tanto mayor será su periodo.

2) Cuanto mayor sea el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar donde oscila el péndulo, tanto menor será su periodo.

3) El periodo del péndulo *no* depende de su masa ni de la amplitud de la oscilación (dado que sea pequeña), pues estas magnitudes no aparecen en la expresión de T.

Construyendo un péndulo simple y midiendo su periodo, podrá comprobar fácilmente estos resultados.

♦ EJEMPLO

En un experimento con un péndulo simple como el de la Figura 17-3, se halló que el cuerpo suspendido que parte de B, se desplaza hasta B' y regresa a B, 20 veces en 10 s.

a) ¿Cuál es el periodo de este péndulo?

Como sabemos, el periodo del péndulo es el tiempo que tarda en ir de B a B' y regresar a B; es decir, el tiempo necesario para realizar una vibración completa. Como el péndulo lleva a cabo 20 vibracio-

nes completas en 10 s, es obvio que su periodo tiene un valor

$$T = \frac{10\ \text{s}}{20} \quad \text{o bien} \quad T = 0.50\ \text{s}$$

b) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación del péndulo?
Habiendo realizado el péndulo 20 vibraciones en 10 segundos, el número de vibraciones que realiza en 1 s, o sea, su frecuencia, será obviamente

$$f = \frac{20\ \text{vibraciones}}{10\ \text{s}} = 2.0\ \text{vibraciones/s} = 2.0\ \text{Hz}$$

Este mismo resultado se puede obtener a partir de la relación $T = 1/f$, de la cual obtenemos

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.50} \quad \text{o bien} \quad f = 2.0\ \text{hertz}$$

c) Si el experimento se realizara con un péndulo de longitud 4 veces mayor, ¿cuál sería su periodo?
La expresión $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ nos muestra que T es proporcional a la *raíz cuadrada* de L. En consecuencia,

si se multiplica L por 4, se tiene que T queda multiplicado por $\sqrt{4} = 2$

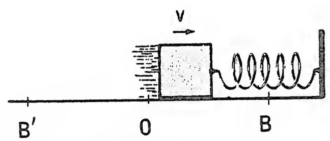
De manera que el periodo de este péndulo será dos veces mayor que el del péndulo del primer experimento; es decir,

$$T = 2 \times 0.50\ \text{s} \quad \text{o bien} \quad T = 1.0\ \text{s}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Un bloque sujeto a un resorte, oscila (sin fricción) entre los puntos B y B' que se muestran en la figura de este ejercicio. El punto O representa la posición de equilibrio del cuerpo. Para el instante en que pasa por la posición indicada en la figura, desplazándose hacia la derecha, responda:
   a) ¿Cuál es el sentido de la fuerza restauradora que el resorte ejerce en el bloque?
   b) Entonces, ¿cuál es el sentido de la aceleración que posee dicho cuerpo?
   c) ¿El movimiento del bloque es acelerado o retardado?



Ejercicio 1

2. Considerando el movimiento del bloque del ejercicio anterior, diga en qué punto (o puntos):
   a) La magnitud de la fuerza que actúa sobre el bloque es máxima.
   b) La fuerza que actúa sobre el bloque es nula.
   c) La magnitud de la velocidad del bloque es máxima.
   d) La velocidad del bloque es nula.
   e) La fuerza que actúa sobre el bloque cambia de sentido.

3. *a)* Suponga que el cuerpo del Ejercicio 1 en un instante determinado pasara por O, dirigiéndose hacia B, regresara a B' y volviera a O. ¿Podríamos decir que el bloque efectuó una oscilación completa (un ciclo)?
   b) Un estudiante, al observar el movimiento del bloque, encontró que después de pasar por el punto O en un instante dado, volvió a pasar 100 veces consecutivas por este mismo punto. ¿Cuántos ciclos completó el cuerpo?
   c) Considerando que el bloque hubiese tardado 100 s en efectuar los ciclos mencionados en la pregunta anterior, ¿cuál sería entonces la frecuencia de este movimiento?
   d) Así pues, ¿cuál sería el valor del periodo del movimiento del bloque?

4. *a)* Suponga que en la Figura 17-2a la distancia BB' es igual a 10 cm. Entonces, ¿cuál es el valor de la amplitud de vibración del extremo de la lámina?
   b) ¿Cuál es la distancia que el extremo de la misma recorre durante un intervalo de tiempo igual a 2 periodos?

5. Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple sujeto al extremo de un resorte. Diga si el tiempo que el cuerpo tarda en efectuar una vibración completa aumentará, disminuirá o no se alterará, en cada uno de los casos siguientes:
   a) El cuerpo es sustituido por otro de menor masa.
   b) El resorte es sustituido por otro más duro.
   c) El cuerpo se coloca en vibración con una amplitud menor.

6. Suponga que un astronauta llevase un reloj de péndulo a la Luna.
   a) ¿El periodo del péndulo aumentaría o disminuiría?
   b) ¿Y la frecuencia del péndulo?
   c) Entonces, ¿el reloj se adelantaría o se atrasaría?
   d) Para poner a tiempo el reloj, ¿el astronauta tendrá que aumentar o disminuir la longitud del péndulo?

17.2 Ondas en una cuerda

❖ **Propagación de un pulso.** La Figura 17-4a muestra una cuerda fija por uno de sus extremos y estirada en forma horizontal por una persona. Si ésta mueve su mano hacia arriba y en seguida hacia abajo, volviendo a la posición inicial podremos ver que una *pulsación* o *pulso* se propaga a lo largo de la cuerda a cierta velocidad, como se representa en la Figura 17-4.

Fijando nuestra atención en un punto cualquiera de la cuerda (señalando, por ejemplo, el punto con tinta o gis), podremos observar que dicho punto se desplaza hacia arriba y hacia abajo reproduciendo el movimiento de la mano, mientras el pulso pasa por él (Fig. 17-4d). En otras palabras, el pulso (la perturbación) es lo que se desplaza a lo largo de la cuerda, mientras que sus puntos simplemente suben y bajan conforme la pulsación pasa por ellos.

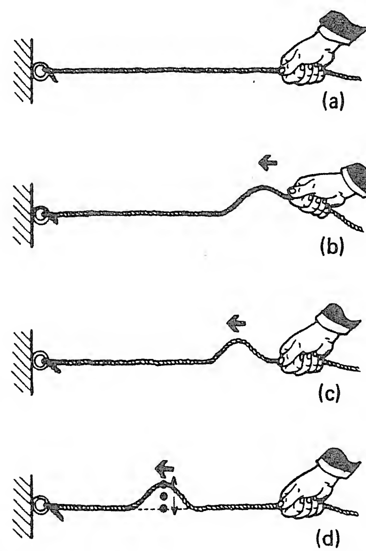


FIGURA 17-4 Propagación de un pulso a lo largo de una cuerda estirada.

❖ **Qué es una onda.** Imaginemos ahora que la persona, sujetando la soga, moviese su mano en forma continua hacia arriba y hacia abajo de la posición inicial. En este caso tendremos una serie de pulsos producidos alternadamente hacia arriba y hacia abajo, que se propagan a lo largo de la cuerda, como muestra la Figura 17-5. Decimos que tal serie de pulsos constituye una *onda* que se propaga en la cuerda. Los puntos más altos de los pulsos hacia arriba se denominan *crestas* de la onda, y los puntos mas bajos de los pulsos hacia abajo son los *valles* de la onda (Fig. 17-5).

Un punto cualquiera del medio material (en este caso la cuerda), al ser alcanzado por la ondulación, inicia un movimiento vibratorio y oscila mientras la onda pasa por él. Por ejemplo, el punto P de la Figura 17-5 vibra dirigiéndose de P a P_1, luego hasta P_2 y regresando a P, y así sucesivamente, mientras pasan por él las crestas y los valles. La amplitud y la frecuencia de vibración de este punto definen la amplitud y la frecuencia de la onda, es decir,

> la amplitud y la frecuencia de una onda son la amplitud y la frecuencia de las vibraciones de un punto del medio en el cual se propaga.

De manera que en la Figura 17-5, la amplitud de la onda es PP_1 (o bien, PP_2) y la frecuencia de la onda es el número de vibraciones que realiza el punto P durante 1 segundo.

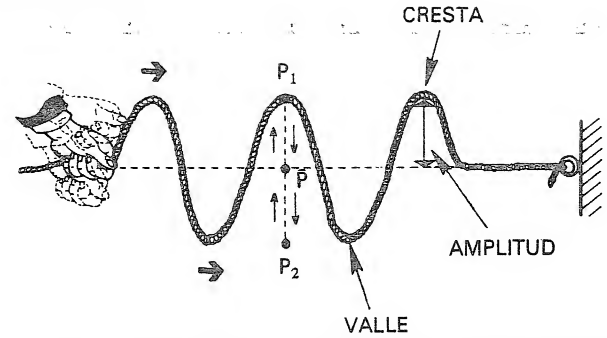


FIGURA 17-5 Las ondas están formadas de crestas y valles que se propagan a lo largo de la cuerda.

Debemos observar que la amplitud y la frecuencia del movimiento ondulatorio son determinadas por el movimiento de la mano de la persona que produce la ondulación. Esto significa que si se desea producir una onda de mayor amplitud, deberá simplemente aumentar la amplitud de vibración de la mano. De la misma manera puede hacerse variar la frecuencia de una onda alterando la intensidad con que oscila la mano. En cualquier caso, la frecuencia del movimiento ondulatorio siempre será igual a la frecuencia con que oscile la mano de la persona. Obviamente, siendo T el periodo de la onda (periodo de oscilación de un punto del medio) y f su frecuencia, también aquí es válida la relación $f = 1/T$, que ya conocemos.

❖ **Onda transversal y onda longitudinal.** En el movimiento ondulatorio que se muestra en la Figura 17-5, los puntos de la cuerda vibran hacia arriba y hacia abajo, mientras se propaga la onda hacia la derecha a lo largo de aquélla. Una onda como ésta, en que la vibración de los puntos se hace en dirección perpendicular a la de propagación, se denomina *onda transversal*. Es obvio que podemos hacer que tal onda se propague no sólo en una cuerda, sino también en un resorte estirado, en una manguera tensa, etcétera (Fig. 17-6).

Pero si una persona mueve hacia el frente y hacia atrás el extremo de un resorte estirado, dando a dicho extremo un movimiento oscilatorio en la dirección del propio resorte, hallaremos que la perturbación, constituida por una serie de "compresiones" y "rarefacciones", se propaga a lo largo del resorte. Una perturbación como ésta que se propaga en un resorte, recibe el nombre de *onda longitudinal*. Cuando el punto P del resorte es alcanzado por la onda longitudinal, oscila entre P_1 y P_2 (Fig. 17-7); es decir, su vibración se lleva a cabo en la misma dirección en que se propaga la onda. En resumen:

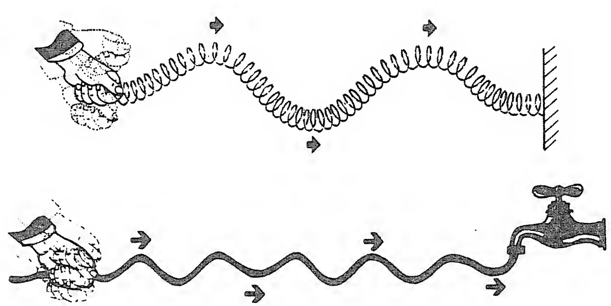


FIGURA 17-6 Onda transversal que se propaga en un resorte y en una manguera.

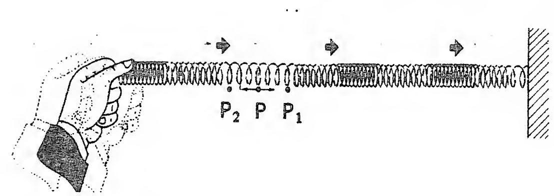


FIGURA 17-7 Onda longitudinal que se propaga en un resorte.

> en una onda transversal, los puntos del medio en el cual se propaga vibran en forma perpendicular a su dirección de propagación.
> En una onda longitudinal, los puntos del medio en el cual se propaga vibran en forma paralela a su dirección de propagación.

❖ **Velocidad de propagación de una onda.** La velocidad de una onda en un medio es la velocidad con la cual los pulsos de la onda se propagan. De esta manera, si alguien produce una pulsación en el extremo de una cuerda cuya longitud es de 6.0 m (Fig. 17-8a), y el pulso llega hasta el otro extremo después de 1.5 s (Fig. 17-8b), concluimos que la velocidad de propagación de la onda es

$$v = \frac{6.0\ \text{m}}{1.5\ \text{s}} \quad \text{o bien,} \quad v = 4.0\ \text{m/s}$$

De manera general, la velocidad de una onda depende del medio en el cual se propaga. Para una cuerda, por ejemplo, podemos ver que cuanto más gruesa sea (con mayor masa por unidad de longitud), tanto menor será la velocidad de la onda. Esta velocidad también depende de la tensión a la cual se encuentre sometida; cuanto más estirada se halle, tanto mayor será la velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

En su oportunidad estudiaremos las ondas sonoras que se propagan en el aire, en el agua, en el fierro, etc., y veremos que la velocidad de propagación es diferente para cada uno de esos medios.

❖ **Longitud de onda.** Supóngase que una persona que sujeta el extremo de una cuerda estirada, hace que su mano realice una vibración completa; es decir, partiendo de O en la Figura 17-9a, eleva su mano hasta B, la desciende hasta B' y luego la regresa a O. Ya sabemos que el intervalo de tiempo de esta oscilación es el periodo, T, de la onda. Durante este lapso la onda se propaga en la cuerda con una velocidad constante, v, recorriendo una cierta distancia OP, como se observa en la Figura 17-9a. Esta distancia que recorre la onda durante un periodo T recibe el nombre de *longitud de onda*, y se representa con la letra griega λ (lambda).

Es obvio que como la onda se propaga con una velocidad, v, constante, podemos escribir

$$\lambda = vT \quad \text{y como} \quad T = \frac{1}{f}$$

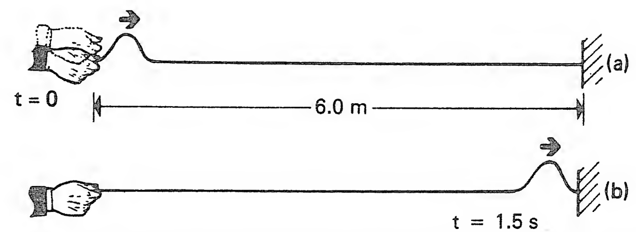


FIGURA 17-8 En esta cuerda la velocidad de propagación del pulso fue $v = 6.0$ m/1.5 s = 4.0 m/s.

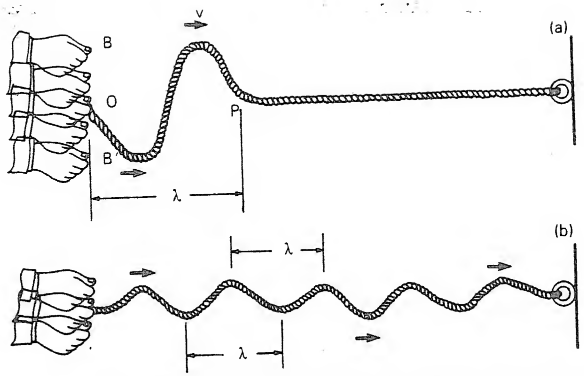


FIGURA 17-9 La longitud de onda es la distancia que ésta recorre durante el tiempo de un periodo. Entonces resulta que $\lambda = vT$.

entonces

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Así pues, podemos destacar que

> la longitud de onda, λ, es la distancia recorrida por la onda durante un periodo T. Siendo v la velocidad de propagación de la onda y f su frecuencia, tenemos que
>
> $\lambda = vT$ o bien, $\lambda = v/f$

Como ya sabemos, si en la Figura 17-9a la persona sigue oscilando su mano, habrá una propagación de varias crestas y valles en la cuerda. Es fácil observar que la distancia entre dos crestas sucesivas, o entre dos valles sucesivos, también es igual a la longitud de onda λ (Fig. 17-9b).

Ya vimos que en cierto medio (sometido a condiciones invariables), la velocidad de propagación de una onda es constante y característica de dicho medio. Por otra parte, la frecuencia de la onda puede ser alterada arbitrariamente por la persona que la produce. Entonces, en la relación $\lambda = v/f$, como v es un valor específico para un medio dado, vemos que λ es inversamente proporcional a f; es decir, si la persona produce una onda de alta frecuencia, obtendrá una onda con λ pequeña, y viceversa (Fig. 17-10).

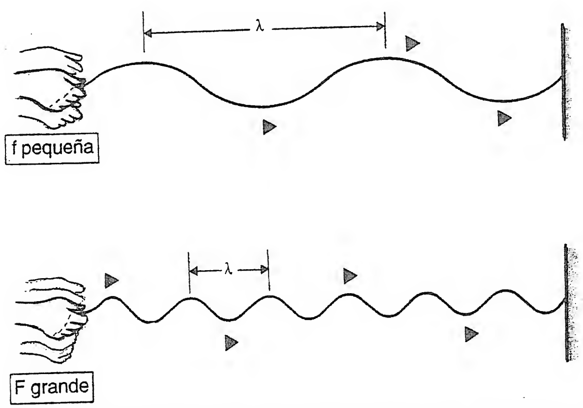


FIGURA 17-10 En un medio dado, cuanto mayor sea la frecuencia de una onda, tanto menor sera su longitud de onda.

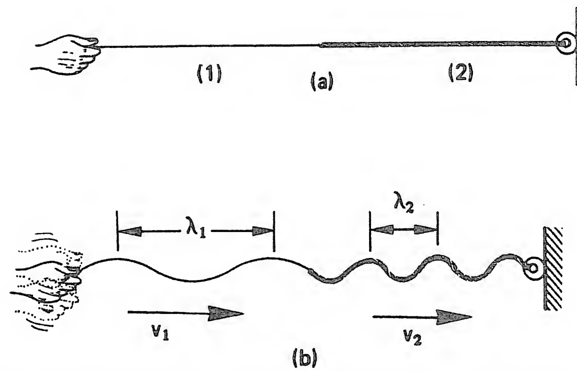


FIGURA 17-11 Cuando una onda pasa de un medio hacia otro, su frecuencia no se altera.

Paso de una onda de un medio a otro. La Figura 17-11a muestra una cuerda estirada, constituida por una parte delgada y otra parte gruesa. Tenemos entonces dos medios distintos, (1) y (2), y ya sabemos que la velocidad de propagación de una onda en la parte más delgada es mayor que en la parte más gruesa ($v_1 > v_2$).

Al hacer oscilar el extremo de la cuerda delgada se propaga una onda a lo largo de ella, y al llegar a la cuerda más gruesa, empieza a propagarse también en ésta; es decir, la onda se transmite de la cuerda delgada a la más gruesa (Fig. 17-11b).

Es fácil observar que si la cuerda delgada estuviera vibrando, por ejemplo, con una frecuencia de 10 vibraciones/s, tendríamos 10 pulsos por segundo llegando al punto de unión de ambas cuerdas, y por consiguiente, 10 pulsos por segundo empezarían a propagarse en la cuerda gruesa. Entonces concluimos que

> la frecuencia de una onda no se altera cuando se transmite de un medio a otro.

Por la ecuación $\lambda = v/f$, siendo el valor de f el mismo para los medios (1) y (2), vemos que en el medio en el cual la onda se propaga con mayor velocidad, tendrá mayor longitud de onda, y viceversa. Así pues, observemos en la Figura 17-11b, que como $v_2 < v_1$, tenemos $\lambda_2 < \lambda_1$.

EJEMPLO

La placa vibrante (armadura) de un timbre eléctrico está unida por su extremo libre a una cuerda estirada (Fig. 17-12). Al sonar la campanilla la placa empieza a vibrar a razón de 10 oscilaciones/s, dando lugar a una onda que se propaga en la cuerda con una velocidad v = 5.0 m/s.

a) ¿Cuánto tiempo tarda la onda en llegar al punto P, situado a una distancia d = 10 m de la lámina?

Designando por t este tiempo y siendo constante la velocidad de propagación de la onda en la cuerda, podemos escribir que

$$d = vt \quad \text{donde} \quad t = \frac{d}{v} = \frac{10}{5.0}$$

o bien,

t = 2.0 s

b) ¿Cuál es la frecuencia con que oscila el punto P mientras la onda pasa por él?

Sabemos que la frecuencia de oscilación de cada punto del medio donde se propaga una onda, es decir, la frecuencia de la onda, es igual a la del dispositivo que le dio origen. Entonces, como la placa realiza 10 vibraciones por segundo, el punto P también oscilará a razón de 10 vibraciones/s, o sea, que la frecuencia de la onda es f = 10 Hz.

c) ¿Cuál es la distancia entre dos crestas sucesivas de esta onda?

Tal distancia, como vimos, es la longitud de onda λ (Fig. 17-12), que está dada por

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5.0}{10}$$

donde

λ = 0.50 m = 50 cm

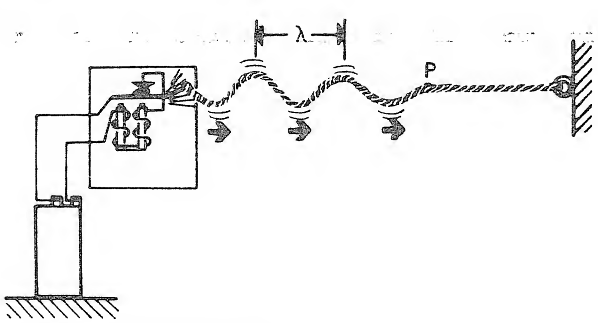


FIGURA 17-12 Para el Ejemplo de la Sección 17.2.

d) Si la frecuencia de la lámina vibratoria aumenta a $f = 20$ Hz, ¿qué sucederá a los valores de la velocidad de propagación y de la longitud de onda?

Como no hubo alteraciones en el medio (la cuerda es la misma y la tensión a la que está sometida no se alteró) concluimos que la velocidad de propagación de la onda no cambia, y conservará el mismo valor $v = 5.0$ m/s.

Pero la longitud de onda se volverá menor (porque f aumentó), adquiriendo el valor

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5.0}{20}$$

donde

$$\lambda = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

Los ejercicios siguientes se refieren a la Figura 17-11 que, como vimos, muestra una onda que se propaga en una cuerda delgada (1), y que se transmite a una cuerda (2) más gruesa.

7. Si sabemos que en la cuerda (1) la velocidad de propagación de la onda es $v = 1.5$ m/s, y que la longitud de onda vale $\lambda_1 = 30$ cm, responda:
   a) ¿Cuál es la frecuencia a la cual oscila un punto cualquiera de la cuerda (1)?
   b) ¿Qué tiempo tarda la mano de la persona en realizar una oscilación completa?
   c) ¿Cuántas vibraciones por segundo efectúa el punto de unión de ambas cuerdas?
   d) ¿Cuál es la frecuencia de la onda que se propaga en la cuerda (2)?
8. Siendo $v_2 = 1.0$ m/s la velocidad de propagación de la onda en la cuerda (2), determine la distancia entre dos crestas consecutivas en dicha cuerda.
9. Considere que un pulso es producido por la mano, en un instante determinado, en el punto inicial de la cuerda (1). Sabiendo que la longitud de cada cuerda es igual a 120 cm, ¿cuánto tiempo tardará este pulso en llegar al extremo de la cuerda (2) unida a la pared?
10. Suponga que aumentamos la frecuencia de oscilación de la mano de la persona. En estas condiciones:
    a) La frecuencia de la onda en la cuerda (1), ¿aumentará, disminuirá o no se alterará? ¿Y la frecuencia de la onda en la cuerda (2)?
    b) ¿Los valores de v_1 y v_2 se modificarán? Explique.
    c) Los valores de las longitudes de onda en ambas cuerdas, ¿aumentarán, disminuirán o no cambiarán?

17.3 Ondas en la superficie de un líquido

Ondas en dos dimensiones. Cuando una persona percute intermitentemente un punto de la superficie de un líquido tranquilo, una onda constituida por pulsos circulares empieza a propagarse en dicha superficie a partir del punto de perturbación, como ya debe haber observado alguna vez (Fig. 17-13a). De manera similar podemos producir una onda de pulsos rectos si golpeamos periódicamente con una regla la superficie de un líquido, como indica la Figura 17-13b. Observemos que estas ondas se propagan en dos dimensiones (la superficie del líquido), mientras que las ondas de una cuerda, que estudiamos en la sección anterior, se propagan únicamente en una dimensión (a lo largo de la soga).

De la misma manera que en el caso de las ondas de una cuerda, tenemos:

> 1. *La velocidad de propagación, v, de la onda en la superficie de un líquido, depende del medio. Así pues, en líquidos diferentes (agua, aceite, mercurio, etc.) tendremos velocidades de propagación también distintas.*
> 2. *La distancia entre dos crestas sucesivas es la longitud de onda λ (Fig. 17-13).*
> 3. *La frecuencia, f, de la onda, es decir, la frecuencia de oscilación de los puntos de la superficie del líquido, es igual a la frecuencia de la fuente que origina la onda.*
> 4. *Las cantidades v, f y λ están relacionadas por la ecuación λ = v/f, y por tanto, como v es constante para un medio determinado, cuanto mayor sea f, tanto menor será el valor de λ en este medio.*

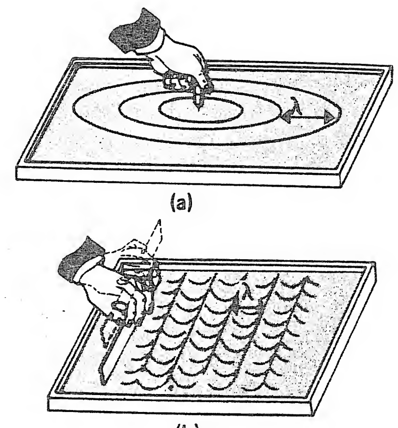


FIGURA 17-13 Al percutir o golpear ligeramente la superficie de un líquido, podemos producir pulsos circulares o pulsos rectos.

En la Figura 17-14 se ilustra una manera simplificada de representar las ondas en la superficie de un líquido. Observe que en tal representación, únicamente se trazan las crestas de la onda: pulsos circulares en (a) y rectos en (b). En esta figura también se hallan trazados los *rayos de la onda,* o rectas que indican las direcciones de propagación. Cuando una onda es circular, los pulsos se propagan en todas direcciones, y cada rayo (segmento radial) indica una de ellas (Fig. 17-14a). La onda de pulsos rectos

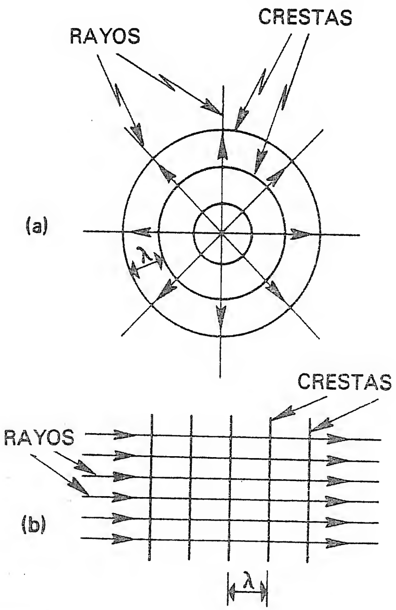


FIGURA 17-14 · Representación esquemática de una onda de pulsos circulares (a) y de pulsos rectos (b).

se propaga en una dirección única, y por consiguiente, los rayos de esta onda son paralelos entre sí, como se observa en la Figura 17-14b.

❖ **Reflexión de una onda.** Suponga que en un tanque de agua se produce una onda de pulsos rectos, que se propaga en dirección a una barrera (por ejemplo, un pedazo de madera) colocada en el tanque (Fig. 17-15). Podemos observar que cuando esta onda llega a la barrera, *se refleja* originando una onda reflejada, constituida también por pulsos rectos, según indica la Figura 17-15.

Marcando la dirección de un rayo de la onda incidente (dirección perpendicular a las crestas de la onda) podemos medir en forma experimental, el ángulo que dicho rayo forma con la normal a la barrera. Este ángulo, que designamos por $\hat{\imath}$ en la Figura 17-15, se denomina *ángulo de incidencia,* de manera similar a lo establecido en la reflexión de la luz. Asimismo podemos señalar la dirección del rayo de la onda reflejada y medir el ángulo $\hat{r}$, de reflexión (Fig. 17-15). Si repetimos el experimento para diversas oblicuidades de la onda incidente, se hallará que siempre se obtiene $\hat{\imath} = \hat{r}$; es decir, *cuando una onda se refleja en una barrera, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.*

Como ya sabemos, este mismo resultado se obtuvo cuando estudiamos experimentalmente la reflexión de la luz. Por este tipo de coincidencias, los físicos del siglo XVII comenzaron a sospechar que la luz podría ser un tipo de movimiento ondulatorio.

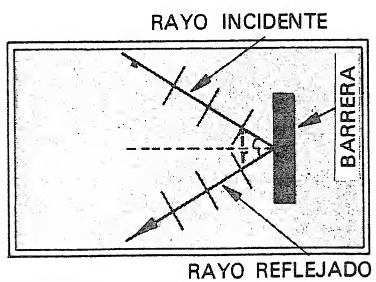
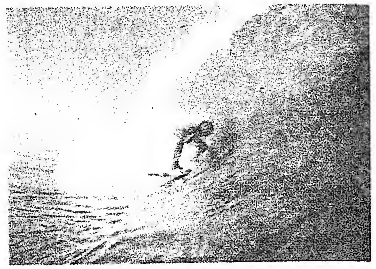


FIGURA 17-15 Cuando una onda se refleja, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

❖ **Refracción de una onda.** Consideremos un tanque de agua en el cual tenemos dos zonas: una más profunda y otra menos honda [regiones (1) y (2) en la Figura 17-16]. Al hacer que una onda se propague en la superficie del agua de nuestro tanque, hallaremos que la velocidad de la onda en la región más profunda es mayor que en la región de menor profundidad ($v_1 > v_2$ en la Figura 17-16). De manera que estas regiones se comportan como dos medios diferentes para la propagación de la onda.



Supongamos que una onda recta se propaga en el medio (1), incidiendo oblicuamente sobre la línea de separación entre ambos medios (Fig. 17-16). Cuando el extremo A de un pulso AB llega a esta línea, tal punto del pulso empieza a propagarse en el medio (2) con una velocidad v_2, mientras que los otros puntos del pulso

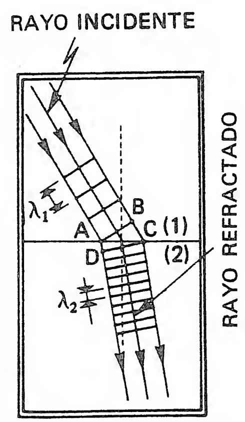


FIGURA 17-16 Al pasar en forma oblicua de un medio a otro, una onda se refracta de manera semejante a lo que sucede en la refracción de la luz.

(como el extremo B), aún están propagándose en el medio (1) con una velocidad $v_1 > v_2$. Así pues, en el intervalo de tiempo en que el extremo B recorre la distancia BC, el extremo A habrá recorrido una distancia AD *menor* que BC. Debido a ello, cuando el pulso empieza a propagarse en el medio (2) su dirección de propagación se modifica, y por consiguiente, los rayos de esta onda también tendrán distintas direcciones en ambos medios (Fig. 17-16). En otras palabras, la onda sufre *refracción* al pasar en forma oblicua de un medio a otro, en los que se propaga con diferente velocidad. Como se recordará, la luz también se refracta, y este hecho viene a reforzar la idea de que la luz puede ser una onda.

En la sección anterior aprendimos que la frecuencia de una onda no se altera cuando pasa de un medio a otro. Entonces, en la Figura 17-16 la onda tiene la misma frecuencia en los medios (1) y (2). Pero recordemos que al ser $\lambda = v/f$, debemos tener $\lambda_2 < \lambda_1$, conforme se representa en la figura, ya que $v_2 < v_1$.

❖ **La ley de la refracción de una onda.** La Figura 17-17 reproduce parte de la Figura 17-16, mostrando el pulso AB en el instante en que su extremo A llega a la línea de separación de los medios (1) y (2), y ese mismo pulso, después de un intervalo de tiempo Δt, cuando el extremo B llega a esta línea de separación. Es decir, en este intervalo de tiempo, B se desplazó hacia C y A hacia D. Es obvio entonces que

$$AD = v_2\,\Delta t \quad \text{y} \quad BC = v_1\,\Delta t$$

Como ya sabemos, θ_1 es el ángulo de incidencia y θ_2, el ángulo de refracción de la onda. En la Figura 17-17 vemos que el ángulo BAC es igual a θ_1 (lados respectivamente perpendiculares), y el ángulo ACD es igual a θ_2 (por el mismo motivo). Así tenemos que

en el triángulo rectángulo ABC:

$$\text{sen } \theta_1 = \frac{BC}{AC}$$

en el triángulo rectángulo ADC:

$$\text{sen } \theta_2 = \frac{AD}{AC}$$

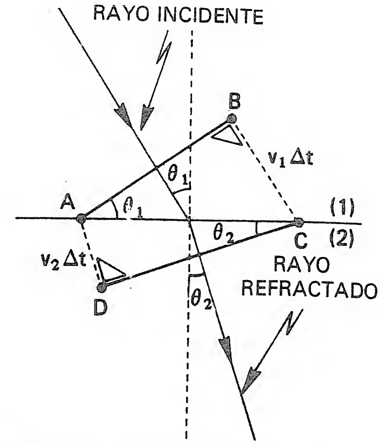


FIGURA 17-17 Mediante esta figura podemos demostrar que en la refracción de una onda, se cumple que sen θ_1/sen $\theta_2 = v_1/v_2$.

Dividiendo miembro a miembro estas igualdades,

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AD}$$

o bien,

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{BC}{AD}$$

Recordando que $BC = v_1\,\Delta t$ y $AD = v_2\,\Delta t$, obtenemos

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Para dos medios determinados, los valores de v_1 y v_2 son fijos. Entonces, v_1/v_2 es constante, y así, cuando una onda se refracta al pasar de un medio a otro, los ángulos de incidencia y de refracción son tales que

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \text{constante}$$

Este resultado es idéntico al que obtuvo Snell cuando estudió experimentalmente la refracción de la luz.

El estudio que hicimos de la reflexión y la refracción de las ondas nos permite decir entonces que:

> el hecho de que una onda se refleje y se refracte obedeciendo las mismas leyes observadas en la reflexión y en la refracción de la luz, nos lleva a suponer que la luz es un movimiento ondulatorio.

En las siguientes secciones veremos cómo el estudio de otros fenómenos permitió a los físicos concluir que esta hipótesis es verdadera.

EJEMPLO

Una onda que se propaga en la superficie de un líquido, en una región (1) y con una velocidad v_1, incide en la línea de separación de ésta y otra región, (2), en la cual su velocidad de propagación es v_2 (Fig. 17-18a). Si $v_2 > v_1$ analice lo que sucede con la onda cuando empieza a propagarse en el medio (2).

Siendo $v_2 > v_1$, la ecuación sen θ_1/sen $\theta_2 = v_1/v_2$ muestra que tendremos $\theta_2 > \theta_1$. Por tanto, contrariamente a lo que sucedería en la Figura 17-16, los rayos de la onda van a "alejarse de la normal". Además, como la frecuencia es la misma en ambas regiones, la relación $\lambda = v/f$ permite concluir que tendremos $\lambda_2 > \lambda_1$. De manera que el paso de la onda de la región (1) a la región (2), se puede representar esquemáticamente en la forma que se indica en la Figura 17-18b.

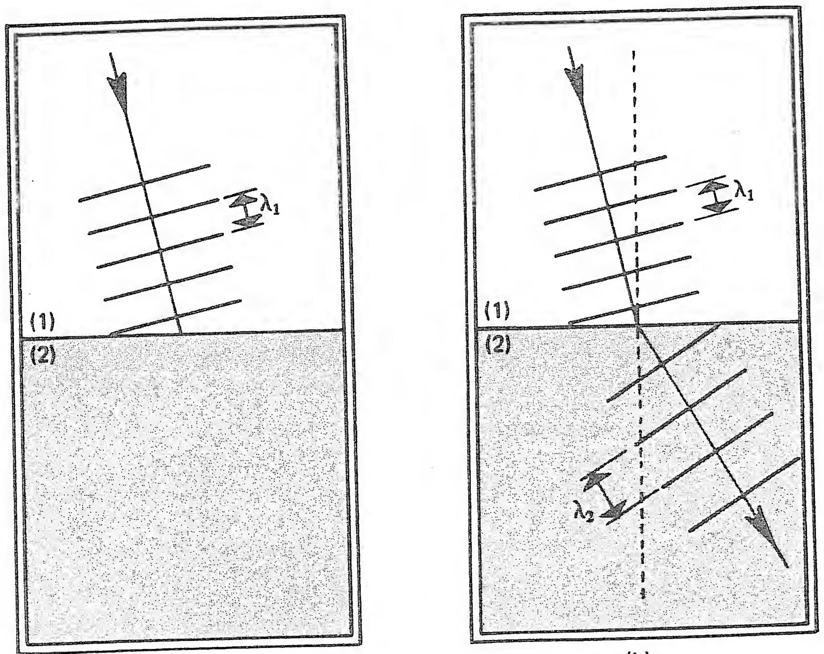
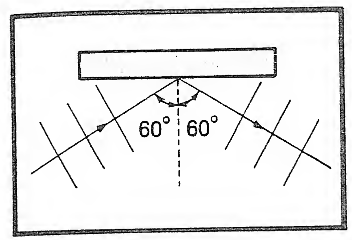


FIGURA 17-18 Para el ejemplo de la Sección 17.3.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. La figura de este ejercicio representa las crestas de una onda que se propaga en la superficie de un líquido en dirección a una barrera.
    a) ¿Cuál es el valor del ángulo de incidencia de esta onda sobre la barrera?
    b) ¿Y el valor del ángulo de reflexión?
    c) Trace en la figura el rayo reflejado correspondiente al rayo incidente que se indica.
    d) Trace las crestas de la onda reflejada.
    e) La longitud de onda, ¿aumenta, disminuye o no varía después de la reflexión? Explique.



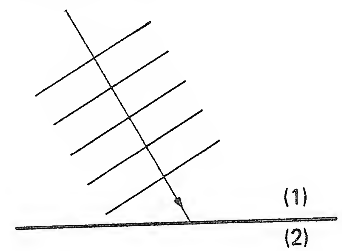
Ejercicio 11

12. Un tanque que contiene agua presenta tres regiones A, B y C, tales que las profundidades de A y C son iguales, y la región intermedia, B, es más profunda. Una onda producida en A es transmitida a B, propagándose luego hacia C.
    a) ¿En qué región es mayor la velocidad de propagación de la onda?
    b) La frecuencia de la onda, ¿aumenta, disminuye o no cambia cuando pasa de A a B? ¿Y de B a C?
    c) ¿En qué región será mayor el valor de la longitud de onda?

13. Un tapón de corcho flota en el agua contenida en un tanque. Se golpea rítmicamente con una regla horizontal en la superficie del agua, cada 0.20 s, a fin de producir una onda de pulsos rectos, tales que la distancia entre dos crestas consecutivas sea de 5.0 cm.
    a) ¿Cuál es el periodo de la onda?
    b) Describa el movimiento del tapón mientras la onda pasa por él.
    c) ¿Cuántas vibraciones por segundo efectúa el tapón?
    d) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?

14. Suponga que en el ejercicio anterior se disminuyera el intervalo de tiempo entre dos percusiones consecutivas de la regla sobre el agua. Diga si cada una de las siguientes magnitudes aumentará, disminuirá o permanecerá inalterada.
    a) La frecuencia de la onda.
    b) La frecuencia de oscilación del tapón.
    c) La velocidad de propagación de la onda.
    d) La longitud de onda.

15. En la figura de este ejercicio se representa una onda que se propaga en un medio (1) en dirección al medio (2), en el cual su velocidad de propagación es mayor que en (1).
    a) En (2), ¿la longitud de onda será mayor o menor que en (1)?
    b) ¿La onda "se aproximará" o "se alejará" de la normal al penetrar en (2)?
    c) Complete la figura mostrando los pulsos que se propagan en (2).



Ejercicio 15

17.4 Difracción

❖ **Difracción de una onda.** Consideremos que una onda que se propaga en la superficie de un líquido encuentra una barrera que interrumpe la propagación de una parte de dicha onda, como se indica en la Figura 17-19. Se observa entonces un hecho curioso: la parte de

la onda que no se interrumpió no conserva su dirección inicial de propagación, pues los pulsos al pasar por la barrera, rodean al obstáculo en la forma indicada en la Figura 17-19. Cuando esto sucede decimos que hay *difracción* de la onda alrededor del obstáculo. Así pues,

> la difracción es la propiedad que posee una onda de rodear un obstáculo al ser interrumpida su propagación parcialmente por él.

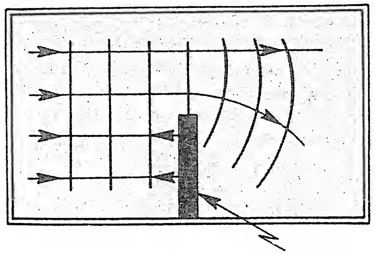


FIGURA 17-19 Cuando una onda encuentra un obstáculo, lo rodea, es decir, su propagación deja de ser rectilínea.

La difracción es un fenómeno que ocurre con cualquier tipo de onda. Por ejemplo: una persona *A* al lado de un muro, puede ser escuchada por otra persona *B* colocada detrás del mismo, porque las ondas sonoras emitidas por *A*, en virtud de la difracción, rodean el obstáculo y llegan al oído de *B* (Fig. 17-20).

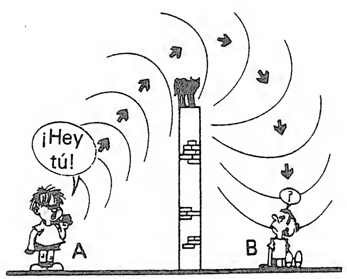


FIGURA 17-20 Difracción de una onda sonora por encima de un muro.

❖ **Difracción por un orificio.** Imagine ahora que una onda se propaga en dirección a un orificio o abertura situada entre dos barreras (Fig. 17-21). En este caso la difracción es muy notable, pues la onda al pasar por el orificio rodea ambos obstáculos, dispersándose visiblemente. La Figura 17-22 es una fotografía que muestra la difracción de una onda recta en la superficie de un tanque de agua, al atravesar un orificio situado entre dos barreras.

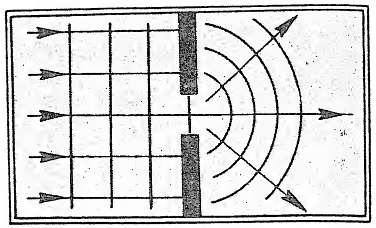


FIGURA 17-21 Difracción de una onda al atravesar un orificio.

Si en el tanque que se muestra en la Figura 17-21, mantenemos la misma amplitud del orificio y producimos una ondulación de menor longitud de onda (mayor frecuencia), hallaremos que al pasar por dicho orificio, la difracción de la onda será menos acentuada (Fig. 17-23). Este experimento indica que al pasar por un orificio dado, la difracción de una onda será tanto más acentuada cuanto mayor sea su longitud. Este resultado también se aplica a la

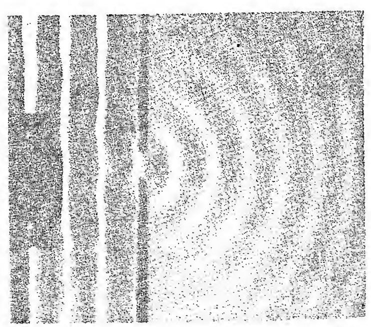


FIGURA 17-22 Foto que muestra una onda en la superficie del agua y la cual sufre una difracción al pasar por el orificio.

difracción alrededor de un obstáculo, que se muestra en la Figura 17-19: si la onda que llega a la barrera tuviese una longitud menor, su difracción también sería de menor intensidad.

Otro factor que influye en la difracción de una onda es la amplitud o tamaño del orificio. Al observar la difracción de una onda (con un determinado valor de λ) a través de varios orificios, se halla que la difracción es tanto más acentuada cuanto *menor* sea la amplitud del orificio. Resumiendo lo analizado tenemos que:

> es posible acentuar la difracción de una onda a través de un orificio, si aumentamos su longitud de onda o disminuimos el tamaño de dicho orificio.

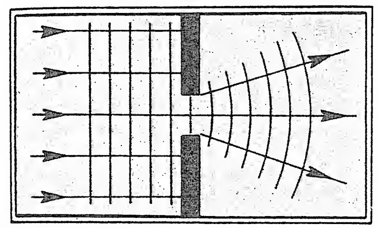


FIGURA 17-23 Cuanto menor sea el valor de λ, menos acentuada será la difracción de la onda.

Observemos entonces que si la longitud de onda fuese mucho menor que la amplitud de la abertura, la onda prácticamente no se difractaría; o sea, su dirección de propagación no se alteraría al pasar por el orificio.

❖ **Difracción de la luz.** En la sección anterior mencionamos la hipótesis de que la luz podría ser un tipo de movimiento ondulatorio, puesto que la luz y una onda material se reflejan y se refractan de manera semejante. Si tal hipótesis fuera verdadera, la luz también debería difractarse al pasar por un orificio, pues esto es lo que ocurre con cualquier tipo de onda.

Normalmente, incluso cuando la luz pasa por un orificio (como por ejemplo, el ojo de una cerradura), se observa que no hay difracción, pues la luz sigue propagándose en la misma dirección inicial después de atravesar la abertura (Fig. 17-24). De la misma manera, en la Figura 17-20, aun cuando la persona *B* pueda oír a la persona *A* (debido a la difracción del sonido), no podría verla, pues la luz que emite *A* no rodea el muro; es decir, no se difracta como con la onda sonora.

Pero debemos recordar que la difracción de una onda no se percibe cuando pasa por un orificio mucho mayor que su longitud de onda. Esto podría suceder con la luz en las situaciones normales citadas, es decir, su longitud de onda puede ser mucho menor que el tamaño de, por ejemplo, el ojo de la cerradura. Esta suposición se confirma por el siguiente experimento: se hace pasar un haz de luz paralelo por un orificio pequeño, y se fotografía el haz emergente. Si la luz se difracta, como se representa en la Figura 17-25a, las dimensiones del orificio en la fotografía aparecerán mayores de lo que en realidad son. En la Figura 17-25b se tienen fotos obteni-

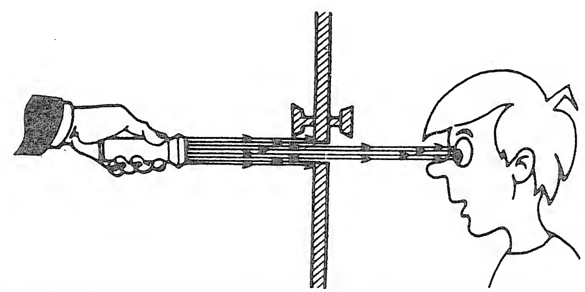


FIGURA 17-24 La difracción de la luz no se percibe cuando pasa a través de orificios amplios, como, por ejemplo, el ojo de una cerradura.

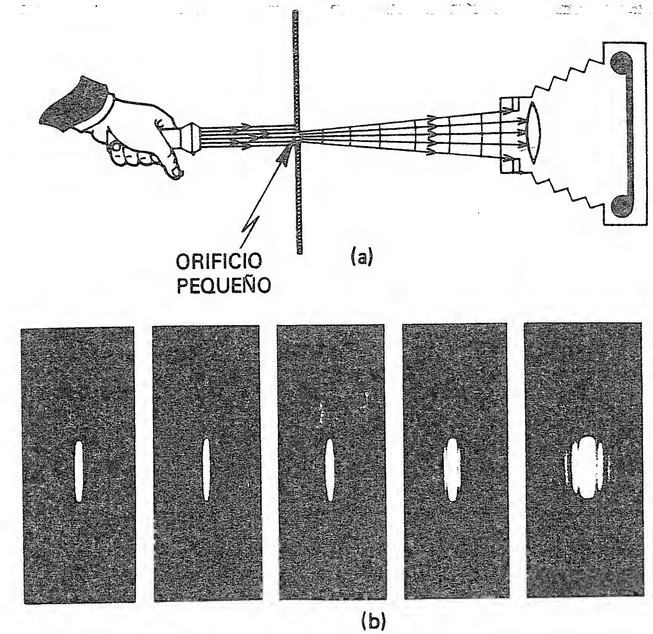


FIGURA 17-25 La luz se difracta cuando pasa a través de aberturas muy pequeñas. En las fotografías que se muestran las dimensiones de la ranura o rendija parecen ser mayores que las dimensiones reales.

das en la forma que acabamos de describir. La primera es de una hendidura o ranura cuya amplitud es de 1.5 mm. En las fotos siguientes la abertura de la rendija se redujo, sucesivamente, a 0.7 mm, 0.4 mm, 0.2 mm y 0.1 mm. Si examinamos las fotografías podemos ver claramente que *hubo difracción de la luz,* pues las dimensiones en las fotos no corresponden a las dimensiones reales de las hendiduras citadas. Precisamente, la última fotografía, la cual corresponde a la rendija más angosta, es la que se ve más grande; es decir, en ella es más acentuada la difracción.

Así pues, el hecho de observar difracción de la luz a través de orificios pequeños, permite concluir que

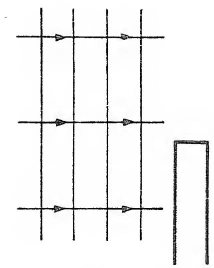
> la luz es un movimiento ondulatorio cuya longitud de onda es muy pequeña.

En las secciones siguientes, al analizar el fenómeno de interferencia veremos cómo el físico inglés Thomas Young, en el siglo pasado, logró medir la longitud de onda de la luz.

EJERCICIOS

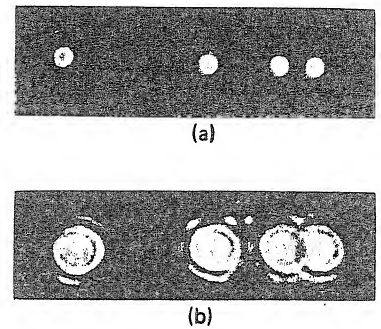
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

16. *a)* Complete la figura de este ejercicio trazando la trayectoria seguida por la onda después que pasa por la barrera, suponiendo que no existiese el fenómeno de la difracción.
b) Recordando que la onda se difracta, haga otro dibujo que muestre lo que sucede cuando pasa por la barrera.



Ejercicio 16

17. Se observa que las ondas de radio al rodear una montaña, sufren una difracción más acentuada que las ondas de televisión. Entonces, ¿cuál de estas dos ondas tiene mayor longitud de onda?
18. Considerando la difracción de la onda mostrada en la fotografía de la Figura 17-22, diga si esta difracción sería más acentuada o menos acentuada en los casos siguientes:
a) Si la amplitud del orificio fuese menor.
b) Si la frecuencia de la onda fuese mayor.
19. Cuando un haz de luz pasa por un orificio de 1 cm de diámetro, no se puede percibir evidencia alguna de que la luz se difracte. ¿Entonces la longitud de onda de la luz debe ser mucho mayor, aproximadamente igual, o mucho menor que 1 cm?
20. La figura de este ejercicio muestra dos fotografías de haces luminosos que salen de cuatro orificios existentes en una pantalla opaca. En la Foto (b) los orificios poseen diámetros menores que en (a). Entonces, ¿por qué los tamaños de los orificios parecen mayores en (b)?



Ejercicio 20

17.5 Interferencia

❖ **Figura de interferencia.** Si golpeamos periódicamente con dos pequeños objetos la superficie de un líquido, dos ondas circulares se propagarán en ella, como muestra la Figura 17-26. Los dos objetos, F_1 y F_2, son las fuentes donde se producen tales ondas. Supongamos que dichos dispositivos vibran con la misma frecuencia y percuten simultáneamente el líquido; es decir, en el momento en que uno produce una cresta, el otro también genera la suya, y cuando uno produce un valle, el otro también lo hace. En estas condiciones, decimos que las dos fuentes vibratorias están *en fase.* Además, supondremos que las ondas producidas por ambas fuentes tienen la misma amplitud.

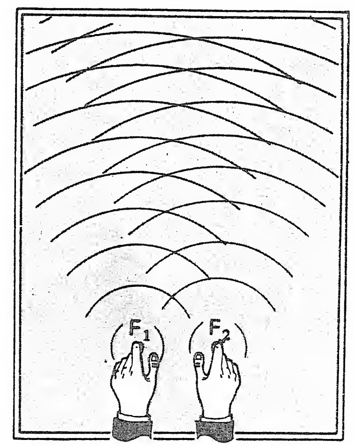


FIGURA 17-26 Superposición de dos ondas al propagarse en un mismo medio.

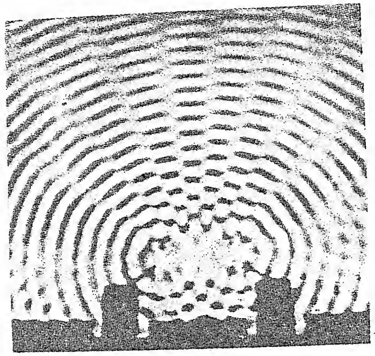


FIGURA 17-27 Foto de la figura de interferencia producida por la superposición de dos ondas en fase, al propagarse en la superficie del agua.

Obviamente, las dos ondas originadas en F_1 y F_2 se superpondrán al propagarse en la superficie del líquido. En virtud de tal superposición, la superficie del mismo adquiere el aspecto que observamos en la fotografía de la Figura 17-27. Esta configuración es lo que denominamos *figura de interferencia*; en otras palabras se expresa que las dos ondas se *interfieren,* dando origen a la configuración presentada en la fotografía.

En la ilustración de la figura de interferencia podemos observar la presencia de líneas que divergen a partir del punto medio entre las fuentes, separando crestas y valles que se propagan alejándose de dichas fuentes. En el dibujo de la Figura 17-28 se ilustra una figura de interferencia, en la que A, A', B, B', etc., representan las líneas divergentes citadas.

❖ **Por qué se forma una figura de interferencia.** Analicemos, en primer lugar, las líneas divergentes que aparecen en la figura de interferencia. Para ello, imaginemos que un pequeño objeto flota en un punto cualquiera entre esas líneas, como el P de la Figura 17-28. Observaríamos que el objeto quedaría en reposo, mostrando que en tal punto *no hay vibración*. Esto sucede porque las dos ondas llegan al punto P oponiéndose una a la otra (por ejemplo, la cresta de una llega a P junto con el valle de la otra), y así, P no se mueve. Decimos, entonces, que las dos ondas se *interfieren destructivamente* en P, y este punto se denomina *nodo*. Todos los puntos de las rectas A, A', B, B', etc., son *nodos*, y por

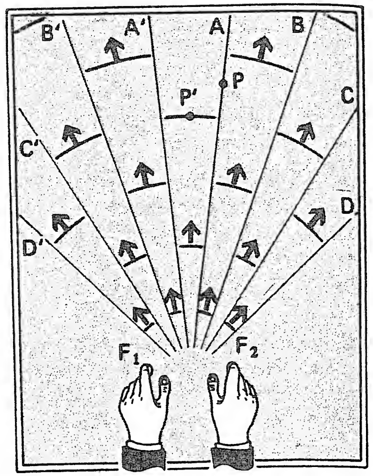


FIGURA 17-28 Una figura de interferencia presenta líneas nodales y zonas de intensificación (con crestas dobles y valles dobles) que se propagan entre ellas.

este motivo tales rectas se denominan *líneas nodales*.

Supongamos ahora que el objeto pequeño fuese puesto a flotar en un punto situado entre dos líneas nodales, como el P' de la Figura 17-28. En este caso, comprobaríamos que el objeto *oscila* con una amplitud dos veces mayor que si sólo fuera alcanzado por una de las ondas. Esto sucede así porque las dos ondas llegan a P' reforzándose mutuamente (la cresta de una onda llega a P' junto con la cresta de otra, dando lugar a una cresta doble, e inmediatamente después, llegan a este punto los valles de ambas ondas, produciendo un valle doble, etc.). Decimos que en P' hay una *interferencia constructiva* de las dos ondas. Esta última interferencia se produce en todos los puntos medios situados entre dos líneas nodales, observándose la propagación de crestas dobles y valles dobles entre dichas líneas. En resumen, tenemos que:

> en una figura de interferencia se observan líneas nodales, constituidas por puntos permanentemente en reposo (interferencia destructiva), y crestas dobles y valles dobles (interferencia constructiva) se propagan entre las líneas nodales.

❖ **Comentarios.** El fenómeno de interferencia que acabamos de analizar, es típico de los movimientos ondulatorios. De esta manera es posible obtener la formación de líneas nodales con cualquier tipo de onda realizando un experimento similar al que acabamos de describir.

En particular, es posible obtener interferencia con ondas sonoras, por ejemplo, de la siguiente manera: dos altoparlantes, F_1 y F_2, separados una cierta distancia, como muestra la Figura 17-29, emiten ondas sonoras de la misma amplitud y en fase. Estas dos ondas, al propagarse en el aire, van a superponerse, originando una configuración de interferencia; es decir, regiones donde hay interferencia destructiva (líneas nodales) y regiones donde hay interferencia constructiva (zonas de intensificación). Así pues, si una persona caminara a través de una configuración de interferencia sonora, en la forma que se indica en la Figura 17-29, no percibiría sonido alguno al cruzar las regiones

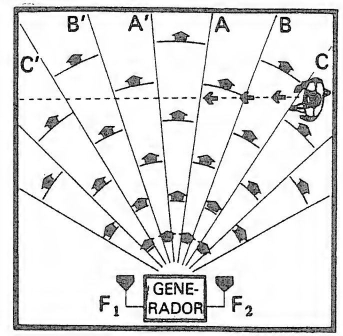


FIGURA 17-29 El fenómeno de la interferencia se puede observar con cualquier tipo de ondas, incluso las sonoras.

nodales, C, B, A, A', etc. Pero al pasar entre dichas regiones, la persona escucharía un sonido que, en el punto medio, sería más "fuerte", pues en ese lugar, estarían llegando las crestas dobles y los valles dobles a su oído.

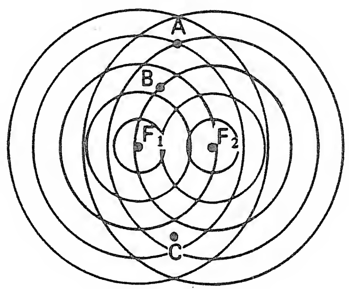
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

21. Considere la Figura 17-28 y señale en ella un punto cualquiera de la línea C.
  a) ¿Cómo se denomina este punto?
  b) En el momento en que una cresta proveniente de F_1, llega a este punto, ¿al mismo tiempo estará llegando una cresta o un valle proveniente de F_2?
  c) Entonces, ¿en tal punto habrá una interferencia constructiva o una destructiva?
  d) Un trozo de corcho que se pone a flotar en este punto, ¿tendrá algún movimiento al ser alcanzado por las ondas que provienen de F_1 y de F_2?

22. Señale ahora en la Figura 17-28 un punto situado en medio de las líneas nodales B' y C'.
  a) Cuando llega a dicho punto una cresta que proviene de F_1, ¿llegará también una cresta o un valle proveniente de F_2?
  b) ¿Y qué sucede cuando llega a ese punto un valle que proviene de F_1?
  c) Entonces, ¿habrá en tal punto interferencia constructiva o destructiva?
  d) Describa el movimiento de un trozo de corcho que se pone a flotar en el citado punto.

23. Los círculos que se muestran en la figura de este ejercicio representan, para un instante dado, las crestas de dos ondas producidas en la superficie de un líquido por las fuentes F_1 y F_2. Considere los puntos A, B y C señalados en la figura.
  a) ¿Al punto A están llegando en tal instante, dos crestas, dos valles, o bien una cresta y un valle?



Ejercicio 23

b) ¿Y al punto *B*?
c) ¿Y al punto *C*?

24. Considerando los puntos *A*, *B* y *C* del ejercicio anterior, diga en cuál de ellos se tiene (en el instante que se muestra en la figura):
a) Una cresta doble
b) Un valle doble.
c) Un nodo.

25. Suponiendo que la amplitud de cada onda que llega a los puntos *A*, *B* y *C* mencionados en el Ejercicio 23, es igual a 2.5 cm, diga cuál será la amplitud de vibración:
a) Del punto *A*.
b) Del punto *B*.
c) Del punto *C*.

17.6 Interferencia con la luz

❖ **¿Podemos obtener interferencia en la luz?** En la Sección 17.4 llegamos a la conclusión de que la luz es una onda, con valor de λ muy pequeño. Entonces como el fenómeno de interferencia puede observarse con cualquier tipo de onda, debe ser posible obtener interferencias con la luz.

Pero al tratar de obtener una figura de interferencia mediante el empleo de dos lámparas comunes, según se observa en la Figura 17-30, *no* tendremos éxito en nuestro experimento: al colocar una pantalla frente a los focos luminosos se verá iluminada uniformemente; es decir, *no* observaremos regiones claras y oscuras, como sucedería si hubiese interferencia de las ondas luminosas que provienen de ambos focos.

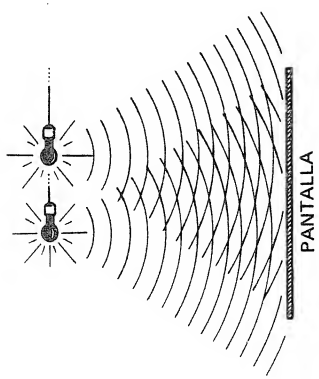


FIGURA 17-30 Usando dos lámparas comunes no se puede obtener una figura de interferencia con las ondas luminosas.

Thomas Young (1773-1829). Médico y físico inglés, conocido sobre todo por el hecho de haber logrado obtener la interferencia de las ondas de la luz. Se dice que fue un niño prodigio, que aprendió a leer a los 2 años de edad, y que a los cuatro ya había leído la Biblia dos veces. Mientras ejercía la medicina en Londres, logró explicar el fenómeno de la acomodación visual y la causa del astigmatismo, y así empezó a interesarse en el estudio de los fenómenos luminosos. Fue el primero en proponer que las ondas luminosas debían ser transversales y no longitudinales, como creían otros científicos. Además de sus trabajos en el campo de la Física, se destacó como egiptólogo, habiendo contribuido en forma decisiva al desciframiento de la antigua escritura de los egipcios (con jeroglíficos).

Entre tanto, debemos recordar que en los experimentos de interferencia que hemos analizado con anterioridad, las fuentes utilizadas vibraban *en fase*. Se observa, además, que también se podrían obtener figuras de interferencia semejantes si las fuentes mantuvieran entre sí una diferencia de fase constante. Sucede que ambos focos de la Figura 17-30 *no* satisfacen esta condición, pues las ondas luminosas son emitidas aleatoriamente por los átomos de sus filamentos, siendo imposible mantener las dos fuentes en fase (o con una diferencia de fase constante). Así pues, para que sea posible obtener una figura de interferencia con la luz debemos conseguir que ambas fuentes luminosas puedan ser mantenidas en fase o con una diferencia de fase constante entre ellas. A continuación veremos cómo se resolvió este problema.

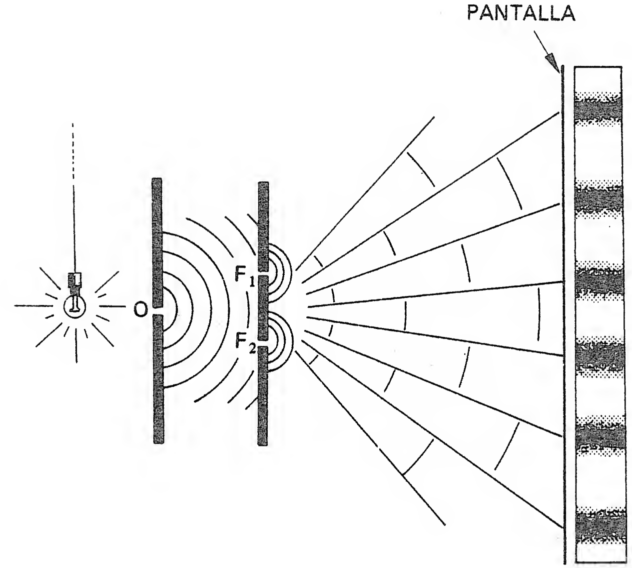


FIGURA 17-31 Esquema del montaje con el cual Young obtuvo interferencia con la luz.

❖ **El experimento de Young.** El científico inglés Thomas Young, en 1800, descubrió una forma muy sencilla de obtener dos fuentes de luz en fase. La Figura 17-31 muestra un montaje similar al que él empleó. Una lámpara emite luz que se difracta al pasar por el orificio pequeño *O* y la onda luminosa difractada se propaga en dirección a los orificios F_1 y F_2, equidistantes de *O*. En estos orificios la luz se difracta nuevamente, y entonces esto equivale a tener dos fuentes luminosas en F_1 y F_2. Cualquier modificación que se produzca en la onda proveniente de *O* se comunica simultáneamente a F_1 y F_2, y de este modo, estas dos fuentes permanecerán constantemente en fase.

En estas condiciones, la superposición de las ondas emitidas en F_1 y en F_2 dará lugar a una figura de interferencia. De hecho, colocando una pantalla para recibir estas ondas luminosas, como muestra la Figura 17-31, observaremos en ella la existencia de regiones claras y oscuras, alternadas. Las regiones oscuras corresponden a las zonas nodales de la figura de interferencia; es decir, aquellas donde las ondas luminosas se interfieren destructivamente. Las regiones claras son las alcanzadas por las crestas dobles y los valles dobles, o sea, zonas de intensificación donde las ondas luminosas se interfieren constructivamente. La Figura 17-32 es una foto que se obtendría si la pantalla de la Figura 17-31 fuera sustituida por una placa fotográfica. Las

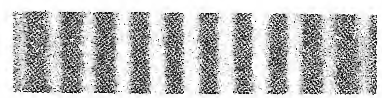


FIGURA 17-32 Foto que muestra franjas de interferencia obtenidas en una repetición del experimento de Young.

rayas claras y oscuras que se ven en esta fotografía se conocen como *franjas de interferencia*.

El éxito del experimento de Young, que demostró la posibilidad de obtener un efecto de interferencia con la luz, tuvo una gran repercusión entre los científicos a principios del siglo pasado, pues vino a establecer, de manera prácticamente definitiva, que la luz es un fenómeno ondulatorio.

❖ **Color y longitud de onda.** Al repetir su experimento con luces de diferente color, Young encontró que la separación entre las franjas de interferencia variaba conforme el color utilizado. Sabemos, incluso, que en la figura de interferencia es posible establecer la siguiente relación entre la separación, Δx, de dos líneas nodales consecutivas (*véase* Figura 17-33), y la longitud de onda λ que se emplea en el experimento:

$$\boxed{\Delta x = L\frac{\lambda}{d}}$$

donde d es la separación entre las fuentes F_1 y F_2, y L es la distancia de dichas fuentes a la pantalla (Fig. 17-33). Entonces, como a cada color corresponde un valor distinto de Δx. Young concluyó que

> a cada color corresponde una longitud de onda λ diferente.

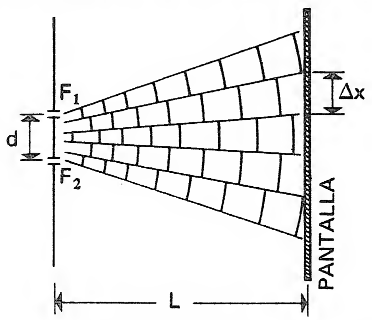


FIGURA 17-33 En una figura de interferencia, la separación entre dos líneas nodales está dada por $\Delta x = L\,\lambda/d$.

Al medir cuidadosamente en sus experimentos los valores de Δx, L y d, Young pudo calcular (mediante la expresión $\Delta x = L\lambda/d$) los valores de λ correspondientes a los diversos colores del espectro. Halló así que la luz roja es la que posee mayor longitud de onda, y que el menor valor de λ corresponde a la luz violeta. Estos valores son

λ (rojo) = 6.5×10^{-7} m y
λ (violeta) = 4.5×10^{-7} m

Los demás colores tienen longitudes de ondas comprendidas entre estos dos extremos (*véase* Tabla 17-1). Observe que los valores encontrados para λ son muy pequeños, como ya habíamos hecho notar en la Sección 17.4.

TABLA 17-1

Longitud de onda correspondiente a cada color (en el aire)	
Color	**λ (m)**
Rojo	6.5×10^{-7}
Amarillo	5.7×10^{-7}
Verde	5.4×10^{-7}
Azul	4.8×10^{-7}
Violeta	4.5×10^{-7}

❖ **Color y frecuencia de la luz.** Los experimentos de Young se hicieron en el aire, y por tanto, los valores de λ a que nos referimos corresponden a la luz cuando se propaga en este medio. Como conocemos la velocidad de propagación en el aire ($v = 3.0 \times 10^8$ m/s), podemos usar la relación ya conocida de $f = v/\lambda$, para calcular las frecuencias correspondientes a cada color. Para el rojo y el violeta tenemos

f(rojo) = 4.6×10^{14} Hz y
f(violeta) = 6.7×10^{14} Hz

Obviamente, al violeta le corresponde la mayor frecuencia (menor λ), y al rojo la menor frecuencia (mayor λ). La Tabla 17-2 muestra los valores de las frecuencias de los demás colores (obsérvese que los valores de estas frecuencias son sumamente elevados).

TABLA 17-2

Frecuencia correspondiente a cada color	
Color	**f (hertz)**
Rojo	4.6×10^{14}
Amarillo	5.3×10^{14}
Verde	5.6×10^{14}
Azul	6.3×10^{14}
Violeta	6.7×10^{14}

El experimento nos muestra que el color de un haz de luz monocromático no se altera cuando dicho haz pasa de un medio transparente a otro. Por ejemplo, un haz de luz roja en el aire, conserva este color al penetrar en el agua o en el vidrio. Sabemos que cuando esto sucede, la longitud y la velocidad de la onda se modifican, pero su frecuencia permanece igual. De modo que es recomendable que el color de un haz de luz se caracterice por su frecuencia y no por su longitud de onda, pues el valor de λ varía cuando la luz pasa de un medio a otro, en tanto que su color y su frecuencia no se modifican en estas condiciones.

Podemos, pues, destacar que

> la luz es un movimiento ondulatorio cuyas frecuencias son muy elevadas (del orden de 10^{14} Hz). A cada color del espectro de la luz blanca corresponde una frecuencia diferente, y el orden creciente de tales frecuencias es el mismo de la distribución de los colores en el espectro: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, añil y violeta.

Después de concluir que la luz es un movimiento ondulatorio, conviene averiguar cuál es la naturaleza de una onda luminosa. En otras palabras, hay que tratar de responder a la siguiente pregunta: ¿qué es lo que vibra cuando se propaga una onda luminosa?

Young y los físicos de su época no fueron capaces de dar una respuesta satisfactoria a esta pregunta. Más adelante, al realizar el estudio del electromagnetismo, veremos que el físico escocés James Clerk Maxwell, a fines del siglo XIX, consiguió responder adecuadamente a esta interrogante, demostrando que *la luz es una onda electromagnética* de la misma naturaleza que los rayos X y las ondas de radio, de TV, etcétera.

EJEMPLO

Un estudiante repitió el experimento de Young usando luz monocromática. Encontró que la separación entre los orificios F_1 y F_2 era d = 0.02 cm, y que la distancia de esos orificios a la pantalla era L = 130 cm. Midiendo la separación entre dos franjas oscuras, obtuvo Δx = 0.35 cm.

a) ¿Cuál es la longitud de onda de la luz usada en este experimento?

De la expresión $\Delta x = L\lambda/d$, obtenemos

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta x}{L} = \frac{0.02 \times 0.35}{130}$$

donde

$$\lambda = 5.4 \times 10^{-5}\ \text{cm}$$

o bien,

$$\lambda = 5.4 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

b) Calcule la frecuencia de esta luz e identifique su color.

La relación $\lambda = v/f$ nos proporciona la siguiente: $f = v/\lambda$. En nuestro caso tenemos $v = 3.0 \times 10^8$ m/s (velocidad de la luz en el aire) y $\lambda = 5.4 \times 10^{-7}$ m. Así pues,

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3.0 \times 10^8}{5.4 \times 10^{-7}}$$

donde

$$f = 5.6 \times 10^{14}\ \text{hertz}$$

Consultando la Tabla 17-2 vemos que esta frecuencia corresponde al color *verde*; es decir, el estudiante realizó su experimento usando una luz de este color.

c) Si la luz que empleó el estudiante, al propagarse en el aire, penetrara en un bloque de vidrio, ¿cuál sería su frecuencia y su color en el interior del bloque?

Ya sabemos que cuando un haz de luz monocromática pasa de un medio a otro, tanto su frecuencia como su color permanecen inalterados. Entonces dentro del bloque de vidrio, la luz sigue siendo *verde*, y su frecuencia es $f = 5.6 \times 10^{14}$ Hz.

d) Si sabemos que en el bloque de vidrio la velocidad de propagación de la luz es $v = 2.0 \times 10^8$ m/s,

¿cuál será la longitud de onda de la luz verde en el interior del bloque?

Como ya conocemos los valores de v y f para la luz verde cuando se propaga en el vidrio, la relación $\lambda = v/f$ nos proporcionará lo siguiente:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.0 \times 10^8}{5.6 \times 10^{14}}$$

donde

$$\lambda = 3.6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Observemos que la longitud de onda *disminuye* cuando la luz pasa del aire hacia el vidrio.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

26. *a*) En una habitación hay dos focos luminosos, los cuales proyectan luz sobre una misma pared. ¿Observaremos franjas de interferencia sobre dicha pared? ¿Por qué?
    b) ¿Por qué razón Young logró obtener franjas de interferencia en su experimento?

27. Sabemos que la velocidad de propagación de la luz, en el espacio libre, tiene el mismo valor para cualquier color. Considere dos haces luminosos, uno amarillo y otro azul, que se propagan en el vacío.
    a) ¿Cuál de tales haces tiene mayor longitud de onda?
    b) Entonces, ¿cuál de los dos tiene mayor frecuencia? ¿Por qué?

28. Un haz monocromático de luz violeta que se propaga en el aire, pasa a propagarse en el agua. Cuando se produce este cambio de un medio a otro:
    a) La velocidad del haz, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
    b) La frecuencia del haz, ¿aumenta, disminuye o no cambia?
    c) La longitud de onda del haz, ¿aumenta, disminuye o no se modifica?
    d) ¿Varía el color del haz?
    e) Entonces, ¿lo más adecuado para caracterizar el color de un haz luminoso es su velocidad, su longitud de onda o su frecuencia?

29. Considere haces luminosos monocromáticos con los siguientes colores: verde, amarillo, azul, violeta y rojo. Colóquelos en orden creciente de sus frecuencias.

30. En una repetición del experimento de Young y usando luz monocromática, los dos orificios están separados una distancia $d = 0.10$ mm, y las franjas de interferencia se observan en una pantalla situada a una distancia $L = 20$ cm de los orificios. Se observa que la separación entre dos franjas oscuras consecutivas es $\Delta x = 1.3$ mm.
    a) Calcule la longitud de onda de la luz empleada en el experimento.
    b) Determine la frecuencia de esta luz.
    c) Usando una de las tablas presentadas en esta sección, identifique el calor de la luz.

17.7 Ondas sonoras-acústica

❖ **Qué es el sonido.** Los fenómenos sonoros están relacionados con las vibraciones de los cuerpos materiales. Siempre que escuchamos un sonido, hay un cuerpo material que vibra y produce este fenómeno. Por ejemplo, cuando una persona habla, el sonido que emite es producido por las vibraciones de sus cuerdas vocales; cuando tocamos un tambor, un pedazo de madera o uno de metal, estos cuerpos vibran y emiten sonidos; las cuerdas de un piano o un violín también son sonoras cuando se encuentran en vibración, etcétera.

Todos estos cuerpos son fuentes de sonido (o sonoras), que al vibrar producen ondas que se propagan en el medio material (sólido, líquido o gaseoso) situado entre ellas y nuestro oído.

Al penetrar en el órgano auditivo, dichas ondas producen vibraciones que causan las sensaciones sonoras (Fig. 17-34).

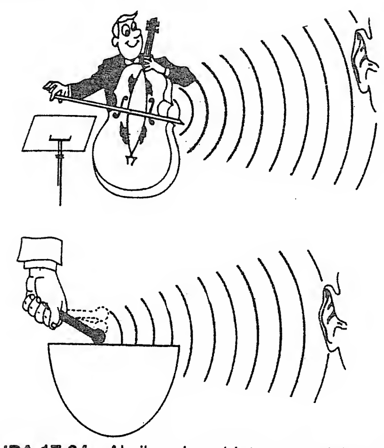


FIGURA 17-34 Al vibrar los objetos materiales, originan ondas que cuando llegan a nuestro oído producen sensaciones sonoras o auditivas.

Analicemos la situación mostrada en la Figura 17-35. Una tira metálica puesta en vibración, provoca en el aire compresiones y rarefacciones sucesivas que se propagan en dicho medio, en forma semejante a lo que sucede en un resorte cuando vibra en dirección longitudinal (como se mostró en la Figura 17-7). Cuando una molécula de aire situada en P (Fig. 17-35), es alcanzada por esta onda de compresiones y rarefacciones, vibrará entre los puntos P_1 y P_2, es decir, oscilará en la misma dirección en que se propaga la onda. Entonces la onda emitida por la placa vibrante es una *onda longitudinal.*

Si la lámina vibrase con una frecuencia menor de 20 Hz, o bien, mayor que 20 000 Hz, se hallaría que al llegar al oído de una persona, la onda no produciría ninguna sensación sonora. Para que la persona perciba tal sensación es necesario que la frecuencia de la onda se encuentre comprendida entre dichos límites. En realidad, las frecuencias audibles no están situadas rigurosamente entre los 20 y los 20 000 Hz, pues estos límites varían un poco entre las personas. Llegamos, entonces, a la siguiente conclusión:

> el sonido es una onda longitudinal que se propaga en un medio material (sólido, líquido o gaseoso), y cuya frecuencia está comprendida, aproximadamente, entre 20 y 20 000 Hz.

Observemos que el sonido puede propagarse en un medio material cualquiera: aire, agua, fierro, etc. Pero, contrariamente a lo que sucede con la luz, el sonido no se propaga en el vacío; es decir, una persona no percibirá sonido alguno si no existe un medio material entre un cuerpo en vibración y su oído. El estudio del sonido y de los cuerpos sonoros en general se denomina *Acústica*.

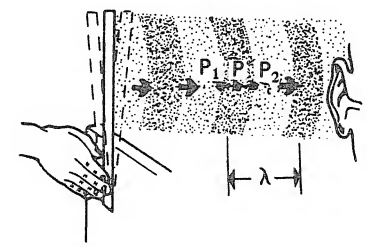


FIGURA 17-35 Las ondas sonoras son ondas longitudinales que se propagan en un medio material.

❖ **El infrasonido y el ultrasonido.** Una onda longitudinal que se propaga en un medio material, con una frecuencia inferior a 20 Hz se denomina *infrasonido* y si su frecuencia es superior a 20 000 Hz, recibe el nombre de *ultrasonido*. Como vimos, estas ondas no provocan sensación auditiva alguna cuando llegan al oído de las personas.

Pero sabemos que algunos animales sí son capaces de percibir los ultrasonidos. Experimentos recientes demuestran que un perro, por ejemplo, es capaz de percibir ultrasonidos cuyas frecuencias alcanzan hasta los 50 000 Hz. A ello se debe que algunos perros amaestrados escuchen los ultrasonidos (producidos por silbatos especiales) que una persona no puede percibir. También se sabe que los murciélagos, aun cuando son casi ciegos, pueden volar sin chocar con ningún obstáculo, porque emiten ultrasonidos que luego captan sus oídos después de ser

reflejados por dichos obstáculos. Las frecuencias ultrasónicas que emite el murciélago y oye después, pueden llegar hasta los 120 000 Hz. En un dispositivo electroacústico denominado *sonar,** los ultrasonidos se emplean para localizar objetos y medir la distancia hasta ellos, de modo similar a lo que hacen los murciélagos. Por ejemplo, un cardumen o conjunto de peces, un submarino, o bien, el fondo del mar, pueden ser localizados al reflejar los ultrasonidos emitidos por el equipo de sonar de un barco (Fig. 17-36).

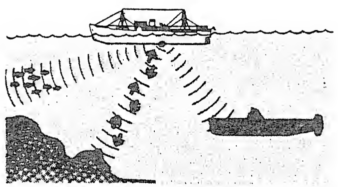
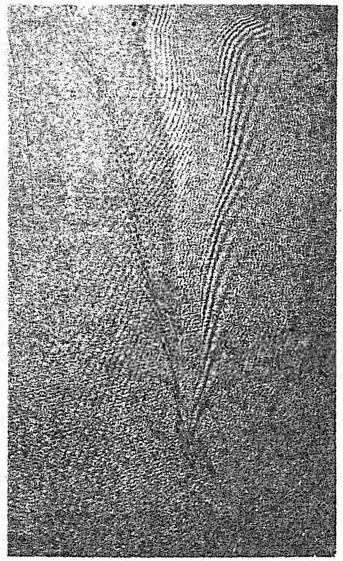


FIGURA 17-36 El sonar es un dispositivo que utiliza los ultrasonidos para localizar la posición de objetos bajo el agua.

❖ **Velocidad del sonido.** Usted ya debe haberse dado cuenta de que en una tempestad, aun cuando el relámpago y el trueno de un rayo se producen en el mismo instante, sólo oímos el estampido después de haber visto la luz de la centella. Ya sabemos que la velocidad de la luz es muy grande (300 000 km/s), y por tanto, el relámpago se ve prácticamente en el mismo instante en que se produce. Entonces, el intervalo entre la percepción visual del relámpago y la percepción auditiva del trueno, representa el tiempo que tarda la onda sonora en llegar hasta nosotros.

Una situación semejante fue la que usaron los científicos del siglo XVII para determinar la velocidad del sonido en el aire: una persona hacía detonar un cañón, y a una distancia de aproximadamente 20 km, otra medía el tiempo entre la percepción del fogonazo y la del estruendo producido por el disparo. Como esta medida corresponde al tiempo que el sonido tarda en recorrer la distancia de 20 km, fue



Fotografía de un barco que se desplaza a una velocidad superior a la de propagación de las olas en la superficie del agua. La perturbación que se propaga, vista en la foto, se denomina *onda de choque.* Cuando un avión se desplaza a una velocidad mayor que la del sonido en el aire, se tiene la formación de una onda de choque, de manera semejante a lo que ocurre en la situación mostrada en la figura.

posible calcular la velocidad sónica en el aire (Fig. 17-37). Medidas más recientes, realizadas con mayor precisión, indican que tal velocidad es de 340 m/s, si el aire está a 20°C. Esta especificación es necesaria porque puede observarse que cuanto mayor es la temperatura de un gas, tanto mayor será la velocidad con la cual se propaga en él una onda sonora. En realidad, la agitación de las moléculas de un gas aumenta con la temperatura, haciendo que la propagación de la onda sónica sea más rápida.

La velocidad de propagación de una onda depende del medio en el cual se propaga, lo cual también sucede con el sonido. Por ejemplo, en el agua el sonido se propaga con una velocidad de 1 450 m/s; en el fierro, con una velocidad de 5 100 m/s, etcétera (*véase* Tabla 17-3).

❖ **Comentarios.** Es obvio que todas las propiedades que hemos estudiado para las ondas,

* **N. del R.** Este aparato es semejante al *radar,* y como su nombre lo indica, hace uso de ondas *sonoras,* en vez de ondas de *radio.*

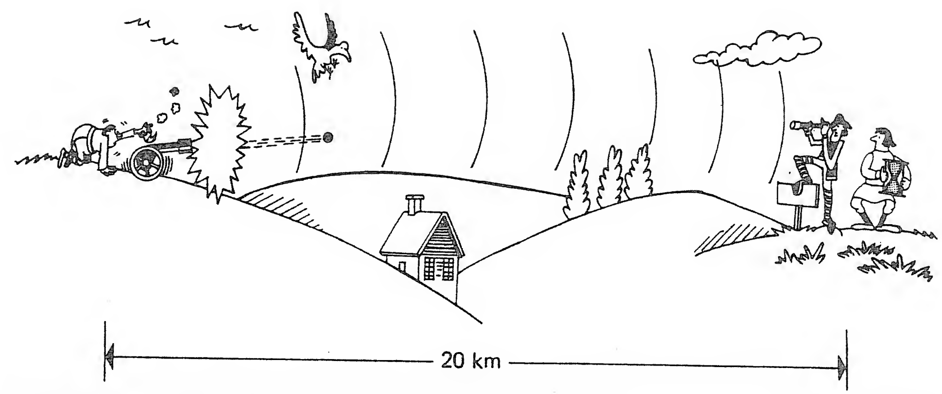


FIGURA 17-37 La figura ilustra un método que se empleó en el siglo XVII para determinar el valor de la velocidad del sonido en el aire.

en general deben ser válidas para las ondas sónicas (incluso para los infrasonidos y los ultrasonidos). Así pues, una onda sonora se *refleja* de modo que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, y varios fenómenos —como el del eco, por ejemplo— son producidos por la reflexión del sonido. El fenómeno de la *refracción* también ocurre en las ondas sónicas, es decir, cuando una onda sonora pasa oblicuamente de un medio a otro, altera su dirección de propagación, y sigue siendo válida en este caso, la ley de Snell. Como ya vimos (Figuras 17-20 y 17-29), la *difracción* y la *interferencia* son fenómenos que se observan con las ondas sonoras al igual que con cualquier otro tipo de onda. Además, la relación $\lambda = v/f$ es válida también para las ondas sonoras, y la frecuencia de un sonido no se altera cuando pasa de un medio a otro.

TABLA 17-3

Velocidad del sonido	
Medio material	Velocidad (m/s)
Caucho (o hule)	54
Oxígeno (0°C)	317
Aire (20°C)	340
Hidrógeno (0°C)	1 300
Agua	1 450
Fierro	5 100
Granito	6 000

❖ **Intensidad del sonido.** Cuando un radio receptor funciona a todo "volumen",* decimos que el sonido que emite es un sonido de gran intensidad (o bien, como se dice vulgarmente, es un sonido "fuerte"). Por otra parte, el tic-tac de un reloj es un sonido de pequeña intensidad (o bien, un "sonido débil", en el lenguaje cotidiano).

La *intensidad* es una propiedad del sonido que se relaciona con la energía de vibración de la fuente que emite la onda sonora. Al propagarse, esta onda transporta energía, distribuyéndola en todas direcciones. Cuanto mayor sea la *cantidad* de energía (por unidad de tiempo) que una onda sónica transporta hasta nuestro oído, tanto mayor será la intensidad del sonido que percibiremos.

Sabemos que la cantidad de energía transportada por una onda es tanto mayor cuanto mayor sea la *amplitud* de la misma. Podemos entonces concluir que

> la intensidad de un sonido es mayor, cuando así lo es la amplitud de la onda sonora.

* **N. del R.** Es usual decir impropiamente "volumen" de un sonido en vez de intensidad del mismo, en el caso de sistemas electroacústicos o audioelectrónicos.

Alexander Graham Bell (1847-1922). Científico inglés que vivió muchos años en Estados Unidos de América y trabajó inicialmente en el campo de la dicción y corrección del habla. Fundó en la ciudad de Boston una escuela de maestros para sordos, siendo entonces designado profesor de fisiología vocal en la universidad de esta ciudad. Al desarrollar trabajos en el campo de la telegrafía, sus estudios culminaron con la invención del teléfono, el cual patentó en 1876.

La intensidad del sonido se mide en una unidad denominada *bel* (en homenaje a Alexander Graham Bell). En la práctica, un submúltiplo de esta unidad es lo que más se usa: *decibel* (dB) = 0.1 Bel. A manera de ilustracion, en la Tabla 17-4 presentamos la intensidad de algunos sonidos expresada en decibeles; los sonidos de gran intensidad generalmente son desagradables al oído humano, y como muestra la Tabla 17-4, cuando alcanzan una intensidad cercana a 140 dB, comienzan a producir sensaciones de dolor.

TABLA 17-4

Intensidades sonoras	
Hojas de árbol movidas por la brisa	20 dB
Radio o televisión, a bajo volumen	40 dB
Conversación común	60 dB
Tráfico urbano intenso	70 dB
Remachadora o perforadora	100 dB
Bocina de automóvil	120 dB
Umbral de la sensación dolorosa	140 dB

❖ **Altura del sonido.** La altura de un sonido es la cualidad que nos permite clasificarlo como *grave* o *agudo*. De manera general, los hombres tienen voz grave (voz "gruesa"), y las mujeres, voz aguda (voz "fina"). En lenguaje musical se dice que un sonido agudo es *alto*, y que uno grave es *bajo* (observemos que en el lenguaje cotidiano, los términos "alto" y "bajo" se emplean a veces con referencia a la intensidad del sonido, lo cual debe evitarse).

La altura de los sonidos se relaciona con la *frecuencia, f,* de la onda sonora, de modo que cuanto más agudo sea el sonido, tanto mayor será su frecuencia. Así pues, podemos concluir que la frecuencia de la voz masculina, en general es menor que la frecuencia de la voz femenina (las cuerdas vocales de los hombres vibran con una frecuencia menor que las cuerdas vocales de las mujeres). En resumen, tenemos que:

la altura de un sonido se caracteriza por la frecuencia de la onda sonora. Un sonido de pequeña frecuencia es grave (o bajo), y un sonido de gran frecuencia es agudo (o alto).

Las notas musicales se caracterizan por su altura o frecuencia; es decir, cuando un instrumento musical emite notas diferentes, está emitiendo sonidos de *distinta frecuencia*. En un piano, por ejemplo, a cada tecla le corresponde un sonido de diferente frecuencia. Las teclas que se hallan a la izquierda del pianista corresponden a las notas de frecuencia baja (sonidos graves), y las de la derecha son las notas de frecuencia elevada (sonidos agudos). Observe, en la Figura 17-38, la representación del teclado de un piano, en la cual se indican las frecuencias de algunas notas.

Los cantantes de música clásica se clasifican de acuerdo con la frecuencia de las notas que son capaces de emitir, y son los *bajos* (con voz grave, masculina), los *tenores* (con voz menos grave, masculina), las *sopranos* (con voz aguda, femenina), etc. Las frecuencias de las notas que estos cantantes son capaces de emitir varían desde casi 100 Hz (bajos) hasta los 1 200 Hz (sopranos).

❖ **Timbre.** Si tocamos una cierta nota de un piano, y si la misma nota (de la misma frecuencia) fuese emitida con la misma intensidad por un violín, podríamos distinguir una de la otra; es decir, podemos decir claramente cuál nota fue la que emitió el piano, y cuál, el violín. Decimos entonces que estas notas tienen un *timbre* diferente.

Esto se debe a que la nota emitida por un piano es el resultado de la vibración no únicamente de la cuerda accionada, sino también de

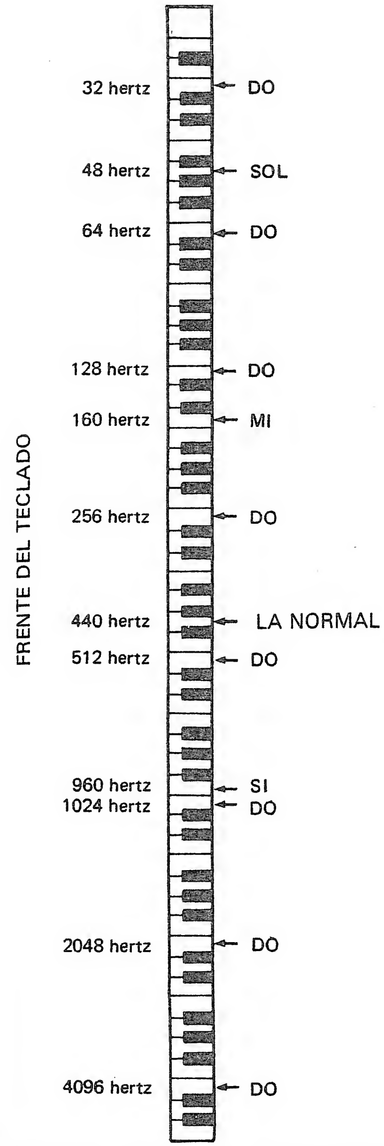


FIGURA 17-38 Frecuencias de algunas notas de la escala musical, en relación con el teclado de un piano.

algunas otras partes del piano (madera, columnas de aire, otras cuerdas, etc.) las cuales vibran junto con ella. Así pues, la onda sonora emitida tendrá una forma propia, característica del piano. De la misma manera, la onda emitida por un violín es el resultado de vibraciones características de este instrumento, y por ello presenta una *forma diferente* a la de la onda emitida por un piano. En la Figura 17-39 mostramos, en (a), la forma resultante de una onda sonora cuya frecuencia es 440 Hz, emitida por un violín, y en (b), la misma nota (de 440 Hz) emitida por un piano. Entonces los sonidos de igual frecuencia, pero de timbre diferente, corresponden a ondas sonoras cuya forma es distinta. Por tanto, podemos expresar que:

nuestro oído es capaz de distinguir dos sonidos de la misma frecuencia e intensidad, dado que la forma de las ondas sonoras correspondientes a ellos son distintas. Decimos que ambos sonidos tienen diferente timbre.

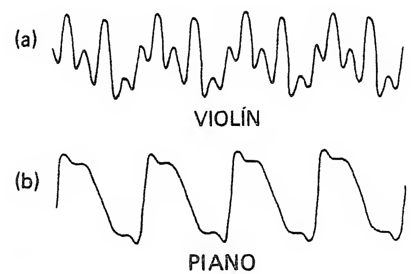


FIGURA 17-39 La forma de la onda sonora de un violín es diferente de la forma de la onda de un piano. Por eso, los sonidos de tales instrumentos son de distinto timbre.

Lo que se dice para el violín y el piano, se aplica también a los demás instrumentos musicales: la onda sonora resultante que cada uno de ellos emite, y que corresponde a una nota determinada, tiene una forma propia, característica del instrumento; es decir, cada uno de ellos posee su propio timbre (Fig. 17-40). La voz de las personas también tiene un timbre propio, porque la forma de la onda sonora que producen está determinada por características personales. Este es el motivo por el cual podemos identificar a una persona por su voz.

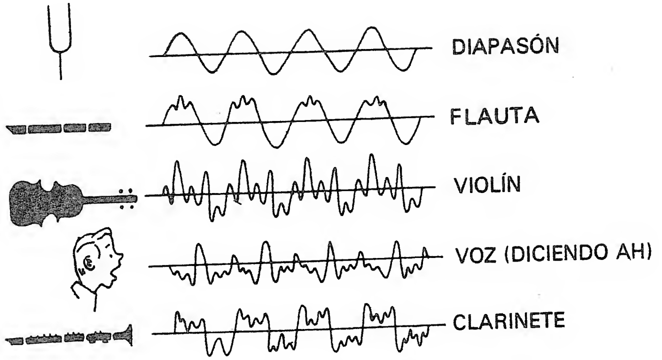


FIGURA 17-40 Formas de las ondas correspondientes a algunos sonidos.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

31. *a)* Durante una tempestad, una persona observa un relámpago, y solamente hasta después de 10 s, escucha el ruido del trueno correspondiente. ¿A qué distancia se produjo la descarga eléctrica que provocó el relámpago y el trueno?
b) En el experimento que se muestra en la Figura 17-37, ¿cuál fue, aproximadamente, el intervalo de tiempo medido por la persona que empleó el reloj de arena?

32. *a)* ¿Cuál es, en el aire, la longitud de onda del sonido más agudo que puede percibir el oído humano?
b) ¿Y la del sonido más grave?
c) Una onda longitudinal, en el aire, con λ = 10 mm, ¿sería un infrasonido, un sonido o un ultrasonido?

33. Una persona pulsa en un piano la tecla que corresponde a la nota *la* normal. Consultando la Figura 17-38 y la Tabla 17-3, responda:
a) ¿Cuál es la longitud de onda de este sonido en el aire?
b) ¿Cuál es la frecuencia del mismo cuando llega al oído de una persona sumergida en una piscina cercana al piano?
c) ¿Cuál es la longitud de onda de este sonido en el agua?

34. *a)* La sucesión de las notas *do, re, mi, fa, sol, la, si* constituye una escala musical. Observando la Figura 17-38, diga cuántas veces es mayor la frecuencia de la nota *do* de una escala, comparada con la frecuencia del *do* de la escala inmediata anterior.
b) Sabemos que el resultado obtenido en (a) es válido para cualquier otra nota. Entonces, ¿cuál es la frecuencia de la nota *la* inmediata anterior a la nota *la* normal? ¿Y la frecuencia de la misma nota en la escala siguiente?

35. En la audición de una orquesta, una flauta emite un sonido muy agudo, mientras que la tuba está emitiendo un sonido grave.
a) ¿Cuál de estos instrumentos está produciendo el sonido de menor longitud de onda?
b) Entonces, ¿cuál de las dos ondas sonoras sufrirá la difracción más acentuada al rodear un obstáculo?
c) Por tanto, ¿cuál de los dos instrumentos será mejor escuchado por alguien situado atrás del obstáculo?

36. Una flauta y un clarinete están emitiendo sonidos de la misma altura, siendo la amplitud del sonido del clarinete mayor que la del sonido de la flauta. Considere una persona situada a la misma distancia de ambos instrumentos.
a) ¿Cuál de los dos sonidos podrá percibir con mayor intensidad la persona?

b) La frecuencia del sonido emitido por la flauta, ¿es mayor, menor o igual a la frecuencia del sonido emitido por el clarinete?
c) ¿Ambos instrumentos emiten la misma nota musical o notas diferentes?
d) ¿Las formas de las ondas sonoras emitidas por ambos instrumentos son iguales o diferentes?
e) ¿La persona percibirá sonidos de timbre semejante o distinto?

Nivel de intensidad sonora

• Ya hemos visto que la intensidad del sonido está relacionada con la energía que la onda sonora transporta. Cuantitativamente, la intensidad *I* de una onda se define de la siguiente manera:

sea ΔE la energía que esta onda transporta a través de un área *A*, en un intervalo de tiempo Δt (Fig. I). Se tiene por definición,

$$\boxed{I = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}}$$

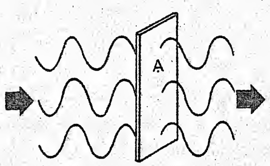


Figura I Energía transportada por una onda sonora, que incide en un área *A*.

En el Sistema Internacional, la unidad para la medida de *I* es:

$$1\,\frac{\text{J}}{\text{m}^2\cdot\text{s}} = 1\,\frac{\text{J/s}}{\text{m}^2} = 1\ \text{W/m}^2$$

Existe un valor mínimo de la intensidad sonora capaz de sensibilizar el aparato auditivo. Este valor mínimo depende de la frecuencia del sonido y varía de una persona a otra. Para una frecuencia aproximada de 1 000 hertz y para un oído normal, este límite mínimo es cerca de 10^{-12} W/m^2. Para que sepa que este valor es muy pequeño, le informamos que esta intensidad corresponde a una amplitud de vibración de 10^{-9} cm (menor que el radio de un átomo). Vemos, entonces, que nuestro oído es un detector extraordinariamente sensible, capaz de percibir un desplazamiento de este orden de magnitud.

Además, las ondas sonoras cuyas intensidades tienen valores próximos a 1 W/m^2, pueden llegar a causar dolores y daños al oído. Esta intensidad corresponde a una amplitud de vibración del orden de 0.01 mm.

El valor 10^{-12} W/m^2 por lo general se representa por I_0 y se toma como referencia para comparaciones de las intensidades de los diversos sonidos, como veremos a continuación ($I_0 = 10^{-12}$ W/m^2).

❖ Los investigadores que estudiaron los fenómenos relacionados con la intensidad del sonido, observaron que la "sensación" causada en nuestro oído por el sonido de cierta intensidad *I*, *no* varía proporcionalmente a esta intensidad. Por ejemplo, un sonido de intensidad $I_2 = 2I_1$ *no* produce, en el mismo, una "sensación" dos veces más intensa que la causada por I_1. En realidad, los científicos verificaron que esta sensación varía *con el logaritmo* de la intensidad sonora.

Por esta razón, para medir esta característica de nuestro oído se definió una magnitud, β, denominada *nivel de intensidad*, de la siguiente manera:

$$\boxed{\beta = \log\frac{I}{I_0}}$$

donde *I* es la intensidad de la onda sonora y $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

La unidad de medida de esa magnitud se denominó *1 bel* = 1B (como vimos, en homenaje a Graham Bell). Observe, entonces, que:

Si $I = I_0$, tenemos $\beta = \log\frac{I_0}{I_0} = \log 1$

donde $\beta = 0$

Si $I = 10\,I_0$, tenemos $\beta = \log\frac{10 I_0}{I_0} = \log 10$

donde β = 1 B

Si $I = 100\,I_0$, tenemos $\beta = \log\frac{100\,I_0}{I_0} = \log 100$

donde β = 2 B

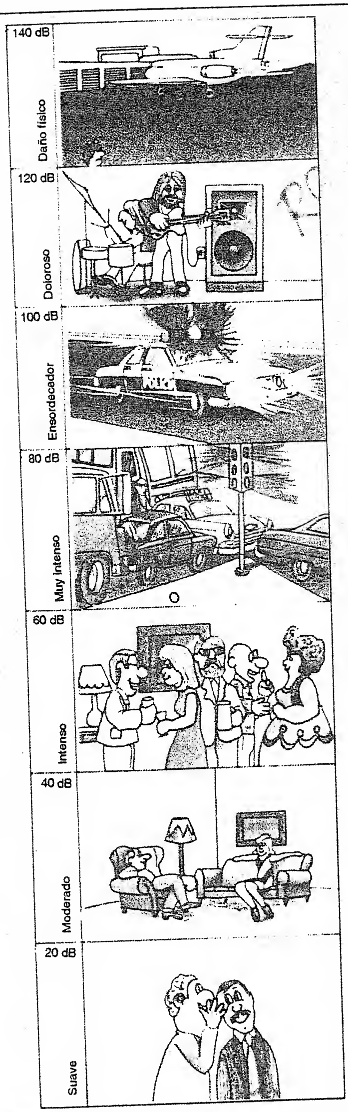


Figura II Niveles de intensidad sonora, en dB, observados en algunas situaciones de nuestra vida diaria.

Si $I = 1\,000\ I_0$, tenemos

$$\beta = \log \frac{1\,000\ I_0}{I_0} = \log 1\,000$$

donde $\beta = 3$ B

y así, sucesivamente.

Por tanto, el sonido de 1 B tiene una intensidad 10 veces mayor que el sonido de intensidad I_0, o de 2 B, que tiene una intensidad 100 veces mayor que I_0, etcétera.

Como hemos señalado, la unidad de uso más frecuente para medir β es 1 dB = 0.1 B. De esta manera, los valores antes indicados serían $\beta = 1$ B = 10 dB, $\beta = 2$ B = 20 d B y $\beta = 3$ B = 30 dB (Fig. II).

❖ Dijimos, al inicio de este capítulo, que una persona con oído normal puede percibir sonidos de frecuencias comprendidas entre 20 y 20 000 Hz. Sin embargo, debe observarse que para cada una de esas frecuencias hay un nivel mínimo de intensidad, abajo del cual el sonido no se percibe. En la gráfica de la Figura III, la curva denominada *umbral de audición* nos muestra, exactamente, estos valores mínimos. Por ejemplo, si un sonido de 100 hertz tiene un nivel de intensidad de 20 dB, no será audible, porque el punto correspondiente a esos valores está abajo de la curva mencionada, que proporciona los umbrales de audición. En la gráfica se muestra que el sonido con esta frecuencia sólo será audible con un nivel de intensidad superior a, aproximadamente, 30 dB. Pero, un sonido de 2 000 hertz puede escucharse (*véase* gráfica) incluso si su nivel de intensidad es negativo ($\beta < 0$ o bien $I < 10^{-12}$ W/m^2).

En la Figura III, vemos también la curva que indica el umbral de la sensación dolorosa para las diversas frecuencias audibles. Observe que este umbral es aproximadamente constante y vale cerca de 120 dB para cualquier frecuencia.

Como ya dijimos, la gráfica de la Figura III se refiere al oído normal. Sin embargo, las curvas allí presentadas pueden variar bastante de una persona a otra, principalmente en función de su edad.

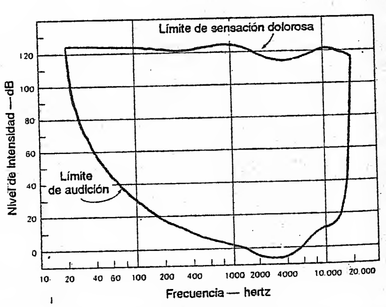


Figura III Niveles de intensidad necesarios para la percepción de las diversas frecuencias audibles, para una persona con oído normal.

17.8 Un tema especial (para aprender más)

El efecto Doppler

❖ **Qué es el efecto Doppler.** Consideremos una persona que se encuentra cerca de un automóvil parado, cuya bocina está emitiendo un sonido de frecuencia f_0. Esta persona, al encontrarse también en reposo, percibirá un sonido de cierta altura, caracterizado por la frecuencia f_0. En otras palabras, el número de crestas por segundo que llegan hasta el oído de la persona es igual a f_0.

Supongamos ahora que la persona empieza a moverse en dirección al automóvil, el cual sigue parado y tocando la bocina, como se muestra en la Figura 17-41. Es obvio que en estas condiciones, el número de crestas que van a llegar hasta el oído de la persona en cada segundo, será mayor que f_0. Entonces, la persona percibirá un sonido de frecuencia mayor que f_0, es decir, tendrá la sensación de que el sonido de la bocina se vuelve más agudo.

Naturalmente, si la persona se estuviera alejando del automóvil, el número de crestas que llegaría hasta su oído por segundo sería menor que f_0, y de esta manera, percibiría un sonido más grave (frecuencia menor). Esta variación de la frecuencia de una onda, provocada por el movimiento del observador (o de la fuente, como veremos a continuación), fue analizada en el siglo pasado por el físico austriaco Christian Doppler, y por ello dicho fenómeno se

Christian Doppler (1803-1853). Físico austriaco que estudió y describió el efecto que lleva su nombre. Se educó en el Instituto Politécnico de Viena, llegando a ser posteriormente director del Instituto de Física, y profesor de Física Experimental en la Universidad de Viena. Sus primeros trabajos los escribió en el campo de las matemáticas, pero en 1842 publicó una obra titulada *Acerca de los colores de la luz que emiten las estrellas dobles*, en la cual describe los "fenómenos Doppler", tanto con el sonido como con la luz.

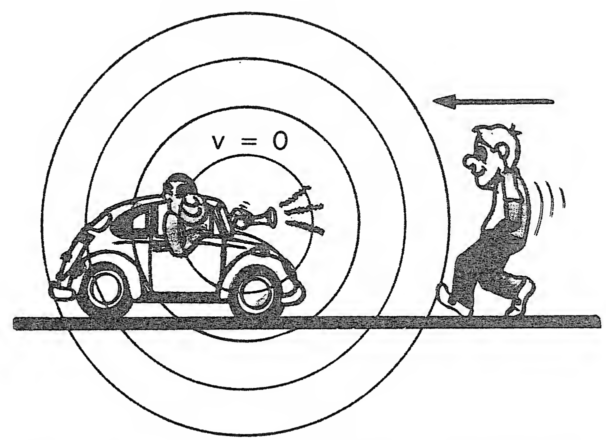


FIGURA 17-41 El sonido de una fuente sonora parece más agudo al observador que se mueve en dirección a ella.

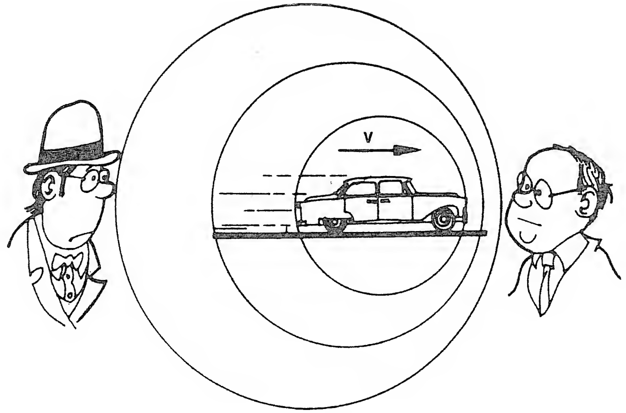


FIGURA 17-42 Cuando una fuente sonora se desplaza, la frecuencia del sonido que percibe el observador es diferente de la frecuencia real que emite dicha fuente.

conoce como "efecto Doppler". Usted podrá comprobar este efecto cuando se encuentre en un automóvil en movimiento, al acercarse y luego alejarse de una fuente sonora (por ejemplo, una sirena de ambulancia).

❖ **Fuente en movimiento y observador en reposo.** El efecto Doppler también puede originarse por el movimiento de la fuente que emite la onda sonora, mientras el observador permanece en reposo. Por ejemplo, en el caso del automóvil que toca la bocina y se halla en movimiento, las crestas de la onda sonora que emite se vuelven más cercanas entre sí delante del automóvil, y se separan en la región situada detrás del auto (*véase* Figura 17-42). La Figura 17-43 es una fotografía que ilustra este hecho al mostrar un objeto en movimiento hacia la derecha, y que provoca ondas en la superficie de un líquido.

Al analizar la Figura 17-42 concluimos, entonces, que si un observador se encuentra frente al automóvil, recibirá una vibración sonora de menor longitud de onda (frecuencia mayor), es decir un sonido más agudo. Es obvio que un observador situado detrás del auto recibirá una vibración sonora de mayor longitud de onda, y por tanto, un sonido más grave (frecuencia menor).

❖ **El efecto Doppler ocurre también con la luz.** Es posible observar el efecto Doppler no únicamente con el sonido, sino también con cualquier tipo de onda. Como ya vimos, la fotografía de la Figura 17-43 muestra el efecto Doppler producido con una onda en la superficie de un líquido.

Podemos esperar, entonces, que el efecto Doppler pueda observarse con la luz, la cual, como ya sabemos, también es un movimiento ondulatorio. En este caso, el efecto Doppler, al consistir en una variación de la frecuencia, se manifestaría como un cambio en el color de la luz recibida por el observador. Por ejemplo, si

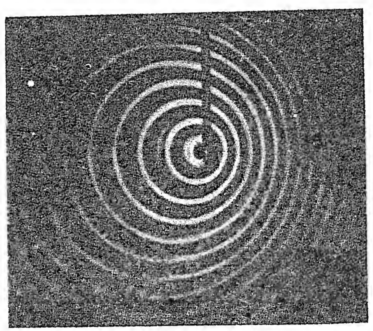


FIGURA 17-43 Foto que muestra el efecto Doppler en las ondas que se propagan en la superficie de un líquido.

una persona se moviera en dirección a un semáforo que está en rojo, recibiría una onda luminosa de mayor frecuencia que si estuviese inmóvil. En principio, si la persona pudiese desarrollar velocidades muy grandes, podría tener incluso la impresión de que el semáforo se encuentra en verde (recordemos que la frecuencia de la luz verde es mayor que la de la luz roja). Pero el efecto Doppler con la luz es muy difícil de percibir, porque para ello sería necesario que el observador, o la fuente, se movieran con velocidades comparables a la velocidad de la luz. Así, aunque alguien estuviese en el interior de un cohete astronáutico de los más veloces que puedan existir en la actualidad, sería imposible que pudiera captar como de color verde una señal luminosa de color rojo.

❖ **La expansión del Universo.** En ciertas observaciones astronómicas, los científicos encontraron uno de los casos más notables donde fue posible detectar el efecto Doppler con la luz.

Analizando el espectro de la luz emitida por las estrellas, los astrónomos lograron identificar las sustancias que forman parte de la constitución de estos astros. Pero al analizar los espectros de la luz proveniente de estrellas situadas en galaxias muy distantes, emitida por una determinada sustancia, encontraron que su frecuencia era menor que la frecuencia espectral

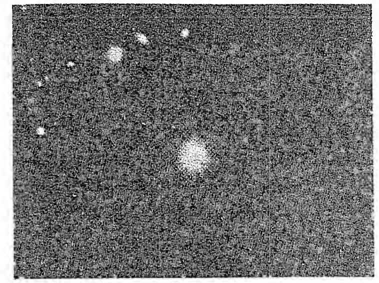


FIGURA 17-44 Foto de una galaxia situada a 130 millones de años luz de la Tierra. Al analizar la radiación luminosa que proviene de esta galaxia, los científicos concluyeron con base en el efecto Doppler, que se aleja de nosotros a una velocidad de 20 000 km/s.

de la misma sustancia aquí en la Tierra. Concluyeron entonces que tal variación de frecuencia sólo podría deberse al efecto Doppler. Una vez comprobada que había una disminución en la frecuencia, la fuente de luz, o sea, la galaxia, tenía que estar alejándose de nosotros.

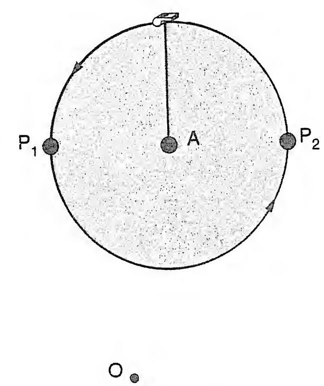
Como este fenómeno fue observado con cualquier galaxia, los científicos concluyeron que "el Universo está en expansión": las galaxias se alejan de nosotros (o mejor dicho unas de otras) con velocidades muy grandes, siendo estas velocidades mayores cuanto más distantes se encuentren de nosotros (Fig. 17-44).

EJERCICIOS

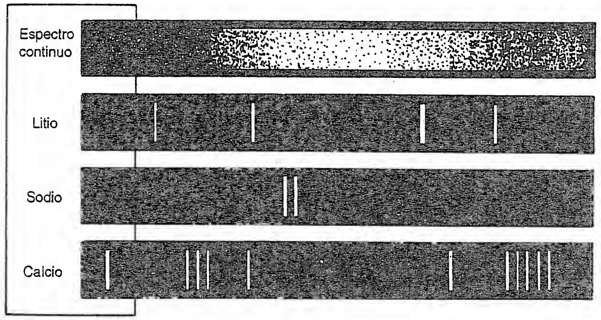
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

37. Una persona A tiene en la mano un cordel amarrado a un silbato, que emite un sonido de frecuencia f_0. Lo hace girar en círculo horizontal, arriba de su cabeza (*véase* figura de este ejercicio). Un observador O, a cierta distancia de A, recibe el sonido emitido por el silbato. La frecuencia del sonido percibida por O, ¿será mayor, menor o igual a f_0, cuando el silbato:
    a) pasa por P_1? *b*) pasa por P_2?

38. En el ejercicio anterior, señale si el sonido percibido por O será más grave o más agudo que el sonido de frecuencia f_0 cuando el silbato pasa por:
    a) P_1. *b*) P_2.



Ejercicio 37



Ejercicio 43

39. Un auto está detenido a cierta distancia de un semáforo que, en determinado momento, cambia a luz verde. El conductor arranca rápidamente y, no obstante, no observa cambio alguno en el color verde debido al efecto Doppler. ¿Por qué?

40. Usted sabe que es posible observar en la Tierra el efecto Doppler con la luz que emite una galaxia. ¿La velocidad de esa galaxia podría ser aproximadamente de:
a) 300 m/s (velocidad del sonido)?
b) 30 000 km/h (velocidad de un cohete moderno)?
c) 30 000 km/s (10% de la velocidad de la luz)?

41. Imagine que una persona está en un cohete y se aproxima a una fuente luminosa con una velocidad comparable a la velocidad de la luz.
a) Si la fuente de luz fuera amarilla, ¿sería posible que la persona percibiera el color azul?
b) Si esa fuente fuera violeta ¿podría la persona percibir el color verde?

42. Un piano, en una sala de conciertos, emite una nota *la*. Una persona que corre en la sala escucha esta nota como si fuera un *re* de la misma escala. Esta persona, ¿está aproximándose o alejándose del piano?

43. El espectro de la luz emitida por una sustancia gaseosa, a alta temperatura, está constituido por varias líneas de color, como las que se muestran en la figura de este ejercicio. En el caso de que la sustancia gaseosa estuviera emitiendo aquella luz en una galaxia distante, cuando su luz se reciba aquí en la Tierra, las líneas de su espectro estarían en la misma posición de la figura, desplazadas hacia la derecha o hacia la izquierda?

44. Al observar la luz emitida por las galaxias, los astrónomos dicen que se observa, en el espectro de esta luz, un "desplazamiento para el rojo". ¿Por qué los astrónomos utilizan esta expresión?

45. La luz emitida por ciertas estrellas de la Vía Láctea presenta un "desplazamiento hacia el violeta".
a) En relación con la Tierra, ¿a qué conclusión se puede llegar acerca del movimiento de estas estrellas?
b) ¿Podrían esas estrellas pertenecer a otra galaxia? Explique su respuesta.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Cite ejemplos de movimientos vibratorios que ya tuvo oportunidad de observar.
b) Describa lo que sucede con el valor de la velocidad de un cuerpo en movimiento armónico simple, mientras se efectúa un ciclo.
c) Haga lo mismo para el valor de la aceleración y el de la fuerza que actúa en el cuerpo.

2. En el caso de un cuerpo en movimiento vibratorio diga qué es:
a) Un ciclo (o vibración completa).
b) La amplitud del movimiento.
c) El periodo y la frecuencia, y cómo están relacionadas estas cantidades.
d) Un hertz.

3. *a)* Escriba la ecuación que permite calcular el periodo del movimiento armónico simple. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en ella.
b) Haga lo mismo para la ecuación que permite calcular el periodo de oscilación del péndulo simple.

4. *a)* Describa el movimiento de un punto de una cuerda a medida que la cresta y el valle de una onda pasan por él.
b) La frecuencia de vibración de este punto, ¿es mayor, menor o igual a la frecuencia de la fuente que produjo la onda?
c) Explique qué es una onda transversal y qué una onda longitudinal.

5. *a)* ¿Qué es longitud de onda?
b) Escriba la relación entre la longitud de onda (λ), la velocidad de propagación (v) y la frecuencia (f) de una onda.
c) Cuando una onda pasa de un medio a otro, diga si las cantidades λ, v y f varían o permanecen constantes.

6. *a)* Trace un croquis que represente las crestas y los rayos de una onda de pulsos rectos (en la superficie de un líquido). Haga lo mismo para una onda de pulsos circulares.
b) Explique por qué el fenómeno de reflexión de una onda llevó a los físicos a sospechar que la luz debería ser un movimiento ondulatorio.

7. *a)* Haga un diagrama que muestre la refracción de una onda de pulsos rectos al pasar en forma oblicua de un medio (1) a un medio (2), tal que $v_2 < v_1$.
b) Repita el diagrama suponiendo que $v_2 > v_1$.
c) Analizando la Figura 17-16 explique, con sus propias palabras, por qué la onda cambia de dirección (se refracta) al pasar del medio (1) al medio (2).
d) ¿Una onda, al refractarse, obedece las mismas leyes de la refracción de la luz?

8. *a)* Haga un dibujo que muestre la difracción de una onda alrededor de un obstáculo y al pasar a través de un orificio.
b) ¿Cuáles son los factores que hacen que la difracción de una onda a través de un orificio, sea más o menos acentuada?
c) Explique por qué el fenómeno de difracción nos lleva a concluir que la luz es un movimiento ondulatorio con una longitud de onda muy pequeña.

9. *a)* En la fotografía de la Figura 17-27, indique dónde se localizan las líneas nodales, y dónde las regiones en que existen crestas y valles propagándose.
b) Explique en qué condiciones sucederá en un punto una interferencia destructiva. ¿Y una interferencia constructiva?
c) Indique en qué regiones de la Figura 17-27, la interferencia fue destructiva y en cuáles fue constructiva.

10. *a)* Describa someramente el experimento realizado por Young, con el cual consiguió obtener interferencia en la luz.
b) Explique por qué el experimento de Young tuvo una gran repercusión a principios del siglo pasado.
c) La relación $\Delta x = D\lambda/d$ se presentó en la Sección 17.6 cuando analizamos el experimento de Young. Explique el significado de cada símbolo que aparece en ella.
d) Explique cómo llegó Young a la conclusión de que a cada color le corresponde una λ diferente.
e) ¿Por qué es más adecuado caracterizar el color de un haz luminoso monocromático por su frecuencia y no por su longitud de onda?

11. *a)* ¿El sonido es una onda transversal o longitudinal?
b) ¿Una onda sonora se propaga en el vacío?
c) ¿Cuáles son, aproximadamente, el menor y el mayor valor de las frecuencias que puede percibir el oído humano?
d) ¿Qué es un infrasonido? ¿Y un ultrasonido?

12. *a)* Explique, mediante ejemplos, qué es la intensidad del sonido. ¿Qué magnitud de la onda sonora se relaciona con su intensidad?
b) Explique, mediante ejemplos, qué es un sonido grave y qué es un sonido agudo. ¿Cuál es la magnitud de la onda sonora que determina si un sonido es grave o agudo?
c) Explique, mediante ejemplos, qué es el timbre de un sonido. ¿Cuál es la característica de la onda sonora que determina su timbre?

CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Construya un péndulo simple sujetando en el extremo de una cuerda (delgada y resistente), un cuerpo pesado de pequeñas dimensiones (una piedra, una bola de metal, etcétera).

1. Fije el extremo libre de la cuerda a un soporte cualquiera (por ejemplo, a un clavo en una pared), de manera que la longitud del péndulo sea de casi 50 cm. Póngalo a oscilar, y usando un cronómetro o un reloj que tenga segundero, mida el tiempo que necesita el péndulo para efectuar 20 (o más) vibraciones completas. A partir de esta medición calcule el periodo del péndulo.

2. Aumente la longitud del péndulo a casi 2 m, y repita el procedimiento descrito en el problema anterior, determinando el nuevo valor del periodo de oscilación. El periodo pendular, ¿aumentó, disminuyó o no se alteró cuando se incrementó su longitud? ¿Este resultado concuerda con lo visto en la Sección 17.1?

3. Sustituya el cuerpo colgado de la cuerda por otro de diferente masa, sin alterar la longitud del péndulo, y mida su periodo. El periodo pendular, ¿se volvió mayor, menor, o prácticamente no se modificó al cambiar el valor de la masa suspendida de la cuerda? ¿Este resultado concuerda con lo visto en la Sección 17.1?

4. Mida cuidadosamente la longitud del péndulo del inciso anterior y, como ya conoce su periodo, emplee la ecuación $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ para obtener el valor local de la aceleración de la gravedad. El valor de g que obtuvo, ¿se acerca razonablemente a los 9.8 m/s^2?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Como vimos en la Sección 17.1, el periodo de un cuerpo en movimiento armónico simple está dado por $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Esta ecuación indica que el periodo es mayor cuanto más grande sea la masa m del cuerpo que ejecuta el movimiento, y menor cuanto más grande es el valor de la constante k. Al realizar este experimento, podrá comprobar la veracidad de estos hechos.

1. Sostenga verticalmente un soporte y fíjelo por uno de sus extremos a un soporte cualquiera. Suspenda un cuerpo en su otro extremo, y póngalo a oscilar en dirección vertical. Mida el periodo (o la frecuencia) con que oscila el cuerpo suspendido.

2. Sustituya este cuerpo por otro de masa mucho mayor, póngalo a oscilar y mida su periodo. ¿Fue posible percibir que el periodo creció con el aumento de la masa?

3. Suspenda ahora el cuerpo del problema anterior de un resorte más duro (con mayor valor de k). Para esta nueva situación, mida el periodo de oscilación del cuerpo. ¿Este tiempo se volvió mayor o menor? ¿Su observación confirma lo que se dijo al inicio de este experimento?

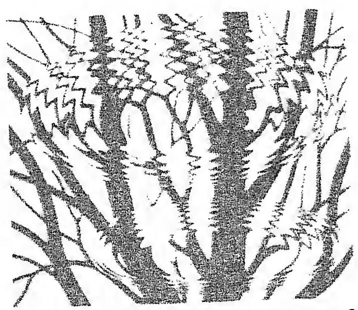
TERCER EXPERIMENTO

Coloque agua en una bañera o en un recipiente grande de plástico con fondo plano. La altura del agua deberá ser de unos cuantos centímetros (de 5 a 10 cm). Usando una linterna o una lámpara colocada arriba del recipiente, ilumine directamente la superficie del agua, tratando de evitar la presencia de otras fuentes de luz en el ambiente.

1. Al golpear con la punta de su dedo la superficie del agua, provocará una pulsación circular que se propagará en la superficie del líquido. Observe la cresta de este pulso proyectada en forma de una franja circular clara que se desplaza en el fondo del recipiente.

Percutiendo ahora con una regla la superficie del agua, podrá observar, de la misma manera, la propagación de pulsos rectos por la proyección de sus crestas en el fondo del recipiente.

2. Para producir una onda periódica golpee en forma lenta y sucesiva en la superficie del agua. Observe en el fondo del recipiente, la longitud de onda (distancia entre dos franjas consecutivas). Aumente la frecuencia de los golpes de la regla, y observe lo que sucede con la longitud de onda. ¿Esperaba usted este resultado?



Ondulaciones en agua (Grabado por M.C. Escher, 1950).

3. Coloque en la vasija una barrera plana (un pedazo largo de madera, una regla, etc.). Provoque un pulso paralelo a la barrera, es decir, que llegue a ella con un ángulo de incidencia nulo. Observe la reflexión de este pulso cuando llega a la barrera. ¿El pulso reflejado también es paralelo a esta última? Entonces, ¿cuál es el valor del ángulo de reflexión? Haga incidir sobre la barrera algunas pulsaciones con ángulos de incidencia diversos (incidencias oblicuas). Observe las reflexiones de estos pulsos en la barrera, y trate de ilustrar sus observaciones mediante diagramas.

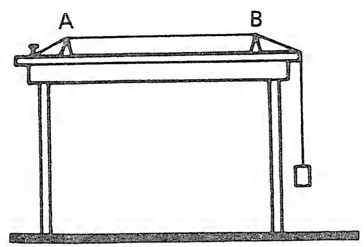
4. Envíe una onda de pulsos rectos en dirección a una barrera que intercepte únicamente en forma parcial cada uno de los pulsos que pasan por ella, como muestra la Figura 17-19. Observe la forma de la onda después de pasar por la barrera. Vea que ella rodea a esta última, es decir, la onda sufre difracción al pasar por el obstáculo.

Ahora coloque en el recipiente dos obstáculos de manera que formen un orificio o abertura entre ellos (*véase* Figura 17-21). Haga que una onda de pulsos rectos se propague en dirección al orificio, y observe la forma de la onda después que pasa por él. ¿Percibe en forma nítida cómo se difracta la onda al pasar por el orificio?

CUARTO EXPERIMENTO

Haga un montaje similar al de la figura de este experimento: un alambre delgado, sujeto por un extremo, y estirado entre dos soportes móviles A y B por medio de un cuerpo pesado fijado al extremo libre.

Accionando el alambre en el punto medio entre A y B, y dejándolo vibrar libremente, oscilará con una frecuencia f y emitirá una onda sonora de esta misma frecuencia. Se puede demostrar que siendo L la longitud de la parte vibrante del alambre (segmento AB), F la fuerza que estira el alambre (en nuestro caso, el peso del cuerpo suspendido de él) y μ la masa por unidad de longitud del mismo, el valor f está dado por



Cuarto Experimento

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

1. Vemos por esta ecuación que la frecuencia de vibración del alambre es tanto menor cuanto mayor sea la longitud de su parte vibrante.

Para comprobar si esto se cumple, coloque los soportes A y B cercanos uno del otro, y haga vibrar el alambre, prestando atención al sonido que se emite. Repita la operación con los soportes A y B a mayor distancia (mayor L). Trate de percibir que, entonces, el sonido emitido será más grave (menor frecuencia).

Ya debe haber observado que en algunos instrumentos de cuerda, como la guitarra, el músico aprovecha esta propiedad para obtener diferentes notas con una misma cuerda; fijándola con el dedo en puntos diferentes, hace variar la longitud de la parte que vibra, logrando así con una única cuerda emitir sonidos de diversas frecuencias (notas musicales diferentes).

2. Todavía por la ecuación citada, podemos ver que la frecuencia f de vibración del alambre es tanto mayor cuanto mayor sea la fuerza F que lo pone en tensión. Podrá comprobar este hecho si mantiene constante la distancia AB y hace variar el valor del peso colgado del alambre. Hágalo así, y observe que al poner a vibrar el alambre, el sonido que emite será tanto más agudo (mayor f) cuanto mayor sea el peso colgado.

Con base en esta observación, trate de explicar la finalidad de las clavijas de una guitarra.

3. Por último, observe que el valor de f también depende de la masa por unidad de longitud del alambre: cuanto mayor sea μ, tanto menor será f.

Tense con la misma fuerza dos cuerdas de igual longitud, pero una más gruesa que la otra (diferentes valores de μ). Al poner ambas en vibración, observará que la cuerda más gruesa (con mayor μ) emite un sonido más grave (con menor f).

Esta propiedad también se utiliza en los instrumentos de cuerda. Ya habrá observado que las cuerdas de una guitarra son de diferente diámetro, es decir, tienen distintos valores de masa por unidad de longitud.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Un cuerpo de masa $m = 400$ g está oscilando sin fricción, fijo en el extremo de un resorte cuya constante elástica vale $k = 160$ N/m. La amplitud del movimiento es $A = 10$ cm.
   a) Calcule el periodo de oscilación del cuerpo.
   b) Determine la frecuencia de este movimiento.
   c) ¿Cuál sería el periodo del movimiento si su amplitud se redujese a 5 cm?

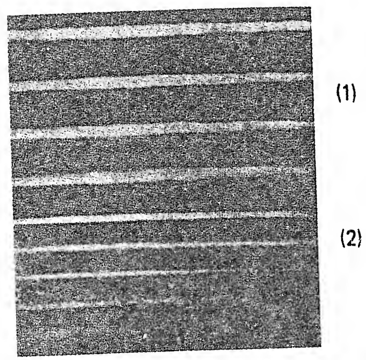
2. Considere un péndulo simple que oscila con pequeña amplitud. Entre las afirmaciones siguientes, señale la que es correcta.
   a) Si la longitud del péndulo se duplicara, su periodo también se duplicaría.
   b) Si la masa del péndulo se triplicara, su frecuencia quedaría multiplicada por $\sqrt{3}$.
   c) Si la amplitud del péndulo se redujera a la mitad, su periodo no se modificaría.
   d) ¿Si el valor local de g fuese 4 veces mayor, la frecuencia del péndulo sería 2 veces menor.

3. Una estación de radio emite una onda electromagnética de frecuencia $f = 1\,500$ kilohertz (kHz). Sabemos que la velocidad de propagación de esta onda, en el aire, es igual a la velocidad de la luz. Calcule el valor de λ para esta onda de radio.

4. La figura de este problema muestra una onda que se propaga hacia la derecha a lo largo de una cuerda. En el instante que se muestra en la figura, la velocidad del punto P está mejor representada por:
   a) → *b)* ↑ *c)* ↗ *d)* ↘ *e)* ↓

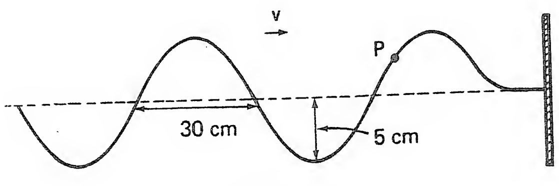
5. Sabemos que la frecuencia de la onda del problema anterior es $f = 2.0$ Hz. Entonces, ¿cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas?
   a) El periodo de la onda es 0.50 s.
   b) La amplitud de la onda es igual a 5 cm.
   c) La longitud de esta onda vale 60 cm.
   d) La velocidad de propagación de la onda es de 120 cm/s.

6. En la foto mostrada en la figura de este problema vemos las crestas (franjas claras) y los valles (franjas oscuras) de una onda que se propaga en la superficie de un líquido, pasando de una región (1) a otra región (2) de diferente profundidad. Indique entre las afirmaciones siguientes, las que están *equivocadas*:
   a) La longitud de onda en (1) es mayor que en (2).
   b) La frecuencia en (1) es mayor que en (2).
   c) La velocidad de la onda en (1) es mayor que en (2).
   d) La región (1) tiene menor profundidad que la región (2).
   e) La dirección de propagación de la onda no se alteró, al pasar de (1) a (2), porque el ángulo de incidencia es nulo.

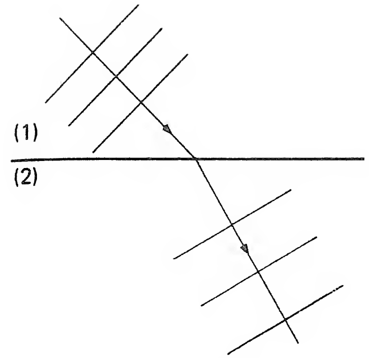


Problema 6

7. Una onda que pasa de una región (1) a otra región (2) experimenta refracción, acercándose a la normal. Para representar dicho efecto, un estudiante trazó el croquis que se muestra en la figura de este problema. En el diagrama hay un error. Analice la figura y diga cuál es.

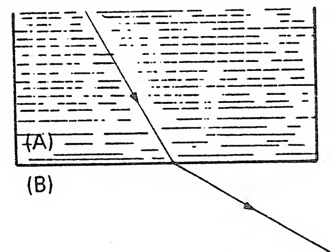


Problema 4



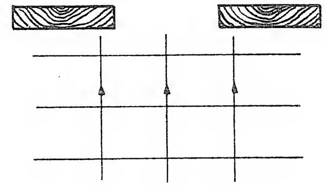
Problema 7

8. La figura de este problema muestra un haz luminoso que se refracta al pasar del medio A al medio B. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas*?
   a) El índice de refracción de A es mayor que el de B.
   b) La frecuencia de la onda luminosa tiene el mismo valor en ambos medios.
   c) La velocidad de la luz es menor en A que en B.
   d) La longitud de onda de la luz es menor en A que en B.



Problema 8

9. Una onda de pulsos rectos se propaga en la superficie de un líquido, en dirección a un orificio o abertura formada por dos barreras (*véase* figura de este problema).
   a) Si se sabe que la longitud de onda y la anchura del orificio son aproximadamente iguales, complete la figura mostrando los pulsos y los rayos de la onda luego que pasa por el orificio.
   b) Suponga ahora que la longitud de onda es mucho menor que la amplitud del orificio, y haga otro diagrama que muestre lo que sucede cuando la onda pasa por él.

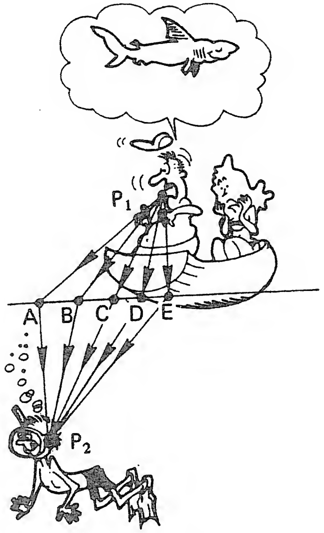


Problema 9

10. Una repetición del experimento de Young fue realizado con una fuente de luz monocromática verde, en el aire. Diga si la separación entre las franjas de interferencia aumentará, disminuirá o no se alterará en cada uno de los casos siguientes:
    a) Si la separación entre los orificios aumenta.
    b) Si la pantalla se aleja de los orificios.
    c) Si la fuente de luz verde se sustituye por una de luz azul.
    d) Si el experimento se realiza dentro de agua.
    e) Si se aumenta la intensidad de la luz verde.

11. *a)* Dos sonidos que llegan hasta una persona sólo podrían ser percibidos en forma independiente si llegaran hasta su oído separados por un intervalo de tiempo no menor de 0.1 s. Entonces, si la persona puede percibir el eco de un sonido que emitió ella misma, ¿cuál es la distancia mínima que debe existir entre la persona y la pantalla que produce el eco?
    b) Un pulso de sonar es emitido verticalmente desde un submarino, en dirección al fondo del mar. Si el eco de este pulso se recibe después de un intervalo de 2 s, ¿a qué distancia del citado fondo se encuentra el submarino? (La velocidad de propagación de los ultrasonidos es igual a la del sonido.)

12. Una persona en P_1 emite un sonido que llega al oído de otra, situada en P_2, y que nada bajo el agua. ¿Cuál de los caminos que se muestran en la figura de este problema podría representar la trayectoria que sigue la onda sonora cuando va desde P_1 hasta P_2?
    a) P_1AP_2
    b) P_1BP_2
    c) P_1CP_2
    d) P_1DP_2
    e) P_1EP_2

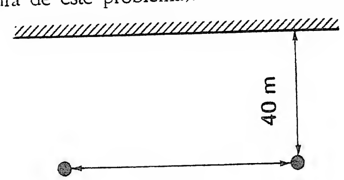


Problema 12

13. Un cuerpo de masa m ejecuta un movimiento armónico simple sujeto al extremo de un resorte cuya constante elástica es k. ¿Cuál debe ser la longitud L de un péndulo simple para que oscile con un periodo igual al del cuerpo fijo al resorte?

14. Dos objetos pequeños, F_1 y F_2, percuten en fase (o sincronismo) en la superficie de un líquido, produciendo ondas de igual longitud, λ. Considerando un punto P cualquiera en la superficie del líquido, diga si en este punto habrá interferencia constructiva o destructiva en cada uno de los casos siguientes:
   a) $PF_1 = PF_2$
   b) $PF_1 - PF_2 = \lambda$
   c) $PF_1 - PF_2 = \lambda/2$

15. Dos personas, A y B, se interesaban en medir la velocidad del sonido en el aire. Ambas se colocaron a 40 m de un muro y a 60 m entre sí (*véase* figura de este problema). El observador B oyó una exclamación (monosilábica) que emitió A, y 1/8 de segundo después, escuchó su eco producido por el muro. Con base en estas medidas, ¿cuál es el valor que las personas obtuvieron para la velocidad del sonido?

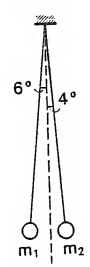


Problema 15

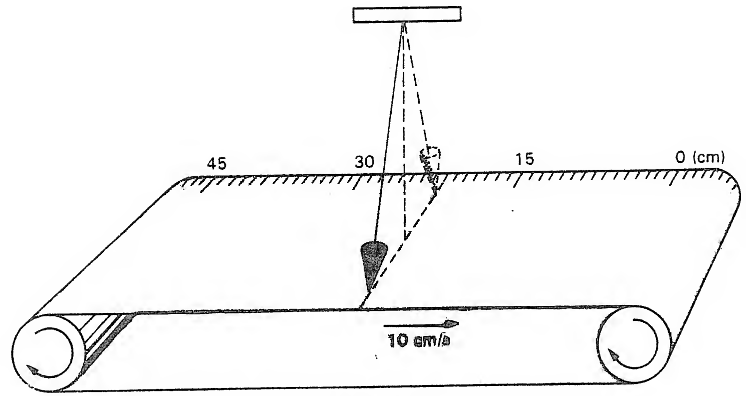
16. Un resorte con una longitud de 10.0 cm, está suspendido verticalmente de un punto fijo por uno de sus extremos. En el extremo libre cuelga un cuerpo de masa m = 100 g y se comprueba que en la posición de equilibrio su longitud alcanza 15.0 cm. Después, se tira del cuerpo hasta que la longitud del resorte sea de 20.0 cm, y al soltarlo realiza un movimiento armónico simple. Determine lo siguiente (considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$):
   a) El valor de la constante elástica del resorte.
   b) La amplitud del movimiento efectuado por el cuerpo.
   c) El periodo y la frecuencia de este movimiento.

17. Un bloque de masa m = 180 g realiza un movimiento armónico simple, sobre una superficie horizontal sin fricción, sujeto a un resorte también horizontal, cuya constante elástica es k = 50 N/m. Si la energía total del bloque vale E = 0.36 J calcule lo siguiente:
   a) La amplitud del movimiento armónico simple realizado por el bloque.
   b) La velocidad máxima del bloque y en dónde ocurre.

18. Dos péndulos simples, de la misma longitud, se mueven simultáneamente, a partir del reposo, de las posiciones asimétricas mostradas en la figura de este problema. Las masas de los péndulos realizan un choque completamente inelástico. Si el periodo de oscilación del péndulo de masa m_1 es de 3.0 s, justifique las respuestas a las siguientes preguntas:
   a) ¿En qué posición chocan m_1 y m_2?
   b) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta la colisión?
   c) ¿Con cuál periodo pasan las dos esferas a oscilar después del choque?



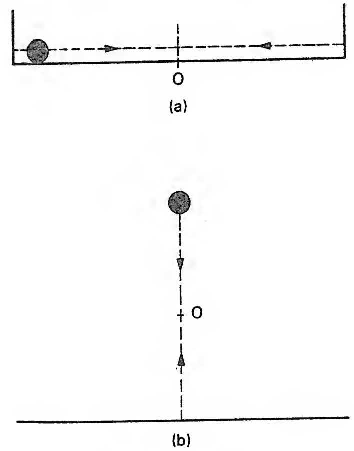
Problema 18



Problema 19

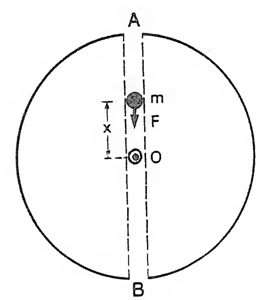
19. Un embudo que contiene arena seca se cuelga de un hilo y se le hace oscilar transversalmente sobre una banda graduada en centímetros, que avanza a una velocidad constante v = 10 cm/s, según se ilustra en la figura de este problema. El periodo del péndulo formado por el embudo colgado es de 1.5 s y oscila con una amplitud de 6 cm. Haga un diseño que muestre la forma de la curva que la arena traza sobre la banda cuando cae del embudo.

20. *a*) La Figura (a) de este problema muestra una pelota que se desplaza, sin fricción, sobre una superficie horizontal, entre dos obstáculos verticales. En virtud de los choques elásticos de la pelota contra estos obstáculos, oscila indefinidamente entre ellos. Este movimiento, ¿es armónico simple? Explique su respuesta.
   b) Una pelota, soltada desde cierta altura, choca elásticamente contra el suelo y regresa al punto de partida; este vaivén continúa indefinidamente, como se ilustra en la figura (b) de este problema. Este movimiento, ¿es armónico simple? Explique su respuesta.
   c) Considere ahora un cuerpo que oscila, sin fricción, en el extremo de un resorte horizontal. ¿Por qué este movimiento es armónico simple?



Problema 20

21. Suponga que la Tierra es una esfera homogénea y que se cava un túnel rectilíneo AB, el cual pasa por el centro, como se observa en la figura de este problema. Se puede mostrar que una partícula de masa m, situada en este túnel, a una distancia X del centro O, quedaría bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$, dirigida hacia O, debida a la acción gravitacional de la masa terrestre. La magnitud de esa fuerza está dada por $F = (4/3)\ \pi G m \rho X$, en



Problema 21

donde G es la constante de gravitación universal y ρ es la densidad de la Tierra.

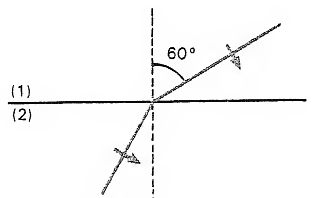
a) Si el cuerpo de masa m se soltara en el punto A, en ausencia de fricción, quedaría oscilando indefinidamente entre los extremos A y B del túnel. Este movimiento, ¿es armónico simple? Explique su respuesta.

b) Determine la expresión que proporciona el tiempo, Δt, que el cuerpo de masa m necesitaría para desplazarse desde un extremo a otro del túnel AB (exprese su respuesta en términos de π, ρ y G).

22. En la figura de este problema se representa el pulso de una onda (frente de onda) refractándose al pasar de un medio (1) hacia un medio (2). Se sabe que las longitudes de onda en los dos medios son $\lambda_1 = 6.0$ cm y $\lambda_2 = 10.0$ cm.

a) ¿Cuál es el ángulo de incidencia de la onda?

b) Calcule el ángulo de refracción de la onda en el medio (2).



Problema 22

23. En un lago, el viento produce ondas periódicas cuya longitud de onda es $\lambda = 10$ m y que se propagan con velocidad $v = 2.0$ m/s. Determine la frecuencia de oscilación de un barco, en caso de que:

a) Esté anclado en el lago.

b) Se esté moviendo en sentido contrario al de la propagación de las ondas, con velocidad de 8.0 m/s.

24. *a*) En un taller mecánico la intensidad del sonido ambiente es de 10^{-3} W/m^2. ¿Cuál es, en B y dB, el nivel de intensidad sonora en este lugar?

b) En una calle de tránsito intenso, el nivel de intensidad sonora es de 80 dB. ¿Cuántas veces la intensidad del sonido en el taller mecánico es mayor que la intensidad del sonido en esta calle?

25. La bocina de una aparato de sonido está emitiendo una onda sonora cuyo nivel de intensidad es de 60 dB. La energía transportada por la onda sonora proveniente de esta bocina pasa por una ventana de área igual a 2 m^2 (perpendicular a la dirección de propagación de la onda), durante 4×10^3 s (poco más de 1 hora). Si toda esa energía pudiera utilizarse para calentar 200 g de agua (con- tenido de un vaso común), ¿cuál sería la elevación de temperatura que ésta agua experimentaría (considere 1 cal = 4 J)?

26. En el interior de los surcos de un disco LP hay ondulaciones producidas durante la grabación. La reproducción del sonido grabado ocurre por las ondulaciones de una aguja que pasa por las ondulaciones de los surcos a medida que el disco gira. La frecuencia y la amplitud del sonido producido corresponden a las frecuencias y amplitudes de las oscilaciones de la aguja. Suponga que el surco de un disco esté pasando abajo de la aguja con una velocidad de 0.30 m/s. Si los picos de las ondulaciones en el surco, en esa posición, están separados 0.20 mm, determine la frecuencia del sonido que se está produciendo.

27. *a*) El ruido de una remachadora, en una obra, alcanza el nivel de 90 dB. Si dos remachadoras idénticas estuvieran operando simultáneamente, ¿cuál sería el nivel de intensidad en el lugar? (Considere log 2 = 0.3.)

b) Un coro de 50 voces interpreta una canción con un nivel de intensidad sonora de 70 dB. En caso de que todas las voces tuvieran la misma intensidad (como debe ser en un buen coro), ¿cuál sería el nivel de cada una de ellas?

28. Consulte la gráfica de la Figura III (presentada en la Sección 17.7) y conteste las siguientes preguntas:

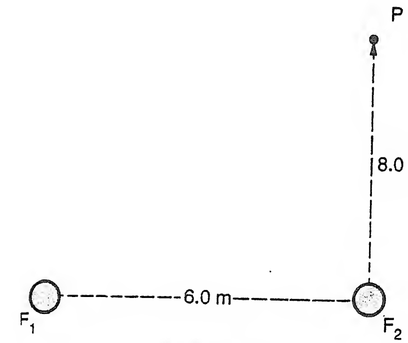
a) Para que un sonido de 200 Hz sea audible, ¿cuál debe ser su mínimo nivel de intensidad sonora? y ¿cuál será su nivel de intensidad para que cause sensación dolorosa en nuestro oído?

b) Un instrumento musical emite un sonido de 60 dB, audible para un oído normal y constituido por diversas frecuencias simultáneas. ¿Cuáles son la mínima y la máxima frecuencia que una persona podría percibir?

c) Un avión jet al despegar produce un ruido que el oído de una persona cerca del lugar percibe con una intensidad de 100 W/m^2. ¿Cuál es la sensación que este sonido provoca en la persona?

29. Dos pequeñas fuentes, F_1 y F_2, idénticas y constantemente en fase, emiten ondas que se detectan

en el punto P, como se muestra en la figura correspondiente. Suponga que en diversos experimentos realizados con estas fuentes, la longitud de onda de las ondas emitidas haya adquirido los siguientes valores: $\lambda_1 = 4.0$ m; $\lambda_2 = 3.0$ m; $\lambda_3 = 2.0$ m; $\lambda_4 = 1.0$ m; $\lambda_5 = 0.80$ m y $\lambda_6 = 0.50$ m. ¿Cuáles de estas longitudes de onda darían origen, en P, a una interferencia constructiva (dobles crestas y dobles valles)?



Problema 29

30. En el problema anterior, indique los valores de λ para los cuales el punto P sería un nodo (interferencia destructiva).

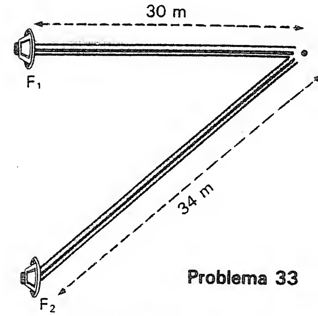
31. Un haz de luz monocromático se propaga en cierto tipo de vidrio cuyo índice de refracción es $n = 1.42$

a) Si la longitud de onda de ese haz, en el vidrio, es igual a 4.5×10^{-7}m. ¿cuál es el color de la luz del haz? (Consulte una tabla conveniente).

b) Si el haz mencionado pasa del vidrio hacia el aire, ¿cuáles serían, en este medio, su frecuencia, su longitud de onda y su color?

32. En uno de los extremos de un riel rectilíneo, con una longitud de 68 m, se da un fuerte golpe de martillo. Una persona situada en el otro extremo escucha dos sonidos, uno de ellos 0.18 s después que el otro. ¿Cuál es la velocidad con que el sonido se propaga en el riel?

33. Un observador, situado en el punto O (*véase* figura de este problema) recibe dos ondas sonoras, siendo de 2.0 m la longitud de onda de ambas. Las ondas se originan en dos fuentes idénticas, F_1 y F_2, que emiten en oposición de fase (una emite una cresta, en el instante en que la otra emite un valle).

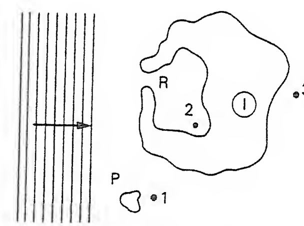


Problema 33

a) ¿En el punto O está ocurriendo una interferencia constructiva o destructiva?

b) ¿Cuál es el desplazamiento mínimo que debe darse a F_1 a lo largo de la recta OF_1, para que la interferencia en O sea constructiva?

34. En la figura de este problema, las ondas planas en la superficie del mar se propagan en el sentido indicado por la flecha y van a alcanzar una piedra P y una pequeña isla I, cuyo contorno presenta una concavidad R. La longitud de onda de la onda es de 3 m y las dimensiones lineales de la piedra y de la isla, mostradas en escala en la figura, son de 5 m y 50 m, respectivamente. En los puntos 1, 2 y 3 existen boyas de señalización. ¿Cuáles de esas boyas van a oscilar por el paso de la onda?



Problema 34

35. Suponga que en una sala tranquila, en la cual no hay ruidos, una persona logra percibir, con dificultad, el zumbido de un mosquito que vuela a 1 m de distancia de ella.

a) ¿Cuál es la potencia sonora que el mosquito está emitiendo?

b) ¿Cuántos mosquitos se necesitarían para emitir una potencia sonora igual a la consumida por un foco de 100 W?

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

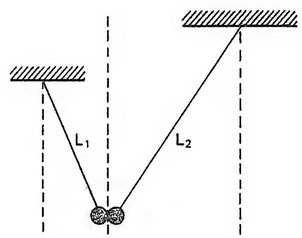
1. Un cuerpo de masa $m = 2.0$ kg oscila sobre una mesa horizontal lisa, amarrado a un resorte también horizontal, cuya constante elástica vale $k = 2.0 \times 10^2$ N/m. La amplitud de la oscilación vale $A = 10$ cm. Marque la afirmación *falsa*:
a) La energía mecánica total del cuerpo vale 1.0 J.
b) La velocidad máxima del cuerpo vale 1.0 m/s.
c) La aceleración máxima del cuerpo vale 5.0 m/s^2.
d) El periodo del cuerpo es igual al de un péndulo simple de 9.8 cm de longitud.
e) La energía cinética máxima del cuerpo vale 1.0 J.

2. Un cuerpo ejecuta MAS (sin fricción). La energía mecánica total del oscilador:
a) Es máxima en $X = O$.
b) Es mínima en $X = A$.
c) Permanece constante.
d) Es nula en $X = O$.
e) Es máxima en donde la velocidad es máxima.

3. Analice las afirmaciones siguientes y señale cuáles son *correctas*:
Un cuerpo oscila en movimiento armónico simple de cierta amplitud.
I. El periodo de oscilación no depende de la amplitud.
II. La aceleración máxima es proporcional al cuadrado de la amplitud.
III. La energía potencial máxima es proporcional a la amplitud.

4. Se dispone de un resorte de masa depreciable, de 1.00 m de longitud y de un cuerpo cuya masa es igual a 2.00 kg. El resorte está apoyado horizontalmente, sobre una mesa, y tiene un extremo fijo y otro sujeto a la masa, pudiendo ésta deslizarse, sin fricción, sobre la mesa. Se empuja la masa de modo que el resorte tenga 1.20 m de longitud y se comprueba que para mantenerlo en equilibrio en esa situación, se necesita aplicar una fuerza de 1.60 N. Tiempo después, se suelta la masa, que empieza a realizar un movimiento oscilatorio. Con estos datos, se puede afirmar que:
a) La energía potencial máxima del resorte es 0.32 J.
b) La energía cinética máxima del sistema es 2.16 J.
c) No es posible calcular la energía almacenada en el resorte, porque no se sabe cuánto tiempo permaneció extendido.
d) La masa realiza, al oscilar, un movimiento armónico simple de periodo $T \cong 3.1$ s.
e) La energía cinética de la masa es de 0.16 J cuando, en oscilación, la masa estuviera a una distancia de 0.80 m del extremo fijo.

5. Para que el periodo de un péndulo simple aumente de un factor 2, la longitud de ese péndulo debe aumentar de un factor:
a) $\sqrt{2}$
b) 2 π
c) 2
d) 4
e) 6



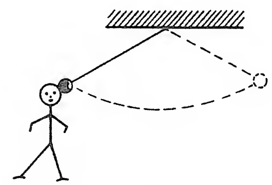
Pregunta 6

6. Dos péndulos de longitud L_1 y L_2, según la figura, oscilan de tal modo que los dos bulbos se encuentran siempre que se recorren 6 periodos del péndulo menor y 4 del péndulo mayor. La relación L_2/L_1 debe ser:
a) 9/4
b) 3/2
c) 2
d) 4/9
e) 2/3

7. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. Si la Tierra fuera perfectamente esférica, el valor de la aceleración de la gravedad no variaría de un punto a otro de la superficie de la Tierra.
II. El periodo de un péndulo simple es tanto mayor cuanto mayor sea la masa del cuerpo suspendido en su extremo.
III. El periodo de un cuerpo en vibración en la punta de un resorte vertical no se alterará si el conjunto se llevara a la Luna.

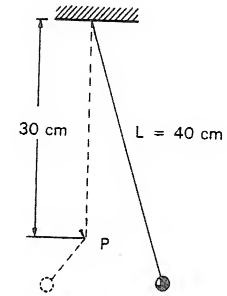
8. Un péndulo sencillo tiene un periodo de 2.00 s y una longitud 1.00 m. La aceleración de la gravedad local es, en m/s^2:
a) 9.36
b) 9.80
c) 9.81
d) 9.86
e) 10.0

9. Para motivar a los alumnos a creer en las leyes de la Física, un profesor acostumbra hacer el siguiente experimento (*véase* figura): Un péndulo de masa razonable (1 kg o más) está sujeto en el techo del salón. Acerca el péndulo a su cabeza y, en seguida, lo suelta y permanece inmóvil, sin temor de ser alcanzado violentamente por la masa al regresar. Al hacerlo, él demuestra confianza en la siguiente ley física:
a) Conservación de la cantidad de movimiento.
b) Independencia del periodo de oscilación en relación con la amplitud.
c) Conservación de la energía.
d) Independencia del periodo del péndulo en relación con la masa.
e) Segunda ley de Newton.



Pregunta 9

10. En la figura de la pregunta, se representa un péndulo simple, de periodo igual a T. Si se coloca un clavo P en la posición indicada, el péndulo con el máximo desplazamiento hacia la izquierda, queda con la configuración indicada por la línea punteada y después regresa a su configuración inicial. ¿Cuál es el periodo de oscilación de ese sistema?
a) $4T/3$
b) $3T/2$



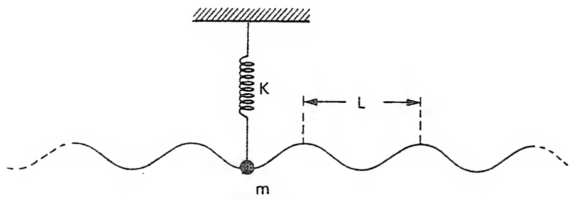
Pregunta 10

c) $3T/4$
d) $2T/3$
e) $2T$

11. Analice las siguientes afirmaciones e indique cuáles son *correctas*:
I. Si dos barras cualesquiera están hechas del mismo material y se someten a la misma elevación de temperatura, ambas sufrirán dilataciones iguales.
II. Un reloj de péndulo, que fue puesto a tiempo en el invierno, tiende a adelantarse cuando llega el verano.
III. La densidad del agua es máxima a 4°C.

12. Dos personas están en las márgenes opuestas de un lago de aguas tranquilas. Para comunicarse entre sí, una de ellas pone una nota dentro de una botella, y después de cerrarla, la arroja al agua, sin velocidad inicial. A continuación, la persona mueve el agua periódicamente para producir ondas que se propaguen. Piensa que de esta manera, a medida que los pulsos llegan a la botella ésta alcanzará la otra orilla. En relación con esto, podemos afirmar que:
a) Si la persona produce ondas de gran amplitud, la botella será transportada más aprisa.
b) El tiempo de transporte dependerá del peso de la botella.
c) Cuanto mayor sea la longitud de onda, más rápido se hará la transportación de la botella.
d) La botella no va a ser transportada porque lo que se propaga es la perturbación y no el medio.
e) Cualquiera que sea la frecuencia de la onda, el tiempo que la botella necesita para llegar a la otra orilla será el mismo.

13. Una fuente de oscilaciones armónicas está constituida por un cuerpo de masa m, suspendido a un resorte de constante elástica K y masa depre-



Pregunta 13

ciable. Esta fuente está sujeta a una cuerda de gran longitud y masa depreciable. Cuando se hace oscilar la fuente, se observa sobre la cuerda la propagación de una onda, como se indica en la figura. Sea L la distancia entre dos crestas consecutivas de la onda.
La velocidad de propagación de la onda es:

a) $v = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

b) $v = 2\pi L\sqrt{\frac{m}{K}}$

c) $v = \frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

d) $v = \frac{L}{8\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

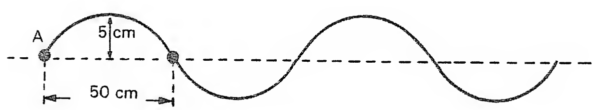
e) $v = \frac{L}{4\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

14. Una cuerda de acero para piano tiene 50 cm de longitud y 5.0 g de masa. Cuando se somete a una fuerza tensora de 400 N, la frecuencia del sonido fundamental emitido por dicha cuerda es de:
a) 100 Hz
b) 200 Hz
c) 250 Hz
d) 300 Hz
e) 400 Hz

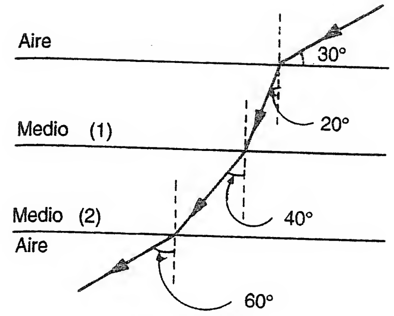
15. Una cuerda estirada produce un sonido de frecuencia fundamental de 1 000 Hz. Para que la misma cuerda produzca un sonido de frecuencia fundamental de 2 000 Hz, la tensión de la cuerda debe ser:
a) Cuadruplicada.
b) Duplicada.
c) Multiplicada por $\sqrt{2}$.
d) Reducida a la mitad.
e) Reducida a un cuarto.

16. Analice las siguientes afirmaciones e indique cuáles son *correctas*:
Se forma una onda en una cuerda haciéndose oscilar el punto A con una frecuencia igual a 1 000 Hz (*véase* figura):
I. Según la figura, la longitud de onda es de 5 cm.
II. El periodo de la onda es 10^{-3} s.
III. La velocidad de la onda es de 5×10^4 cm/s.

17. Un haz estrecho atraviesa dos medios transparentes (1) y (2), de la manera indicada en la figura. Podemos afirmar que:
a) El índice de refracción del medio (1) es menor que el del aire.
b) El periodo de la radiación en el medio (1) es menor que en el medio (2).
c) La longitud de onda de la luz en el medio (1) es menor que en el aire y menor que en el medio (2).
d) La frecuencia de la luz en el medio (1) es mayor que en el aire y menor que en el medio (2).
e) El producto de la frecuencia por la longitud de onda tiene el mismo valor para los tres medios.



Pregunta 16



Pregunta 17

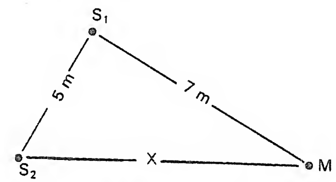
18. La luz roja cuando pasa del vidrio para el aire, tiene:
a) Velocidad disminuida, longitud de onda disminuida, frecuencia disminuida.
b) Velocidad disminuida, longitud de onda aumentada, frecuencia aumentada.
c) Velocidad aumentada, longitud de onda aumentada, frecuencia constante.
d) Velocidad constante, longitud de onda constante, frecuencia aumentada.
e) Velocidad aumentada, longitud de onda disminuida, frecuencia constante.

19. Si el índice de refracción absoluto de cierta sustancia, para determinada luz es 1.50 y se conocen los siguientes datos:
1. Frecuencia de la luz: 5.0×10^{14} Hz;
2. Velocidad de la luz en el vacío: 3.00×10^5 km/s, la pregunta es la siguiente: ¿cuánto vale la longitud de onda de esta luz, al propagarse en la sustancia?

a) 0.40×10^{-3} mm
b) 0.60×10^{-3} mm
c) 0.90×10^{-3} mm
d) 1.7×10^{-3} mm
e) 2.5×10^{-3} mm

20. Al hacer pasar la luz monocromática a través de dos pequeñas grietas, distantes una de otra cerca de 0.020 cm, se observa una figura de interferencia en una pantalla colocada a 130 cm al frente. Si la distancia observada entre las franjas oscuras consecutivas fuera de 0.32 cm, entonces la longitud de onda de la luz será:
a) 4.9×10^{-5} cm
b) 5.0×10^{-5} cm
c) 4.923×10^{-5} cm
d) 0.00004923 cm
e) 0.49×10^{-6} cm

21. Dos altoparlantes, pequeños y exactamente iguales, se encuentran en los puntos S_1 y S_2, como se muestra en el dibujo. Ambos emiten sonidos uniformes en todas direcciones y están conectados a una misma fuente sonora, de modo que emiten los sonidos en fase. La longitud de onda del sonido emitido es de 2.00 m. El punto M, un punto nodal, está a 7.00 m de S_1 y por lo menos a 7.00 m de S_2. La distancia mínima que puede haber entre M de S_2 es:
a) 7.00 m
b) 8.00 m
c) 9.00 m
d) 10.0 m
e) 12.0 m



Pregunta 21

22. Una onda de sonar (ultrasonido) se emite con velocidad de 300 m/s. Se reciben como respuesta ecos con intervalos de 2 s y 6 s, respectivamente. Puede decirse que los objetos reflectores están a:
a) 600 m y 1 200 m
b) 600 m y 900 m
c) 300 m y 900 m
d) 300 m y 600 m
e) 150 m y 300 m

23. En el experimento descrito en el problema anterior, la relación de las intensidades de las señales que llegan a los objetos reflectores es:
a) 9 veces mayor en el más cercano.
b) 12 veces mayor en el más cercano.
c) La misma en los dos.
d) 3 veces menor en el más distante.
e) 18 veces menor en el más distante.

24. Marque la afirmación *falsa*:
a) La difracción de un haz de luz que pasa por un orificio es tanto más pronunciada cuanto mayor sea el tamaño del orificio.
b) Una lente que en el aire es convergente, puede volverse divergente si se le sumerge en determinado líquido.
c) Un espejo cóncavo puede proporcionar una imagen virtual aumentada de un objeto situado frente a él.

d) Un sonido nos parecerá tanto más agudo cuanto mayor sea su frecuencia.
e) En la dispersión de un haz de la luz blanca, se observa mayor desviación en la luz violeta.

25. El color de luz emitido por cierta estrella nos parece más rojo de lo que es en realidad. Este fenómeno se debe a que:
a) La estrella está muy distante de la Tierra.
b) La luz se propaga con gran velocidad en el vacío.
c) La luz sufre refracción en la atmósfera.
d) La estrella se está alejando de la Tierra.
e) La estrella se aproxima a la Tierra.

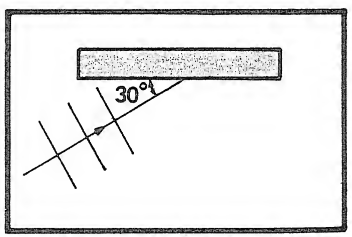
26. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. El sonido de la sirena de una fábrica llega a un operario 7 s después de haber comenzado a sonar. Si la distancia entre el operario y la sirena es de 49 000 longitudes de onda del sonido emitido, podemos afirmar que la frecuencia del sonido es de 7 000 Hz.
II. Se sabe que la velocidad del sonido en el agua es casi cuatro veces la velocidad en el aire; entonces, podemos afirmar que cuando el sonido pasa del aire al agua, su frecuencia se vuelve cuatro veces mayor.
III. Si un observador está en reposo, la frecuencia de la bocina de un automóvil que pasa cerca aumenta cuando éste se aproxima y disminuye cuando se aleja.

27. En relación con el sonido y la luz, señale la afirmación *incorrecta*:
a) El brillo del Sol, que vemos en la carrocería de un automóvil, proviene de la reflexión de la luz solar en la superficie pulida del automóvil.
b) El eco del ruido de una explosión proviene de la reflexión, en alguna barrera, de las ondas sonoras provocadas por la explosión.
c) La onda luminosa necesita un medio material para propagarse.
d) Una onda sonora solamente se propaga en un medio material.
e) El efecto Doppler ocurre con el sonido y también con la luz.

RESPUESTAS

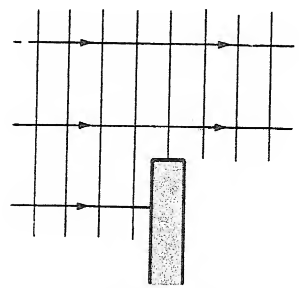
Ejercicios

1. *a)* hacia la izquierda
b) hacia la izquierda
c) retardado
2. *a)* en los puntos B y B'
b) en el punto O
c) en el punto O
d) en los puntos B y B'
e) en el punto O
3. *a)* sí
b) 50 ciclos
c) 0.50 Hz
d) 2.0 s
4. *a)* 5.0 cm
b) 40 cm
5. *a)* disminuirá
b) aumentará
c) no tendrá cambio
6. *a)* aumentaría
b) disminuiría
c) se atrasaría
d) disminuir
7. *a)* 5.0 Hz
b) 0.20 s
c) 5.0 vibraciones/s
d) 5.0 Hz
8. λ_2 = 20 cm
9. 2.0 s
10. *a)* ambas aumentarán
b) v_1 y v_2 no se modificarán, porque no hubo alteración en los medios (1) y (2)
c) ambos disminuirán
11. *a)* $\hat{\imath}$ = 60°
b) $\hat{r}$ = 60°
c) *véase* figura
d) *véase* figura



Ejercicio 11

e) no cambia, pues la onda sigue propagándose en el mismo medio
12. *a)* B
b) la frecuencia de una onda no varía cuando pasa de un medio a otro
c) $\lambda_B > \lambda_A = \lambda_C$
13. *a)* 0.20 s
b) oscila hacia arriba y hacia abajo
c) 5.0 vibraciones/s
d) 25 cm/s
14. *a)* aumentaría
b) aumentaría
c) no sufriría alteración alguna
d) disminuiría
15. *a)* mayor
b) se alejará
c) diagrama similar al de la Figura 17-18b
16. *a)* *véase* figura
b) dibujo similar al de la Figura 17-19



Ejercicio 16a

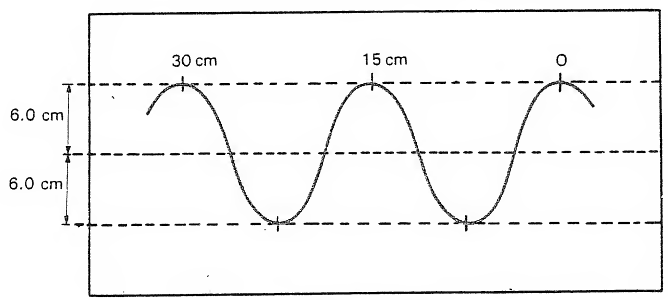
17. las ondas de radio
18. *a)* más acentuada
b) menos acentuada
19. mucho menor
20. porque las ondas luminosas sufren mayor difracción al pasar por orificios menores
21. *a)* nodo
b) un valle
c) destructiva
d) no, el pedazo de corcho permanecerá en reposo
22. *a)* una cresta
b) también estará llegando un valle que proviene de F_2
c) constructiva
d) oscila con una amplitud igual a la suma de las amplitudes de cada onda
23. *a)* dos crestas
b) una cresta y un valle
c) dos valles
24. *a)* A
b) C
c) B
25. *a)* 5.0 cm
b) 0
c) 5.0 cm
26. *a)* no; porque las dos lámparas no son fuentes luminosas en fase (ni mantienen una diferencia de fase constante)
b) porque usó un artificio para obtener dos fuentes luminosas en fase
27. *a)* el amarillo
b) el azul, porque $f = v/\lambda$ (menor λ, mayor f)
28. *a)* disminuye
b) no se altera
c) disminuye
d) no
e) por su frecuencia
29. rojo, amarillo, verde, azul y violeta
30. *a)* 6.5×10^{-7} m
b) 4.6×10^{14} Hz
c) roja
31. *a)* 3 400 m
b) casi 58 s
32. *a)* 17 mm
b) 17 m
c) ultrasonido
33. *a)* 77 cm
b) 440 Hz
c) 3.3 m
34. *a)* dos veces
b) 220 Hz; 880 Hz
35. *a)* flauta
b) la que proviene de la tuba
c) la tuba
36. *a)* del clarinete
b) igual
c) la misma nota (la misma frecuencia)
d) diferentes
e) timbres diferentes
37. *a)* mayor
b) menor
38. *a)* más agudo
b) más grave
39. la velocidad del carro es depreciable comparada con la de la luz
40. *a)* no *b)* no *c)* sí
41. *a)* sí *b)* no
42. alejándose
43. hacia la izquierda
44. como la frecuencia de la luz recibida es menor, las líneas del espectro pasan a situarse más cerca de la región roja
45. *a)* se aproximan a la Tierra
b) no

Preguntas y problemas

1. *a)* $T = 0.314$ s
b) $f = 3.18$ Hz
c) el valor del periodo permanecería igual a 0.314 s
2. (c)
3. $\lambda = 200$ m
4. (e)
5. todas son correctas
6. (b), (d)
7. deberíamos tener en la figura $\lambda_2 < \lambda_1$
8. todas son correctas
9. *a)* diagrama semejante a la Figura 17-21
b) prácticamente no hay difracción de la onda
10. *a)* disminuirá
b) aumentará
c) disminuirá
d) disminuirá
e) no cambiará
11. *a)* 17 m
b) 1 450 m
12. (d)
13. $L = mg/k$
14. *a)* constructiva
b) constructiva
c) destructiva
15. 320 m/s
16. *a)* 20 N/m
b) 5.0 cm
c) 0.44 s y 2.27 Hz
17. *a)* 12 cm
b) 2.0 m/s en $X = 0$
18. *a)* en la vertical
b) 0.75 s
c) 3.0 s
19. *véase* figura
20. *a)* no
b) no
c) porque $F \propto X$
21. *a)* sí, porque $F \propto X$
b) $\Delta t = \sqrt{3\pi/4\rho G}$
22. *a)* 30°
b) 57°
23. *a)* 0.20 Hz
b) 1.0 Hz
24. *a)* 9 B = 90 dB
b) diez veces mayor
25. ¡10^{-5} °C!
26. 1.5×10^3 Hz
27. *a)* 93 dB
b) 53 dB
28. *a)* aproximadamente 20 dB y 120 dB
b) aproximadamente 40 Hz y 18 000 Hz
c) sensación dolorosa (140 dB)
29. λ_3, λ_4 y λ_6
30. λ_1 y λ_5
31. *a)* roja
b) $f = 4.6 \times 10^{14}$ hertz; $\lambda = 6.5 \times 10^{-7}$ m; roja
32. 3.4×10^3 m/s
33. *a)* destructiva
b) 1.0 m
34. boyas (1) y (2)
35. *a)* 1.25×10^{-11} W
b) ¡8×10^{12}! mosquitos (8 mil millones de mosquitos)

Cuestionario

1. c
2. c
3. I. correcta; II. incorrecta; III. incorrecta
4. d
5. d
6. a
7. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
8. d
9. c
10. c
11. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta



Problemas 19

12. d
13. a
14. b
15. a
16. I. incorrecta; II. correcta; III. incorrecta
17. c
18. c
19. a
20. a
21. b
22. c
23. a
24. a
25. d
26. I. correcta; II. incorrecta; III. correcta
27. c

APÉNDICE D

Los temas aquí analizados se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán otros temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulos siguientes.

D.1 Las ecuaciones del movimiento armónico simple

❖ **Introducción.** Al estudiar, en la Sección 17.1, el movimiento armónico simple de una partícula, su descripción se hizo de manera cualitativa, sin la preocupación de establecer las ecuaciones que proporcionan la posición, la velocidad y la aceleración de esta partícula en cada instante. En esta sección haremos un estudio cuantitativo de este movimiento y estableceremos dichas ecuaciones.

Para esto, consideremos en la Figura D-1, una partícula de masa m, que realiza un movimiento armónico simple (que abreviaremos MAS) entre dos puntos B y B', con centro en el punto O. Tomemos un eje orientado OX, como se muestra en la figura, coincidente con la dirección del movimiento. En este eje la distancia X, de m a O, proporciona la posición (o elongación) de la partícula en un momento dado. Es fácil percibir que al ser orientado el eje OX, cuando la partícula estuviera a la derecha de O, el valor de X será positivo y cuando estuviera m a la izquierda de O, X será negativo.

Ya sabemos que la fuerza $\vec{F}$, que actúa en la partícula, está siempre dirigida para O y su magnitud es proporcional a X, es decir $F = kX$. Si se tiene en cuenta la orientación de OX, podemos sintetizar estos datos al escribir la fórmula:

$$F = -kX$$

De hecho, en esta ecuación, si $X > 0$ (partícula a la derecha de 0) tenemos $F < 0$ (fuerza dirigida hacia la izquierda) y si $X < 0$ (partícula a la izquierda de 0) tenemos $F > 0$ (fuerza dirigida hacia la derecha).

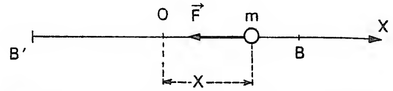


FIGURA D-1 Una partícula, bajo la acción de una fuerza restauradora $F \propto X$, realiza un MAS.

Por la segunda ley de Newton, la aceleración de la partícula será dada por

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-kX}{m} \quad \text{o bien} \quad a = -\left(\frac{k}{m}\right)X$$

Entonces, en un movimiento armónico simple la aceleración también es directamente proporcional a X y está dirigida al punto O.

❖ **Proyección del movimiento circular uniforme sobre un diámetro.** Consideremos una partícula que describe un movimiento circular uniforme, de radio R y velocidad angular ω (constante). Cuando la partícula pasa por una posición A, cualquiera (Fig. D-2), podemos proyectar su posición sobre un diámetro cualquiera PP' y así obtenemos el punto A'. Mientras la partícula se desplaza sobre la circunferencia, la proyección de su posición se desplaza sobre el diámetro; por ejemplo, cuando la partícula está en B, la proyección está en B'; cuando está en C, la proyección está en C', etc. Entonces, a medida que la partícula describe su trayectoria circular, la proyección de su posición recorre el diámetro PP', dirigiéndose de P hacia P', regresando de P' hacia P, y así sucesivamente. En otras palabras, la proyección realiza un *movimiento oscilatorio* sobre el diámetro. Es evidente que la amplitud A, de este movimiento es igual al radio R de la trayectoria circular y su periodo será igual al periodo T, del movimiento circular uniforme de la partícula.

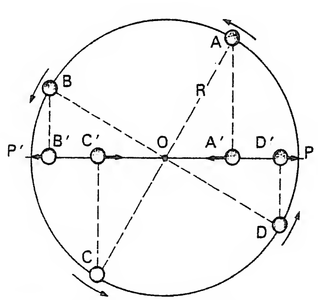


FIGURA D-2 Proyección de un movimiento circular uniforme sobre un diámetro de la circunferencia.

❖ **El movimiento oscilatorio de la proyección es armónico simple.** Sabemos que la partícula en movimiento circular uniforme tiene su aceleración centrípeta $\vec{a}_c$, dirigida hacia el centro O, como se muestra en la Figura D-3 para el punto M, ocupado por la partícula en determinado momento. La aceleración del movimiento oscilatorio de la proyección M' sobre el diámetro OX será $\vec{a}_X$, que es la proyección de $\vec{a}_C$ sobre este diámetro. Siendo θ el ángulo de OM con OX (Fig. D-3), vemos que el ángulo de $\vec{a}_C$ con $\vec{a}_X$ es, también, igual a θ. Por tanto, la magnitud de $\vec{a}_X$ será

$$|\vec{a}_x| = a_C \cos\theta$$

Sabemos que $a_C = v^2/R = v^2/A$, porque el radio, R, de la trayectoria circular es igual a la amplitud A, del movimiento oscilatorio. Además, como $v = \omega R = \omega A$, tenemos:

$$a_C = \frac{v^2}{A} = \frac{\omega^2 A^2}{A} \quad \text{donde} \quad a_C = \omega^2 A$$

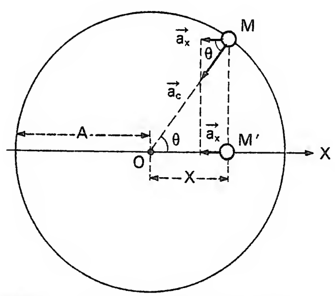


FIGURA D-3 La proyección M', de M sobre un diámetro ejecuta un MAS.

Por tanto

$$|\vec{a}_X| = \omega^2 A \cos\theta$$

En el triángulo OMM' vemos que $A\cos\theta = X$ y como $\vec{a}_X$ está siempre apuntando hacia el punto O (tiene signo contrario a X), podemos escribir

$$a_X = -\omega^2 X$$

Pero ω^2 es constante, porque el movimiento es circular uniforme. Por tanto, la aceleración a_X es directamente proporcional a X. Como vimos, esta es una característica del MAS y, así podemos llegar a la siguiente conclusión

> la proyección de un movimiento circular uniforme sobre un diámetro de la circunferencia realiza un movimiento armónico simple.

❖ **Cálculo del periodo del MAS.** Supongamos un bloque de masa m, que describe un MAS, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica k. Como vimos, es siempre posible imaginar un movimiento circular uniforme, acoplado al MAS, tal que la proyección sobre su diámetro oscile acompañando exactamente a las posiciones del bloque en su movimiento (en la Figura D-4, la proyección de M' acompaña la oscilación del bloque sujeto al resorte). Vimos que la aceleración de la proyección está dada por $a_X = -\omega^2 X$ y que la aceleración del bloque sujeto al resorte en MAS, es $a = -(k/m)X$. Como estas dos expresiones se refieren a la misma aceleración resulta:

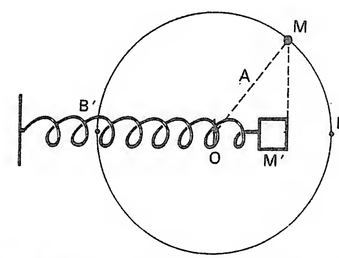


FIGURA D-4 Siempre es posible imaginar un movimiento circular uniforme, cuya proyección acompaña a una partícula que ejecuta un MAS.

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{o bien} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

siendo T el periodo del movimiento circular, que es igual al del MAS, podemos escribir

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{donde} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Entonces $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Este resultado ya se había presentado, sin demostración, en la Sección 17.1

La relación $\omega = 2\pi/T$ nos proporciona

$$\omega = 2\pi\left(\frac{1}{T}\right) \quad \text{donde} \quad \omega = 2\pi f$$

La velocidad angular ω del movimiento circular está, por tanto, directamente ligada a la frecuencia f del MAS acoplado a él. Por este motivo, cuando ω aparece en las ecuaciones del MAS, esa magnitud usualmente se denomina *frecuencia angular* (también se utiliza para denominar ω, el término *pulsación*).

❖ **Cálculo de la posición en función del tiempo.** En la Figura D-5 mostramos una partícula M en movimiento circular uniforme, con velocidad angular ω y la proyección, M', de su posición, sobre el eje OX la cual, como acabamos de mostrar, realiza un MAS sobre ese diámetro. Vamos a considerar $t = 0$ en el instante en que la partícula está en P, es decir, cuando la posición de M' es $X = A$. En un instante t cualquiera, M habrá descrito un ángulo $\theta = \omega t$ y la posición X de M' será dada por (*véase* el triángulo OMM' en la Figura D-5):

$$X = A\cos\theta \quad \text{o bien} \quad \boxed{X = A\cos\omega t}$$

Mediante esta ecuación podemos calcular la posición X de una partícula en MAS, en cualquier instante t, si conocemos los valores de ω y A.

❖ **Cálculo de la velocidad en función del tiempo.** También en la Figura D-5 mostramos la velocidad $\vec{v}_M$ de la partícula M, en el mo-

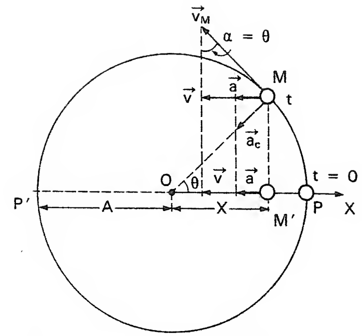


FIGURA D-5 Posición, velocidad y aceleración de una partícula en MAS.

mento t. La velocidad $\vec{v}$ del MAS de M' se obtendrá al proyectarse $\vec{v}_M$ sobre OX. Observe que el ángulo α mostrado en esta figura es igual a θ (sus lados son respectivamente perpendiculares) y que, en el instante considerado, v es negativo, mientras que sen θ es positivo. De esta manera, en el triángulo que tiene $\vec{v}_M$ y $\vec{v}$ como lados, obtenemos:

$$v = -v_M \operatorname{sen}\theta \quad \text{o bien} \quad v = -v_M \operatorname{sen}\omega t$$

y si se recuerda que $v_M = \omega A$ resulta:

$$\boxed{v = -\omega A \operatorname{sen}\omega t}$$

❖ **Cálculo de la aceleración en función del tiempo.** Ya demostramos que la proyección $\vec{a}_X$ de la aceleración centrípeta en un movimiento circular uniforme está dada por $a_X = -\omega^2 X$ y esta es la propia aceleración $\vec{a}$ del MAS. Por tanto:

$$a = -\omega^2 X \quad \text{o bien} \quad \boxed{a = -\omega^2 A\cos\omega t}$$

❖ **Comentarios.** 1) Las expresiones

$$X = A\cos\omega t,\ v = -\omega A \operatorname{sen}\omega t \quad \text{y} \quad a = -\omega^2 A\cos\omega t$$

nos permiten construir las gráficas $X \times t$, $v \times t$ y $a \times t$ para un MAS. Estas gráficas se muestran en la Figura D-6. Naturalmente, tienen formas senoidales (o cosenoidales) en virtud de las ecuaciones indicadas. Examine las gráficas y

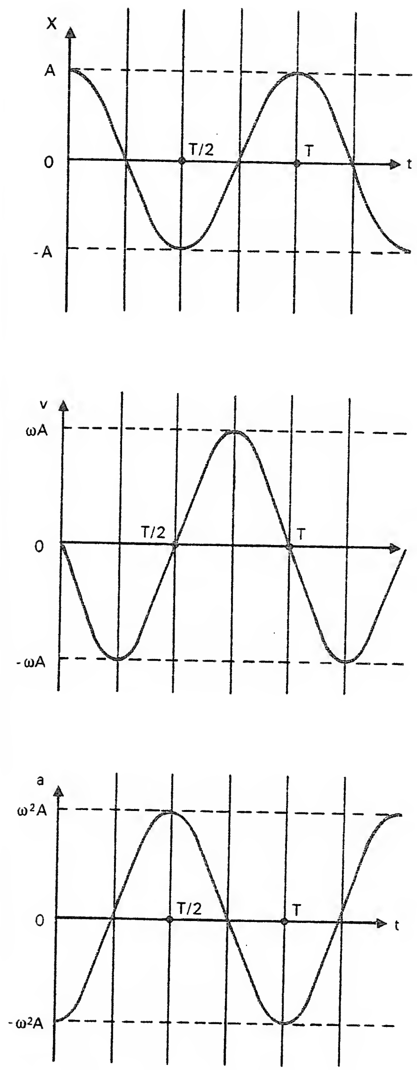


FIGURA D-6 Gráficas $X \times t$, $v \times t$ y $a \times t$ para el MAS.

observe en dónde alcanza su valor máximo cada una de las magnitudes, en dónde se anula y en dónde cambia de signo.

2) Supongamos una situación donde el inicio de la cuenta del tiempo, es decir, instante $t = 0$, no coincida con la posición P de la partícula, o sea, con el momento en que $X = A$. En la Figura D-7 presentamos una situación como ésta: el radio que acompaña la partícula en el movimiento circular, en el instante $t = 0$, forma un ángulo θ_0 con el eje OX. Es fácil ver que, en este caso, en un instante t cualquiera, el ángulo θ está dado por $\theta = \omega t + \theta_0$. Entonces, las ecuaciones que proporcionan X, v y a toman las siguientes formas:

$$X = A\cos(\omega t + \theta_0),\quad v = -\omega A\operatorname{sen}(\omega t + \theta_0) \text{ y}$$
$$a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \theta_0)$$

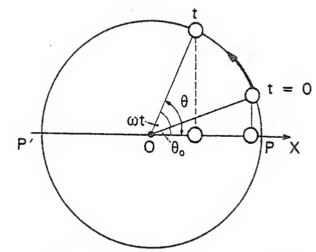


FIGURA D-7 El ángulo θ es la fase del MAS y θ_0 se denomina *fase inicial*.

El ángulo $\theta = \omega t + \theta_0$ usualmente se denomina *fase* del movimiento y θ_0 es la *fase inicial*. Sin embargo, como en este curso de Física trabajaremos sólo con una partícula en MAS, podremos, sin perder la generalidad, suponer siempre el instante $t = 0$ coincidiendo con la partícula en la posición $X = A$. En otras palabras, vamos a considerar siempre la fase inicial nula, es decir, $\theta_0 = 0$ y las ecuaciones aquí deducidas tomarán las formas establecidas anteriormente: $X = A\cos\omega t$, $v = -\omega A\operatorname{sen}\omega t$ y $a = -\omega^2 A\cos\omega t$.

EJEMPLO 1

En la Figura D-4, suponga que el resorte tiene una constante elástica $k = 80$ N/m y que el cuerpo que oscila, sujeto a su extremo, tiene masa $m = 200$ gramos.

a) ¿Cuál es la velocidad angular del movimiento circular uniforme, cuya proyección coincide con el movimiento oscilatorio del cuerpo de masa m?

Esta velocidad angular es la frecuencia angular (o pulsación) del MAS realizado por m. Vimos que $\omega = \sqrt{k/m}$, por tanto,

$$\omega = \sqrt{\frac{80}{0.200}} \quad \text{donde} \quad \omega = 20 \text{ rad/s}$$

b) ¿Cuál es el periodo del MAS?
Ya sabemos que $\omega = 2\pi/T$. Por tanto,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \quad \text{o bien} \quad T = 0.314 \text{ s}$$

c) Para dar inicio a las oscilaciones, suponga que el cuerpo sujeto al resorte haya sido desplazado, a partir de la posición de equilibrio, 15 cm a la derecha y soltado de esta posición en el instante $t = 0$. ¿Cuál es la amplitud del MAS que el cuerpo describe?

Es evidente que el cuerpo empezará a oscilar en torno a la posición de equilibrio, alejándose de ella 15 cm a la derecha y 15 a la izquierda. Por consiguiente, la amplitud del movimiento es $A = 15$ cm.

d) Considerando, en la Figura D-4, un eje *OX*, orientado a la derecha, determine la posición (o elongación) del cuerpo en el instante $t = (\pi/15)$ s.

La posición es dada por $X = A \cos \omega t$. Por tanto,

$$X = 15 \cos 20 \cdot \frac{\pi}{15} = 15 \cos \frac{4\pi}{3}$$

Como $\cos 4\pi/3 = -\text{sen } \pi/6 = -0.50$ resulta

$$X = 15\,(-0.50) \quad \text{donde} \quad X = -7.5 \text{ cm}$$

Esto significa que el cuerpo se encuentra, en ese momento, 7.5 cm a la izquierda de *O*.

e) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo, en el instante considerado en la pregunta anterior. Tenemos

$$v = -\omega A \text{ sen } \omega t = -20 \times 15 \text{ sen } 20 \times \frac{\pi}{15}$$

$$= -300 \text{ sen } \frac{4\pi}{3}$$

Como $\text{sen } 4\pi/3 = -\text{sen } \pi/3 = -0.866$, resulta

$$v = -300 \times (-0.866) \quad \text{donde} \quad v = 260 \text{ cm/s}$$

Para la aceleración tendremos

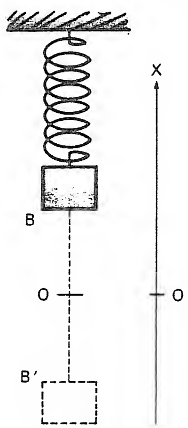
$$a = -\omega^2 X = -20^2 \times (-7.5) \quad \text{donde}$$
$$a = 3.0 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

Observe que v y a son positivas, es decir, ambas están volteadas hacia la derecha, en la Figura D-4.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Un bloque está sujeto al extremo de un resorte vertical, como se muestra en la figura de este ejercicio. Una persona mantiene el bloque en la posición *B*, en la cual el resorte no está deformado. Si se deja bajar el bloque lentamente, se comprueba que su posición de equilibrio, después de soltarlo, es el punto *O*, en donde el resorte presenta una deformación de 10 cm. Al regresar el cuerpo a la posición *B* y soltarlo en seguida, empieza a oscilar verticalmente, entre dos puntos *B* y *B'*.
   a) ¿Cuál es la amplitud del movimiento del bloque?
   b) Se observa experimentalmente que el bloque realiza 20 vibraciones completas en 10 s. ¿Cuál es la frecuencia angular (o pulsación) de este movimiento?
2. Se sabe que la constante elástica del resorte del ejercicio anterior es $k = 40$ N/m. ¿Cuál es el valor de la masa del bloque sujeto a él? (Considere $\pi^2 = 10$.)
3. Considere, en la situación descrita en el Ejercicio 1, un eje *OX* orientado verticalmente hacia arriba



Ejercicio 1

(*véase* figura). Suponga que el inicio de la cuenta del tiempo ($t = 0$) es el instante en que el bloque fue soltado en *B*. En el instante $t = 0.25$ s:
   a) ¿Cuál es la fase del movimiento?
   b) ¿Cuál es la posición del cuerpo?
   c) Indique, en la figura, la posición que el cuerpo estará ocupando.
4. En el Ejercicio 1 se desea determinar cuánto tiempo, *t*, transcurre entre el instante en que el bloque es soltado desde *B* hasta el instante en que pasa por primera vez por la posición de equilibrio.
   a) Determine el valor de *t*, utilizando la ecuación $X = A \cos \omega t$.
   b) Calcule el periodo del movimiento del bloque y determine *t* a partir de él.
   c) Verifique si coinciden las respuestas de las preguntas (a) y (b).
5. *a)* Calcule la velocidad del bloque en el instante determinado en el ejercicio anterior.
   b) Explique el significado del signo negativo encontrado en la pregunta anterior.
6. *a)* Utilizando la ecuación $a = -\omega^2 A \cos \omega t$, determine el valor de la aceleración del bloque en el instante obtenido en el Ejercicio 4.
   b) Al recordar las fuerzas que actúan sobre el bloque en oscilación, ¿esperaba usted la respuesta obtenida en (a)? Explique.

D.2 Cuerdas vibrantes y tubos sonoros

❖ **Velocidad de propagación de la onda en una cuerda.** Al estudiar la propagación de ondas en cuerdas estiradas, dijimos que su velocidad depende de dos factores: de la tensión, *T*, en la cuerda y de su masa por unidad de longitud, μ. Evidentemente, si m es la masa total de la cuerda y *L*, su longitud, tenemos $\mu = m/L$.

Es posible demostrar mediante cálculos, que no vamos aquí a realizar, que:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

Esta expresión muestra que v es tanto mayor cuanto mayor sea T y tanto menor cuanto mayor fuera μ, de acuerdo con la información proporcionada en la sección 17.2.

❖ **Emisión de sonido por una cuerda en vibración.** Como ya debe haber observado varias veces, cuerdas estiradas, como las de una guitarra o un violín, emiten sonidos cuando se les hace vibrar. Esto ocurre porque la cuerda, al vibrar (como se indica en la Figura D-8), provoca compresiones y rarefacciones en el aire que le rodea. Esas compresiones y refracciones se propagan en el aire y se constituyen, como sabemos, en una onda longitudinal que, según el valor de su frecuencia, podrá sensibilizar nuestro oído. Evidentemente, la frecuencia de la onda sonora está determinada por la frecuencia de la cuerda y es igual a ella. Por tanto, la cuerda vibrante es la fuente generadora del sonido producido.

Los modos de vibración de la cuerda, mostrados en la Figura D-8, ocurren en virtud de la superposición de las ondas incidentes y reflejadas en los extremos fijos *A* y *B* de la cuerda. Ésta puede vibrar tanto de la manera que se muestra en la Figura (a), como en la Figura (b) o en la Figura (c), presentando algunos puntos que no vibran, es decir, son *nodos* de las ondas indicadas. Esos puntos, además de los puntos fijos de la cuerda *A* y *B*, que, por supuesto, no podrían vibrar, se indican en la Figura D-8 por *C*, *D* y *E*. El punto medio entre dos *nodos* oscila siempre con amplitud máxima (en relación con la amplitud de los demás puntos de la cuerda) y este punto se denomina *vientre* (o *antinodos*). En todos los modos de vibración presentados decimos que se tiene en la cuerda una *onda estacionaria*, porque la energía de vibración de las ondas siempre queda confinada en el espacio entre dos *nodos*, no se propaga a través de un *nodo*.

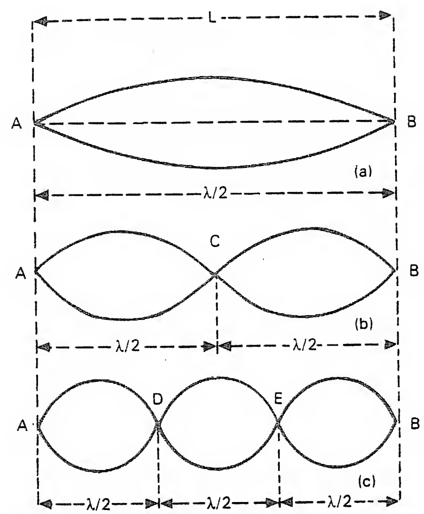


FIGURA D-8 Modos de vibración de una cuerda fija en sus extremos (1er. 2o. y 3er. armónicos).

❖ **Frecuencias de los sonidos emitidos por la cuerda vibrante.** Cuando la cuerda vibra del modo mostrado en la Figura D-8a, está oscilando con la menor frecuencia entre los modos posibles de vibración que puede presentar. Esta frecuencia, que vamos a designar f_1, se denomina *frecuencia fundamental* de la cuerda y tal modo de vibración se llama *1er. armónico*.

Siendo λ_1 la longitud de la onda correspondiente a este modo, tenemos, en la Figura D-8a:

$$\frac{\lambda_1}{2} = L \quad \text{donde} \quad \lambda_1 = 2L$$

Como ya sabemos que $f_1 = v/\lambda_1$, resulta

$$f_1 = \frac{v}{2L} \quad \text{o} \quad \boxed{f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

El modo de vibración mostrado en la Figura D-8b se denomina *2o. armónico*.

Para este caso, tenemos (*véase* figura) $\lambda_2 = L$. Por tanto,

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} \quad \text{o bien} \quad f_2 = 2f_1$$

De manera semejante, decimos que el modo de vibración de la Figura D-8c es el *3er. armónico*. Tenemos,

$$3\left(\frac{\lambda_3}{2}\right) = L \quad \text{o bien} \quad \lambda_3 = \frac{2L}{3}$$

Entonces,

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = 3\left(\frac{v}{2L}\right) \quad \text{donde} \quad f_3 = 3f_1$$

La cuerda puede presentar, también, otros modos de vibración denominados *4o. armónico*, *5o. armónico*, etc., cuyas frecuencias son $f_4 = 4f_1, f_5 = 5f_1$, etcétera.

❖ **Comentarios.** 1) Al observar la expresión que proporciona la frecuencia f_1, del sonido fundamental emitido por una cuerda, vemos que ella depende de tres factores: T, μ y L. Así podemos entender cómo un instrumento de cuerda (guitarra, violín, piano, etc.) puede emitir sonidos de diferentes frecuencias, es decir, diferentes notas musicales. En la guitarra, por ejemplo, al girar una clavija estamos tratando de variar la tensión T en la cuerda, de modo que emita un sonido de determinada altura. Ya deben haber observado, también, que diferentes cuerdas presentan diferentes diámetros, es decir, representan distintos valores de μ y, por tanto, aunque tengan longitudes iguales y estén bajo la misma tensión, emitirán notas distintas (frecuencias diferentes). Observe, finalmente, que con una misma cuerda el músico obtiene notas diferentes, al tocarla en distintos puntos de su longitud, de modo que la hace vibrar con diversos valores de L.

2) De manera general, cuando una cuerda se pone en vibración, lo hace con una forma determinada, que es el resultado de la superposición de los diversos armónicos que ella puede emitir. Como sabemos, la forma de la onda es característica del timbre del sonido emitido. De este modo el timbre del sonido se caracteriza por los armónicos presentes en la vibración.

EJEMPLO 2

El dispositivo mostrado en la Figura D-9 se utiliza para obtener la medida de la velocidad de propagación de la onda en una cuerda, por la formación de ondas estacionarias. En un extremo de la cuerda se adapta un vibrador cuya frecuencia f es conocida. En el otro extremo está suspendido un peso, cuyo valor puede variar hasta que una onda estacionaria se establezca en la cuerda. Suponga que la frecuencia del vibrador sea $f = 36$ Hz y que, al establecer la onda estacionaria, se verificó que la distancia entre dos *nodos* consecutivos era de 5.0 cm, ¿cuál es la velocidad de la onda en la cuerda?

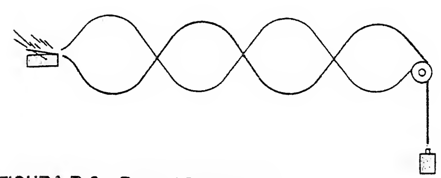


FIGURA D-9 Para el Ejemplo 2.

Sabemos que la distancia entre dos *nodos* consecutivos es $\lambda/2$. Por tanto

$$\frac{\lambda}{2} = 5.0 \quad \text{donde} \quad \lambda = 10 \text{ cm}$$

Entonces

$$v = f\lambda = 36 \times 10 \quad \text{o} \quad v = 360 \text{ cm/s}$$

❖ **Tubo sonoro cerrado.** De manera semejante a lo que ocurre en una cuerda, es posible establecer ondas estacionarias longitudinales en el aire contenido en el interior de un tubo cualquiera. Por esto, los tubos pueden utilizarse como fuentes sonoras en instrumentos musicales como: el órgano, la flauta, clarinete, pistón, etc. Estos tubos tienen siempre uno de sus extremos abierto, en el cual un chorro de aire (soplado) se introduce y provoca vibraciones que se propagan en la columna de aire, en el interior del tubo. En la Figura D-10 se muestra un modelo usado en ciertos tipos de órgano, en donde A es el extremo abierto del tubo. Supongamos que el otro extremo, B, esté cerrado. Entonces, en ese extremo, las partículas de aire no pueden vibrar y, así, B es siempre un *nodo* de la onda estacionaria que se forma en el interior del tubo. El extremo abierto, donde se sopla el aire, será un vientre de vibración.

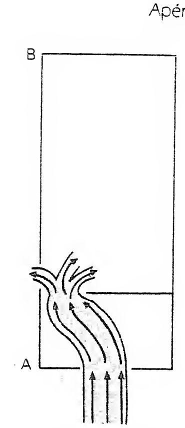


FIGURA D-10 Flujo de aire que origina ondas estacionarias en un tubo sonoro cerrado.

En la Figura D-11 se ilustran modos de vibración posibles de la columna de aire en el interior del tubo. Observe que en el extremo cerrado siempre tenemos un *nodo* y, en el extremo abierto, siempre un vientre. Es importante destacar que, para visualizar mejor los modos de vibración, representamos las ondas estacionarias que forman en el aire contenido en el tubo por medio de una analogía con una cuerda en vibración. Es evidente, sin embargo, que no hay cuerda alguna en el interior del tubo y, como sabemos, las vibraciones que están presentes allí son longitudinales, ejecutadas por las partículas de aire dentro del tubo.

La frecuencia fundamental emitida por un tubo sonoro cerrado, de longitud L, correspondiente al *1er. armónico* de vibración, es tal que (Fig. D-11a):

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \quad \text{donde} \quad \lambda_1 = 4L$$

Entonces, siendo v la velocidad del sonido en el aire, tenemos

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \quad \text{o} \quad \boxed{f_1 = \frac{v}{4L}}$$

Para el armónico representado en la Figura D-11b, tenemos

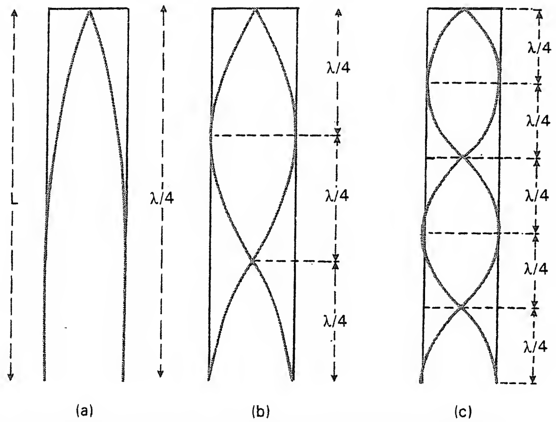


Figura D-11 Modos de vibración de la columna de aire en un tubo sonoro cerrado.

$$L = 3\left(\frac{\lambda_2}{4}\right) \quad \text{donde} \quad \lambda_2 = \frac{4L}{3}$$

Por tanto,

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 3\left(\frac{v}{4L}\right) \quad \text{o} \quad f_2 = 3f_1$$

De modo semejante, para el armónico representado en la Figura D-11c resulta

$$L = 5\left(\frac{\lambda_3}{4}\right) \quad \text{donde} \quad \lambda_3 = \frac{4L}{5}$$

Por tanto,

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = 5\left(\frac{v}{4L}\right) \quad \text{o} \quad f_3 = 5f_1$$

El tubo podrá presentar, también, otros modos de vibración, cuyas frecuencias son $f_4 = 7f_1$, $f_5 = 9f_1$, etc. Observe, entonces, que en el sonido emitido por un tubo sonoro cerrado no aparecen los armónicos de frecuencias $2f_1$, $4f_1$, $6f_1$ etc.; es decir, este tubo solamente podrá emitir los armónicos de orden impar.

❖ **Tubo sonoro abierto.** Este tipo de tubo presenta ambos extremos abiertos. De esta manera, cuando el aire se sopla en el tubo, las ondas estacionarias que se forman deben presentar vientres en ambos extremos, como se ilustra en la Figura D-12. En la Figura D-12a está representado el *1er. armónico*, en el cual la columna de aire está vibrando con la frecuencia fundamental f_1. Tenemos, al observar esta figura,

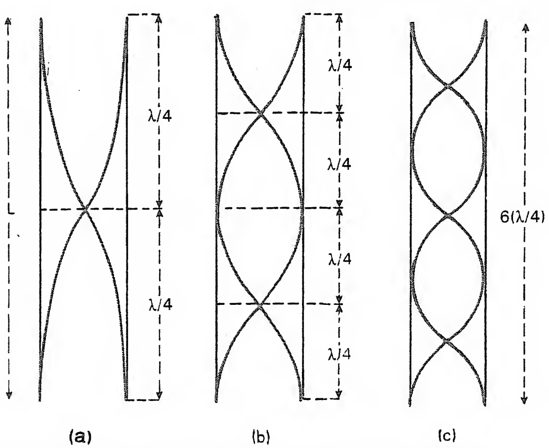


Figura D-12 Modos de vibracion de la columna de aire en un tubo sonoro abierto.

$$L = 2\left(\frac{\lambda_1}{4}\right) \quad \text{donde} \quad \lambda_1 = 2L$$

Entonces,

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \quad \text{o bien} \quad \boxed{f_1 = \frac{v}{2L}}$$

Para el *2o. armónico* (Fig. D-12b), tenemos

$$L = 4\left(\frac{\lambda_2}{4}\right) \quad \text{donde} \quad \lambda_2 = L$$

Por tanto,

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} \quad \text{o bien} \quad f_2 = 2f_1$$

De manera semejante, para el *3er. armónico* (Fig. D-12c), resulta

$$L = 6\left(\frac{\lambda_3}{4}\right) \quad \text{donde} \quad \lambda_3 = \frac{2L}{3}$$

Entonces,

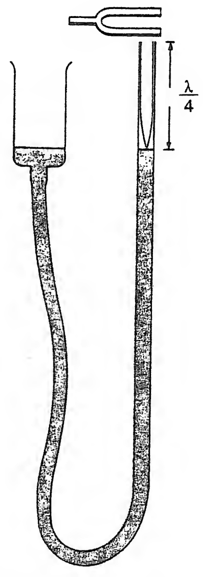


FIGURA D-13 Para el Ejemplo 3.

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = 3\left(\frac{v}{2L}\right) \quad \text{o bien} \quad f_3 = 3f_1$$

El tubo podrá presentar, también, otros modos de vibración (*4o. armónico, 5o. armónico*, etc.) cuyas frecuencias son $f_4 = 4f_1$, $f_5 = 5f_1$ etc. Luego, todos los armónicos pueden ser emitidos por un tubo abierto.

EJEMPLO 3

En la Figura D-13 se muestra un dispositivo que permite medir la velocidad del sonido en el aire: un diapasón en vibración, colocado cerca de un tubo, conectado a un recipiente que contiene agua. Se puede variar el nivel del agua en el tubo, si se levanta y baja el recipiente. Suponga que, con el diapasón vibrando con una frecuencia $f = 245$ Hz, el nivel del agua en el tubo fuera bajado gradualmente, a partir del extremo superior del tubo, hasta que se observara un aumento en la intensidad del sonido. En ese momento se midió la distancia entre el extremo abierto del tubo y el nivel del agua, y se encontró el valor $L = 35$ cm.* ¿Cuál es el valor de la velocidad del sonido en el aire que se obtiene con esos datos?

El aumento en la intensidad del sonido se debe al hecho de haber sido posible la formación de una onda estacionaria en el aire existente en el tramo L del tubo. Este tramo funciona como un tubo sonoro cerrado, cuya columna de aire entra en vibración por la acción de las vibraciones del diapasón. Siendo así, la onda estacionaria tiene la misma frecuencia del diapasón. Como se trata del primer aumento observado en el sonido, llegamos a la conclusión de que la columna de aire está vibrando con la menor frecuencia posible, es decir, con la frecuencia fundamental f_1, como se muestra en la Figura D-13. Como sabemos, para el tubo cerrado se tiene $f_1 = v/4L$. Entonces,

$$v = 4Lf_1 = 4 \times 0.35 \times 245$$

donde

$$v = 343 \text{ m/s}$$

Esta es la velocidad del sonido obtenida en el experimento descrito.

* En este valor estamos suponiendo incluida la pequeña corrección debida al hecho de que se observa, experimentalmente, que el vientre de la onda estacionaria está localizado un tanto arriba del extremo abierto del tubo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. Una cuerda de 60 cm de longitud y masa de 0.45 g está sometida a una tensión de 15 N.
   a) ¿Cuál es la densidad lineal de esa cuerda, en g/cm y en kg/m?
   b) ¿Cuál es la frecuencia del sonido que está emitiendo, suponiendo que esté vibrando en el modo correspondiente a su 1er. armónico?
   c) ¿Cuál es la frecuencia de vibración correspondiente a su 2o. armónico?, ¿y a su 5o. armónico?

8. Suponga que una de las cuerdas de un piano esté vibrando y emitiendo la nota *do*, de 512 Hz (Fig. 17-38). Para que esa cuerda emita la nota "do" de la escala inmediatamente superior:
   a) Al variarse solamente su longitud, ¿deberá aumentarse o disminuirse? ¿cuántas veces?
   b) Al variarse solamente la tensión a la que está sometida, esta tensión ¿debe aumentarse o disminuirse?, ¿cuántas veces?

9. Dos cuerdas de guitarra tienen la misma longitud y están sometidas a la misma tensión, pero la frecuencia del sonido que emite una de ellas es el doble de la frecuencia emitida por la otra. Sabiendo que cada cuerda está vibrando con su frecuencia fundamental y que están hechas del mismo material, conteste:
   a) La cuerda que emite el sonido más grave, ¿es más gruesa o más delgada? Explique su respuesta.
   b) ¿Cuántas veces el área de la sección recta de una de las cuerdas es mayor que la de la otra?

10. Para la cuerda presentada en la Figura D-8:
   a) Haga un dibujo que ilustre el modo de vibración correspondiente al 5o. armónico.
   b) Analice el dibujo que hizo en (a) y determine el valor de λ_5 en función de L, para el 5o. armónico.
   c) Utilice la respuesta de la pregunta (b) para obtener la relación entre la frecuencia f_5 y la frecuencia fundamental f_1.

11. Un tubo sonoro cerrado emite un sonido fundamental de 500 Hz a una temperatura de 20°C.
   a) ¿Cuál es la longitud de este tubo?
   b) Entre las frecuencias siguientes, indique las que este tubo *no* puede emitir: 250 Hz, 1 000 Hz, 1 500 Hz, 2 000 Hz y 2 500 Hz.

12. Para el tubo de la Figura D-12:
   a) Haga un dibujo que muestre el modo de vibración correspondiente al 4o. armónico.
   b) Analice el dibujo hecho en (a), determine el valor de λ_4, en función de L, para el 4o. armónico.
   c) Use la respuesta de la pregunta (b) y obtenga la relación entre la frecuencia f_4 y la frecuencia fundamental f_1.

13. Suponga que en la Figura D-13 (Ejemplo 3, resuelto en esta sección) el nivel del agua en el tubo continuara bajando, lentamente, a partir de la posición en que hubo un primer aumento del sonido emitido por el diapasón. ¿Cuánto debe bajarse el nivel del agua para que ocurra el segundo aumento en este sonido?

14. Dos tubos sonoros, en un órgano, tienen la misma longitud, pero uno de ellos es abierto y el otro cerrado. Si ambos están emitiendo el sonido fundamental, ¿cuál de ellos emite la nota más aguda?

15. Un dispositivo, denominado *silbato de Galton*, consiste en un tubo cerrado en un extremo; éste puede desplazarse, para variar la longitud, L, del tubo. Por tanto, utilizando este silbato es posible emitir sonidos de diversas frecuencias (alturas). Para contestar las preguntas (a) y (b), suponga que el sonido mencionado en cada caso es el de la frecuencia fundamental.
   a) Disminuyendo continuamente la longitud de un silbato de Galton, a medida que se está soplando en él, determine el valor aproximado de L, para el cual una persona con oído normal deja de escuchar el sonido emitido.
   b) Suponga que este silbato fuera accionado con una longitud de 2.5 mm. ¿Lo escucharía una persona?, ¿un perro?

D.3 Las ecuaciones del efecto Doppler

❖ En *Un tema especial* de este capítulo (Sección 17.8) analizamos el efecto Doppler, es decir, las variaciones de la frecuencia de una onda cualquiera (sonora, luminosa, en el agua, etcétera) causadas por el movimiento de la fuente o del receptor de la onda. Ahora mostraremos cómo es posible obtener ecuaciones que nos permiten calcular esas variaciones de frecuencia, para el caso de ondas mecánicas.

❖ **Fuente en reposo y receptor en movimiento.** Consideremos la situación presentada en la Figura 17-41, en donde una fuente, emitiendo un sonido de frecuencia f_0, está en reposo y el receptor (por ejemplo, una persona) se aproxima a esa fuente con una velocidad v_R. Si el receptor estuviera en reposo, ya sabemos que recibiría, por segundo, un número de pulsos igual a f_0, siendo $f_0 = v/\lambda$, donde v es la velocidad de la onda y λ es su longitud de onda. En virtud de su movimiento, el receptor recorre, en un segundo, una distancia numéricamente igual a v_R y el número de pulsos de la onda contenido en esa distancia es, evidentemente, v_R/λ. Entonces, el número de pulsos por segundo que el receptor recibirá, es decir, la frecuencia f que él detectará será:

$$f = f_0 + \frac{v_R}{\lambda} = f_0 + \frac{v_R}{v/f_0} = f_0\left(1 + \frac{v_R}{v}\right)$$

o bien

$$f = f_0\left(\frac{v + v_R}{v}\right)$$

Vemos, entonces, que la frecuencia recibida, f, es mayor que f_0, en concordancia con lo que habíamos destacado en la Sección 17.8. Naturalmente, si el receptor estuviera alejándose de la fuente, mediante un razonamiento semejante se puede demostrar que

$$f = f_0\left(\frac{v - v_R}{v}\right)$$

Es decir, en este caso, f será menor que f_0, como ya sabíamos.

Esas dos ecuaciones pueden representarse bajo la forma única siguiente:

$$\boxed{f = f_0\left(\frac{v \pm v_R}{v}\right)}$$

donde el signo " + " corresponde a la situación en que el receptor se aproxima a la fuente y el signo " – " a su alejamiento de la misma.

❖ **Fuente en movimiento y receptor en reposo.** En la Figura 17-42 tenemos una fuente en movimiento, con velocidad v_F, que se aproxima a un receptor en reposo. Siendo f_0 la frecuencia de la fuente, en un segundo emite f_0 pulsos. Si la fuente estuviera en reposo, estos pulsos estarían distribuidos en una distancia numéricamente igual a v y la longitud de onda (de cada pulso) sería $\lambda = v/f_0$. Como la fuente tiene una velocidad v_F, en un segundo tendremos los f_0 pulsos distribuidos, en el sentido del movimiento, en una distancia numéricamente igual a $v - v_F$. La longitud de onda será entonces menor y dada por $\lambda' = (v - v_F)/f_0$. Esta longitud de onda λ' corresponderá, por tanto, a una frecuencia f que es la que detectará el receptor y cuyo valor es $f = v/\lambda'$ o $\lambda' = v/f$. Por tanto:

$$\frac{v}{f} = \frac{v - v_F}{f_0} \quad \text{donde} \quad f = f_0\left(\frac{v}{v - v_F}\right)$$

Observe que tenemos f mayor que f_0, resultado acorde con lo que habíamos visto, en el supuesto de que la fuente se aproxime al receptor detenido.

Para el caso en que la fuente se estuviera alejando de un receptor en reposo, es fácil mostrar que la frecuencia detectada por él será menor y dada por

$$f = f_0\left(\frac{v}{v + v_F}\right)$$

Las dos frecuencias obtenidas pueden también colocarse bajo una forma única:

$$\boxed{f = f_0\left(\frac{v}{v \mp v_F}\right)}$$

❖ Cuando el receptor y la fuente sonora se mueven simultáneamente (a lo largo de una misma recta), la frecuencia que detectará el receptor depende, naturalmente, de las velocidades de ambos y es fácil mostrar que, en este caso, estará dada por

$$\boxed{f = f_0\left(\frac{v \pm v_R}{v \mp v_F}\right)}$$

Observe que los signos " + " en el numerador y " – " en el denominador corresponden a un aumento de frecuencia (aproximación entre la fuente y el receptor). Por otra parte, los signos " – " en el numerador y " + " en el denominador corresponden a una disminución de la frecuencia (alejamiento entre la fuente y el receptor).

Las ecuaciones anteriores, aunque hayan sido deducidas para ondas mecánicas, pueden aplicarse también a las ondas luminosas, si las velocidades de la fuente y del receptor son mucho menores que la velocidad de la luz en el vacío. Cuando esto no ocurre, las ecuaciones se alteran debido a los efectos relativistas.

❖ **Comentarios.** 1) Las medidas de frecuencia, en general, pueden realizarse con gran precisión. Por esto es posible, utilizando el efecto Doppler, detectar velocidades muy pequeñas de fuentes o receptores sonoros en movimiento. Un ejemplo de aplicación de esas ideas es la medida de la velocidad de la sangre en las arterias, cuyo valor máximo es de sólo 0.4 m/s. Esta medición se efectúa dirigiendo un haz de ultrasonido, de frecuencia conocida a una arteria y midiendo la frecuencia de ese haz después de que lo reflejan las células sanguíneas en movimiento. Obsérvese que estas células, por estar en movimiento, reciben el haz de ultrasonido con una frecuencia alterada. A su vez, al reflejar el ultrasonido, la sangre se comporta como una fuente en movimiento, e introduce una nueva alteración en la frecuencia del haz. Al comparar el valor de la frecuencia emitida con el del haz reflejado, se obtiene la velocidad de la sangre en la arteria.

2) La medida de la velocidad de un automóvil, que generalmente realiza la policía de tránsito usando el radar, se basa en un método semejante al que acabamos de describir. Sin embargo, en este caso la onda utilizada es de naturaleza electromagnética (microonda) y se analiza en el Capítulo 25 de este libro. Estas ondas las emite un aparato especial y se detectan después de ser reflejadas por el automóvil en movimiento. Observe que también aquí tendremos dos alteraciones en el valor de la frecuencia emitida (*véase* Figura D-14).

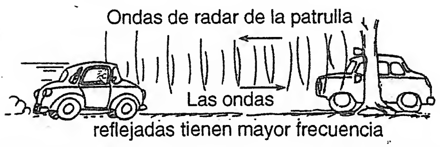


FIGURA D-14 La policía determina la velocidad de un automóvil mediante el efecto Doppler.

EJEMPLO 4

La frecuencia del silbato de una locomotora es de 1 000 Hz.

a) La locomotora, silbando, se aproxima con una velocidad de 40 m/s a una persona parada en la estación. ¿Cuál es la frecuencia del silbato que la persona escuchará?

Se trata del efecto Doppler correspondiente a la situación en que la fuente se aproxima a un receptor en reposo. Tenemos, entonces, considerando la velocidad del sonido v = 340 m/s:

$$f = f_0\left(\frac{v}{v - v_F}\right) = 1\,000\left(\frac{340}{340 - 40}\right)$$

donde

$$f = 1\,132 \text{ Hz}$$

b) Suponga ahora que la locomotora, todavía pitando, esté detenida y que la persona, en un automóvil, se aproxima a ella con velocidad de 40 m/s. ¿Cuál será la frecuencia que la persona escuchará?

Tenemos, para este caso, en que la fuente está en reposo y el receptor se aproxima a ella, la siguiente expresión para la frecuencia detectada:

$$f = f_0\left(\frac{v + v_R}{v}\right) = 1\,000\left(\frac{340 + 40}{340}\right)$$

donde

$$f = 1\,117 \text{ Hz}$$

Observe que en ambos casos la persona oirá sonidos de frecuencia superiores a 1 000 Hz. Sin embargo, en cada caso la alteración en la frecuencia es diferente. No obstante que las velocidades relativas entre la fuente y el receptor sean iguales, para los dos casos, las situaciones físicas correspondientes son distintas, como puede observarse si se analizan las Figuras 17-41 y 17-42.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

16. En el Ejemplo 4, resuelto en esta sección, determine la frecuencia que escucharía la persona suponiendo que:

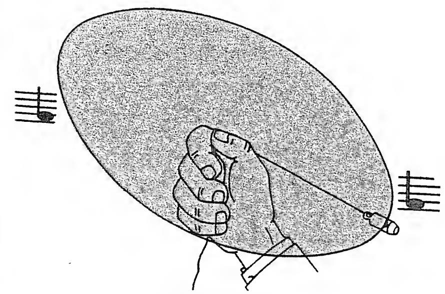
a) En la pregunta (a), la locomotora está alejándose de ella.

b) En la pregunta (b), la persona está alejándose de la locomotora.

17. Un silbato, que emite un sonido de 500 Hz (en reposo), se hace rotar en un círculo horizontal de 1.0 m de radio (*véase* figura de este ejercicio). Una persona, situada a cierta distancia del silbato, oye el sonido que éste emite con una frecuencia variable, a veces superior, a veces inferior a 500 Hz.

a) Sabiendo que la frecuencia máxima que la persona escucha es de 515 Hz, determine el número de vueltas por segundo que el silbato está efectuando.

b) ¿Cuál es el valor de la frecuencia mínima que la persona detectará?



Ejercicio 17

18. Consulte la Tabla 17-2 para determinar la velocidad que un automóvil debería alcanzar para que su conductor pudiera justificar pasarse un alto (rojo), diciendo que lo vío en el color verde. Exprese su respuesta en porcentaje de la velocidad de la luz (considere válidas, para este caso, las ecuaciones deducidas en esta sección para las ondas mecánicas).

19. Al analizar el espectro de la luz proveniente de cierta galaxia, los científicos midieron la longitud de onda de una radiación dada y encontraron el valor $\lambda = 4\,360 \times 10^{-8}$ cm. Sabiendo que la longitud de onda de la radiación, si la galaxia estuviera en reposo en relación con la Tierra, sería $\lambda_0 = 4\,340 \times 10^{-8}$ cm, ellos pudieron calcular la velocidad de la galaxia. Conteste:

a) Con base en la información proporcionada se puede llegar a la conclusión de que ¿la galaxia se está alejando o acercando a la Tierra? Explique su respuesta.

b) ¿Cuál es el valor de la velocidad de la galaxia en relación con la Tierra? (Utilice las ecuaciones obtenidas en esta sección.)

c) ¿A qué porcentaje de la velocidad de la luz corresponde el valor calculado en (b)? Entonces, ¿cree razonable utilizar las ecuaciones obtenidas para las ondas mecánicas, en este caso de efecto Doppler con la luz?

20. Imagine la locomotora de un "tren bala" japonés que pasa pitando por el andén de una estación. Una persona en el andén oye el silbato del tren que se aproxima con frecuencia de 450 Hz. Después de haber pasado el tren, la frecuencia del silbato parece disminuir a 300 Hz. Determine:

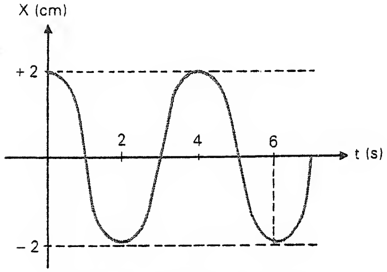
a) La velocidad del "tren bala".

b) La frecuencia del silbato que la persona escucharía si el tren estuviera detenido.

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. Un cuerpo ejecuta un MAS, cuya amplitud es *A*. Determine la posición que ocupa en el momento en que su energía cinética es igual a su energía potencial (dé la respuesta en función de *A*).

2. La ecuación que proporciona la posición de una partícula en MAS es $X = 0.30 \cos \pi t$, donde *X* está dado en metros, *t* en segundos y el ángulo en radianes. Determine, para este movimiento:
   a) La amplitud.
   b) La frecuencia.
   c) La velocidad de la partícula en el momento $t = (1/6)$ s.



Problema Complementario 3

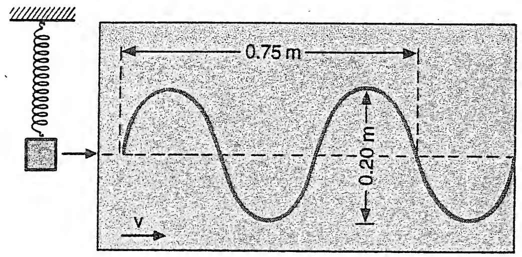
3. En la figura de este problema se muestra la gráfica $X \times t$ para un cuerpo en MAS. Escriba (con valores numéricos) la ecuación que proporciona la posición en función del tiempo para este movimiento.

4. Un cubo de madera, de densidad ρ y arista *L*, flota en un líquido de densidad ρ' (siendo $\rho < \rho'$), con sus caras superior e inferior horizontales. El cubo se empuja hacia abajo, de manera que su cara superior permanece fuera del líquido. Soltando el cubo y depreciando las fricciones:
   a) Demuestre que el cubo realizará un MAS.
   b) Calcule el periodo de oscilación del cubo.

5. Un cuerpo de masa igual a 2.0 kg oscila libremente, suspendido en un resorte de masa depreciable. Las posiciones ocupadas por el cuerpo se registran mediante una aguja sujeta a él, en una tira de papel vertical que se desplaza con una velocidad horizontal constante de $v = 0.20$ m/s (*véase* figura de este problema).
   a) Determine el valor de la constante elástica del resorte.
   b) Escriba la ecuación que proporciona la posición *X*, del cuerpo, en función de *t*, sabiéndose que, cuando $t = 0$, se tiene el valor de *X* máximo.

6. Mediante un proceso electromecánico, se percute un *gong* cada 0.50 s. Una persona parada muy cerca del *gong* ve y oye los golpes simultáneamente. Si se aleja un poco, oye el sonido poco después de ver el golpe. Sin embargo, cuando la persona se encuentra alejada 172 m del *gong*, nuevamente ve el golpe y escucha el sonido simultáneamente. Determine la velocidad del sonido en las condiciones de este experimento.

7. Un perro, al ladrar, emite ondas sonoras con potencia aproximada de 1.0 mW. Suponga que esta potencia se distribuye uniformemente en una superficie hemisférica (cuyo centro se sitúa en el hocico del perro).
   a) Determine, en dB, el nivel de intensidad sonora a 5.0 m del perro.

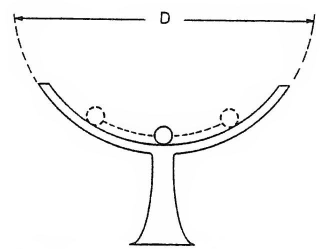


Problema Complementario 5

   b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad en aquella posición si cinco perros ladran simultáneamente?

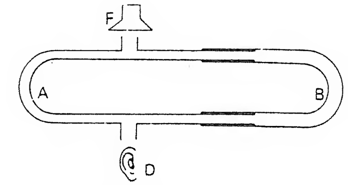
8. En la pregunta (b) del Problema 35 (de la Sección *preguntas y problemas*), de este capítulo, suponga que el número total de mosquitos allí mencionados emite una potencia sonora que se irradia uniformemente en todas direcciones. Recuerde que en el umbral de la sensación dolorosa para el oído de una persona es de 120 dB y determine a qué distancia mínima una persona puede aproximarse a la nube de mosquitos sin sentir dolor.

9. Una bolita de vidrio se coloca en el interior de una copa con forma esférica de diámetro $D = 12.8$ cm (*véase* figura de este problema). Al alejarse ligeramente la bolita de su posición de equilibrio y soltándola, empieza a oscilar en torno a esta posición.
   a) Trace un diagrama que muestre las fuerzas que actúan en la bolita. ¿Con cuál de los dos sistemas oscilantes, analizados en este capítulo, es posible identificar el movimiento de la bola?
   b) Deprecie las fricciones, considere $g = 10$ m/s^2 y determine el periodo de oscilación de la bola.



Problema Complementario 9

10. La figura de este problema muestra un dispositivo constituido por dos tubos curvos, llenos de aire, que pueden usarse para medir la frecuencia de una onda sonora, utilizando el fenómeno de interferencia. El sonido es emitido por una fuente *F* y lo recibe un detector *D*. La longitud del recorrido *FAD* es fija, pero la de *FBD* puede alterarse por el desplazamiento del tubo *B*. Para cierta posición de *B*, el detector recibe un sonido de intensidad mínima y a medida que este tubo se desplaza hacia la derecha, la intensidad aumenta continuamente, y alcanza un máximo en una posición en la cual el tubo *B* se encuentra desplazado 1.7 cm en relación con la primera posición. Determine la frecuencia del sonido emitido por la fuente *F* en este experimento.



Problema Complementario 10

11. Dos fuentes sonoras están separadas por una distancia igual a 8.0 m y emiten sonidos con la misma amplitud y frecuencia $f = 85$ Hz. Si se sabe que las fuentes están en fase, determine los puntos situados sobre el segmento que une a las dos fuentes en los cuales ocurre interferencia destructiva de las dos ondas sonoras.

12. Resuelva el problema anterior, suponiendo que las dos fuentes sonoras están desfazadas a 180°, esto es, cuando una de las fuentes está emitiendo una cresta, la otra está emitiendo un valle y recíprocamente.

13. Una de las cuerdas de un violín, cuya longitud es de 50 cm, vibrando con su frecuencia fundamental, fue afinada para emitir el *la* patrón (vibrando con su longitud total).
   a) ¿A qué distancia de su extremo superior se le debe oprimir para emitir un "do" de frecuencia inmediatamente superior al del "la" patrón? (*Véase* la Figura 17-38).
   b) Sin alterar la tensión de la cuerda, ¿sería posible hacerla emitir el "do" de frecuencia inmediatamente inferior al de "la" patrón? Explique.

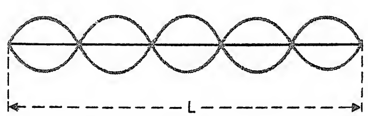
14. Un tubo sonoro de 1.0 m de longitud está cerrado en uno de sus extremos. En la proximidad del extremo abierto de este tubo hay un alambre estirado, cuya masa es de 10 g y cuya longitud es de 40 cm. El alambre, vibrando con su frecuencia fundamental, transmite esas vibraciones hacia la columna de aire en el tubo que vibra, por tanto, con frecuencia igual a la del alambre. Suponiendo que la columna de aire en el tubo vibre también con su frecuencia fundamental, calcule:
   a) La frecuencia de oscilación de la columna de aire.
   b) El valor de la tensión en el alambre estirado.

15. Una sirena, emitiendo un sonido de frecuencia igual a 1000 Hz, se aleja de una persona en reposo, con una velocidad de 20 m/s, y se aproxima a un muro vertical liso. La persona oirá dos sonidos de frecuencia diferentes. Explique por qué ocurre esto y calcule los valores de esas dos frecuencias.

RESPUESTAS

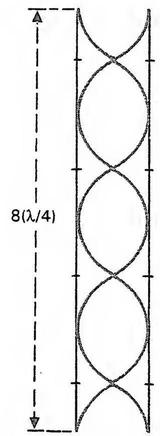
Ejercicios

1. *a*) 10 cm
   b) 4π rad/s
2. 250 g
3. *a*) π rad
   b) –10 cm
   c) punto B'
4. *a*) 0.125 s
   b) 0.125 s
   c) sí
5. *a*) -40π cm/s
   b) en aquel instante el bloque está desplazándose hacia abajo
6. *a*) cero
   b) sí; en aquella posición la resultante de las fuerzas en el bloque es nula
7. *a*) 7.5×10^{-3} g/cm = 7.5×10^{-4} kg/m
   b) 117 Hz
   c) 234 Hz y 585 Hz
8. *a*) reducida a la mitad
   b) multiplicado por 4
9. *a*) más gruesa
   b) 4 veces
10. *a*) *véase* figura
    b) $\lambda_5 = 2L/5$
    c) $f_5 = 5f_1$



Respuesta Ejercicio 10a

11. *a*) 17 cm
    b) 250 hertz, 1 000 hertz y 2 000 hertz
12. *a*) *véase* figura
    b) $\lambda_4 = L/2$
    c) $f_4 = 4f_1$
13. 70 cm
14. el tubo abierto
15. *a*) 4.25 mm



Respuesta Ejercicio 12a

    b) no; sí
16. *a*) 894 Hz
    b) 882 Hz
17. *a*) 1.5 vueltas/s
    b) 485 Hz
18. 21% de la velocidad de la luz
19. *a*) alejando
    b) 1 380 km/s
    c) 0.46%; sí
20. *a*) 68 m/s (= 244 km/h)
    b) 360 Hz

Problemas complementarios

1. $X = \pm A\sqrt{2}/2$
2. *a*) 0.30 m
   b) 0.50 Hz
   c) -0.15π m/s
3. $X = 2\cos(\pi/2)t$, con t en s y X en cm
4. $T = 2\pi\sqrt{\rho L/\rho' g}$
5. *a*) 12.6 N/m
   b) $X = 0.10\cos(0.80\,\pi t)$, con t en s y X en m
6. 344 m/s

7. *a*) 68 dB
   b) 75 dB
8. 2.8 m
9. *a*) péndulo simple
   b) 0.16π s
10. 5.0×10^3 Hz
11. en puntos situados a 1.0 m, 3.0 m, 5.0 m y 7.0 m de una de las fuentes
12. en puntos situados a 2.0 m, 4.0 m, y 6.0 m de una de las fuentes
13. *a*) 7 cm
    b) no
14. *a*) 85 Hz
    b) 115 N
15. 944 Hz y 1 062 Hz

unidad VIII

electrostática – campo y potencial eléctricos

capítulo 18

carga eléctrica

El pelo de esta niña se electrizó con cargas eléctricas de la misma señal y, por eso, los cabellos se repelen. La esfera que aparece en la foto es parte de un aparato electrostático que transfiere electricidad a la persona.

Con este capítulo iniciaremos el estudio de la *Electricidad,* es decir, vamos a analizar y a tratar de entender una gran variedad de efectos, muy ligados a nuestra vida diaria, denominados *fenómenos eléctricos.* En realidad, a cada instante nos relacionamos con hechos de naturaleza eléctrica, y nuestro modo de vida depende mucho de las técnicas y aparatos eléctricos modernos (Fig. 18-1).

FIGURA 18-1 Nuestra vida se encuentra íntimamente relacionada con fenómenos de naturaleza eléctrica.

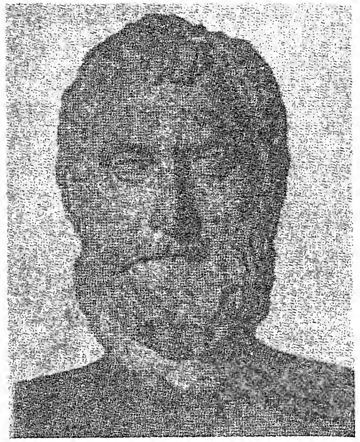
Desarrollaremos nuestro curso de electricidad en tres etapas, correspondientes a las Unidades VIII, IX y X. En la Unidad VIII (Capítulos 18, 19 y 20) analizaremos situaciones en las cuales hemos de tratar con cargas eléctricas generalmente en reposo. Por este motivo, este estudio suele recibir el nombre de *Electrostática.*

En la Unidad IX (Capítulos 21 y 22) estudiaremos las cargas eléctricas en movimiento, es decir, las *corrientes eléctricas,* y las propiedades de los *circuitos eléctricos* por los que circulan dichas corrientes. Esta etapa recibe el nombre de *Electrocinética.*

En la última etapa (Unidad X: Capítulos 23, 24 y 25) haremos un análisis de los fenómenos magnéticos que, como se verá, son producidos por cargas eléctricas en movimiento. Esta parte de la electricidad que estudia las relaciones entre las cargas eléctricas y los fenómenos magnéticos, se denomina *Electromagnetismo.*

18.1 Electrización

❖ **Introducción.** Los primeros descubrimientos de los cuales se tiene noticia en relación



Tales de Mileto (580-546 a.C.). Filósofo griego, conocido por sus teorías cosmológicas basadas en la hipótesis de que el agua era el constituyente de toda la materia que existe en el universo. No existen escritos acerca de la vida de Tales, por lo cual es difícil el conocimiento de su obra. El historiador griego Herodoto habla de los trabajos de Tales en el campo de la geometría, que aprendió de los egipcios, y por lo cual se le acredita la demostración de cinco teoremas. Aristóteles, en sus obras, atribuye a Tales la afirmación de que el imán y el ámbar tienen *alma,* porque pueden atraer las cosas; es decir, Tales afirmaba que incluso los objetos inanimados tienen vida.

con los fenómenos eléctricos, fueron realizados por los griegos en la Antigüedad. El filósofo y matemático Tales, que vivió en la ciudad de Mileto en el siglo v a.C., observó que un trozo de ámbar,* después de ser frotado con una piel de animal, adquiría la propiedad de atraer cuerpos ligeros (como trozos de paja y pequeñas semillas).

Sólo hasta casi 2000 años más tarde comenzaron a realizarse observaciones sistemáticas y cuidadosas de los fenómenos eléctricos, entre las cuales destacan los trabajos del médico inglés William Gilbert. Este científico observó que algunos otros cuerpos se comportan como el ámbar al frotarlos, y que la atracción que ejercen se manifiesta sobre cualquier otro cuerpo, aun cuando no sea ligero.

* El ámbar es un mineral amarillento que proviene de la fosilización de resinas de árboles de madera blanda.

William Gilbert (1544-1603). Nació en Essex, y se convirtió en el científico de mayor renombre en Inglaterra durante el reinado de Isabel I. Aun cuando estudió medicina y se convirtió en un médico de prestigio, su trabajo más importante se transcribe en la obra publicada en 1600: *De Magnete, Magneticisque Corporibus et de Magno Magnete Tellure*; es decir, "Sobre los imanes, los cuerpos magnéticos y el gran imán terrestre". En esta obra de Gilbert, publicada después de varios años de experimentación, presenta sus teorías acerca de los cuerpos magnéticos y las atracciones eléctricas. Fue el primero que empleó los términos *atracción eléctrica, fuerza eléctrica* y *polo de un imán.* Muchos historiadores consideran a Gilbert como el padre del estudio de la electricidad.

Como la designación griega que corresponde al ámbar es *elektron,* Gilbert comenzó a usar el término "eléctrico" para referirse a todo cuerpo que se comportaba como el ámbar, con lo cual surgieron las expresiones "electricidad", "electrizar", "electrización", etcétera.

En la actualidad sabemos que todas las sustancias pueden presentar un comportamiento similar al del ámbar; es decir, pueden electrizarse al ser frotadas con otra sustancia. Por ejemplo, una regla de plástico se electriza cuando la frotamos con seda y puede atraer una bolita de "unicel" (Fig. 18-2a); un peine se electriza cuando se le frota contra el cabello y luego puede atraer a éste (Fig. 18-2b), o bien, a un hilo de agua (Fig. 18-2c); la ropa de nailon también se elec-

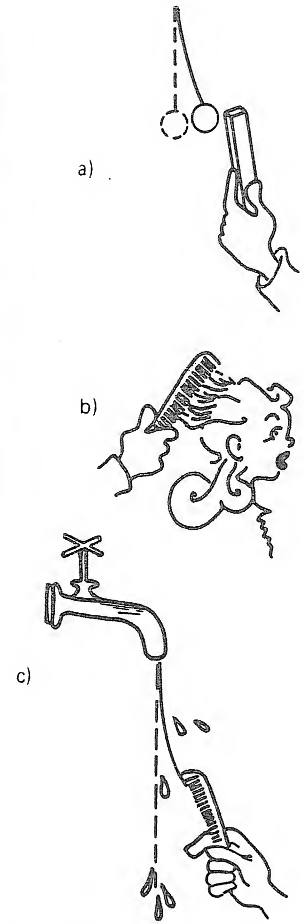


FIGURA 18-2 Cualquier sustancia se puede electrizar al frotarla con otra.

triza al friccionarse con nuestro cuerpo; los automóviles en movimiento adquieren electrización por su rozamiento con el aire, etcétera.

❖ **Carga positiva y carga negativa.** Al realizar experimentos con varios cuerpos electrizados, se halla que pueden separarse en dos grupos:

1er. grupo: Constituido por los cuerpos cuyo comportamiento es igual al de una barra de vidrio que se frota con seda. Podemos observar que todos los cuerpos electrizados de este con-

junto se repelen unos a otros. Decimos que tales cuerpos están *electrizados positivamente,* o bien, que al ser frotados, adquirieron una *carga eléctrica positiva* (Fig. 18-3).

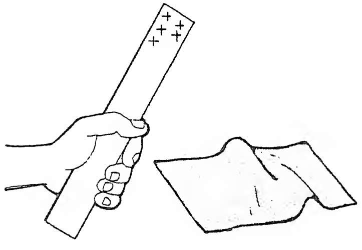


FIGURA 18-3 Cuando frotamos con seda una barra de vidrio, ésta queda electrizada positivamente.

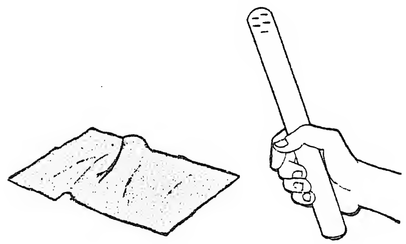


FIGURA 18-4 Cuando frotamos una barra de goma o caucho con lana, la barra queda electrizada negativamente.

2o. grupo: Constituido por los cuerpos que se comportan como una barra de goma (o resina) frotada con un trozo de tela de lana. También podemos observar que todos los cuerpos de este grupo se repelen unos a otros, pero atraen a los cuerpos del grupo anterior. Por tanto, decimos que los cuerpos de este segundo conjunto se encuentran *electrizados negativamente,* o bien, que adquirieron *carga negativa* (Fig. 18-4) cuando se les frotó.

Llegamos así a la conclusión siguiente:

> existen dos tipos de cargas eléctricas: positivas y negativas. Las cargas eléctricas de mismo nombre (mismo signo) se repelen, y las cargas de nombre contrario (signo contrario) se atraen (Fig. 18-5).

❖ **Por qué se electriza un cuerpo.** El famoso político y científico norteamericano, Benjamín Franklin, después de realizar un gran número de observaciones experimentales, halló que cuando dos cuerpos se frotan entre sí, si uno de ellos se electriza positivamente, el otro adquirirá necesariamente electricidad negativa. Por ejemplo, cuando frotamos con una tela de seda una barra de vidrio, éste adquiere una carga eléctrica

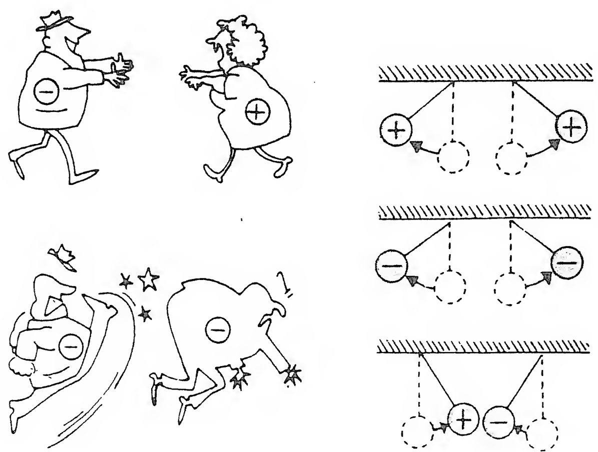


FIGURA 18-5 Los cuerpos electrizados cuya carga o electricidad es de nombre contrario se atraen, y los que tienen electricidad del mismo nombre, se repelen.

positiva, y la seda quedará electrizada negativamente (Fig. 18-6).

Al buscar una explicación de este hecho, Franklin formuló la teoría de que los fenómenos eléctricos se producen por la existencia de un "fluido eléctrico" que se encuentra en todos los cuerpos. En un cuerpo no electrizado (cuerpo neutro), dicho fluido existiría en "cantidad normal". Cuando dos cuerpos se frotan entre sí, ocurriría una transferencia de parte del "fluido eléctrico" de uno hacia el otro. El cuerpo que recibiera más fluido quedaría entonces electrizado positivamente, y el que lo perdiera quedaría electrizado negativamente. De esta manera, conforme a las ideas de Franklin, no habría creación ni destrucción de la carga eléctrica, sino únicamente una transferencia de electricidad de un cuerpo hacia otro; es decir, la cantidad total de "fluido eléctrico" permanecería constante.

En la actualidad sabemos que la teoría de Franklin era por lo menos, parcialmente correcta. De acuerdo con los descubrimientos realizados en este siglo, se sabe que en realidad el proceso de electrización consiste en la transferencia de carga eléctrica entre los cuerpos que se frotan. Pero dicha transferencia no se efectúa mediante el fluido eléctrico que Franklin imaginó, sino por el *paso de electrones* de un cuerpo hacia el otro.

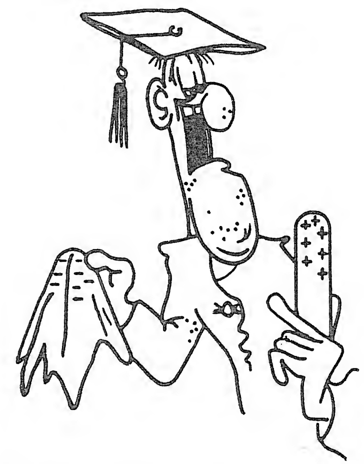
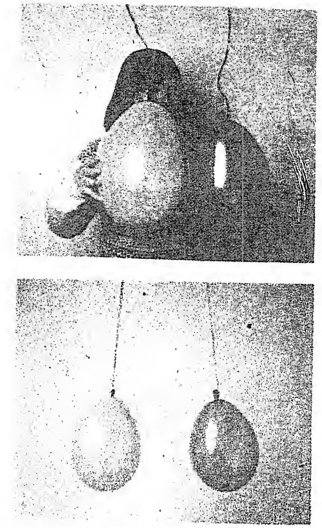


FIGURA 18-6 Cuando una barra de vidrio es frotada con seda, el vidrio adquiere carga positiva y la seda queda electrizada negativamente.



(a)

(b)

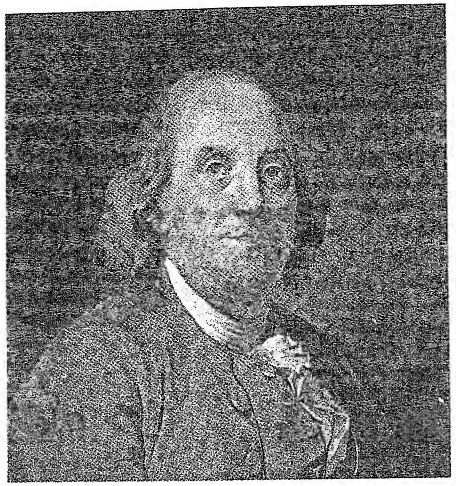
Los globos, después de ser frotados con nailon, son acercados por la niña uno al otro (*a*). Al soltarlos, se repelen (*b*).

Como se recordará, la moderna teoría atómica enseña que toda materia está constituida, básicamente, por las partículas denominadas *protones, neutrones* y *electrones.* Los protones poseen carga positiva, los neutrones no tienen carga eléctrica, y los electrones poseen carga negativa.

En un cuerpo neutro (no electrizado) el número de protones es igual al de electrones. Cuando frotamos dos cuerpos entre sí hay una *transferencia de electrones* de un cuerpo hacia otro. El que pierde electrones presenta un exceso de protones, es decir, queda electrizado positivamente. Es obvio que el otro cuerpo quedará electrizado negativamente, y tendrá así, un exceso de electrones.

Así pues, podemos destacar que

> un cuerpo en su estado normal, no electrizado, posee un número de protones igual al número de electrones. Si tal cuerpo pierde electrones, tendrá un exceso de protones, es decir, se presentará electrizado positivamente. Si recibe electrones poseerá un exceso de estas partículas, y estará electrizado negativamente.



Benjamín Franklin (1706-1790). Uno de los hombres más conocidos y admirados en la segunda mitad del siglo XVIII, en Estados Unidos. Nacido en Boston, Franklin tuvo una infancia difícil, y a los 12 años ya trabajaba como impresor. Más tarde se convirtió en periodista, amplió sus actividades, y en 1748 comenzó a interesarse en la ciencia. Aun cuando se dedicó durante poco tiempo a estos asuntos, pues más tarde comenzó a preocuparse por la política, debemos a Franklin la invención de varios aparatos, entre ellos el pararrayos. En su carrera política, Franklin tuvo oportunidad de luchar en la guerra de independencia de las colonias británicas en América (Estados Unidos) contra Inglaterra, convirtiéndose en un héroe nacional.

❖ **Comentarios.** 1) Debemos observar en el proceso de electrización, que el número total de protones y electrones no se altera, y sólo hay una separación de las cargas eléctricas. Por tanto, no hay creación ni destrucción de carga eléctrica, es decir, la carga total se conserva, tal como pensó Franklin.

2) Como se sabe, los protones y los neutrones se localizan en el núcleo del átomo, y sus posiciones no se pueden cambiar por la simple fricción de un cuerpo con otro. Por el frotamiento sólo se llegan a intercambiar electrones entre los dos objetos.

3) La fricción entre los cuerpos es una manera de hacer que se aproximen lo suficiente para que los átomos de uno puedan interactuar con los del otro. El átomo que ejerza menor fuerza sobre ellos es el que perderá electrones. De este modo, un mismo cuerpo podrá electrizarse positiva o negativamente, dependiendo del cuerpo contra el cual se frote. Por ejemplo, la seda, que al ser frotada con vidrio adquiere carga negativa (porque retira electrones de éste), cuando se fricciona con caucho (o hule) adquiere carga positiva (o sea, cede electrones a este último material).

A título de curiosidad presentamos en la Tabla 18-1 algunas sustancias, ordenadas de modo que cualquiera de ellas adquiere carga positiva cuando es frotada con las sustancias que la siguen, y adquirirá carga negativa cuando es frotada con las que la preceden.

TABLA 18-1

plexiglas
vidrio
marfil
lana
madera
papel
seda
azufre

Las fuerzas que mantienen unidas a las partículas de un cuerpo

❖ Sabemos que es necesario ejercer fuerzas para romper un objeto sólido cualquiera, por ejemplo, para dividir el lápiz de la Figura I, a lo largo de la línea *AB*. Por tanto, deben existir fuerzas de atracción que unen las partes que están a ambos lados de dicha línea. ¿Tendrían estas fuerzas origen eléctrico o gravitacional?

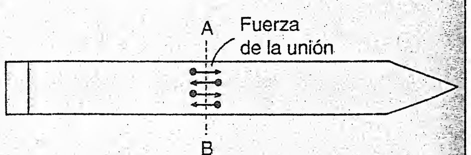


Figura I

Por haber estudiado la Gravitación Universal, sabemos que la fuerza gravitacional entre dos ob-

jetos de "tamaño común" (dos piedras, dos personas, etc.) es extremadamente pequeña. Por tanto, esa fuerza no podría ser la encargada de la unión tan poderosa que existe entre las dos partes del lápiz que intentamos romper. Al estudiar esas uniones, los científicos concluyeron que se deben a las fuerzas eléctricas que se manifiestan entre las partículas del cuerpo. En el caso del lápiz, por tanto, las fuerzas representadas en la Figura I son fuerzas eléctricas que existen entre las partículas situadas a uno y otro lado de la línea *AB*. Estas partículas, que forman parte de la estructura atómico-molecular del material de que está hecho el lápiz, como ya vimos, están electrizadas.

De manera semejante, las fuerzas que mantienen unidas las diversas partes de nuestro cuerpo son de origen eléctrico, como se ilustra en la Figura II. Esta idea también es válida para las fuerzas de unión entre las partículas que constituyen todos los objetos que nos rodean (de "tamaño común"), como las paredes de una casa, un cable de acero, los diversos tipos de pegamento, etcétera.

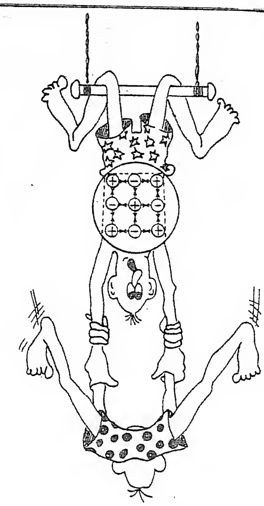


Figura II

❖ Si consideramos cuerpos de masa cada vez mayor, las fuerzas gravitacionales entre las diversas partes del cuerpo se sobreponen, y entonces se vuelven cada vez más intensas. Para un determinado valor de masa del cuerpo, dichas fuerzas se vuelven tan importantes para mantener la unión como las fuerzas eléctricas. Esta situación ocurre para los cuerpos de dimensiones similares a las de un asteroide pequeño (cerca de 100 km de diámetro).

Para cuerpos de dimensiones aún mayores, como un planeta o una estrella, hay predominancia absoluta de las fuerzas gravitacionales que mantienen su cohesión (la colaboración de las fuerzas eléctricas para esta cohesión es despreciable). Es en virtud de la predominancia, ora de la fuerza eléctrica, ora de la forma gravitacional, que un cuerpo sólido de tamaño común pueda tener una forma cualquiera, mientras que un gran cuerpo celeste tiende a adoptar siempre una forma esférica.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Dos hojas de un mismo tipo de papel son frotadas entre sí. ¿Quedarán electrizadas? ¿Y si frotamos dos barras hechas de un mismo tipo de plástico? Explique.
2. Considerando la Figura 18-4 responda:
   a) ¿El trozo de lana quedó electrizado?
   b) ¿Cuál es el signo de la carga en la tela de lana?
   c) ¿Cuál de los dos cuerpos recibió electrones?
   d) ¿Cuál de los dos cuerpos quedó con exceso de protones?
3. En el proceso de electrización que se muestra en la Figura 18-6, el número de electrones en exceso en la seda (cantidad de carga en ésta), ¿es mayor, menor o igual al número de protones en exceso en el vidrio (cantidad de carga en el vidrio)?
4. Un pedazo de marfil se frota con una hoja de papel.
   a) ¿Cuál será el signo de la carga eléctrica que adquiere cada uno (consulte la Tabla 18-1)?
   b) ¿Cuál de ellos perdió electrones?
5. Una barra de "plexiglas" es frotada con un pedazo de lana, y a un terrón de azufre se le frota con una hoja de papel. Consultando la Tabla 18-1, diga si la barra de "plexiglas" atraerá o repelerá.
   a) a la hoja de papel.
   b) al terrón de azufre.

18.2 Conductores y aislantes

❖ **Qué es un conductor de electricidad.** Como ya dijimos en la sección anterior, los cuerpos están constituidos por átomos, y éstos poseen partículas eléctricas (protones y electrones). Cuando varios átomos se reúnen para formar ciertos sólidos —por ejemplo, los metales— los electrones de las órbitas más lejanas no permanecen unidos a sus respectivos átomos, y adquieren libertad de movimiento en el interior del sólido. Estas partículas se denominan *electrones libres* (Fig. 18-7). Por tanto, en materiales que poseen electrones libres es posible que la carga eléctrica sea transportada por medio de ellos, y así, decimos que estas sustancias son *conductores eléctricos*. Por ejemplo, si unimos los polos de un acumulador de automóvil por medio de un alambre de cobre (Fig. 18-8), los electrones libres del metal se ponen en movimiento, desplazándose de un polo hacia el otro. Así pues, las cargas eléctricas estarán desplazándose a través del hilo metálico, constituyendo así una corriente eléctrica (que estudiaremos más tarde).

Entonces, en resumen,

> las sustancias que, como los metales, poseen electrones libres en su interior, permiten el desplazamiento de carga eléctrica a través de ellas, por lo cual se denominan "conductores eléctricos".

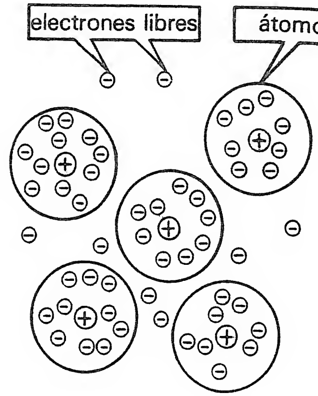


FIGURA 18-7 En los metales, los electrones de las órbitas externas no permanecen unidos a los átomos y se denominan electrones libres.

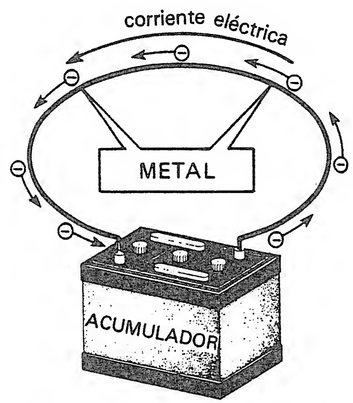


FIGURA 18-8 Cuando conectamos entre sí los polos o terminales de un acumulador (o batería) por medio de un alambre o hilo metálico, los electrones del metal se ponen en movimiento.

❖ **Qué es un dieléctrico.** Al contrario de los conductores eléctricos, existen materiales en los cuales los electrones están firmemente unidos a sus respectivos átomos; es decir, estas sustancias no poseen electrones libres (o el número de electrones libres es relativamente pequeño). Por tanto, no será posible el desplazamiento de carga eléctrica libre a través de estos cuerpos, los que se denominan *aislantes eléctricos* o *dieléctricos*. La porcelana, el caucho (o hule), el vidrio, el plástico, el papel, la madera, etc., son ejemplos típicos de sustancias aislantes. De modo que en la Figura 18-8, si usáramos cualquiera de estas sustancias para formar una pieza que una los polos de la batería o acumulador, no se observaría ningún movimiento de cargas eléctricas en dicha pieza, o sea, no habría corriente eléctrica a través de la sustancia.

❖ **Comentarios.** 1) Consideremos un cuerpo metálico, cargado negativamente, apoyado en un soporte aislante (Fig. 18-9a). Supongamos que tal cuerpo es conectado a tierra por medio de un conductor, por ejemplo, un alambre de cobre (observe en la Figura 18-9a cómo se

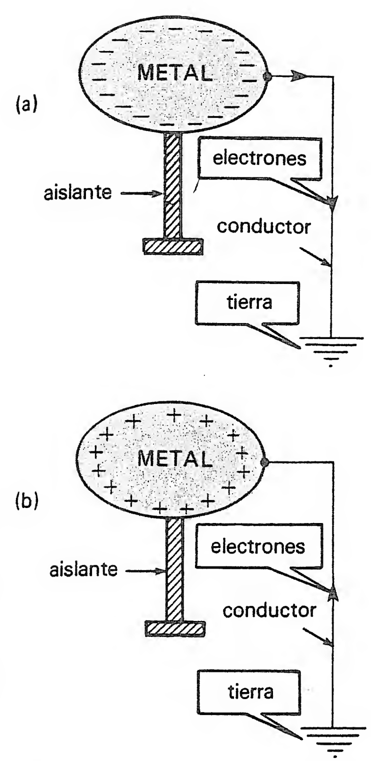


FIGURA 18-9 Al conectar a tierra un cuerpo electrizado, mediante un conductor, pierde su carga y se vuelve eléctricamente neutro.

representa la conexión a tierra en los diagramas eléctricos). En estas condiciones, los electrones que están en exceso en el cuerpo metálico, escaparán hacia tierra a través del conductor, haciendo que dicho cuerpo pierda su carga negativa pasando al estado neutro.

En la Figura 18-9b mostramos lo que sucedería si el cuerpo metálico estuviera electrizado positivamente: los electrones libres de la tierra pasarían a través del conductor hasta que la carga positiva del cuerpo metálico quedara neutralizada. Por tanto, vemos que en ambos casos del cuerpo metálico electrizado, al conectarse a tierra mediante un conductor, pierde su carga y se vuelve neutro.

2) En la Figura 18-9 (*a* y *b*), si en lugar del hilo conductor se usara un hilo aislante (por ejemplo, de plástico) para hacer la unión a tierra, no habría, como ya sabemos, movimiento de electrones a través de dicho elemento. De esta manera, el cuerpo metálico no se descargaría y permanecería electrizado.

3) En la misma Figura 18-9, si el soporte aislante que sostiene el cuerpo metálico fuera de vidrio, este cuerpo podría descargarse aunque no estuviese conectado a tierra mediante un hilo conductor. Generalmente, esto se debe a que sobre la superficie del vidrio se forma una capa de vapor de agua. Dicha capa, al ser conductora, establece el contacto eléctrico del cuerpo metálico con tierra, y por ello, se descarga.

De manera general, en los climas húmedos los cuerpos metálicos electrizados, aun cuando estén apoyados sobre aislantes, terminan por descargarse después de cierto tiempo. Aun cuando el aire atmosférico sea aislante, la presencia de humedad hace que se vuelva conductor. Así, un cuerpo electrizado cederá su carga a la tierra a través del aire.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

6. Se sabe que el cuerpo humano es capaz de conducir cargas eléctricas. Explique, entonces, por qué una persona con una barra metálica en sus manos, no consigue electrizarla por frotamiento.

7. Un autobús en movimiento adquiere carga eléctrica debido al roce con el aire.

   a) Si el ambiente del lugar es seco, ¿el autobús permanecerá electrizado? Explique.
   b) Al asirse de un autobús para subir en él, una persona "recibirá un choque" ¿Por qué?
   c) Este hecho no es común en climas húmedos ¿Por qué?

8. Para evitar la formación de chispas eléctricas, los camiones que transportan gasolina suelen traer arrastrando por el suelo una cadena metálica. Explique por qué.

9. En las industrias de textiles o de papel, estos materiales se encuentran en constante frote con las piezas de las máquinas de producción. Para evitar incendios, el aire ambiente es humedecido continuamente. ¿A qué se debe este procedimiento?

18.3 Inducción y polarización

❖ **Qué es la inducción electrostática.** Consideremos un conductor *AB* en estado neutro (no electrizado), sostenido por un soporte aislante. Aproximemos al conductor, sin tocarlo, un cuerpo *I* electrizado positivamente (Fig. 18-10). Los electrones libres existentes en gran cantidad en el conductor, serán atraídos por la carga positiva del cuerpo *I* y se acumularán en el extremo *A*. Debido a este desplazamiento de las cargas negativas hacia *A*, el extremo *B* presentará un exceso de cargas positivas, como se indica en la Figura 18-10.

Observe que la aproximación del cuerpo cargado produjo en el conductor una separación de cargas, aun cuando en su totalidad siga estando neutro (su carga total es nula). Esta separación de cargas en un conductor, producida por el acercamiento de un cuerpo electrizado, se denomina *inducción electrostática* (por influencia). El cuerpo *I* que produjo la inducción se denomina *inductor*, y las cargas que aparecen en los extremos del conductor se denominan *cargas inducidas*.

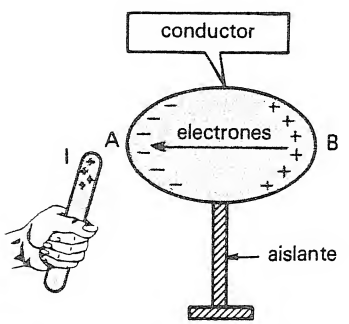


FIGURA 18-10 Cuando aproximamos un cuerpo electrizado a un conductor, observamos en éste una separación de cargas.

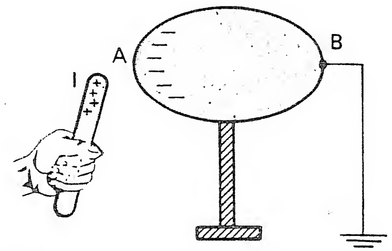


FIGURA 18-11 Al ser conectado a tierra el conductor que sufrió inducción, quedará electrizado negativamente, pues los electrones libres de la tierra pasarán hacia él.

❖ **Electrización por inducción.** Supóngase que manteniendo el inductor fijo en su posición dada conectamos a tierra, mediante un hilo metálico, al conductor que sufrió la inducción electrostática (Fig. 18-11). Esta conexión hará que los electrones libres pasen de la tierra hacia el conductor, de manera similar a como se indica en la Figura 18-9b. Estos electrones neutralizarán la carga positiva inducida que se localiza en el extremo *B* del conductor (Fig. 18-11).

Si deshacemos la conexión a tierra y en seguida alejamos el inductor, la carga negativa inducida que se encontraba acumulada en el extremo *A*, se distribuirá por la superficie de dicho conductor, como se ve en la Figura 18-12.

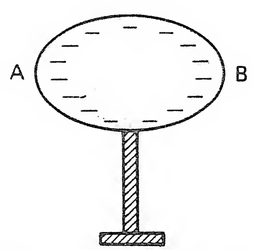


FIGURA 18-12 La carga negativa inducida en el conductor, se distribuye ahora sobre toda su superficie.

Observemos, entonces, que el conductor adquirió así carga negativa, es decir, carga de signo contrario al de la carga del inductor. Éste, a su vez, no perdió ni recibió carga alguna durante el proceso. Esta forma de electrizar un cuerpo conductor se denomina *electrización por inducción*.

❖ **Polarización de un aislante.** Como quizá haya estudiado en su curso de Química, algunas sustancias (por ejemplo, el agua) presentan moléculas denominadas *moléculas polares*. En ellas, el centro de las cargas positivas no coincide con el centro de las cargas negativas, y por tanto, hay una asimetría en la distribución de cargas en la molécula, como se ilustra en la Figura 18-13a. Las sustancias cuyas moléculas poseen cargas eléctricas distribuidas en forma simétrica se denominan *apolares* (Fig. 18-13b).

FIGURA 18-13 Molécula polar (a) y molécula apolar (b).

Consideremos un dieléctrico ***AB***, no electrizado, cuyas moléculas son polares y que está alejado de influencias eléctricas externas. En estas condiciones, las moléculas de esta sustancia están distribuidas al azar, como se representa en la Figura 18-14a. Al acercar a este aislante o dieléctrico un cuerpo electrizado (por ejemplo, con carga positiva), la carga de este último actuará sobre las moléculas del aislante, haciéndolas que se orienten y se alineen en la forma indicada en la Figura 18-14b. Cuando esto sucede, decimos que el dieléctrico está *polarizado*. Observemos en la Figura 18-14b, que el efecto final de esta polarización consiste en hacer aparecer en el extremo *A*, carga negativa, y en el extremo *B*, carga positiva. La Figura 18-14c

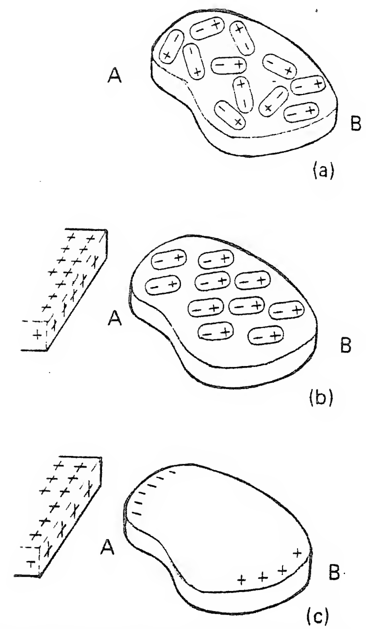


FIGURA 18-14 La polarización en el dieléctrico produce la aparición de cargas de signos contrarios en sus extremos.

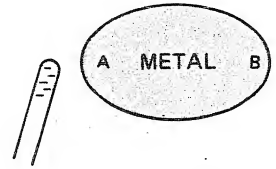
representa este efecto final de *polarización* (por influencia). Debemos notar que aun cuando la carga total en el dieléctrico sea nula, la polarización hace que aparezcan cargas eléctricas de signos contrarios en los extremos *A* y *B*, de manera similar a lo que sucede en la inducción electrostática de un conductor.

Si el dieléctrico ***AB*** estuviera constituido por moléculas apolares, se observaría el mismo efecto final; ya que con la aproximación del cuerpo electrizado, las moléculas se volverían polares, y por consiguiente, se alinearían como se muestra en la Figura 18-14b.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

10. Una barra electrizada negativamente se coloca cerca de un cuerpo metálico *AB* (no electrizado), como muestra la figura de este ejercicio.



Ejercicio 10

a) ¿Hacia dónde se desplazarán los electrones libres de este cuerpo metálico?
b) Entonces, ¿cuál es el signo de la carga que aparece en *A*? ¿Y en *B*?
c) ¿Cómo se denomina esta separación de cargas que ocurrió en el cuerpo metálico?

11. Supongamos, ahora, que el cuerpo *AB* del ejercicio anterior es un dieléctrico.
a) ¿Habrá movimiento de electrones libres en *AB*?
b) Describa lo que sucede con las moléculas de este dieléctrico (haga un dibujo que ilustre su respuesta).
c) Entonces, ¿cuál es el signo de la carga eléctrica que aparece en el extremo *A* del aislante? ¿Y en *B*?
d) ¿Cómo se denomina este fenómeno que se produjo en el dieléctrico *AB*?

12. Considere nuevamente el cuerpo metálico que se muestra en la figura del Ejercicio 10. Suponga que el extremo *B* del mismo se conecta a tierra mediante un hilo conductor.
a) Describa el movimiento de cargas que se producirá debido a esta conexión.
b) Al eliminar el contacto de *AB* con tierra y alejar el inductor, ¿el cuerpo metálico quedará electrizado? ¿Cuál es el signo de su carga?

13. En la Figura 18-11 suponga que alejamos el inductor del conductor antes de deshacer su conexión a tierra.
a) ¿Qué sucedería con los electrones en exceso del conductor *AB*?
b) ¿El cuerpo *AB* permanecería electrizado positivamente o negativamente, o bien quedaría neutro?

18.4 Electroscopios

❖ **Por qué un cuerpo neutro es atraído por un cuerpo electrizado.** Ya vimos que uno de los primeros fenómenos eléctricos observados consistió en la atracción de un cuerpo electrizado (ámbar frotado) sobre cuerpos ligeros *no electrizados* (por ejemplo, trozos pequeños de papel).

Analizando la Figura 18-15 podremos entender por qué sucede esto. En la figura, se acerca una barra electrizada *B*, a un pequeño cuerpo aislante *C* no electrizado. Como estudiamos en la sección anterior, la presencia de la carga en *B* provocará polarización del cuerpo *C*, es decir, en extremos opuestos del dieléctrico *C* aparecerán cargas positivas y negativas, en la forma mostrada en la Figura 18-15a. Así pues, entre la barra *B* y el extremo negativo de *C* habrá una fuerza de atracción representada por $\vec{F_1}$, y entre *B* y el extremo positivo de *C*, una fuerza de repulsión $\vec{F_2}$. Como el extremo negativo está más cerca de la barra, el valor de $\vec{F_1}$ es mayor que el de $\vec{F_2}$, y por consiguiente, el aislante *C* será atraído hacia *B*.

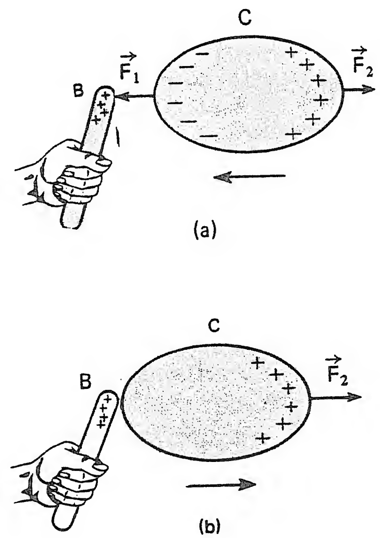


FIGURA 18-15 Cuando un cuerpo electrizado se acerca a un pequeño cuerpo aislante (por ejemplo, un trozo de papel), éste se polariza y es atraído por el cuerpo electrizado.

Si el cuerpo *C* no es muy pesado, se desplazará y entrará en contacto con la barra *B*.

Cuando esto sucede, el cuerpo *C* cederá su carga negativa a la barra, neutralizando parte de la carga positiva de *B*. En estas condiciones, los cuerpos *B* y *C* poseerán cargas del mismo signo, y entonces el dieléctrico *C* será repelido por la barra *B* (Fig. 18-15b).

Un análisis similar nos permite concluir que si la barra *B* está electrizada negativamente, el cuerpo *C* será de igual manera atraído por ella, pudiendo ser incluso repelido después de entrar en contacto con la barra.

Si el cuerpo *C* fuera conductor (por ejemplo, un pequeño trozo de metal), se observarían los mismos fenómenos. Únicamente debe destacarse que la separación de cargas que se observa en la Figura 18-15a sería, en este caso, provocada por inducción electrostática (movimiento de electrones libres), y no por polarización (como sucede con el aislante).

❖ **Qué es un electroscopio.** El electroscopio es un dispositivo que permite comprobar si un cuerpo está electrizado. Un electroscopio muy sencillo puede formarse con un pequeño cuerpo ligero (por ejemplo, una bolita de "unicel") colgado en el extremo de un hilo. Este electroscopio suele denominarse "péndulo eléctrico".

Al acercar al electroscopio un cuerpo electrizado que esté cargado positiva o negativamente, atraerá la bolita (Fig. 18-16), como acabamos de estudiar. Por tanto, el hecho de que la pequeña esfera sea atraída por el cuerpo, indica que el cuerpo está electrizado, aun cuando no podamos determinar el signo de su carga eléctrica.

Para que pudiésemos determinar con este electroscopio el signo de la carga de un cuerpo, sería necesario que la bolita estuviera electrizada con carga de signo conocido. Por ejemplo, si estuviera electrizada positivamente y fuera repelida por un cuerpo determinado, podemos concluir que tal cuerpo también está electrizado positivamente, pero si fuera atraída, el cuerpo estaría cargado negativamente.

❖ **Electroscopio de laminillas.** Otro tipo de electroscopio muy común es el que se denomina "electroscopio de laminillas". Este aparato consta esencialmente de una varilla conductora que tiene en su extremo superior una esfera metálica, y en su extremo inferior, dos tiras metálicas muy finas, sujetas de modo que se pueden acercar o separar fácilmente en su parte libre (Fig. 18-17). Este conjunto suele estar dentro de una caja protectora (totalmente de vidrio, o metálica con mirillas de vidrio), sostenida en ella mediante un aislante (*véase* Figura 18-7).

Al acercar a la esfera o bola del electroscopio (sin tocarla) un cuerpo *C* electrizado positivamente, se producirá inducción electrostática en

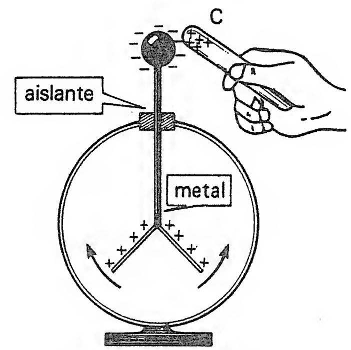


FIGURA 18-17 Electroscopio de laminillas.

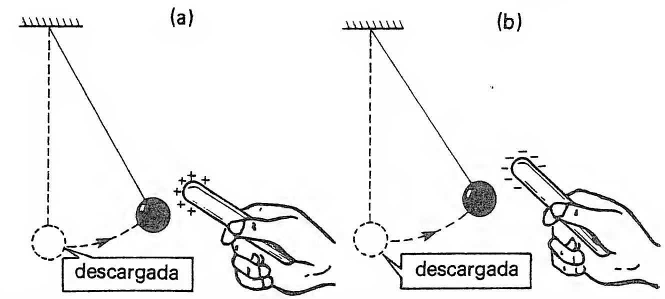
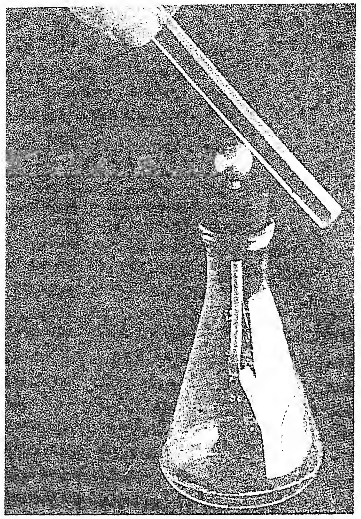


FIGURA 18-16 Un electroscopio simple se obtiene con una esferita ligera colgada de un hilo aislante.



Electroscopio hecho con un frasco de vidrio, un tapón de hule, una barra metálica y dos láminas metálicas delgadas.

la parte metálica del aparato; es decir, los electrones libres serán atraídos hacia la esfera, haciendo aparecer en las laminillas un exceso de cargas positivas. Estas hojas, al hallarse electrizadas con cargas del mismo signo, se separan o abren debido a la fuerza de repulsión que se produce entre ellas. Por tanto, la apertura de las laminillas del electroscopio cuando acercamos a la bola un cuerpo, nos indicará que está electrizado. Es fácil observar que al alejar el cuerpo *C*, los electrones de la esfera serán atraídos hacia las hojas, neutralizando la carga positiva que allí existe, y haciendo que se cierren, o acerquen de nuevo.

Si el cuerpo *C* estuviera electrizado negativamente, observaríamos, de la misma manera, una inducción electrostática en el electroscopio, y por consiguiente, las hojas también se abrirían (estando ambas ahora con electrización negativa). Entonces, el hecho de que las hojas se separen indica solamente que el cuerpo *C* está electrizado, pero no permite determinar el signo de la carga en dicho cuerpo. Para que ello sea posible, es preciso que el electroscopio sea electrizado previamente con carga de signo conocido, como veremos a continuación.

❖ **Comentarios.** Podemos electrizar de dos maneras un electroscopio: por inducción electrostática y por contacto con un cuerpo electrizado.

1) Para electrizar un electroscopio por inducción, debemos proceder en la forma descrita en la Sección 18.3; acercamos un cuerpo electrizado a la esfera, en seguida conectamos a tierra el electroscopio, y por último, al eliminar esa conexión y alejar el cuerpo inductor, el electroscopio quedará electrizado con carga de signo contrario a la de dicho inductor.

2) La electrización por contacto se obtiene si tocamos con un cuerpo electrizado la bola o esfera del electroscopio. Por ejemplo, si el cuerpo *C* de la Figura 18-17 tocara la esfera, los electrones ahí presentes serían transferidos hacia *C*, neutralizando parte de la carga positiva de este cuerpo (Fig. 18-18a). Como el electroscopio perdió electrones, quedará electrizado positivamente. Al alejar el cuerpo *C* se comprueba que la carga positiva, la cual se localizaba en las hojas metálicas, se distribuye en el electroscopio (como veremos en el capítulo siguiente). Observemos, entonces, que el electroscopio queda electrizado con carga de signo igual a la del cuerpo con el cual entró en contacto, y por consiguiente, sus láminas presentan cierta apertura (Fig. 18-18b).

3) Veamos, ahora, cómo podemos usar un electroscopio electrizado con carga de signo conocido, para determinar cuál es el signo de la electricidad existente en un cuerpo cargado. Suponga un electroscopio cargado positivamen-

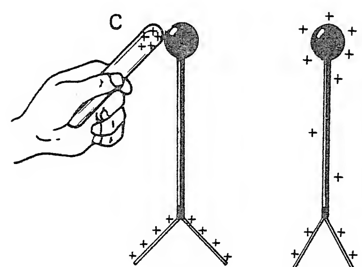


FIGURA 18-18 Cuando un cuerpo electrizado positivamente toca la esfera del electroscopio, éste también queda electrizado positivamente.

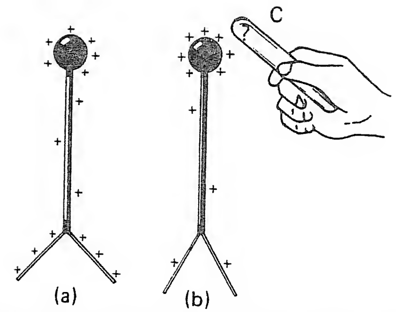


FIGURA 18-19 Es posible determinar el signo de la carga de un cuerpo si lo acercamos a un electroscopio cargado.

te, como muestra la Figura 18-19a. Si al acercar un cuerpo *C* a la esfera del electroscopio, observamos que las laminillas (que estaban separadas) se cierran, podemos concluir que la carga del cuerpo *C* es negativa. En efecto, como la carga de *C* es negativa, los electrones libres de la esfera serán repelidos y se desplazarán hacia las hojas. Estos electrones neutralizarán parte de la carga positiva ahí existente, y por ello, el alejamiento entre las hojas disminuirá (Fig. 18-19b).

Mediante un razonamiento análogo podemos concluir que si la separación de las láminas aumenta por el acercamiento del cuerpo *C*, el signo de la carga en este último será positivo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

14. Suponga que en la Figura 18-15 la barra *B* está electrizada negativamente.
   a) Haga un dibujo que indique las cargas que aparecen en los extremos del cuerpo *C* en virtud del acercamiento de la barra electrizada negativamente.
   b) ¿Cuál es el extremo de *C* que será atraído por *B*? ¿Cuál será repelido?
   c) ¿El cuerpo *C* es atraído hacia *B*? ¿Por qué?
   d) Describa lo que sucede con el cuerpo *C* después de tocar la barra *B*.

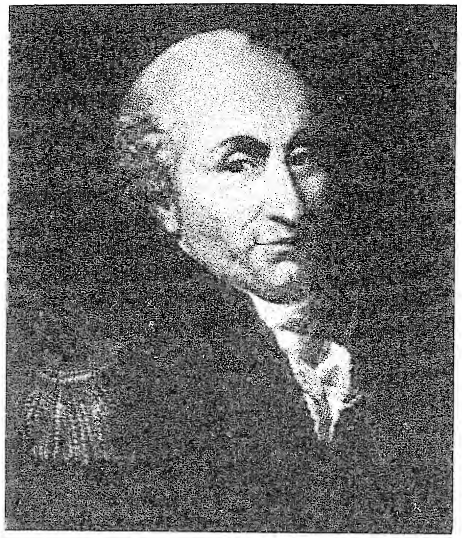
15. Un cuerpo electrizado con carga positiva se acerca a la bolita de un péndulo eléctrico (un electroscopio).
   a) Si la esferilla fuera atraída por el cuerpo, ¿podríamos concluir que está electrizada negativamente?
   b) Si la bolita fuera repelida, ¿podríamos concluir que posee carga positiva?

16. En la Figura 18-17 suponga que el cuerpo *C* está electrizado negativamente.
   a) ¿Cuál es el signo de la carga que aparecería en la esfera del electroscopio? ¿Y en sus laminillas?
   b) ¿Las hojas del electroscopio se abrirían?
   c) Describa la transferencia de cargas que se produciría si el cuerpo *C* tocase la esfera.
   d) Al alejar el cuerpo *C*, ¿cuál sería el signo de la carga que quedaría distribuida en el electroscopio?

17. Un electroscopio de laminillas se encuentra electrizado negativamente, y acercamos a su esfera o bola una barra electrizada *B*.
   a) Hallamos que las hojas del electroscopio tienen un aumento en su separación, ¿cuál es el signo de la carga en la barra *B*? Explique.
   b) Si la carga de *B* fuera positiva, ¿qué sucedería con la separación entre las hojas del electroscopio? ¿Por qué?

18.5 Ley de Coulomb

❖ **Medición de la carga eléctrica.** Ya sabemos que cuando un cuerpo está electrizado posee un exceso de protones (carga positiva), o bien, un exceso de electrones (carga negativa). Por este motivo, el *valor de la carga* de un cuerpo, que vamos a representar por *Q* o *q*, se puede medir por el número de electrones que el cuerpo pierde o gana. Pero esta forma de expresar el valor de la carga no resulta práctica, pues se sabe que en un proceso común de electrización (por ejemplo, por frotamiento), el cuerpo pierde o gana un número muy elevado de electrones. De este modo, los



Charles Augustin de Coulomb (1736-1806). Científico francés que nació en Angulema, y que se le conoce principalmente por la formulación de la ley que lleva su nombre. Como ingeniero militar, Coulomb trabajó nueve años en la India. Al regresar a Francia, se dedicó a las investigaciones científicas e inventó la "balanza electrostática", dispositivo que le permitió medir fuerzas eléctricas con gran precisión, llevándolo a establecer su célebre ley. Coulomb también realizó experimentos en otros campos: acerca de la fricción en las máquinas, la elasticidad de los metales, de fibras de seda, etc. La unidad de carga eléctrica del Sistema Internacional, recibió el nombre de Coulomb en su honor.

valores de Q o q estarían expresados por números sumamente grandes.

En la práctica se procura entonces emplear una unidad de carga más adecuada. En el Sistema Internacional (SI) la unidad de carga eléctrica se denomina *coulomb* (símbolo C), en honor al físico francés Charles A. de Coulomb. Este científico, al analizar las fuerzas de interacción entre cargas eléctricas, llegó a una ley muy importante que estudiaremos en esta sección.

Cuando decimos que un cuerpo posee una carga de 1 C, ello significa que perdió o ganó 6.25×10^{18} electrones, es decir:

1 C corresponde a 6.25×10^{18} electrones en exceso (si la carga del cuerpo fue negativa), o en defecto (si la carga del cuerpo fue positiva).

Generalmente, en Electrostática trabajamos con cargas eléctricas mucho menores que 1 C. En este caso, es costumbre expresar los valores de las cargas de los cuerpos electrizados en milicoulombs (1 mC = 10^{-3} C), o bien, en microcoulombs (1 μC = 10^{-6} C).

❖ **La fuerza eléctrica es proporcional a las cargas.** Consideremos dos cuerpos electrizados con cargas Q_1 y Q_2, separados una distancia r, como muestra la Figura 18-20. Supongamos que el tamaño de estos cuerpos electrizados es muy pequeño en relación con la distancia r entre ellos. En estas condiciones, consideraremos despreciables las dimensiones de dichos cuerpos, y nos referiremos a ellos como "cargas puntuales". Por tanto,

> una carga puntual o puntiforme es la que está distribuida en un cuerpo cuyas dimensiones son depreciables en comparación con las demás dimensiones que intervienen en el problema.

En el siglo XVIII, Coulomb realizó una serie de mediciones muy cuidadosas de las fuerzas existentes entre dos cargas puntuales, usando una balanza de torsión similar a la que empleó Cavendish para evaluar la ley de la gravitación universal (descrita en el Capítulo 7). Mediante estas medidas, Coulomb llegó a algunas conclusiones (válidas tanto para las fuerzas de atracción como para las de repulsión) que ahora analizaremos.

En la Figura 18-20 designamos por F la magnitud de la fuerza entre las cargas Q_1 y Q_2. Coulomb halló que si la carga Q_1 se duplicara (o bien triplicara, o cuadruplicara, etc.), el valor de la fuerza entre las cargas también se duplicaría (o triplicaría, o cuadruplicaría, etc.), según

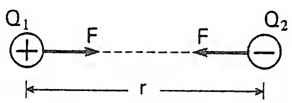


FIGURA 18-20 Fuerza de atracción entre dos cargas puntuales de signo contrario, separadas por la distancia r.

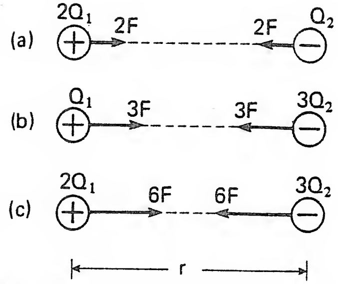


FIGURA 18-21 La fuerza de interacción entre dos cargas puntuales separadas una distancia r, es directamente proporcional al producto de estas cargas.

se muestra en la Figura 18-21a. Concluyó entonces que el valor de la fuerza es proporcional a la carga Q_1, o sea,

$$F \propto Q_1$$

Como era de esperar, si el valor de Q_1 no se alterara y el valor de Q_2 se duplicara (o triplicara, etc.), la magnitud de la fuerza también se duplicaría (o triplicaría, etc.), como se representa en la Figura 18-21b. Entonces podemos escribir también que

$$F \propto Q_2$$

Luego como $F \propto Q_1$ y $F \propto Q_2$, vemos que

$$F \propto Q_1 Q_2$$

es decir,

> la fuerza de interacción entre dos cargas eléctricas puntuales es proporcional al producto de dichas cargas.

Por ejemplo, suponiendo que el valor de Q_1 fuese duplicado, y el de Q_2 fuera triplicado, el valor de la fuerza entre estas cargas se volvería 6 veces mayor (Fig. 18-21c).

❖ **La fuerza eléctrica depende de la distancia entre las cargas.** Desde hace muchos siglos se conoce el hecho de que la fuerza ejercida entre dos cuerpos electrizados disminuye al aumentar la distancia entre ellos, a lo cual ya nos referimos en este capítulo.

Pero el establecimiento de la relación cuantitativa entre la fuerza F (que una carga puntual ejerce sobre otra) y r (distancia entre las cargas), sólo pudo ser logrado por Coulomb en sus experimentos con la balanza de torsión. Este científico comprobó que

al duplicar r, la fuerza F se vuelve 4 veces menor
al triplicar r, la fuerza F se vuelve 9 veces menor
al cuadruplicar r, la fuerza F se vuelve 16 veces menor, etcétera.

Así, Coulomb observó que cuando la distancia r se multiplica por un número, la fuerza F entre las cargas queda dividida por el *cuadrado* de este número. Por tanto,

> la fuerza F de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r entre ellas; es decir
>
> $$F \propto \frac{1}{r^2}$$

❖ **Ley de Coulomb.** Como ya vimos que entre la fuerza F y las cargas Q_1 y Q_2 existe la relación

$$F \propto Q_1 Q_2$$

y que entre esta misma fuerza y la distancia r se tiene

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

podemos asociar estas relaciones y obtener

$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Como sabemos, esta relación se podrá transformar en una igualdad si introducimos en ella una constante de proporcionalidad adecuada. Consideremos, inicialmente, las cargas Q_1 y Q_2 *situadas en el vacío*. En este caso designaremos por k_0 la constante de proporcionalidad a introducir en la relación anterior. Entonces, para dos cargas en el espacio libre tendremos

$$\boxed{F = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}}$$

Así pues, hemos llegado ya a la expresión matemática de la ley de Coulomb para dos cargas en el vacío. El valor de la constante k_0 se puede obtener en forma experimental. En el SI, donde F se expresa en newtons, Q_1 y Q_2 en coulombs, y r en metros, el valor de k_0 es

$$k_0 = 9.0 \times 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$$

❖ **Influencia del medio.** Supongamos ahora que las cargas Q_1 y Q_2 se colocan en el interior de un medio material cualquiera (por ejemplo, Q_1 y Q_2 podrían estar sumergidas en agua, en aceite, etc.). En tal caso, encontramos que la fuerza de interacción entre ellas *sufre una reducción,* mayor o menor, dependiendo del medio. Este factor de reducción se denomina *constante dieléctrica del medio,* y se representa por K.*

La Tabla 18-2 presenta los valores de la constante dieléctrica, K, para algunos materiales. Observando la tabla podemos concluir que el valor de la fuerza entre dos cargas prácticamente no se altera cuando pasan del vacío hacia el aire. Por otra parte, si se sumergieran en aceite, por ejemplo, tal fuerza se volvería 4.6 veces menor, además debemos destacar el alto valor de la constante dieléctrica del agua: si sumergimos Q_1 y Q_2 en este líquido, la fuerza de interacción entre ellas se reduce notablemente, volviéndose 81 veces menor que en el vacío.

TABLA 18-2

Medio material	Constante dieléctrica (K)
Vacío	1.0000
Aire	1.0005
Gasolina	2.3
Ámbar	2.7
Vidrio	4.5
Aceite	4.6
Mica	5.4
Glicerina	43
Agua	81

* **N. del R.** Por consiguiente, para un medio material dado se tiene una *constante electrostática* k igual a k_0/K, siendo así la constante dieléctrica K la razón entre k_0, la constante electrostática del vacío y k. Es decir, $K = k_0/k$.

En resumen, podemos expresar entonces la ley de Coulomb de la siguiente manera:

> LEY DE COULOMB
>
> Dos cargas puntuales Q_1 y Q_2, separadas una distancia r y situadas en el vacío, se atraen o se repelen con una fuerza F dada por
>
> $$F = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$
>
> donde k_0, en el Sistema Internacional, tiene el valor $k_0 = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Si se sumergen estas cargas en un medio material, el valor de la fuerza entre ellas se vuelve K veces menor, donde K es la constante dieléctrica de este medio. Es decir
>
> $$F = \frac{k_0}{K} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

EJEMPLO

Una carga puntual positiva, $Q_1 = 0.23\ \mu\mathrm{C}$, se coloca a una distancia $r = 3.0$ cm de otra carga también puntual pero negativa, $Q_2 = -0.60\ \mu\mathrm{C}$ (Fig. 18-22).

a) Suponiendo que Q_1 y Q_2 están en aire, calcule el valor de la fuerza F_1 que Q_2 ejerce sobre Q_1.

Como la fuerza entre dos cargas eléctricas situadas en el vacío o en el aire es prácticamente la misma, el valor de $\vec{F}_1$ estará dado por

$$F_1 = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

donde se tiene, según el Sistema Internacional,

$$k_0 = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$$
$$Q_1 = 0.23\ \mu\mathrm{C} = 2.3 \times 10^{-7}\ \mathrm{C}$$
$$Q_2 = -0.60\ \mu\mathrm{C} = -6.0 \times 10^{-7}\ \mathrm{C}$$
$$r = 3.0\ \mathrm{cm} = 3.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

Al sustituir estos valores en la expresión de la ley de Coulomb, obtendremos el valor de F_1 (no es necesario tomar en cuenta el signo de las cargas, pues como ya sabemos cuál es el sentido de la fuerza, hay que calcular únicamente su magnitud).

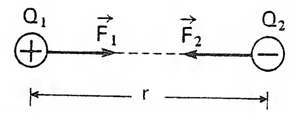


FIGURA 18-22 Para el Ejemplo de la Sección 18.5.

Tenemos, entonces,

$$F_1 = 9.0 \times 10^9 \times \frac{(2.3 \times 10^{-7} \times 6.0 \times 10^{-7})}{(3.0 \times 10^{-2})^2}$$

donde

$$F_1 = 1.38\ \mathrm{N}$$

b) El valor de la fuerza $\vec{F}_2$ que Q_1 ejerce sobre Q_2, ¿es mayor, menor o igual al valor de $\vec{F}_1$?

Por la tercera ley de Newton sabemos que si Q_2 atrae a Q_1, esta carga Q_1 atraerá a Q_2 con una fuerza igual y contraria. En otras palabras, las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, que se muestran en la Figura 18-22 constituyen una pareja de acción y reacción, y por tanto, sus magnitudes son iguales; es decir, tenemos que $F_2 = 1.38$ N.

c) Si las cargas Q_1 y Q_2 estuvieran sumergidas en gasolina, ¿cuál sería la magnitud de la fuerza de atracción entre ellas?

La intensidad de la fuerza de atracción se volvería, como sabemos, K veces menor, siendo K la constante dieléctrica de la gasolina. En la Tabla 18-2 vemos que en este caso $K = 2.3$. Entonces, en el interior de la gasolina Q_1 y Q_2 se atraerían con una fuerza $\vec{F}$ cuya magnitud es

$$F = \frac{1.38\ \mathrm{N}}{2.3}$$

donde

$$F = 0.60\ \mathrm{N}$$

Interpretación microscópica de la constante dieléctrica de un medio

❖ Acabamos de ver que la fuerza eléctrica entre dos cargas, colocadas en el vacío, sufre una reducción cuando esas cargas se sumergen en un medio material. La constante dieléctrica del medio, K, representa el factor de reducción de la fuerza. Vamos a presentar un modelo microscópico que nos permite entender por qué ocurre esta reducción. En otras palabras, trataremos de interpretarla analizando las alteraciones que ocurren en los átomos o las moléculas del medio.

❖ Tomemos dos placas metálicas A y B, situadas en el vacío, cargadas eléctricamente con cargas iguales y de signos contrarios, como se muestra en la Figura I. Al colocarse una carga q entre esas placas, una fuerza $\vec{F}_0$ actúa sobre ella, en virtud de las cargas en las placas.

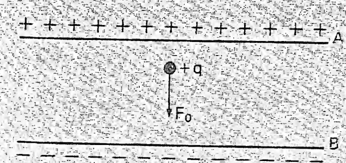


FIGURA I

Suponiendo ahora, que estas placas hayan sido sumergidas en un medio dieléctrico (por ejemplo, agua), ya sabemos que este dieléctrico quedará polarizado (como vimos en la Sección 18.3). Las moléculas de este medio estarán entonces, orientadas y alineadas de la manera representada en la Figura II. Debido a esta polarización, las superficies del dieléctrico cercanas a las placas A y B quedarán electrizadas, como se ilustra en la Figura III. Las cargas que aparecen en las superficies del dieléctrico se denominan *cargas de polarización.*

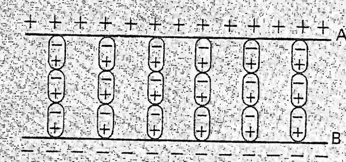


FIGURA II

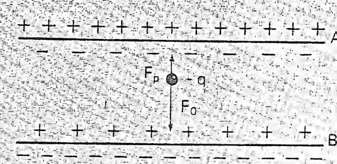


FIGURA III

❖ En la Figura III puede observarse que la carga q, colocada entre las placas, quedará bajo la acción de *dos fuerzas*: la fuerza $\vec{F_0}$, debida a las cargas en las placas A y B, y la fuerza $\vec{F_p}$, de sentido contrario a $\vec{F_0}$, debida a las cargas de polarización. Entonces, la fuerza eléctrica $\vec{F}$, que estará actuando en la carga q será la resultante de $\vec{F_0}$ y $\vec{F_p}$. Su módulo será, evidentemente,

$$F = F_0 - F_p \quad \text{entonces} \quad F < F_0$$

Por tanto, la fuerza eléctrica $\vec{F}$, sobre la carga, q, es menor que el valor F_0 en el vacío, debido a la aparición de las cargas de polarización que dan origen a la fuerza $\vec{F_p}$ (de sentido contrario siempre a $\vec{F_0}$).

Para cualquier dieléctrico, se comprueba que el valor de las cargas de polarización es siempre inferior al valor de las cargas que producen la polarización (cargas en las placas). En consecuencia, se tiene $F_p < F_0$ y la fuerza $\vec{F}$ nunca se anulará. Además de eso, cuanto mayor sea el grado de orientación y alineación que presente el dieléctrico (mayor polarización), mayor será el valor de F_p y, por tanto, menor será el valor de F.

Como la constante dieléctrica está dada por $K = F_0/F$, se puede llegar a la conclusión de que K es una característica del medio tal que, cuanto mayor sea su valor, mayor el grado de polarización que él adquiere en presencia de cargas eléctricas.

En resumen, la constante dieléctrica K mide una característica microscópica de un medio material —su propiedad de presentar mayor o menor grado de polarización.

❖ Este análisis se hizo para la situación específica presentada en la Figura III. Sin embargo, puede mostrarse que es general y se aplica a cualquier situación. Por ejemplo, en la Figura IV, $\vec{F_0}$ representa la fuerza con la que dos cargas puntuales, Q_1 y Q_2, se repelen en el vacío. Si estas cargas se sumergieran en un dieléctrico, éste se polariza y las cargas de polarización darán origen a la fuerza $\vec{F_p}$, contraria a $\vec{F_0}$, como lo muestra la figura. La fuerza eléctrica que actúa en cada carga pasa, entonces, a tener un valor $F < F_0$, dado por $F = F_0/K$.

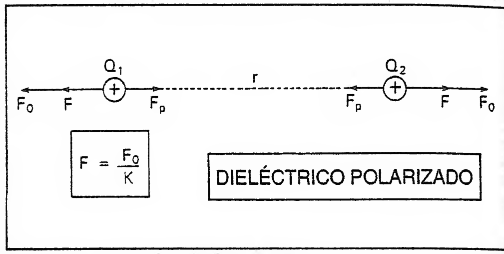


FIGURA IV

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

18. *a)* En el texto de esta sección se proporcionó la correspondencia entre la carga de 1 C y el número de electrones en exceso (o en defecto o deficiencia) en un cuerpo. Con base en esta información, determine en coulombs el valor de la carga de un electrón.

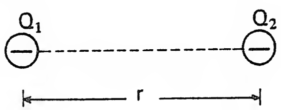
b) Usando la respuesta de la pregunta anterior determine, en coulombs, el valor de la carga Q de un cuerpo que posee 5.0×10^{14} protones en exceso. Exprese también este valor en µC.

c) Un peine electrizado por fricción adquirió una carga negativa de 3.2×10^{-10} C. ¿El número de electrones en exceso en dicho peine, es mayor o menor que la población de México?

19. Dos cargas puntuales negativas, cuyos módulos son $Q_1 = 4.3$ µC y $Q_2 = 2.0$ µC, están situadas en el aire y separadas una distancia $r = 30$ cm (*véase* la figura de este ejercicio).

a) Trace en la figura la fuerza que Q_1 ejerce sobre Q_2. ¿Cuál es el valor de esta fuerza?

b) Trace en la figura, la fuerza que Q_2 ejerce sobre Q_1 ¿Cuál es el valor de esta fuerza?



Ejercicio 19

20. Suponga en el ejercicio anterior que el valor de la carga Q_1 se volvió 10 veces mayor, que el valor de Q_2 se redujo a la mitad, y que la distancia entre ellas se mantuvo constante.

a) ¿Por qué factor quedaría multiplicado el valor de la fuerza entre las cargas?

b) Entonces, ¿cuál sería el nuevo valor de esta fuerza?

21. Considere de nuevo el Ejercicio 19 y suponga que los valores de Q_1 y Q_2 se han mantenido constantes.

a) Si la distancia entre estas cargas se vuelve dos veces mayor, ¿la fuerza entre ellas aumentará o disminuirá? ¿Cuantás veces?

b) Si la distancia entre las cargas se vuelve dos veces menor, ¿la fuerza entre ellas aumentará o disminuirá? ¿Cuántas veces?

22. Suponga ahora que las cargas eléctricas del Ejercicio 19 se sumergen en glicerina, conservando los valores de Q_1, Q_2 y r mencionados en dicho ejercicio.

a) En este caso, ¿el valor de la fuerza entre las cargas, aumentará o disminuirá? ¿Cuántas veces? (consulte la Tabla 18-2)

b) Entonces, ¿cuál será el valor de la fuerza entre Q_1 y Q_2 cuando están sumergidas en glicerina?

18.6 Un tema especial (para aprender más)

Los primeros descubrimientos en el campo de la electricidad

❖ **Fuerza eléctrica y fuerza magnética.** Como dijimos al principio de este capítulo, el *efecto del ámbar*, es decir, la propiedad de atraer cuerpos ligeros que el ámbar adquiere cuando lo frotamos ya se conocía desde hace más de 2000 años. Prácticamente en la misma época, se observó también que ciertas piedras —los imanes naturales— atraían pedazos de fierro.

Durante mucho tiempo se creyó que estos dos fenómenos eran de la misma naturaleza, es decir, se pensaba que ambos se debían a una misma propiedad de los cuerpos materiales, pero aun en la Antigüedad se observó una gran diferencia entre dichos fenómenos: el ámbar frotado ejercía su atracción sobre varias clases de cuerpos, mientras que el imán únicamente atraía pedazos de fierro. Por tanto, estas atracciones no debían ser confundidas, pues debían corresponder a fenómenos diferentes. En nuestro lenguaje actual, lo anterior se expresa diciendo que el ámbar frotado ejerce una *fuerza eléctrica*, y que la piedra del imán ejerce una *fuerza magnética*.

A continuación describiremos en forma breve cómo evolucionó históricamente el estudio de los fenómenos relacionados con el "*efecto del ámbar*", es decir, el estudio de los fenómenos eléctricos. Los fenómenos magnéticos se analizarán posteriormente, a partir del Capítulo 23.

❖ **Ideas iniciales acerca del origen de la fuerza eléctrica.** En todas las referencias hechas por los filósofos de la Antigüedad, respecto de los fenómenos eléctricos, siempre hallamos una tentativa de explicación del origen de las fuerzas eléctricas. Estas explicaciones presentaban las más diversas formas, e incluso algunas eran teológicas y aun psíquicas. Muchos filósofos atribuían la atracción a una *simpatía* entre los cuerpos en atracción, y otros creían incluso que los cuerpos atraídos servían de alimento al ámbar.

Otra explicación de las atracciones eléctricas, muy divulgada en la Antigüedad, tenía un carácter mecánico (o material). Los defensores de esta hipótesis creían que el ámbar frotado emitía una sustancia invisible, a la cual denominaban *efluvio*. Esta sustancia debía establecer un contacto material entre el ámbar y el objeto cercano, produciendo su atracción.

Durante la Edad Media predominó la vieja hipótesis de que la atracción se debía a una "simpatía" entre los cuerpos. Pero, la imposibilidad de explicar varios fenómenos eléctricos con base en dicha idea, hizo que los científicos del Renacimiento (siglo XV y XVI) volvieran su atención hacia la hipótesis material del efluvio.

❖ **Gilbert publica "De Magnete".** En el siglo XVI, el médico inglés William Gilbert llevó a cabo un minucioso estudio acerca de los fenómenos eléctricos y magnéticos, publicando, en 1600, un extenso tratado denominado *De Magnete* (Fig. 18-23), en el cual presentaba los resultados de sus observaciones. Uno de los capítulos

GVILIELMI GIL-
BERTI COLCESTREN-
SIS, MEDICI LONDI-
NENSIS,

DE MAGNETE, MAGNETI-
CISQVE CORPORIBVS, ET DE MAG-
no magnete tellure; Physiologia noua,
plurimis & argumentis, & expe-
rimentis demonstrata.

LONDINI
EXCVDEBAT PETRVS SHORT ANNO
MDC.

FIGURA 18-23 Portada de la famosa obra de William Gilbert, *De Magnete,* publicada en 1600.

de esta obra se dedicaba exclusivamente al *efecto del ámbar.*

Gilbert lograba detectar la existencia de fuerzas eléctricas muy pequeñas empleando un aparato inventado por él, y al cual denominó *versorium.* Este aparato consistía en una pequeña flecha de madera apoyada en un soporte vertical alrededor del cual podía girar con toda libertad (Fig. 18-24). Si la flecha giraba al acercar un cuerpo frotado a uno de sus extremos, se concluía que el cuerpo estaba presentando el *efecto del ámbar* (o sea, estaba electrizado). Como el *versorium* era un aparato sensible, Gilbert logró comprobar que un gran número de sustancias frotadas adquirían esa propiedad, y no únicamente el ámbar, como hasta entonces se creía. En su obra *De Magnete* nos describe su descubrimiento de la siguiente manera:

"Pues no es únicamente el ámbar, como ellos suponen, el que atrae cuerpos pequeños, sino también el diamante, el zafiro, el ópalo, la amatista, el cristal, etc. Estas sustancias atraen todas las cosas, y no sólo plumas de ave y pequeños

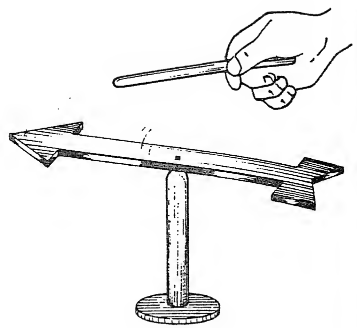


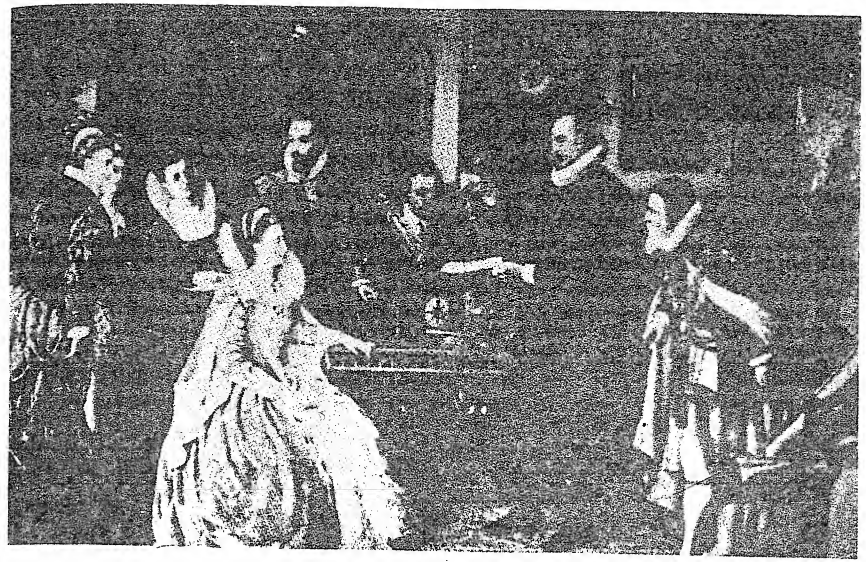
FIGURA 18-24 El *versorium* fue un instrumento ideado por Gilbert para detectar las fuerzas eléctricas.

trozos, sino todos los metales, madera, piedra, tierra, y también agua y aceite, y todo lo que está sujeto a nuestros sentidos y es sólido..."

Para explicar la atracción ejercida por todas aquellas sustancias, Gilbert adoptó la hipótesis del efluvio, rechazando vehementemente la idea de la *simpatía* entre los cuerpos que se atraen.

A pesar del gran número de cuidadosos experimentos realizados por él, no llegó a observar la existencia de la repulsión entre dos cuerpos electrizados. Como sabemos, cuando un cuerpo de poco peso es atraído por un objeto frotado, después de tocar a este objeto el cuerpo ligero es repelido por él. Este fenómeno fue observado por primera vez sólo hasta algunos años después de la muerte de Gilbert, por el jesuita italiano Nicolo Cabeo. Debido a este descubrimiento, la teoría del efluvio tuvo que sufrir modificaciones, pues no podía explicar el fenómeno de la repulsión eléctrica.

❖ **Conductores y aislantes.** Después de la publicación de los trabajos de Gilbert, durante todo el siglo XVII varios científicos se preocuparon por realizar experimentos con cuerpos electrizados, usando preferentemente tubos y esferas de vidrio, material que resultó ser muy adecuado para este tipo de experimentos. A principios del siglo XVIII, algunos investigadores se dieron cuenta de que era posible electrizar un cuerpo conectándolo mediante un hilo o filamento, a otro que hubiese adquirido electricidad por frotamiento. El científico francés Fran-



El médico inglés W. Gilbert realiza experimentos de electricidad ante la reina de Inglaterra, Elizabeth I.

cois Dufay, al analizar estos experimentos, llegó a la conclusión de que la intensidad de la electrización de un cuerpo por medio de la conexión, dependía del material del cual estuviese hecho el filamento. Concluyó, por tanto, que ciertas sustancias "conducían" bien la electricidad, mientras que otras no lo hacían. De esta manera se estaban estableciendo los conceptos de "cuerpos conductores" y "cuerpos aislantes", tal como los conocemos en la actualidad.

❖ **Existen dos tipos de electricidad.** Al seguir con el estudio de la repulsión eléctrica, que Cabeo había iniciado, Dufay trató de dar una explicación del fenómeno. Suponía que un cuerpo atraído por otro electrizado, era repelido después de tocarlo porque también adquiría electricidad. Concluyó entonces que dos cuerpos electrizados *siempre* se repelen. Pero, esta idea inicial de Dufay tuvo que ser modificada, pues él observó más tarde que un pedazo de vidrio frotado con seda atraía un trozo de ámbar frotado con piel, es decir, dos cuerpos electrizados también se podían atraer. Con base en muchos experimentos, Dufay propuso entonces una nueva hipótesis que tuvo gran aceptación durante todo el siglo XVIII. Según él, había dos tipos de electricidad: *vítrea,* que aparece en un pedazo de vidrio frotado con seda, y *resinosa,* que aparece en el ámbar frotado con piel (el término *resinosa* fue usado por ser el ámbar una resina). Todos los cuerpos que poseían electricidad vítrea (o bien, resinosa) se repelían unos a otros. Por otra parte, los cuerpos con electricidad de nombre contrario se atraían mutuamente.

❖ **La teoría de los dos fluidos.** Para explicar por qué se observaban estos dos tipos de electrización, también se propuso la idea de la existencia de dos fluidos eléctricos: *vítreo* y *resinoso.* En un cuerpo normal, no electrizado, estos dos fluidos se presentarían mezclados en igual cantidad. Por ejemplo, al frotar el vidrio con la seda, habría un intercambio, en igual cantidad, de fluido vítreo de la seda hacia el vidrio, y de fluido resinoso del vidrio hacia la seda (Fig. 18-25). Así pues, el vidrio manifestaba tener electricidad vítrea porque habría adquirido un exceso de fluido vítreo, y la seda, que tenía ahora un exceso de fluido resinoso, se mostraba con electricidad resinosa.

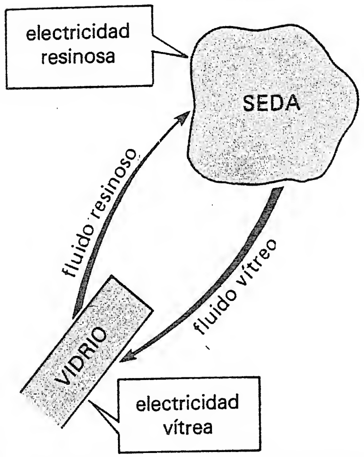


FIGURA 18-25 De acuerdo con la teoría de Dufay, la electrización de un cuerpo se realiza por la transferencia de dos fluidos: el resinoso y el vítreo.

Por tanto, de acuerdo con estas ideas, la electricidad no se creaba al frotar un cuerpo. Los fluidos eléctricos ya existían en los objetos y solamente se producía una redistribución de dichos fluidos al friccionar los cuerpos. Esta teoría empezó a conocerse con el nombre de *teoría de los dos fluidos,* y con ella se podían explicar todos los fenómenos eléctricos conocidos en aquella época.

❖ **Teoría del fluido único de B. Franklin.** En el transcurso del siglo XVIII, los experimentos con cuerpos electrizados se volvieron muy populares y eran realizados en las plazas públicas, aun por legos en la materia, mostrando resultados espectaculares que atraían la atención de un gran público. Al asistir a uno de esos espectáculos, el científico estadunidense Benjamín Franklin se interesó en el estudio de los fenómenos eléctricos. Este sabio realizó un número muy grande de experimentos que contribuían en forma significativa al desarrollo de la electricidad.

Una importante contribución de Franklin, presentada en la misma época en que la teoría de los dos fluidos se divulgaba ampliamente en Europa, fue la formulación de otra hipótesis, denominada *teoría del fluido único.* Como ya describimos en la Sección 18.1, de acuerdo con esta teoría los cuerpos no electrizados tendrían una cantidad *normal* del "fluido eléctrico". Cuando un cuerpo era frotado contra otro, uno de ellos perdía parte de su fluido, el cual se transfería hacia el otro. Como Franklin no conocía la terminología empleada por Dufay, creó su propia nomenclatura, diciendo que el cuerpo que recibía más fluido eléctrico quedaba electrizado "positivamente", y el que perdía fluido se electrizaba "negativamente". Esta terminología, como ya sabemos, es la que usamos hasta ahora y corresponde, respectivamente, a los términos "electricidad vítrea" y "electricidad resinosa", empleados por Dufay.

❖ **Las teorías de los fluidos y las ideas modernas de electrización.** De la misma manera que la teoría bifluídica de la electricidad, la teoría unifluídica de Franklin preveía la *conservación de la carga eléctrica*; es decir, que la electricidad no se crea ni se destruye en el proceso de electrización, ya existe en los cuerpos y simplemente se redistribuye entre ellos cuando los frotamos. Estas dos teorías de la electrización se mostraron igualmente satisfactorias para explicar los fenómenos eléctricos conocidos en la época (siglo XVIII). De este modo, no fue posible optar por una de ellas; y los científicos usaban en ocasiones una y en ocasiones la otra, de acuerdo con sus conveniencias.

Es muy interesante observar que la teoría de los dos fluidos se acerca más a las ideas modernas en lo referente a la constitución eléctrica de la materia. En realidad, actualmente sabemos que existen dos tipos de carga eléctrica en las partículas que constituyen un cuerpo material. Pero, la teoría del fluido único de Franklin es la que va más de acuerdo con los conocimientos actuales en la explicación del proceso de electrización por frotamiento. Realmente de acuerdo con las teorías modernas, sólo un tipo de carga eléctrica se transfiere de un cuerpo hacia el otro cuando los frotamos. Pero debe destacarse que de conformidad con Franklin, la carga trasmitida durante el frotamiento era "carga positiva" (por la transferencia del fluido único), mientras que, según las ideas modernas, son los electrones los que se transfieren de un cuerpo hacia otro, y sabemos que transportan carga negativa.

❖ **Los experimentos de Coulomb con la balanza de torsión.** Hasta la época de los trabajos de Franklin y Dufay (a mediados del siglo XVIII), sólo se habían abordado los aspectos cualitativos de los fenómenos eléctricos. Los científicos sentían que para el progreso de los estudios relacionados con la electricidad, era necesario establecer relaciones *cuantitativas* entre las magnitudes que intervienen en dichos fenómenos.

Particularmente, hubo una gran preocupación por relacionar cuantitativamente la fuerza eléctrica, F, entre dos cuerpos, con la distancia, r, entre ellos. Al notar que había cierta semejanza entre la atracción eléctrica y la atracción gravitacional (cuyo estudio ya había sido desarrollado por Newton), algunos físicos, a fines del siglo XVIII, propusieron la hipótesis de que la fuerza eléctrica también variaría con el inverso del cuadrado de la distancia entre los cuerpos electrizados, es decir, $F \propto 1/r^2$. Pero era necesario que se realizaran mediciones muy cuidadosas para comprobar la veracidad de esta hipótesis.

Entre los diversos trabajos que los científicos desarrollaron con este objetivo, destacan los experimentos realizados por Coulomb, quien en 1785, presentó a la Academia de Ciencias de Francia una memoria de sus trabajos. Coulomb construyó un aparato denominado *balanza de torsión,* con el cual podía medir directamente las fuerzas de atracción y repulsión entre cuerpos electrizados. La Figura 18-26 reproduce el dibujo de esta balanza hecho por el propio Coulomb y que está en su trabajo enviado a la Academia de Ciencias. Observemos en el dibujo que dos esferas están equilibradas en los extremos de una pequeña varilla horizontal colgada de un hilo o filamento. La esfera *a* está electrizada, y una esfera *b,* también electrizada, se acerca a la esfera *a.* Debido a la fuerza eléctrica que se manifiesta entre *a* y *b,* la varilla gira, provocando una torsión en el filamento. Midiendo el ángulo de torsión de este último, Coulomb lograba determinar el valor de la fuerza entre ambas esferas. Más o menos en esta misma época, Cavendish utilizó una balanza similar para comprobar la ley de la gravitación universal y medir el valor de la constante de gravitación G, como ya describimos en el Capítulo 7. Las

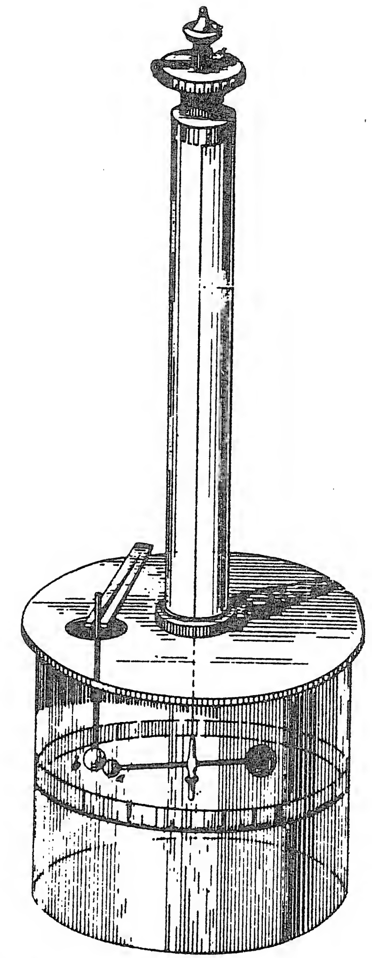


FIGURA 18-26 Reproducción del croquis de la balanza electrostática de Coulomb, dibujado por el propio inventor.

balanzas de torsión permiten realizar mediciones de alta precisión. Con su balanza, Coulomb podía medir fuerzas ¡hasta de 10^{-8} N!

❖ **Los resultados obtenidos por Coulomb.** Al realizar mediciones con las esferas separadas a diversas distancias, Coulomb verificó que, en efecto, la fuerza eléctrica era inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

Además, como se expresó en la Sección 18.5, también llegó a la conclusión que esta fuerza era proporcional al producto de las cargas eléctricas de las esferas, llegando así a la expresión definitiva de la ley que lleva su nombre. Este hecho revistió gran importancia, puesto que la ley de Coulomb fue la primera ley fundamental establecida en el campo de la electricidad. En el transcurso de los siglos XIX y XX se estudió un gran número de fenómenos nuevos y se establecieron nuevas leyes, dando lugar a un notable progreso en esta área de la ciencia. En los capítulos siguientes de este volumen analizaremos varios de los fenómenos y algunas de esas leyes, que también son fundamentales en el estudio de la electricidad.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

23. *a)* ¿Cuál es la diferencia de comportamiento entre un trozo de ámbar frotado y un imán, observada desde la Antigüedad?
b) ¿Qué importante conclusión fue posible obtener de esta observación?

24. *a)* ¿Cuál fue la importante contribución del médico inglés W. Gilbert acerca del comportamiento de diversas sustancias en relación con el fenómeno de electrización? (lea el texto del libro "De Magnete", reproducido en esta sección).
b) Gilbert no llegó a percibir una importante propiedad de los cuerpos electrizados. ¿Cuál es?

25. *a)* El científico francés Dufay realizó diversos experimentos, conectando, sucesivamente, un cuerpo electrizado a otro no electrizado, mediante alambres de materiales diferentes. ¿Cuál fue la importante conclusión a que él llegó de estos experimentos?
b) Después de realizar un gran número de experimentos en los cuales observó que los cuerpos electrizados, en general, se atraen o se repelen, Dufay planteó una hipótesis acerca de la naturaleza de la electricidad. ¿Cuál fue, esencialmente, la idea de Dufay?

26. Suponga que un trozo de ámbar se frote con un pedazo de papel. Utilice la teoría de los dos fluidos para hacer un diagrama semejante al de la Figura 18-25 que muestra el mecanismo de electrización de dichos cuerpos.

27. *a)* ¿Cómo se denominó la teoría de electrización de los cuerpos propuesta por Benjamín Franklin?
b) ¿Cuál es la terminología, utilizada por Franklin, correspondiente a las denominaciones *electricidad vítrea* y *electricidad resinosa*, utilizadas por Dufay?
c) ¿Cómo describía Franklin con su teoría, la electrización por fricción?

28. ¿Cuál es la importante propiedad de las cargas eléctricas, válida inclusive en las teorías modernas, y que estaba presente en la teoría de los dos fluidos y en la teoría del fluido único?

29. Considere la teoría de los dos fluidos y la teoría del fluido único. ¿Cuál de ellas está más cercana a las teorías modernas en lo referente a:
a) La constitución eléctrica de la materia? ¿Por qué?
b) Al proceso de electrización por fricción? Explique.

30. ¿Por qué, inclusive antes de los experimentos de Coulomb, ya se sospechaba que la fuerza eléctrica debía ser inversamente proporcional al cuadrado de las distancias entre las cargas?

31. ¿En qué otra oportunidad, además del experimento de Coulomb, se utilizó una balanza de torsión para obtener importantes resultados en el campo de la Física?

32. En la balanza de torsión, construida por Coulomb, mostrada en la Figura 18-26, suponga que las dos esferas pequeñas estuvieran separadas por una distancia $r = 1$ cm. Diga si la sensibilidad de esta balanza (consulte el texto) permitiría medir las siguientes fuerzas:
a) Fuerza de atracción gravitacional entre las esferas, considerando la masa de cada una igual a 10 g y tomando $G = 6 \times 10^{-11}$ N · m^2/kg^2.
b) La fuerza eléctrica entre las esferas, considerando cada una con una carga de 0.001 μC.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* ¿Dónde y cuándo se hicieron las primeras referencias y observaciones de los fenómenos eléctricos? Describa los fenómenos que se advirtieron en aquella época.
b) ¿Cuál fue la principal contribución de Gilbert al estudio de tales fenómenos?
c) ¿De dónde se originan los términos "electrizar", "electricidad", etcétera?

2. *a)* ¿Cuántos tipos de carga eléctrica existen en la naturaleza? ¿Cómo se denominan?
b) ¿En qué condiciones existe atracción entre dos cargas eléctricas? ¿Y en qué condiciones se repelen?

3. *a)* ¿Cuál es la relación entre el número total de protones y el número total de electrones existentes en un cuerpo neutro?
b) Al frotar dos cuerpos diferentes, inicialmente neutros, ¿ambos se electrizan?
c) ¿Qué partícula se transfiere de un cuerpo a otro en el proceso de electrización por frotamiento?
d) ¿Cuál de los dos cuerpos quedará electrizado positivamente? ¿Cuál de ellos quedará electrizado negativamente?

4. *a)* ¿Qué es un *conductor eléctrico*? Dé ejemplos de sustancias conductoras.
b) ¿Qué es un *aislante eléctrico* (o *dieléctrico*)? Dé ejemplos de sustancias aislantes.

5. *a)* Describa, con sus propias palabras, el fenómeno representado en la Figura 18-9a. ¿Cuál será la carga final en el cuerpo metálico?
b) Haga lo mismo con la Figura 18-9b.

6. *a)* ¿Por qué no es aconsejable usar el vidrio como soporte aislante a pesar de ser un dieléctrico?
b) ¿Por qué en días húmedos los cuerpos electrizados pierden su carga con relativa rapidez?

7. *a)* Describa, con sus propias palabras, el proceso de *inducción electrostática*.
b) Haga lo mismo para el proceso de *polarización* de un dieléctrico.

8. *a)* ¿Cómo procedería para electrizar positivamente, por inducción, una barra metálica? Explique lo que sucede en cada fase del proceso.
b) ¿Y cómo procedería para electrizarla negativamente?

9. *a)* Explique por qué un cuerpo ligero, no electrizado, es atraído por una barra cargada.
b) ¿Por qué el cuerpo ligero es repelido después de tocar la barra?

10. *a)* ¿Qué es un electroscopio?
b) Describa los dos tipos de electroscopio que se presentaron en este capítulo.

11. *a)* ¿Cómo usamos el electroscopio de laminillas para comprobar si un cuerpo está o no electrizado (describa qué sucede en el electroscopio)?
b) Describa cómo se puede emplear este aparato para determinar el signo de la carga en un cuerpo.

12. *a)* ¿Qué se entiende por *carga puntual*?
b) Escriba la expresión matemática de la ley de Coulomb (para cuerpos en el vacío), explicando el significado de cada símbolo que aparece en ella.
c) ¿Qué sucede con el valor de la fuerza eléctrica entre dos cargas, inicialmente en el vacío, cuando se les sumerge en un medio material?
d) ¿Qué es la *constante dieléctrica* de un material?

CINCO EXPERIMENTOS SENCILLOS

Observación: Antes de iniciar los experimentos significa debe comprobar que los objetos que va a utilizar están bien limpios y secos. Esta es una condición necesaria para que se electricen y conserven su carga. Si notara que esto no ocurre, trate de limpiar y secar los objetos colocándolos cerca de algún dispositivo caliente, como un horno o una lámpara encendida.

Además, para que los experimentos puedan dar buenos resultados en un día húmedo, deben efectuarse en el interior de una caja, donde el grado de humedad se haya reducido bastante. Este ambiente

propio para experimentos de electrostática, se puede conseguir manteniendo una lámpara o un secador en funcionamiento durante cierto tiempo en el interior de esa caja.

PRIMER EXPERIMENTO

Tome un peine de plástico, y pasándolo algunas veces por sus cabellos (que deben estar limpios y secos), se electrizará, como ya sabe.

1. Acerque el peine a objetos ligeros, como pequeños trozos de papel o de "unicel".

2. Deje escurrir un chorro fino de agua en una llave y aproxime a ella el peine electrizado.

Observe qué sucede en ambos casos. ¿Los pedazos de papel y el filamento de agua se encontraban inicialmente electrizados? Explique entonces, por qué fueron atraídos por el peine.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Usando papel de aluminio (por ejemplo, de una cajetilla de cigarrillos) haga una esferita y cuélguela del extremo de un hilo de coser. Colgando el otro extremo del hilo de un soporte aislante (en lo alto del marco de madera de una puerta, o mejor aún, de una placa de "unicel") usted obtendrá así un electroscopio simple, que como sabemos, se denomina *péndulo eléctrico*. Electrizando un peine en la forma descrita en el experimento anterior, acérquelo luego a la bolita del electroscopio. Observe que ésta es inicialmente atraída por el peine, pero después de hacer contacto con él, es rechazada: compruebe esta repulsión tratando de aproximar el peine a la bolita.

Responda a las preguntas siguientes:

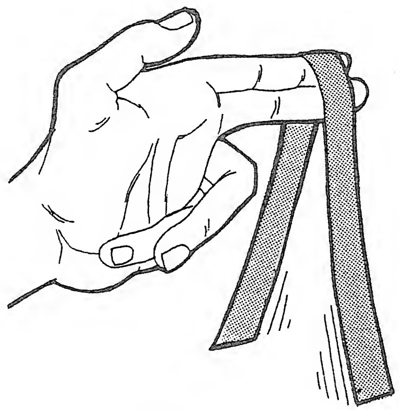
a) ¿La esferilla estaba inicialmente electrizada? Entonces, ¿por qué fue atraída por el peine?

b) ¿Por qué, después de tocar a este último, la bolita fue repelida por él?

TERCER EXPERIMENTO

Obtenga un pedazo de plástico delgado, del empleado en la fabricación de bolsas para guardar ropa o alimentos. Corte dos tiras de este material, cada una de las cuales debería tener unos 5 cm de ancho y 25 cm de longitud.

1. Frote estas tiras con un trozo de tela de lana, o con sus propias manos sostenga las tiras en la forma que se muestra en la figura de este experimento y observe que se repelen. Explique por qué.



Tercer Experimento

2. Introduzca entre las tiras un peine que haya frotado en su cabello. Observe lo que sucede y explique.

3. Ponga ahora entre las tiras un objeto cualquiera (no electrizado, por ejemplo, una hoja de papel). Explique lo que observa recordando que el objeto introducido entre las tiras sufre inducción (o polarización). Retire el objeto y vea qué sucede con aquéllas. Explique.

4. Estando electrizadas las tiras, y por tanto, alejadas una de la otra, acérquelas a una llama cualquiera (de un cerillo o de una vela). ¿Podría explicar por qué se cierran rápidamente las tiras?

CUARTO EXPERIMENTO

Al quitarse una ropa hecha de tejido sintético, ya debe haber observado que la tela se electriza debido al frotamiento con el aire o con nuestro propio cuerpo.

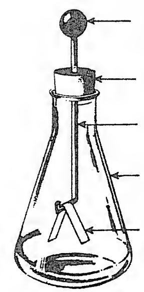
1. En una habitación a oscuras escuche los pequeños chasquidos y observe las pequeñas chispas que se producen cuando nos desprendemos de la ropa hecha con esos materiales (tales destellos se producen cuando la carga eléctrica de la tela, *salta*, de la ropa hacia nuestro cuerpo).

2. Si la suela de su zapato está hecha de material aislante (y no hay humedad en el ambiente), la electrización desarrollada por el frotamiento de su ropa se acumulará en su propio cuerpo. En estas condiciones, al tocar un objeto metálico conectado al suelo (por ejemplo, un grifo) podrá sentir un ligero choque eléctrico, producido por el paso de la electricidad de su cuerpo hacia la tierra. Trate de observar este efecto.

QUINTO EXPERIMENTO

Guiándose por la descripción que hicimos en la Sección 18.4 y por la figura de este experimento, construya un "electroscopio de laminillas". No se olvide de limpiar y secar bien todas las piezas que constituyen el aparato.

Usando el electroscopio construido, realice los experimentos que se describen en la Sección 18.4.



Quinto Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Considere un pequeño bloque de cobre, cuya masa sea de 127 g. Suponga que en cada átomo de Cu un electrón no está unido al núcleo, es decir, que tenemos un electrón libre por cada átomo de ese material.

a) ¿Cuántos gramos de Cu constituyen un átomo-gramo de esta sustancia (consulte un libro de texto de química)?

b) Entonces, ¿cuántos átomos de Cu existen en el bloque citado (considere el número de Avogadro igual a 6×10^{23})?

c) Por tanto, ¿cuál es el número de electrones libres en el bloque?

2. Sean $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$ las fuerzas de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas. ¿Es correcto afirmar que los sentidos de las fuerzas $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$:

a) Son opuestos solamente cuando las cargas tienen signos opuestos?

b) Son iguales solamente cuando las cargas tienen signos iguales?

c) Son opuestos solamente cuando las cargas tienen signos iguales?

d) Son iguales solamente cuando las cargas poseen signos opuestos?

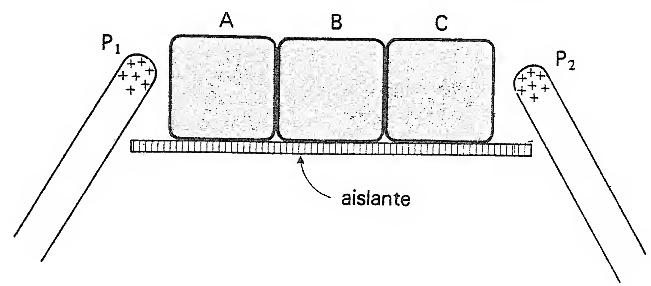
e) Son siempre opuestos, cualesquiera que sean los signos de las cargas?

3. Considere cuatro objetos electrizados *A, B, C* y *D*. Se halla que *A* repele a *B* y atrae a *C*. A su vez, *C* repele a *B*. Si sabemos que *D* está electrizado positivamente, ¿cuál es el signo de la carga en *B*?

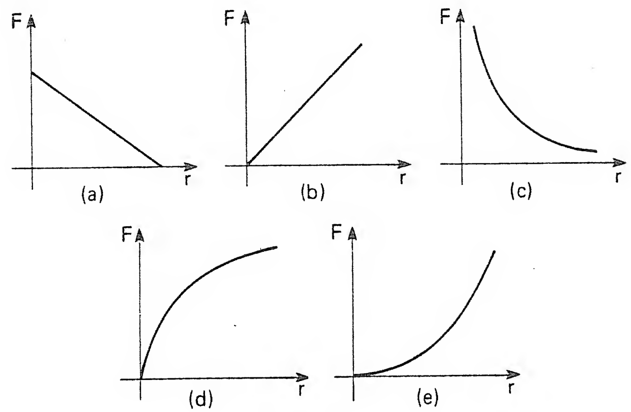
4. Tres bloques metálicos, *A, B* y *C*, se encuentran en contacto, apoyados sobre una mesa de material aislante. Dos barras, P_1 y P_2, electrizadas positivamente, se colocan cerca de los extremos de los bloques *A* y *C*. Como muestra la figura de este problema. Una persona (con guantes aislantes) separa los bloques entre sí, y en seguida, aleja las barras electrizadas.

a) Describa el movimiento de electrones libres en los bloques causados por la aproximación de las barras P_1 y P_2.

b) Diga cuál es el signo de la carga en cada bloque después de ser separados.



Problema 4



Problema 5

5. Sea F la magnitud de la fuerza entre dos cargas puntuales, separadas una distancia r. ¿Cuál de los gráficos que se muestran en la figura de este problema, es el que representa mejor la relación entre F y r?

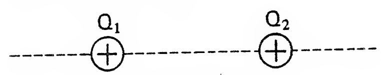
6. *a)* Usando la ley de Coulomb, determine la unidad en que debe expresarse la constante electrostática del vacío, k_0, en el Sistema Internacional.
   b) Para verificar que 1 C es una unidad de carga eléctrica muy grande, calcule la fuerza entre dos cargas puntuales de 1 C cada una, separadas en el aire, una distancia de 1 m.
   c) ¿Cuál sería la masa de un cuerpo cuyo peso fuera igual a la fuerza calculada en (b) (considere $g = 10$ m/s^2)?

7. Dos cargas eléctricas puntuales se encuentran separadas una distancia de 4.0×10^{-2} m, y se repelen con una fuerza de 27×10^{-4} N. Suponga que la distancia entre ellas se aumenta a 12×10^{-2} m.
   a) ¿Cuántas veces se incrementó la distancia entre las cargas?
   b) ¿La fuerza entre las cargas aumentó o disminuyó? ¿Cuántas veces?
   c) Entonces, ¿cuál es el nuevo valor de la fuerza de repulsión entre las cargas?

8. Dos cargas eléctricas puntuales están separadas una distancia de 15 cm. La distancia entre ellas se altera hasta que la fuerza eléctrica se vuelve 25 veces mayor.
   a) ¿La distancia entre las cargas fue incrementada o reducida? ¿Cuántas veces?
   b) Entonces, ¿cuál es el nuevo valor de la distancia entre ambas cargas?

9. Dos cargas puntuales, Q_1 y Q_2 se atraen en el aire con cierta fuerza $\vec{F}$. Suponga que el valor de Q_1 se duplica y el de Q_2 se vuelve 8 veces mayor. Para que el valor de la fuerza $\vec{F}$ permanezca invariable, la distancia r entre Q_1 y Q_2 deberá ser
   a) 32 veces mayor.
   b) 4 veces mayor.
   c) 16 veces mayor.
   d) 4 veces menor.
   e) 16 veces menor.

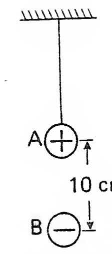
10. La figura de este problema muestra dos cargas puntuales, Q_1 y Q_2, ambas positivas y tales que la magnitud de Q_1 es mayor que la de Q_2. Se desea colocar una carga q, también puntual, en la recta que pasa por Q_1 y Q_2, de manera que quede en equilibrio. Para ello la carga q debe ser situada
   a) a la izquierda de Q_1.
   b) en el punto medio entre Q_1 y Q_2.
   c) entre Q_1 y Q_2, y más cerca de Q_1.
   d) entre Q_1 y Q_2, y más cerca de Q_2.
   e) a la derecha de Q_2.



Problema 10

11. En el problema anterior, indique la alternativa que sería la correcta si Q_1 fuera positiva y Q_2, negativa (considere de nuevo que la magnitud de Q_1 es mayor que la de Q_2).

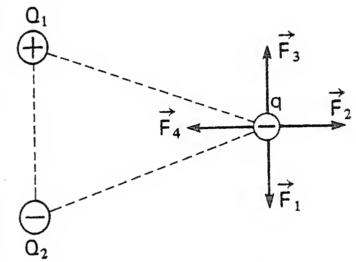
12. Una esferita A, electrizada positivamente, está suspendida en aire mediante un soporte y un hilo aislante. Otra esfera B, de masa igual a 10 g y con carga igual y opuesta a la de la esfera A, se coloca 10 cm abajo de ésta, como muestra la figura de este problema. En estas condiciones se encuentra que B permanece en reposo al soltarla.



Problema 12

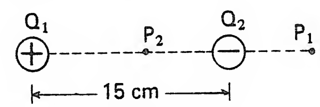
   a) ¿Cuál es el valor de la fuerza eléctrica con que A atrae a B (considere $g = 10$ m/s^2)?
   b) ¿Cuál es la magnitud de la carga existente en cada una de las esferas?
   c) ¿Qué número de electrones hay en exceso en la esfera B?

13. Tres cargas eléctricas, Q_1, Q_2 y q, están dispuestas según indica la figura de este problema, en los vértices de un triángulo isósceles. Si sabemos que las magnitudes de las cargas Q_1 y Q_2 son iguales, indique cuál de los vectores que se muestran en la figura es el que representa mejor la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q.



Problema 13

14. La figura de este problema muestra dos cargas puntuales, $Q_1 = 4.0$ μC y $Q_2 = -1.5$ μC. Una carga positiva $q = 2.0 \times 10^{-7}$ C, es colocada en el punto P_1 situado a 5.0 cm de Q_2. Suponiendo que estas cargas se encuentran en el aire, responda:
   a) ¿Cuál es la magnitud y el sentido de la fuerza ejercida por Q_1 sobre q?
   b) ¿Cuál es la magnitud y el sentido de la fuerza ejercida por Q_2 sobre q?



Problema 14

   c) ¿Cuál es la magnitud y el sentido de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre q?

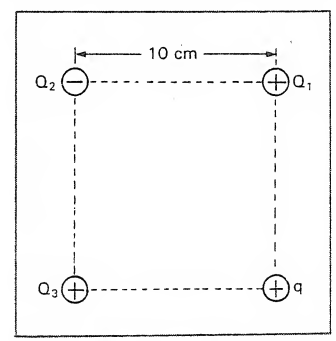
15. Considerando la figura y los datos del problema anterior, determine la magnitud y el sentido de la fuerza eléctrica resultante que actuaría en q si se colocara en el punto P_2, situado a 5.0 cm de Q_2.

16. Dos cargas eléctricas puntuales, situadas en el aire, se repelen con cierta fuerza $\vec{F}$.
   a) Si estas cargas fueran sumergidas en agua (manteniendo constante su separación), ¿aumentará o disminuirá la fuerza entre ellas? ¿Cuántas veces?
   b) Para que al sumergirlas en el agua la fuerza entre las cargas no sufra alteración, ¿deberá aumentarse o disminuirse la distancia que hay entre ellas? ¿Cuántas veces?

17. En un cristal de cloruro de sodio, la distancia entre dos iones adyacentes Na^+ y Cl^- es de, aproximadamente, 3×10^{-10} m.
   a) Suponiendo que el cristal se encuentra en aire, calcule el valor de la fuerza eléctrica de la atracción entre estos iones.
   b) Si el cristal fuera sumergido en agua, ¿qué sucederá al valor de esta fuerza de atracción?
   c) Explique, entonces, por qué el agua es un buen disolvente para el cloruro de sodio.

18. Dos pequeños cuerpos celestes, de igual masa m, están separados una distancia r. Cada uno es electrizado luego con una misma carga Q, de manera que la fuerza de repulsión eléctrica entre tales cargas, equilibre la atracción gravitacional entre ambos cuerpos. Determine el valor de Q en función de la constante gravitacional G, de la constante electrostática k_0 (de la ley de Coulomb), y de la masa m de cada cuerpo.

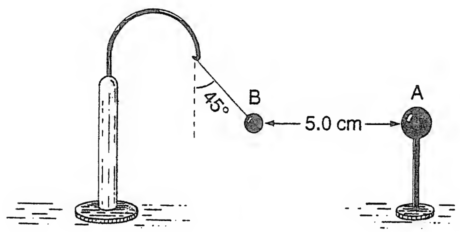
19. Sobre una mesa lisa, de material aislante y en cada uno de los vértices de un cuadrado cuyos lados miden 10 cm, se encuentran fijas las cargas puntuales $Q_1 = 5.0$ μC, $Q_2 = -5.0$ μC y $Q_3 = 5.0$ μC,



Problema 19

como se indica en la figura de este problema. En el vértice restante del cuadrado se deposita una pequeña esfera de masa m = 100 g, electrizada con una carga q = 2.0 μC. Determine la magnitud, la dirección y el sentido de la aceleración que adquirirá esta esfera.

20. En la figura de este problema la esfera A y el péndulo B poseen cargas de igual magnitud y de signos contrarios. Sabiendo que B está en equilibrio y que su masa tiene un valor de 10 g, determine la magnitud de la carga en cada uno de estos cuerpos (considere g = 10 m/s²).



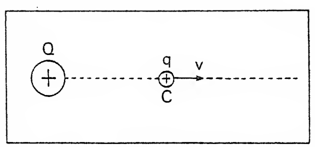
Problema 20

21. En un átomo de hidrógeno, el electrón gira alrededor del protón en una órbita circular cuyo radio vale aproximadamente $r = 5 \times 10^{-11}$ m. Considerando que la masa del electrón es $m = 9 \times 10^{-31}$ kg, calcule la velocidad con la cual gira en torno del protón (recordemos que la fuerza centrípeta en el electrón la proporciona la atracción eléctrica que el protón ejerce sobre él).

22. Una carga eléctrica puntual +Q se encuentra fija sobre una mesa aislante (*véase* figura). Un pequeño cuerpo C, electrizado con una carga también positiva +q, se deja sobre la mesa, en las proximidades de +Q. Considere que la fuerza resultante que actúa sobre C se debe solamente a la carga Q. Mientras C se desplaza:

a) El módulo de su aceleración ¿aumenta, disminuye o no se altera?

b) ¿Es el módulo de su velocidad?

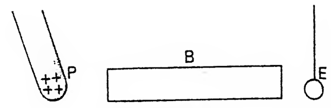


Problema 22

23. Una barra aislante P, electrizada positivamente, se coloca en las proximidades de una barra metálica B, no electrizada, como se ilustra en la figura de este problema. La pequeña esfera conductora E está también descargada, suspendida por un alambre aislante, próxima a uno de los extremos de B.

a) Describa la distribución de cargas en los cuerpos B y E, en el momento en que el cuerpo P está cerca de B.

b) ¿Se desplazará la esfera E? Explique su respuesta.



Problema 23

24. En Física Moderna, en el análisis de la interacción entre partículas atómicas, la fuerza gravitacional se considera una "interacción débil" (comparada con la fuerza eléctrica). La razón de esta denominación quedará clara si resuelve lo siguiente:

a) Calcule la fuerza eléctrica de atracción entre el protón y el electrón en un átomo de hidrógeno. Considere los siguientes valores aproximados:

carga del protón = 10^{-19} C
radio del átomo de hidrógeno = 10^{-10} m
constante de la ley de Coulomb, $k_0 = 10^{10}$ N · m²/C²

b) Calcule, ahora, la fuerza gravitacional entre aquellas partículas, también en el átomo de hidrógeno. Considere los siguiente valores:

masa del protón = 10^{-27} kg
masa del electrón = 10^{-30} kg
constante gravitacional, $G = 10^{-10}$ N · m²/kg²

c) ¿Cuál de esas fuerzas es mayor? ¿Cuántas veces? (Observa ahora por qué la fuerza gravitacional es una interacción débil.)

25. Un núcleo de Pb^{210} emite un electrón y se transforma en un núcleo de Bi^{210}. Si se tiene en cuenta la conservación de la carga eléctrica, ¿cómo se comparan las cargas eléctricas de los núcleos de Bi^{210} y Pb^{210}?

26. Una esfera de cobre electrizada se une a un alambre metálico. Se apoya la punta libre del alambre, sucesivamente, en una esfera de hule, una de unicel y otra de aluminio. Las esferas están aisladas del suelo y todas tienen el mismo diámetro. ¿A qué conclusión podemos llegar acerca de la carga que cada una de las tres esferas recibe?

27. Dos esferas del mismo radio tienen cargas eléctricas iguales, distribuidas uniformemente en sus superficies. Si se coloca una esfera cerca de la otra, señale en cuál de los dos casos la fuerza de repulsión entre ellas será mayor:

1. Las dos esferas son de unicel
2. Las dos esferas son de latón

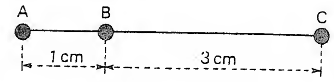
28. Una barra cargada eléctricamente atrae una bolita conductora X, pero repele una bolita conductora Y. En ausencia de la barra, se verifica que X y Y se atraen (todas las atracciones y repulsiones son de origen eléctrico). Conteste y justifique su respuesta:

a) ¿Podría la bolita X estar descargada?

b) ¿Podría la bolita X estar electrizada?

c) ¿Podría la bolita Y estar descargada?

29. Tres objetos pequeños, con cargas eléctricas idénticas, están alineados como se muestra en la figura de este problema. El objeto C ejerce sobre B una fuerza igual a 3.0×10^{-4} N. ¿Cuál es el módulo de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre B, en virtud de las acciones de A y C?



Problema 29

30. Dos cargas eléctricas puntuales, del mismo módulo y misma señal, se mantienen a una distancia fija una de otra y están repeliéndose con una fuerza $\vec{F}$. Una tercera carga, igual a las anteriores, se coloca entre las dos primeras. La fuerza $\vec{F}$ entre las dos primeras cargas, ¿se altera por la presencia de la tercera? Explique su respuesta.

31. Se verifica experimentalmente que al aumentarse la temperatura de un dieléctrico polar (por ejemplo, agua), el valor de su constante dieléctrica se modifica. ¿Cree que el valor de K aumenta o disminuye cuando se aumenta la temperatura? Explique su respuesta.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Marque la afirmación verdadera:

a) Si un cuerpo A, electrizado positivamente, atrae a otro cuerpo B, se llega a la conclusión que B está cargado negativamente.

b) Decimos que un cuerpo cualquiera está electrizado negativamente cuando tiene cierto número de electrones libres.

c) La electrización por fricción de dos cuerpos consiste en el paso de electrones de uno a otro, y queda electrizado positivamente el cuerpo que perdió electrones.

d) Debido a que no existen electrones libres en un aislante, no puede ser electrizado negativamente.

e) Cuando dos cuerpos se frotan uno contra otro, ambos adquieren cargas eléctricas de la misma señal.

2. Marque la afirmación *correcta:*

a) Un pedazo de vidrio cargado positivamente atrae un objeto suspendido. Podemos llegar a la conclusión de que el objeto está cargado negativamente.

b) Considerando un sistema aislado eléctricamente, constituido por dos cuerpos A y B, cargados con cargas de signos contrarios, no podemos llegar a la conclusión, con certeza, de que la fuerza eléctrica sobre el cuerpo A sea igual, en intensidad, a la fuerza eléctrica sobre el cuerpo B.

c) Si cargamos un cuerpo eléctricamente, basándonos en el fenómeno de la inducción electrostática, podemos decir que la suma algebraica de las cargas positivas y negativas sobre este cuerpo es nula.

d) Cuando un cuerpo A se coloca cercano a un cuerpo B, sin que se toquen, y ocurre una inducción electrostática, podemos afirmar que la suma algebraica de las cargas positivas y negativas sobre cualquiera de ellos es igual a cero.

e) La fuerza eléctrica que una carga puntual ejerce sobre otra, también puntual, no varía si otras cargas puntuales se trajeran cerca de ellas.

3. Si un cuerpo cargado positivamente se deja caer en dirección a la Tierra, cae más rápidamente que si estuviera descargado. De este hecho concluimos que:

a) La Tierra tiene carga negativa en exceso.

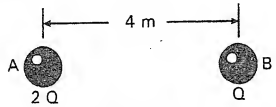
b) La Tierra tiene carga positiva en exceso.

c) La atracción gravitacional se modifica cuando los cuerpos están cargados eléctricamente.

d) Hay inducción de cargas negativas en la superficie de la Tierra y, por tanto, hay una fuerza complementaria de atracción.

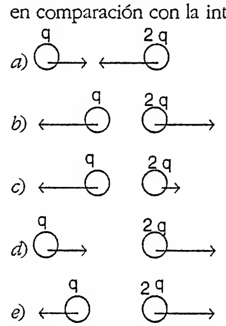
e) Ninguna alternativa es correcta.

4. Tres bolas metálicas pueden cargarse eléctricamente. Se observa que cada una de las tres bolas atrae a cada una a las otras dos. Se presentan tres hipótesis:
   I. Sólo una de las bolas está cargada.
   II. Dos bolas están cargadas.
   III. Las tres bolas están cargadas.
   El fenómeno puede explicarse
   a) Sólo por la hipótesis II.
   b) Sólo por la hipótesis II y III.
   c) Sólo por la hipótesis I.
   d) Sólo por la hipótesis III.
   e) Por las tres hipótesis.
5. De las afirmaciones siguientes, la *errónea* es:
   a) Dos cargas, q_1 y q_2 son iguales, cuando, colocadas sucesivamente a una misma distancia de una carga Q, fueran solicitadas por fuerzas del mismo módulo.
   b) Si dos cargas eléctricas diferentes q_1 y q_2 fueran solicitadas con fuerzas iguales por una tercera carga Q, la razón entre estas cargas será igual a la inversa de la razón entre los cuadrados de las distancias respectivas de q_1 y q_2 a Q.
   c) La fuerza de interacción de dos cargas eléctricas puntuales es proporcional a su producto.
   d) La razón entre dos cargas eléctricas es igual a la razón entre las fuerzas con que son solicitadas por una tercera carga, colocada a una misma distancia de ellas.
   e) La constante de la ley de Coulomb es numéricamente igual a la fuerza con que dos cargas unitarias, colocadas a una distancia unitaria una de otra, se solicitan.
6. Las fuerzas gravitacionales y las fuerzas electrostáticas son semejantes en algunos aspectos y diferentes en otros. Entre las siguientes afirmaciones, señale la que *no es verdadera* para ambos tipos de fuerzas:
   a) Cuando hay interacción entre dos cuerpos, las fuerzas obedecen a la tercera ley de Newton.
   b) La fuerza es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia.
   c) La fuerza que actúa en una determinada cantidad de masa (o carga eléctrica) es proporcional a esa cantidad de masa (o carga eléctrica).
   d) Las fuerzas pueden ser de atracción o de repulsión.
   e) Las fuerzas pueden detectarse experimentalmente en el laboratorio.
7. Dos esferas, A y B, están separadas entre sí por una distancia de 4 m. Una carga $2Q$ se distribuye sobre la esfera A y una carga de Q se distribuye sobre la esfera B. Considere sólo las interacciones debidas a las fuerzas eléctricas. ¿Cuál debe ser la relación del módulo de la fuerza que A ejerce sobre B, comparada con el módulo de la fuerza que B ejerce sobre A?
   a) El módulo de la fuerza en A es cuatro veces el módulo de la fuerza en B.
   b) El módulo de la fuerza en A es dos veces el módulo de la fuerza en B.
   c) El módulo de la fuerza en A es igual al módulo de la fuerza en B.
   d) El módulo de la fuerza en A es la mitad del módulo de la fuerza en B.
   e) El módulo de la fuerza en A es la cuarta parte del módulo de la fuerza en B.

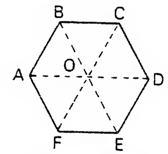


Pregunta 7

8. Dos partículas libres de misma masa tienen cargas respectivas q y $2q$. ¿Cuál de las siguientes figuras representa las aceleraciones de las partículas, si se sabe que la interacción gravitacional es despreciable en comparación con la interacción eléctrica?

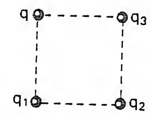


9. Dos cargas puntuales están separadas 2.0×10^{-2} m y se atraen con una fuerza de 27×10^{-4} N. Si la distancia entre las cargas se aumentara a 6.0×10^{-2} m, la fuerza entre ellas pasará a ser:
   a) 27×10^{-4} N *d)* 6.0×10^{-4} N
   b) 9.0×10^{-4} N *e)* Nula
   c) 3.0×10^{-4} N
10. Dos cargas puntiformes $q_1 = 9.0 \times 10^{-6}$ C y $q_2 = 9.0 \times 10^{-6}$ C están separadas 1.0 m una de otra, en agua pura. Si se sabe que la constante dieléctrica del agua es 81, la fuerza entre las cargas será:
   a) 9.0×10^{-3} N *d)* 9.0×10^{-27} N
   b) 7.2×10^{-1} N *e)* 7.2×10^{-27} N
   c) Nula, porque el agua pura no es conductora.
11. Dos partículas electrizadas con cargas q, idénticas, se fijan en los vértices A y D, de un hexágono regular $ABCDEF$ de centro O, según la figura incluida abajo. Una posición de equilibrio para una tercera partícula con carga Q es el punto:
   a) B *b)* C *c)* O *d)* E *e)* F



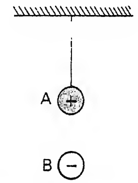
Pregunta 11

12. La figura presenta cargas eléctricas fijas en los vértices de un cuadrado. Las fuerzas que la carga q ejerce sobre las cargas q_1, q_2 y q_3, son iguales en módulo. Se puede llegar a la siguiente conclusión:
   a) $q_1 = q_2 = q_3$ *d)* $q_1 = q_3 > q_2$
   b) $q_3 = q_1 < q_2$ *e)* $q_3 > q_2 > q_1$
   c) $q_3 < q_2 < q_1$



Pregunta 12

13. Un pequeño cuerpo A, electrizado positivamente con una carga Q_1, está suspendido en el extremo de un alambre aislante. El pequeño cuerpo B, de 4.5 g de masa, electrizado negativamente con una carga Q_2, se encuentra en equilibrio y su peso está anulado por la fuerza de atracción de A (*véase* figura). Si la masa del cuerpo B fuera de sólo 0.50 g, éste quedaría aún en equilibrio si:
   a) Redujéramos a la mitad la carga Q_1.
   b) Redujéramos la carga Q_2 hasta 1/3 de su valor inicial.
   c) Aumentáramos las distancia entre A y B tres veces su valor inicial.
   d) Sumergiéramos A y B en un líquido cuya constante dieléctrica fuera igual a 3.
   e) Mantuviéramos invariable la situación anterior.



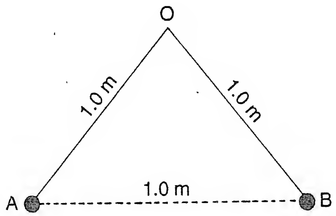
Pregunta 13

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Los problemas siguientes se separaron de los demás por exigir una solución un poco más elaborada. Si pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos otros problemas.

1. Calcule la carga eléctrica total existente en 1 kg de electrones.
2. Una carga eléctrica repele un péndulo eléctrico, situado a 5 cm de distancia, con cierta fuerza $\vec{F}$. Para ejercer sobre el péndulo la misma fuerza $\vec{F}$, una segunda carga debe estar a 10 cm de distancia de él. ¿Esta segunda carga es mayor o menor que la primera? ¿Cuántas veces?
3. Suponga que se pone una cucharada de cloruro de sodio en un vaso de aceite y otra en un vaso de glicerina. ¿En cuál de ellos la sal se disolverá más? ¿Por qué?
4. Dos pequeñas esferas, ambas cargadas positivamente, presentan carga total de 5.0×10^{-5} C. Se sabe que cuando están separadas por una distancia de 2.0 m, se repelen con fuerza de 1.0 N. Determine el valor de la carga en cada esfera.
5. Un núcleo de U^{238} emite una partícula α (núcleo del átomo de He) y da origen a un núcleo Th^{234}. Inmediatamente después de la emisión, la distancia entre el núcleo Th^{234} y la partícula α es 9×10^{-15} m. Calcule en este instante:
   a) El valor de la fuerza eléctrica que actúa en la partícula α.
   b) La aceleración de esta partícula.
6. Dos cargas puntuales, A y B, electrizadas positivamente con cargas $Q_A = 25$ μC y $Q_B = 16$ μC, están fijas, separadas por una distancia $d = 9.0$ cm. Determine a qué distancia de la carga A debe colocarse un pequeño cuerpo electrizado C para que quede en equilibrio (suponga que sobre C actúen sólo las fuerzas eléctricas debidas a A y B).
7. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas, A y B, de misma masa $m = 0.30$ gramos, se encuentran suspendidas de dos alambres delgados, aislantes, ambos miden 1.0 m de longitud y están detenidos en un mismo punto de suspensión O. Una de las esferas se electriza con una carga Q y, en seguida,

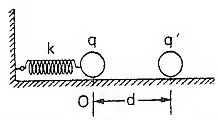
se pone en contacto con la otra esfera. Se repelen y alcanzan una posición de equilibrio cuando están separadas por una distancia de 1.0 m (*véase* figura de este problema). Determine el valor de la carga Q, considerando g = 10 m/s^2.



Problema Complementario 7

8. En el problema anterior, suponga que la carga Q sea positiva. Determine el signo y el valor de una carga q que debe colocarse en el punto O, a fin de que sean nulas las tensiones en los dos alambres de suspensión.

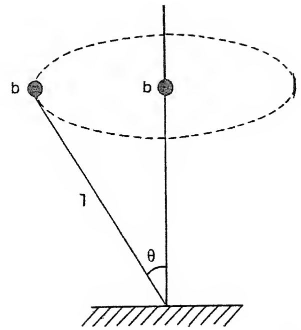
9. Una partícula de masa m = 10 gramos y carga q = −2.0 μC está sujeta a un resorte de masa depreciable. El periodo de oscilación de este sistema es T = (0.40π)s. Otra partícula, de carga q' = 0.20 μC, está fija a una distancia d de la posición de equilibrio O de la carga q (*véase* figura de este problema). Se sabe que la nueva posición de equilibrio de q está situada a una distancia X = 40 cm del punto O. Calcule el valor de la distancia d.



Problema Complementario 9

10. Una pequeña esfera de masa m y carga $+q$, suspendida de un alambre de longitud L, gira en movimiento circular uniforme en torno a otra carga fija igual a ella, como se indica en la figura de este problema. Calcule la velocidad angular ω de la esfera, considerando los siguientes valores: m = 65 gramos, q = 1.5 μC, L = 1.0 m, g = 10 m/s^2, ángulo del hilo con la vertical θ = 30°.

11. Dos pequeñas esferas metálicas idénticas se electrizan con cargas Q_1 = 10.0 μC y Q_2 = −6.0 μC. Se mide la fuerza de atracción entre las esferas cuando están separadas por cierta distancia d. En



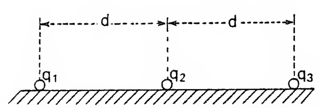
Problema Complementario 10

seguida, las esferas se ponen en contacto y se separan nuevamente, y se colocan a la misma distancia d una de otra. En esta situación, la fuerza entre ellas se mide nuevamente.

a) ¿Cuál es la carga de cada esfera después de que se establece el contacto entre ellas?, (recuerde que las esferas son idénticas).
b) ¿En la situación final las esferas se atraerán o se repelerán?
c) ¿Cuántas veces el módulo de la fuerza inicial entre las esferas es mayor que el módulo de la fuerza final?

12. Tres cuerpos pequeños electrizados, con cargas q_1, q_2 y q_3, están sobre una mesa horizontal sin fricción. Estos cuerpos se encuentran en equilibrio en las posiciones que se indican en la figura de este problema. Puesto que se sabe que q_2 = +1.5 μC, determine:

a) Los signos de las cargas q_1 y q_3.
b) El valor de estas cargas.



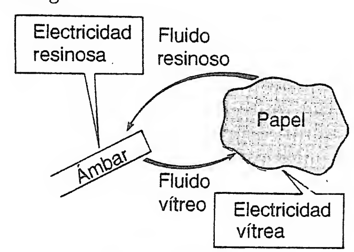
Problema Complementario 12

13. Una carga Q debe distribuirse entre dos pequeñas esferas situadas a una distancia fija una de otra. ¿Cómo debe hacerse esta distribución para que la fuerza de repulsión entre las esferas tenga un valor máximo?
Observación: Este problema puede resolverse aplicando conocimientos de cálculo diferencial (máximos y mínimos) o si recuerda sus estudios acerca del trinomio de segundo grado.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. cuando se frotan dos cuerpos sólidos hechos de una misma sustancia, no hay transferencia de electrones de uno hacia otro, y por tanto, no se electrizan
2. *a*) sí
b) positiva
c) el caucho
d) la lana
3. igual
4. *a*) carga positiva en el marfil y carga negativa en el papel
b) el marfil
5. *a*) la repelerá
b) lo atraerá
6. la barra cede su carga a la tierra a través del cuerpo de la persona
7. *a*) sí; los neumáticos (que son aislantes) impiden que el autobús ceda su carga a la tierra
b) el autobús cede su carga a la tierra a través del cuerpo de la persona, y ello provoca el "choque eléctrico"
c) en un ambiente húmedo, el autobús no llega a adquirir una carga eléctrica considerable
8. la cadena, siendo conductora, establece contacto con la tierra, impidiendo que el camión adquiera una carga eléctrica considerable (que podría provocar una chispa)
9. el aire húmedo conduce hacia la tierra la carga eléctrica que se forma por frotamiento (evitando la formación de chispas)
10. *a*) hacia el extremo B
b) positiva en A y negativa en B
c) inducción electrostática
11. *a*) no
b) hay alineamiento de las moléculas en forma similar a la Figura 18-14b, pero ahora sus cargas están orientadas de manera inversa
c) positiva en A y negativa en B
d) polarización del dieléctrico
12. *a*) los electrones del cuerpo metálico se desplazan hacia la tierra, a través del hilo conductor
b) sí, positiva
13. *a*) serían transferidos hacia tierra
b) quedaría neutro
14. *a*) carga positiva en el extremo más cercano a B y carga negativa en el extremo más lejano
b) el extremo más cercano de B será atraído, y el más alejado, repelido
c) sí, porque la fuerza de atracción es mayor que la de repulsión
d) la carga positiva de C es neutralizada por parte de la carga de B; entonces C es repelido por B, pues ambos están, ahora, con carga negativa
15. *a*) no, porque también sería atraída si estuviese neutra
b) sí
16. *a*) positiva en la esfera y negativa en las laminillas
b) sí
c) los electrones de C serán transferidos hacia la esfera, neutralizando su carga positiva
d) negativa
17. *a*) negativa, porque la barra repele electrones hacia las laminillas
b) disminuiría, porque B atraería electrones libres hacia la esfera, y la carga en las hojas disminuiría
18. *a*) 1.6 × 10^{-19} C
b) Q = 8.0 × 10^{-5} C = 80 μC
c) ¡mucho mayor! (2 × 10^9 = 2 mil billones de electrones en exceso)
19. *a*) hacia la derecha e igual a 0.86 N
b) hacia la izquierda e igual a 0.86 N
20. *a*) multiplicado por 5
b) 4.3 N
21. *a*) quedará 25 veces menor
b) quedará 4 veces mayor
22. *a*) quedará 43 veces menor
b) 2.0 × 10^{-2} N
23. *a*) el ámbar frotado atrae cualquier cuerpo, mientras que el imán solamente atrae pedazos de fierro.
b) los fenómenos eléctricos y los magnéticos son de naturalezas diferentes.
24. *a*) cualquier sustancia puede ser electrizada (no sólo el ámbar)
b) la repulsión
25. *a*) existen "conductores" y "aislantes" de electricidad
b) existen dos tipos de electricidad: "vítrea" y "resinosa"
26. *véase* figura

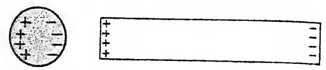


Ejercicio 26

27. *a)* la teoría del fluido único
b) vítrea → positiva
resinosa → negativa
c) debido a la fricción un cuerpo pierde fluido eléctrico y el otro recibe este fluido
28. la conservación de la carga eléctrica
29. *a)* teoría de los dos fluidos
b) teoría del fluido único
30. por analogía con la fuerza de atracción gravitacional
31. en el experimento de Cavendish
32. *a)* no *b)* sí

Preguntas y problemas

1. *a)* 63.5 gramos
b) 1.2×10^{24} átomos
c) 1.2×10^{24} electrones libres
2. (e)
3. negativo
4. *a)* los electrones libres se desplazan hacia los extremos de los bloques *A* y *C*, cercanos a las barras
b) *A* negativo, *B* positivo y *C* negativo
5. (c)
6. *a)* $N \cdot m^2/C^2$
b) 9×10^9 N
c) 9×10^5 toneladas (o sea novecientas mil toneladas)
7. *a)* 3 veces
b) disminuyó en 9 veces
c) 3.0×10^{-4} N
8. *a)* reducida 5 veces
b) 3.0 cm
9. (b)
10. (d)
11. (e)
12. *a)* 0.10 N
b) 0.33 μC
c) 2.1×10^{12} electrones
13. $\vec{F}_3$
14. *a)* 0.18 N hacia la derecha
b) 1.08 N hacia la izquierda
c) 0.90 N hacia la izquierda
15. 1.8 N hacia la derecha
16. *a)* se vuelve 81 veces menor
b) disminuirse 9 veces
17. *a)* 2.5×10^{-9} N
b) se vuelve 81 veces menor
c) porque las fuerzas de unión entre los iones se vuelven muy pequeñas cuando se pone sal al agua
18. $Q = m\sqrt{G/k_0}$
19. 81 m/s², a lo largo de la diagonal que une Q_2 y q, y en el sentido de Q_2 hacia q
20. 1.6×10^{-7}C
21. 2.2×10^6 m/s
22. *a)* disminuye *b)* aumenta
23. *a)* *véase* figura
b) será atraída por el extremo de *B* y, en seguida, repelida



Problema 23a

24. *a)* 10^{-8} N
b) 10^{-47} N
c) la fuerza eléctrica es 10^{39} ¡veces mayor!
25. Bi^{210} tiene carga positiva mayor; la diferencia es igual a la carga del protón
26. por simetría, la esfera de aluminio recibe la mitad de la carga de la esfera de cobre; las esferas de unicel y de hule pueden recibir una carga pequeña sólo en el punto de contacto
27. en el primer caso
28. *a)* sí *b)* sí *c)* no
29. 2.4×10^{-3} N
30. no
31. disminuye

Cuestionario

1. c
2. e
3. a
4. a
5. b
6. d
7. c
8. b
9. c
10. a
11. c
12. b
13. c

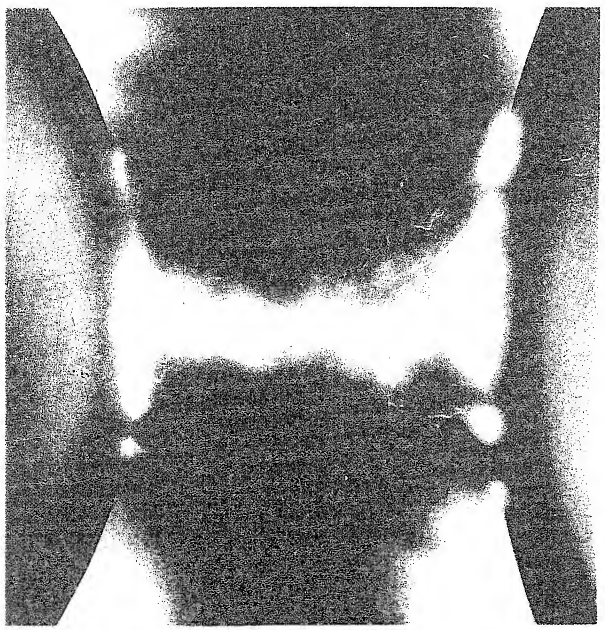
Problemas complementarios

1. 1.7×10^{11} C
2. cuatro veces mayor
3. en la glicerina
4. 1.2×10^{-5} C y 3.8×10^{-5} C
5. *a)* 510 N *b)* ¡7.6×10^{28} m/s²!

6. a una distancia de 5.0 cm de la carga *A*
7. $Q = 0.87$ μC
8. $q = Q$ o $q = 0.87$ μC
9. $d = 59$ cm
10. $\omega = 3.0$ rad/s
11. *a)* 2.0 μC *b)* repeliéndose
c) 15 veces
12. *a)* ambas son negativas
b) $q_1 = q_3 = -6.0$ μC
13. cada esfera debe recibir una carga $Q/2$

capítulo 19

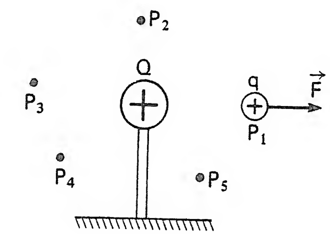
campo eléctrico



Un rayo eléctrico "salta" entre dos esferas electrizadas cuando el campo eléctrico entre ellas es tan intenso que hace que el aire se vuelva conductor de electricidad.

19.1 Concepto de campo eléctrico

❖ **Qué se entiende por campo eléctrico.** Consideremos una carga Q fija en determinada posición, como se indica en la Figura 19-1. Ya sabemos que si otra carga q fuese colocada en un punto P_1, a cierta distancia de Q, se tendrá una fuerza eléctrica $\vec{F}$ actuando sobre q (Fig. 19-1).



Supongamos ahora que la carga q fuese desplazada, en torno de Q, a cualesquiera otros puntos, como P_2, P_3, etc. Obviamente, en cada uno de ellos también actuaría sobre q una fuerza eléctrica ejercida por Q. Para describir este hecho, decimos que en cualquier punto del espacio alrededor de Q existe un *campo eléctrico* (o campo de fuerza eléctrica) producido por esta carga.

Entonces, podemos destacar que

> en un punto del espacio existe un campo eléctrico cuando sobre una carga q colocada en dicho punto, se ejerce una fuerza de origen eléctrico.

Volviendo a la Figura 19-1, debemos observar que el campo eléctrico se establece en los puntos P_1, P_2, P_3, etc., por acción de la carga Q, la cual naturalmente podrá ser positiva (como la de la figura), o negativa. La carga q, que se desplaza de un punto a otro para verificar si en tales puntos existe o no un campo eléctrico, se denomina *carga de prueba*, y siempre se considera *positiva*.

❖ **Comentarios.** 1) Es importante señalar que la existencia del campo eléctrico en un punto no depende de la presencia de la carga de prueba en dicho punto. De manera que, existe un campo eléctrico en cada uno de los puntos P_2, P_3, P_4 y P_5 de la Figura 19-1, aun cuando no haya una carga de prueba en ninguno de ellos. Cuando se coloca una carga de prueba en un punto, sólo queremos verificar si la fuerza eléctrica actúa o no sobre ella, lo cual nos permite concluir si existe o no un campo eléctrico en dicho punto.

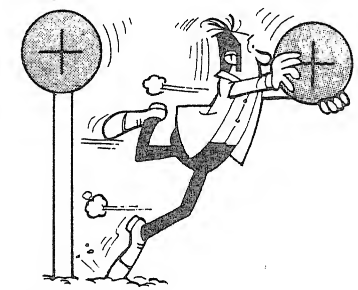


FIGURA 19-1 Alrededor de una carga eléctrica, Q, existe un campo eléctrico producido por dicha carga.

2) Se acostumbra decir que (Fig. 19-1) la fuerza eléctrica $\vec{F}$ es ejercida por Q sobre q. Con la introducción del concepto de campo eléctrico podemos visualizar esta interacción en forma distinta: decimos que la carga Q crea un campo eléctrico en los puntos del espacio que la rodean, y que este campo eléctrico es responsable de la aparición de la fuerza eléctrica sobre la carga q colocada en tales puntos. En otras palabras, consideramos que la fuerza eléctrica que actúa sobre *q se debe a la acción del campo eléctrico,* y no a la acción directa de Q sobre q.

3) El concepto de *campo* no se limita únicamente al estudio de los fenómenos eléctricos. De manera que decimos que alrededor de la Tierra (o en torno de cualquier cuerpo material) existe un *campo gravitacional,* pues una masa m colocada en cualquier punto del espacio alrededor de la Tierra, queda sometida a la acción de la fuerza gravitatoria que ejerce esta

última (Fig. 19-2). De la misma manera, en un ambiente cualquiera (por ejemplo, en una habitación), podemos decir que existe un *campo de temperatura,* pues en cada punto del ambiente tenemos una temperatura bien determinada, propia de ese punto.

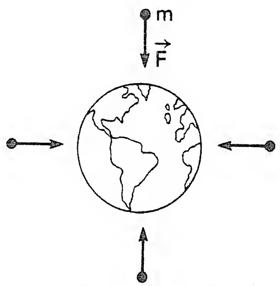


FIGURA 19-2 Alrededor de la Tierra (o en torno de cualquier cuerpo material) existe un campo gravitacional.

De manera general, siempre que a cada punto de cierta región le corresponda un cierto valor de una cantidad determinada, diremos que en tal región existe un *campo* asociado a ella. Este campo podrá ser un *campo escalar* (como el campo de temperatura), o bien, un *campo vectorial* (como el campo de fuerza eléctrica y el campo de fuerza gravitacional).

❖ **El vector campo eléctrico.** El campo de fuerza eléctrica se puede representar, en cada punto del espacio, por un vector que generalmente se simboliza por $\vec{E}$ y que se denomina *vector campo eléctrico*. A continuación, se presentarán las características de este vector, es decir, su magnitud, su dirección y su sentido.

1) *Magnitud del vector $\vec{E}$.* El valor del vector $\vec{E}$ en un punto dado, suele denominarse *intensidad del campo eléctrico* en ese punto. Para definir esta magnitud, consideremos la carga Q mostrada en la Figura 19-3, la cual crea un campo eléctrico en el espacio que la rodea. Al colocar una carga de prueba q en un punto cualquiera, por ejemplo, como el P_1, una fuerza eléctrica $\vec{F}$ actuará sobre dicha carga de prueba. La intensidad del campo eléctrico en P_1, estará, por definición dada por la expresión

$$\boxed{E = \frac{F}{q}}$$

Es fácil observar que la unidad para la medida de E será, en el SI, el newton por coulomb (N/C).

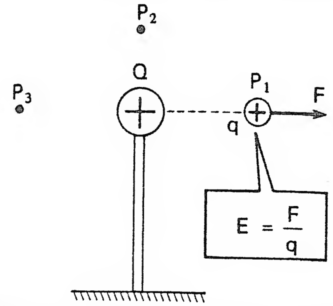


FIGURA 19-3 En cada punto del espacio alrededor de una carga Q, el campo de fuerza eléctrica está representado por un vector *campo eléctrico*, $\vec{E}$.

La expresión $E = F/q$ permite determinar la intensidad del campo eléctrico en cualquier otro punto, como P_2, o bien, P_3, etc. De manera general, el valor de E será diferente para cada uno de esos puntos, con excepción de algunos casos especiales que analizaremos posteriormente.

Observemos que de $E = F/q$ resulta

$$F = qE$$

es decir, si conocemos la intensidad, E, del campo eléctrico en un punto, con la expresión anterior podremos calcular el valor de la fuerza que actúa sobre una carga cualquiera q, colocada en dicho punto.

2) *Dirección y sentido de $\vec{E}$.* La dirección y el sentido del vector campo eléctrico en un punto están, por definición, dados por la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre la carga de prueba (*positiva*) colocada en el punto.

Por ejemplo, consideremos el punto P_1 que se muestra en la Figura 19-4. Si la carga de prueba positiva se colocara en P_1 sería, obviamente, repelida por Q con una fuerza horizontal hacia la derecha. Por tanto, debido a lo que acabamos de decir, el vector campo eléctrico $\vec{E}_1$ en ese punto, también sería horizontal y estaría dirigido hacia la derecha. De manera similar, podemos concluir que en P_2 tenemos un vector $\vec{E}_2$ dirigido verticalmente hacia arriba, pues si la carga de prueba positiva se colocara en tal punto, quedaría sometida a la acción de una fuerza que tendría dicha dirección y dicho sentido. Entonces, se podrá comprobar fácilmente que en P_3 y P_4, los vectores $\vec{E}_3$ y $\vec{E}_4$ tienen las direcciones y sentidos que se indican en la Figura 19-4.

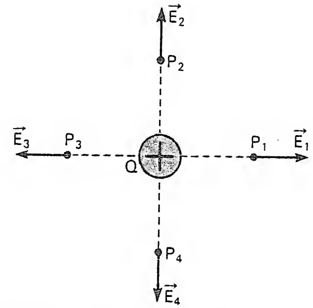


FIGURA 19-4 La carga Q, *positiva*, crea en los puntos P_1, P_2, P_3 y P_4 los vectores de campo eléctrico $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ y $\vec{E}_4$, con las direcciones y sentidos que se indican en la figura.

Suponga ahora, que la carga generadora del campo es negativa, como muestra la Figura 19-5. En este caso, si colocásemos la carga de prueba en P_1, sería atraída por Q con una fuerza hacia la izquierda. Por tanto, el vector campo eléctrico ahora estaría dirigido hacia la izquierda (siempre en el mismo sentido de la fuerza que actúa sobre la carga de prueba). Siguiendo este razonamiento, se podrá concluir que en P_2, P_3 y P_4 el vector campo eléctrico estará representado por los vectores $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ y $\vec{E}_4$, que se muestran en la Figura 19-5.

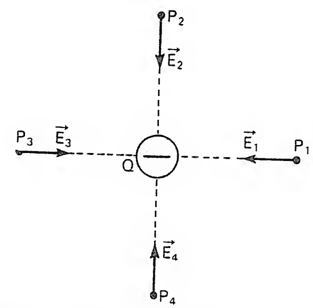


FIGURA 19-5 La carga Q, *negativa*, crea en los puntos P_1, P_2, P_3 y P_4, los vectores de campo eléctrico E_1, E_2, E_3 y E_4, con las direcciones y sentidos que se indican en la figura.

Resumiendo lo que ya dijimos, tenemos así que:

> siendo F la magnitud de la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga de prueba q colocada en un punto del espacio, el vector campo eléctrico $\vec{E}$ en tal punto tiene una intensidad que se obtiene por la relación
>
> $$E = \frac{F}{q}$$
>
> La dirección y el sentido del vector $\vec{E}$ están dados por la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre la carga de prueba (positiva) colocada en el punto.

❖ **Movimiento de cargas en un campo eléctrico.** Suponga que una carga *positiva* q se coloca en el punto P_1, Figura 19-4, donde hay un campo eléctrico $\vec{E}_1$ creado por la carga Q. Como ya sabemos, la carga q será repelida por Q con una fuerza dirigida hacia la derecha, y por consiguiente, tenderá a desplazarse en el sentido de esta fuerza. Como el vector $\vec{E}_1$ tiene el mismo sentido de dicha fuerza, concluimos que la carga positiva q tiende a desplazarse en el sentido del campo eléctrico. Si esta misma carga positiva q se colocara en el punto P_1 de la Figura 19-5 (campo creado por una carga negativa), sería atraída por la carga Q, y también en este caso tenderá a desplazarse en el sentido del campo eléctrico $\vec{E}_1$. De manera general, podemos comprobar que, en cualquier punto en que se sitúe la carga positiva q, tenderá a desplazarse en el sentido del vector campo eléctrico que existe en dicho punto (esta conclusión es consecuencia natural del hecho de que el sentido de $\vec{E}$, se ha definido como igual al sentido de la fuerza que actúa sobre la carga de prueba positiva).

Imaginemos, ahora, que en el punto P_1 de la Figura 19-4 colocamos una carga *negativa* q (recuerde que en P_1 existe un campo eléctrico

$\vec{E}_1$, dirigido hacia la derecha y producido por la carga Q). En estas condiciones, la carga q será atraída por Q, y tenderá entonces a desplazarse en sentido *contrario* al campo $\vec{E}_1$. Si colocamos la carga negativa q en el punto P_1 de la (Fig. 19-5), será repelida por la carga negativa Q, y de la misma manera, tenderá a desplazarse en sentido contrario al del vector $\vec{E}_1$.

En resumen:

una carga positiva colocada en un punto donde existe un campo eléctrico $\vec{E}$, tiende a desplazarse en el sentido de este campo, y una carga negativa en el mismo sitio, tiende a desplazarse en sentido contrario.

EJEMPLO

Una persona halló que en el punto P de la Figura 19-6, existe un campo eléctrico $\vec{E}$, horizontal hacia la derecha, creado por el cuerpo electrizado que se muestra en dicha figura.

a) Para medir la intensidad del campo en P, la persona colocó en ese punto una carga $q = 2.0 \times 10^{-7}$ C, y encontró que sobre ella actuaba una fuerza $F = 5.0 \times 10^{-2}$ N. ¿Cuál es entonces, la intensidad del campo en P?

Como la intensidad del campo eléctrico en un punto cualquiera está dada por $E = F/q$, tenemos

$$E = \frac{F}{q} = \frac{5.0 \times 10^{-2}}{2.0 \times 10^{-7}}$$

donde

$$E = 2.5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

b) Al retirar la carga q y colocar en P una carga *positiva* $q_1 = 3.0 \times 10^{-7}$ C, ¿cuál será el valor de la fuerza $\vec{F}_1$ que actuará sobre esta carga, y cuál el sentido del movimiento que tenderá a adquirir?

De $E = F/q$, se tiene que $F = qE$. Luego entonces,

$$F_1 = q_1E = 3.0 \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^5$$

donde

$$F_1 = 7.5 \times 10^{-2} \text{N}$$

Como la carga q_1 es positiva, sabemos que tenderá a desplazarse en el mismo sentido del vector $\vec{E}$, es decir, tenderá a desplazarse hacia la derecha en la Figura 19-6.

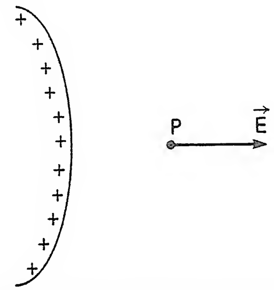


FIGURA 19-6 Para el Ejemplo de la Sección 19.1.

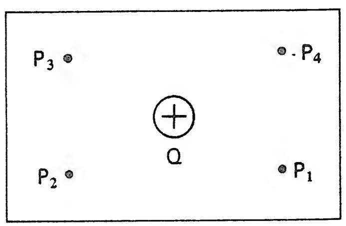
c) Responda a la pregunta anterior suponiendo que colocamos en P una carga *negativa*, cuyo valor es $q_1 = 3.0 \times 10^{-7}$ C.

Como los valores de las cargas q_1 y q_2 son iguales, el de la fuerza $\vec{F}_2$, que actuará sobre q_2, será igual al de la fuerza $\vec{F}_1$ que actuaba sobre q_1, o sea, $F_2 = 7.5 \times 10^{-2}$ N. Pero siendo q_2 una carga negativa, tenderá a desplazarse hacia la izquierda, es decir, en sentido contrario al del campo eléctrico (observe que la fuerza $\vec{F}_2$ apunta hacia la izquierda en la Figura 19-6).

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Una carga positiva Q está fija en el centro de una mesa horizontal, como muestra la figura de este ejercicio. Una persona que desea averiguar si existe un campo eléctrico en P_1, coloca en dicho punto una carga q.



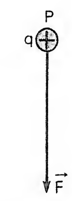
Ejercicio 1

a) ¿Por qué se podrá concluir que existe un campo eléctrico en P_1?
b) ¿Cuál es la carga que creó el campo eléctrico en P_1?
c) ¿Cómo se denomina la carga q colocada en P_1?
d) Al retirar la carga q del punto P_1, ¿el campo eléctrico seguirá existiendo en este punto?

2. En la figura del ejercicio anterior, trace el vector campo eléctrico en cada uno de los puntos P_1, P_2, P_3 y P_4.

3. Suponiendo que en el Ejercicio 1, la carga Q fuese negativa, trace el vector campo eléctrico en cada uno de los puntos P_1, P_2, P_3 y P_4.

4. Se observa que una carga positiva $q = 1.5$ μC, colocada en un punto P, queda sujeta a una fuerza eléctrica $F = 0.60$ N, vertical hacia abajo (*véase* figura de este ejercicio).
a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el punto P?
b) Muestre en la figura, la dirección y el sentido del vector $\vec{E}$ en P.



Ejercicio 4

5. En cierto punto del espacio existe un campo eléctrico $E = 5.0 \times 10^4$ N/C, horizontal hacia la izquierda. Si colocamos una carga q en ese punto, observamos que tiende a desplazarse hacia la derecha por acción de una fuerza eléctrica de magnitud $F = 0.20$ N.
a) ¿Cuál es el signo de la carga q?
b) Determine, en μC, el valor de q.

19.2 Campo eléctrico originado por cargas puntuales

❖ **Campo de una carga puntiforme o puntual.** La expresión $E = F/q$ nos permite calcular la intensidad de un campo eléctrico, cualesquiera que sean las cargas que lo produzcan. Vamos a aplicarla a un caso particular, en el cual la carga que crea el campo es puntual.

Consideremos, pues, una carga puntiforme Q en el aire, y un punto situado a una distancia r de tal carga (Fig. 19-7). Si colocamos una carga de prueba q en dicho punto, quedará sujeta a una fuerza eléctrica $\vec{F}$, cuyo valor se podrá calcular por la ley de Coulomb; es decir,

$$F = k_0 \frac{Q\,q}{r^2}$$

Como $E = F/q$, podemos obtener fácilmente

$$E = k_0 \frac{Q}{r^2}$$

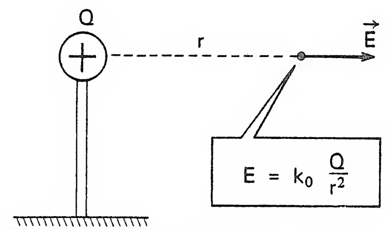


FIGURA 19-7 Magnitud, dirección y sentido del vector campo eléctrico, creado por la carga puntual Q, en un punto cuya distancia a la carga es igual a r.

Por tanto, esta expresión permite calcular la intensidad del campo en un punto dado, cuando conocemos el valor de la carga puntual Q que lo origina, y la distancia del punto a dicha carga. Pero, obsérvese que esta expresión únicamente puede ser empleada en este caso (campo creado por una carga puntual). Para otros tipos de cargas (no puntuales) existen expresiones apropiadas a cada caso, pero que no analizaremos en nuestro curso.

❖ **Comentarios.** Al analizar la expresión $E = k_0Q/r^2$, podemos hacer las observaciones siguientes:

1) La carga de prueba q no aparece en esta expresión. De modo que concluimos que la intensidad del campo eléctrico en un punto no depende de la carga de prueba q (contrariamente a lo que podría pensarse a primera vista, al analizar equivocadamente la expresión $E = F/q$).

2) La intensidad E en un punto dado, es directamente proporcional a la carga Q que origina el campo. Entonces, en la Figura 19-7, al variar el valor de Q, la intensidad del campo en el punto mostrado, cambiará de modo que la gráfica $E \times Q$ tendrá el aspecto que se ve en la Figura 19-8a.

3) La expresión también muestra que en el campo eléctrico de una carga dada Q, el valor de E será tanto menor cuanto mayor sea la distancia r entre el punto y la carga Q. En realidad, se tiene que $E \propto 1/r^2$. Es decir, la intensidad del campo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r. Siendo así, la gráfica $E \times r$ será como se muestra en la Figura 19-8b.

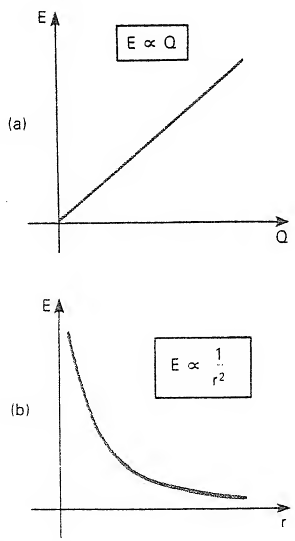


FIGURA 19-8 Aspectos de los diagramas $E \times Q$ y $E \times r$, correspondientes a una carga puntual.

❖ **Campo de varias cargas puntuales.** Consideremos varias cargas eléctricas puntiformes Q_1, Q_2, Q_3, etc., como muestra la Figura 19-9. Supóngase que deseamos calcular el campo eléctrico originado por el conjunto de estas cargas en un punto P cualquiera del espacio. Para ello debemos calcular, inicialmente, el campo $\vec{E}_1$ originado en P exclusivamente por la carga Q_1. Como Q_1 es una carga puntual, el valor de E_1 se podrá calcular mediante la expresión $E = k_0Q/r^2$. La dirección y el sentido de $\vec{E}_1$, que se indican en la Figura 19-9, se determinaron conforme a lo estudiado en la sección anterior. Análogamente, a continuación se determina el campo $\vec{E}_2$, debido a Q_2; el campo $\vec{E}_3$, ocasionado por Q_3, etc. El campo eléctrico $\vec{E}$ existente en el punto P, estará dado por la *resultante* de los campos $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, etc., producidos individualmente por las cargas Q_1, Q_2, Q_3, etc.; es decir,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$$

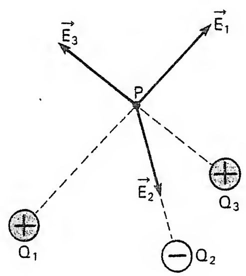


FIGURA 19-9 Las cargas Q_1, Q_2 y Q_3, crean en el punto P los vectores de campo eléctrico $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_3$.

Entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ originado por varias cargas puntuales, se obtiene mediante una suma vectorial, operación que aprendimos a realizar en el Capítulo 4 de nuestro curso.

❖ **Campo de una carga esférica.** Imaginemos ahora que tenemos una esfera electrizada, la cual posee una carga Q distribuida uniformemente en su superficie. Suponiendo que el radio de esta esfera no es depreciable, estamos frente a una nueva situación, es decir, una carga Q *no puntual,* que crea a su alrededor un campo eléctrico en el espacio.

Para calcular el campo eléctrico en un punto P exterior a la esfera (Fig. 19-10a), tendríamos que valernos de un artificio: imaginar la esfera dividida en pequeñas porciones, de modo que la carga ΔQ existente en cada una, pudiera considerarse como una carga puntual. Cada una de esas pequeñas cargas ΔQ crearía en P un pequeño campo $\Delta\vec{E}$ (Fig. 19-10a), el cual se podría calcular fácilmente. El campo en P producido por la carga total, Q de la esfera, se obtendría sumando vectorialmente estos campos parciales.

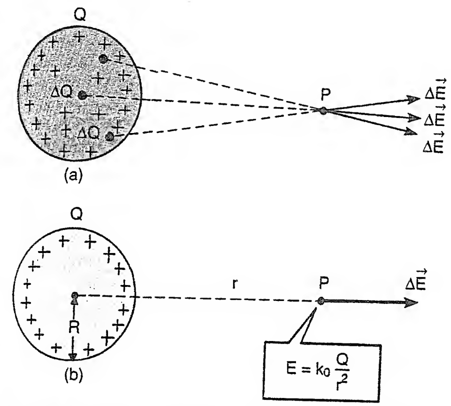


FIGURA 19-10 Vector del campo eléctrico $\vec{E}$ creado por una esfera electrizada, en un punto P, situado a una distancia r del centro de la esfera.

Efectuando esta operación (que no exponemos aquí pues exige cálculos matemáticos de nivel superior), se llega al resultado siguiente: el campo $\vec{E}$ creado en P por la carga Q de la esfera, tiene la dirección y el sentido que se muestran en la Figura 19-10b, y su magnitud está dada por

$$E = k_0 \frac{Q}{r^2}$$

donde r es la distancia del punto P *al centro de la esfera.* Observemos que esta expresión es idéntica a la que proporciona el campo eléctrico ocasionado por una carga puntual. Concluimos entonces, que el campo originado por una esfera electrizada, en puntos exteriores a ella, se puede calcular considerando que toda la carga de la esfera se encuentra concentrada (como si fuera una carga puntiforme) en su centro.

Si en la Figura 19-10b considerásemos un punto colocado muy cerca de la superficie de la esfera, su distancia al centro de ésta sería prácticamente igual a R (radio de la superficie). Por tanto, el campo en este punto estaría dado por

$$E = k_0 \frac{Q}{R^2}$$

Debe destacarse que el análisis que acabamos de hacer sólo es válido para los puntos exteriores a la esfera. La determinación del campo eléctrico en los puntos interiores de una esfera electrizada se estudia en la Sección 19-4.

EJEMPLO

Una esfera de radio R = 8.0 cm está electrizada negativamente con una carga de valor Q = 3.2 μC, distribuida uniformemente en su superficie (Fig. 19-11). Considere un punto P situado a 4.0 cm de la superficie de la esfera.

a) ¿Cuál es el sentido del campo eléctrico creado por la esfera en el punto P?

El campo generado por una carga negativa siempre está dirigido hacia dicha carga. Entonces el vector $\vec{E}$ en el punto P, tendrá la dirección y el sentido que se muestran en la Figura 19-11.

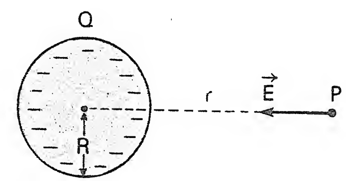


FIGURA 19-11 Para el Ejemplo de la Sección 19.2.

b) Suponiendo la esfera en el aire, ¿cuál será la intensidad del campo eléctrico en P?

La intensidad del campo eléctrico ocasionado por una esfera está dada por $E = k_0Q/r^2$, donde r es la distancia al punto *desde el centro* de la esfera. En consecuencia,

r = 8.0 cm + 4.0 cm = 12 cm

o bien,

$r = 12 \times 10^{-2}$ m

Como $Q = 3.2\ \mu C = 3.2 \times 10^{-6}$ C, vemos que

$$E = k_0 \frac{Q}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{3.2 \times 10^{-6}}{(12 \times 10^{-2})^2}$$

donde

$$E = 2.0 \times 10^6 \text{ N/C}$$

c) Si una carga puntual negativa, de valor $q = 3.5 \times 10^{-7}$ C, se colocara en *P*, ¿cuál será la magnitud, la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actuará sobre ella?

Como *q* es una carga negativa, sabemos que quedará sujeta a una fuerza en sentido contrario a la del campo eléctrico existente en el punto. Entonces, cuando *q* se coloque en el punto *P* de la Figura 19-11, sobre ella se ejercerá una fuerza $\vec{F}$ dirigida hacia la derecha. El valor de esta fuerza se podrá calcular por $F = qE$. Entonces.

$$F = qE = 3.5 \times 10^{-7} \times 2.0 \times 10^6$$

donde

$$F = 0.70 \text{ N}$$

EJERCICIOS

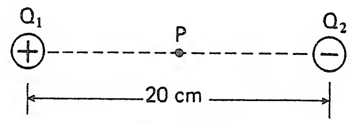
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

6. Una carga eléctrica puntual positiva, $Q = 4.5\ \mu C$, se encuentra en el aire. Considere un punto *P* situado a una distancia $r = 30$ cm, de *Q*.
a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico creado por *Q* en *P*?
b) Si el valor de *Q* se duplicara, ¿cuántas veces mayor se volvería la intensidad del campo en *P*?
c) Entonces, ¿cuál sería el nuevo valor del campo en *P*?

7. En el ejercicio anterior, después de duplicar el valor de *Q*, considere un punto *P′* situado a 90 cm de esta carga.
a) La distancia de *P′* a *Q*, ¿cuántas veces es mayor que la distancia de *P* a *Q*?
b) Entonces, la intensidad del campo en *P′*, ¿cuántas veces es menor que en *P*?
c) Luego, ¿cuál es la intensidad del campo en *P′*?

8. Considerando otra vez el Ejercicio 6, después de duplicar el valor de *Q* imagine que esta carga y el punto *P* se encuentran en agua (considere la constante dieléctrica de este material igual a 80).
a) El valor del campo eléctrico en *P*, ¿sería mayor o menor que en el aire? ¿Cuántas veces?
b) Entonces, ¿cuál sería ahora la intensidad del campo en *P*?

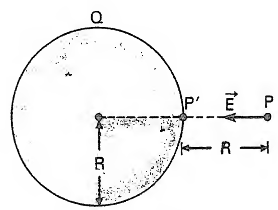
9. Dos cargas puntuales, $Q_1 = 8.0 \times 10^{-7}$ C y $Q_2 = -8.0 \times 10^{-7}$ C, se encuentran en aire, a una distancia de 20 cm (*véase* figura de este ejercicio).
a) Trace, en la figura, el vector campo eléctrico, $\vec{E}_1$ originado por la carga Q_1 en el punto *P*, situado en medio de la distancia entre ambas cargas.
b) ¿Cuál es la intensidad de este campo $\vec{E}_1$?



Ejercicio 9

10. *a)* En la figura del ejercicio anterior, trace el vector $\vec{E}_2$ creado por Q_2 en el punto *P*.
b) ¿Cuál es el valor de $\vec{E}_2$?
c) Determine, entonces, el campo eléctrico resultante formado por Q_1 y Q_2 en *P*.

11. Una esfera electrizada uniformemente produce, en un punto *P* exterior a ella, un campo eléctrico $E = 1.5 \times 10^4$ N/C, cuya dirección y sentido se muestran en la figura de este ejercicio. La distancia de *P* a la superficie de la esfera es igual al propio radio de ésta.
a) ¿Cuál es el signo de la carga en la esfera?
b) Considere un punto *P′* muy cercano a la superficie del cuerpo. La distancia de *P′* al centro de la esfera, ¿cuántas veces es menor que la distancia de *P′* a este centro?
c) Entonces, la intensidad del campo en *P′*, ¿es mayor o menor que en *P*? ¿Cuántas veces?
d) De modo que, ¿cuál será la intensidad del campo en cualquier punto cercano a la superficie de esta esfera?



Ejercicio 11

19.3 Líneas de fuerza

❖ **Qué son las líneas de fuerza.** El concepto de líneas de fuerza fue introducido por el físico inglés Michael Faraday, en el siglo pasado, con la finalidad de representar el campo eléctrico mediante diagramas.

Michael Faraday (1791-1867). Físico experimental inglés de gran renombre, que inició su vida como vendedor de libros. Él afirmaba que su instrucción consistió "en haber aprendido algo más que saber leer, escribir y los rudimentos de las matemáticas", en la escuela primaria. Después de asistir a algunas conferencias de Sir Humphrey Davy, en la Real Academia de Londres, comenzó a interesarse en las investigaciones científicas, y empezó a estudiar química por su cuenta. En 1813, Davy lo admitió como su ayudante en la Real Academia, iniciando así una brillante carrera que lo transformaría en uno de los más grandes físicos experimentales de la historia. Son numerosas sus contribuciones al desarrollo de la química, del magnetismo, de la electricidad y de la óptica. Faraday también fue un magnífico conferencista que poseía el don de explicar con sencillez notable los resultados de sus investigaciones, a los legos en la materia.

Para que podamos comprender este concepto de Faraday, supongamos una carga puntual positiva *Q* que crea un campo eléctrico en el espacio que la rodea. Como sabemos, en cada punto de este espacio tenemos un vector $\vec{E}$, cuya magnitud disminuye conforme nos alejamos de la carga. En la Figura 19-12a se representan estos vectores en algunos puntos alrededor de *Q*. Consideremos los vectores $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, etc., que tienen la misma dirección, y tracemos una línea que pase por estos vectores y orientada en el mismo sentido que ellos, según se observa en la Figura 19-12b. Esta recta es, entonces, *colineal* (o tangente, en el caso general) a cada uno de los vectores de campo $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, etc. Una línea como ésta se denomina *línea de fuerza* del campo eléctrico. De manera similar, podemos trazar algunas otras líneas de fuerza del campo eléctrico originado por la carga *Q*, como se hizo en la Figura 19-12b. Tal figura nos proporciona una representación del campo eléctrico en la forma propuesta por Faraday.

Si la carga originadora del campo fuese una carga punuual negativa, sabemos que el vector $\vec{E}$ en cada punto del espacio, estará dirigido hacia esa carga, según indica la Figura 19-13a. Entonces, también en este caso, podemos tra-

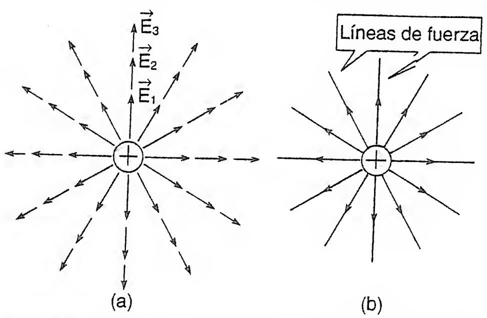


FIGURA 19-12 Líneas de fuerza del campo eléctrico formado por una carga puntual positiva.

zar las líneas de fuerza que representan dicho campo eléctrico. Observemos, en la Figura 19-13b, que la configuración de estas líneas de fuerza es similar a la que representa el campo eléctrico de la carga positiva, y únicamente difiere en el sentido de orientación de las líneas de fuerza: en el campo de la carga positiva, las líneas divergen a partir de la carga, y en el campo de una carga negativa, convergen hacia ella.

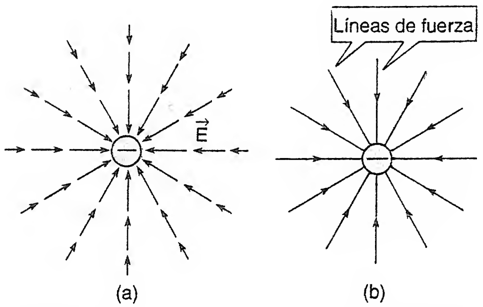


FIGURA 19-13 Líneas de fuerza del campo eléctrico originado por una carga puntual negativa.

❖ **Comentarios.** 1) Las líneas de fuerza de los campos que acabamos de estudiar presentan una configuración relativamente simple. Otras distribuciones de cargas forman campos cuyas líneas de fuerza pueden presentar formas más complicadas. Por ejemplo, en la Figura 19-14a mostramos las líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas puntuales de la misma magnitud pero de signos contrarios, y en la Figura 19-14b vemos la configuración de las líneas de fuerza para el caso en que ambas cargas tienen el mismo signo. En todos los casos, cada línea de fuerza debe trazarse de manera que, en cada punto, el vector $\vec{E}$ sea *tangente* a ella.

2) Las líneas de fuerza se pueden establecer de manera que proporcionen información no sólo acerca de la dirección y el sentido del vector $\vec{E}$, sino también de la magnitud de este vector. Para ello, suelen trazarse las líneas de fuerza más cercanas entre sí en las regiones donde la intensidad del campo es mayor, y por tanto, deberán estar más separadas en los puntos donde la intensidad del campo sea menor. Por ejemplo, si observamos las Figuras 19-12b y 19-13b, vere-

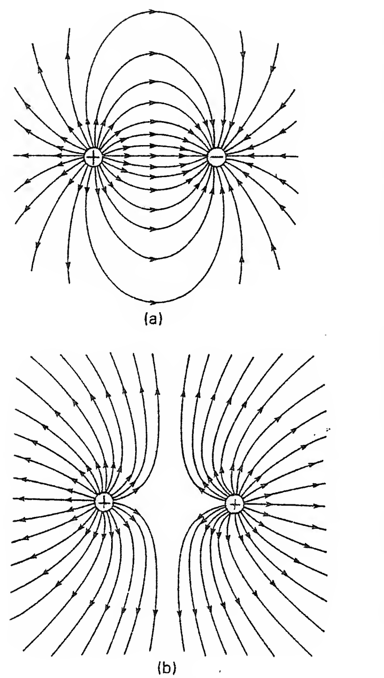


FIGURA 19-14 Líneas de fuerza del campo eléctrico producido por dos cargas de signos contrarios (a), y por dos cargas de signos iguales (b).

mos que las líneas de fuerza están más juntas en la proximidad de las cargas, indicando, como ya sabíamos, que el campo es más intenso en estas regiones. Obsérvese también que en las figuras, conforme nos alejamos de las cargas, las líneas se ven más separadas, mostrando que la intensidad del campo disminuye.

3) Por estas consideraciones, queda claro que las líneas de fuerza proporcionan un diagrama capaz de representar el campo eléctrico, tal como lo pensó Faraday. En efecto,

—Al trazar una línea de fuerza de modo que en cada punto el vector $\vec{E}$ sea tangente a ella, podemos determinar la dirección y el sentido del campo en un punto, conociendo la línea de fuerza que pasa por él.
—Como las líneas de fuerza se trazan más cerca entre sí, en las regiones donde el campo eléctrico es más intenso, al observar la separación de dichas líneas podemos obtener información acerca de la magnitud del vector campo eléctrico.

❖ **Campo eléctrico uniforme.** Consideremos dos placas planas paralelas, separadas una distancia pequeña en comparación con sus dimensiones. Supongamos que se encuentran uniformemente electrizadas con cargas de la misma magnitud y de signos contrarios, como se observa en la Figura 19-15.

Si colocamos una carga de prueba (positiva) q en un punto P_1 situado entre las placas (Fig. 19-15), tal carga quedará sujeta a la acción de la fuerza F, debida al campo eléctrico originado por las placas en el espacio que existe entre ellas. La fuerza $\vec{F}$ es perpendicular a las placas y está orientada, como ya debió haberlo pensado, de la placa positiva a la negativa. Al desplazar la carga de prueba q hacia otro punto cualquiera entre las placas (como el punto P_2, o el P_3, etc.), se observa que sobre q actuará una fuerza $\vec{F}$ de la misma magnitud, la misma dirección y el mismo sentido que la que actuaba cuando q se hallaba en P_1. Concluimos, entonces, que el campo eléctrico existente entre estas placas tiene, en cualquier punto, el mismo valor (recordemos que $E = F/q$) y la misma dirección y sentido. Un campo como éste se denomina *campo eléctrico uniforme*, y puede representarse por un vector $\vec{E}$ como el que se indica en el punto P de la Figura 19-15. Por tanto,

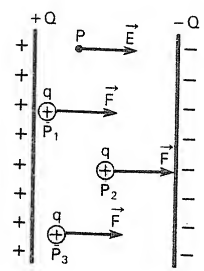


FIGURA 19-15 Dos placas planas y paralelas, electrizadas uniformemente con cargas de signos contrarios, crean un campo uniforme en el espacio que hay entre ellas.

decimos que un campo eléctrico es uniforme en una determinada región del espacio, cuando presenta el mismo valor, dirección y sentido en todos los puntos de tal región. La Figura 19-15 muestra una de las formas de obtener un campo eléctrico uniforme: entre las dos placas, el vector $\vec{E}$ no varía cuando pasamos de un punto a otro, estando orientado siempre de la placa positiva a la placa negativa.

En la Figura 19-16 se encuentran trazadas las líneas de fuerza del campo existente entre las dos placas. Observemos que estas líneas son paralelas (la dirección de $\vec{E}$ no varía) y se encuentran

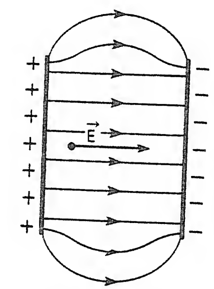


FIGURA 19-16 Líneas de fuerza del campo uniforme existente entre dos placas electrizadas uniformemente con cargas de signos contrarios.

igualmente espaciadas (el valor de $\vec{E}$ es constante), indicando que el campo eléctrico es uniforme en esta región. Pero debe notarse que estas consideraciones son válidas para los puntos que no se hallan muy cerca de los extremos de las placas. De hecho, como indica la Figura 19-16, las líneas de fuerza en los extremos son curvas, indicando que en tales lugares el campo deja de ser uniforme.

La fotografía de la Figura 19-17 se obtuvo colocando semillas de césped o pasto entre dos placas electrizadas con cargas de signos contrarios. Como podemos observar, las semillas se orientan en dirección del campo eléctrico, presentando así una configuración igual a la de las líneas de fuerza. Este artificio constituye, por tanto, una "materialización" de las líneas de fuerza, lo cual permite "visualizar" el campo uniforme existente entre las placas.

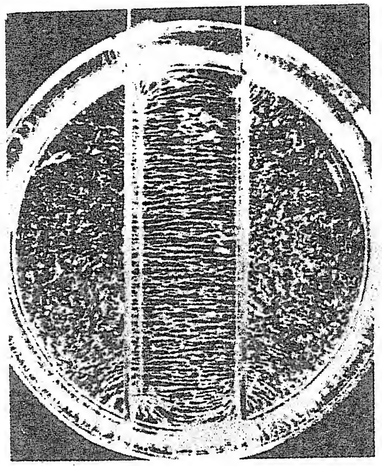


FIGURA 19-17 Foto que muestra "materializadas", las líneas de fuerza del campo eléctrico existente entre dos placas electrizadas con cargas de signos contrarios.

EJEMPLO

El campo eléctrico que se observa entre las placas mostradas en la Figura 19-18, vale $E = 2.0 \times 10^4$ N/C, y la distancia entre ellas es de $d = 7.0$ mm. Suponga que un electrón se deja libre y en reposo, cerca de la placa negativa.

a) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre el electrón?

Como sabemos, un electrón tiene carga negativa. Entonces, la fuerza $\vec{F}$ que actuará sobre él tendrá la misma dirección, pero sentido contrario al del campo eléctrico $\vec{E}$, es decir, la fuerza $\vec{F}$ estará orientada de la placa negativa hacia la positiva, como muestra la Figura 19-18.

El valor de $\vec{F}$ está dado por $F = qE$, donde q es la carga del electrón, cuyo valor aparece en la tabla que se encuentra al final de esta obra: $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C. Entonces

$$F = qE = 1.6 \times 10^{-19} \times 2.0 \times 10^4$$

donde

$$F = 3.2 \times 10^{-15}\ \text{N}$$

b) Sabiendo que el peso del electrón es depreciable en comparación con la fuerza eléctrica que actúa sobre él, diga qué tipo de movimiento describirá esta partícula.

Como el campo entre las placas es uniforme, la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre el electrón, permanecerá constante mientras aquél se desplaza. Así pues, esta fuerza imprimirá al electrón una aceleración también constante; es decir, el movimiento del electrón será *rectilíneo* y *uniformemente acelerado*.

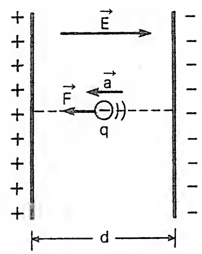


FIGURA 19-18 Para el Ejemplo de la Sección 19.3.

c) ¿Cuál es el valor de la aceleración adquirida por el electrón?

Esta aceleración se podrá calcular por la segunda ley de Newton, $F = ma$, donde m es la masa del electrón, y que también encontramos en la tabla que aparece al final de este volumen: $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg. Entonces

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3.2 \times 10^{-15}}{9.1 \times 10^{-31}}$$

donde

$$a = 3.5 \times 10^{15}\ \text{m/s}^2$$

Observemos que aun cuando la fuerza sobre el electrón sea relativamente pequeña, éste adquiere una aceleración de valor sumamente elevado.

d) ¿Cuánto tardará el electrón en desplazarse de la placa negativa a la placa positiva?

Como el movimiento es uniformemente acelerado, sabemos que la distancia d que recorrerá el electrón, estará dada por $d = (1/2)\ at^2$ (recuérdese que $t_0 = 0$). En nuestro caso, tenemos $d = 7.0$ mm $= 7.0 \times 10^{-3}$ m, y $a = 3.5 \times 10^{15}$ m/s². De modo que

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 7.0 \times 10^{-3}}{3.5 \times 10^{15}}}$$

donde

$$t = 2.0 \times 10^{-9}\ \text{s}$$

e) ¿Cuál es la velocidad del electrón al llegar a la placa positiva?

En el movimiento uniformemente acelerado con $v_0 = 0$ y sabemos que $v = at$. De manera que

$$v = 3.5 \times 10^{15} \times 2.0 \times 10^{-9}$$

donde

$$v = 7.0 \times 10^6\ \text{m/s}$$

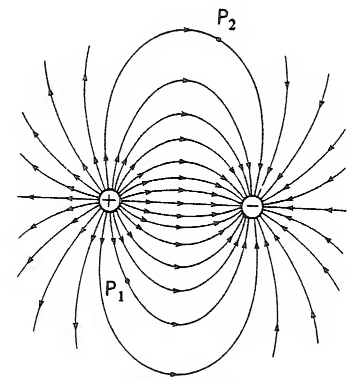
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

12. La figura de este ejercicio muestra las líneas de fuerza del campo creado por dos cargas puntuales $+Q$ y $-Q$. Considere los puntos P_1 y P_2 de la figura.

a) Trace en la figura los vectores $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ que representan el campo eléctrico en cada uno de esos puntos.

b) Observando la separación de las líneas de fuerza, ¿podrá concluir que E_1 es mayor, menor o igual que E_2?



Ejercicio 12

13. *a*) En la Figura 19-15, sea r la distancia del punto P_2 a la placa positiva. ¿El valor del campo en este punto se podría calcular mediante la expresión $E = k_0Q/r^2$? ¿Por qué?

b) ¿El valor del campo en P_2 podría calcularse mediante la relación $E = F/q$? ¿Por qué?

14. En el ejemplo resuelto al final de esta sección (Fig. 19-18), suponga que en lugar del electrón se liberara un protón cerca de la placa positiva.

a) ¿Cuál es el sentido de la fuerza eléctrica que actuaría sobre el protón?

b) ¿El valor de la fuerza en el protón sería mayor, menor o igual a la que se ejerce sobre el electrón? ¿Por qué?

c) Conforme el protón se desplazara, ¿la fuerza eléctrica ejercida sobre él aumentaría, disminuiría o permanecería constante?

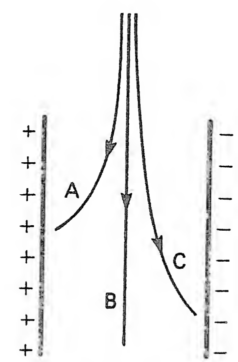
d) Entonces, ¿qué tipo de movimiento describiría el protón?

15. Considerando el protón mencionado en el ejercicio anterior, responda:

a) La aceleración que habría de adquirir, ¿sería mayor, menor o igual a la que adquirió el electrón? ¿Por qué?

b) Entonces, el tiempo que el protón tardaría en ir de una placa a la otra, ¿sería mayor, menor o igual al tiempo que tarda el electrón en este mismo recorrido?

16. Un haz de partículas, constituido por protones, neutrones y electrones, penetra en un campo uniforme formado entre dos placas electrizadas. Se observa que el haz se divide en otros tres, A, B y C, como muestra la figura de este ejercicio.



Ejercicio 16

a) ¿Cuál de las partículas citadas constituye el haz A? ¿Y el haz B? ¿Y el haz C?

b) ¿Por qué la curvatura del haz A está más acentuada que la del haz C?

19.4 Comportamiento de un conductor electrizado

❖ **Carga distribuida en la superficie del conductor.** Suponga que un cuerpo conductor, por ejemplo, un bloque de metal, es frotado en determinada región de su superficie, adquiriendo así cargas negativas. Obviamente, la electrización aparecerá en la región friccionada, como muestra la Figura 19-19.

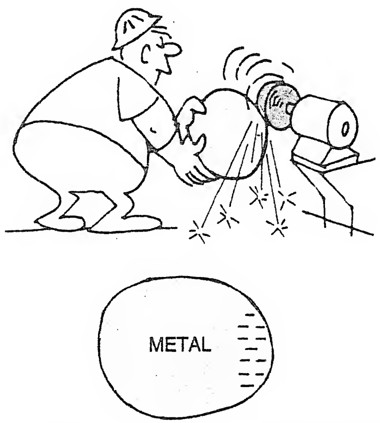


FIGURA 19-19 Al frotar el cuerpo que se indica adquiere carga negativa.

Pero dichas cargas, constituidas por un exceso de electrones, se repelen mutuamente y actúan sobre los electrones libres del conductor, haciendo que se desplacen hasta llegar a una distribución final, denominada "situación de equilibrio electrostático", en la cual las cargas del conductor se muestran en reposo. Al llegar a esta situación final de equilibrio electrostático (lo cual sucede en un lapso sumamente pequeño), se observa experimentalmente que la carga negativa adquirida por el conductor está distribuida en toda su superficie (Fig. 19-20).

Si el conductor fuese electrizado positivamente, observaríamos el mismo resultado final. La carga positiva adquirida por el conductor en una región dada de su superficie (Fig. 19-21a), atraería electrones libres de este cuerpo. Tales electrones se desplazarían hasta alcanzar el equilibrio electrostático, y entonces la carga po-

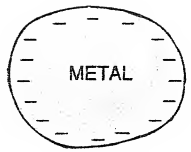


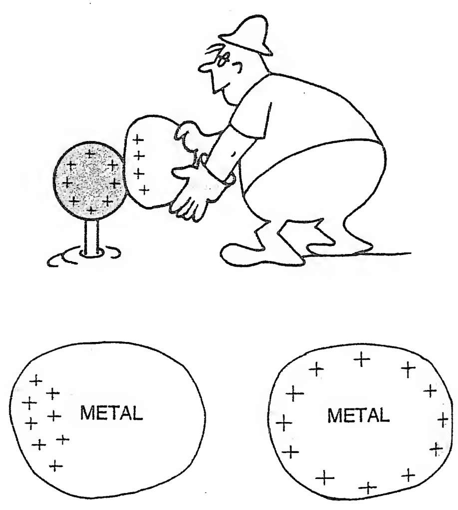
FIGURA 19-20 Los electrones libres adquiridos por el conductor se distribuyen en toda su superficie.

sitiva aparecerá distribuida en la superficie del conductor (Fig. 19-21b).

Debe observarse que este comportamiento es característico de los conductores. En realidad, si frotásemos un aislante en una determinada región de su superficie, la carga adquirida no quedaría distribuida, sino que permanecería en equilibrio en la región donde se generó. Esto se debe a que el aislante no posee electrones libres, y por consiguiente, las cargas eléctricas no podrán desplazarse en este material.

Por tanto,

> si un conductor electrizado está en equilibrio electrostático, las cargas eléctricas se hallarán distribuidas en su superficie.



(a) (b)

FIGURA 19-21 Aun cuando un conductor adquiere carga positiva local, ésta quedará distribuida en su superficie, debido al movimiento de los electrones libres.

❖ **Campo en el interior y en la superficie del conductor.** Como vimos, cuando se alcanza el equilibrio electrostático las cargas eléctricas de un conductor están distribuidas en su superficie, y se encuentran en reposo.

En tales condiciones, la distribución de estas cargas debe ser tal, que anule el campo eléctrico en cualquier punto interno del conductor. En efecto, si el campo eléctrico en el interior de dicho conductor fuera diferente de cero, los electrones libres ahí existentes entrarían en movimiento debido a la acción de dicho campo. Como las cargas en el conductor están en equilibrio, este movimiento no puede tener lugar, y por tanto, *el campo eléctrico debe ser nulo en el interior del conductor.*

Vamos a analizar, ahora, lo que sucede en puntos de la superficie del conductor en equilibrio estático. En estos puntos es posible que exista un campo eléctrico, sin que ello altere la condición de equilibrio electrostático, pues el vector $\vec{E}$ es perpendicular a la superficie del conductor, tal como se muestra en los puntos *B*, *C* y *D* de la Figura 19-22. De hecho, si el campo eléctrico no fuera perpendicular a la superficie, como se indica en el punto *A* de la Figura 19-22, tendría una componente $\vec{E}_t$ tangente a la superficie del conductor. Si existiera tal componente, los electrones libres que ahí se encuentran estarían en movimiento debido a la acción de $\vec{E}_t$. De modo que este componente no puede existir, pues el conductor se halla en equilibrio electrostático. Al no existir componente tangencial, el vector $\vec{E}$ tendrá que ser perpendicular a la superficie del

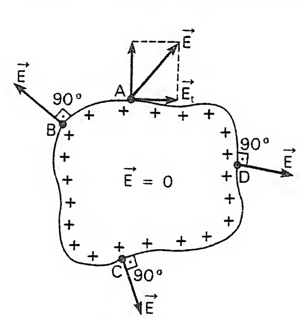


FIGURA 19-22 El vector campo eléctrico en la superficie de un conductor cargado y en equilibrio electrostático, es perpendicular a la superficie de dicho conductor.

conductor. Obviamente, al actuar en esta dirección el campo no podrá provocar movimiento de cargas, pues el conductor está rodeado por aire, el que, como ya sabemos, es aislante.

En resumen,

> si un conductor electrizado está en equilibrio electrostático, el campo eléctrico será nulo en todos sus puntos internos, y en los puntos de la superficie del conductor, el vector $\vec{E}$ está perpendicular a ella (Fig. 19-22).

❖ **Blindaje electrostático.** Los hechos estudiados anteriormente en esta sección son válidos aun cuando el conductor sea hueco; es decir, si presenta una cavidad interna, como el bloque metálico de la Figura 19-23. Cuando un cuerpo como éste es electrizado, las cargas eléctricas tienden rápidamente a ubicarse en su superficie externa, distribuyéndose a manera de nulificar el campo eléctrico en todos los puntos del interior del conductor (ya sea en la parte maciza del bloque, o en su cavidad, Figura 19-23).

De esta manera, una cavidad en el interior de un conductor es una región que no será alcanzada por los efectos eléctricos producidos exteriormente, pues el campo eléctrico en la oquedad siempre es nulo, y no hay carga eléctrica distribuida en su pared (la carga se localiza en la superficie externa del conductor). Por este motivo, un conductor hueco se puede emplear para producir un "blindaje electrostático": cuando queremos proteger un aparato cualquiera contra las influencias eléctricas, lo encerramos dentro de una cubierta metálica, es decir, lo colocamos en una cavidad en el interior de un cuerpo conductor. En estas condiciones decimos que el objeto está *blindado electrostáticamente,*

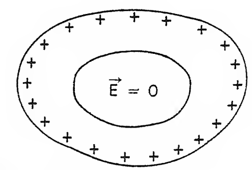


FIGURA 19-23 El campo eléctrico en el interior de un conductor cargado o electrizado, en equilibrio electrostático es nulo.

puesto que ningún fenómeno electrostático externo podrá alterar su funcionamiento. Por ejemplo, si observara el interior de un aparato de televisión, podría notar que algunas válvulas u otros dispositivos, están envueltos por cubiertas metálicas, por lo cual se encuentran blindados electrostáticamente por dichos conductores.

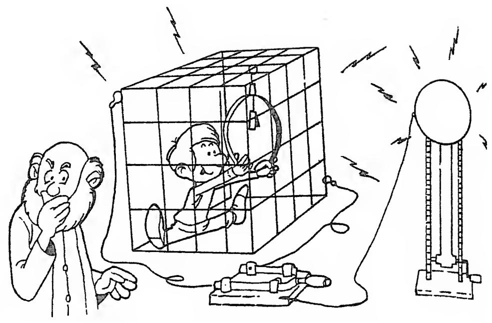
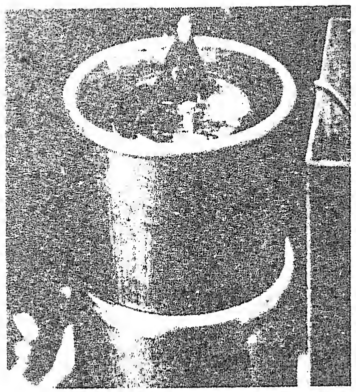


FIGURA 19-24 Faraday demostró el efecto de blindaje electrostático colocándose en el interior de una jaula metálica fuertemente electrizada.



Esta válvula, utilizada en el circuito de sintonía de un televisor, está blindada por el cilindro metálico que la envuelve y, así, queda protegida contra los efectos eléctricos externos.

El poder de blindaje de una cubierta metálica ya era conocido por Faraday, quien para comprobarlo experimentalmente, realizó una prueba que se hizo famosa. Sosteniendo en sus manos un electroscopio, Faraday se colocó en el interior de una jaula metálica, que su ayudante procedió a electrizar poderosamente (Fig. 19-24). A pesar de que la superficie de la jaula no es continua, constituyó un blindaje electrostático muy eficaz, de manera que Faraday no sufrió ni observó deflexión alguna en las hojas del electroscopio.

La fotografía de la Figura 19-25 muestra un experimento realizado en un laboratorio moderno, que también comprueba la efectividad de un blindaje electrostático. Una máquina electrostática lanza una potente descarga sobre la carrocería metálica de un automóvil, y un científico colocado en el interior del auto, se encuentra totalmente protegido contra los efectos de este rayo artificial.

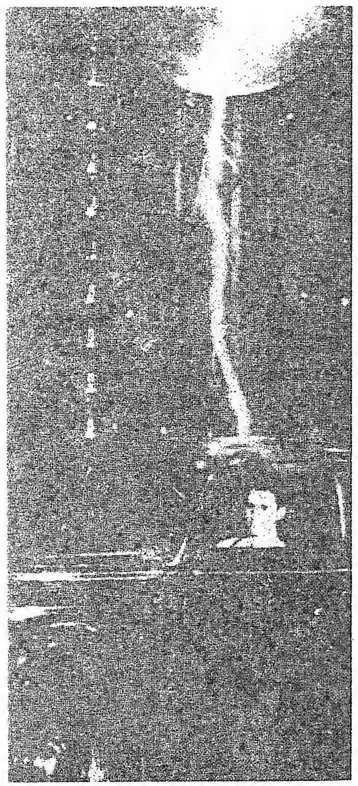
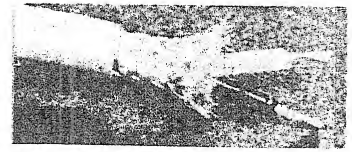


FIGURA 19-25 Una estructura metálica blinda su interior contra efectos eléctricos externos.



Los dos cables de este conductor de electricidad, están envueltos por un tejido hecho con alambres metálicos delgados. El objetivo de esta capa, es blindar a los cables contra efectos eléctricos externos.

EJEMPLO

Una esfera metálica hueca de radio R, se encuentra en el aire, y está electrizada positivamente con una carga Q.

a) Trace el vector campo eléctrico en un punto exterior cercano a la superficie de la esfera.

Ya vimos que el campo eléctrico cercano a la superficie de un conductor es perpendicular a la misma. Entonces, en el caso de la esfera el vector $\vec{E}$ debe tener dirección radial, como indica la Figura 19-26a.

b) ¿Qué expresión permite calcular la intensidad del campo eléctrico en un punto externo cercano a la superficie de la esfera?

Sabemos que para los puntos exteriores a la esfera, parece que la carga de ésta estuviera concentrada en su punto central; es decir, para tales puntos es válida la expresión $E = k_0Q/r^2$, donde r es la distancia del punto al centro de la esfera. Entonces, en un punto muy cercano a la superficie tenemos $r = R$, y de esta manera, en tal punto la intensidad del campo será

$$E = k_0 \frac{Q}{R^2}$$

c) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en los puntos internos de la esfera?

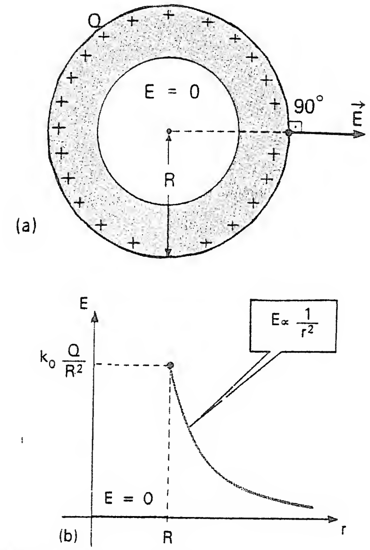


FIGURA 19-26 Para el Ejemplo de la Sección 19.4.

En estos puntos la expresión $E = k_0Q/r^2$ ya no es válida, pues sabemos que en el interior de un cuerpo metálico cualquiera (en equilibrio electrostático) se tiene que $E = 0$.

d) Trace un croquis de la gráfica $E \times r$, donde E es la intensidad del campo creado por la esfera, y r es la distancia del punto al centro de la misma.

Este diagrama tiene el aspecto que se muestra en la Figura 19-26b. Observe que de $r = 0$ a $r = R$ (interior de la esfera) tenemos $E = 0$. Para puntos externos, el campo tiene el valor $E = k_0Q/R^2$ cerca de la superficie, y disminuye a medida que r aumenta (o sea, es inversamente proporcional al cuadrado de r).

EJERCICIOS

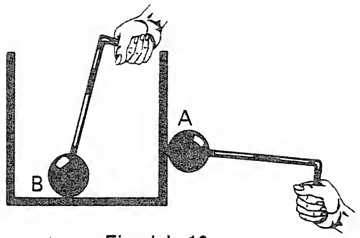
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. Un pedazo de caucho (o hule) es frotado en cierta región de su superficie, adquiriendo así carga negativa en esa región. ¿Tal carga se distribuirá en la superficie de la goma? ¿Por qué?

18. Un recipiente metálico de forma cilíndrica, está electrizado positivamente. Una persona que sostiene mediante un mango aislante una pequeña bola, que también es de metal, toca con esta esfera los puntos A y B del recipiente, como muestra la figura de este ejercicio.

a) Cuando el contacto se hace en A, ¿la esfera se electriza positiva, negativamente o no adquiere carga eléctrica?

b) ¿Cuándo el contacto se hace en B, se electriza la esfera? ¿Por qué?

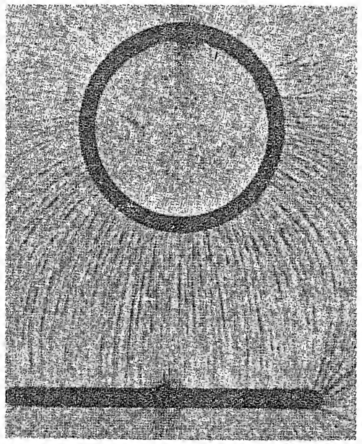


Ejercicio 18

19. La figura de este ejercicio es una fotografía que muestra un cilindro hueco y una placa, ambos de metal, electrizados con cargas de signo contrario. Las líneas de fuerza del campo eléctrico creado por estos dos objetos se pueden visualizar en la foto gracias a pequeñas fibras suspendidas en aceite que se orientan en las direcciones de dichas líneas de fuerza. Observe la figura y responda:

a) ¿En el interior del cilindro las fibras se ven orientadas? ¿Por qué?

b) ¿Cuál o qué ángulo forman las líneas de fuerza con cada una de las superficies de los dos objetos? ¿Por qué?

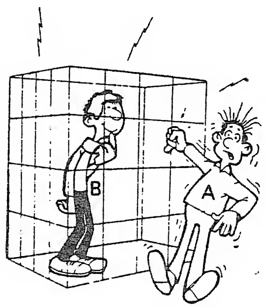


Ejercicio 19

20. Una jaula metálica posee carga en equilibrio electrostático. Dos personas, *A* y *B*, se encuentran en contacto con la jaula en las posiciones que se muestran en la figura de este ejercicio.

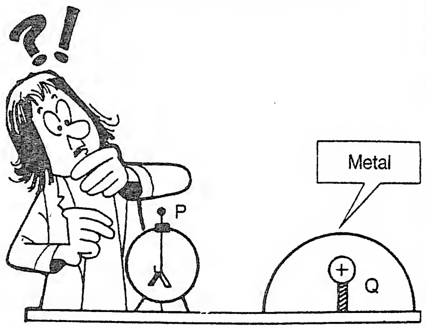
a) ¿Por qué los cabellos de *A* se ven erizados?

b) ¿Por qué en *B* no se observa este efecto?



Ejercicio 20

21. Un estudiante encontró que la presencia de una carga *Q* estaba perturbando el funcionamiento de un aparato eléctrico *P* (cercano a *Q*). Deseando evitar esta perturbación, cubrió la carga *Q* con una campana metálica, como muestra la figura de este ejercicio. Al proceder de esta manera no pudo conseguir su objetivo. ¿Cómo debió haber procedido (sin alejar *Q* del aparato)?



Ejercicio 21

19.5 Un tema especial (para aprender más)

Rigidez dieléctrica – Poder de las puntas

❖ **Un aislante puede convertirse en conductor.** Como sabemos, los dieléctricos (o aislantes) son sustancias en las cuales los electrones se encuentran fuertemente ligados a los núcleos de los átomos, es decir, en la estructura interna de estos materiales no existen cargas libres.

Pero supóngase que aplicamos un campo eléctrico a un cuerpo aislante, por ejemplo, colocándolo entre dos placas electrizadas, como muestra la Figura 19-27. En estas condiciones, una fuerza eléctrica actuará sobre todos los electrones del aislante, tendiendo a desprenderlos de sus átomos (*véase* Figura 19-27). Si la intensidad del campo eléctrico no es muy grande, los electrones continuarán ligados a los núcleos de sus átomos, y la fuerza eléctrica provocará únicamente una polarización del dieléctrico, como vimos en el capítulo anterior.

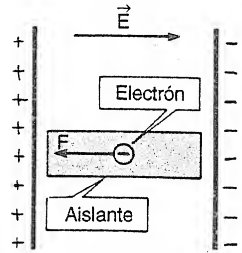


FIGURA 19-27 Sustancia aislante colocada en un campo eléctrico uniforme.

Al aumentar la intensidad del campo aplicado al aislante, el valor de la fuerza que actúa sobre los electrones también aumenta. Es fácil prever que para cierto valor del campo eléctrico, esta fuerza será suficiente para remover uno o más electrones de cada átomo; es decir, que se convertirán en electrones libres. Entonces, como el material posee ahora un número muy grande de electrones libres en su estructura, se habrá transformado en un conductor de electricidad. Este proceso puede ocurrir con cualquier aislante, dependiendo solamente del valor del campo eléctrico aplicado como veremos a continuación.

❖ **Qué es la rigidez dieléctrica.** El mayor valor del campo eléctrico que puede aplicarse a un aislante sin que se vuelva conductor, se denomina *rigidez dieléctrica* del material. La rigidez dieléctrica varía de un material a otro pues, como era de esperar, algunos materiales soportan campos muy intensos y se conservan como aislantes, mientras que otros se vuelven conductores aun cuando se encuentren bajo la acción de campos eléctricos de intensidades relativamente bajas.

Así pues, experimentalmente podemos comprobar que la rigidez dieléctrica del vidrio *pyrex* es 14×10^6 N/C, mientras que el de la mica puede alcanzar 100×10^6 N/C. Por su parte, la rigidez dieléctrica del aire es mucho menor, y vale cerca de 3×10^6 N/C; luego entonces, mientras la intensidad del campo eléctrico aplicado a una masa de aire sea inferior a 3×10^6 N/C, este aire será aislante. Cuando el campo aplicado sobrepasa este valor, el aire se vuelve conductor.

❖ **La chispa eléctrica.** Estas ideas nos permiten entender un fenómeno que observamos con cierta frecuencia en nuestra vida diaria: una chispa eléctrica que salta de un cuerpo electrizado hacia otro, colocado cerca de él. Por ejemplo, consideremos dos placas electrizadas con cargas de signos contrarios, separadas por una capa de aire, según se observa en la Figura 19-28. Si el campo eléctrico originado por dichas placas es inferior a 3×10^6 N/C, el aire existente entre ellas permanecerá aislante e impedirá el paso de cargas de una placa hacia otra. Pero si el campo eléctrico se vuelve mayor que este valor, es decir, si la intensidad del campo sobrepasa el valor de la rigidez dieléctrica del aire, éste se vuelve conductor. En estas condiciones el aire poseerá un gran número de electrones libres, presentando iones positivos y iones negativos. Estos iones son atraídos por las placas y se mueven a través del aire haciendo que haya una descarga eléctrica de una placa a otra (Fig.

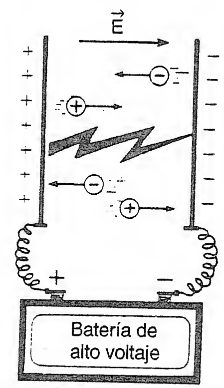


FIGURA 19-28 Cuando el campo eléctrico entre las placas excede el valor de la rigidez dieléctrica del aire, éste se vuelve conductor.

19-28). Esta descarga viene acompañada de una chispa (emisión de luz) así como de un pequeño ruido (chasquido) causado por la expansión súbita del aire al ser calentado por la descarga eléctrica.

Por tanto, siempre que observamos una chispa eléctrica saltar de un cuerpo hacia otro (del peine al cabello, de una ropa de nailon hacia el cuerpo, o bien, entre dos terminales de un interruptor eléctrico, etc.) podemos concluir que la rigidez dieléctrica del aire situado entre tales cuerpos fue sobrepasada convirtiéndose así (ionización) en un conductor.

❖ **El relámpago y el trueno.** La situación que acabamos de analizar se asemeja a lo que sucede cuando cae un rayo durante una tempestad, lo cual, como se sabe, está acompañado de un relámpago y de un trueno.

Durante la formación de una tempestad, se observa una separación de cargas eléctricas, y que las nubes más bajas quedan electrizadas negativamente (como la nube *A* de la Figura 19-29), mientras las más altas adquieren cargas positivas (nube *B* de dicha Figura 19-29). Varios experimentos, algunos de ellos realizados por aviadores que han volado peligrosamente a través de las tormentas, comprobaron la existencia de esta separación de cargas (los procesos que provocan este fenómeno son complicados, por lo cual no nos ocuparemos de ellos).

Al analizar la Figura 19-29 podemos concluir que entre las nubes *A* y *B* existe un campo eléctrico. Además al estar más baja la nube *A* induce una carga positiva en la superficie de la Tierra, y por tanto, entre *A* y la Tierra también se establece un campo eléctrico. A medida que las cargas eléctricas se acumulan en las nubes, las intensidades de estos campos eléctricos van aumentando y acaban por sobrepasar el valor de la rigidez eléctrica del aire. Cuando esto sucede, el aire se vuelve conductor y una enorme chispa eléctrica (el rayo) salta de una nube a otra, o de una nube hacia la Tierra. Esta descarga eléctrica calienta el aire, produciendo una expansión que se traduce en un estampido o emisión de ondas sonoras, lo cual constituye el trueno. La onda sonora que proviene directamente de la descarga, no es lo único que llega hasta nuestro oído, sino también las ondas que se reflejan en las montañas, en edificios, etc. Generalmente, por este motivo, no percibimos el trueno como un estallido único, sino como un retumbar característico.*

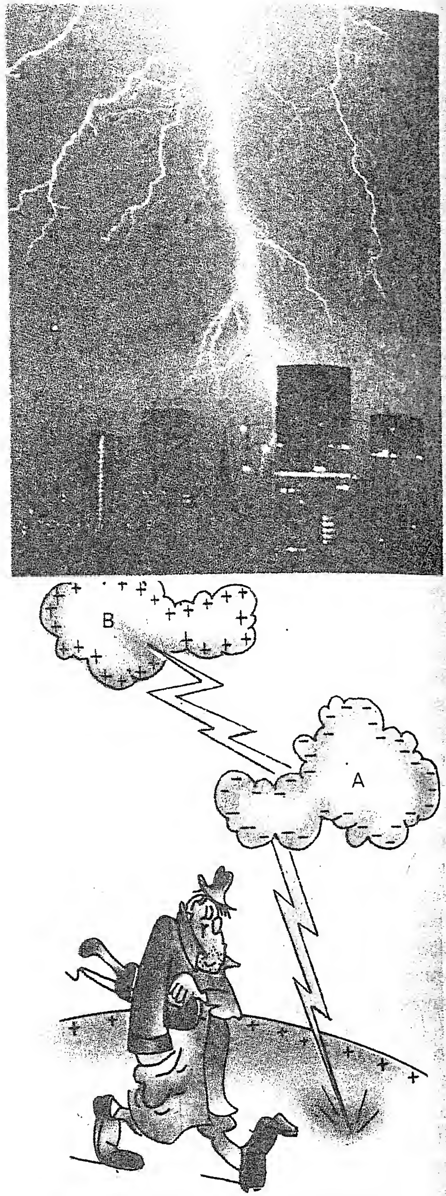


FIGURA 19-29 El rayo es una enorme chispa eléctrica que salta de una nube hacia otra, o de una nube hacia la Tierra.

❖ **Qué es el "poder de las puntas".** Un fenómeno interesante, relacionado con el concepto de la rigidez dieléctrica y que ahora examinaremos, se denomina *poder de las puntas.* Hace más de 200 años, los científicos observaron que un conductor que presenta una porción puntiaguda en su superficie, difícilmente se mantiene electrizado, pues la carga eléctrica proporcionada a él escapa a través del aguzamiento. Tales científicos no lograron una explicación satisfactoria de este hecho y sencillamente lo denominaron *poder de las puntas.*

En la actualidad, sabemos que tal fenómeno se produce porque en un conductor electrizado, la carga tiende a acumularse en las regiones puntiagudas. En la Figura 19-30 se ilustra este hecho mostrando un bloque metálico con carga eléctrica, la cual, como sabemos, se distribuye en su superficie. Pero obsérvese que esta distribución no es uniforme: en *P*, donde hay una saliente acentuada, hay una gran acumulación de cargas eléctricas, y en *R*, que es una región casi plana, la concentración de cargas es mucho menor. Debido a esta distribución, el campo eléctrico cercano a las puntas del conductor es mucho más intenso que en las proximidades de las regiones aplanadas. En la Figura 19-30, los vectores que representan el campo eléctrico en varios puntos próximos al conductor, se trazaron de acuerdo con este resultado.

Así pues, si aumentamos continuamente la carga eléctrica en el cuerpo, la intensidad del campo eléctrico a su alrededor también aumentará gradualmente. Es fácil comprender entonces que en la porción más aguzada (*P*, en la Figura 19-30), el valor de la rigidez dieléctrica del aire será sobrepasado antes de que esto ocurra en las demás regiones. Por tanto, será en las proximidades de la zona puntiaguda donde el aire se volverá conductor, y por consiguiente, será en tal punta por donde se escapará la carga del bloque metálico.

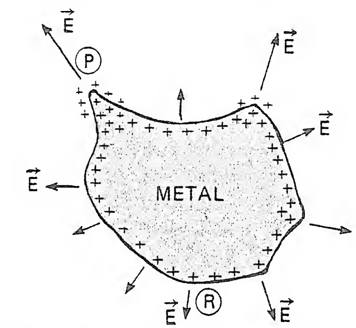


FIGURA 19-30 El campo eléctrico en las puntas de un conductor electrizado es más intenso que en las regiones planas.

Aun cuando un cuerpo de metal se encuentre poco electrizado, el campo eléctrico cercano a una punta puede ser muy intenso. A esto se debe que cuando un conductor posee una punta muy aguda, no logramos hacer que tenga una carga considerable, pues el campo eléctrico cercano a esta punta fácilmente sobrepasa la rigidez dieléctrica del aire. Para que esto no suceda, cuando deseamos acumular permanentemente cierta carga eléctrica en la superficie de un conductor, debemos darle forma redondeada (sin aguces).

❖ **Cómo funcionan los pararrayos.** El poder de las puntas encuentra una aplicación muy importante en la construcción de los pararrayos, que como se sabe, fueron inventados en el siglo XVIII por el científico estadunidense Benjamín Franklin.

Este investigador observó que los rayos eran muy semejantes a las chispas eléctricas que había visto saltar en su laboratorio entre dos cuerpos electrizados. Así pues, sospechó que los rayos eran chispas enormes producidas por electricidad, que por algún proceso, se desarrollaba en las nubes. Para comprobar su hipótesis, realizó un peligroso experimento que se volvió famoso y que se ilustra en el grabado de la Figura 19-31.

* Esta es la explicación del retumbar de un trueno que encontramos en algunos textos, por ejemplo, en "The Flying Circus of Physics", de J. Walker.

En otros textos, como en la Enciclopedia Británica, este fenómeno se atribuye a otra causa: la descarga eléctrica ocurre a lo largo de una especie de canal que se forma en la atmósfera en el momento del rayo, y que alcanza, a veces, varios kilómetros de longitud. Una persona en la Tierra recibe inicialmente el sonido que proviene de la parte más baja de la descarga y, sucesivamente, los sonidos se originan en las partes del canal más alejadas de las personas. De ahí, el hecho de que el trueno pueda oírse durante cierto intervalo. Probablemente las dos causas señaladas sean responsables del retumbar del trueno.

FIGURA 19-31 Franklin, al empinar una cometa de papel, en un día tormentoso logró captar la electricidad desarrollada en las nubes.

Durante una tempestad, Franklin hizo elevarse una *cometa* de papel tratando de captar la electricidad, que según creía debía existir en las nubes. Al acercar el extremo de la cuerda de la cometa a objetos metálicos, Franklin comprobó que ocurría una descarga eléctrica, verificando así que las nubes estaban realmente electrizadas.

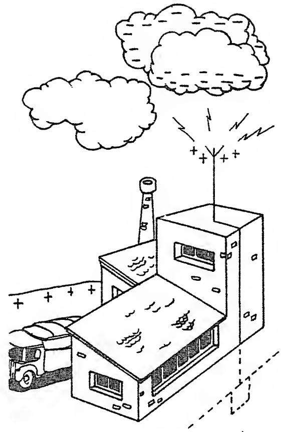
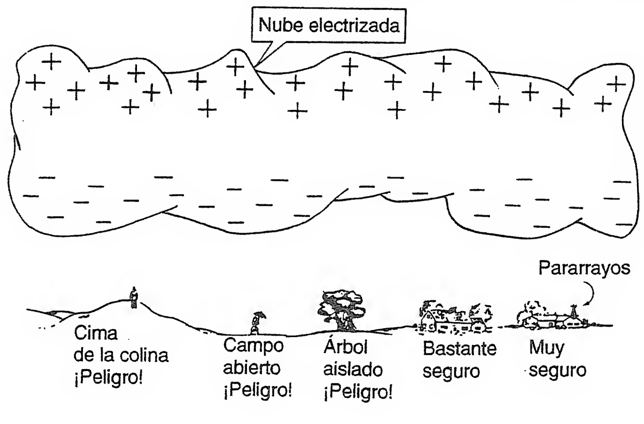


FIGURA 19-32 El pararrayos ejerce su acción protectora contra los daños causados por los rayos.

Conociendo el fenómeno del poder de las puntas, Benjamín Franklin tuvo entonces la idea de construir un dispositivo que ejerciera una protección efectiva contra los efectos desastrosos que solían provocar los rayos. Este dispositivo, el pararrayos, consiste básicamente en una o varias puntas metálicas verticales, y debe colocarse en el punto más elevado del lugar que se va a proteger. El sistema se conecta a tierra mediante un conductor metálico grueso (cable de cobre desnudo) que normalmente termina en una gran placa de cobre enterrada en el suelo, como indica la Figura 19-32. Cuando una nube electrizada pasa por el lugar donde se colocó un pararrayos, el campo eléctrico establecido



entre la nube y la tierra se vuelve muy intenso en las proximidades de las puntas. De modo que el aire que está a su alrededor se ioniza, volviéndose conductor, y haciendo que la descarga eléctrica sea captada y pase a tierra a través de dichas puntas. En otras palabras, existe una mayor probabilidad de que el rayo *caiga* en el pararrayos, que sobre algún otro lugar cercano. Naturalmente, como el pararrayos está conectado al suelo, la carga eléctrica que recibe de la nube pasa hacia tierra sin causar daño alguno. Las estadísticas muestran que la acción protectora del pararrayos se extiende hasta una distancia casi igual al doble de su altura.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. *a)* Un material aislante eléctrico puede volverse conductor. ¿En qué condiciones ocurre esto?
b) ¿A qué se le denomina *rigidez dieléctrica* de un aislante?

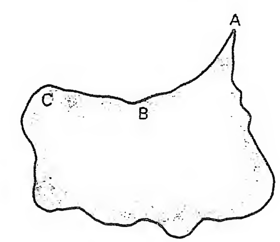
23. Con base en los datos proporcionados en esta sección, conteste:
a) ¿Qué explicación hay para el hecho de que durante mucho tiempo se haya usado mica como aislante en diversos aparatos (por ejemplo, en los capacitores más antiguos)?
b) ¿Se podría usar un vidrio pirex como aislante eléctrico en un aparato que estuviera sometido a un campo eléctrico de 2.0×10^7 N/C? ¿Por qué?

24. Se sabe que cuando una esfera conductora, en el aire, recibe una carga eléctrica que se aumenta gradualmente, hay un límite para el valor de la carga que la esfera puede retener. Después de que se alcanza este límite:
a) ¿Qué ocurre con la carga que se transfiere a la esfera?
b) ¿Qué se podría afirmar acerca del valor del campo eléctrico en la superficie de la esfera?

25. *a)* En un día en que la humedad relativa del aire es alta, se observa que el límite de carga que una esfera metálica puede recibir (mencionado en el ejercicio anterior) se vuelve mucho menor. ¿A qué conclusión se puede llegar acerca de la rigidez eléctrica del aire en estas condiciones?
b) En los laboratorios de Física, cuando se quiere que una esfera pueda acumular cargas eléctricas altas, se le sumerge en aceite. ¿A qué conclusión puede llegar acerca de la rigidez dieléctrica del aceite?

26. *a)* Cuando se produce un rayo, en una tempestad, la carga eléctrica que se transfiere de una nube a la Tierra es de casi 10 C. En una centella pequeña que "salta" en el interruptor de luz, cuando se abre o cierra un circuito, la carga transferida es de solamente 10^{-8} C, aproximadamente. ¿Cuántas veces aquella carga es mayor que ésta? (exprese este número con palabras).
b) Un estudiante, al percibir el gran valor de la relación entre las cargas obtenidas en la pregunta (*a*), opinó que el campo eléctrico en la zona del rayo será muchas veces mayor que en la zona donde ocurre la centella. ¿Está de acuerdo con esta conclusión? Explique (considere el aire en condiciones semejantes en las dos zonas).

27. Considere un cuerpo metálico, en el aire, con la forma que se muestra en la figura de este ejercicio. Si se electriza ese cuerpo, transfiriéndole una carga que se aumenta gradualmente, se observa que hay un límite para la carga que puede almacenarse en el mismo (como ocurrió con la esfera mencionada en el Ejercicio 24).



Ejercicio 27

a) Después de alcanzar este límite, ¿por cuál región del cuerpo sale la carga hacia el aire? ¿Por qué?

b) Suponga que una esfera metálica, en el aire, tiene una superficie externa de área igual a la del cuerpo mostrado en la figura de este ejercicio. La carga máxima que puede almacenarse en esta esfera, ¿será mayor, menor o igual que la que puede almacenarse en el cuerpo? Explique su respuesta.

28. Una persona se encuentra en un campo plano, cuando la sorprende una tempestad. Para protegerse de la lluvia, se guarece debajo de un árbol aislado en medio del campo. Esto es arriesgado. ¿Por qué?

29. Un pararrayos, en lo alto de la torre de una iglesia, está situado a 30 m de altura. Tres personas, durante una tempestad, están a las siguientes distancias de la base de la torre: 50 m, 40 m y 80 m, respectivamente. ¿Alguna de ellas no está protegida por el pararrayos? ¿Por qué?

30. Existe una creencia popular según la cual "un rayo no cae nunca dos veces en un mismo lugar". Recuerde el "poder de las puntas" y lo que estudió en esta sección, acerca de la formación de los rayos, y conteste: ¿considera que esta creencia tiene algún fundamento científico?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. Explique cómo debemos proceder para verificar si existe un campo eléctrico en un punto dado del espacio.

2. *a*) Defina la magnitud, la dirección y el sentido del vector campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto dado del espacio.
b) ¿Cuál es, en el SI, la unidad de medida de la intensidad del campo eléctrico?
c) Si conocemos la intensidad $\vec{E}$ del campo eléctrico en un punto y el valor de una carga q colocada en dicho punto, ¿cómo podemos calcular el valor de la fuerza eléctrica que actúa en q?

3. Suponga que se conoce el vector $\vec{E}$ en un punto. Diga en qué sentido tiende a moverse una carga eléctrica colocada en dicho punto, si el signo de la carga es
a) positivo *b*) negativo

4. *a*) Escriba la expresión que permite calcular la intensidad del campo eléctrico producido por una carga puntual. Explique el significado de cada símbolo que aparece en esta expresión.
b) Describa cómo hay que proceder para calcular el campo eléctrico $\vec{E}$, creado en un punto P por varias cargas puntuales.

5. *a*) Describa con sus propias palabras, el procedimiento ilustrado en la Figura 19-10a para calcular el campo eléctrico creado en P por la carga distribuida en la superficie de la esfera.
b) Escriba la expresión que permite calcular la intensidad del campo eléctrico creado por una esfera electrizada, en puntos externos a ella. Explique el significado de cada símbolo que aparece en dicha expresión.
c) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el interior de una esfera metálica maciza electrizada? ¿Y si la esfera fuese hueca?
d) Siendo E la intensidad del campo producido por una esfera electrizada y r la distancia de un punto al centro de la misma, trace un croquis de la gráfica $E \times r$ (iniciándolo en $r = 0$).

6. *a*) Conociendo una línea de fuerza de un campo eléctrico, explique cómo podemos determinar la dirección y el sentido del vector $\vec{E}$ en cada punto de esta línea.
b) ¿Cómo es posible obtener información acerca de la intensidad de un campo eléctrico observando un diagrama de sus líneas de fuerza?

7. *a*) ¿Qué es un campo eléctrico uniforme?
b) Trace un dibujo que muestre una distribución de cargas que proporcione un campo eléctrico uniforme.
c) Muestre en el croquis de la pregunta (b) la dirección y el sentido del vector $\vec{E}$.

8. Trace un dibujo que indique el aspecto de las líneas de fuerza.
a) del campo eléctrico creado con una carga puntual positiva.
b) del campo eléctrico producido por una carga puntual negativa.
c) de un campo eléctrico uniforme.

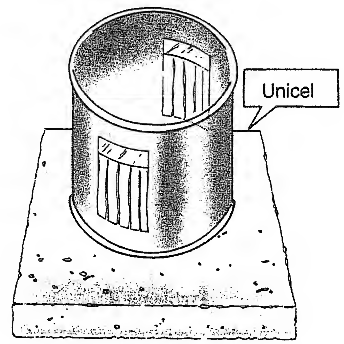
9. Considere un conductor electrizado y en equilibrio electrostático.
a) ¿Qué significa decir que el conductor está en equilibrio electrostático?
b) ¿Dónde están distribuidas las cargas eléctricas en tal conductor?
c) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el interior de este conductor?
d) ¿Cuál es la dirección del vector $\vec{E}$ en puntos exteriores al conductor, pero cercanos a su superficie?

10. *a*) Explique, con sus propias palabras, lo que entiende por *blindaje electrostático*.
b) Describa el experimento de la "jaula de Faraday".

DOS EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

En la Sección 19.4 vimos que la carga eléctrica en un cuerpo metálico electrizado, se distribuye en su superficie externa. Podrá comprobar este hecho realizando el experimento siguiente:



Primer Experimento

1. Tome un recipiente metálico (como una jarra, un vaso o una lata) y colóquelo sobre un soporte de "unicel", que es un buen aislante eléctrico (*véase* figura de este experimento).

2. Corte algunas tiras muy delgadas de papel de seda, y cuelgue algunas de ellas en la parte exterior del recipiente, y otras en su parte interna, como muestra la figura.

3. Electrice un peine pasándolo por los cabellos. Al acercar y tocar el peine al recipiente, éste, como ya sabe, quedará electrizado por contacto. Repita varias veces esta operación para que el recipiente adquiera una carga considerable.

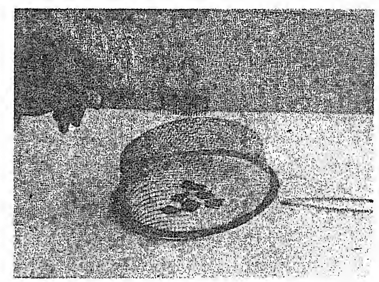
4. Observe que las tiras de la parte externa son repelidas por la pared del recipiente, lo cual no sucede con las tiras de la parte interna. Explique a qué se debe esto.

SEGUNDO EXPERIMENTO

El fenómeno del *blindaje electrostático* también se describió en la Sección 19.4. Para observar y analizar este fenómeno, proceda de la manera siguiente:

1. Coloque unos pedacitos de papel sobre una placa de "unicel", y acérqueles un peine frotado en los cabellos. Como ya sabe, el peine atraerá dichos trozos de papel.

2. Interponga entre el peine y los trocitos de papel una coladera (de cocina) de plástico, como muestra la figura de este experimento. Si el colador está bien limpio y seco (buen aislante), verá que los pedazos de papel seguirán siendo atraídos por el peine. Entonces, ¿el aislante produce un blindaje electrostático sobre los pedazos de papel?



Segundo Experimento

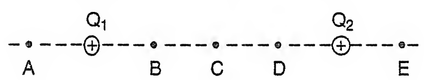
3. Sustituya la coladera hecha de material aislante por una coladera de metal. ¿En este caso, los pedazos de papel seguirán siendo atraídos por el peine?

Manteniendo el peine en su posición, retire la coladera de metal y observe que el peine atraerá entonces los pedazos de papel. Así pues, ¿los pedazos de papel estaban blindados electrostáticamente por el metal?

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Se desea determinar el campo eléctrico que debe aplicarse a un electrón, de manera que la fuerza ejercida por el campo equilibre el peso de esta partícula.
a) Sabiendo que la masa del electrón es 9.1×10^{-31} kg, ¿cuál es su peso? (considere g = 10 m/s^2).
b) ¿Cuál debe ser la dirección y el sentido del campo eléctrico buscado?
c) Calcule la intensidad que debe tener este campo eléctrico (se sabe que la carga del electrón tiene un valor de 1.6×10^{-19} C).

2. Considere las dos cargas puntuales positivas Q_1 y Q_2 que se muestran en la figura de este problema. Se sabe que $Q_1 > Q_2$, y que el campo eléctrico creado por estas cargas es nulo en uno de los puntos que se muestran en la figura.



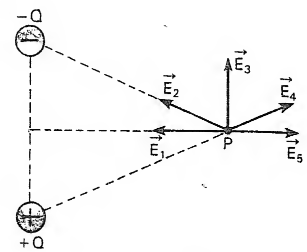
Problema 2

Este punto solamente puede ser:

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

3. En el problema anterior, suponga que la carga Q_2 es negativa (considere aún que el valor de Q_1 es mayor que el de Q_2). En este caso, el campo eléctrico producido por las dos cargas sólo podía ser nulo en el punto:
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

4. Dos cargas puntuales, de igual valor y de signos contrarios, crean un campo eléctrico en el punto P que se muestra en la figura de este problema. ¿Cuál de los vectores que se indican en P representa mejor el campo eléctrico en dicho punto?
a) $\vec{E}_1$
b) $\vec{E}_2$
c) $\vec{E}_3$
d) $\vec{E}_4$
e) $\vec{E}_5$



Problema 4

5. Una esfera metálica, de 20 cm de radio, se encuentra electrizada positivamente con una carga de 2.0 μC. Determine la intensidad del campo eléctrico creado por la carga de este cuerpo, en los puntos siguientes:
a) En el centro de la esfera.
b) A 10 cm del centro de la misma.
c) En un punto exterior, muy cerca de su superficie.
d) En un punto externo, a 10 cm de la superficie de la esfera.

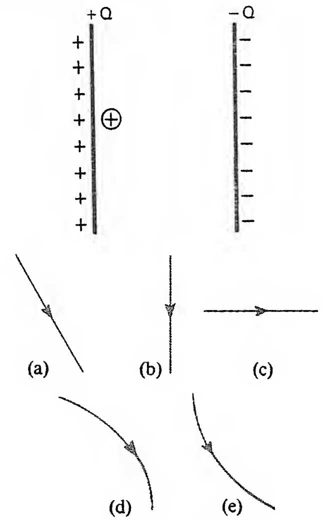
6. Se observa que en ciertos puntos de la atmósfera, cercanos a la superficie terrestre, existe un campo eléctrico de aproximadamente 100 N/C, dirigido verticalmente hacia abajo. Sabiendo que este campo se debe a una carga eléctrica existente en tierra, responda:
a) ¿Cuál es el signo de esta carga?
b) ¿Cuál es su valor? (considere el radio de la Tierra igual a 6 000 km).

7. El material que constituye nuestro planeta nos permite considerarlo como conductor de electricidad. En estas condiciones:
a) ¿Dónde se localiza la carga eléctrica que calculó en el problema anterior?
b) Considerando que el área de la superficie terrestre vale casi 4×10^{14} m^2, calcule cuántos microcoulombs (μC) de carga eléctrica existen en cada metro cuadrado de superficie de la Tierra.

8. Considere la información relativa al campo eléctrico terrestre que proporcionamos en el Problema 6. Una esferita electrizada podría mantenerse en equilibrio "flotando" en el aire, al estar su peso equilibrado por la acción de este campo. Suponiendo que la masa de tal esfera sea igual a 1.5 mg, y g = 10 m/s^2, responda:
a) ¿Cuál debe ser el signo de la carga en la esfera?
b) ¿Cuál debe ser el valor de dicha carga?

9. Considere un cuerpo metálico electrizado envuelto por el aire atmosférico. Sabemos que si el campo eléctrico cercano a la superficie de este cuerpo se vuelve superior a 3×10^6 N/C, el aire empieza a comportarse como conductor, y entonces, el cuerpo metálico se descarga. Con base en esta información, calcule cuál es la mayor carga que se puede aplicar a una esfera metálica con radio R = 10 cm, situada en el aire, sin que se descargue.

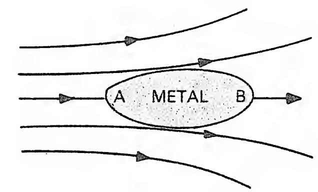
10. Una partícula con carga positiva se suelta entre dos placas planas, verticales y electrizadas, como muestra la figura de este problema. Considerando que el peso de la partícula no es depreciable, la trayectoria que describiría corresponde a una de las siguientes. Indíquela.



Problema 10

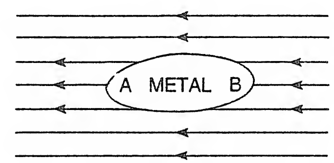
11. Un electrón es acelerado, a partir del reposo, por un campo eléctrico uniforme $E = 5.0 \times 10^5$ N/C. Consulte la tabla que aparece al final del libro para obtener los valores de la carga y de la masa del electrón, y determine:
a) La aceleración adquirida por esta partícula.
b) El tiempo que tarda el electrón en alcanzar una velocidad igual a 10% de la velocidad de la luz.

12. Considere un cuerpo metálico descargado, AB, en un campo eléctrico cuyas líneas de fuerza se muestran en la figura de este problema.
a) Debido a la inducción electrostática en el cuerpo metálico, ¿cuál será el signo de la carga que aparece en su extremo A? ¿Y en el extremo B?
b) La intensidad del campo eléctrico en las proximidades de A, ¿es mayor, menor o igual a la intensidad cerca de B?
c) ¿Cuáles son los sentidos de las fuerzas eléctricas $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ que actuarán en los extremos A y B?
d) Entonces, bajo la acción de estas fuerzas, ¿el cuerpo permanecerá en reposo, tenderá a desplazarse hacia la derecha, o tenderá a desplazarse hacia la parte izquierda?



Problema 12

13. Conteste las preguntas que se formularon en el problema anterior, suponiendo ahora que el cuerpo metálico se encuentra en un campo eléctrico cuyas líneas de fuerza se muestran en la figura de este problema.



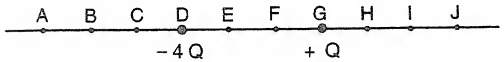
Problema 13

14. En una repetición de los experimentos de Millikan (*véase* del capítulo siguiente la Sección 20.5), se empleó una pequeña gota de aceite electrizada negativamente y cuya masa era de 2.4×10^{-15} kg. Se halló que para equilibrar el peso de esta gota, era necesario aplicarle un campo eléctrico vertical de 5.0×10^4 N/C. ¿Cuántos electrones había en exceso en dicha gota de aceite (considere g = 10 m/s^2)?

15. Un péndulo simple oscila en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y vertical, dirigido de arriba hacia abajo. Inicialmente, la esfera del péndulo no está electrizada. Diga si el periodo de este péndulo aumentará, disminuirá

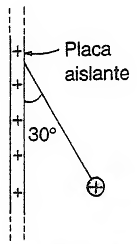
o no cambiará si su esfera fuera electrizada impartiéndole carga:
a) positiva
b) negativa

16. Los puntos señalados en la figura de este problema se encuentran igualmente separados. ¿En cuál de ellos es nulo el campo eléctrico creado por las cargas puntuales que se muestran en esta figura?



Problema 16

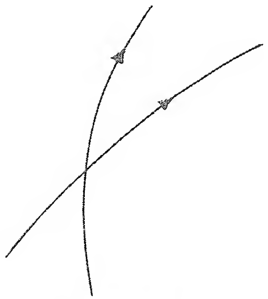
17. Una placa aislante de gran extensión y uniformemente electrizada (como la que se indica en la figura de este problema), produce en puntos cercanos a ella un campo eléctrico uniforme perpendicular a su superficie. Suponga que esta placa se encuentra en posición vertical, estando sujeta a ella mediante un hilo una pequeña esfera electrizada, en equilibrio en la posición que se indica en la figura. Siendo 10 g la masa de la esfera y 3.0 μC su carga, calcule la intensidad del campo originado por la placa (considere $g = 10\ m/s^2$).



Problema 17

18. Un estudiante representó dos líneas de fuerza de un mismo campo eléctrico, como se muestra en la figura de este problema. Hay un error en este diagrama. ¿Cuál es? ¿Por qué?

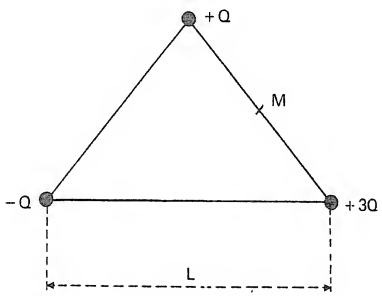
19. En un átomo de hidrógeno, considere la distancia del protón al electrón igual a 5×10^{-11} m.
a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico, creado por el protón, en un punto de la órbita del electrón?
b) ¿El campo calculado en (a) es mayor o menor que la rigidez dieléctrica del aire? ¿Cuántas veces?
c) Utilice la respuesta de la pregunta (a), para calcular el módulo de la fuerza que actúa en el electrón.



Problema 18

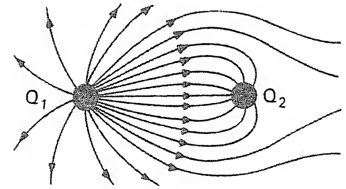
20. Dos cargas puntuales positivas, $Q_1 = 1.5 \times 10^{-8}$ C y $Q_2 = 6.0 \times 10^{-8}$ C, están separadas 15 cm. Determine la posición del único punto en que es nulo el campo eléctrico creado por las dos cargas.

21. Las tres cargas eléctricas puntuales mostradas en la figura de este problema están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado *L*. Determine la intensidad del campo eléctrico que ellas establecen en el punto *M*, indicado en la figura (punto medio del lado). Presente la respuesta en términos de k_0, Q y L.



Problema 21

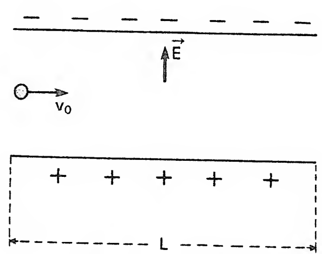
22. En la figura de este problema están representadas las líneas de fuerza del campo eléctrico creado por dos cargas puntuales. Observe la figura y conteste:
a) ¿Cuáles son los signos de las cargas Q_1 y Q_2?
b) El módulo de Q_1, ¿es mayor, menor, o igual que Q_2?
c) La intensidad del campo eléctrico en las proximidades de Q_1, ¿es mayor, igual o menor que en las proximidades de Q_2?



Problema 22

23. Suponga que un electrón ha sido abandonado en una región, en donde existe un campo eléctrico uniforme cuyo valor es $E = 5.0 \times 10^3$ N/C. Se sabe que la razón *q*/*m* (carga/masa) del electrón vale 1.76×10^{11} C/kg. Utilice solamente estos datos y diga cuáles de las magnitudes siguientes, referentes al electrón, podrá calcular y determine sus valores:
— su masa
— la fuerza que actúa sobre él
— su carga
— la aceleración que adquiere.

24. Dos placas conductoras electrizadas, cada una de longitud $L = 6.0$ cm, están dispuestas como se indica en la figura de este problema. El campo eléctrico en el espacio entre las placas vale $E = 1.8 \times 10^4$ N/C. Un electrón es lanzado paralelamente a las placas, con velocidad $v_0 = 3.0 \times 10^7$ m/s.
a) Trace la trayectoria descrita por el electrón mientras atraviesa el espacio entre las placas.
b) ¿Cuánto tiempo necesita el electrón para desplazarse desde el punto de lanzamiento hasta salir al otro lado?
c) Calcule la desviación transversal que sufre el electrón al atravesar el espacio entre las placas.



Problema 24

25. Dos esferas conductoras, *A* y *B*, electrizadas positivamente, de radios R_A y R_B, siendo $R_A > R_B$, crean campos eléctricos de la misma intensidad

en puntos igualmente distantes de sus respectivos centros.
a) La carga en la esfera *A*, ¿es mayor, menor o igual a la carga en la esfera *B*?
b) La densidad superficial de carga (carga total / área de la esfera) de la esfera *A*, ¿es mayor, menor o igual a la de la esfera *B*?
c) Siendo E_A y E_B las intensidades de los campos en las proximidades de las superficies de las esferas *A* y *B*, diga si E_A es mayor, menor o igual a E_B.

26. En la Figura 19-14, suponga que estuviéramos estudiando el campo eléctrico, para las dos situaciones mostradas, en una región bastante alejada de las cargas.
a) La intensidad del campo, en esta región, ¿sería mayor para la configuración de la figura (a) o de la figura (b)?
b) En el caso de la figura (b), ¿cómo sería el aspecto de las líneas de fuerza en esta región?

27. Ya vimos que cuando una esfera metálica, en el aire, está siendo electrizada, de manera que su carga aumente gradualmente, después de cierto tiempo la carga de la esfera alcanza un valor máximo (a pesar de que continuáramos proporcionándole carga). ¿En qué región de la superficie de la esfera, la carga está escapando hacia el aire? ¿Por qué?

28. En el Problema 20, una carga eléctrica *q*, positiva, se coloca en el punto en donde el campo eléctrico es nulo.
a) Considere a *q* ligeramente fuera de su posición de equilibrio a lo largo de la línea que une a Q_1 y Q_2 (hacia uno u otro lado). La carga *q*, ¿tiende a regresar a la posición de equilibrio (equilibrio estable) o tiende a alejarse de esta posición (equilibrio inestable)?
b) Conteste la pregunta (a) suponiendo, ahora, que la carga *q*, fue desplazada ligeramente en dirección perpendicular a la línea que une Q_1 y Q_2.

29. Conteste las preguntas (a) y (b) del problema anterior, suponiendo que la carga *q* sea negativa.

30. Considere dos esferas metálicas de mismo radio, una hueca y otra maciza, ambas en el aire. La carga eléctrica máxima que puede ser almacenada en la esfera maciza, ¿es mayor, menor o igual a la que puede almacenarse en la esfera hueca? ¿Por qué?

CUESTIONARIO

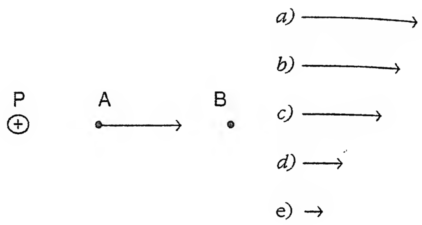
Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Un protón, un electrón y un neutrón son lanzados en dirección a una placa extensa, electrizada uniformemente, con una velocidad $\vec{v}$ perpendicular a ella. Considerando sólo las interacciones eléctricas, podemos afirmar que:
a) Las tres partículas alcanzan la placa.
b) El electrón describe una trayectoria parabólica.
c) El neutrón es frenado por la acción del campo eléctrico.
d) El protón y el electrón presentan aceleraciones iguales en módulo.
e) El electrón presenta aceleración de módulo mayor.

2. Un electrón es colocado en reposo entre dos placas paralelas cargadas con cargas iguales y signos contrarios. Considere despreciable el peso del electrón. Indique la afirmación correcta:
a) El electrón se mueve en la dirección y el sentido del campo eléctrico.
b) El electrón se mueve en la dirección del campo eléctrico, pero en sentido opuesto.
c) El electrón queda en reposo.
d) El electrón se mueve describiendo una parábola.
e) El electrón quedará oscilando hacia abajo y hacia arriba entre las placas.

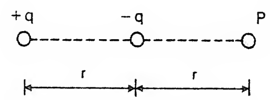
3. Sobre una partícula cargada actúan exclusivamente las fuerzas debidas a los campos eléctrico y gravitacional terrestre. Admitiendo que los campos sean uniformes y que la partícula caiga verticalmente, con velocidad constante, podemos afirmar que:
a) La intensidad del campo eléctrico es igual a la intensidad del campo gravitacional.
b) La fuerza debida al campo eléctrico es menor, en módulo, que el peso de la partícula.
c) La fuerza debida al campo eléctrico es mayor, en módulo, que el peso de la partícula
d) La fuerza debida al campo eléctrico es igual, en módulo, al peso de la partícula.
e) La dirección del campo eléctrico es perpendicular a la dirección del campo gravitacional.

4. Una carga positiva, puntual, situada en el punto *P*, crea un campo eléctrico en el punto *A*, como se representa por el vector aplicado en *A*. ¿Cuál de los vectores representaría mejor el campo eléctrico creado por dicha carga, en el punto *B*? Los vectores se trazaron en la misma escala.



5. Considerando el esquema de abajo, el módulo del vector campo eléctrico en el punto *P*, debido a las cargas eléctricas $+q$ y $-q$, está dado por (k = constante de la ley de Coulomb):

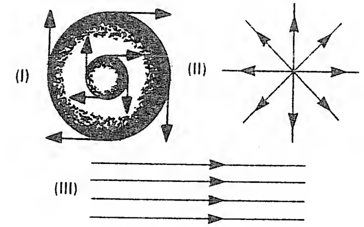
a) cero
b) $\dfrac{kq}{r^2}$
c) $\dfrac{2\,kq}{r^2}$
d) $\dfrac{4\,kq}{r^2}$
e) $\dfrac{3\,kq}{4\,r^2}$



Pregunta 5

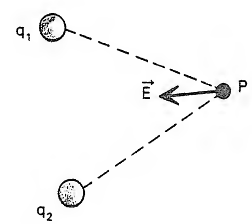
6. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que están *correctas*. Un protón es lanzado a una región en donde existe un campo eléctrico uniforme. Su trayectoria puede ser:
I. Una recta.
II. Una parábola.
III. Una circunferencia.

7. De la siguientes figuras, la(s) que puede(n) representar las líneas de fuerza de un campo eléctrico producido por cargas eléctricas estacionarias es(son):



a) Todas.
b) Sólo II.
c) Sólo I y II.
d) Sólo I y III.
e) Sólo II y III.

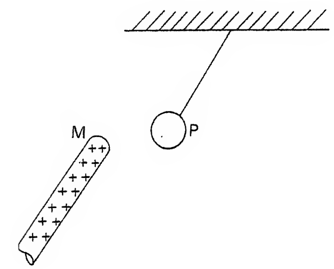
8. En un punto *P*, que dista igualmente de dos cargas q_1 y q_2, hay un campo eléctrico $\vec{E}$ cuya dirección se muestra en la figura. Para que tal hecho ocurra:
a) las dos cargas deben ser positivas.
b) las dos cargas deben ser negativas.
c) q_1 tiene que ser positiva y q_2 negativa.
d) q_1 tiene que ser negativa y q_2 positiva
e) las cargas q_1 y q_2 no pueden tener el mismo módulo.



Pregunta 8

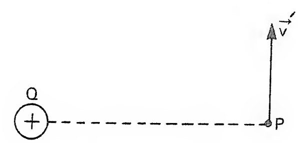
9. El campo eléctrico $\vec{E}$, entre dos placas cargadas con cargas iguales, pero de signos contrarios, es uniforme. Respecto a la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga $+q$, colocada entre dichas placas, puede afirmarse que:
a) aumenta a medida que la carga $+q$ se aproxima a la placa negativa.
b) es inversamente proporcional a la distancia de $+q$ a la placa negativa.
c) es inversamente proporcional a la distancia de $+q$ a la placa positiva.
d) es nula, cualquiera que sea la posición de $+q$ entre las placas.
e) tiene el mismo valor, cualquiera que sea la posición de $+q$ entre las placas.

10. Un bastón de vidrio *M*, electrizado positivamente, se coloca en las proximidades de una pequeña esfera metálica *P*, no electrizada, suspendida de un alambre hecho de material aislante. Se observa que *P* es atraída por *M*. Considere las afirmaciones siguientes:
I. En virtud de la inducción electrostática, en la región de *P* más próxima a *M* aparecerá carga negativa.
II. La carga positiva y la carga negativa inducidas en *P* tienen el mismo valor absoluto.
III. La esfera *P* es atraída por *M* porque el campo creado por la carga de *M* no es uniforme.
Se puede llegar a la conclusión de que:
a) sólo la afirmación I es correcta.
b) sólo la afirmación II es correcta.
c) sólo las afirmaciones I y II son correctas.
d) las afirmaciones I, II y III son correctas
e) sólo las afirmaciones II y III son correctas.

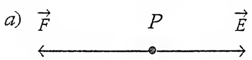


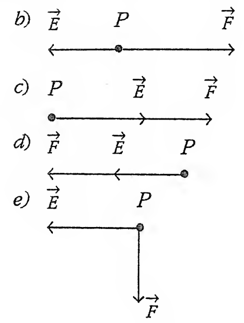
Pregunta 10

11. En la figura de abajo, *Q* es una carga puntual positiva y $\vec{v}$ representa la velocidad de un electrón al pasar por el punto *P*, situado a cierta distancia de *Q*. Sea $\vec{E}$ el campo eléctrico establecido por *Q* en *P* y $\vec{F}$ la fuerza que este campo ejerce en un electrón al pasar por *P*. ¿Qué alternativa representa mejor los vectores $\vec{E}$ y $\vec{F}$ en *P*?



Pregunta 11

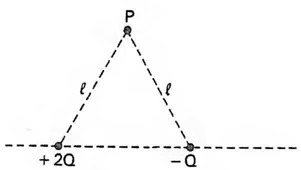
a)




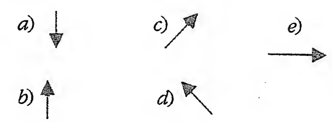
12. Un electrón y un protón se ponen entre dos placas electrizadas, en donde existe un campo eléctrico uniforme. Suponga que sobre estas partículas actúan solamente las fuerzas $\vec{F}_p$ (en el protón) y $\vec{F}_e$ (en el electrón), ejercidas por el campo eléctrico y sean $\vec{a}_p$ y $\vec{a}_e$ las aceleraciones que adquieren. Considerando los módulos de las fuerzas y de las aceleraciones mencionadas, puede afirmarse que

a) $F_p = F_e$ y $a_p = a_e$
b) $F_p = F_e$ y $a_p < a_e$
c) $F_p > F_e$ y $a_p > a_e$
d) $F_p > F_e$ y $a_p < a_e$
e) $F_p < F_e$ y $a_p = a_e$

13. En el punto *P* de la figura, el vector campo eléctrico está mejor representado por:



Pregunta 13



14. Sobre una carga eléctrica *q*, situada en un punto en donde hay un campo electrostático $\vec{E}$, actúa una fuerza electrostática $\vec{F}$. Se afirma que:

I. El módulo de $\vec{F}$ es proporcional al módulo de *q* y al módulo de $\vec{E}$.
II. La dirección de $\vec{F}$ siempre coincide con la dirección de $\vec{E}$.
III. El sentido de $\vec{F}$ siempre coincide con el sentido de $\vec{E}$.

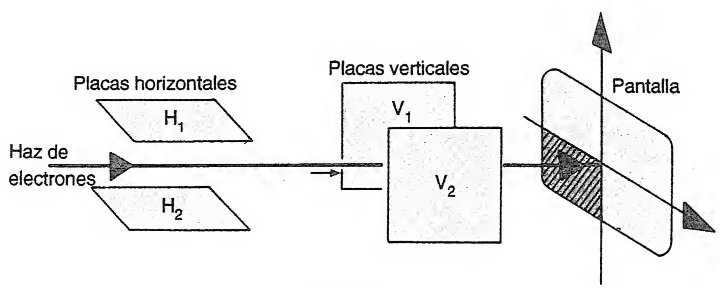
De las afirmaciones anteriores es(son) correcta(s):

a) sólo I y II
b) sólo I y III
c) sólo II y III
d) sólo I
e) las tres

15. En el interior de un tubo de cierto televisor, dos pares de placas metálicas, cargadas eléctricamente con cargas de signos opuestos, desvían el haz de electrones que incidirá en la pantalla. En la figura se muestra una situación en que las placas están descargadas.

Para que el haz sea desviado hacia la parte sombreada de la pantalla, los signos de las cargas en las placas horizontales, H_1 y H_2 y en las placas verticales, V_1 y V_2, deben ser:

a) H_1+; H_2–; V_1–; V_2+
b) H_1–; H_2+; V_1–; V_2+
c) H_1+; H_2–; V_1+; V_2–
d) H_1–; H_2+; V_1+; V_2–
e) H_1+; H_2–; V_1 nula y V_2 nula

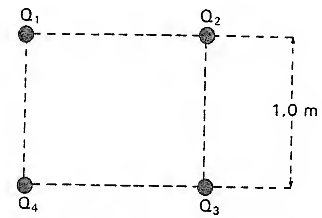


Pregunta 15

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Los problemas siguientes se separaron de los anteriores por exigir una solución un poco más elaborada. Si pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos otros problemas.

1. En los vértices de un cuadrado, de lado igual a 1.0 m, se colocan cargas eléctricas Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4 como se indica en la figura de este problema. Sabiendo que $Q_1 = +1.0 \times 10^{-7}$ C, $Q_2 = +2.0 \times 10^{-7}$ C, $Q_3 = -1.0 \times 10^{-7}$ C y $Q_4 = -2.0 \times 10^{-7}$ C, calcule la intensidad del campo eléctrico en el centro del cuadrado (suponga las cargas en el aire).



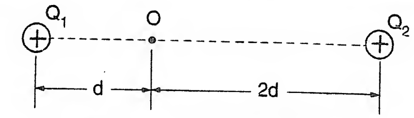
Problema Complementario 1

2. En la Figura 19-14b, suponga que una de las cargas sea $+Q$ y la otra $+2Q$. Trace un esquema de las líneas de fuerza del campo eléctrico creado por esas cargas.

3. En el Problema 4 (de la sección Preguntas y problemas de este capítulo), suponga que el módulo de la carga *Q* sea 2.0×10^{-8} C. Si se sabe que la distancia entre las cargas es de 20 cm, calcule la intensidad del campo eléctrico en el punto *P* situado a una distancia de 30 cm de cada carga.

4. Dos cargas eléctricas puntuales, del mismo módulo y con signos opuestos, se encuentran en dos vértices de un triángulo equilátero. En el punto medio entre los dos vértices, el módulo del campo eléctrico resultante debido a las dos cargas vale E_0. ¿Cuál es el módulo del campo eléctrico *E*, creado por esas cargas en el tercer vértice del triángulo? (Presente la respuesta en función de E_0.)

5. En la figura de este problema, Q_1 y Q_2 representan dos cargas puntiformes del mismo signo. Sabiendo que el vector campo eléctrico resultante producido por estas cargas en *O* es nulo, determine la relación entre los valores de Q_1 y Q_2.



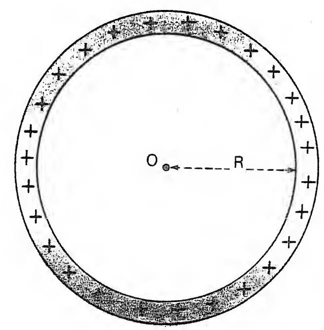
Problema Complementario 5

6. En el Problema 9 (de la sección Preguntas y problemas de este capítulo), suponga que la esfera es de cobre y está electrizada positivamente con carga máxima posible (solicitada en aquel problema).

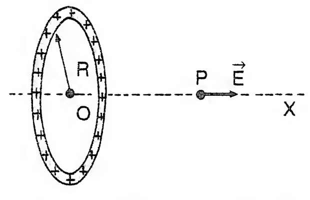
a) ¿Cuál es el número de electrones que se retiró de la esfera?
b) ¿Cuál es el número total de electrones existentes en la esfera, si cada átomo de cobre tiene 29 electrones? Considere los siguientes valores aproximados: $\pi = 3$; densidad del cobre = 9 g/cm³; masa molecular del cobre = 63 g/mol y número de Avogadro = 6×10^{23} átomos/mol.
c) ¿Cuál es el porcentaje de los electrones de la esfera que se retiró en el proceso de electrización?

7. Considere un anillo, de radio *R* (de espesor despreciable), cargado con una carga eléctrica *Q*, como se muestra en la figura de este problema.

a) Suponiendo que la carga *Q* esté distribuida uniformemente en el anillo, determine el valor del campo eléctrico en el centro *O* de dicho anillo.
b) Si la carga *Q* no estuviera distribuida uniformemente (de manera que parte de ésta se concentrara más en cierta parte del anillo), ¿el campo eléctrico en *O* tendría el mismo valor que el determinado en la pregunta (a)?



Problema Complementario 7



Problema Complementario 8

8. En la figura de este problema, que muestra un anillo electrizado uniformemente con una carga Q, la recta OX representa un eje perpendicular al plano del anillo, pasando por su centro O. Se puede demostrar que en un punto P, de este eje, situado a una distancia x de O, el valor del campo eléctrico creado por la carga Q es dado por

$$E = k_0 \frac{Q \cdot x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

La dirección y el sentido de $\vec{E}$ se muestran en la figura.

a) Utilice la ecuación proporcionada para determinar el valor de E en el centro O del anillo y verifique si este resultado concuerda con la respuesta del Problema complementario 7.

b) Si después de haber cursado Matemáticas ya tiene conocimientos de cálculo diferencial (máximos o mínimos), determine en qué posición del eje OX el valor del campo eléctrico es máximo.

9. En el problema anterior, considere puntos del eje OX muy próximos de O, de tal manera que x sea mucho menor que R. Para esos puntos, el valor de x^2 es despreciable en comparación con R^2 y, así, el valor de E está dado por

$$E = k_0 \frac{Qx}{R^3}$$

a) Si una carga q negativa fuera abandonada, en el eje OX, muy próxima a O, esa carga oscilará en torno a este punto, suponiendo que la única fuerza que actúa sobre ella sea una fuerza debida a la carga del anillo. Procure entender por qué ocurre esto.

b) El movimiento oscilatorio de la carga q ¿es armónico simple? Explique su respuesta.

c) Siendo m la masa de la carga q, determine su periodo de oscilación.

10. Como señalamos en el Problema 6 (de la sección Preguntas y problemas de este capítulo), en puntos cercanos a la superficie de la Tierra, hay un campo eléctrico de aproximadamente 100 N/C, dirigido verticalmente hacia abajo. Se quiere mantener en equilibrio, en este campo, "flotando" en el aire, una pequeña esfera de masa igual a 40 miligramos.

a) ¿Cuál es el valor de la carga eléctrica que debería darse a esta esfera? (considere g = 10 m/s^2).

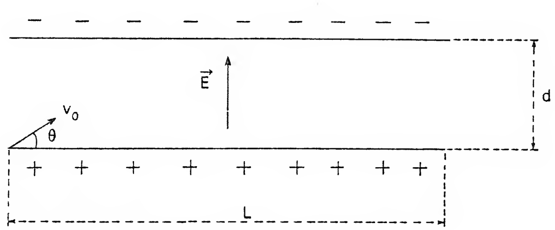
b) Suponiendo que la esfera fuera maciza, hecha de una aleación metálica de densidad igual a 10 g/cm^3, ¿sería posible mantenerla electrizada con la carga calculada en (a)? (recuérdese que la rigidez dieléctrica del aire es 3×10^6 N/C y tome π = 3).

11. Suponga que el péndulo simple considerado en el Problema 15 (de la sección Preguntas y problemas de este capítulo) esté electrizado positivamente con una carga de 4×10^{-7} C. Suponga, además, que el campo eléctrico mencionado tenga una intensidad $E = 1.5 \times 10^{-5}$ N/C, que la masa del péndulo sea de 10 gramos y que su longitud sea de 1.0 m. Considerando g = 10 m/s^2, calcule el periodo de oscilación del péndulo.

12. Un electrón es lanzado entre dos placas electrizadas, como se muestra en la figura. Sean $v_0 = 6 \times 10^6$ m/s, θ = 45°, $E = 2.0 \times 10^3$ N/C, d = 3.0 cm y L = 12 cm.

a) ¿Alcanzará el electrón la placa negativa?

b) Determinar la posición en que el electrón alcanza una de las placas.



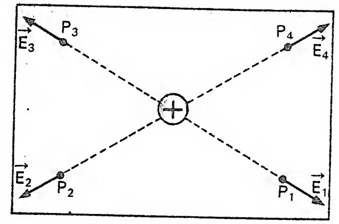
Problema Complementario 12

RESPUESTAS

Ejercicios

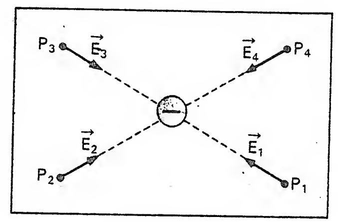
1. *a)* porque actuará una fuerza eléctrica en q
b) Q
c) carga de prueba
d) si

2. *véase* figura



Ejercicio 2

3. *véase* figura



Ejercicio 3

4. *a)* 4.0×10^5 N/C
b) vertical, hacia abajo

5. *a)* negativa
b) 4.0 μC

6. *a)* 4.5×10^5 N/C
b) 2 veces mayor
c) 9.0×10^5 N/C

7. *a)* 3 veces mayor
b) 9 veces menor
c) 1.0×10^5 N/C

8. *a)* 80 veces menor
b) 1.1×10^4 N/C

9. *a)* hacia la derecha
b) 7.2×10^5 N/C

10. *a)* hacia la derecha
b) 7.2×10^5 N/C
c) 1.44×10^6 N/C

11. *a)* negativa
b) 2 veces menor
c) 4 veces mayor
d) 6.0×10^4 N/C

12. *a)* vectores tangentes a las líneas de fuerza en P_1 y P_2
b) $E_1 > E_2$ porque en P_2 las líneas están más separadas

13. *a)* no, pues esta expresión sólo es válida para calcular el campo creado por una carga puntual
b) sí, esta expresión es válida en cualquier situación

14. *a)* de la placa positiva hacia la placa negativa
b) igual, porque el valor de la carga del protón es igual a la del electrón
c) permanecería constante
d) rectilíneo, uniformemente acelerado

15. *a)* menor, porque su masa es mayor
b) mayor

16. *a)* el haz A está constituido de electrones, el haz B de neutrones, y el haz C de protones
b) porque el electrón, al tener menor masa, adquiere mayor aceleración al penetrar en el campo

17. no, porque el caucho o hule es aislante

18. *a)* se electrizará positivamente
b) no, porque no hay carga eléctrica en la superficie interna del recipiente

19. *a)* no, porque el campo eléctrico es nulo en el interior de una cavidad metálica
b) ángulo de 90°, porque el vector $\vec{E}$ es perpendicular a la superficie del conductor

20. *a)* porque se electriza al ponerse en contacto con la superficie externa de la jaula
b) debido al blindaje electrostático producido por la jaula

21. debería cubrir P con la cubierta metálica

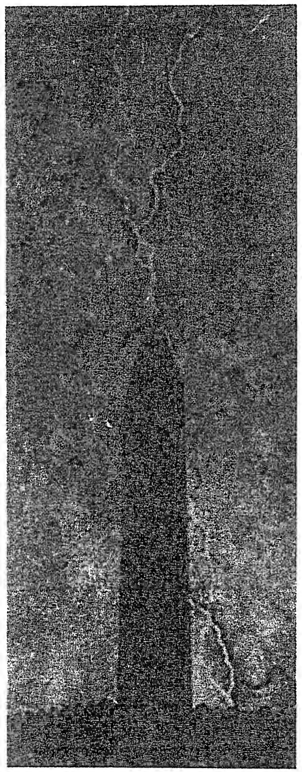
22. *a)* cuando se aplica a él un campo eléctrico suficiente para dejar libres algunos electrones de los átomos de su estructura
b) es el mayor valor del campo eléctrico que puede aplicarse al aislante sin que se vuelva conductor

23. *a)* la mica tiene rigidez dieléctrica alta
b) no

24. *a)* sale hacia el aire
b) es superior a la rigidez dieléctrica del aire.

25. *a)* la rigidez dieléctrica del aire disminuye cuando aumenta la humedad del aire

b) es mayor que la del aire
26. *a)* mil millones de veces mayor
b) no; la intensidad del campo (rigidez dieléctrica) es prácticamente la misma en ambas partes
27. *a)* por la punta A
b) mayor
28. es mucha la probabilidad de que un rayo "caiga" en el árbol (éste se comporta como una punta)
29. solamente la persona que está a 80 m de la torre
30. no; el monumento mostrado en la figura de abajo (alto y puntiagudo) ya fue alcanzado varias veces por rayos, durante tempestades



Ejercicio 30

Preguntas y problemas

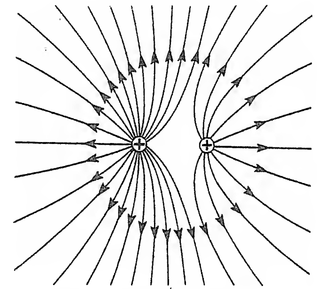
1. *a)* 9.1×10^{-30} N
b) vertical, hacia abajo
c) 5.7×10^{-11} N/C
2. (d)
3. (e)
4. (c)
5. *a)* cero
b) cero
c) 4.5×10^5 N/C
d) 2.0×10^5 N/C
6. *a)* negativo
b) 4×10^5 C
7. *a)* distribuida en la superficie terrestre
b) 10^{-3} μC/m^2
8. *a)* negativa
b) 0.15 μC
9. 3.3 μC
10. (a)
11. *a)* 8.7×10^{16} m/s^2
b) 3.4×10^{-10} s
12. *a)* en *A* carga negativa, y en *B*, carga positiva
b) mayor
c) $\vec{F}_A$ hacia la izquierda y $\vec{F}_B$ hacia la derecha
d) tenderá a desplazarse hacia la izquierda
13. *a)* en *A* positiva, y en *B*, negativa
b) igual
c) $\vec{F}_A$ hacia la izquierda y $\vec{F}_B$ hacia la derecha
d) permanecerá en reposo
14. sólo tres electrones
15. *a)* disminuirá
b) aumentará
16. en el punto *J*
17. 1.9×10^4 N/C
18. dos líneas de fuerza de un mismo campo eléctrico no se cruzan
19. *a)* 5.7×10^{11} N/C
b) ¡190.000 veces mayor!
c) 9.1×10^{-8} N
20. en el segmento que une las cargas, a 5.0 cm de distancia de la carga menor
21. $E = 8.1\ k_0\ Q/L^2$
22. *a)* Q_1 es positiva y Q_2 es negativa
b) mayor
c) mayor
23. solamente la aceleración: $a = 8.8 \times 10^{14}$ m/s^2
24. *b)* 2.0×10^{-9} s *c)* 6.4 mm
25. *a)* igual *b)* menor *c)* menor
26. *a)* mayor para la figura (b)
b) semejantes a las de una carga puntual de módulo 2*Q*
27. por toda la superficie de la esfera (no hay puntas)
28. *a)* equilibrio estable
b) equilibrio inestable
29. *a)* equilibrio inestable
b) equilibrio estable
30. igual (la carga se distribuye solamente en las superficies de las esferas)

Cuestionario

1. e
2. b
3. d
4. e
5. e
6. I. correcta; II. correcta; III. errónea
7. e
8. b
9. e
10. d
11. a
12. b
13. c
14. a
15. d

Problemas complementarios

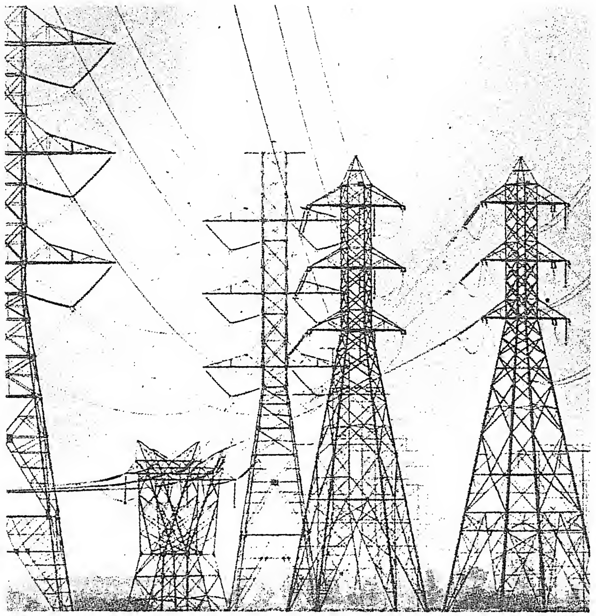
1. 8.0×10^3 N/C
2. *véase* figura
3. 1.3×10^3 N/C
4. $E = E_0/8$
5. $Q_2 = 4Q_1$
6. *a)* 2.0×10^{13} electrones
b) 9.8×10^{27} electrones
c) ¡2×10^{-13} % !
7. *a)* $E = 0$ *b)* no ($E \neq 0$)
8. *a)* $E = 0$; concordando con la respuesta del problema 7
b) $x = \pm R\sqrt{2}/2$
9. *b)* si
c) $T = 2\pi\sqrt{mR^3/k_0Qq}$
10. *a)* 4.0 μC *b)* no
11. (π/2) s
12. *a)* no
b) alcanza la placa positiva a 10 cm del punto de lanzamiento.



Problema Complementario 2

capítulo 20

potencial eléctrico



La energía eléctrica se transporta por las torres de transmisión, vistas en la foto, bajo "alta tensión". El significado de esta expresión quedará claro después de estudiar este capítulo.

20.1 Diferencia de potencial eléctrico. Tensión o voltaje

❖ **Qué es tensión eléctrica.** Supongamos un cuerpo electrizado que produce un campo eléctrico en el espacio que lo rodea. Consideremos dos puntos, A y B, en este campo eléctrico, según muestra la Figura 20-1. Si en A soltamos una carga de prueba (positiva) q, la fuerza eléctrica $\vec{F}$ producida por el campo actuará sobre ella. Supongamos además, que bajo la acción de esta fuerza la carga se desplaza de A hacia B.

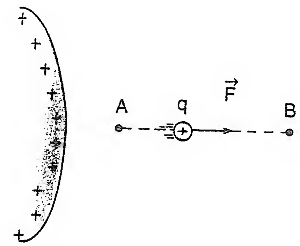


FIGURA 20-1 La diferencia de potencial eléctrico entre los puntos A y B está dada por la expresión $V_A - V_B = T_{AB}/q$.

Como sabemos, en este desplazamiento la fuerza eléctrica estará *realizando un trabajo* que vamos a designar por T_{AB}. En otras palabras, T_{AB} representa una cantidad de energía que la fuerza eléctrica $\vec{F}$ imparte a la carga q en su desplazamiento desde A hasta B.

En el estudio de los fenómenos eléctricos hay una cantidad muy importante que se relaciona con este trabajo. Dicha cantidad se denomina *diferencia de potencial entre los puntos A y B*; se representará por $V_A - V_B$ y se define por la relación siguiente:

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{T_{AB}}{q}}$$

La diferencia de potencial eléctrico también se denomina *tensión eléctrica* (o bien, "voltaje")* entre dos puntos, y se representa por V_{AB}, o sencillamente por V. De manera que cuando decimos que la tensión V_{AB} entre dos puntos es muy grande (alta tensión), ello significa que el campo eléctrico realizará un trabajo considerable sobre la carga eléctrica que se desplace entre dichos puntos (es decir, la carga recibirá del campo una gran cantidad de energía en su desplazamiento).

Observemos que como T_{AB} y q son cantidades escalares, la diferencia de potencial V_{AB} también es una cantidad escalar.

De la ecuación de definición $V_{AB} = T_{AB}/q$ vemos que, en el SI, la unidad de medida de la tensión equivale a 1 J/C. Esta unidad se denomina 1 volt = 1 V, en honor del físico italiano Alessandro Volta, que vivió en el siglo XVIII. Por tanto

$$1\ \text{V} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

Alessandro Volta (1745-1827). Físico italiano que recibió el título de conde, otorgado por Napoleón, debido a los trabajos que desarrolló en el campo de la electricidad. Profesor en la Universidad de Pavia, demostró que los efectos de contracción observados por Galvani al experimentar con ancas de rana y diversos metales, en realidad eran producidos por el contacto entre dos metales diferentes, y no se debían a una especie de "electricidad animal", como creía Galvani. Este estudio lo hizo descubrir el elemento electroquímico que recibió el nombre de *pila voltaica,* y que lo llevó a la celebridad.

* **N. del R.** Aunque en la práctica suele llamarse *voltaje* a cualquier diferencia de potencial o tensión, dicho término se aplica más propiamente a un valor específico de tensión, en volts.

En resumen:

> cuando un campo eléctrico realiza un trabajo T_{AB} sobre una carga de prueba (positiva) q, la cual se desplaza desde un punto A hasta un punto B, la diferencia de potencial (o tensión) V_{AB} entre esos puntos, se obtiene dividiendo el trabajo realizado, entre el valor de la carga que se desplazó, es decir,
>
> $$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q}$$

❖ **Comentarios.** 1) El concepto de tensión (o voltaje) se encuentra muy frecuentemente en nuestra vida diaria. Por ejemplo, ya debe haber oído hablar, de que en algunas casas existen tomas de corriente o *tomacontactos* de 110 V. Como vimos, siendo 110 V = 110 J/C, ello significa que si un aparato eléctrico se conecta a uno de estos tomacontactos o "contactos" (Fig. 20-2a), cada carga de 1 C que se desplace de un terminal a otro (de A a B) recibirá 110 J de energía del campo eléctrico existente en el tomacontacto (a su vez, la carga transmitirá al aparato la energía que recibe del campo eléctrico).

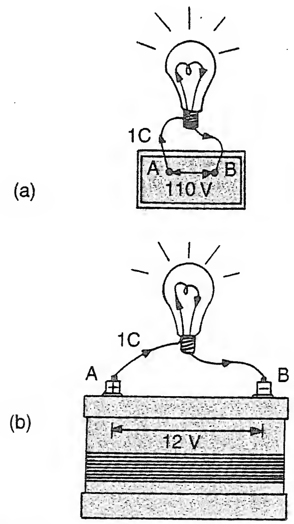


FIGURA 20-2 Un tomacontacto (o contacto), de 110 V y una batería de 12 V.

Si la toma o contacto es de 220 V (como en algunas instalaciones), podemos concluir que 1 C recibirá 220 J de energía al desplazarse de un terminal a otro en dicho tomacontacto. De la misma manera, cuando decimos que la batería de un automóvil tiene un voltaje de 12 V, habrá una energía de 12 J impartida a cada coulomb que vaya de uno a otro terminal de la batería (Fig. 20-2b).

2) Supongamos en la Figura 20-1 que la carga q se desplaza de A hacia B siguiendo una trayectoria cualquiera, diferente de la que se indica en la figura. Si calculásemos el trabajo que la fuerza eléctrica realiza sobre la carga a lo largo de este nuevo camino, hallaríamos que este trabajo sería igual al realizado en la primera trayectoria. Por tanto, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica entre dos puntos, es el mismo cualquiera que sea la trayectoria recorrida por la carga. Como vimos en el Capítulo 9, cuando esto sucede decimos que la fuerza es *conservativa* (como es el caso del peso de un cuerpo y la fuerza elástica de un resorte, analizados en dicho capítulo). Entonces, la fuerza eléctrica es un ejemplo de fuerza conservativa.

Por consiguiente, la diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico determinado, tiene un valor único, independientemente de la trayectoria que siga la carga de prueba que se emplee para evaluar esta diferencia de potencial.

❖ **Sentido del movimiento de una carga.** Consideremos dos puntos A y B en un campo eléctrico producido por un cuerpo electrizado (Fig. 20-3). Al soltar una carga positiva en A, ya sabemos que la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre ella, estará dirigida hacia B. Entonces, cuando esta carga se desplace de A a B, la fuerza eléctrica $\vec{F}$ realizará sobre ella un trabajo positivo, es decir, $T_{AB} > 0$. Como $V_A - V_B = T_{AB}/q$, concluimos que la diferencia de potencial entre A y B también es positiva, o sea, $V_A - V_B > 0$. En estas condiciones, decimos que "el potencial de A es mayor que el potencial de B".

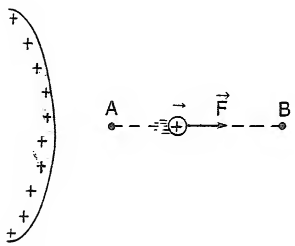


FIGURA 20-3 Una partícula electrizada positivamente se desplaza debido a la acción de la fuerza eléctrica desde un punto A, donde el potencial es mayor, hasta un punto B, donde el potencial es menor.

Por tanto, podemos observar, por la Figura 20-3, que la carga positiva se desplazó debido a la acción de la fuerza eléctrica, desde el punto A, donde el potencial es mayor, hasta el punto B, donde el potencial es menor. Obviamente, si soltáramos una carga negativa entre los puntos A y B de la Figura 20-3, se desplazaría debido a la acción de la fuerza eléctrica (o sea, atraída por el cuerpo electrizado), en el sentido de B hacia A. En otras palabras, una carga negativa tiende a desplazarse de los puntos donde el potencial es menor hacia aquellos donde es mayor.

Así pues, podemos destacar que:

> una carga positiva que se suelta en un campo eléctrico, tiende a desplazarse de los puntos donde el potencial es mayor hacia los puntos donde es menor. Una carga negativa tenderá a moverse en sentido contrario, es decir, de los puntos donde el potencial es menor hacia aquellos donde es mayor.

EJEMPLO

a) Suponga que en la Figura 20-3, una carga positiva $q = 2.0 \times 10^{-7}$C se desplaza de A hacia B, y que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre ella es $T_{AB} = 5.0 \times 10^{-3}$ J. ¿Cuánto vale la diferencia de potencial V_{AB} entre A y B?

La diferencia de potencial entre A y B está dada por

$$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q} = \frac{5.0 \times 10^{-3}}{2.0 \times 10^{-7}}$$

donde

$$V_{AB} = 2.5 \times 10^4 \text{ V}$$

Observemos que como T_{AB} fue expresado en *joules*, y q, en *coulombs*, obtenemos V_{AB} expresada en *volts* (recuérdese que 1 V = 1 J/C).

b) Si una carga positiva $q = 6.0 \times 10^{-6}$ C se soltara en el punto A de la Figura 20-3, ¿qué trabajo realizará la fuerza eléctrica sobre esta carga, al desplazarla de A hacia B?

De la expresión:

$$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q}$$

obtenemos

$$T_{AB} = qV_{AB}$$

Como ya determinamos el valor de V_{AB},

$$T_{AB} = qV_{AB} = 6.0 \times 10^{-6} \times 2.5 \times 10^4$$

donde $T_{AB} = 0.15$ J

c) En la Figura 20-3, consideremos ahora una carga negativa que se desplaza por la acción de la fuerza eléctrica, de B hacia A. ¿El trabajo que esta fuerza realiza sobre la carga será positivo o negativo?

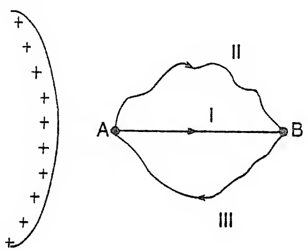
La fuerza eléctrica que actúa sobre esta carga negativa está dirigida de B hacia A, y el desplazamiento de la misma también se efectúa en este sentido. Entonces, como la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido, el trabajo realizado es positivo.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Recordando los comentarios relacionados con la Figura 20-2 que hicimos en esta sección, diga qué significa expresar que entre los polos de una pila de linterna existe un voltaje de 1.5 V.
2. Considere una lámpara conectada a una toma de corriente (contacto) en una casa. Se halla que un trabajo de 44 J se realiza sobre una carga de 0.20 C que pasa por la lámpara y va de una terminal a otra de la toma.
   a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las terminales del tomacontacto?
   b) Un aparato está conectado a este dispositivo durante cierto tiempo, y recibe 1 100 J de energía de las cargas eléctricas que pasan por él. ¿Cuál es el valor total de dichas cargas?

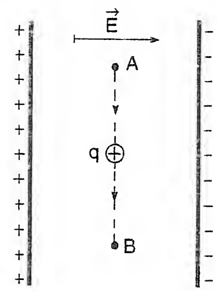
3. *a*) Cuando una carga q se desplaza de A hacia B a lo largo de la trayectoria I que se indica en la figura de este ejercicio, el campo eléctrico realiza sobre ella un trabajo de 1.5×10^{-3} J. Si esta carga q se desplazara de A hacia B a lo largo de la trayectoria II, el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre ella, ¿sería mayor, menor o igual a 1.5×10^{-3} J?
b) Si la carga q circulara de B hacia A, a lo largo de la trayectoria III (*véase* figura), ¿cuál sería el trabajo realizado sobre ella por el campo eléctrico?
c) Entonces, ¿qué trabajo realiza el campo eléctrico sobre una carga que sale de un punto dado y vuelve nuevamente a él después de recorrer una trayectoria cualquiera? (trayectoria cerrada).



Ejercicio 3

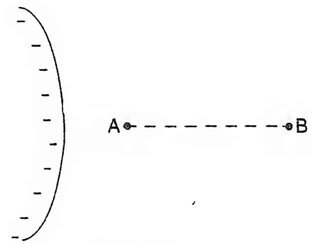
4. Una carga de prueba positiva q es llevada por una persona, de A hacia B, en el interior de un campo eléctrico uniforme, a lo largo de la trayectoria que se indica en la figura de este ejercicio.
a) Trace en la figura el vector de la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre q mientras se desplaza.
b) ¿Cuánto vale el trabajo T_{AB} que esta fuerza eléctrica realiza en el desplazamiento de A a B?
c) Entonces, ¿qué diferencia de potencial existe entre los puntos A y B?

5. Considere los puntos A y B en el campo eléctrico creado por un cuerpo electrizado negativamente, como indica la figura de este ejercicio.



Ejercicio 4

a) Una carga positiva q es soltada en un punto situado entre A y B. Debido a la acción de la carga que produce el campo, ¿la carga q tiende a desplazarse hacia A o hacia B?
b) Entonces, ¿podemos concluir que el potencial de A es mayor o menor que el de B? Explique.



Ejercicio 5

6. En el ejercicio anterior suponga que la carga q que se soltó entre A y B, es negativa.
a) Debido a la acción de la carga que produce el campo, ¿la carga q se desplazará hacia A o hacia B?
b) Recordando su respuesta del ejercicio anterior, ¿la carga q se desplaza hacia los puntos donde el potencial es mayor o menor?
c) ¿Este resultado concuerda con la afirmación que hicimos al final de esta sección?

20.2 Tensión eléctrica en un campo uniforme. Potencial en un punto

❖ **Cálculo de V_{AB} en un campo uniforme.** La Figura 20-4 muestra dos placas paralelas, separadas una distancia d, y electrizadas con cargas iguales y de signo contrario. Como sabemos, entre ellas existirá un campo uniforme $\vec{E}$, dirigido de la placa positiva A hacia la placa negativa B.

Para que podamos calcular la diferencia de potencial entre estas dos placas, soltamos una carga de prueba positiva q junto a la placa A y determinaremos el trabajo T_{AB} que el campo realiza sobre esta carga, cuando se desplaza hasta la placa B. Ya vimos que entonces la tensión existente estará dada por $V_{AB} = T_{AB}/q$.

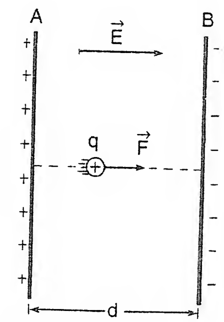


FIGURA 20-4 En un campo eléctrico uniforme, la diferencia de potencial está dada por $V_{AB} = Ed$.

En el caso en cuestión (campo uniforme), el cálculo de T_{AB} se puede efectuar fácilmente, pues la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre q (Fig. 20-4), permanece constante mientras se desplaza esta carga. En realidad, como $\vec{F} = q\vec{E}$ y $\vec{E}$ no cambia, concluimos que $\vec{F}$ también será constante. En estas condiciones, como la fuerza $\vec{F}$ tiene la misma dirección y el mismo sentido que el desplazamiento,

$$T_{AB} = Fd \quad \text{o bien} \quad T_{AB} = qEd$$

Así pues, la tensión V_{AB} entre las placas será

$$V_{AB} = \frac{T_{AB}}{q} = \frac{qEd}{q}$$

donde

$$\boxed{V_{AB} = Ed}$$

Esta expresión permite calcular la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera de un campo uniforme. Pero debemos observar que la distancia d entre ambos puntos debe tomarse en dirección paralela al vector $\vec{E}$. Así pues, en la Figura 20-5a, para calcular la diferencia de potencial o tensión entre los puntos M y N emplearemos la expresión $V_{MN} = Ed$, donde d es la distancia indicada en dicha figura.

❖ **Comentarios.** 1) La expresión $V_{AB} = Ed$ indica, entonces, que la tensión entre dos puntos de un campo uniforme será tanto más grande, cuanto mayor sea la intensidad de dicho campo. Además, para un valor determinado de $\vec{E}$ vemos que V_{AB} será directamente proporcional a la distancia d entre ambos puntos (distancia que se mide en la dirección de $\vec{E}$). En este caso, la gráfica $V_{AB} \times d$ será como se indica en la Figura 20-5b.

2) De la relación $V_{AB} = Ed$ obtenemos

$$E = \frac{V_{AB}}{d}$$

Esta expresión es muy útil, pues permite obtener el valor del campo eléctrico por la medición de la diferencia de potencial V_{AB}. Esta utilidad proviene del hecho de que una tensión se puede medir directamente, y con facilidad, en el laboratorio por medio de aparatos adecuados (los voltímetros). Por otra parte, no existen aparatos que permitan medir en forma directa la intensidad del campo.

3) En el capítulo anterior vimos que en el SI, la unidad de campo eléctrico es el newton por coulomb (N/C). Pero, por la expresión $E = V_{AB}/d$, se ve que es posible expresar el valor de E con la unidad volt/metro (V/m). Es fácil demostrar que estas unidades son equivalentes, es decir,

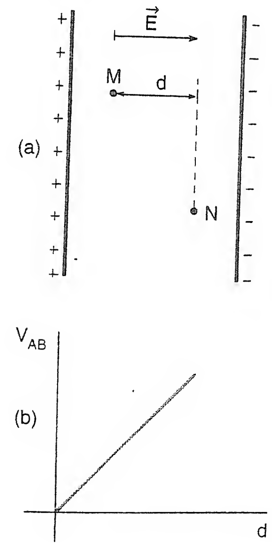


FIGURA 20-5 Diferencia de potencial entre dos puntos, M y N, de un campo eléctrico uniforme (a), y diagrama $V_{AB} \times d$ (b).

1 V/m = 1 N/C. De manera que cuando decimos que la intensidad de cierto campo eléctrico es, por ejemplo, E = 500 V/m, ello equivale a decir que E = 500 N/C.

EJEMPLO

Usando un aparato adecuado se midió la tensión o diferencia de potencial entre las placas que se muestran en la Figura 20-4, encontrándose que V_{AB} = 300 V. También se halla que la distancia entre A y B es d = 5.0 mm.

a) Con base en estas medidas, calcule la intensidad del campo entre las placas.

Ya vimos que en este caso $E = V_{AB}/d$. Como

$$V_{AB} = 300 \text{ V} \quad \text{y} \quad d = 5.0 \text{ mm} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}$$

entonces

$$E = \frac{V_{AB}}{d} = \frac{300}{5.0 \times 10^{-3}}$$

donde

$$E = 6.0 \times 10^4 \text{ V/m}$$

También podríamos escribir $E = 6.0 \times 10^4$ N/C.

b) Suponga que la carga q que se indica en la Figura 20-4 tiene el valor $q = 2.0 \times 10^{-7}$ C. ¿Cuánto vale la fuerza eléctrica $\vec{F}$ que actúa sobre esta carga?

Ya sabemos que la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga q colocada en un campo eléctrico $\vec{E}$, está dada por

$$F = qE = 2.0 \times 10^{-7} \times 6.0 \times 10^4$$

donde

$$F = 1.2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

c) ¿Cuánto vale el trabajo T_{AB} que el campo eléctrico realiza sobre la carga q al desplazarla de la placa A hacia la placa B?

Este trabajo se puede calcular de la siguiente manera:

$$T_{AB} = Fd = 1.2 \times 10^{-2} \times 5.0 \times 10^{-3}$$

donde

$$T_{AB} = 6.0 \times 10^{-5} \text{ J}$$

También podríamos calcular este trabajo si partiésemos de la definición de tensión: $V_{AB} = T_{AB}/q$. Entonces,

$$T_{AB} = q\, V_{AB} = 2.0 \times 10^{-7} \times 300$$

donde

$$T_{AB} = 6.0 \times 10^{-5} \text{ J}$$

Obviamente, en ambos casos se obtiene el mismo valor para T_{AB}.

Potencial en un punto. Hasta ahora hemos aprendido a calcular la *diferencia de potencial* entre dos puntos de un campo eléctrico. Sin embargo, el concepto de *potencial en un punto* suele utilizarse con frecuencia. Pero el potencial en un punto no es más que la diferencia de potencial entre este punto y otro que se toma como referencia. Entonces, para calcular el potencial en un punto A, primero hay que escoger arbitrariamente un punto P, denominado *nivel de potencial*, al cual se le atribuye un potencial nulo (V_P = 0). En seguida, se calcula la diferencia de potencial entre A y P, y se obtiene así el *potencial de A* (o sea, V_A) *en relación con P*.

Por ejemplo, consideremos las dos placas de la Figura 20-4, entre las cuales hay una diferencia de potencial $V_A - V_B$ = 300 V. Si escogemos la placa B como nivel de potencial, tendremos V_B = 0, y así V_A = 300 V; es decir, el potencial de A es 300 volts *en relación con B* (el potencial de A está 300 V arriba del potencial de B). Pero podríamos también haber escogido la placa A como nivel cero de referencia para el cálculo de los potenciales. En este caso, tendríamos V_A = 0 (nivel de referencia), y entonces, V_B = – 300 V, es decir, el potencial de B con respecto a la placa A, es – 300 V (el potencial de B está 300 V por debajo del nivel).

Observemos que el potencial en un punto no tiene un valor único. Naturalmente, este valor depende del nivel que hayamos escogido como referencia.

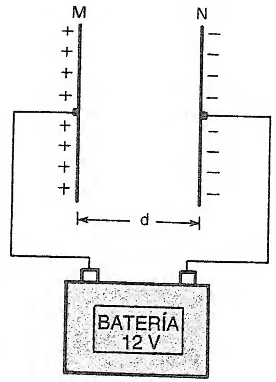
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. Al conectar los polos de una bateria de auto a dos placas metálicas paralelas M y N (*véase* figura de este ejercicio), se establecerá entre ellas una tensión V_{MN} = 12 V.

a) Trace en la figura el vector $\vec{E}$ que representa el campo entre las placas.

b) Suponiendo que la distancia entre M y N es d = 2.0 mm, calcule la intensidad del campo existente entre ellas.



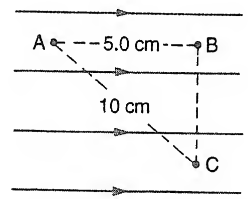
Ejercicio 7

8. La figura de este ejercicio muestra las líneas de fuerza de un campo eléctrico uniforme, cuya intensidad es $E = 1.5 \times 10^4$ N/C. Observe la figura y determine:

a) V_{AB}

b) V_{BC}

c) V_{AC}

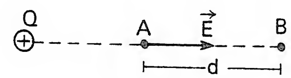


Ejercicio 8

9. Una carga puntual Q establece en el punto A el campo eléctrico $\vec{E}$, según indica la figura de este ejercicio.

a) Siendo d la distancia entre A y B, ¿el voltaje que hay entre estos puntos se podría calcular por $V_{AB} = Ed$? Explique.

b) ¿La expresión $V_{AB} = T_{AB}/q$ podría emplearse para calcular esta diferencia de potencial?



Ejercicio 9

10. Se encuentra que al aumentar la distancia d entre dos placas metálicas electrizadas (de manera que el valor de d siga pequeño respecto del tamaño de las placas), el campo eléctrico que existe entre ellas no se altera. Pero la relación $V_{AB} = Ed$ indica que V_{AB} crece conforme d aumenta.

En la tabla siguiente se presentan valores de V_{AB} entre dos placas metálicas, obtenidos en un laboratorio, mientras se aumentaba la distancia d entre las placas:

d (mm)	2.0	4.0	6.0
V_{AB} (V)	100	200	300

a) Trace, con los datos de la tabla, el gráfico V_{AB} – d. ¿La forma de la gráfica que obtuvo fue la esperada?

b) ¿Qué cantidad representa la pendiente o inclinación de la gráfica?

11. *a*) Calcule, en V/mm, la pendiente de la gráfica obtenida en el ejercicio anterior.

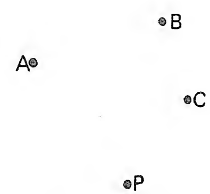
b) Exprese, en V/m y en N/C, la intensidad del campo entre las placas.

12. Los puntos A, B, C y P, que se muestran en la figura de este ejercicio, se encuentran en una región donde hay un campo eléctrico. Considerando el nivel cero de potencial en P, sabemos que los potenciales de los demás puntos son V_A = 120 V, V_B = 150 V y V_C = 80 V.

a) Determine los valores de las diferencias de potencial $V_A - V_C$ y $V_B - V_C$.

b) Considerando, ahora, que el nivel cero de potencial sea el del punto C, diga cuáles serán los valores de V_C, V_A y V_B en relación con este nuevo nivel.

c) Con el mismo nivel en C, diga cuál es el potencial V_P, del punto P.



Ejercicio 12

13. Considerando los puntos y los datos del ejercicio anterior, calcule la diferencia de potencial $V_B - V_A$ suponiendo que

a) El nivel cero de potencial se encuentre en *P*.
b) El nivel cero de potencial se halle en *C*.

14. Observando los resultados de los Ejercicios 12 y 13 responda:

a) ¿El valor del potencial en un punto depende del nivel escogido como referencia?
b) ¿El valor de la diferencia de potencial entre dos puntos depende del nivel de potencial escogido?

20.3 Tensión eléctrica en el campo de una carga puntual

❖ **Valor del potencial creado por una carga puntual.** En la sección anterior aprendimos a calcular la diferencia de potencial en un campo uniforme. Supongamos, ahora, que deseamos calcular la tensión V_{AB} entre dos puntos A y B del campo creado por una carga puntual Q (Fig. 20-6). Esto podría hacerse empleando la expresión $V_{AB} = T_{AB}/q$ que como sabemos, es la ecuación que define la diferencia de potencial entre dos puntos, siendo válida, por tanto, en cualquier situación.

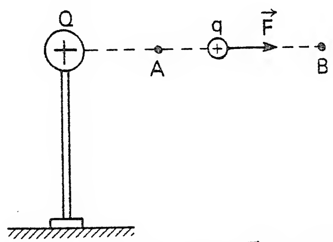


FIGURA 20-6 El valor de la fuerza $\vec{F}$ que actúa sobre la carga q, varía a lo largo de AB.

Pero cuando tratamos de evaluar el trabajo T_{AB} realizado por la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba, encontramos una dificultad: esta fuerza eléctrica *varía* mientras la carga de prueba se desplaza de A hacia B, pues el campo creado por la carga puntual Q *no* es un campo uniforme. En estas condiciones ($\vec{F}$ no es constante), el cálculo del trabajo T_{AB} sólo se puede efectuar mediante el empleo de métodos matemáticos que se estudian en cursos más avanzados.

Con el empleo de tales métodos, se demuestra que una carga puntual Q en el aire, establece en un punto P, situado a una distancia r de esta carga, un potencial V dado por (Fig. 20-7):

$$\boxed{V = k_0 \frac{Q}{r}}$$

Esta expresión para el valor del potencial se obtuvo considerando como referencia un punto muy alejado de la carga Q, o como suele decirse, esta expresión proporciona el valor del potencial respecto de un nivel cero en el infinito.

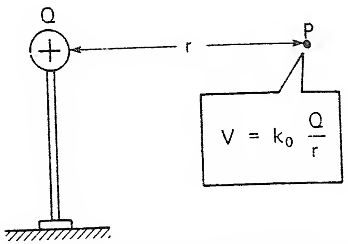


FIGURA 20-7 El potencial creado por la carga Q en el punto P, está dado por $V = k_0Q/r$.

❖ **Comentarios.** 1) Al usar la expresión $V = k_0Q/r$ es muy importante observar que debemos tomar en cuenta el signo de la carga Q. De esta manera, cuando Q sea positiva, el potencial en P también será positivo, y si Q es una carga negativa, el valor de V en P será negativo.

2) Como ya sabemos evaluar el potencial en un punto del campo creado por una carga puntual, podemos entonces calcular con facilidad la tensión entre dos puntos cualesquiera de dicho campo. Por ejemplo, volviendo a la Figura 20-6, podemos obtener el potencial V_A en A y el potencial V_B en B (usando para ambos la relación $V = k_0Q/r$), y la diferencia entre estos valores nos proporcionará la tensión V_{AB}; es decir, $V_{AB} = V_A - V_B$.

EJEMPLO

Considere que en la Figura 20-6, el valor de la carga es $Q = 2.0\ \mu C$. Suponga además que las distancias de la carga Q a los puntos A y B son $r_A = 20$ cm y $r_B = 60$ cm. Calcule la diferencia de potencial V_{AB}.

Como vimos, debemos calcular inicialmente, y por medio de la expresión $V = k_0Q/r$, los potenciales V_A y V_B de los puntos A y b. Trabajando con unidades del SI, tenemos que $Q = 2.0 \times 10^{-6}$ C, $r_A = 0.20$ m y $r_B = 0.60$ m. En consecuencia:

$$V_A = k_0 \frac{Q}{r_A} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2.0 \times 10^{-6}}{0.20}$$

donde

$$V_A = 9.0 \times 10^4 \text{ V}$$

$$V_B = k_0 \frac{Q}{r_B} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2.0 \times 10^{-6}}{0.60}$$

donde

$$V_B = 3.0 \times 10^4 \text{ V}$$

Por tanto, la diferencia de potencial entre A y B será:

$$V_{AB} = V_A - V_B = 9.0 \times 10^4 - 3.0 \times 10^4$$

donde

$$V_{AB} = 6.0 \times 10^4 \text{ V}$$

❖ **Potencial establecido por varias cargas puntuales.** En la Figura 20-8 tenemos varias cargas puntuales Q_1, Q_2 y Q_3, y deseamos calcular el potencial que establecen en el punto P. Para ello, inicialmente calculamos el potencial V_1, que la carga Q_1 establece en P, usando la expresión que ya conocemos: $V_1 = k_0Q_1/r_1$. De manera similar, evaluamos los potenciales V_2 y V_3 que cada una de las cargas Q_2 y Q_3 establece en P. Si sumamos *algebraicamente* estos valores de V_1, V_2 y V_3, se obtiene el potencial V, establecido en el punto P por el conjunto de las tres cargas.

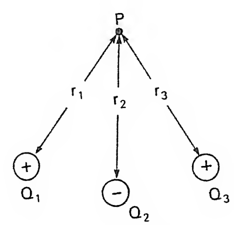


FIGURA 20-8 El potencial en el punto P, establecido simultáneamente por las cargas Q_1, Q_2 y Q_3, es igual a la suma algebraica de los potenciales que cada carga produce en dicho punto.

Obsérvese que debemos realizar una suma algebraica porque el potencial es una *cantidad escalar.* Como vimos en el capítulo anterior, si se desea calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P de la Figura 20-8, hay que efectuar una *suma vectorial* que, sin duda, es una operación más laboriosa que la suma algebraica. Entonces, cuando se trabaja con varias cargas la determinación del potencial en un punto se consigue con más facilidad que la determinación del campo eléctrico.

❖ **Potencial establecido por una esfera electrizada.** En el capítulo anterior vimos que en el cálculo del campo eléctrico creado por una esfera uniformemente electrizada en puntos exteriores a ella, todo pasa como si la carga de la esfera estuviese concentrada en su centro. Por tal motivo, cuando hay que calcular el potencial establecido por una esfera electrizada en un punto exterior a ella, también podemos emplear la expresión que ya conocemos, y que nos proporciona el potencial originado por una carga puntual. Así pues, en la Figura 20-9, podemos afirmar que la carga Q distribuida en la esfera, establece en el punto P un potencial (en relación con un nivel en el infinito) dado por

$$V = k_0 \frac{Q}{r}$$

donde r es la distancia de P al centro de la esfera.

Si el punto estuviera situado muy cerca de la superficie de la esfera, como el punto C que se indica en la Figura 20-9, es obvio que $r = R$,

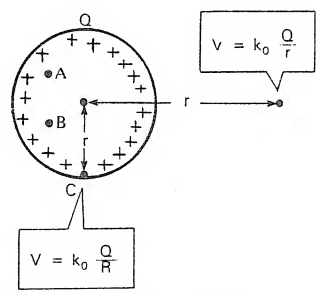


FIGURA 20-9 El potencial establecido en el punto P, externo a la esfera, por la esfera electrizada con carga Q, está dado por $V = k_0Q/r$.

siendo R el radio de la esfera. De este modo, el potencial en cualquier punto de la superficie de la esfera estará dado por la expresión

$$V = k_0 \frac{Q}{R}$$

Veamos ahora qué sucede con el potencial en puntos interiores de la esfera. Suponiendo que ésta fuera metálica (en equilibrio electrostático), sabemos que el campo eléctrico es nulo en su interior. Entonces, si imaginamos una carga de prueba que se desplaza de A hacia B en la Figura 20-9, es obvio que el trabajo T_{AB}, que el campo eléctrico realiza sobre ella, será nulo (pues no hay fuerza eléctrica que actúe sobre la carga). Por tanto, como $T_{AB} = 0$, resulta que

$$V_A - V_B = \frac{T_{AB}}{q}$$

donde

$$V_A - V_B = 0$$

o bien,

$$V_A = V_B$$

es decir, los puntos situados en el interior de una esfera metálica electrizada se encuentran al mismo potencial.

Evidentemente, si una carga de prueba se desplazara de A hacia C (Figura 20-9), no habría, por el mismo motivo, realización alguna de trabajo, o sea, $T_{AC} = 0$, y entonces, $V_A = V_C$. De manera que podemos concluir que todos los puntos de la esfera, aun cuando se encuentren en su interior, o bien, en su superficie, se encuentran a un mismo potencial. Por tanto, como la expresión

$$V = k_0 \frac{Q}{R}$$

proporciona el potencial en un punto de la superficie, es obvio que podemos emplearla para calcular el potencial en *cualquier* punto de la esfera.

EJEMPLO

Considérese una esfera metálica, de radio R, electrizada con una carga positiva Q. Siendo V el potencial establecido por la carga de la esfera y r la distancia de un punto cualquiera a su centro, trace un croquis que muestre el aspecto del gráfico $V \times r$ para puntos del interior y del exterior de la esfera (de $r = 0$ hasta $r = \infty$, o sea, cuando $r \to \infty$).

Sabemos que todos los puntos del interior y de la superficie de la esfera tienen el mismo potencial, dado por $V = k_0 Q/R$. Por tanto, cuando r varía desde $r = 0$ hasta $r = R$, el potencial V permanece constante, como muestra el gráfico de la Figura 20-10.

Para los puntos exteriores a la esfera ($r > R$), el potencial está dado por $V = k_0 Q/r$; es decir, V es inversamente proporcional a r (mientras r crece, V disminuye en la misma proporción). Entonces, para $r > R$, la gráfica $V \times r$ será una curva con el aspecto que se muestra en la Figura 20-10 (esta línea, como ya sabemos, se denomina hipérbola).

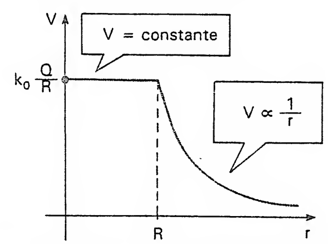


FIGURA 20-10 Para el Ejemplo de la Sección 20.3.

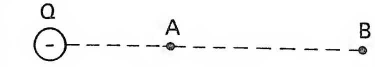
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

15. Considere un punto situado a una distancia r de una carga puntual positiva Q. Siendo V el valor del potencial establecido por Q en este punto, responda:
    a) Cuando r se duplica, ¿cuántas veces se vuelve menor el potencial V?
    b) ¿Y si se triplicara el valor de r?
    c) Ahora trace un croquis que ilustre la gráfica $V \times r$. ¿Cómo se denomina esta curva?

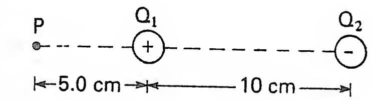
16. La carga puntual Q, que se muestra en la figura de este ejercicio, vale $Q = 3.0\ \mu C$, y las distancias

de los puntos A y B a esta carga son $r_A = 15$ cm y $r_B = 45$ cm. Suponga que la carga está en el aire y determine:
    a) El potencial en A.
    b) El potencial en B.
    c) La tensión o diferencia de potencial V_{BA}.



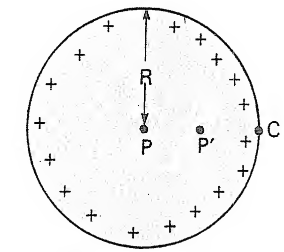
Ejercicio 16

17. Considere las cargas puntuales Q_1 y Q_2, ambas con valor igual a 5.0 μC, pero de signos contrarios (*véase* figura de este ejercicio).
    a) ¿Cuál es el potencial V_1 que Q_1 establece en P?
    b) ¿Cuál es el potencial V_2 que Q_2 origina en P?
    c) Entonces, ¿cuál es el valor del potencial V en el punto P?



Ejercicio 17

18. La figura de este ejercicio representa una esfera metálica electrizada, en equilibrio electrostático. Considerando los puntos P y P', que se muestran en la figura, responda:
    a) ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo eléctrico en P?
    b) ¿El potencial en P es nulo o diferente de 0?
    c) ¿Y la diferencia de potencial entre P y P' es nula o diferente de 0?



Ejercicio 18

19. Suponga que el valor de la carga en la esfera del ejercicio anterior es $Q = 1.5\ \mu C$ y que su radio es $R = 30$ cm. Considerando la esfera en el aire:
    a) Calcule el potencial del punto C, situado en la superficie de la esfera.
    b) Entonces, ¿cuál es el potencial del punto P? ¿Y el del punto P'?

Energía potencial eléctrica

Como vimos, la diferencia de potencial entre dos puntos en un campo eléctrico está dada por

$$V_A - V_B = \frac{T_{AB}}{q}$$

Entonces, el trabajo que realiza el campo sobre la carga q, pasando de A a B como en la Figura I, es

$$T_{AB} = qV_A - qV_B$$

Ya hemos destacado que este trabajo no depende del camino que la carga recorrerá de A a B, es decir, el campo eléctrico es un campo conservativo. Sabemos, además, que cuando una fuerza es conservativa, existe siempre asociada a ella una *energía potencial* E_p y esta energía potencial se relaciona con el trabajo de la fuerza conservativa de la siguiente manera:

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Como probablemente recuerda, en el Capítulo 9 vimos que esta relación es verdadera para la fuerza

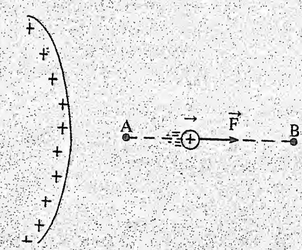


Figura I

gravitacional, para la fuerza elástica y para cualquier fuerza conservativa. Como la energía potencial en cada punto tiene un valor bien definido, identificando las expresiones

$$T_{AB} = qV_A - qV_B$$

y

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

tendremos

$$E_{pA} = qV_A \quad \text{y} \quad E_{pB} = qV_B$$

Entonces, de modo general podemos decir que:

> si una carga q se coloca en un punto en donde el potencial eléctrico es V, en esta posición tiene una energía potencial eléctrica
> $$E_p = qV$$

Para esclarecer esta idea, analizaremos la situación que se ilustra en Figura II. Consideremos una carga puntual Q, estableciendo un campo eléctrico, en el cual se coloca una carga, también puntual, q, a una distancia r de Q (*véase* Fig. II). Se sabe que el potencial establecido por Q a la distancia r es $V = k_0Q/r$. Entonces, la energía potencial de q, en aquel punto, está dada por

$$E_p = q \cdot V$$

donde

$$E_p = k_0 \frac{qQ}{r}$$

Esta es, entonces, la expresión que proporciona la energía potencial eléctrica (en relación con el infinito) de una carga puntual q, en el campo creado por una carga puntual Q, a una distancia r de esta carga.

Al utilizar esta ecuación deben considerarse los signos de Q y q. Por ejemplo, suponiendo $Q = +5.0\ \mu C$, $q = +2.0\ \mu C$ y $r = 10$ cm, tenemos:

$$E_p = k_0 \frac{qQ}{r} = 9 \times 10^9 \times \frac{5.0 \times 10^{-6} \times 2.0 \times 10^{-6}}{0.10}$$

donde

$$E_p = 0.9 \text{ J}$$

Este resultado significa que la carga q tiene una E_p de 0.9 J arriba del valor en puntos muy distantes (infinito, en donde $E_p = 0$). Por tanto, si q fuera abandonada de esa posición y Q se mantuviera fija, la carga q será repelida y alcanzará un punto en el infinito con energía cinética E_c = 0.9 J (suponiendo depreciables otras fuerzas que actúan en q).

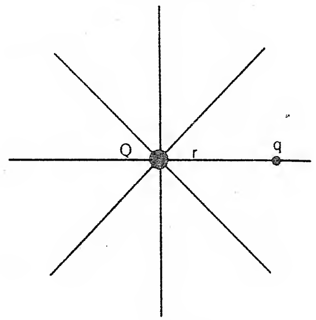


Figura II

Si el signo de la carga q fuera negativo tendremos, evidentemente, $E_p = -0.9$ J. Entonces, la energía de esta carga es menor a la que tendría en el infinito (donde $E_p = 0$). Esta carga, al ser atraída por Q, solamente puede transportarse a un punto muy alejado, si una fuerza externa realizara sobre ella un trabajo mínimo igual a 0.9 J (en este caso, alcanzaría el infinito con $E_c = 0$).

20.4 Superficies equipotenciales

❖ **Qué es una superficie equipotencial.** Consideremos una carga puntual Q y un punto P situado a una distancia r de esta carga (Fig. 20-11). Sabemos que el potencial en P está dado por

$$V = k_0 \frac{Q}{r}$$

Entonces, cualesquiera otros puntos, tales como P', P'', etc., situados a la misma distancia r de la carga Q, tendrán el mismo potencial de P. Resulta claro que estos puntos están situados sobre una superficie esférica de radio r y con su centro en Q. Una superficie como ésta, cuyos puntos están todos al mismo potencial, se denomina *superficie equipotencial* (Fig. 20-11).

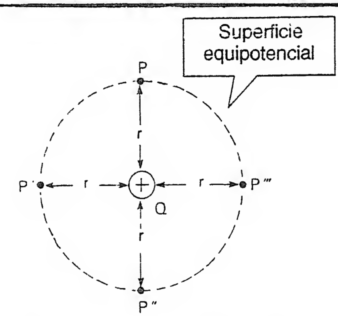


FIGURA 20-11 Los puntos P, P', P'' y P''', que poseen el mismo potencial, están situados sobre una esfera de centro en Q.

Cualquier otra superficie esférica con centro en Q será también, una superficie equipotencial, pues todos sus puntos se hallarán a la misma distancia de Q. De manera que, en la Figura 20-12, las superficies esféricas S_1, S_2, S_3, etc., son equipotenciales. Por ejemplo, observemos que, aun cuando todos los puntos de S_2, tengan el mismo potencial, este valor es, además, distinto del potencial de los puntos de S_1, o bien, de los de S_3.

En la Figura 20-12 también se representan algunas líneas de fuerza del campo originado por la carga Q. Como sabemos, dichas líneas son radiales, y por tanto, perpendiculares a las superficies equipotenciales. Se puede mostrar que esta propiedad es válida no sólo para el campo creado por una carga puntual, es decir, se trata de una propiedad general: para cualquier campo eléctrico, las líneas de fuerza siempre son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

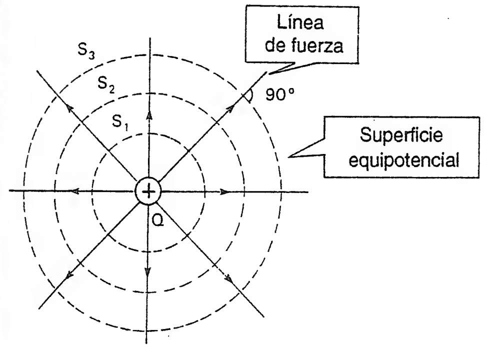


FIGURA 20-12 Superficies equipotenciales del campo creado por la carga Q.

❖ **Superficies equipotenciales en un campo uniforme.** En la Figura 20-13 consideramos un punto P en un campo eléctrico uniforme creado por las placas A y B. Como se sabe la diferencia de potencial entre la placa A y el punto P está dada por

$$V_A - V_P = Ed$$

Entonces, vemos que el potencial del punto P respecto de la placa A, únicamente depende de su distancia d a la placa (recuérdese que la intensidad del campo es constante). Así pues, los puntos P, P', P'', etc., situados a la misma distancia de la placa A, poseen el mismo potencial. Es claro entonces que una superficie plana, paralela a las placas, tal como la superficie S_1 que se muestra en la Figura 20-13, será una superficie equipotencial. De la misma manera, S_2 (o bien, S_3) también será una superficie equipotencial, pero cuyo potencial es distinto del de S_1.

Algunas líneas de fuerza del campo uniforme establecido por las placas, se representan en la Figura 20-13. Obsérvese que estas líneas son perpendiculares a las superficies equipotenciales, en concordancia con lo que afirmamos anteriormente.

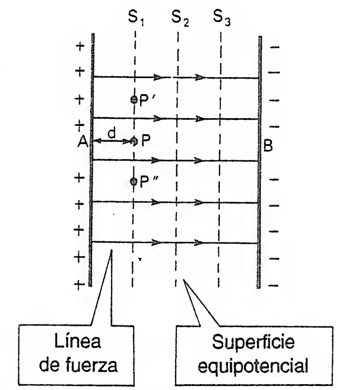


FIGURA 20-13 Las superficies equipotenciales (S_1, S_2, S_3) son perpendiculares a las líneas de fuerza del campo eléctrico.

❖ **Todos los puntos de un conductor en equilibrio electrostático tienen el mismo potencial.** Ya aprendimos que en puntos cercanos a la superficie de un conductor en equilibrio electrostático, el vector campo eléctrico es perpendicular a esta superficie. La Figura 20-14 representa un conductor en esta situación. Imaginemos una carga de prueba q que es transpor-

tada a lo largo de la superficie de este conductor, desde el punto A hasta el punto B. En tal movimiento, la fuerza eléctrica que actúa sobre q siempre será perpendicular a su desplazamiento. Por este motivo, el trabajo realizado sobre q por la fuerza eléctrica será nulo, es decir, $T_{AB} = 0$. Entonces, como

$$V_A - V_B = \frac{T_{AB}}{q}$$

vemos que

$$V_A - V_B = 0 \quad \text{o bien} \quad V_A = V_B$$

Así pues, todos los puntos de la superficie de un conductor en equilibrio electrostático tienen el mismo potencial, es decir, dicha superficie es equipotencial.

Si recordamos que el campo eléctrico es nulo en el interior de un conductor en equilibrio electrostático, podemos concluir, como hicimos al estudiar el potencial creado por una esfera, que los puntos C y D, de la Figura 20-14, se encuentran al mismo potencial, es decir, $V_C = V_D$. De la misma manera, es fácil demostrar que $V_A = V_C$, o sea, todos los puntos de un conductor en equilibrio electrostático, ya sean de su superficie, o bien, de su interior, se encuentran al mismo potencial. Ya habíamos mostrado que este resultado era válido para un conductor esférico, y ahora, acabamos de ver que se cumple para cualquier forma del conductor.

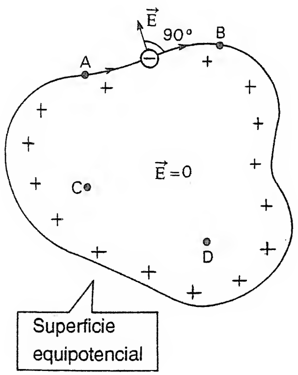


FIGURA 20-14 Todos los puntos de un conductor en equilibrio electrostático tienen el mismo potencial.

❖ **Distribución de cargas entre dos conductores.** Supongamos que dos cuerpos metálicos, 1 y 2, están electrizados con cargas Q_1 y Q_2 (Fig. 20-15). Sea V_1 el potencial del conductor 1, y así, todos los puntos de este cuerpo poseerán el mismo potencial, cuyo valor es V_1. De manera similar, sea V_2 el potencial del conductor 2.

Si establecemos el contacto eléctrico entre estos conductores, según indica la Figura 20-15, vamos a analizar lo que sucederá con el potencial y la carga de cada uno de ellos. Recordando que las cargas eléctricas tienden a moverse de un punto hacia otro cuando entre ellos existe una diferencia de potencial, concluimos que si $V_1 \neq V_2$ habrá un paso de cargas eléctricas de un conductor hacia otro. Sabemos que los electrones libres son los que pueden desplazarse en un conductor metálico, y que las cargas negativas tienden a desplazarse de los puntos donde el potencial es menor, hacia aquellos cuyo potencial es mayor. Por tanto, al conectar dos cuerpos mediante un conductor (Fig. 20-15), los electrones se desplazarán del cuerpo de menor potencial hacia el de mayor potencial.

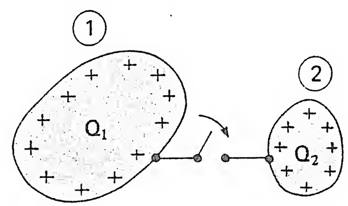


FIGURA 20-15 Cuando se establece contacto eléctrico entre dos conductores, se produce el paso de carga eléctrica de uno hacia otro hasta igualar sus potenciales.

Debido a esta transferencia de electrones, las cargas Q_1 y Q_2, así como los potenciales V_1 y V_2, se modificarán y habrá un instante en que los potenciales de ambos conductores se volverán iguales, es decir, tendremos que $V_1 = V_2$. Es claro que a partir de este instante no habrá más paso de cargas de un conductor a otro, y se habrá llegado así a una situación final de equilibrio.

EJEMPLO

Una esfera conductora (1), de radio R_1, es electrizada positivamente y conectada a otra esfera (2), también conductora, de radio R_2 y descargada.

a) Describa el proceso de transferencia de cargas de una esfera hacia la otra.

La esfera (1), estando electrizada positivamente, tendrá un potencial V_1 superior al de la esfera (2), que está inicialmente descargada (potencial inicial: $V_2 = 0$). Entonces, se produce un paso de electrones de (2) (que está a menor potencial) hacia (1) (que está a mayor potencial), según muestra la Figura 20-16a. La esfera (2) adquiere así, una carga positiva, y la esfera (1), que recibe los electrones, reduce el valor de su carga positiva. El flujo de electrones cesará cuando las esferas alcancen el mismo potencial; es decir, cuando $V_1 = V_2$ (Fig. 20-16b).

b) ¿Cuál es la relación entre las cargas Q_1 y Q_2 en las esferas cuando se llega a la situación final de equilibrio?

En el caso de equilibrio sabemos que $V_1 = V_2$. Recordando que el potencial de una esfera está dado por $V = k_0Q/R$ tendremos, en este caso:

$$k_0 \frac{Q_1}{R_1} = k_0 \frac{Q_2}{R_2}$$

donde

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

es decir, en la situación final, la carga de cada esfera será proporcional a su radio (la esfera de mayor radio queda electrizada con mayor carga).

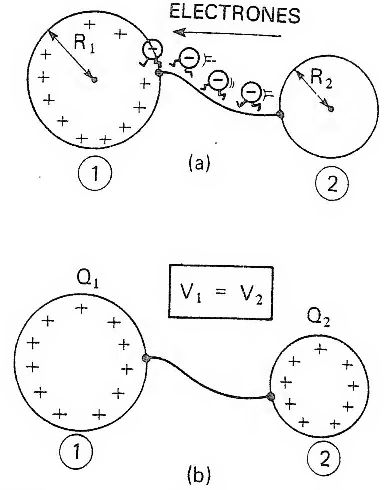


FIGURA 20-16 . Para el Ejemplo de la Sección 20.4.

c) Cuando un conductor electrizado se conecta a tierra hallamos que se descarga. Explique este hecho, teniendo en mente la respuesta de la pregunta anterior.

Esta conexión equivale a la que se muestra en la Figura 20-16, suponiendo que la esfera (2) sea la Tierra. En este caso, el radio R_2 (radio de la Tierra) será muchas veces mayor que R_1 (dimensiones de un conductor de tamaño normal). Entonces, para que la relación $Q_1/Q_2 = R_1/R_2$ sea verdadera, Q_2 debe ser muchas veces mayor que Q_1, o sea, Q_1 será despreciable respecto de Q_2. Esto equivale a decir que prácticamente toda la carga del cuerpo electrizado fue transmitida hacia la Tierra.

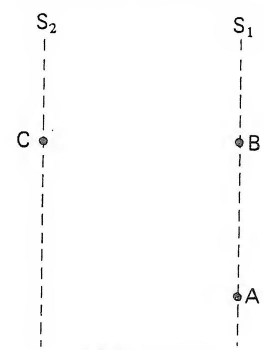
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

20. En la figura de este ejercicio, S_1 y S_2 representan dos superficies equipotenciales en una región donde existe un campo eléctrico uniforme. Sabemos que el potencial de S_1 es $V_1 = 500$ V, y el de S_2 es $V_2 = 300$ V (ambos respecto de un mismo nivel).

a) Al soltar una carga de prueba positiva en un punto situado entre S_1 y S_2, ¿cuál es el sentido de movimiento de esta carga?

b) Entonces trace en la figura algunas líneas de fuerza del campo eléctrico existente en la

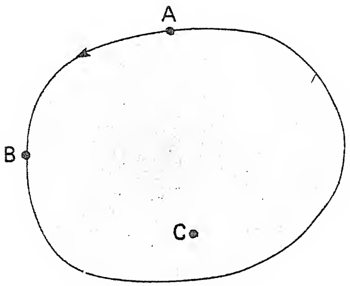


Ejercicio 20

región (no se olvide de indicar el sentido de estas líneas).

c) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B? ¿Y entre A y C?

21. Considere un bloque metálico electrizado positivamente y en equilibrio electrostático. Los puntos A y B están situados en la superficie de este bloque, y C es un punto de su interior (*véase* figura de este ejercicio). Sabiendo que el potencial de A, respecto de cierto nivel, vale V_A = 800 V, responda:
   a) ¿Cuál es el potencial del punto B (en relación con el mismo nivel)?
   b) ¿Y el potencial del punto C (considere el mismo nivel de referencia)?
   c) Si una carga de prueba fuese transportada de A hacia B, ¿cuál será el trabajo T_{AB} realizado por el campo eléctrico sobre ella?



Ejercicio 21

22. En el ejemplo resuelto al final de esta sección, suponga que la carga inicial en la esfera (1) fuese Q = 6.0 μC y que $R_1 = R_2$. ¿Cuál sería, en este caso, la carga final en cada esfera?

23. Suponga dos esferas métalicas, (1) y (2), de radios R_1 = 20 cm y R_2 = 30 cm, electrizadas ambas positivamente con cargas Q_1 = 1.8 μC y Q_2 = 1.2 μC, situadas en el aire.
   a) Calcule los potenciales V_1 y V_2 de cada esfera.
   b) El conectar las dos esferas mediante un conductor, ¿en qué sentido se producirá el flujo de electrones de una esfera a la otra?

24. Considere otra vez las esferas del ejercicio anterior. Después de establecida la conexión entre ellas, responda:
   a) ¿El valor de la carga en la esfera (1) aumenta o disminuye? ¿Y el valor de la carga en la esfera (2)?
   b) ¿El valor del potencial de la esfera (1) aumenta o disminuye? ¿Y el valor del potencial de la esfera (2)?

25. Considerando de nuevo las esferas del Ejercicio 23, al ser alcanzada la situación final de equilibrio, es decir, después de cesar el flujo de electrones:
   a) ¿El valor del potencial de la esfera (1) será mayor, menor o igual que el valor del potencial de la esfera (2)?
   b) Siendo Q'_1 y Q'_2 las cargas finales en cada esfera, ¿cuál es el valor de $Q'_1 + Q'_2$?

20.5 Un tema especial (para aprender más)

El Generador de Van de Graaff

❖ **Altos voltajes necesarios en la Física moderna.** En algunos trabajos de investigación en el campo de la Física Moderna se ha vuelto necesaria la utilización de voltajes muy elevados, cuyos valores llegan a ser de algunos millones de volts. Estas altas tensiones se emplean para acelerar partículas atómicas eléctricas (protones, electrones, iones, etc.), haciendo que adquieran grandes velocidades. Tales partículas se lanzan luego contra los núcleos atómicos de diversos elementos, provocando reacciones nucleares que son estudiadas por los físicos. Un dispositivo que permite obtener voltajes muy elevados para emplearlos en los experimentos mencionados es el *generador de Van de Graaff*. El nombre de este aparato es en honor del físico estadunidense Robert Van de Graaff, quien ideó y construyó el primer generador electrostático de este tipo en 1930.

A continuación presentamos los principios físicos en los cuales se basa el generador de Van de Graaff, se hace una descripción del aparato y se explica su funcionamiento.

❖ **Principio del funcionamiento del generador de Van de Graaff.** En este capítulo vimos que si un cuerpo metálico C, electrizado, se pone en contacto con otro cuerpo D, también metálico e inicialmente descargado, habrá una transferencia de sólo una *parte* de la carga de C hacia D (*véase* Figura 20-17). La transferencia de carga es parcial porque se interrumpe cuando se igualan los potenciales de ambos cuerpos.

Robert J. Van de Graaff (1901-1967). Ingeniero estadunidense, que después de estudiar algunos años en París, donde tuvo oportunidad de asistir a conferencias de Marie Curie, comenzó a dedicarse a la investigación en el campo de la física atómica. Cuando trabajaba en la Universidad de Oxford, Van de Graaff tuvo necesidad, para llevar a cabo sus investigaciones, de una fuente de partículas subatómicas de alta energía. Motivado así, creó el generador electrostático para aceleración de partículas, que recibió su propio nombre y encontró gran aplicación, no sólo en física atómica y nuclear, sino también en la medicina y la industria. Más tarde, al volver a Estados Unidos después de dedicarse a la investigación durante cierto tiempo, estableció una industria para fabricar ejemplares de su generador.

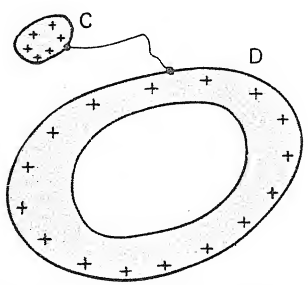


FIGURA 20-17 Cuando el cuerpo metálico C electrizado y externo con respecto a D, se pone en contacto con el conductor D (descargado), únicamente pasa hacia D parte de la carga de C.

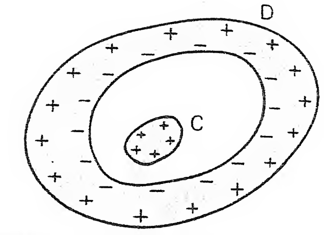


FIGURA 20-18 El conductor electrizado C, puesto en el interior del conductor descargado D, hace surgir cargas inducidas en las superficies interna y externa de D.

Ahora, supongamos que el cuerpo D posee una cavidad y que C se introduce en ella (Fig. 20-18). En estas condiciones, la carga C induce cargas eléctricas en las superficies interna y externa de D. En el caso de la Figura 20-18, la superficie interna queda electrizada negativamente, y la superficie externa, positivamente. Se observa que la carga inducida en las paredes tiene el mismo valor que la carga en el cuerpo C (que produjo la inducción). Entonces, si este cuerpo se colocara en contacto con la pared interna de D (Fig. 20-19), la carga inducida en esta pared será neutralizada por la carga de C. Por la Figura 20-19 podemos ver que, como consecuencia de esto, el cuerpo D quedará electrizado con una carga del mismo signo y valor que la carga inicial del cuerpo C. En otras palabras, lo anterior pasa como si la carga de C fuera *íntegramente* transferida a D.

Por tanto, cuando colocamos un cuerpo metálico electrizado, en contacto interno con otro, en la manera que se muestra en la Figura 20-19, toda su carga se transmite a este otro. Recuérdese que esto no sucede cuando el contacto se realiza exteriormente (Fig. 20-17).

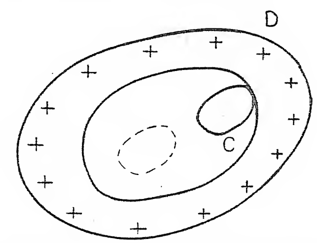


FIGURA 20-19 Cuando el cuerpo metálico C electrizado y en el interior de D, se pone en contacto con este último, toda la carga de C pasa a D.

Cuando hay un contacto interno, la transferencia de carga del cuerpo introducido a la cavidad, hacia el cuerpo externo, es íntegra, aunque éste ya posea una carga inicial. De manera que, en la Figura 20-19, si el cuerpo *C* fuera electrizado de nuevo y otra vez tocara interiormente al cuerpo *D*, su carga se transferiría totalmente hacia *D*. Esta operación puede repetirse varias veces, y así es posible acumular en *D* una cantidad de carga cada vez mayor. La carga en *D*, naturalmente, se encuentra limitada por la rigidez dieléctrica del aire que lo envuelve. Como sabemos, si la rigidez dieléctrica del aire se sobrepasara, parte de la carga acumulada en *D* tendería a escapar al aire, y por tanto, la carga máxima que puede existir en *D* es la que produce un campo igual al de la rigidez dieléctrica del aire.

❖ **Cómo funciona el generador de Van de Graaff.** El hecho de que la carga eléctrica se transfiera íntegramente de un cuerpo hacia otro cuando hay contacto interno, constituye el principio básico de funcionamiento del generador electrostático de Van de Graaff.

Este aparato se muestra esquemáticamente en la Figura 20-20. Obsérvese que está constituido por una banda o correa de transmisión que pasa por dos poleas, una de las cuales es accionada por un motor eléctrico que le imprime rotación. La segunda polea se encuentra en el interior de una esfera metálica hueca, sostenida por un soporte aislante.

Mientras la correa se mueve, es electrizada (o recibe carga eléctrica) por medio de una punta conectada a una fuente de alta tensión (unos 10 000 V). Tal carga es transportada por la banda al interior de la esfera metálica. Una punta conectada a esta esfera (Fig. 20-20) recoge la carga transportada por la correa. En virtud del contacto interno, la carga se transfiere íntegramente a la superficie externa del cuerpo esférico del generador.

Como las cargas son transportadas continuamente por la banda, van acumulándose en la esfera, hasta alcanzar el valor de la rigidez dieléctrica del aire. En los generadores de Van de Graaff utilizados en trabajos científicos, como el que se muestra en la fotografía de la Figura 20-21, el diámetro de la esfera es de varios metros y la altura del aparato alcanza en ocasiones, 15 m. En estas condiciones es posible obtener voltajes hasta de 10 millones de volts. Observemos que el voltaje obtenido en el aparato es casi mil veces mayor que el proporcionado por la fuente que electriza la banda del generador.

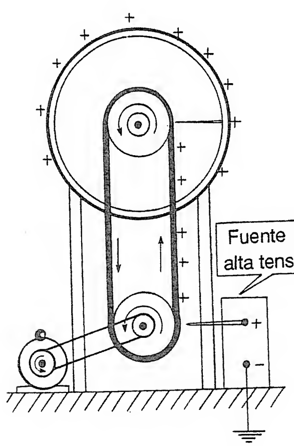


FIGURA 20-20 Esquema del generador electrostático de Van de Graaff. Las cargas transportadas por la banda hacia el interior de la esfera metálica, se transfieren totalmente hacia ellas, acumulándose en su superficie externa.

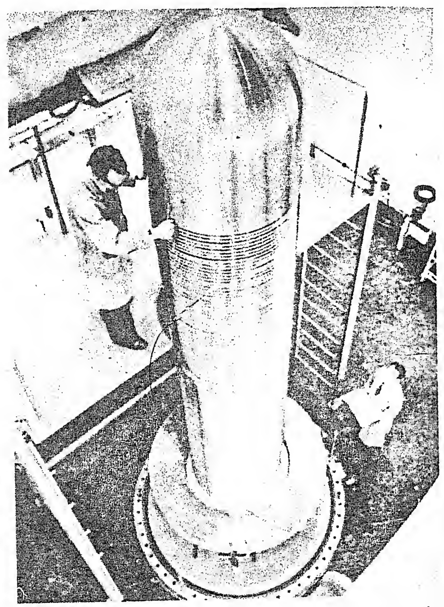


FIGURA 20-21 Generador de Van de Graaff empleado para acelerar partículas subátomicas en laboratorios de investigación. Con estos aparatos se obtienen voltajes o tensiones hasta de 10 millones de volts, o 10 MV (megavolts).

❖ **El generador de Van de Graaff en los laboratorios de enseñanza.** El generador de Van de Graaff se puede construir en pequeñas dimensiones para su empleo en los laboratorios de enseñanza. La Figura 20-22 muestra un generador de este tipo: el diámetro de su esfera mide unos 20 cm, y con él se pueden obtener tensiones de algunos millares de volts. Por lo general, en estos generadores más sencillos, la carga eléctrica proporcionada a la correa no se obtiene por medio de una fuente especial de tensión. Dicha carga se genera en la base del aparato mismo por medio de la fricción entre la polea y la banda. Además, en lugar del motor eléctrico suele utilizarse un simple mecanismo de manivela para accionar la polea y la correa. Un generador como éste se puede construir con relativa facilidad, y en manuales especializados (por ejemplo, guías de laboratorio) pueden obtenerse mayores detalles acerca del material que es posible emplear para construir el aparato.

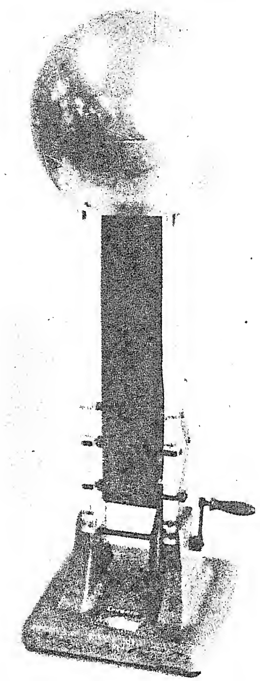


FIGURA 20-22 Foto de un generador de Van de Graaff usado en laboratorios de enseñanza de física, mediante el cual es posible obtener potenciales de algunos millares de volts.

El experimento de Millikan

❖ **La carga eléctrica está "cuantizada".** Vimos, al inicio de nuestro estudio de los fenómenos eléctricos, que sólo con el desarrollo de la Física en este siglo fue posible entender el mecanismo por el cual se electriza un cuerpo. Como se sabe, luego de establecidas las teorías acerca de la constitución del átomo, los científicos concluyeron que la electrización se debe sencillamente al hecho de que un cuerpo gana o pierde electrones.

Por este motivo, el valor de la carga eléctrica que un cuerpo posee, debe ser siempre un múltiplo entero del valor de la carga del electrón. En otras palabras, si deseamos alterar el valor de la carga de un cuerpo, la mínima variación que podría realizarse sería ceder o retirar de él únicamente un electrón. Por tanto, el valor de la carga de un cuerpo nunca podría sufrir una variación cuyo valor absoluto fuera inferior al módulo de la carga de dicha partícula, es decir, tal variación no podría ser igual a una fracción de la carga del electrón.

Siempre que esto sucede con la magnitud de una cantidad física, decimos que está *cuantizada*, significando con ello que su valor sólo puede variar *a saltos*. El menor valor de esta variación, es decir, el menor *salto* que puede sufrir el valor de la magnitud, se denomina *cuanto* (o *quantum*) de la misma. Así pues, podemos decir que la carga eléctrica es de magnitud cuantizada y que el cuanto de carga eléctrica es el valor de la carga del electrón. Los científicos de principios de nuestro siglo ya sospechaban que estas ideas eran verdaderas. En dicha época, el científico estadunidense Robert Millikan, realizó varios experimentos que corroboraron efectivamente la cuantización de la carga eléctrica, y consiguió, además, determinar el valor de la carga eléctrica del electrón.

Robert Andrews Millikan (1868-1953). Físico estadunidense, que después de estudiar en la Universidad de Berlín, al volver a su tierra se convirtió en catedrático de la Universidad de Chicago. Fue allí donde realizó su célebre experimento de la *gota de aceite* que le permitió medir el valor de la carga del electrón. Otro trabajo de Millikan de enorme repercusión fue la comprobación experimental de la ecuación de Einstein referente al efecto fotoeléctrico. Por medio de este trabajo obtuvo un valor muy preciso para la constante de Planck. Millikan, al convertirse en un famoso investigador, fue objeto de varios homenajes y ocupó varios cargos importantes, entre los cuales destaca la representación de su país en la extinta Liga de las Naciones. En 1923 recibió el Premio Nobel de Física por sus estudios relacionados con la carga elemental del electrón y el efecto fotoeléctrico.

❖ **El experimento de Millikan.** Aun cuando los experimentos realizados por Millikan fueron muy laboriosos, y tomaron un lapso de varios años de trabajo de este científico, las ideas básicas en las cuales se apoyan son relativamente sencillas, como describiremos a continuación.

La Figura 20-23 presenta un esquema del dispositivo usado por Millikan. En la cámara superior del dispositivo se rocían pequeñas gotas de aceite por medio de un pulverizador. Estas gotitas, en el proceso mismo de formación, adquieren una carga eléctrica, generalmente negativa. Millikan deseaba medir el valor de la carga eléctrica en las gotas, y para ello estableció una diferencia de potencial V_{AB} entre las placas A y B que se indican en la Figura 20-23. De esta manera, entre estas placas se estableció un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$, cuya magnitud, como ya sabemos, está dada por $E = V_{AB}/d$, donde d es la distancia entre las placas. Algunas gotas, al pasar a través del pequeño orificio existente en la placa superior, penetran en este campo, quedando entonces bajo la acción de dos fuerzas: su propio peso, $m\vec{g}$, dirigido hacia abajo, y la fuerza eléctrica $\vec{F} = q\vec{E}$, dirigida hacia arriba (*véase* Figura 20-23).

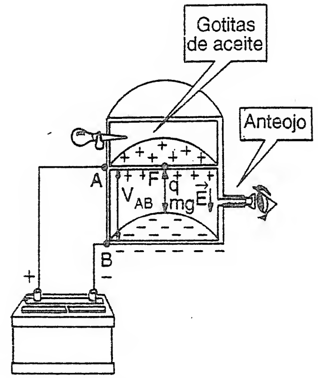


FIGURA 20-23 Esquema del dispositivo empleado por Millikan para medir la carga eléctrica elemental del electrón.

Millikan hacía variar el voltaje V_{AB} hasta que la gotita, observada a través de un anteojo, quedara en reposo entre ambas placas. En esta situación, el valor de la fuerza eléctrica era igual al peso de la gota de aceite,

$$qE = mg$$

donde

$$q = \frac{mg}{E}$$

Como la intensidad del campo eléctrico se podía calcular por la expresión $E = V_{AB}/d$, y Millikan conocía la masa m de cada pequeño glóbulo, pudo obtener el valor de la carga q existente en cada gota de aceite. La fotografía que presentamos en la

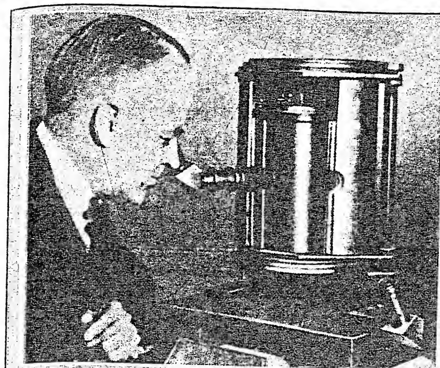


FIGURA 20-24 Millikan realizando observaciones en el célebre aparato electrométrico de gotas de aceite.

Figura 20-24 muestra al mismo Millikan realizando observaciones en el aparato que construyó para realizar el experimento que acabamos de describir.

❖ **Millikan determina el valor de la carga del electrón.** En el lapso de 1906 a 1913, Millikan realizó un gran número de experimentos para medir el valor de la carga eléctrica adquirida por millares de gotitas de aceite. Los resultados de tales experimentos le permitieron concluir que, en efecto, la carga eléctrica es una magnitud cuantizada, y le permitió también determinar el valor del cuanto de electricidad (el valor de la carga del electrón).

Utilizando la relación $q = mg/E$ para calcular la carga de diversas gotitas, se obtuvieron valores que siempre eran múltiplos de una carga dada. Ésta, a su vez, representaba el menor valor obtenible, o sea, ninguna de las gotitas analizadas poseía una carga de valor inferior a este mínimo. Para aclarar un poco las conclusiones obtenidas por Millikan, consideremos los siguientes datos, que representan posibles valores de la carga eléctrica que se observa en algunas gotas:

1a. gota: $q_1 = 6.4 \times 10^{-19}$ C
2a. gota: $q_2 = 3.2 \times 10^{-19}$ C
3a. gota: $q_3 = 1.6 \times 10^{-19}$ C
4a. gota: $q_4 = 8.0 \times 10^{-19}$ C
5a. gota: $q_5 = 4.8 \times 10^{-19}$ C

Como vemos, el menor valor de la carga en una gota es 1.6×10^{-19} C y todas las demás cargas son múltiplos de este valor mínimo. Millikan concluyó por esto, que la tercera gotita adquirió únicamente un electrón en exceso, y por tanto, el valor de la carga del electrón era 1.6×10^{-19} C. Entonces, en las demás tenemos:

1a. gota: 4 electrones en exceso
2a. gota: 2 electrones en exceso
4a. gota: 5 electrones en exceso
5a. gota: 3 electrones en exceso

Experimentos posteriores, realizados en otros campos de la Física, proporcionaron resultados en perfecta concordancia con las conclusiones obtenidas por Millikan. Por sus trabajos, principalmente por la determinación del valor de la carga del electrón, este científico recibió el Premio Nobel de Física en 1923.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

26. Después de resolver este ejercicio, tendrá una idea de los altos voltajes necesarios en el campo de la Física moderna. Para que un protón logre penetrar en el núcleo de un átomo de oro, debe tener una energía cinética mínima cercana a $E_c = 8 \times 10^{-12}$ J. Esta energía cinética la proporciona al protón por dispositivos conocidos como "aceleradores de partículas", que le aplican una diferencia de potencial V_{AB}. Determine el valor de V_{AB}.

27. Diez esferas metálicas pequeñas, cada una con carga de 0.1 μC, se utilizan para electrizar una

esfera metálica hueca más grande, tocándola sucesivamente con cada una de las esferas pequeñas. Indique si la carga final en la esfera grande será menor o igual a 1 μC, suponiendo que los contactos sucesivos se hicieran:

a) Internamente.

b) Externamente.

28. Como se indicó en el texto, los generadores de Van de Graaff permiten obtener potencial de hasta 10 millones de volts. Suponga que la esfera de cierto generador tenga un radio $R = 1.8$ m.

a) ¿Cuál carga debe proporcionarse a esta esfera para que adquiera aquel potencial?

b) ¿Si la esfera estuviera en el aire, en condiciones normales, ¿sería posible que adquiriera aquel potencial? Explique su respuesta.

29. Se sabe que la rigidez dieléctrica del aire depende de la presión a la que está sometido, y es directamente proporcional a esta presión. Debido a esto, las esferas de los generadores de Van de Graaff generalmente se colocan en cámaras presurizadas (que contienen aire a alta presión) para poder alcanzar potenciales más altos.

a) En el ejercicio anterior, ¿cuál debe ser la presión mínima del aire en la cámara que encierra a la esfera para que pueda alcanzar el potencial de 10 millones de volts, mencionado?

b) ¿Cuál sería la presión mínima de este aire para que el aparato pudiera utilizarse para acelerar el protón del Ejercicio 26?

30. Suponga que la banda del generador Van de Graaff del Ejercicio 28, transporte cargas para su esfera con una tasa de 50 μC/s. ¿Cuánto tiempo se necesitaría para que el generador Van de Graaff alcance el potencial de 10×10^6 V, considerado?

31. En el ejercicio anterior, considere que el potencial de la esfera del generador Van de Graaff ha alcanzado 10×10^6 V y que, debido a "fugas de cargas" para el aire, este potencial se mantiene constante, a pesar de que la banda continúe transportando cargas para la esfera. ¿Cuál debe ser la potencia del motor que acciona la banda, para mantener la situación descrita?, (desprecie las fuerzas de fricción).

32. *a*) ¿Qué significa decir que una magnitud está cuantizada?

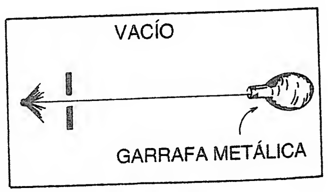
b) ¿Cuál es el valor del *quantum* de carga eléctrica?

33. Al resolver este ejercicio tendrá una idea de cómo eran extremadamente pequeñas las gotas de aceite que Millikan utilizó en sus experimentos para obtener la carga del electrón. Suponga que en uno de esos experimentos, Millikan haya usado dos placas separadas por una distancia $d = 1.5$ cm, sometidas a una diferencia de potencial $V_{AB} = 600$ V. Considerando que una gotita con 5 electrones en exceso hubiera quedado en equilibrio entre las placas y recordando que la carga del electrón es $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C:

a) Determine el valor de masa m, de esa gota (tome $g = 10$ m/s^2).

b) ¿Cuántas de estas gotitas podría obtener Millikan con sólo 1 gramo de aceite?, (exprese este número con palabras).

34. Como ya lo mencionamos en esta sección, después del de Millikan, se realizaron otros experimentos y aportaron resultados siempre acordes con el valor de la carga del electrón. Este ejercicio le permitirá conocer uno de esos experimentos. En la figura de este ejercicio se muestra un haz de electrones, emitido por un tubo electrónico, dirigido hacia el interior de un garrafón metálico y recogidos en sus paredes. Debido a esto, el garrafón metálico va adquiriendo una carga eléctrica negativa. En una reproducción de este experimento, mediante dispositivos modernos (contador de electrones) se midió el número de electrones emitidos por segundo por el tubo electrónico y se observó que eran 1.0×10^8 electrones/s. Después de transcurrido un tiempo $t = 5.0$ horas, al medir la carga acumulada en el garrafón, se verificó que tenía un valor de 0.28 μC. ¿Cuál es el valor de la carga del electrón que se obtuvo con los datos de este experimento? Compruebe si este valor está de acuerdo con el valor que encontró Millikan.



Ejercicio 34

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) Escriba la ecuación que define la diferencia de potencial (tensión o voltaje) entre dos puntos. Explique el significado de los símbolos que aparecen en dicha ecuación.

b) ¿Cuál es, en el SI, la unidad de medida de la diferencia de potencial eléctrico?

c) ¿La diferencia de potencial es una cantidad escalar o vectorial?

2. *a*) ¿La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa o disipativa? Explique.

b) Entonces, ¿el valor de la tensión entre dos puntos depende del camino seguido por la carga de prueba que se usa para calcular esta magnitud?

3. *a*) ¿Una carga positiva tiende a desplazarse hacia regiones donde el potencial es mayor o menor?

b) ¿Y una carga negativa?

c) Dé un ejemplo que ilustre sus respuestas anteriores.

4. *a*) Escriba la expresión que proporciona la diferencia de potencial en un campo uniforme. Explique el significado de los símbolos que aparecen en esta expresión.

b) Trace un croquis de la gráfica $V_{AB} \times d$ en un campo uniforme determinado.

c) ¿Qué representa la pendiente de esta gráfica?

d) ¿Cuál es la unidad de E (equivalente a 1 N/C) que se obtiene de la expresión $V_{AB} = Ed$?

5. Explique, con sus palabras, lo que entiende por potencial en un punto en relación con un nivel determinado.

6. *a*) Escriba la expresión que proporciona el potencial en un punto del campo de una carga puntual. Explique el significado de los símbolos que aparecen en esa expresión.

b) Describa cómo se calcula el potencial en un punto del campo establecido por varias cargas puntuales.

7. Explique cómo se calcula el potencial en el campo establecido por una esfera metálica electrizada, en puntos:

a) Exteriores a ella.

b) De su superficie.

c) De su interior.

8. *a*) Diga, con sus propias palabras, qué entiende por superficie equipotencial.

b) Trace un croquis que indique algunas superficies equipotenciales en un campo uniforme.

c) Haga lo mismo para el campo creado por una carga puntual.

9. Explique por qué, si conocemos el potencial en un punto cualquiera de un conductor en equilibrio electrostático, podemos determinar el potencial en cualquier otro punto de dicho conductor.

10. Siendo V_1 y V_2 los potenciales de dos cuerpos metálicos:

a) Si se les conecta mediante un conductor, ¿en qué condiciones habrá paso de cargas eléctricas de uno hacia el otro?

b) Al producirse el paso de cargas, ¿cuál será el sentido del flujo de electrones entre estos dos cuerpos?

c) Cuando dicho flujo de cargas se interrumpe, ¿cuál será la relación entre V_1 y V_2?

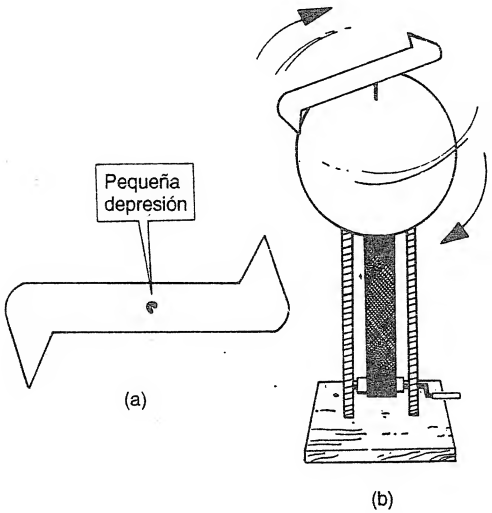
DOS EXPERIMENTOS SENCILLOS

Observación: Para realizar estos experimentos, tendrá necesidad de emplear un dispositivo que le proporcione una cantidad de carga eléctrica mucho mayor que la que se puede obtener con un peine frotado.

Por ejemplo, uno de estos dispositivos es el generador de Van de Graaff, descrito en *Un tema especial* de este capítulo. Si el laboratorio de su escuela no posee un generador como éste, podrá tratar de construirlo siguiendo la descripción dada en *Un tema especial*, o bien adquirirlo, quizás en cooperación con sus compañeros, o recurriendo a alguna institución.

PRIMER EXPERIMENTO

El poder de las puntas (analizado en *Un tema especial* del capítulo anterior) puede emplearse para producir la rotación de un pequeño objeto metálico, que suele



Primer Experimento

denominarse *molinete eléctrico*. Trate de construir y poner en funcionamiento su aparato, de acuerdo con las siguientes instrucciones:

1. Corte un pedazo de lámina delgada (hojalata) de unos 5 cm de longitud, y déle la forma que se muestra en (a) en la figura de este experimento. Hágale en su parte central una pequeña depresión, como se indica en la figura. Así habremos construido un molinete.

2. Coloque una aguja en la esfera metálica del generador de Van de Graaff (por ejemplo, fijándola con cinta adhesiva), teniendo cuidado de que la aguja esté en contacto con la esfera. Vea (b) en la figura de este experimento.

3. Apoye la depresión hecha en el molinete, sobre la punta de la aguja, de manera que quede en equilibrio prácticamente según la horizontal. Al hacer funcionar el generador de Van de Graaff, el molinete entrará en rotación con una velocidad relativamente elevada.

4. El movimiento del aparato, como ya dijimos, se relaciona con el poder eléctrico de las puntas. En las proximidades de las puntas electrizadas del molinete, el aire se ioniza, y los iones que poseen cargas del mismo signo que las puntas, son repelidos por ellas. Estos iones, a su vez, repelen las puntas (fuerza de reacción), poniendo en rotación al aparato. Observe en el experimento el sentido de rotación del torniquete, y compruebe si concuerda con esta explicación.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Al realizar este experimento, usted podrá visualizar las líneas de fuerza de algunos campos eléctricos creados por cuerpos electrizados.

1. Coloque en un recipiente aplanado de plástico, un poco de aceite (por ejemplo, de cocina), y distribuya en su superficie una cierta cantidad de semillas de pasto o césped, que pueda conseguir fácilmente.

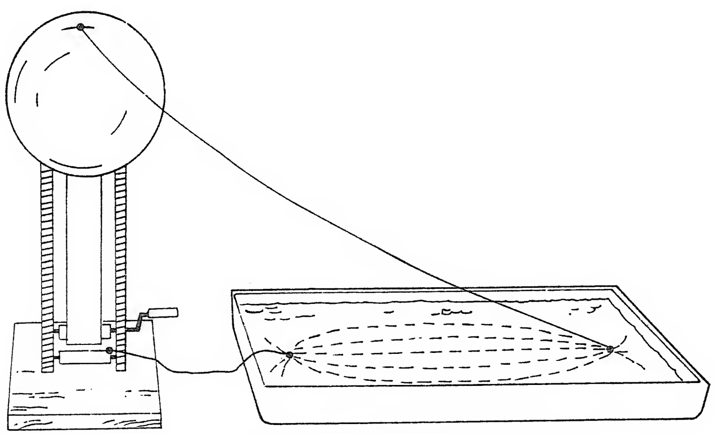
2. Sujete el extremo de un alambre metálico a la esfera de un generador de Van de Graaff (por ejemplo, cinta adhesiva), y adapte al otro extremo una esferita metálica (por ejemplo, de papel aluminio), introduciéndola en el recipiente, como indica la figura de este experimento. Repita el procedimiento con otro alambre conectado a la base del generador, en donde se desarrolla una carga de signo contrario al de su esfera (*véase* figura).

Observación: Si para mantener los alambres introducidos en el aceite tuviera que detenerlos con las manos, deberán estar *aislados* para evitar que la carga se transfiera a la tierra.

3. Ponga a funcionar el generador y observe que las semillas se orientan a lo largo de las líneas de fuerza, mostrando la configuración del campo eléctrico existente entre las puntas de dichos alambres. En el Capítulo 19 busque la figura que ilustra una configuración de líneas de fuerza similar a ésta que observa.

4. Sujete una placa metálica plana en el extremo de cada uno de los alambres, y sumérjalas en el aceite, de manera que queden verticales y paralelas. Observe ahora cómo quedan orientadas las semillas. ¿La configuración de las líneas de fuerza le hace considerar que este campo es uniforme? Explique su repuesta.

5. Retire la placa del extremo de uno de los alambres y sumerja una vez más dicho extremo en el aceite. Observe ahora la configuración del campo eléctrico existente entre una placa y una punta, electrizadas con cargas de signos contrarios. Trace un croquis que reproduzca la forma de las líneas de fuerza en este caso.



Segundo Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Suponga que una lámpara incandescente se conecta a un tomacontacto de 120 V, y se enciende durante 1.0 h.

a) Si cada segundo pasa una carga de 1.0 C por el foco, ¿cuál es el valor de la carga total que pasó a través de ella?

b) ¿Cuánto vale el trabajo realizado sobre esta carga por el campo eléctrico existente entre las terminales del contacto?

2. Como vimos en el Problema 4 del Capítulo 9, la energía eléctrica se mide generalmente con una unidad denominada *kilowatt-hora* (1 kWh), cuyo valor es 1 kWh = 3.6×10^6 J. Considerando el problema anterior:

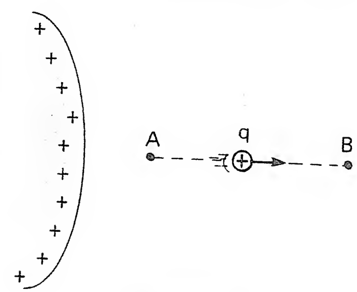
a) Exprese en kWh el trabajo realizado por el campo eléctrico.

b) Suponiendo que 1 kWh de energía eléctrica costase $20.00, calcule el precio que tendría que pagar por el consumo de energía.

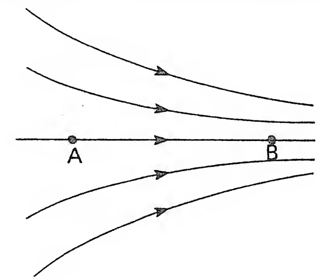
3. Una carga de prueba positiva $q = 2.0$ µC es transportada desde A hasta B por la acción de un campo eléctrico y de una fuerza externa (*véase* figura de este problema). Si sabemos que esta fuerza externa realiza sobre la carga un trabajo de 0.70 J, y que su energía cinética aumenta 1.20 J en este desplazamiento, determine:

a) El trabajo realizado por el campo eléctrico sobre la carga de prueba.

b) La diferencia de potencial entre los puntos A y B.



Problema 3



Problema 4

4. La figura de este problema representa las líneas de fuerza de un campo eléctrico.

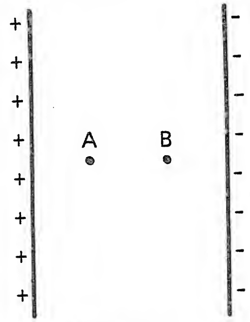
a) Observando estas líneas de fuerza, diga si la intensidad del campo en A es mayor, menor o igual a la intensidad del campo en B.

b) Imaginando una carga positiva que se suelta entre A y B, diga si el potencial de A es mayor, menor o igual al de B.

5. En este capítulo dijimos que las unidades N/C y V/m, utilizadas para medir la intensidad del campo eléctrico, son equivalentes. Trate de demostrar la veracidad de esta afirmación, es decir, compruebe que 1 V/m = 1 N/C (recuerde las definiciones de 1 V y de 1 J).

6. Considere la Figura 20-4 y suponga que la distancia d entre las placas se mantiene constante. Al crecer continuamente el valor de las cargas en cada placa, se observa que el campo entre ellas también aumenta.
   a) Trace un croquis que ilustre el aspecto de la gráfica $V_{AB} \times E$ (tensión entre las placas en función de la intensidad del campo).
   b) ¿Qué representa la pendiente de esta gráfica?

7. Los puntos A y B que se muestran en la figura de este problema están situados entre dos grandes placas paralelas, electrizadas con cargas del mismo valor y de signos contrarios. Sabiendo que los potenciales de A y B valen (ambos respecto de un mismo nivel) V_A = 500 V y V_B = 100 V, y que la distancia de A a B es de 2.0 cm, concluimos que las intensidades del campo eléctrico en A y B valen, respectivamente:

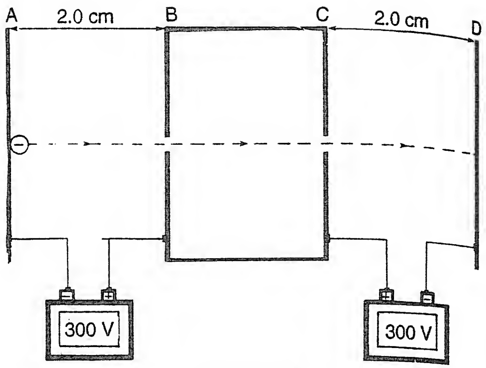


Problema 7

   a) 500 V/m y 100 V/m.
   b) 500 V/m y 250 V/m.
   c) 800 V/m y 800 N/C.
   d) 2.0×10^4 V/m y 2.0×10^4 N/C.
   e) 2.5×10^4 V/m y 5.0×10^3 V/m.

8. En el problema anterior suponga que una partícula, electrizada positivamente con una carga q = 1.5 μC, se libera (en reposo) en el punto A. Considere que sobre la partícula sólo actúa la fuerza debida al campo eléctrico y calcule:
   a) El trabajo realizado sobre ella por la fuerza eléctrica en el desplazamiento de A hacia B.
   b) La energía cinética con la que la partícula llega a B.
   c) La velocidad de la partícula al pasar por B, sabiendo que su masa es m = 3.0 mg.

9. La figura de este problema muestra dos grandes placas metálicas A y D, y una caja metálica hueca cuyas caras B y C son paralelas a las placas. Dos fuentes eléctricas, de 300 V cada una, se conectan

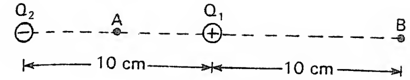


Problema 9

a las placas y a la caja, en la forma que indica la figura. Considerando la placa A como nivel cero de potencial, indique cuáles de las afirmaciones siguientes son *correctas*:
   a) El campo eléctrico entre A y B está dirigido de B hacia A y tiene un valor de 1.5×10^4 V/m.
   b) El campo eléctrico entre B y C es nulo.
   c) El campo eléctrico entre C y D se encuentra dirigido de C hacia D y tiene un valor de 1.5×10^4 V/m.
   d) Los potenciales de las caras B y C son iguales a 300 V.
   e) El potencial de la placa D es cero.

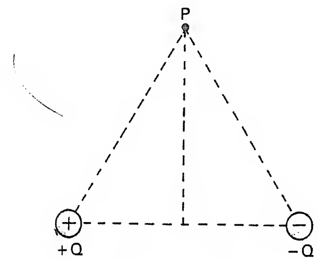
10. Un electrón, liberado (desde el reposo) cerca de la placa A, sigue la trayectoria que se muestra en la figura del problema anterior, pasando a través de pequeños orificios existentes en B y C. Analice las afirmaciones que siguen e indique las que son *incorrectas*:
   a) Entre A y B, el movimiento del electrón es rectilíneo uniforme.
   b) Entre B y C, la energía cinética del electrón no varía.
   c) Entre C y D, el movimiento del electrón es uniformemente retardado.
   d) Al llegar a la placa D la velocidad del electrón es nula.
   e) La velocidad del electrón aumenta continuamente desde A hasta D.

11. Dos cargas puntuales, Q_1 = 5.0 μC y Q_2 = 2.0 μC, colocadas en el aire, se encuentran separadas 10 cm (*véase* figura de este problema). Si sabemos que el punto A está situado en medio del segmento que une Q_1 con Q_2, y que el punto B dista 10 cm de Q_1, calcule:
   a) El potencial del punto A.
   b) El potencial del punto B.
   c) La diferencia de potencial entre A y B.



Problema 11

12. Un punto P se encuentra a la misma distancia de dos cargas puntuales $+Q$ y $-Q$ (*véase* figura de este problema). Siendo E la intensidad del campo originado por estas cargas en P, y V el potencial establecido en este punto, es *correcto* afirmar que:

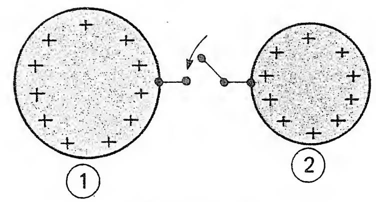


Problema 12

   a) $E = 0$ y $V = 0$.
   b) $E \neq 0$ $V = 0$.
   c) $E = 0$ y $V \neq 0$.
   d) $E \neq 0$ y $V \neq 0$.

13. Una esfera metálica se encuentra electrizada positivamente, en equilibrio electrostático. Sabemos que el potencial de un punto de la superficie de esta esfera vale 800 V y que su radio es R = 10 cm. Podemos, entonces, concluir que la intensidad del campo E y el potencial V en el centro de la esfera tienen por valor:
   a) $E = 0$ y V = 800 V
   b) $E = 0$ y $V = 0$
   c) E = 80 V/cm y V = 800 V
   d) $E = 8.0 \times 10^3$ V/m y $V = 0$
   e) E = 800 V/m y V = 800 V

14. Dos esferas metálicas (1) y (2), de radio R_1 y R_2, siendo $R_1 > R_2$, están electrizadas positivamente (*véase* figura de este problema). Se conectan luego las esferas por medio de un conductor; luego de alcanzar el equilibrio electrostático, designemos por Q_1 y Q_2 las cargas en cada esfera, y por V_1 y V_2 el potencial de cada una. Entonces, podemos afirmar que:
   a) $V_1 > V_2$ y $Q_1 > Q_2$.
   b) $V_1 > V_2$ y $Q_1 = Q_2$.
   c) $V_1 = V_2$ y $Q_1 > Q_2$.
   d) $V_1 = V_2$ y $Q_1 = Q_2$.
   e) $V_1 < V_2$ y $Q_1 = Q_2$.



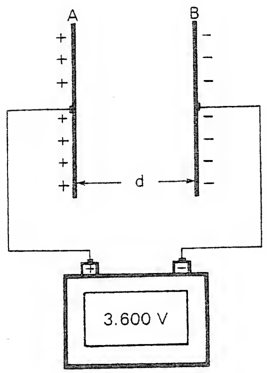
Problema 14

15. En el ejemplo resuelto al final de la Sección 20.4, suponga que la carga inicial en la esfera (1) es Q = 6.0 μC (recuerde que la esfera (2) se encontraba inicialmente descargada). Si R_1 = 30 cm y R_2 = 10 cm, calcule los valores de Q_1 y Q_2 de las cargas finales de cada esfera.

16. Si el valor del potencial es constante en todos los puntos de cierta región del espacio, ¿qué se puede concluir acerca de la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ en esta región?

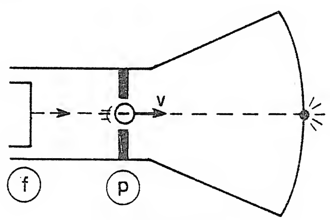
17. La energía de partículas atómicas suele medirse en una unidad denominada *electrón-volt* (eV). Dicha unidad es igual a la energía que un electrón adquiere cuando es acelerado entre dos puntos entre los cuales existe una diferencia de potencial de 1 V. Considerando esta información, diga cuál será, en eV, la energía adquirida por las partículas siguientes, al pasar entre dos puntos A y B, entre los cuales existe un voltaje $V_A - V_B$ = 20 kV:
   a) Un electrón, al pasar de B a A.
   b) Un protón, al pasar de A a B.
   c) Un neutrón, al pasar de A a B.
   d) Una partícula alfa (formada por la unión de dos protones y dos neutrones), al pasar de A a B.

18. Un conjunto de fuentes eléctricas especiales está conectado a dos placas metálicas, estableciendo entre ellas una diferencia de potencial V_{AB} = 3 600 V (*véase* figura de este problema). Sabemos que el voltaje mantenido por el dispositivo siempre es el mismo, independientemente de la distancia entre las placas.
   a) Si acercamos una placa a otra, ¿qué sucederá con la intensidad del campo entre ellas?
   b) Se halla que si el campo entre las placas alcanza el valor de 3×10^6 N/C, el aire entre ellas se vuelve conductor y se observa que una chispa eléctrica "salta" de una placa hacia la otra. Entonces, al aproximar la placa A a la placa B, ¿para qué valor de d "saltará" la chispa entre ellas?



Problema 18

19. En un cinescopio de televisor existe un filamento f y una placa p (*véase* figura de este problema), entre los cuales se establece cierto voltaje V_{pf}. Al calentarse el tubo, el filamento emite electrones (con velocidad prácticamente nula) que son acelerados por la diferencia de potencial, en dirección a la placa p, pasan luego por un orificio existente en ella y se desplazan hasta llegar a la pantalla.

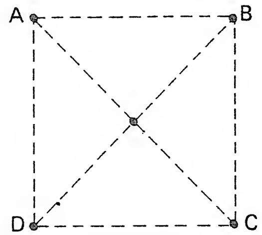


Problema 19

a) Determine la expresión que proporciona la velocidad v del electrón al pasar por el orificio existente en la placa (dé su respuesta en función de la carga q del electrón, de su masa m y del voltaje V_{pf}).

b) En un cinescopio de televisor, un electrón, acelerado por un voltaje V_{pf} = 15 000 V, llegó a la placa con una velocidad v. ¿Cuál debería ser el valor de la tensión o voltaje entre la placa y el filamento, para que el electrón pudiera llegar a la placa con una velocidad dos veces mayor?

20. Consideremos cuatro cargas puntuales, todas de igual valor Q, pero dos positivas y dos negativas. Describa cómo debemos distribuir estas cargas en los vértices del cuadrado $ABCD$ que se muestra en la figura de este problema, de manera que la intensidad del campo y el potencial en el centro del cuadrado sean ambos nulos.



Problema 20

21. Al "cargarse" una batería, una carga eléctrica total de 2.0×10^5 C es transportada de un polo a otro, entre los cuales existe una diferencia de potencial de 12 V.

a) ¿Cuál es la cantidad de energía almacenada en esta batería?

b) Se sabe que la masa de la batería es de 20 kg, ¿a qué altura podría levantarse si toda la energía que almacena fuera utilizada para realizar este trabajo? (considere g = 10 m/s^2).

22. En el Problema 19, suponga que la potencia eléctrica utilizada para acelerar los electrones entre f y p (tubo electrónico) sea de 30 W. Considere V_{pf} = 15 000 V, para determinar cuántos electrones alcanzan la pantalla por segundo.

23. En una lámpara de gas neón (tubo de neón), los electrodos están a una distancia de 120 cm y la diferencia de potencial entre ellos es de 8.0×10^3 V.

a) Calcule la aceleración de un ion de neón cuya masa es 3.2×10^{-26} kg y cuya carga, en módulo, es igual a la carga del electrón (suponga que el campo eléctrico entre los electrodos es uniforme).

b) Si el ion parte de reposo en el electrodo positivo y se desplaza libremente, ¿cuál es la energía cinética con la que alcanza al electrodo negativo? Presente su respuesta en keV (quilo-electrón-volt) y en Joules.

c) ¿Por qué es muy poco probable que el ion alcance al electrodo negativo con la energía calculada en (b)?

24. El potencial de una nube es de 8.0×10^6 V en relación con el suelo. Al ocurrir un rayo, una carga de 40 C se transfiere entre la nube y el suelo (suponga que el potencial de la nube se mantiene constante durante la descarga).

a) ¿Cuántos días podría permanecer encendido un foco de 100 W, utilizando la energía liberada en este rayo? (considere 1 día = 9.0×10^4 s)

b) ¿Cuál es la masa de agua a 0°C que podría llevarse a ebullición consumiendo la energía mencionada en (a)? (considere 1 cal = 4 J).

25. Dos conductores esféricos, A y B, de radios $R_A = R$ y $R_B = 2R$, están aislados y distantes uno del otro. Las cargas de las dos esferas son del mismo signo y la densidad superficial de la carga de A es dos veces mayor que la de B. Si las dos esferas se conectan con un alambre conductor, verifique si habrá paso de carga de una para la otra. Explique su respuesta.
Observación: La *densidad superficial de carga eléctrica*, σ (letra griega *sigma*), en la superficie de un cuerpo se obtiene al dividir la carga Q distribuida en la superficie por su área A, es decir: $\sigma = Q/A$ (esta magnitud expresa el valor de la carga por unidad de área en la superficie).

26. El potencial de una esfera conductora A, de radio R_A = 0.50 cm es V_A = 10 V. Una segunda esfera B, de radio R_B = 1.0 cm, tiene un potencial V_B = 16 V. Si se conectan las dos esferas con un alambre conductor delgado, determine el potencial de cada esfera, después de establecerse el equilibrio electrostático de las cargas.

27. En el Problema 9, considere x para la distancia desde un punto cualquiera hasta la placa A (considere solamente los puntos situados entre las placas A y D). Utilice los valores proporcionados y calculados en aquel problema para trazar una gráfica que muestre cómo varía con la distancia x (tome BC = 2.0 cm):

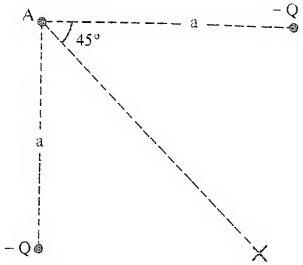
a) La intensidad E del campo eléctrico (considere el valor del campo positivo si $\vec{E}$ apunta hacia la derecha y recíprocamente).

b) El potencial eléctrico V (considere el nivel de potencial en la placa A).

28. Dos cargas eléctricas puntuales $-Q$ están a una distancia a del punto A, como se muestra en la figura de este problema.

a) ¿A qué distancia x de A, sobre la recta AX, debemos colocar una carga eléctrica puntual $+Q$, para que el potencial en A (en relación con el infinito) sea nulo?

b) ¿Existen otros puntos del plano de la figura en los cuales la carga $+Q$ podría colocarse para obtener el mismo resultado?



Problema 28

29. Dos esferas metálicas, del mismo radio, están cargadas inicialmente con cargas Q_A y Q_B. Al establecerse la conexión entre las esferas, para cada uno de los casos siguientes diga cual es el sentido del movimiento de los electrones y la carga final en cada una:

a) Q_A = +6.0 μC y Q_B = 0

b) Q_A = +6.0 μC y Q_B = +4.0 μC

c) Q_A = −6.0 μC y Q_B = −4.0 μC

d) Q_A = −6.0 μC y Q_B = +4.0 μC

30. El núcleo de un átomo de oro tiene una carga positiva, correspondiente a 79 protones allí presentes. En sus famosos experimentos, Rutherford enviaba partículas α (carga positiva correspondiente a 2 protones), con energía cinética de 5 MeV (cinco millones de electrón-volt = 5 mega-electrón-volt) contra una lámina de oro muy delgada. Suponga que la trayectoria de las partículas α está dirigida directamente a un núcleo de oro. Si se sabe que el radio del núcleo de oro es igual a 5.0×10^{-15} m, verifique si esta partícula va a penetrar en el núcleo, si va a tocar solamente su superficie, o si va a detenerse (regresando sobre sí misma) a una distancia grande del núcleo.

31. Una carga puntual q = −1.0 μC está en reposo a una distancia r = 6.0 cm de una carga puntual fija Q = −2.0 μC.

a) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de la carga q con relación al infinito?

b) Al abandonarse q, a medida que se desplaza su E_p, ¿aumenta, disminuye o no se altera?

c) En ausencia de fricción, cuando la carga q llega al infinito ¿tiene alguna energía? Explique su respuesta.

32. Considere un protón fijo en cierto punto y un electrón muy alejado de él, en reposo. Si se abandona el electrón y se supone que sea atraído por el protón:

a) A medida que el electrón se desplaza su E_p, ¿aumenta, disminuye o no se altera? ¿Y su E_c?

b) Cuando la distancia del electrón al protón fuera igual a 10^{-10} m (orden de magnitud del radio del átomo de hidrógeno), ¿cuál será su E_p? ¿Y su E_c? (considere solamente el orden de magnitud de las cargas del protón y del electrón y tome $k_0 = 10^{10}$ N · m²/C²).

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Un protón penetra con energía cinética de 2.4×10^{-16} J en una región extensa de un campo eléctrico uniforme cuya intensidad es 3.0×10^4 N/C. La trayectoria descrita es rectilínea, con la partícula invirtiendo el sentido del movimiento después de recorrer una distancia *d*. ¿Cuál es el valor de *d*?

a) 5 cm *b)* 10 cm *c)* 15 cm *d)* 20 cm *e)* 50 cm

2. Analice las afirmaciones siguientes e indique las *correctas*. Se denomina 1 electrón-volt (1 eV) a la energía que un electrón adquiere cuando es acelerado por un voltaje de 1 V.

I. Un protón, acelerado por un voltaje de 10^6 V, adquiere una energía de 10^6 eV.

II. Un neutrón, abandonado en un campo eléctrico de 10^4 V/m, adquiere una energía de 10^4 eV.

III. Una partícula-alfa, acelerada por un voltaje de 10^6 V, adquiere una energía de 10^6 eV.

3. Considere dos grandes placas planas, paralelas, cargadas con cargas iguales y contrarias. Cuando decimos que entre ellas existe un campo eléctrico uniforme, ¿significa esto que:

a) No aparece fuerza eléctrica sobre una carga puntual colocada entre las placas?

b) El potencial tiene el mismo valor en todos los puntos situados entre las placas?

c) El valor del campo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia hasta una de las placas?

d) El campo eléctrico entre las placas es siempre nulo?

e) El campo eléctrico tiene el mismo valor en todos los puntos situados entre las placas?

4. Una placa plana metálica muy grande, conectada a la Tierra, está colocada paralelamente a otra placa idéntica, aislada y con carga $+q$. La distancia entre ellas es pequeña y vale $2d$. Diga qué ocurre con la diferencia de potencial entre las placas si la distancia entre ellas se reduce para *d*:

a) Duplica el valor porque la inducción es al doble.

b) No varía, porque el potencial de la placa conectada a la Tierra es nulo.

c) Depende del valor de la carga inducida en la placa conectada a la Tierra.

d) Queda dividida entre dos.

e) Debido a que el campo eléctrico es uniforme entre las placas, la diferencia de potencial es siempre nula.

5. Para que se equilibre el peso de una partícula de masa *m*, electrizada positivamente con una carga *q*, colocada entre las placas horizontales *A* y *B* (*véase* figura), separadas por una distancia *d*, debemos aplicar un voltaje V_{AB} entre las placas tal que:

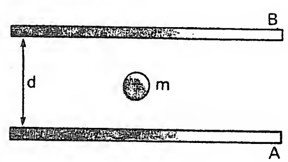
a) $V_{AB} = mg/qd$ siendo $V_A > V_B$

b) $V_{AB} = mgd/q$ siendo $V_A > V_B$

c) $V_{AB} = mdq/g$ siendo $V_A > V_B$

d) $V_{AB} = mq/g$ siendo $V_A < V_B$

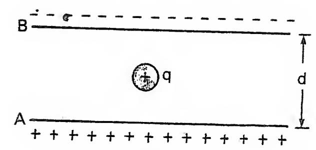
e) $V_{AB} = mg$ siendo $V_A < V_B$



Pregunta 5

6. En la figura, la partícula de masa $m = 1$ g y carga $q = 1$ μC se encuentra en equilibrio entre las dos grandes placas *A* y *B* electrizadas. Si $d = 1$ cm, llegamos a la conclusión de que el voltaje V_{AB} vale (considere $g = 10$ m/s²):

a) 1 V *b)* 6 V *c)* 12 V *d)* 100 V *e)* 200 V



Pregunta 6

7. La energía eléctrica que se consume para desplazarse una carga eléctrica $q = 2.0 \times 10^{-8}$ C a lo largo de una línea de fuerza de un campo eléctrico uniforme $E = 2.0 \times 10^4$ *N/C*, en una distancia de 1.0 m es:

a) 5.0×10^{-3} J

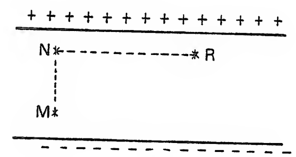
b) 4.0×10^{-4} J

c) 8.0×10^{-4} J

d) Nula, porque siendo el campo uniforme, no hay diferencia de potencial eléctrico entre dos de sus puntos.

e) 3.0×10^4 J

8. Analice las siguientes afirmaciones e indique las que son *correctas*. El campo eléctrico uniforme $\vec{E}$, entre las placas cargadas que se muestran en la figura, tiene un módulo $E = 4.0 \times 10^4$ N/C. Las distancias valen $MN = 0.40$ m y $NR = 0.30$ m.



Pregunta 8

I. La diferencia de potencial entre los puntos *N* y *M* es $V_N - V_M = 1.0 \times 10^5$ J/C.

II. El trabajo realizado por el campo, cuando una carga positiva de 2.0×10^{-6} C es transportada de *N* a *M*, es -3.2×10^{-2} J.

III. El trabajo realizado por el campo, cuando una carga positiva de 2.0×10^{-6} C es transportada de *R* a *M*, es 3.2×10^{-2} J.

9. Se verifica experimentalmente que, en condiciones normales, en la atmósfera terrestre existe un campo eléctrico de 100 N/C, dirigido verticalmente hacia abajo, creado por cargas eléctricas en la Tierra. Podemos entonces, llegar a la conclusión de, *excepto*, que:

a) Entre un punto a 2.0 m de altura y la superficie de la Tierra existe un voltaje de 200 V.

b) Los iones positivos existentes en el aire tienden a moverse hacia abajo y los iones negativos hacia arriba.

c) Una gota de lluvia en el aire adquiere una polarización y queda positiva la parte inferior de la gota.

d) La carga en la Tierra es predominantemente negativa.

e) El valor de este campo es suficiente para vencer la rigidez dieléctrica del aire, lo que ocasiona relámpagos.

10. Dos cargas puntuales, $+Q$ y $-Q$ están separadas por cierta distancia *r*. Sean *E* y *V* los valores del campo eléctrico y del potencial eléctrico y en el punto medio entre las cargas. Podemos afirmar que:

a) $E = 0$ y $V = 0$

b) $E \neq 0$ y $V = 0$

c) $E = 0$ y $V \neq 0$

d) $E \neq 0$ y $V \neq 0$

e) $E = K_0Q/r^2$ y $V = K_0Q/r$

11. En la figura se muestran dos cargas eléctricas $+q$ y $+2q$, colocadas sobre la recta *AB*. Podemos afirmar que en un punto situado sobre la recta:

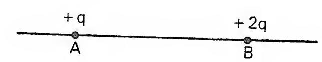
a) A la izquierda de *A*, el potencial eléctrico se anula.

b) Entre *A* y *B*, el campo se anula.

c) Entre *A* y *B*, el potencial se anula.

d) A la derecha de *B*, el potencial se anula.

e) A la derecha de *B*, el campo se anula.



Pregunta 11

12. Considere el campo eléctrico creado por dos cargas puntiformes $Q_1 = 8.0 \times 10^{-6}$ C y $Q_2 = -8.0 \times 10^{-6}$ C como se muestra en la figura siguiente. El trabajo realizado sobre una carga *q* de 2.0×10^{-9} C para ir de *A* hasta *B* es:

a) cero

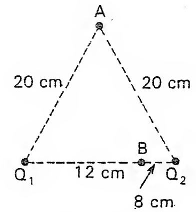
b) $+6.0 \times 10^{-4}$ J

c) -6.0×10^{-4} J

d) 18.0×10^{-6} J

e) 3.0×10^5 J

13. Dos cargas puntuales Q_1 y Q_2 ambas positivas, están separadas por una distancia *d*. Se sabe que

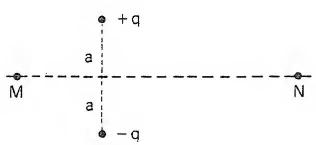


Pregunta 12

$Q_1 = 4Q_2$. En relación con esta situación, la afirmación *falsa* es:

a) Las cargas Q_1 y Q_2 se repelen.
b) Las cargas Q_1 y Q_2 interactúan con fuerzas iguales en módulo y de sentidos contrarios.
c) La carga Q_1 crea, en la posición ocupada por Q_2, un campo eléctrico cuyo módulo es cuatro veces mayor que el del campo eléctrico creado por Q_2 en la posición ocupada por Q_1.
d) En un punto equidistante de Q_1 y Q_2 el potencial eléctrico creado por Q_1 es cuatro veces mayor que el creado por Q_2.
e) El módulo de la fuerza de Q_1 sobre Q_2 es cuatro veces mayor que el módulo de la fuerza de Q_2 sobre Q_1.

14. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que son *correctas:* Con base en la figura siguiente, que muestra dos cargas puntuales $+q$ y $-q$, podemos afirmar:



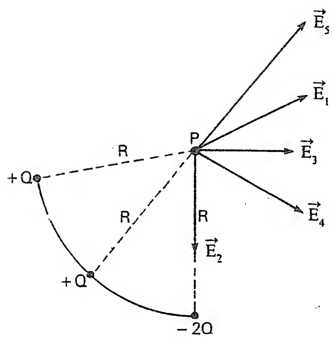
Pregunta 14

I. Los puntos *M* y *N* están en el mismo potencial.
II. Ningún trabajo externo es necesario para transportar una carga positiva de *M* hasta *N* con velocidad constante.
III. Ninguna fuerza externa necesita aplicarse para transportar una carga positiva de *M* hasta *N*, con velocidad constante.

Las preguntas **15** y **16** se refieren al diagrama siguiente:

15. El campo eléctrico en *P*, creado por las tres cargas dispuestas en el arco de círculo, es mejor representado por el vector:

a) $\vec{E}_1$
b) $\vec{E}_2$
c) $\vec{E}_3$
d) $\vec{E}_4$
e) cero



Preguntas 15 y 16

16. El potencial en el punto *P* es:

a) $4KQ/R$
b) cero
c) $2KQ/R^2$
d) KQ/R
e) $4KQ/R^2$

17. Una esfera conductora electrizada, de radio R = 2.0 m, en el vacío, se supone aislada de otros cuerpos. En un punto *P*, de su superficie, el potencial eléctrico tiene el valor $V = 8.0 \times 10^{-2}$ V. El potencial y el campo eléctrico en el centro de la esfera valen, respectivamente:

a) $V = 0$ y $E = 0$
b) $V = 8.0 \times 10^{-2}$ V y $E = 0$
c) $V = 4.0 \times 10^{-2}$ *V* y $E = \infty$
d) $V = \infty$ y $E = \infty$
e) $V = 8.0 \times 10^{-2}$ V y $E = 4.0 \times 10^{-2}$ V/m

18. Considere una esfera conductora, de radio *R*, cargada con una carga *Q*, en equilibrio electrostático. Podemos afirmar que:

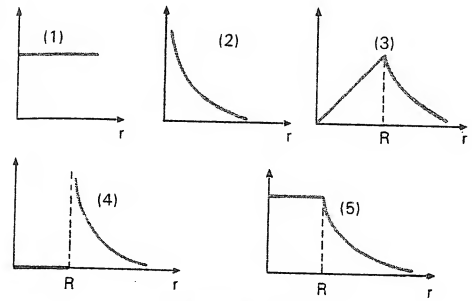
a) El campo eléctrico en la superficie de la esfera es nulo.
b) A una distancia *d* de la superficie, el campo vale $E = K_0Q/d^2$
c) El campo en el centro de la esfera es igual al campo de la superficie.
d) Al duplicar *Q*, duplicamos el valor del campo en el centro de la esfera.
e) Todas las afirmaciones son falsas.

19. Considere la misma esfera de la pregunta anterior. Se puede afirmar que:

a) El potencial en su superficie es nulo.
b) A una distancia *d* de la superficie, el potencial vale $V = k_0Q/d$.
c) El potencial en el centro de la esfera es igual al potencial de la superficie.
d) El potencial en el centro de la esfera es nulo.
e) Todas las afirmaciones son falsas.

20. En el conjunto de gráficas incluidos a continuación, dos representan la variación del potencial y de la intensidad del campo eléctrico, respectivamente, en función de la distancia *r* al centro de una esfera conductora, electrostáticamente cargada, de radio *R*, ¿Cuáles son?

a) 3 y 1
b) 4 y 1
c) 2 y 1
d) 5 y 3
e) 5 y 4



Pregunta 20

21. La rigidez dieléctrica del aire es aproximadamente $3.0 \times 10^6 \frac{N}{C}$. Una esfera conductora cargada y aislada, de radio 1.0 cm, está en contacto con el aire atmosférico. Por tanto, el potencial en su superficie, cuando su carga sea máxima, será:

a) 6.0×10^{-6} V
b) 3.0×10^{6} V
c) 6.0×10^{6} V
d) 3.0×10^{4} V
e) 3.3×10^{-4} V

22. Considere un conductor (de cualquier forma) electrizado, en equilibrio electrostático. De las afirmaciones siguientes, indique la que *no* es verdadera:

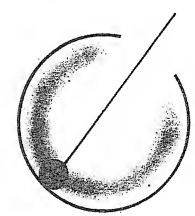
a) A pesar de que el conductor está electrizado, el campo eléctrico es nulo en su interior.
b) Si el conductor estuviera electrizado positivamente, la carga estará distribuida en su superficie.
c) Todos los puntos del conductor están en el mismo potencial.
d) En cualquier punto exterior al conductor y próximo a sus superficie, el campo eléctrico tiene el mismo valor.
e) Si el conductor estuviera electrizado negativamente, la carga estará distribuida en su superficie.

23. Disponemos de dos cuerpos conductores, cargados, en equilibrio electrostático. Si los conectamos mediante un alambre delgado, también conductor, una corriente eléctrica fluiría de un cuerpo a otro, hasta que:

a) Ambos queden con la misma cantidad de carga.
b) Ambos queden con cantidades de carga proporcionales a sus masas.
c) Ambos queden con cantidades de carga proporcionales a sus volúmenes.
d) Ambos queden con la misma densidad superficial de carga.
e) Ambos queden con el mismo potencial eléctrico.

24. Una pequeña esfera metálica de radio *r* está electrizada con carga $q > 0$. Otra esfera, metálica más grande, de radio *R*, está descargada. Si introducimos la esfera pequeña en la grande, y es hecho el contacto de una en la otra, podemos afirmar que (*véase* figura):

a) La esfera pequeña se descarga, y la carga *q* se distribuye en la superficie de la esfera grande.
b) La carga *q* se distribuye entre las dos esferas.
c) La carga *q* pasa a la esfera grande y se distribuye en su interior.
d) La carga *q* pasa a la esfera grande y queda concentrada en las proximidades de la esfera pequeña.
e) La carga *q* continúa en la esfera pequeña y la esfera grande continúa descargada.



Pregunta 24

Lea el siguiente texto para contestar las preguntas **25** y **26**.

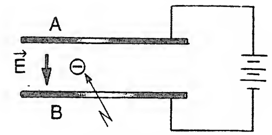
En sus famosos experimentos, a principios de siglo, R. Millikan logró determinar el valor de la carga del

electrón (1.6×10^{-19} C), al equilibrar el peso de las gotitas de aceite electrizadas, colocadas en un campo eléctrico vertical y uniforme, producido por dos placas planas conectadas a una fuente de voltaje (*véase* figura).

25. Si cada gotita tiene la masa de 2.0×10^{-15} kg, el valor del campo aplicado para equilibrar el peso de una gotita, con sólo un electrón en exceso, debería ser:

a) 2.0×10^{15} N/C
b) 1.9×10^{10} N/C
c) 1.2×10^{5} N/C
d) 1.6×10^{-19} N/C
e) 1.9×10^{-14} N/C

26. Si las placas *A* y *B* estuvieran distanciadas 1.5 mm, el voltaje V_{AB} proporcionado por la fuente de tensión, debería ser:



Preguntas 25 y 26

a) 1.9×10^{5} V
b) 2.0×10^{3} V
c) 1.8×10^{2} V
d) 120 V
e) 12 V

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Los problemas siguientes se separaron de los demás por exigir una solución un poco más elaborada. Si pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos otros problemas.

1. Una burbuja de jabón, de radio $r = 10$ cm y espesor $e = (10/3) \times 10^{-6}$ cm, está electrizada y su potencial es $V = 20$ V. La burbuja revienta y forma una gota con la misma masa y la misma carga de la burbuja original. Considerando que la burbuja y la gota son conductoras, calcule el potencial de la gota formada (el volumen de la película esférica de la burbuja está dado por la fórmula: Volumen = $4\pi r^2 \cdot e$).

2. Dos placas paralelas, electrizadas con cargas iguales y signos contrarios, están separadas 10 cm. Un electrón, abandonado cerca de la placa negativa, consume 5.0×10^{-8} s para llegar a la placa positiva. Calcule la diferencia de potencial entre las dos placas.

3. ¿Cuál es el máximo potencial que puede alcanzar una esfera conductora, de radio $R = 0.50$ m, en el aire?

4. Suponga que en cierto punto del espacio, en donde hay un campo eléctrico, el potencial tiene un valor negativo.

a) Al aproximarse a este punto una carga puntual negativa, el valor del potencial en el punto, ¿aumenta, disminuye o no se modifica?
b) ¿Y si la carga puntual fuera positiva?

5. Considere una esfera metálica, de radio *R*, electrizada con una carga negativa $-Q$.

a) Conforme nos alejamos de la superficie de la esfera, los potenciales de los puntos por los cuales estamos pasando, ¿son crecientes o decrecientes?
b) ¿En dónde se localiza el punto de potencial máximo y cuál es el valor de este potencial?
c) Dibuje el aspecto del gráfico $V \times r$, en donde r es la distancia de un punto cualquiera al centro de la esfera (de $r = 0$ hasta $r \rightarrow \infty$)

6. Dos cargas puntuales, ambas positivas, $Q = 5.0 \times 10^{-6}$ C y $q = 2.0 \times 10^{-7}$ C, están situadas sobre un plano horizontal liso, separadas por una distancia $r = 5.0$ cm.

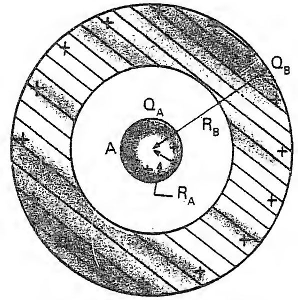
a) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de la carga *q*, en esta posición? (considere el nivel en el infinito).
b) Manteniendo fija la carga *Q* y soltándose *q*, ¿cuál será su energía cinética al pasar por un punto a 15 cm de *Q*?

7. Para las cargas del problema anterior, conteste:

a) Siendo $m = 10$ gramos la masa de la partícula de carga *q*, ¿cuál será su velocidad cuando alcance un punto muy alejado de *Q*?
b) Si la carga *Q* no se hubiera mantenido fija, la velocidad de *q*, en aquel punto, sería ¿mayor, menor o igual al valor obtenido en (a)? Explique su respuesta.

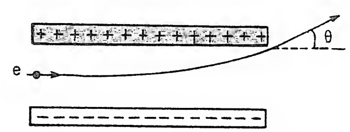
8. En la figura de este problema se muestra una esfera *A*, conductora, cargada con una carga positiva Q_A, envuelta por una esfera hueca, *B*, también conductora, cargada con una carga positiva Q_B. Los radios de las dos esferas son R_A y R_B:

a) Determine el potencial V_A de la esfera *A*.
b) Determine el potencial V_B de la esfera *B*.
c) Utilice las respuestas de las preguntas a) y b) para explicar lo que ocurre con la carga Q_A cuando las dos esferas son conectadas con un alambre conductor.
d) ¿Cuál es el aparato, descrito en este curso, en cuyo funcionamiento se utiliza el hecho analizado en la pregunta (c)?



Problema Complementario 8

9. En un tubo de TV, un electrón se acelera horizontalmente, a partir de reposo, por una diferencia potencial de 10 000 V. En seguida se lanza entre dos placas horizontales, con 5.0 cm de longitud, separadas 1.0 cm (*véase* figura de este problema). Se sabe que entre las placas existe una diferencia de potencial de 200 V y que, al emerger de las placas, el electrón presenta un ángulo de deflexión θ, en relación con la dirección inicial de su movimiento. Determine el valor del ángulo θ.



Problema Complementario 9

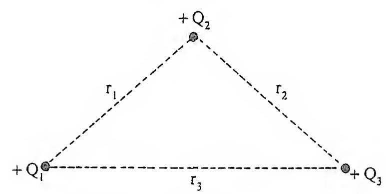
10. *a)* Un protón, después de ser acelerado por un voltaje V_{AB}, se utiliza para bombardear los átomos de una lámina de fierro. ¿Cuál debe ser el valor mínimo de V_{AB} para que el protón logre penetrar en el núcleo de un átomo de fierro? (el radio de este núcleo es 4×10^{-15} m y el número atómico del hierro es 26).
b) ¿Cuál debería ser el valor de V_{AB} si la partícula por acelerar fuera una partícula α?

11. En un experimento, semejante al de Millikan, analizado en este capítulo, las dos placas están separadas por una distancia $d = 2$ cm. Las gotas, con radio $R = 2 \times 10^{-4}$ cm se obtenían con aceite de densidad $\rho = 0.8$ g/cm³. Si se sabe que en determinada gota había dos electrones en exceso, conteste:

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial que debería aplicarse a las placas para mantener esa gota en equilibrio? (tome $\pi = 3$ y $g = 10$ m/s²).
b) Esta diferencia de potencial, ¿podría aplicarse a las placas sin que hubiera descarga eléctrica en el aire entre ellas?

12. Tres cargas positivas, Q_1, Q_2 y Q_3, se colocan en las posiciones mostradas en la figura de este problema y se mantienen en esas posiciones. Calcule la energía potencial almacenada en este sistema, en relación con un nivel en el infinito. Considere los siguientes valores: $Q_1 = 1.0$ μC, $Q_2 = 3.0$ μC, $Q_3 = 6.0$ μC, $r_1 = 3.0$ cm, $r_2 = 5.0$ cm y $r_3 = 6.0$ cm.

Observación: La energía potencial del sistema (la energía que el sistema podrá liberar si las cargas se abandonaran) puede obtenerse calculando el trabajo que debe realizarse para traer las cargas del infinito hasta la configuración mostrada (suponga las cargas transportadas una a la vez).

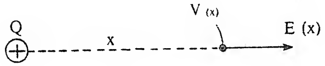


Problema Complementario 12

Observación: Los problemas **13**, **14** y **15** solo pueden resolverse después de haber estudiado cálculo diferencial en el curso de Matemáticas.

13. En un punto, situado a una distancia *x* de una carga puntual positiva $+Q$, se establece un potencial $V(x)$, cuyo valor, como sabemos, es función de *x* (*véase* figura de este problema).

a) Aplique sus conocimientos de cálculo diferencial para obtener la expresión de dV/dx (derivada de V en relación con x).
b) Comparando la respuesta de (a) con la expresión de la intensidad del campo, $E(x)$ en el punto x, establezca una relación entre dV/dx y $E(x)$.

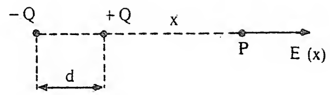


Problema Complementario 13

14. La figura de este problema muestra un dipolo eléctrico, es decir, dos cargas, $+Q$ y $-Q$ separadas por una distancia d. Consideremos un punto P, situado sobre la recta que pasa por las cargas a una distancia x del punto situado en medio de las cargas. Se puede mostrar que, si el punto P estuviera muy alejado del dipolo ($x >> d$), el valor del potencial establecido por el dipolo en P es:

$$V(x) = k_0 \frac{Qd}{x^2}$$

Sabiendo que la relación entre $E(x)$ y dV/dx, establecida en el problema anterior, es general, determina la expresión de la intensidad del campo $E(x)$, que el dipolo crea en el punto P, que se supone está muy alejado.



Problema Complementario 14

Observación: Al resolver este problema, se verá que es bastante fácil obtener la expresión matemática que proporciona la intensidad de un campo eléctrico, si se conociera la expresión del potencial en este campo (generalmente, el cálculo directo del campo implica más trabajo).

15. En el Problema complementario 9 del capítulo anterior, vimos que en un punto situado sobre el eje de una anillo de radio R, electrizado con una carga $+Q$, a una pequeña distancia x del centro de este anillo ($x << R$); la intensidad del campo está dada por

$$E(x) = k_0 \frac{Qx}{R^3}$$

Tenga en cuenta la relación proporcionada en el Problema complementario 13 entre $E(x)$ y dV/dx, y trate de determinar, por ensayo, la expresión del potencial, $V(x)$, en un punto cualquiera del eje del anillo, cercano a su centro (observe que la expresión obtenida debe ser tal que su derivada, con el signo cambiado, proporcionará la intensidad del campo).

RESPUESTAS

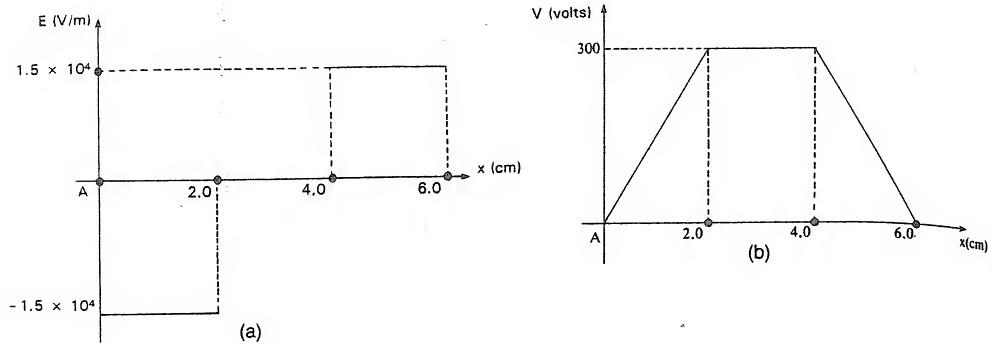
Ejercicios

1. significa que 1.5 J de energía es transferido a cada coulomb que se desplaza de un polo al otro
2. *a*) 220 V
 b) 5.0 C
3. *a*) igual
 b) -1.5×10^{-3} J
 c) cero
4. *a*) perpendicular a la trayectoria, en el sentido de izquierda a derecha
 b) $T_{AB} = 0$
 c) $V_A - V_B = 0$
5. *a*) hacia A
 b) menor, porque una carga positiva siempre tiende a desplazarse hacia regiones donde el potencial es menor
6. *a*) hacia B
 b) mayor
 c) sí
7. *a*) perpendicular a las placas y dirigido de M hacia N
 b) 6.0×10^3 N/C
8. *a*) 750 V
 b) cero
 c) 750 V
9. *a*) no, pues esta expresión sólo podría usarse si el campo fuese uniforme
 b) sí, esta expresión es válida en cualquier situación
10. *a*) recta que pasa por el origen, pues $V_{AB} \propto d$
 b) intensidad del campo
11. *a*) 50 V/mm

 b) 5.0×10^4 V/m = 5.0×10^4 N/C
12. *a*) $V_A - V_C = 40$ V y $V_B - V_C = 70$ V
 b) $V_C = 0$, $V_A = 40$ V y $V_B = 70$ V
 c) $V_P = -80$ V
13. tanto con el nivel cero en P como en C, obtendremos $V_B - V_A = 30$ V
14. *a*) sí
 b) no
15. *a*) dos veces menor
 b) V se vuelve tres veces menor
 c) hipérbola
16. *a*) $V_A = -18 \times 10^4$ V
 b) $V_B = -6.0 \times 10^4$ V
 c) $V_{BA} = 12 \times 10^4$ V
17. *a*) $V_1 = 9.0 \times 10^5$ V
 b) $V_2 = -3.0 \times 10^5$ V
 c) $V = 6.0 \times 10^5$ V
18. *a*) nulo
 b) diferente de cero
 c) nula
19. *a*) $V_C = 4.5 \times 10^4$ V
 b) $V_P = V_{P'} = 4.5 \times 10^4$ V
20. *a*) de S_1 hacia S_2
 b) líneas perpendiculares a S_1 y S_2, y dirigidas de S_1 a S_2
 c) $V_{AB} = 0$ y $V_{AC} = 200$ V
21. *a*) $V_B = 800$ V
 b) $V_C = 800$ V
 c) $T_{AB} = 0$
22. $Q_1 = Q_2 = 3.0$ μC
23. *a*) $V_1 = 8.1 \times 10^4$ V y $V_2 = 3.6 \times 10^4$ V
 b) de la esfera 2 a la esfera 1
24. *a*) la carga de la esfera 1 disminuye, y la de la esfera 2 aumenta
 b) el potencial de la esfera 1 disminuye, y el de la esfera 2 aumenta
25. *a*) igual
 b) $Q_2' + Q_1' = 3.0$ μC
26. $V_{AB} = 5 \times 10^7$ V (50 millones de volts)
27. *a*) igual a 1 μC *b*) menor que 1 μC
28. *a*) 2×10^{-3} C *b*) no
29. *a*) 1.8 atm *b*) 9 atm
30. 40 s
31. 500 W
32. *a*) el valor de la magnitud varía en "saltos"
 b) 1.6×10^{-19} C (módulo de la carga del electrón)
33. *a*) $m = 3.2 \times 10^{-15}$ kg
 b) ¡aproximadamente 300 billones de gotas!
34. 1.55×10^{-19} C

Preguntas y problemas

1. *a*) 3.6×10^3 C
 b) 4.32×10^5 J
2. *a*) 0.12 kWh
 b) $2.40
3. *a*) 0.50 J
 b) 2.5×10^5 V
4. *a*) menor
 b) mayor
6. *a*) recta que pasa por el origen
 b) distancia entre las placas
7. (d)
8. *a*) 6.0×10^{-4} J
 b) 6.0×10^{-4} J
 c) 20 m/s
9. todas son correctas
10. (a), (e)
11. *a*) $V_A = 5.4 \times 10^5$ V
 b) $V_B = 3.6 \times 10^5$ V
 c) $V_{AB} = 1.8 \times 10^5$ V
12. (b)
13. (a)
14. (c)
15. $Q_1 = 4.5$ μC y $Q_2 = 1.5$ μC
16. $E = 0$ en esta región
17. *a*) 20 000 eV
 b) 20 000 eV
 c) cero
 d) 40 000 eV
18. *a*) aumentará
 b) 1.2 mm
19. *a*) $v = \sqrt{2q\,V_{pf}/m}$
 b) 60 000 V
20. las cargas positivas en vértices opuestos y las cargas negativas también (por ejemplo, cargas positivas en A y C, y negativas en B y D)
21. *a*) 2.4×10^6 J *b*) ¡12 km!
22. 1.25×10^{16} electrones/s
23. *a*) 3.3×10^{10} m/s²
 b) 8.0 keV o 1.28×10^{-15} J
 c) debido a las colisiones con los átomos del gas en el tubo
24. *a*) 35 días *b*) 800 kg
25. no habría paso de carga
26. el potencial de cada esfera es igual a 14 V
27. *a*) *véase* figura
 b) *véase* figura
28. *a*) $x = a/2$



Problema 27

b) cualquier punto de una circunferencia de centro A y radio $a/2$

29. *a*) de B para A; Q = +3.0 μC en cada esfera
b) de B para A; Q = +5.0 μC en cada esfera
c) de A para B; Q = −5.0 μC en cada esfera
d) de A para B; Q = −1.0 μC en cada esfera

30. la partícula se detiene (y regresa) a una distancia $r = 4.5 \times 10^{-14}$ m del centro del núcleo (r = 9 radios del núcleo del átomo de oro).

31. *a*) $E_p = 0.3$ J *b*) disminuye
c) sí, posee $E_c = 0.3$ J

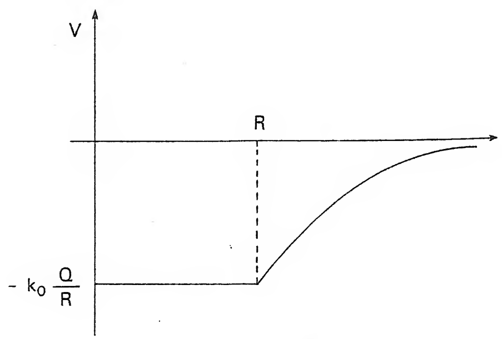
32. *a*) E_p disminuye y E_c aumenta
b) $E_p = -10^{-18}$ J y $E_c = 10^{-18}$ J

Cuestionario

1. a
2. I. correcta; II. incorrecta; III. incorrecta
3. e
4. d
5. b
6. d
7. b
8. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
9. e
10. b
11. b
12. b
13. e
14. I. correcta; II. correcta; III. incorrecta
15. d
16. b
17. b
18. e
19. c
20. e
21. d
22. d
23. e
24. a
25. c
26. c

Problemas complementarios

1. 2×10^3 V
2. 45 V
3. 1.5×10^6 V
4. *a*) disminuye *b*) aumenta
5. *a*) crecientes
b) el valor máximo de V es igual a cero en $r \to \infty$
c) *véase* figura
6. *a*) 0.18 J *b*) 0.12 J



Problema complementario 5

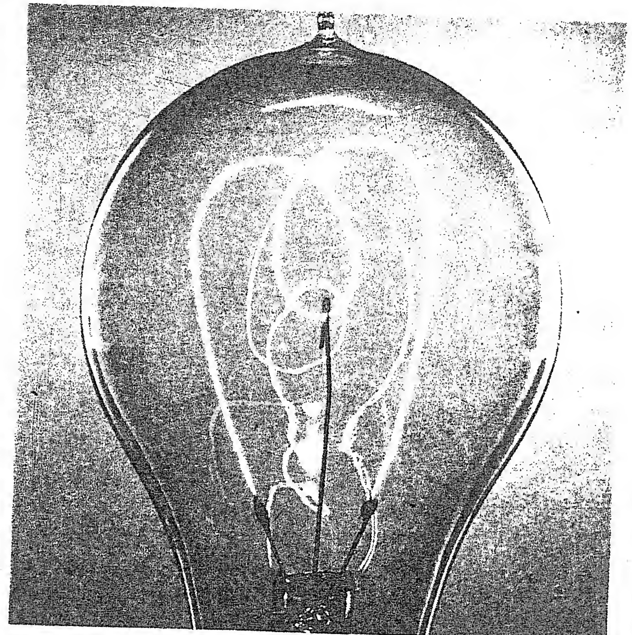
7. *a*) 6.0 m/s *b*) menor
8. *a*) $V_A = k_0(Q_A/R_A) + k_0(Q_B/R_B)$
b) $V_B = k_0(Q_A/R_B) + k_0(Q_B/R_B)$
c) Q_A se transfiere íntegramente para B
d) el generador de Van de Graaff
9. cerca de 3°
10. *a*) V_{AB} debe ser mayor que 9.3×10^6 V
b) $V_{AB} > 9.3 \times 10^6$ V (independiente de la carga y de la masa de la partícula)
11. *a*) 1.5×10^4 V *b*) sí
12. 5.0 J
13. *a*) $dV/dx = -k_0Q/x^2$
b) $E(x) = -dV/dx$
14. $E(x) = 2k_0Qd/x^3$
15. $V(x) = -k_0Qx^2/2R^3$ (con nivel en el centro del arillo)

unidad IX

electrocinética - corriente y circuitos eléctricos (CC)

capítulo 21

corriente eléctrica



Un efecto muy conocido de la corriente eléctrica es el calentamiento que provoca en el filamento metálico que la transporta. En un foco, el calentamiento es tan intenso que emite luz.

21.1 Corriente eléctrica

❖ Como se expresó al iniciar la parte de Electricidad de nuestro curso, en la Unidad VIII tratamos con cargas eléctricas casi siempre en reposo. Y, en efecto, todavía en el capítulo precedente se consideraron únicamente fenómenos que pertenecen al campo de la *Electrostática.*

Con este capítulo, iniciamos una nueva unidad, en la cual analizaremos fenómenos eléctricos relacionados con cargas en movimiento, es decir, principiaremos el estudio de la corriente y de los circuitos eléctricos. Esta parte recibe el nombre de *Electrocinética*.

❖ **Qué es una corriente eléctrica.** Consideremos un alambre o conductor metálico en el cual se establece un campo eléctrico $\vec{E}$, según muestra la Figura 21-1. Por ejemplo, este campo eléctrico se puede establecer, uniendo los extremos del conductor a los polos o terminales de una pila o una batería, como veremos en la sección siguiente.

Sabemos que en el alambre existe un gran número de electrones libres. Tales electrones quedarán sujetos a la acción de una fuerza eléctrica debida al campo, y puesto que son libres, entrarán inmediatamente en movimiento. Como los electrones poseen carga negativa, su desplazamiento tendrá sentido contrario al del campo aplicado, como indica la Figura 21-1. Por tanto, el establecer un campo eléctrico en un conductor metálico, produce un flujo de electrones en dicho conductor, fenómeno que se denomina *corriente eléctrica.*

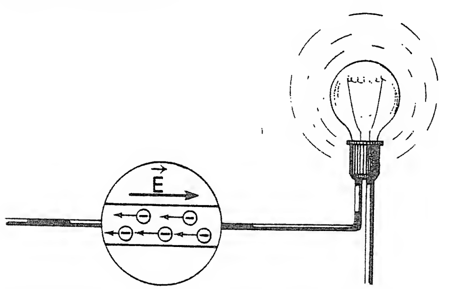


FIGURA 21-1 En un metal, la corriente eléctrica está constituida por electrones que se mueven en sentido contrario al campo aplicado.

En los conductores líquidos también se puede establecer una corriente eléctrica. Por ejemplo, consideremos, una solución de cloruro de sodio (NaCl) en agua. Como usted ya debe saber por un curso de química, la sal produce iones positivos (Na^+) y iones negativos (Cl^-), los cuales quedan libres y pueden desplazarse en el interior del líquido. Al establecer un campo eléctrico en la solución (esto se puede lograr introduciendo en ella dos placas metálicas conectadas a una batería), los iones positivos empiezan a desplazarse en el sentido del vector $\vec{E}$, y los iones negativos, en sentido contrario (Fig. 21-2). Por tanto, la corriente eléctrica en un conductor líquido está constituida por el movimiento de iones positivos y de iones negativos, que se desplazan en sentidos contrarios.

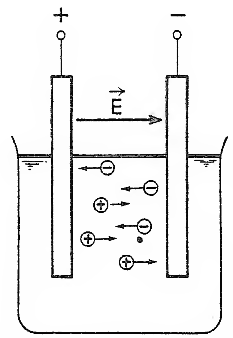


FIGURA 21-2 En un conductor líquido tenemos iones positivos que se mueven en el sentido del campo, y iones negativos que se desplazan en sentido contrario.

Más aún, es posible también establecer corrientes eléctricas en los gases, como sucede en las lámparas de vapor de mercurio, o cuando una chispa eléctrica salta de un cuerpo a otro a través del aire. En estos casos, la corriente está constituida por el movimiento de iones positivos, negativos, y también de electrones libres.

En resumen, podemos decir entonces que

> cuando un campo eléctrico se establece en un conductor cualquiera, las cargas libres ahí presentes entran en movimiento debido a la acción de este campo. Se expresa que este desplazamiento de cargas constituye una corriente eléctrica.

> En los metales, la corriente está constituida por electrones libres en movimiento. En los líquidos, las cargas libres que se mueven son iones, libres positivos y negativos, mientras que en los gases se tienen iones positivos, negativos y también electrones libres en movimiento.

❖ **Corriente eléctrica convencional.** Supongamos una carga negativa que se desplaza con cierta velocidad y está dirigida, por ejemplo, hacia la izquierda (Fig. 21-3). Se observa que este movimiento equivale al de una carga positiva, de igual valor, que se desplaza con la misma velocidad pero en sentido contrario.

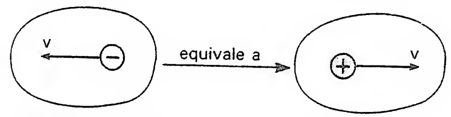


FIGURA 21-3 Una carga negativa que se mueve en cierto sentido, equivale a una carga positiva de igual valor, que se mueve en sentido contrario.

Lo anterior, permite establecer la convención siguiente, que facilita el estudio de las corrientes y los circuitos eléctricos: *una carga negativa en movimiento siempre se deberá imaginar como una carga positiva que se mueve en sentido contrario.* Debido a esta convención, cuando consideremos una corriente eléctrica cualquiera, tendremos que sustituir las cargas negativas reales en movimiento, por cargas positivas imaginarias que se mueven en sentido contrario. De modo que se puede suponer que cualquier corriente eléctrica está constituida únicamente por cargas positivas. Dicha corriente imaginaria, la cual equivale a la corriente real, se denomina *corriente convencional.*

La Figura 21-4 muestra la corriente eléctrica real en un líquido, en la cual existen iones positivos y negativos en movimiento, y la corriente convencional (imaginaria) que es equivalente a la real, está constituida sólo por cargas positivas en movimiento. En un conductor metálico sabemos que la corriente real se debe solamente a electrones en movimiento. Pero imaginemos que se sustituye por la corriente convencional o flujo de cargas positivas que se mueven en el sentido del campo eléctrico, como indica la Figura 21-5.

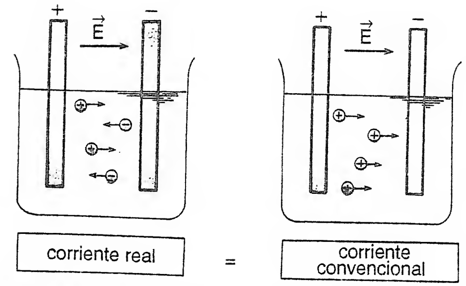


FIGURA 21-4 Corriente real en un líquido, y corriente convencional equivalente.

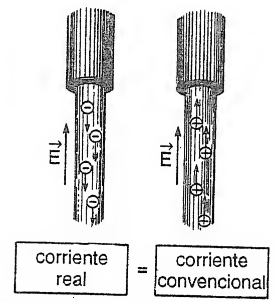


FIGURA 21-5 Corriente real en un sólido metálico, y la corriente convencional equivalente.

Por lo general, cuando nos referimos a una "corriente eléctrica" se sobrentiende que estamos hablando de la corriente convencional, a no ser que se especifique lo contrario.

❖ **Intensidad de la corriente.** En la Figura 21-6 se representa un conductor en el cual se ha establecido una corriente eléctrica (por lo antes dicho, en la figura se indica la corriente convencional). Consideremos una sección transversal S cualquiera del conductor, y supóngase que una persona observa, durante un intervalo de tiempo Δt, la cantidad de carga que pasa a través de dicha sección. Representemos por ΔQ esta cantidad de carga. La relación entre la

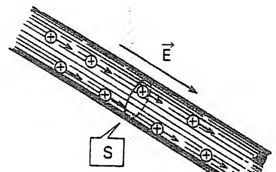


FIGURA 21-6 La intensidad de la corriente eléctrica es la medida de la cantidad de carga que pasa, por unidad de tiempo, a través de una sección dada del conductor.

cantidad de carga ΔQ y el intervalo de tiempo Δt, recibe el nombre de *intensidad de la corriente* a través de la sección S. Designando por i esta magnitud resulta, entonces,

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Obsérvese que cuanto mayor sea la cantidad de carga que pasa a través de la sección durante un tiempo determinado, tanto mayor será la intensidad de la corriente en dicha sección. En otras palabras, la intensidad de la corriente nos informa acerca de la cantidad de carga que pasa por la sección en cada unidad de tiempo.

Es obvio que en el SI, la unidad de intensidad de corriente será el coulomb por segundo (C/s). Esta unidad se denomina *ampère* (símbolo: A), en honor al físico francés André M. Ampère, que vivió en el siglo pasado, y contribuyó notablemente al desarrollo, de la teoría de la Electricidad, en especial del electromagnetismo. Así pues, tenemos que

$$1\,\frac{\text{C}}{\text{s}} = 1 \text{ ampere} = 1 \text{ A}$$

Por tanto, si en la sección de un conductor existe una corriente de 1 A, ello significa que por dicha sección está circulando una carga de 1 C en cada lapso de 1 s.*

* **N. del R.** Suele designarse también por *amperaje* un valor determinado de corriente, y a veces, impropiamente, a cualquier corriente.

André-Marie Ampère (1775-1836). Físico francés, nacido en Lyon, fue uno de los fundadores del electromagnetismo. Niño prodigio que dominaba las matemáticas a los 12 años, se convirtió más tarde en profesor de esta disciplina, además de enseñar también Física y Química en escuelas superiores de su país. Aun cuando no fuese un estudioso sistemático, Ampère desarrolló una gran obra en sus momentos de brillante inspiración. Además de establecer una ley fundamental del electromagnetismo (la *ley de Ampere*), realizó varios experimentos que permitieron desarrollar la teoría matemática de los fenómenos electromagnéticos ya observados, y la predicción de otros fenómenos. Fue la primera persona que utilizó técnicas de medición eléctrica, habiendo construido un instrumento que fue el precursor de los aparatos de medida que hoy se conocen.

Así pues, es importante destacar que

> cuando una cantidad de carga ΔQ pasa a través de una sección transversal dada de un conductor, durante un intervalo de tiempo Δt, la intensidad i de la corriente en dicha sección, es la relación entre ΔQ y Δt, o sea:
>
> $$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

❖ Corriente continua (CC) y corriente alterna (CA).

Ya vimos que la aplicación de un campo eléctrico $\vec{E}$ a un conductor, establece en él una corriente eléctrica, cuyo sentido (convencional) es el mismo que el del vector $\vec{E}$. Entonces, si el sentido del campo eléctrico aplicado permanece constante, el sentido de la corriente también se mantendrá inalterado; es decir, las cargas se desplazarán continuamente en un mismo sentido en el conductor. Una corriente de esta clase recibe el nombre de *corriente continua* (símbolo: CC) (Fig. 21-7a).* Por ejemplo, la corriente continua es proporcionada, por las pilas (que se emplean en las linternas, radios, etc.) o bien, por las baterías o acumuladores de automóvil.

Pero la corriente eléctrica que suministran las empresas públicas de electricidad en casi todas las ciudades del mundo, *no* es corriente continua. Cuando conectamos un aparato eléctrico a cualquier toma o contacto de una casa, el campo eléctrico establecido en el conductor cambia periódicamente de sentido (Fig. 21-7b). Por consiguiente, las cargas eléctricas en el conductor oscilarán, desplazándose unas veces en un sentido y otras en sentido contrario. Entonces la corriente eléctrica que circula (así como el campo), cambia periódicamente de sentido, por lo cual se denomina *corriente alterna* (símbolo: CA). La frecuencia de una corriente alterna normalmente es igual a 60 hertz; es decir, en estas corrientes las cargas eléctricas que existen en el conductor, ejecutan 60 oscilaciones completas (60 ciclos) por segundo.

* **N. del R.** Como esta corriente es unidireccional o de sentido constante, se llama también *corriente directa* (CD), y suele ser de intensidad también constante.

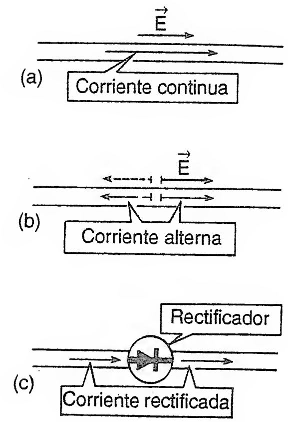


FIGURA 21-7 Corriente continua (a), corriente alterna (b) y efecto de un rectificador de corriente (c).

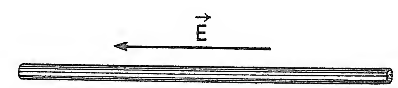
En el Capítulo 25 veremos que la distribución de energía que llevan a cabo las compañías de electricidad se hace por medio de corrientes alternas, y aprenderemos cómo se produce este tipo de corriente en las máquinas generatrices de las plantas o estaciones eléctricas (generadores de CA).

Una corriente alterna puede transformarse en corriente continua por medio de dispositivos especiales, denominados *rectificadores*. Estos aparatos se representan por el símbolo que se muestra en la Figura 21-7c, y cuando se intercalan en un conductor en el cual se produce una corriente alterna, ésta se transforma en una corriente continua, que es una corriente alterna rectificada.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Un campo eléctrico $\vec{E}$ que apunta hacia la izquierda, se aplica a un conductor, como muestra la figura de este ejercicio.
   a) ¿Cuál será el sentido de la corriente de electrones en el conductor?
   b) ¿Cuál es el sentido de la corriente convencional en dicho conductor?



Ejercicio 1

2. Suponga que fuera posible contar el número de electrones que pasan a través de la sección de un conductor en el cual se estableció una corriente eléctrica. Si durante un intervalo de tiempo Δt =

10 s pasan 2.0×10^{20} electrones por esa sección, determine:

a) La cantidad de carga ΔQ en coulombs, que corresponde a este número de electrones (carga del electrón = 1.6×10^{-19} C).

b) La intensidad de la corriente (en amperes) que pasa por la sección transversal del conductor.

3. La intensidad de la corriente que se estableció en un conductor metálico es i = 400 mA (1 mA = 1 miliampere = 10^{-3} A). Suponiendo que esta corriente se mantuviera durante 10 minutos, calcule:

a) La cantidad total de carga que pasó a través de una sección dada del conductor.

b) El número de electrones que atravesó dicha sección.

4. En la Figura 21-2, considere una sección plana que pasa por el medio del recipiente que contiene la solución. Durante un intervalo de tiempo de 15 s, se observa que los iones positivos transportan 30 C de carga, de izquierda a derecha, a través de tal sección. En este mismo intervalo de tiempo, los iones negativos también transportan 30 C a través de la sección, de derecha a izquierda.

a) ¿Cuál es el sentido de la corriente convencional en la solución?

b) ¿Cuál es la intensidad de esta corriente convencional a través de la sección?

21.2 Circuitos simples de CC

❖ **Pila seca.** En la sección anterior se expresó que un campo eléctrico puede establecerse en el interior de un conductor conectando sus extremos a los polos o bornes de una pila eléctrica. Esto se debe a que este dispositivo es capaz de mantener una diferencia de potencial entre dichas terminales, gracias a las reacciones químicas que se producen en su interior.

Por ejemplo, en una pila seca común (de las que se usan en linternas, radios, etc.), el extremo A que se muestra en la Figura 21-8a, tiene un potencial más alto que el de la parte B de la pila. Como ya debe saber, el voltaje entre estos puntos es de casi 1.5 V. El botón A se denomina *polo positivo* (con potencial más alto) mientras que la base B es *polo negativo* (con potencial más bajo). Para mejor ilustración, en la Figura 21-8b presentamos una vista en corte de una pila seca, en la cual se advierten algunos de sus componentes. Observe que el polo positivo es una barra de carbón, y que el polo negativo es la envoltura de cinc (o zinc). Existen algunos otros tipos de pilas, en la construcción de las cuales se emplean las sustancias más diversas. Pero, en general, la diferencia de potencial entre los polos de estos elementos se mantiene gracias a la energía liberada por reacciones electroquímicas, como sucede en el interior de la pila seca. En la Figura 21-8c mostramos el símbolo que se emplea para representar una pila cualquiera: el polo positivo está representado por el trazo mayor, mientras que el trazo menor más grueso representa el polo negativo.

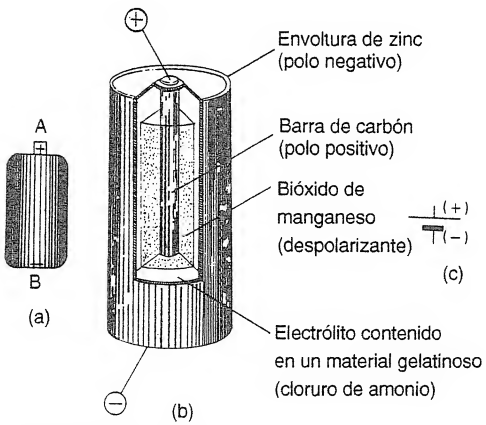


FIGURA 21-8 La pila seca mostrada en (a) y (b) se representa como se indica en (c).

❖ **Conexión de pilas.** Vimos que el voltaje proporcionado por una pila seca es de 1.5 V. Pero también podemos agrupar varias pilas secas a fin de obtener un voltaje más elevado. Esta conexión se obtiene disponiendo las pilas en la forma indicada en la Figura 21-9a: el polo positivo de la 1 se conecta al polo negativo de la 2; el polo positivo de ésta se conecta, a su vez, al polo negativo de la pila 3, y así sucesivamente. Cuando varias pilas se disponen de esta manera, decimos que están *conectadas en serie*.

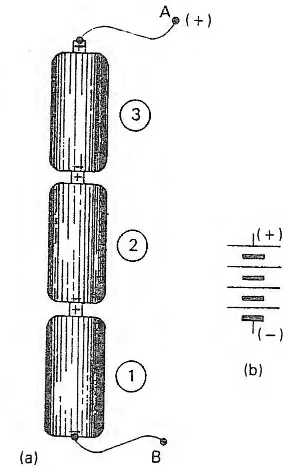


FIGURA 21-9 Conexión de pilas para obtener voltajes más elevados.

Es fácil observar que con este agrupamiento conseguimos obtener tensiones más altas. En efecto, en la Figura 21-9a, cuando pasamos del polo (–) de la pila 1 hacia su polo (+), el potencial aumenta 1.5 V. Como este polo está en contacto con el polo (–) de la pila 2, ambos tendrán el mismo potencial. Si luego pasamos al polo (+) de la pila 2, tendremos una elevación adicional de 1.5 V en el potencial. De la misma manera, el polo (+) de la pila 2 se halla al mismo potencial que el polo (–) de la pila 3 (están en contacto). Como el potencial aumenta 1.5 V cuando atravesamos la pila 3, es obvio que el voltaje entre los puntos A y B de la Figura 21-9a será:

$$V_{AB} = 1.5 \text{ V} + 1.5 \text{ V} + 1.5 \text{ V}$$

donde

$$V_{AB} = 4.5 \text{ V}$$

Una conexión en serie como ésta que acabamos de analizar, se representa en la forma mostrada en la Figura 21-9b. Es casi seguro que ya habrá tenido oportunidad de realizar una disposición de este tipo en alguna linterna, radio, etc., cuyo funcionamiento exige un voltaje superior a 1.5 V.

❖ **Acumulador de automóvil.** Las "baterías" de automóvil son agrupamientos semejantes al que acabamos de analizar. Pero las "pilas" que se emplean en esta conexión tienen una constitución diferente a la de la pila seca: sus polos son placas de plomo sumergidas en una solución de ácido sulfúrico. La tensión entre estos polos es aproximadamente igual a 2 V.

Una *batería* propiamente dicha es toda conexión en serie de pilas o celdas electroquímicas. En el *acumulador* de automóvil se tiene tal disposición, como ya debe haber visto.* En la Figura 21-10a mostramos una batería constituida por tres pilas, obteniéndose entonces un voltaje V_{AB}= 6 V. Por ejemplo, si deseáramos obtener una batería de 12 V, tendríamos que asociar 6 pilas en forma similar a la indicada en la Figura 21-10a. Observemos que la batería mostrada en la foto de la Figura 21-10b, contiene 6 celdas, con lo cual proporciona, por tanto, un voltaje de 12 V.

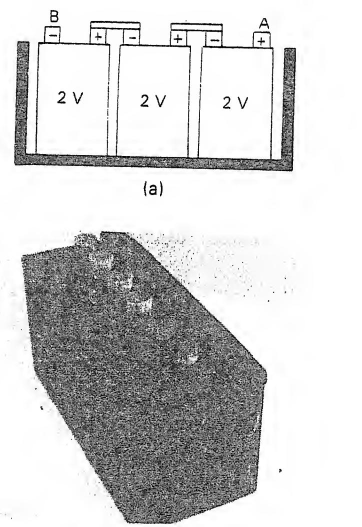


FIGURA 21-10 La batería que se emplea en los automóviles es una conexión en serie de celdas electroquímicas de plomo.

* **N. del R.** Por lo anterior, es posible tener *baterías de pilas* (celdas primarias) o *baterías de acumuladores* (celdas secundarias). En algunas estaciones generadoras se tienen las baterías de emergencia, "que son grandes conjuntos de celdas electroquímicas secundarias, conectadas en batería y que se mantienen "cargadas".

❖ **Circuito eléctrico simple.** En la Figura 21-11a presentamos una batería (o una pila) cuyos polos se conectaron mediante un conductor. Cuando se tiene este tipo de disposición decimos que existe un *circuito eléctrico,* cuya representación esquemática se muestra en la Figura 21-11b.

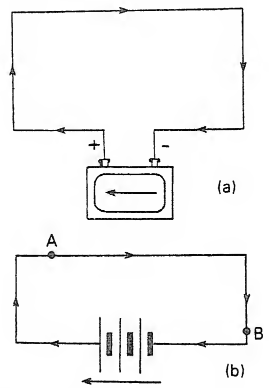


FIGURA 21-11 Cuando conectamos los polos de una batería mediante un conductor, se establece en él una corriente eléctrica.

Como existe una diferencia de potencial entre los polos de la batería, este voltaje se aplicará a los extremos del conductor. Recordando que en estas condiciones, dentro del conductor se crea un campo eléctrico, las cargas libres en aquél entrarán en movimiento, es decir, se producirá una corriente eléctrica que circula por dicho conductor. El sentido (convencional) de esta corriente será el que se indica en la Figura 21-11, pues las "cargas positivas" tienden a desplazarse del lugar donde el potencial es mayor, hacia aquel donde es menor. Por tanto, siempre que conectamos los polos de una pila o batería mediante un conductor, se establecerá en éste una corriente cuyo sentido (convencional) es del polo positivo hacia el polo negativo.

Cuando la corriente llega al polo negativo, las cargas son obligadas, debido a reacciones químicas, a desplazarse en el interior de la batería, pasando hacia el polo positivo, lo cual completa el circuito. Al proseguir en su movimiento, las cargas seguirán desplazándose por el conductor, yendo nuevamente del polo positivo hacia el polo negativo. Mientras las reacciones químicas mantengan la diferencia de potencial entre los polos de la batería, tendremos una corriente que circulará en forma continua de la manera que acabamos de describir.

❖ **Comentarios.** 1) Consideremos en el circuito mostrado en la Figura 21-11, dos secciones cualesquiera, *A* y *B*, del conductor. Las corrientes en las secciones se designan por i_A e i_B, y se observa que son iguales; es decir, resulta que

$$\boxed{i_B = i_A}$$

Este resultado se puede justificar fácilmente, dado que en el desplazamiento de *A* hacia *B* no hay desviación ni acumulación de cargas. Entonces, el número de electrones que pasa por *A* durante un segundo, debe ser igual al número de electrones que pasa por *B* en este mismo intervalo de tiempo.

La afirmación anterior puede entenderse mejor haciendo una analogía con la circulación de agua en una tubería. Supongamos una bomba que produce tal efecto en el sistema hidráulico mostrado en la Figura 21-12. Si en cierta sección *A* de la tubería tenemos un flujo de agua igual a 10 litros/s, el valor del flujo de este líquido, en este mismo instante, a través de la sección *B*, también tendrá que ser igual a 10 litros/s; (a no ser que la tubería esté agujerada).

Por tanto, volviendo a la Figura 21-11 podemos concluir que la intensidad de la corriente tiene el mismo valor en cualquier sección del circuito.

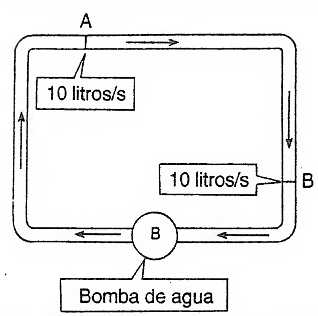


FIGURA 21-12 El flujo de agua en la tubería es el mismo en cualquier sección del conducto.

2) Suele decirse descuidadamente que un aparato eléctrico en funcionamiento "consume corriente". Si nos basamos en la observación anterior, podemos darnos cuenta de que esta última afirmación no es correcta. En efecto, por ejemplo, si una lámpara se conectara a una batería (Fig. 21-13), la corriente tendría un valor único en todas las secciones del conductor. De modo que la intensidad de la corriente será la misma, antes y después de pasar por la lámpara.

Por tanto, esta última no "consume" corriente eléctrica. En realidad, al pasar por la lámpara la corriente pierde *energía,* que se transforma en otras clases (como estudiaremos al final de este capítulo). De manera que cuando una corriente eléctrica pasa por algún aparato de utilización, se produce una transformación de la energía de la corriente, pero su intensidad no cambia.

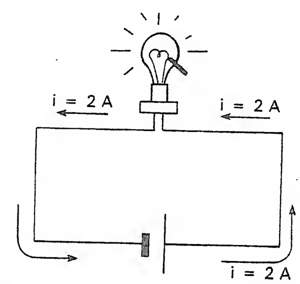
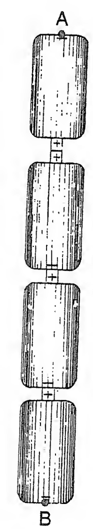


FIGURA 21-13 La intensidad de la corriente es la misma en cualquier sección del conducto.

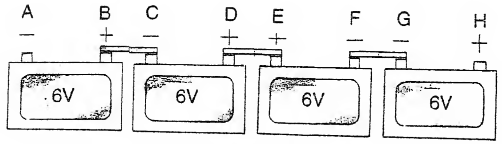
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

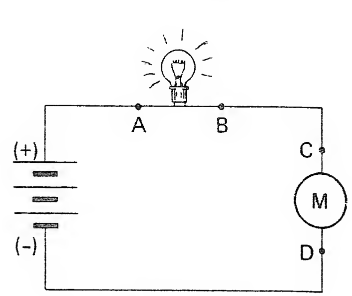
5. Un estudiante posee un radio que funciona con un voltaje constante de 6 V.
   a) ¿Cuántas pilas secas debe conectar en serie el estudiante para hacer funcionar su radio?
   b) Trace un croquis que muestre cómo debe ser la disposición de las pilas en el aparato.
6. Suponga que el estudiante del ejercicio anterior conectó las pilas en la forma que se muestra en la figura de este ejercicio.
   a) ¿Conseguirá con esta disposición, obtener el voltaje deseado?
   b) ¿Cuál es la diferencia de potencial V_{AB} entre los puntos *A* y *B* de la figura?
7. En la disposición de baterías que se muestra en la figura de este ejercicio, las terminales *B* y *C*, *D* y *E*, y *F* y *G*, están conectadas por placas metálicas gruesas (de modo que lo anterior equivale a que estén en contacto directo entre sí). Analizando la conexión, responda:
   a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre *B* y *C*? ¿Y entre *D* y *E*? ¿Y entre *F* y *G*?
   b) Cuando pasamos de *C* a *D*, ¿el valor del potencial aumenta o disminuye? ¿En qué cantidad?
   c) Cuando pasamos de *E* a *F*, ¿el valor del potencial aumenta o disminuye? ¿En cuánto?



Ejercicio 6



Ejercicio 7



Ejercicio 9

8. Considerando la disposición del ejercicio anterior, diga cuál es el valor del voltaje:
   a) Entre *A* y *E*.
   b) Entre *A* y *H*.
9. Una lámpara y un motor se conectaron a una batería, dando lugar al circuito eléctrico que se muestra en la figura de este ejercicio. Indique, en la figura, el sentido de la corriente en el circuito y responda:
   a) El sentido de la corriente en la lámpara, ¿es de *A* hacia *B* o de *B* hacia *A*?
   b) El sentido de la corriente en el motor, ¿es de *C* a *D* o de *D* a *C*?
   c) ¿Y cuál es el sentido de la corriente en el interior de la batería?
10. Si sabemos que en el circuito del ejercicio anterior, la intensidad de la corriente que pasa por la sección *A* del conductor es 1.2 A, diga cuál es la intensidad de la corriente:
   a) que pasa por *B*.
   b) que pasa a través del motor.
   c) que pasa por el interior de la batería.
11. Considerando de nuevo el circuito del Ejercicio 9, diga si es correcta o equivocada cada una de las frases siguientes:
   a) "El motor *M* consume corriente eléctrica".
   b) "El motor *M* recibe energía de la corriente eléctrica".

21.3 Resistencia eléctrica

❖ **Qué es la resistencia eléctrica.** Supongamos un conductor *AB* conectado a una batería, como muestra la Figura 21-14. Sabemos que la misma establece una diferencia de potencial V_{AB} en los extremos de este conductor, y por consiguiente, una corriente i pasará a través de él.

Las cargas móviles que constituyen la corriente eléctrica, aceleradas por el voltaje V_{AB}, realizarán choques contra los átomos o moléculas del conductor, por lo cual habrá una oposición que éste ofrecerá al paso de la corriente eléctrica a través de él. Esta oposición podrá ser mayor o menor, dependiendo de la naturaleza del conductor conectado entre *A* y *B*. Obviamente, la corriente i en el conductor será mayor o menor, dependiendo de dicha oposición.

Para caracterizar el impedimento que un conductor ofrece al paso de corrientes a través de él, definimos una magnitud que se denomina *resistencia eléctrica* (*R*) del conductor, de la manera siguiente:

$$\boxed{R = \frac{V_{AB}}{i}}$$

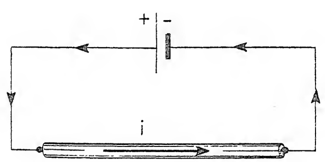
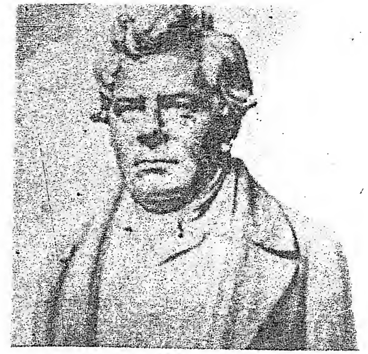


FIGURA 21-14 La intensidad de la corriente es la misma en cualquier punto del alambre.

Por tanto, vemos, que para un valor determinado de V_{AB}, cuanto menor sea el valor de la corriente i, tanto mayor será el valor de *R*, es decir, tanto mayor será la oposición que ofrece el conductor al paso de corriente a través de él.



George Simon Ohm (1787-1854): Nacido en Bavaria, este físico alemán inició su carrera científica como profesor de matemáticas en el Colegio de los Jesuitas, en Colonia. En 1827 publicó en un folleto el resultado de su trabajo más importante: "El circuito galvánico examinado matemáticamente". En esta publicación exponía la ley sobre la resistencia de los conductores, que más tarde, se denominaría *Ley de Ohm*. Aun cuando tales estudios hayan sido una colaboración importante en la teoría de los circuitos eléctricos y sus aplicaciones, en su época fueron recibidos con frialdad por la comunidad científica. Este hecho llevó a Ohm a renunciar al cargo que ocupaba en Colonia. Pero, en 1833 se reintegró a las actividades científicas aceptando un nombramiento en la Escuela Politécnica de Nuremberg. Su trabajo finalmente fue reconocido y recibió entonces una medalla honorífica por la Real Sociedad de Londres.

Observando la definición de resistencia que acabamos de presentar, podemos concluir que la unidad de esta magnitud en el SI, será el volt por ampere (V/A). Esta unidad se denomina *ohm* (y se representa por la letra griega omega mayúscula, Ω) en honor al físico alemán del siglo pasado, George Simon Ohm, que realizó el estudio de fenómenos relacionados con la corriente eléctrica. Luego entonces,

$$1\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = 1 \text{ ohm} = 1\ \Omega$$

En resumen, conviene destacar que

> cuando un voltaje V_{AB} se aplica a los extremos de un conductor, estableciendo en él una corriente eléctrica i, la resistencia de este conductor está dada por la relación
>
> $$R = \frac{V_{AB}}{i}$$

> Cuanto mayor sea el valor de *R*, tanto mayor será la oposición que el conductor ofrezca al paso de la corriente.

EJEMPLO

Si conectamos una lámpara a un tomacontacto en una determinada casa, un voltaje de 120 V se aplicará a los extremos del filamento de la fuente. Entonces se observa que una corriente de 2.0 A pasa por dicho filamento.

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia de este elemento?

El valor de *R* estará dado por $R = V_{AB}/i$, donde tenemos que $V_{AB} = 120$ V e $i = 2.0$ A. Así pues,

$$R = \frac{V_{AB}}{i} = \frac{120}{2.0}$$

donde

$$R = 60\ \Omega$$

b) Si esta lámpara se conecta a los polos de una batería que aplica al filamento una tensión de 12 V, ¿cuál será la corriente que pasará a través de él (suponga que la resistencia de dicho elemento permanece constante)?

De la relación $R = V_{AB}/i$, obtenemos

$$i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{12}{60}$$

donde

$$i = 0.20 \text{ A}$$

c) Cuando la lámpara se conecta a otra batería, se observa que una corriente de 1.5 A pasa por el filamento. ¿Cuál es el voltaje que esta batería aplica a la lámpara?

De $R = V_{AB}/i$, obtenemos

$$V_{AB} = Ri = 60 \times 1.5$$

donde

$$V_{AB} = 90 \text{ V}$$

❖ **Comentarios.** 1) El elemento de un circuito que presenta una resistencia eléctrica específica se denomina *resistor*, pero, impropiamente, es común emplear todavía el término "resistencia" como sinónimo de "resistor". En los diagramas de los circuitos eléctricos, un resistor se representa por el símbolo de línea quebrada que se ilustra en la Figura 21-15.

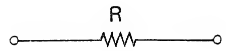


FIGURA 21-15 Una resistencia se representa en los diagramas de circuitos eléctricos con el símbolo que se indica en esta figura.

2) Si un tramo de circuito posee una resistencia eléctrica muy pequeña (depreciable), tal tramo se representará en los diagramas por línea continua delgada (no quebrada), como los AB y CD de la Figura 21-16. En esta figura, las resistencias R_{AB} y R_{CD} de los conductores que unen los extremos de la resistencia R a la batería, son depreciables. Entonces podemos considerar $R_{AB} = 0$ y $R_{CD} = 0$. Debe observarse que el resistor (o resistencia) R conectado entre B y C, tiene un valor resistivo considerable que no puede ser depreciado.

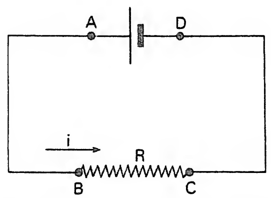


FIGURA 21-16 Los conductores de conexión cuya resistencia es despreciable, se representan por líneas rectas simples.

3) En la Figura 21-16, designemos por i la corriente que pasa por el circuito. Recordando la definición de resistencia eléctrica, podemos escribir para el tramo AB del circuito, la relación siguiente:

$$V_{AB} = R_{AB}\, i \quad \text{o bien,} \quad V_A - V_B = R_{AB}\, i$$

Como vimos que $R_{AB} = 0$, tendremos que $V_A - V_B = 0$, o bien, $V_A = V_B$. Entonces, dos puntos situados sobre un tramo de resistencia despreciable poseen el mismo potencial.

Es claro que al pasar de B hacia C, habrá una reducción o *caída* en el potencial, pues la resistencia R del tramo BC *no* es depreciable. La diferencia de potencial entre B y C estará dada por

$$V_B - V_C = Ri$$

De modo que $V_B < V_C$, es decir, el potencial disminuye a lo largo de la resistencia, desde el valor V_B hasta el valor V_C.

De la misma manera que en el tramo AB, en el CD no habrá variación en el potencial porque $R_{CD} = 0$. En consecuencia, $V_C - V_D$.

Con base en este análisis que acabamos de realizar es fácil concluir que la gráfica de la variación del potencial V, a lo largo del circuito, desde A hasta D, tendrá el aspecto que se muestra en la Figura 21-17.

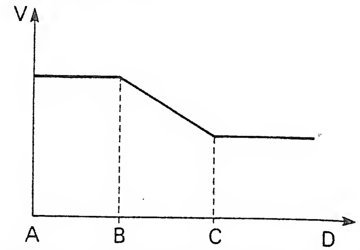


FIGURA 21-17 Variación del potencial a lo largo del circuito que se muestra en la Figura 21-16.

❖ **Resistividad de un material.** La experiencia nos muestra que si consideramos un conductor como el de la Figura 21-18, el valor de su resistencia dependerá de su longitud y del área de su sección transversal.

Al realizar mediciones cuidadosas se observa que la resistencia R del conductor es directamente proporcional a su longitud L, es decir:

$$R \propto L$$

Por otro lado, se observa también que la resistencia del conductor es inversamente proporcional al área A de su sección, o sea

$$R \propto \frac{1}{A}$$

Por tanto, cuanto más grueso sea el conductor, tanto menor será su resistencia. Asociando estos dos resultados podemos escribir que

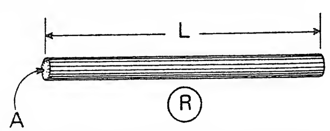


FIGURA 21-18 La resistencia de un conductor está dada por $R = \rho\, L/A$ donde ρ es la resistividad del material.

$$R \propto \frac{L}{A}$$

Vemos entonces que si quisiéramos tener un conductor de baja resistencia, entonces deberá ser de pequeña longitud y poseer una gran área de sección recta (alambre grueso). Si introducimos una constante de proporcionalidad apropiada, podemos transformar la relación anterior en una igualdad. Esta constante (que se representa por la letra griega ρ), se denomina *resistividad eléctrica*. Por consiguiente,

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{A}}$$

La resistividad es una propiedad característica del material que constituye el conductor, es decir, cada sustancia posee un valor diferente de resistividad ρ. En la Tabla 21-1 se presentan los valores de resistividad eléctrica de algunas sustancias.*

Por la relación $R = \rho L/A$ podemos ver que si se consideran varios alambres de la misma longitud y de igual sección transversal, pero hechos de diferente material, el de menor resistividad será el que tenga menor resistencia. Concluimos entonces, que cuanto menor sea la resistividad ρ de un material, tanto menor será la oposición que este material ofrezca al paso de corriente a través de él. De manera que

> una sustancia será mejor conductora de electricidad cuanto menor sea el valor de su resistividad.

Observando la Tabla 21-1 vemos que todas las sustancias que ahí se presentan son buenas conductoras de electricidad, pues poseen resistividades muy pequeñas. Esto era de esperarse, pues las sustancias mencionadas en la tabla son metálicas, y como sabemos, los metales son buenos conductores eléctricos.

TABLA 21-1

Resistividad eléctrica a la temperatura ambiente	
Material	ρ (ohm – metro)
Aluminio	2.6×10^{-8}
Cobre	1.7×10^{-8}
Níquel-cromo	100×10^{-8}
Plomo	22×10^{-8}
Fierro	10×10^{-8}
Mercurio	94×10^{-8}
Plata	1.5×10^{-8}
Tungsteno	5.5×10^{-8}

❖ **Qué es un reóstato.** La dependencia de la resistencia eléctrica de un conductor con respecto a su longitud, tiene una importante aplicación en la construcción de un aparato denominado *reóstato*. Con este instrumento es posible variar la resistencia de un circuito, y de esta manera, es posible aumentar o disminuir, según se desee, la intensidad de la corriente en dicho circuito.

En la Figura 21-19a presentamos un tipo muy común de reóstato (o resistor variable), constituido por un conductor largo enrollado AC, de resistencia considerable, y un cursor de contacto B, que se puede desplazar a lo largo del elemento enrollado, haciendo conexión en cualquier punto entre A y C. Observemos que la corriente que sale del polo positivo de la batería recorre el tramo AB del reóstato, y continúa a través del cursor hasta el polo negativo de la misma. En el tramo BC no hay corriente, pues al estar interrumpido en C el circuito, la corriente no podrá circular por este tramo.

Para ayudarlo a comprender este hecho presentamos en la Figura 21-19b, un sistema de conducción hidráulico en el cual existe una circulación de agua semejante a la de la corriente en el circuito eléctrico en (a) de la misma figura. La corriente de agua impulsada por la bomba, recorre el tramo AB y se desvía totalmente, siguiendo por el tubo BD. Como el

* **N. del R.** La cantidad *ohm-metro* que figura en la tabla proviene de la combinación de las unidades en la expresión $R = \rho\ L/A$; es decir, $\rho = RA/L$, y por tanto, (ohm) $(m^2)/m$, da ohm-metro (Ωm).

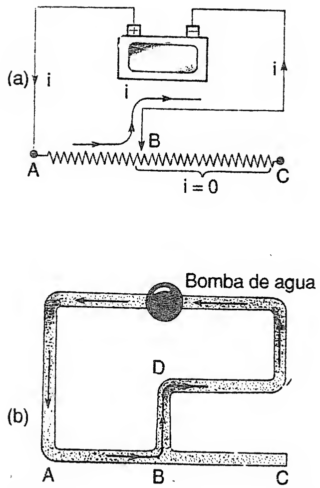


FIGURA 21-19 La circulación del agua en el sistema hidráulico (b), es similar a la de la corriente en el circuito eléctrico que se muestra en (a).

extremo C está cerrado, la circulación de agua en el tramo BC resulta imposible.

Volviendo a la Figura 21-19a vemos claramente que al desplazar el cursor B hacia A, o bien, hacia C, se varía el valor de la resistencia introducida en el circuito. Esta cantidad podrá variar desde $R = 0$ (cursor B en A), hasta el valor máximo de la resistencia del reóstato (cursor B en C).

La Figura 21-20a es una ilustración de un reóstato de enrollamiento y cursor muy empleado en los laboratorios de electricidad, y la Figura 21-20b muestra cómo se representa un reóstato en los diagramas de circuitos eléctricos.

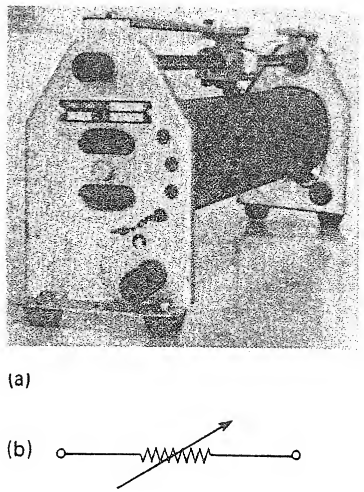


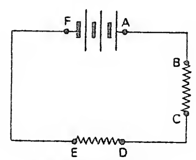
FIGURA 21-20 Foto de un reóstato (de enrollamiento con cursor deslizante) (a), y símbolo con el cual se representa en un diagrama de circuito eléctrico (b).

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

12. Cuando un foco dado se conecta a una batería que le aplica un voltaje $V_{AB} = 6.0$ V, se observa que su filamento es recorrido por una corriente $i = 2.0$ A.
   a) ¿Cuál es la resistencia, R, de este filamento?
   b) Si este foco luminoso se conectara a una pila que le aplicase un voltaje de 1.5 V, ¿qué intensidad de corriente pasaría por su filamento (suponga que la resistencia del mismo no se modifica)?
   c) Cuando este foco se conecta a otra fuente, por su filamento pasa una corriente de 1.5 A. ¿Qué voltaje es aplicado ahora al foco?

13. Observe el circuito que se muestra en la figura de este ejercicio. Recordando la convención para representar resistencias eléctricas, responda:
   a) ¿Cuáles son los tramos del circuito que tienen resistencias depreciables?
   b) ¿En qué tramos la resistencia no puede ser depreciada?
   c) ¿Cuáles son los valores de las tensiones V_{AB}, V_{CD} y V_{EF}?



Ejercicio 13

14. En el circuito del ejercicio anterior, suponga que la corriente que pasa por la sección A es de 0.30 A, y que los resistores BC y DE tienen resistencias $R_{BC} = 15\ \Omega$ y $R_{DE} = 25\ \Omega$.
   a) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que pasa por el resistor BC? ¿Y por el resistor DE?
   b) Determine el valor de los voltajes V_{BC} y V_{DE}.
   c) ¿Cuáles son los valores de las diferencias de potencial V_{AD} y V_{AF}?

15. Una batería aplica un voltaje constante a un conductor de cobre, y establece en el mismo una corriente de 2.0 A. Este conductor se sustituye por otro, también de cobre e igual longitud, pero con un diámetro dos veces mayor que el primero.
   a) ¿La resistencia del segundo alambre es mayor o menor que la del primero? ¿Cuántas veces?
   b) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que pasará por el segundo conductor?

16. Consulte la Tabla 21-1 y responda:
   a) Considerando el cobre y el tungsteno, ¿cuál de ellos es mejor conductor de electricidad?
   b) Suponga que el único criterio para escoger un material a emplear en la fabricación de alambres de conexión fuera el hecho de ser buen conductor. En este caso, ¿cuál sería el material de los conductores eléctricos que tendríamos en nuestras casas?

17. La batería de la Figura 21-19a establece entre los puntos A y B un voltaje constante $V_{AB} = 12$ V. Suponga que el enrollamiento AC del reóstato está constituido por un alambre uniforme, cuya resistencia total es $R_{AC} = 100\ \Omega$. Determine la intensidad de la corriente en el circuito para las siguientes posiciones del cursor B:
   a) En el punto medio del AC.
   b) En el extremo C del enrollamiento.

El choque eléctrico y sus consecuencias

❖ El choque eléctrico, como probablemente ya lo sabe el alumno, se debe a una corriente eléctrica que pasa a través del cuerpo humano o de cualquier animal.

Varios efectos de choque pueden observarse dependiendo de algunos factores como, por ejemplo, la región del cuerpo que atraviesa la corriente. En la Figura I, la situación (a), en la cual la corriente pasa por el corazón de la persona, puede corresponder a una situación de gran riesgo, mientras que la situación (b), en la cual la corriente pasa por la mano, es menos peligrosa; sin embargo, pueden ocurrir quemaduras locales.

❖ La intensidad de la corriente es, por tanto, el factor más relevante en las sensaciones y consecuencias del choque eléctrico. Estudios cuidadosos de este fenómeno permitieron obtener los siguientes valores aproximados:

- una corriente de 1 mA a 10 mA* provoca solamente una sensación de "hormigueo";
- corrientes de 10 mA a 20 mA causan sensaciones dolorosas;
- corrientes superiores a 20 mA e inferiores de 100 mA causan, en general, graves dificultades respiratorias.
- corrientes superiores a 100 mA son extremadamente peligrosas y pueden causar la muerte de la persona, debido a que provocan contracciones rápidas e irregulares del corazón (este fenómeno se denomina *fibrilación cardiaca*);
- corrientes superiores a 200 mA no causan fibrilación; sin embargo, dan origen a graves quemaduras y conducen al paro cardiaco.

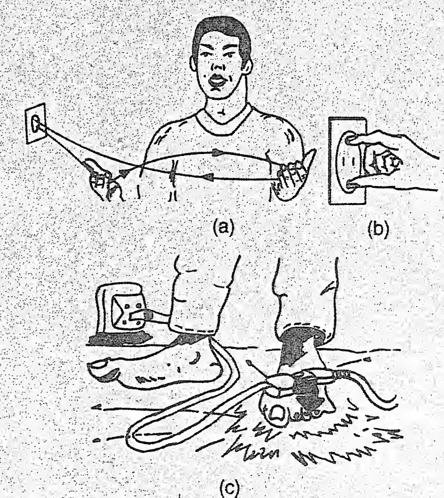


FIGURA I En (a) la corriente eléctrica pasa a través del corazón de la persona. En (b), el paso se hace solamente por la región de la mano situada entre los dos dedos. En (c) la corriente pasa sólo por el pie de la persona y los daños producidos no tienen graves consecuencias.

*Como puede verse fácilmente, 1 mA = 1 miliamperio = 10^{-3} A.

❖ Por otra parte, el voltaje no es determinante en este fenómeno. Por ejemplo, en situaciones de electricidad estática (peine electrizado, generador de Van de Graaf utilizado en laboratorios de enseñanza, etc.) ocurren voltajes muy altos, aun que las cargas eléctricas que intervienen sean, en general, muy pequeñas y los choques producidos no presentan por lo general, ningún riesgo.

Entre tanto, los voltajes relativamente pequeños pueden causar graves daños, lo que depende de la resistencia del cuerpo humano. El valor de esta resistencia puede variar entre, aproximadamente, 100 000 Ω para la piel seca, y cerca de 1 000 Ω para piel mojada. De esta manera, si una persona con la piel seca toca los dos polos de una toma de 120 V, su cuerpo será atravesado por una corriente

$$i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{120}{100\,000} \quad \text{o bien } i = 1.2 \text{ mA}$$

Esta persona, como vimos, sentirá solamente un ligero hormigueo.

Si esta persona estuviera, no obstante, con la piel mojada, la corriente en su cuerpo sería

$$i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{120}{1\,000} \quad \text{o bien } i = 120 \text{ mA}$$

Por tanto, esta persona podría incluso, fallecer debido a fibrilación cardiaca. Por este motivo, no debemos tocar instalaciones eléctricas si tenemos la piel mojada (Fig. II).

❖ En los casos de tensiones muy altas, como ocurre en los cables de transmisión de energía eléctrica, el contacto con ellos siempre es peligroso. Por grande que sea la resistencia de una persona (incluso con la piel seca y contactos a través de aislantes), un voltaje de 13 600 V, como el que se encuentra en los cables de alta tensión que existen en las calles de las ciudades, podría provocar una descarga fatal.

Por eso mismo, muchas personas quedan sorprendidas al ver que un pájaro puede posarse en un cable de alta tensión y no se electrocuta. Este hecho es posible porque toca solamente un alambre, en dos puntos muy cercanos, como los puntos A y B mostrados en la Figura III. La diferencia de potencial V_{AB} entre estos puntos es, evidentemente, muy pequeña, en virtud de la resistencia despreciable del trecho AB del cable. Por tanto, la corriente que atraviesa el cuerpo del pájaro (que tiene una resistencia mucho mayor que el trecho AB) es imperceptible. Sin embargo, si el pájaro, tocara simultáneamente los dos alambres de alta tensión (o hiciera contacto entre uno de ellos con la tierra) quedaría sometido a una tensión V_{CD} = 13 600 V (Fig. V) y recibiría un choque violentísimo que causaría su muerte inmediata.

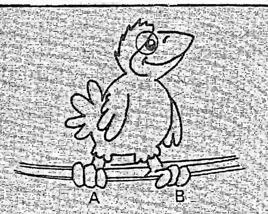


FIGURA III El contacto con los cables de alta tensión en sólo uno o dos puntos próximos (sin estar conectado a tierra) no causa daño alguno.

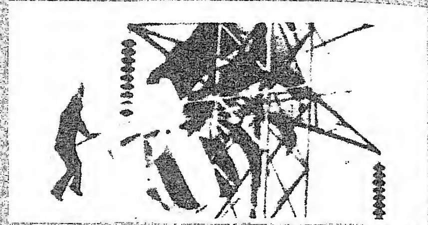


FIGURA IV ¿Por qué el paracaidista sobrevivió a pesar de haber caído en una línea de transmisión de 138 000 V?

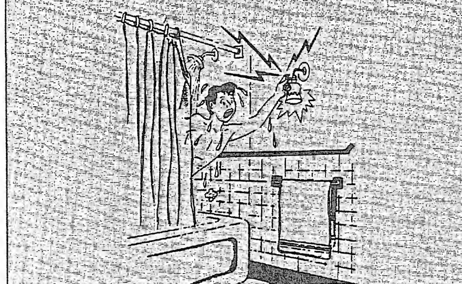


FIGURA II Una tensión de 120 V puede causar choques fatales si se tiene la piel mojada.

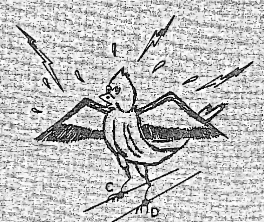


FIGURA V El pájaro de la figura se electrocuta violentamente.

21.4 La ley de Ohm

❖ **Qué es un conductor óhmico.** Consideremos un conductor, como el de la Figura 21-14, al cual se le aplica una tensión V_{AB}. Como sabemos, este voltaje establecerá en el conductor, una corriente i. Al variar el valor de la tensión aplicada al conductor, se observa que la corriente que pasa por él también se modifica. Por ejemplo,

una tensión $(V_{AB})_1$ produce una corriente i_1,
una tensión $(V_{AB})_2$ produce una corriente i_2,
una tensión $(V_{AB})_3$ produce una corriente i_3,
etcétera.

Ohm, en el siglo pasado, realizó varios experimentos midiendo los voltajes (y las corrientes respectivas) que se aplicaban a diversos conductores hechos de diferentes sustancias. Entonces halló que para muchos materiales, principalmente los metales, la relación entre la tensión y la corriente se mantenía constante, es decir,

$$\frac{(V_{AB})_1}{i_1} = \frac{(V_{AB})_2}{i_2} = \frac{(V_{AB})_3}{i_3} = \ldots.$$

o sea,

$$\frac{V_{AB}}{i} = \text{constante}$$

Pero, V_{AB}/i representa el valor de la resistencia R del conductor. Por tanto, Ohm concluyó que para tales conductores se tenía

$$R = \text{constante}$$

Este resultado se conoce como *ley de Ohm*, y puede sintetizarse de la manera siguiente:

para un gran número de conductores (principalmente los metales), el valor de la resistencia permanece constante y no depende de la tensión aplicada al conductor.

❖ **Comentarios.** 1) Los conductores que cumplen con esta ley reciben el nombre de *conductores óhmicos*. No debemos olvidar que existen materiales que no obedecen la ley de Ohm, es decir, al variar el voltaje que se aplica a un conductor determinado, hecho de un material de este tipo, se modifica el valor de la resistencia de dicho conductor (la resistividad del material se altera por el cambio en la tensión eléctrica).

2) Es claro que la expresión $V_{AB} = Ri$ es válida, independientemente de que el conductor obedezca o no la ley de Ohm. Naturalmente, si el conductor es óhmico, el valor de R en esta expresión siempre será el mismo, en tanto que en el caso de un conductor no óhmico, el valor de R variará según el voltaje V_{AB} aplicado. En nuestro curso, a menos que se diga lo contrario, trataremos únicamente de conductores que obedecen la ley de Ohm.

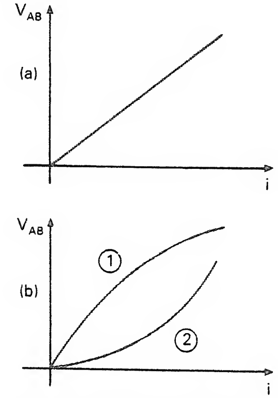


FIGURA 21-21 Diagrama $V_{AB} \times i$ para un conductor óhmico (a), y para conductores no óhmicos (b)

❖ **La gráfica $V_{AB} \times i$.** Para los conductores óhmicos, la expresión $V_{AB} = Ri$ indica que $V_{AB} \propto i$, pues el valor de R permanece constante. Por tanto, si construimos el gráfico $V_{AB} \times i$ para un conductor óhmico, obtendremos una recta que pasa por el origen (Fig. 21-21a). Es fácil observar que la pendiente de esta gráfica proporciona el valor de la resistencia R del conductor.

Si el conductor no obedece la ley de Ohm, la gráfica $V_{AB} \times i$ no será rectilínea y puede presentar diversos aspectos, dependiendo de la naturaleza del conductor. En la Figura 21-21b presentamos dos formas posibles del diagrama $V_{AB} \times i$ para dos conductores, (1) y (2), que no obedecen la ley de Ohm.

EJEMPLO

En un laboratorio, un conductor fue sometido a diversos voltajes. Al medir los valores de las tensiones y de la corriente que cada una de ellas estableció en el conductor, se obtuvo la tabla siguiente:

V_{AB} (V)	5.0	10	15	20
i (A)	0.20	0.40	0.60	0.80

a) Construya el diagrama $V_{AB} \times i$ para este conductor.

Con los datos de la tabla obtenemos la gráfica que se muestra en la Figura 21-22.

b) ¿Este conductor obedece la ley de Ohm?

Sí, pues la gráfica $V_{AB} \times i$ es una recta que pasa por el origen, y por tanto, $V_{AB} \propto i$. Además, esto también se puede observar por los valores de la tabla, pues ahí vemos que al duplicar V_{AB}, el valor de i también se duplica; etc. Entonces, la resistencia R del conductor es constante, y por tanto, es un conductor óhmico.

c) ¿Cuál es el valor de la resistencia R de este conductor?

El valor de R se podrá obtener por la pendiente de la gráfica $V_{AB} \times i$. Al considerar los puntos M y N de la Figura 21-22 obtenemos

$$\Delta V = 10 \text{ V} \quad \text{y} \quad \Delta i = 0.40 \text{ A}$$

Entonces, la pendiente de la recta es

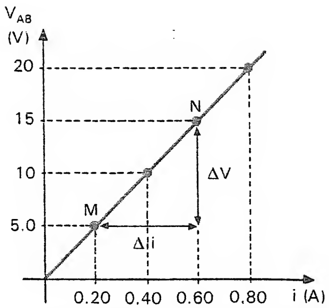


FIGURA 21-22 Para el Ejemplo de la Sección 21.4.

$$\frac{\Delta V}{\Delta i} = \frac{10}{0.40} = 25$$

Por tanto, el valor de la resistencia del conductor es $R = 25\ \Omega$.

Debemos observar que el valor de R también se podría obtener a partir de la tabla, dividiendo cualquier valor de V_{AB} entre el valor correspondiente de i, es decir,

$$R = \frac{V_{AB}}{i} = \frac{5.0}{0.20} = \frac{10}{0.40} = \frac{15}{0.60} = \frac{20}{0.80}$$

de modo que

$$R = 25\ \Omega$$

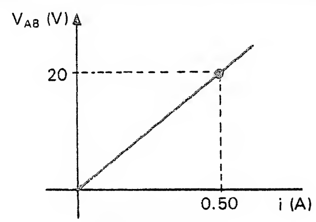
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

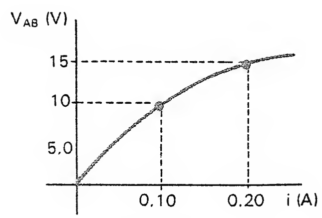
18. La figura de este ejercicio muestra el diagrama $V_{AB} \times i$ para cierto resistor.
a) ¿Es óhmico este elemento?
b) ¿Cuál es el valor de su resistencia cuando está sometido a un voltaje de 20 V?

19. Considerando el elemento del ejercicio anterior, responda:
a) Al duplicar el voltaje aplicado, ¿qué sucede con el valor de la corriente que pasa por el resistor?
b) Al duplicar el voltaje que se le aplica, ¿qué sucede con el valor de su resistencia?
c) ¿Qué tensión debe aplicarse al resistor para que sea recorrido por una corriente de 2.0 A?

20. Para un resistor dado se obtuvo el gráfico $V_{AB} \times i$ que se muestra en la figura de este ejercicio.
a) ¿Es óhmico este resistor?



Ejercicio 18



Ejercicio 20

b) ¿Cuál es el valor de su resistencia cuando está sometido a una tensión de 10 V?
c) ¿Y cuál es el valor de su resistencia cuando el voltaje es de 15 V?

21.5 Conexión de resistores (o resistencias)

❖ **Resistores conectados en serie.** Muchas veces, en los circuitos eléctricos se observan resistencias conectadas una después de la otra, como se muestra en la Figura 21-23. Cuando esto

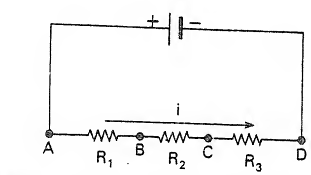


FIGURA 21-23 Resistencias conectadas en serie.

sucede, decimos que tales elementos están *conectados en serie*. Por ejemplo, los foquitos que se emplean para adornar los árboles de Navidad, generalmente se hallan conectados de esta manera (Fig. 21-24).

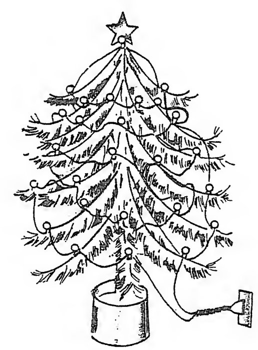


FIGURA 21-24 En la iluminación de un árbol de Navidad, los foquitos generalmente se encuentran conectados en serie.

Si entre los extremos A y D del agrupamiento que se muestra en la Figura 21-23, se aplicara una diferencia de potencial, por los resistores de esta conexión pasaría una corriente eléctrica. Como ya sabemos, la intensidad i de esta corriente tendría el mismo valor en cualquier sección del circuito y, por tanto, las resistencias R_1, R_2 y R_3 serían recorridas por la misma corriente (esto es cierto aunque R_1, R_2 y R_3 tengan diferente valor).

Al designar por V_{AB}, V_{BC} y V_{CD} los voltajes en R_1, R_2 y R_3, respectivamente, es fácil observar, por la Figura 21-23, que

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} = V_{AD}$$

Como el valor de i es igual en los tres resistores, podemos escribir:

$$V_{AB} = R_1 i \qquad V_{BC} = R_2 i \qquad V_{CD} = R_3 i$$

Entonces es posible concluir fácilmente que en la resistencia de *mayor* valor se observará la mayor *caída de potencial*.

❖ **Resistores conectados en paralelo.** Las resistencias eléctricas también se pueden conectar en un circuito, en la forma mostrada en la Figura 21-25. En este tipo de agrupamiento decimos que los elementos están *conectados en paralelo*. Los faros de un automóvil y las lámparas de una casa son un ejemplo de resistencia conectadas en paralelo.

Por la Figura 21-25 vemos que los resistores R_1, R_2 y R_3 están conectados, cada uno, a los mismos puntos A y B. De manera que la misma diferencia de potencial V_{AB} estará aplicada a cada una de estas resistencias. Por ejemplo, si

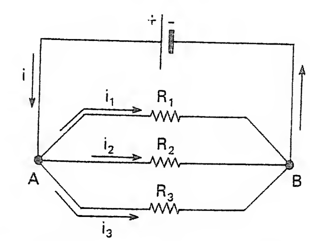


FIGURA 21-25 Resistencias asociadas en paralelo.

el voltaje V_{AB} proporcionado por la batería de la Figura 21-25, vale 12 V, tenemos que tanto R_1 como R_2 y R_3 se encuentran sometidas a este voltaje. Observemos que la corriente total i proporcionada por la batería, se distribuye entre las resistencias, pasando una corriente i_1 por R_1, una i_2 en R_2 y una i_3 en R_3. Es claro que $i_1 + i_2 + i_3$ es igual a i, y además (recordando la relación $i = V_{AB}/R$), tenemos que

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \qquad i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \qquad i_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}$$

Por estas relaciones se ve fácilmente que por la resistencia de menor valor circulará la corriente de mayor intensidad.

❖ **Resistencia equivalente.** Tanto en la Figura 21-23 como en la Figura 21-25, es posible observar que puede sustituirse el conjunto de los resistores R_1, R_2 y R_3, por un solo R, capaz de reemplazar al agrupamiento. Este resistor proporciona la *resistencia equivalente* de la conexión de elementos.

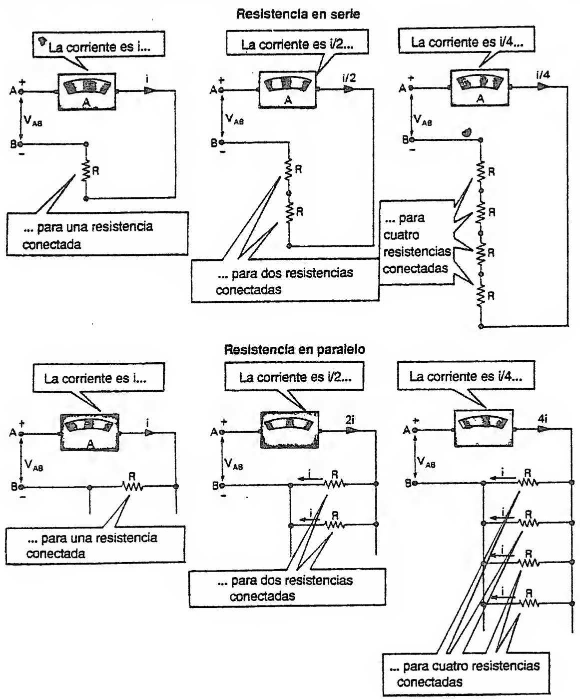
A continuación se obtendrá una relación que permita calcular el valor de la resistencia equivalente de una conexión en serie.

Para ello, observemos que en la Figura 21-23, la resistencia equivalente R debe ser tal que al conectarla entre los puntos A y D, es decir, al someterla al voltaje V_{AD}, por ella circulará la misma corriente i que pasa por el agrupamiento. Por tanto, podemos escribir que

$$R = \frac{V_{AD}}{i}$$

Recordando que

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} = R_1 i + R_2 i + R_3 i$$



En un circuito eléctrico sometido a una diferencia de potencial V_{AB}, se tiene que cuanto mayor sea el número de resistencias *en serie*, tanto mayor será la resistencia equivalente a ellas, y tanto menor será la corriente que pase por el circuito. Asimismo, cuanto mayor sea el número de resistencias *en paralelo*, tanto menor será la resistencia equivalente a ellas, y tanto mayor será la corriente que pase por el circuito.

resulta que

$$R = \frac{R_1 i + R_2 i + R_3 i}{i}$$

donde

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}$$

Así pues, concluimos que la resistencia equivalente a un conjunto de resistores conectados en serie, está dada por la suma de las resistencias que constituyen la conexión.

Mediante un procedimiento similar podemos demostrar que para un conjunto de resistores conectados en paralelo (Fig. 21-25), la resistencia equivalente, R, está dada por la expresión

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Es decir, el inverso de la resistencia equivalente es igual a la suma de los inversos de las resistencias conectadas.

En resumen:

1. Cuando varios resistores R_1, R_2, R_3, etc., se conectan en serie, por todos circula la misma corriente, y la resistencia equivalente de tal conexión está dada por

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

2. Cuando varios resistores R_1, R_2, R_3, etc., se conectan en paralelo, todos quedan sometidos a la misma tensión, y la resistencia equivalente de la conexión está dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

EJEMPLO

Supóngase que las resistencias conectadas en paralelo en la Figura 21-25 tienen los valores siguientes: $R_1 = 40\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$ y $R_3 = 120\ \Omega$.

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia equivalente de este agrupamiento de resistores?

Vimos que en la conexión en paralelo, la resistencia equivalente R está dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Entonces

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120}$$

o bien

$$\frac{1}{R} = \frac{3+2+1}{120}$$

donde

$$\frac{1}{R} = \frac{6}{120} \quad \text{o bien} \quad R = 20\ \Omega$$

b) Considerando que la tensión establecida por la batería sea $V_{AB} = 12$ V, calcule la corriente que pasa por cada una de las resistencias.

Como las resistencias se encuentran conectadas en paralelo, cada una de ellas estará sometida a un voltaje $V_{AB} = 12$ V. De manera que los valores de i_1, i_2 e i_3, estarán dados por:

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{12}{40} \quad \text{donde} \quad i_1 = 0.30\ \text{A}$$

$$i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{12}{60} \quad \text{donde} \quad i_2 = 0.20\ \text{A}$$

$$i_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{12}{120} \quad \text{donde} \quad i_3 = 0.10\ \text{A}$$

c) ¿Cuál es el valor de la corriente total i proporcionada por la batería?

El valor de esta corriente total será

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 0.30 + 0.20 + 0.10$$

donde

$$i = 0.60\ \text{A}$$

Otra forma de calcular esta corriente sería suponer que los resistores en paralelo se sustituyen por otro de resistencia equivalente, es decir, imaginar que entre los puntos A y B tuviésemos un resistor único de $R = 20\ \Omega$ (resistencia equivalente). En este elemento pasaría la corriente total i dada por:

$$i = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{12}{20}$$

donde

$$i = 0.60\ \text{A}$$

Observemos que las dos formas utilizadas para calcular la corriente total llevan al mismo resultado, lo cual no podría ser de otra manera.

❖ **Comentarios.** 1) Debemos observar que como la resistencia equivalente R de una conexión en serie, se obtiene por la suma de las resistencias conectadas, su valor será mayor que el valor de cualquiera de las resistencias que se agrupan. También es evidente que cuanto mayor sea el número de resistencias conectadas en serie, tanto mayor será el valor de la resistencia equivalente.

2) En la conexión en paralelo sabemos que la resistencia equivalente está dada por $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$. Si analizamos esta expresión podemos concluir que el valor de R es *menor* que el de cualquiera de las resistencias de la conexión (observe esto en el ejemplo que acabamos de resolver). Además, cuanto mayor sea el número de resistencias conectadas en paralelo, tanto *menor* sera la resistencia equivalente del agrupamiento. De manera que si conectamos en paralelo dos resistencias iguales, cada una de 60 Ω, la resistencia equivalente de esta conexión será

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{60} + \frac{1}{60} \quad \text{o bien,} \quad \frac{1}{R} = \frac{2}{60}$$

donde

$$R = 30\ \Omega$$

Es decir, la resistencia equivalente es igual a la mitad del valor de cada resistencia conectada. Es fácil observar que si conectáramos en paralelo tres resistencias iguales de 60 Ω, la resistencia equivalente tendría un valor $R = 20\ \Omega$ (la tercera parte). Estos resultados se pueden comprender si observamos que la conexión de dos resistencias iguales en paralelo, equivale a duplicar el área de una de ellas, lo cual, por tanto, haría que el valor de su resistencia se redujera a la mitad. De la misma forma, la conexión en paralelo de tres resistencias iguales, equivale a triplicar el área de una de ellas, etcétera.

3) Cuando los elementos de un circuito eléctrico están todos conectados en serie, la interrupción de la corriente en cualquier punto hará que el flujo de electricidad se interrumpa en todos los elementos del circuito. Por ejemplo, en los foquitos de un árbol de Navidad, que ya sabemos están conectados en serie, cuando alguno de ellos se quema, todos las demás se apagan, pues la corriente deja de circular por toda la conexión.

Pero en nuestras casas sabemos que es posible apagar cualquier elemento sin que dejen de funcionar los demás aparatos. Esto se debe a que todos los elementos se encuentran conectados *en paralelo*. La Figura 21-26 muestra un esquema de la instalación eléctrica de una casa. Entre los conductores A y B se mantiene una diferencia de potencial cuyo valor es, en este caso particular, de 120 V a 220 V. En la figura vemos que todos los aparatos eléctricos se conectan en paralelo entre esos dos conductores, y por tanto, todos se encuentran sometidos a un mismo voltaje. Observemos que una de las lámparas se encuentra inactiva (su apagador C está abierto), y no obstante, todos los demás aparatos funcionan normalmente.

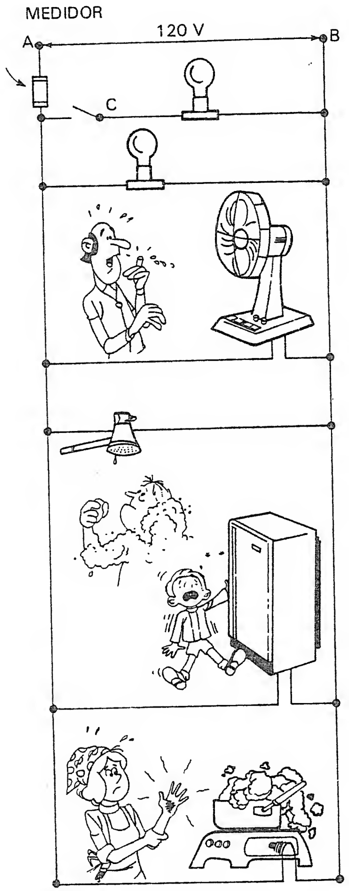


FIGURA 21-26 Los aparatos eléctricos de una casa se conectan en paralelo. Observe que todos se encuentran sometidos a un mismo voltaje.

Debemos notar que cuanto mayor sea el número de aparatos eléctricos conectados, tanto menor será la resistencia equivalente del conjunto, pues se encuentran conectados en paralelo. Por consiguiente, tanto mayor será la corriente total que pase por el medidor de consumo de energía eléctrica que se encuentra instalado en la "entrada" del servicio eléctrico de la casa.

Asociación mixta de resistencias

En el circuito de la Figura I tenemos varias resistencias asociadas en un conjunto denominado *asociación mixta*, por presentar conexiones en serie y en paralelo. El análisis de un circuito de este tipo puede entenderse fácilmente si analizan la solución a las cuestiones que se incluyen a continuación. Considere los siguientes valores para las resistencias del circuito mostrado:

$R_1 = 30\ \Omega$; $R_2 = 30\ \Omega$; $R_3 = 60\ \Omega$;
$R_4 = 20\ \Omega$; $R_5 = 15\ \Omega$;

y los puntos C y D están conectados por un alambre de resistencia depreciable (resistencia nula).

1a. pregunta. Determinar la resistencia equivalente de este circuito.

Como R_2 y R_3 están conectadas en paralelo, la resistencia R_{AB}, entre A y B, está dada por:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60}$$

donde

$$R_{AB} = 20\ \Omega$$

Las resistencias R_4, R_5 y el alambre de conexión entre C y D están también en paralelo. Como el alambre de conexión no ofrece ninguna resistencia al paso de la corriente, toda la corriente que llega a C pasará por este alambre, es decir, no habrá corriente en las resistencias R_4 y R_5. Entonces, la resistencia total entre C y D es nula y el circuito de la Figura I es equivalente al que se muestra en la Figura II. Por tanto la resistencia total de ese circuito es:

$$R = R_1 + R_{AB} + R_{CD} = 30 + 20 \quad \text{o bien} \quad R = 50\ \Omega$$

2a. pregunta. Calcular la corriente en cada una de las resistencias del circuito original, suponiendo que la batería aplique al circuito una diferencia de potencial $V = 12$ V.

La corriente total i, suministrada por la batería, es la misma que pasa por la resistencia R_1. Su valor es:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{12}{50} \quad \text{donde} \quad i = 0.24\ \text{A}$$

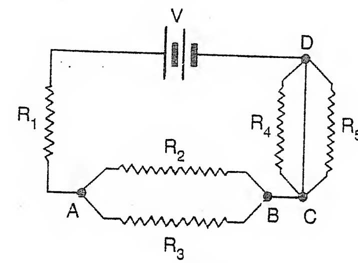


FIGURA I

Para calcular las corrientes i_2, en R_2, y i_3, en R_3, debemos determinar, inicialmente, la diferencia de potencial V_{AB} entre A y B. En la Figura II es fácil observar que

$$V_{AB} = R_{AB} \cdot i = 20 \times 0.24 \quad \text{o bien} \quad V_{AB} = 4.8\ \text{V}$$

Entonces, tenemos (por la Fig. I):

$$i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{4.8}{30} \quad \text{donde} \quad i_2 = 0.16\ \text{A}$$

$$i_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{4.8}{60} \quad \text{donde} \quad i_3 = 0.08\ \text{A}$$

El valor de i_3 podría obtenerse de la siguiente manera:

$$i = i_2 + i_3 \quad \text{o bien} \quad 0.24 = 0.16 + i_3$$

donde $i_3 = 0.08$ A

Los valores de las corrientes en R_4 y R_5, como ya vimos, son nulos.

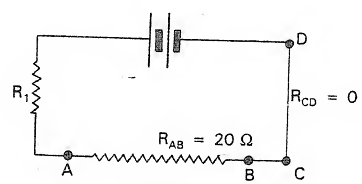
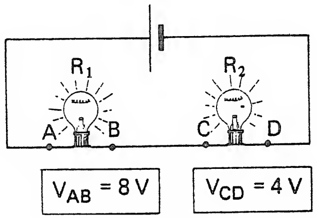


FIGURA II

EJERCICIOS

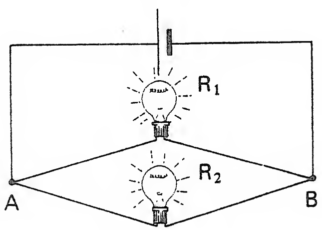
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

21. La figura de este ejercicio muestra dos focos, cuyos filamentos poseen resistencias R_1 y R_2, conectadas a los polos de una batería. Observando la figura, responda:
a) La corriente que pasa por R_1, ¿es mayor, menor o igual a la que pasa por R_2?
b) El valor de la resistencia R_1, ¿es mayor, menor o igual al de la resistencia R_2?
c) ¿Cuánto vale el voltaje existente entre los polos de la batería?



Ejercicio 21

22. Los dos focos del ejercicio anterior se conectaron de la manera indicada en la figura de este ejercicio, a una batería que mantiene entre sus polos una diferencia de potencial de 6 V.
a) ¿Cuál es el voltaje aplicado a R_1? ¿Y a R_2?
b) La corriente que pasa por R_1 ¿es mayor, menor o igual a la que pasa por R_2?

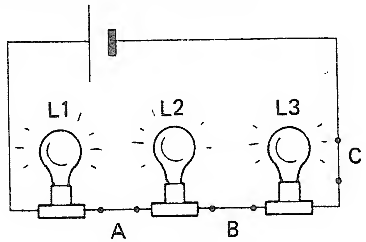


Ejercicio 22

23. Suponga que en la Figura 21-23 las resistencias tienen los valores siguientes: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 18\ \Omega$ y $R_3 = 20\ \Omega$. Sabemos que la batería establece en el circuito una diferencia de potencial V_{AD} = 24 V.

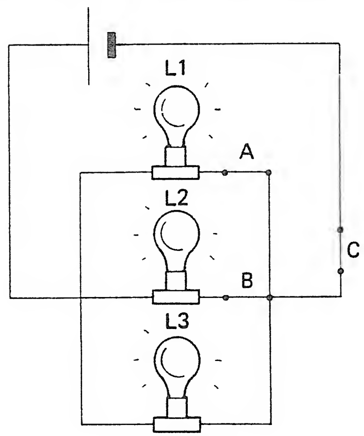
a) ¿Cuál es el valor de la resistencia equivalente de la conexión?
b) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que pasa por R_1? ¿Y por R_2? ¿Y por R_3?
c) ¿Cuánto valen los voltajes V_{AB}, V_{BC} y V_{CD}?

24. Considerando el circuito mostrado en la figura de este ejercicio, diga cuáles de los focos F_1, F_2 y F_3 se apagarán si se abre:
a) Únicamente el interruptor *A*.
b) Solamente el interruptor *B*.
c) Únicamente el interruptor *C*.



Ejercicio 24

25. Responda a las preguntas del ejercicio anterior suponiendo que los focos luminosos F_1, F_2 y F_3 fueron conectados en esta ocasión en la forma que se indica en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 25

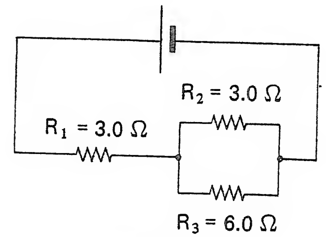
26. Dos resistencias R_1 y R_2, siendo $R_1 = R_2 = 12\ \Omega$, se conectan en paralelo a una batería que aplica a la conexión un voltaje de 24 V.

a) Trace una figura esquemática de este circuito.
b) ¿Cuál es la resistencia equivalente del agrupamiento?
c) ¿Qué corriente pasa por R_1? ¿Y por R_2?
d) ¿Qué corriente total proporciona la batería?

27. En el ejercicio anterior suponga que una tercera resistencia R_3, también igual a 12 Ω, se conecta en paralelo a las otras dos. Sabiendo que el voltaje establecido por la batería permanece inalterado, responda:
a) La resistencia equivalente de la conexión, ¿aumenta, disminuye o no se modifica?
b) Las intensidades de las corrientes en R_1 y R_2, ¿aumentan, disminuyen o no cambian?
c) ¿Cuál será el valor de la corriente en R_3?
d) La corriente total proporcionada por la batería, ¿aumenta, disminuye o no cambia?

28. Suponga que en una casa cuya instalación eléctrica es de 120 V, únicamente está encendida una lámpara de resistencia igual a 240 Ω.
a) ¿Cuál es la intensidad de la corriente que pasa por este elemento?
b) Si encendemos una segunda lámpara, idéntica a la primera, ¿la resistencia eléctrica de la instalación de la casa aumentará o disminuirá?
c) Con ambos elementos encendidos, ¿cuánto vale la corriente que pasa por el medidor de consumo de electricidad de la casa?
d) Sabemos que el amperaje del interruptor automático que protege la instalación eléctrica de la casa es de 30 A; es decir, se abre cuando circula una corriente superior a 30 A. Entonces, ¿cuántas lámparas (idénticas a la que se cita), podrán ser encendidas simultáneamente en esta casa?

29. Considerando el circuito que se muestra en la figura de este ejercicio, y sabiendo que el voltaje entre los polos de la pila es de 1.5 V, determine:
a) La resistencia equivalente de la conexión de las resistencias R_2 y R_3.
b) La resistencia total equivalente del conjunto de R_1, R_2 y R_3.
c) La corriente que la pila suministra al circuito.



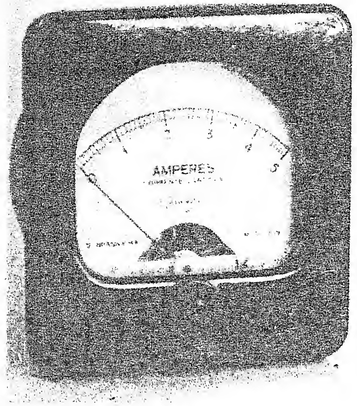
Ejercicio 29

21.6 Instrumentos eléctricos de medición

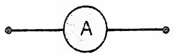
❖ Al trabajar con circuitos eléctricos en el laboratorio suele ser necesario conocer los valores de las diversas magnitudes relacionadas con tales circuitos. A continuación analizamos la manera en que podemos medir, usando los instrumentos adecuados, tres cantidades importantes de un circuito eléctrico cualquiera: intensidad de corriente, tensión o diferencia de potencial y resistencia.

❖ **Medición de corriente.** Cualquier instrumento que indique la presencia de corriente en un circuito se denomina *galvanómetro*. Si la escala de este aparato se gradúa de manera que indique la intensidad de la corriente que pasa, el instrumento recibe el nombre de *amperímetro*. En la Figura 21-27a vemos la foto de un amperímetro (o ampérmetro) que se usa a menudo en los laboratorios de enseñanza, de investigación y de trabajos técnicos en electricidad. La Figura 21-27b muestra cómo se representan en forma esquemática los amperímetros en los diagramas de circuitos eléctricos.

Existen amperímetros destinados a medir corrientes de intensidad alta. En este caso, la escala del instrumento está graduada en amperes. Existen otros amperímetros más sensibles que pueden medir corrientes de intensidad baja, y por tanto, su escala está graduada en miliamperes (1 mA = 10^{-3} A), o bien, en microamperes (1 μA = 10^{-6} A). Por ello, estos aparatos suelen ser denominados, respectivamente, *miliamperímetros* y *microamperímetros*.



(a)



(b)

FIGURA 21-27 Foto de un amperímetro usado en laboratorios de enseñanza (a) y forma de representarlo en un diagrama de circuito eléctrico (b).

Por ejemplo, cuando deseamos medir la corriente que pasa, por una resistencia determinada, debemos conectar el amperímetro al circuito en la forma que se observa en la Figura 21-28: el aparato se conecta en *serie* con el resistor, y por tanto, toda la corriente que pasa por este elemento pasará a través del medidor. En estas condiciones, la aguja se desplazará a lo largo de la escala, indicando directamente el valor de la corriente.

En el interior de un amperímetro existen elementos conductores que deben ser recorridos por la corriente eléctrica para que el instrumento indique su intensidad. Tales elementos presentan cierta resistencia eléctrica, que se denomina *resistencia interna* del amperímetro.

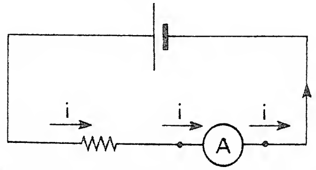
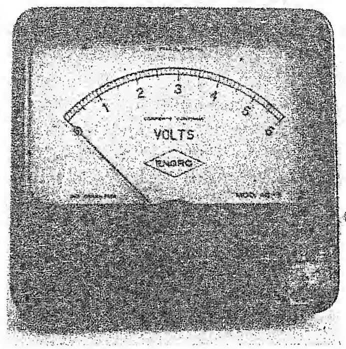


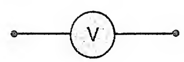
FIGURA 21-28 El amperímetro debe conectarse en serie en el circuito para medir la corriente que pasa por él.

De manera que al introducir un amperímetro en un circuito (como en la Figura 21-28), su resistencia interna aumentará la resistencia del circuito. Para que la perturbación causada por tal introducción sea depreciable, el medidor debe construirse de manera que su resistencia interna sea *la menor posible*.

❖ **Medición de tensión.** La medida de la diferencia de potencial entre dos puntos se realiza mediante instrumentos denominados *voltímetros*. La Figura 21-29 muestra, en (a), la foto de un tipo común de voltímetro (o vóltmetro), y en (b), la forma en que este aparato se representa en los diagramas de circuitos eléctricos.



(a)



(b)

FIGURA 21-29 Foto de un voltímetro (a) y forma de representarlo en un diagrama de circuito eléctrico (b).

Por ejemplo, si deseamos medir la diferencia de potencial que existe, entre los extremos de una resistencia, hay que conectar un voltímetro en la manera mostrada en la Figura 21-30. Como vemos, el medidor de tensión debe conectarse en *paralelo* con la resistencia. De manera que parte de la corriente que llega al punto A (Fig. 21-30) se desvía, pasando por el voltímetro, lo cual hace que la aguja se desplace a lo largo de la escala del instrumento e indique directamente el valor del voltaje V_{AB}.

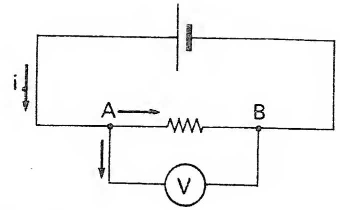
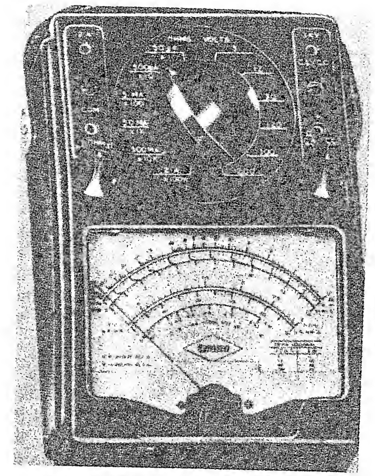


FIGURA 21-30 El voltímetro conectado en paralelo con los extremos de la resistencia, mide la tensión aplicada a ella.

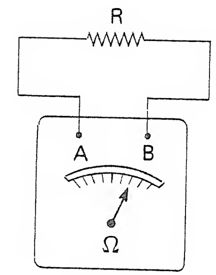
Al igual que un amperímetro, un voltímetro también posee *resistencia interna*. Es deseable que la corriente que se desvía al voltímetro sea la menor posible, para que la perturbación causada en el circuito por la introducción del aparato, resulte depreciable. Como sabemos, esta corriente será tanto menor cuanto mayor sea la resistencia del voltímetro. Por este motivo, este aparato debe fabricarse de manera que su resistencia interna sea *la mayor posible*.

❖ **Medición de resistencia.** La medición directa del valor de una resistencia eléctrica R puede hacerse mediante instrumentos denominados *ohmímetros*. La Figura 21-31a es una foto de un aparato que puede funcionar como amperímetro, voltímetro y también como ohmímetro. Por este motivo, este instrumento recibe el nombre de *multímetro*. Cuando el multímetro se adapta para usarlo como ohmímetro (u óhmetro), basta conectar la resistencia R desconocida a las terminales A y B del aparato (como muestra la Figura 21-31b) para obtener su valor. La lectura de la posición de la aguja sobre la escala proporcionará directamente el valor de R.

La medición de una resistencia también puede hacerse usando un voltímetro y un amperímetro. En este caso, dichos instrumentos deben conectarse en la forma que se muestra en la Figura 21-32. El voltímetro proporciona el valor de la tensión V_{AB} entre los extremos de la resistencia R, y el amperímetro indica la intensidad de la corriente i que pasa por esta resistencia. Obviamente, el valor de R se obtendrá por la relación $R = V_{AB}/i$.



(a)



(b)

FIGURA 21-31 Foto de un multímetro, aparato que por su construcción especial puede ser utilizado como amperímetro, y voltímetro u ohmímetro.

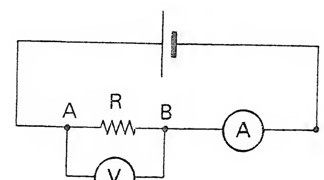
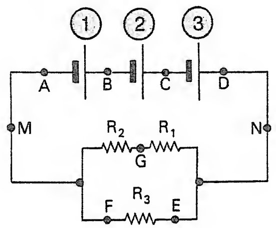


FIGURA 21-32 Si conocemos la tensión V_{AB} y la corriente i que pasa por la resistencia R, podemos calcular su valor por la relación $R = V_{AB}/i$.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

30. Las preguntas siguientes se refieren al circuito que se muestra en la figura de este ejercicio.

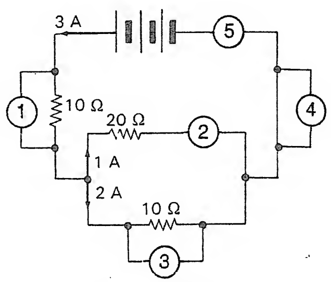


Ejercicio 30

a) Indique en la figura cómo se debe conectar un voltímetro para medir la diferencia de potencial entre los polos de la pila 1.
b) Trace ahora la conexión que debe hacerse con el voltímetro para medir la tensión que el grupo de pilas aplica al circuito.
c) En los puntos señalados en la figura, indique en cual debería conectarse un amperímetro para medir la corriente que pasa por la resistencia R_1. ¿Y por la resistencia R_2?
d) Considerando los puntos A, E, F, G, M y N, ¿en cuál de ellos podría colocarse un amperímetro para medir la corriente que pasa por R_3?
e) Considerando los puntos de la pregunta anterior, ¿en cuál de ellos podría intercalarse un amperímetro para medir la corriente total proporcionada por las pilas al circuito?

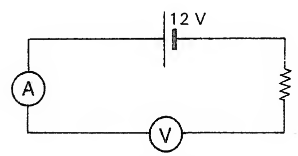
31. La figura de este ejercicio muestra un circuito al cual se conectaron varios aparatos de medición. Sabiendo que éstos están conectados adecuadamente, identifique los que son amperímetros y los que son voltímetros.

32. Considerando el circuito del ejercicio anterior, diga cuál será la lectura de cada uno de los instrumentos mostrados.



Ejercicio 31

33. Una persona que desea medir el voltaje y el amperaje en una resistencia, conectó el voltímetro incorrectamente, según indica la figura de este ejercicio. En estas condiciones, ¿cuál será la lectura del amperímetro? ¿Por qué?



Ejercicio 33

34. Suponga que dispone de una pila, un amperímetro, un voltímetro y una resistencia desconocida R.
a) Trace un croquis que muestre cómo habría que conectar estos elementos a fin de obtener datos que le permitan determinar el valor de R.
b) Al conectar correctamente los elementos, si la lectura del voltímetro fuera 1.5 V, y la del amperímetro, 0.10 A, ¿cuál sería el valor de R?

21.7 Potencia en un elemento del circuito

❖ **Transformación de la energía eléctrica.** De manera muy general puede decirse que los aparatos eléctricos son dispositivos que transforman energía eléctrica en otra forma de energía. Por ejemplo, en un motor eléctrico la energía eléctrica se transforma en la energía mecánica de rotación de la máquina; en un calentador, la energía eléctrica se transforma en calor; en una lámpara de vapor de mercurio, la energía eléctrica se transforma en energía luminosa, etcétera.

Para entender mejor estas transformaciones, consideremos el circuito mostrado en la Figura 21-33, en el cual una batería establece una diferencia de potencial V_{AB} entre los puntos A y B. Supongamos que entre estos puntos se conecta un aparato eléctrico cualquiera (por ejemplo, uno de los que se muestran en la figura). Como sabemos, siendo $V_A > V_B$, una corriente eléctrica i pasará de A hacia B, a través del aparato. Las cargas eléctricas que constituyen la corriente pasarán de un punto donde poseen mayor energía eléctrica (punto A), a otro donde poseen menor energía (punto B). En otras palabras, las cargas eléctricas *perderán energía eléctrica* al pasar de A (potencial mayor) a B (potencial menor). Esta energía perdida por las cargas obviamente no desaparece: es transferida al aparato y aparece como otra especie de energía. Como vimos, la forma de energía en la cual se transformará la energía eléctrica depende del aparato que está conectado entre A y B.

❖ **Potencia desarrollada en un aparato eléctrico.** La cantidad de energía eléctrica que se transmite al aparato conectado entre los puntos A y B (Fig. 21-33) se puede calcular como se explica a continuación. Considerando la corriente i que pasa por el aparato durante un intervalo de tiempo Δt, tendremos una carga

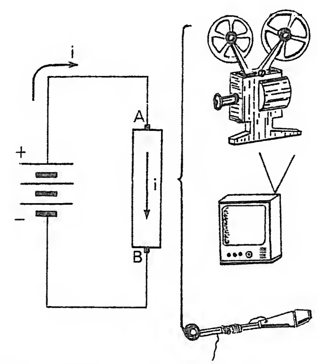


FIGURA 21-33 Cuando las cargas eléctricas pasan de A hacia B pierden energía eléctrica que aparece como otra forma de energía en el aparato intercalado entre A y B.

$\Delta q = i\Delta t$ que se desplaza de A hacia B. Recordando la definición de diferencia de potencial, se concluye que el campo eléctrico existente entre A y B realizará sobre la carga Δq un trabajo $T_{AB} = \Delta q \cdot V_{AB}$. Por tanto, la carga Δq recibirá del campo eléctrico una cantidad de energía ΔE igual a este trabajo; es decir, $\Delta E = \Delta q \cdot V_{AB}$. Como no hay aumento en la energía cinética de la carga, concluimos que la energía ΔE recibida por Δq será transmitida al aparato. Entonces, la cantidad de energía que aparece en el dispositivo conectado entre A y B durante el intervalo de tiempo Δt, está dada por

$$\Delta E = \Delta q \cdot V_{AB}$$

Generalmente, se requiere conocer la *potencia, P*, desarrollada por un aparato eléctrico, la cual, como vimos en el Capítulo 9, está dada por $P = \Delta E/\Delta t$. Entonces, si dividimos ambos miembros de la ecuación $\Delta E = \Delta q \cdot V_{AB}$, entre Δt, resulta que

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \cdot V_{AB}$$

o bien,

$$\boxed{P = iV_{AB}}$$

Por tanto, llegamos al resultado siguiente:

> si por un aparato eléctrico, al ser sometido a una diferencia de potencial V_{AB}, circulara una corriente i, la potencia desarrollada en el equipo estará dada por
>
> $$P = iV_{AB}$$

EJEMPLO 1

La batería de un automóvil aplica un voltaje $V_{AB} = 12$ V a los terminales de su "motor de arranque", el cual, al ser accionado, toma una corriente $i = 50$ A. ¿Cuál es, entonces, la potencia desarrollada por dicho motor eléctrico?

Esta potencia será

$$P = iV_{AB} = 50 \times 12$$

donde

$$P = 600 \text{ W}$$

Como i y V_{AB} se expresan en unidades del SI, obviamente el valor de P resultará en watts. Es fácil comprobar que en realidad esto ocurre si recordamos que 1 A = 1 C/s, y 1 V = 1 J/C. Entonces:

$$1 \text{ A} \cdot 1 \text{ V} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ watt} = 1 \text{ W}$$

Por tanto, el resultado $P = 600$ W significa que *en cada lapso de 1 s*, 600 J de energía eléctrica se transforman en energía mecánica de rotación del motor (despreciando las pérdidas por calentamiento en esta máquina).

❖ **Efecto Joule.** Supongamos que el aparato conectado entre los puntos A y B de la Figura 21-33 fuese un resistor R. En este caso comprobamos que la energía eléctrica perdida por las cargas, al pasar de A hacia B, se transforma íntegramente en *energía térmica*; es decir, el resistor se calentará pudiendo observarse una transferencia de calor del resistor al ambiente (Fig. 21-34). Este fenómeno fue estudiado, en el siglo pasado, por el famoso científico James P. Joule y, en su honor, se denomina *efecto Joule*.

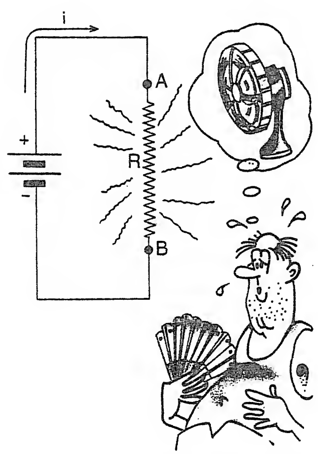


FIGURA 21-34 Al pasar por una resistencia, las cargas eléctricas pierden energía eléctrica, que se transforma totalmente en calor. Este fenómeno se denomina "efecto Joule".

Podemos entender ahora por qué se produce el efecto Joule si recordamos que los electrones que constituyen la corriente, al pasar por la resistencia o resistor, chocan sucesivamente con los átomos o moléculas del material del cual está construido. Estos choques provocan un aumento en la energía de vibración de dichos átomos, lo cual, como ya sabemos, ocasiona un aumento en la temperatura de la sustancia. Así pues, la energía eléctrica de los electrones de la corriente se transmite a la resistencia, y aparece como energía térmica.

Ya vimos que la potencia desarrollada en un aparato por el paso de corriente eléctrica a través de él, está dada por $P = iV_{AB}$. En el caso particular del efecto Joule tenemos $V_{AB} = Ri$, dado que se trata de una resistencia R intercalada entre A y B. Entonces, la potencia también podra expresarse de la siguiente manera:

$$P = iV_{AB} = i \cdot Ri$$

o bien

$$\boxed{P = Ri^2}$$

En resumen,

> el efecto Joule consiste en la transformación de energía eléctrica en energía térmica (calor) en una resistencia recorrida por una corriente. Siendo R el valor de la resistencia, V_{AB} la tensión aplicada a ella, e i la corriente que circula, la potencia desarrollada por efecto Joule en dicha resistencia, se puede calcular por las expresiones:
>
> $$P = iV_{AB}$$
>
> o bien,
>
> $$P = Ri^2$$

Es muy importante observar que las expresiones $P = iV_{AB}$ y $P = Ri^2$ proporcionan la *potencia* desarrollada en el dispositivo, o sea, la cantidad de energía transformada *por unidad de tiempo*. Si el aparato permanece conectado durante un intervalo de tiempo Δt y deseamos calcular la energía total ΔE que se desarrolla en él durante ese tiempo, debemos multiplicar la potencia P por el intervalo de tiempo Δt, es decir $\Delta E = P \cdot \Delta t$.

❖ **Aplicaciones del efecto Joule.** 1) Todos los dispositivos eléctricos que se utilizan para calentamiento se basan en el efecto Joule. De manera que un radiador, una parrilla, una plancha, un horno eléctrico, una regadera eléctrica, etc., consisten esencialmente en una resistencia que se calienta al ser recorrida por la corriente (Fig. 21-35).

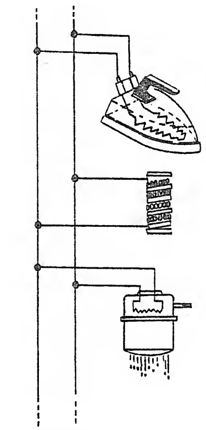


FIGURA 21-35 Todos los aparatos eléctricos que se emplean para calentamiento se basan en el efecto Joule.

2) Los focos de incandescencia (o de filamento incandescente), creados en el siglo pasado por el inventor estadunidense Thomas Edison, también constituyen una aplicación del efecto Joule. Sus filamentos generalmente se hacen de tungsteno, que es un metal cuyo punto de fusión es muy elevado. De manera que estos elementos, al ser recorridos por una corriente eléctrica, se calientan y pueden alcanzar altas temperaturas (casi 2 500°C), volviéndose incandescentes y emitiendo una gran cantidad de luz (Fig. 21-36).

3) Otra aplicación del efecto Joule se encuentra en la construcción de *fusibles*, elementos que se emplean pra limitar la corriente que pasa por un circuito eléctrico; por ejemplo, en un automóvil, una casa, un aparato eléctrico, etcétera.

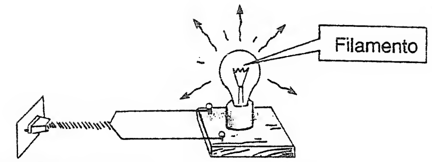


FIGURA 21-36 El filamento de tungsteno de un foco alcanza altas temperaturas y se vuelve incandescente.

Este dispositivo está constituido por una tirilla metálica, generalmente de plomo, el cual tiene un punto de fusión bajo (Fig. 21-37a). De esta manera, cuando la corriente que pasa por

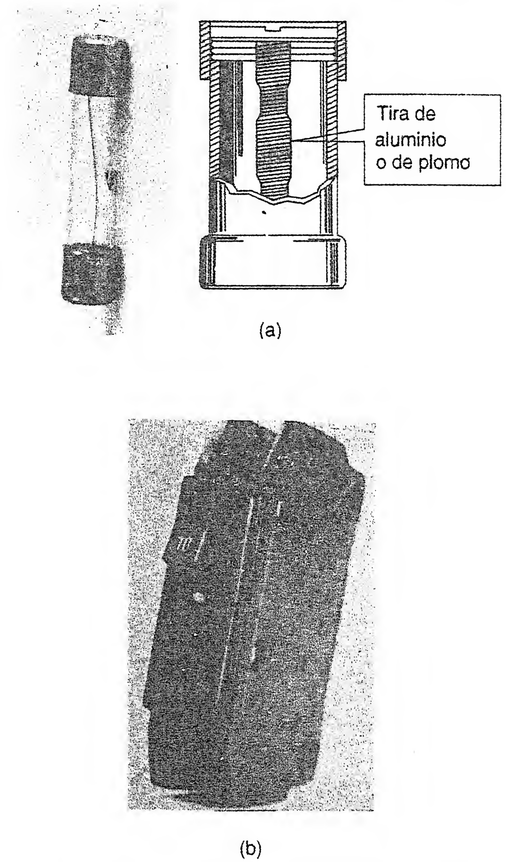


FIGURA 21-37 Estos limitadores de corriente (fusible e interruptor termomagnético) tienen un funcionamiento basado en el efecto Joule.

Si conectáramos el interruptor del circuito de un foco, ¿cuánto tiempo transcurriría hasta que emitiera luz?

Los electrones, en un circuito en el cual hay una corriente eléctrica, se desplazan con una velocidad muy pequeña (apenas 0.1 mm/s, aproximadamente). Sin embargo, cuando conectamos el interruptor del circuito, el campo eléctrico que surge en el conductor se establece casi instantáneamente en todo el alambre, puesto que la velocidad de propagación de este campo es prácticamente igual a la de la luz. Entonces, en un tiempo muy corto (cerca de 10^{-9}s) todos los electrones libres del alambre ya están en movimiento; sin embargo, los electrones que comenzaron a moverse en las proximidades del interruptor sólo llegan al filamento después de un tiempo muy largo. Por tanto, los electrones que provocan el calentamiento inmediato del foco son los que están presentes en su propio filamento.

Para que el foco empiece a emitir luz visible su filamento debe alcanzar, como ya vimos, una temperatura muy alta. Hasta que esta temperatura se alcance, transcurre un tiempo entre 0.01 s y 0.1 s después de que la corriente se establezca. Este intervalo también es muy pequeño para que pueda percibirse.

el fusible sobrepasa cierto valor (el amperaje propio de cada fusible), el calor generado por el efecto Joule produce la fusión del elemento, interrumpiendo así el paso de corriente excesiva.

En la Figura 21-38 mostramos un fusible instalado en el sistema eléctrico de una residencia. A medida que los aparatos 1, 2, 3, etc., van siendo conectados, la corriente que "entra" a la casa a través del fusible, se va volviendo cada vez mayor. Si no existiera el fusible y el número de aparatos conectados fuera muy grande, la corriente que circularía en la instalación podría llegar a ser muy intensa. Esto produciría un calentamiento indeseable, e incluso peligroso, de los conductores. El fusible impide que esto suceda, porque al fundirse, interrumpe el paso de la corriente cuando alcanza un valor mayor que el límite superior de seguridad.

En la actualidad, además de los fusibles se emplean en las casas los llamados interruptores termomagnéticos (automáticos), como el que se muestra en la Figura 21-37b. En estos últimos elementos, el calentamiento de un dispositivo metálico produce su dilatación, haciendo que el circuito se abra. En muchos otros circuitos eléctricos, como, por ejemplo, en los de automóviles, los fusibles se emplean también como medios de protección.

4) El fusible y el interruptor automático también protegen a un circuito eléctrico cuando ocurre un *cortocircuito*. Este fenómeno se produce cuando por un motivo cualquiera, la resistencia conectada de un circuito se vuelve muy pequeña, haciendo que la corriente alcance un valor muy intenso.

Consideremos, por ejemplo, en la Figura 21-38, los puntos *M* y *N*, que representan las terminales de un tomacontacto. Si uniésemos estos puntos con un alambre de resistencia depreciable, la resistencia entre ellos prácticamente se anularía. En estas condiciones, el valor de la corriente se volvería muy elevado, es decir, estaríamos provocando un "cortocircuito" en la instalación eléctrica de la casa. El excesivo valor de la corriente hace que el fusible o interruptor abran el circuito, impidiendo que se produzcan efectos perjudiciales, como el que se indica en la Figura 21-39.

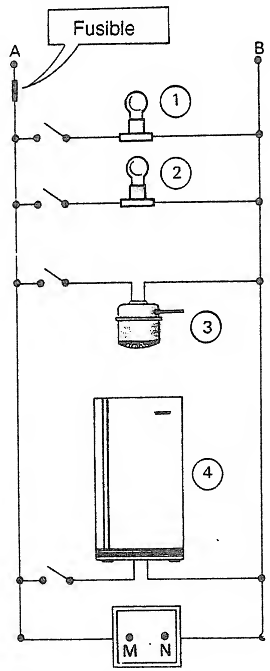


FIGURA 21-38 Al unir los puntos *M* y *N* con un alambre de resistencia depreciable, el fusible se quema por la sobrecorriente producida (cortocircuito).

FIGURA 21-39 Cortocircuito producido por el contacto directo entre los alambres del cordón.

EJEMPLO 2

En un foco común encontramos las siguientes especificaciones del fabricante: 60 W, 120 V.

a) ¿Cuál es el significado de estos valores indicados?

La especificación 120 V indica que el aparato deberá usarse en un sistema de este voltaje. En estas condiciones, el foco disipará una potencia de 60 W, como indica la otra especificación.

Si el dispositivo se conectara a un voltaje superior a los 120 V (por ejemplo, un enchufe de 220 V), disiparía una potencia mayor que 60 W y, probablemente, se "quemaría". Por otro lado, si el voltaje aplicado al foco fuera inferior a 120 V, produciría un brillo inferior al normal, pues estaría disipando una potencia menor que 60 W.

b) Suponiendo que este foco esté conectado al voltaje adecuado (120 V), determine la intensidad de la corriente que pasa por su filamento.

La expresión $P = iV_{AB}$ permite obtener el valor de i, pues sabemos que $P = 60$ W y $V_{AB} = 120$ V. Entonces,

$$i = \frac{P}{V_{AB}} = \frac{60}{120}$$

donde

$$i = 0.50 \text{ A}$$

c) ¿Cuál es la resistencia del filamento de esta fuente de luz?

Recordando la definición de resistencia, tendremos

$$R = \frac{V_{AB}}{i} = \frac{120}{0.50}$$

donde

$$R = 240\ \Omega$$

d) Si el foco se conecta a un voltaje tal que la corriente que pasa por su filamento es $i = 0.25$ A, ¿cuál será la potencia que disipe?

Suponiendo constante la resistencia del filamento, la expresión $P = Ri^2$ proporcionará esta potencia:

$$P = Ri^2 = 240 \times (0.25)^2$$

donde

$$P = 15 \text{ W}$$

Obsérvese que el hecho de que la corriente del filamento se redujera a la mitad (de 0.50 A a 0.25 A) hizo que la potencia del foco luminoso se volviera 4 veces menor (de 60 W a 15 W). Este resultado ya era de esperarse porque la potencia disipada en una resistencia constante es proporcional *al cuadrado* de la intensidad de corriente ($P = Ri^2$).

Riesgos y cuidados en las instalaciones eléctricas

❖ Los alambres de cobre utilizados en instalaciones eléctricas residenciales y comerciales (alambres de conexión), se encuentran en tiendas especializadas con diferentes secciones rectas. Cada uno se identifica mediante un número, como se muestra en la Tabla 21-2 para los alambres de mayor uso en dichas instalaciones. Esta numeración no es estricta, porque cada país adopta su propio código. En muchos países, actualmente, los alambres se identifican por los valores de sus secciones rectas. Sin embargo, los técnicos e ingenieros todavía se refieren a los números que aparecen en la tabla, los cuales corresponden aproximadamente a los de un código muy difundido en Estados Unidos de América. Observe que el número de un alambre es menor cuanto

mayor sea su sección recta (por ejemplo, el alambre 14 es más delgado que el alambre 12).

❖ Cuando un ingeniero proyecta la instalación eléctrica de una casa, como la de la Figura 21-38, sabiendo cual es la corriente que va a pasar en cada aparato y, en consecuencia, la corriente total en la conexión principal, deberá escoger adecuadamente la sección (o número) de cada alambre que utilizará. Si el cable elegido para la línea principal fuera muy delgado (resistencia alta), cuando la corriente que pasa por él aumentara, debido a que varios aparatos se conectaran a la red, la caída de tensión en este cable podría no ser depreciable. Esto por lo regular ocasiona una mal funcionamiento de esos aparatos, porque quedan sometidos a un voltaje inferior para el cual se diseñaron. Ya debe haber observado este efecto en una residencia, por ejemplo, cuando la intensidad de los focos disminuye al conectarse una regadera eléctrica. Cuando se hace la selección correcta y se usa el cable de conexión con sección mayor (menor resistencia), la caída de tensión en él se volverá despreciable, y no habrá alteración sensible en un aparato cuando otros se conectan a la red. Evidentemente, estas precauciones deben tomarse en cualquier instalación eléctrica, incluso en los cables que conectan una residencia a la red eléctrica de la calle.

❖ En la Tabla 21-2 se presenta también el valor máximo de la corriente que cada cable puede transportar sin calentamiento excesivo que pueda comprometer su aislamiento, es decir, sin dañar la capa de plástico que lo protege. Si este aislamiento se deteriora puede ocasionar serias consecuencias (cortocircuitos e incluso riesgo de incendio).

TABLA 21-2

Corriente máxima para cables de diferentes secciones rectas		
núm. de cable	sección (mm^2)	$i_{máx}$ (A)
14	1.5	15
12	2.5	20
10	4.0	30
8	6.0	40

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

35. Una bomba de agua se conecta a una fuente eléctrica que le aplica una tensión V_{AB} = 120 V. Se sabe que durante su funcionamiento, por el motor de la bomba circula una corriente i = 2.5 A.
    a) Las cargas eléctricas, al pasar por el motor de la bomba, ¿pierden o ganan energía eléctrica?
    b) ¿A dónde se transfiere esta energía perdida por las cargas?
    c) ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor?
    d) Si la bomba funciona durante 10 minutos, ¿qué cantidad de energía se desarrollará en ella?

36. Una resistencia eléctrica R, por la cual pasa una corriente i, disipa en forma de calor una potencia P = 2.0 W.
    a) Si la intensidad de la corriente se duplicara, ¿cuántas veces mayor se volvería la potencia disipada en R?
    b) Entonces, ¿cuál sería el nuevo valor de la potencia?
    c) Suponiendo que el valor de i se aumentara continuamente, trace un croquis del gráfico $P \times i$.

37. En un calentador eléctrico se encuentran las siguientes especificaciones del fabricante: 960 W, 120 V.
    a) Explique el significado de estos valores (*véase* el Ejemplo 2, de esta sección.)
    b) Suponiendo que el calentador esté conectado al voltaje adecuado, ¿qué corriente pasará a través de él?
    c) ¿Cuánto vale la resistencia eléctrica de este calentador?

38. Una persona halla que una regadera eléctrica de baño no calienta suficientemente el agua. Sabiendo que el voltaje V_{AB} aplicado a la regadera es constante, y recordando la relación $P = iV_{AB}$, responda:
    a) Para aumentar la potencia de la regadera, ¿debe aumentarse o disminuirse la corriente que pasa por su calentador?
    b) Entonces, para que exista un mayor calentamiento del agua, ¿la persona debe aumentar o disminuir la resistencia de la regadera?
    c) De manera que cuando el control de una regadera tal se desplaza de la posición "invierno" a la de "verano", ¿se aumenta o disminuye su resistencia?

39. Dos resistencias, R_1 y R_2, tales que $R_1 > R_2$, se conectan en serie. Recuerde la relación $P = Ri^2$ y responda:
    a) La corriente que pasa por R_1, ¿es mayor, menor o igual a la corriente en R_2?
    b) Entonces, ¿en cuál de las dos resistencias habrá mayor disipación de calor por el efecto Joule?

40. Considere ahora las dos resistencias del ejercicio anterior, conectadas en paralelo. Recordando la relación $P = iV_{AB}$, responda:
    a) La tensión aplicada a R_1, ¿es mayor, menor o igual a la aplicada a R_2?
    b) La corriente que pasa por R_1, ¿es mayor, menor o igual a la corriente en R_2?
    c) Entonces, ¿en cuál de las dos resistencias habrá mayor disipación de calor por el efecto Joule?

41. En el circuito mostrado en la Figura 21-38, el fusible instalado es de 30 A, es decir, se "quema" o funde si por él pasa una corriente superior a 30 A. Suponga que las corrientes que pasan por los aparatos mostrados son las siguientes:
    focos: 2 A por cada uno
    regadera: 25 A
    refrigerador: 2.5 A
    a) A medida que aumentamos el número de aparatos conectados a la instalación, ¿la resistencia total del circuito aumenta o disminuye?
    b) En estas condiciones, ¿la corriente que pasa por el fusible aumenta o disminuye?
    c) ¿El fusible se quemará si conectamos únicamente la regadera y uno de los focos?
    d) ¿El fusible se quemará si todos los aparatos se conectan en forma simultánea?

42. Suponga que la diferencia de potencial entre los puntos A y B (Fig. 21-38) es V_{AB} = 120 V, y que el fusible es de 30 A. Entonces, ¿cuál es el menor valor que puede adquirir la resistencia total de los aparatos conectados sin que se "queme" el fusible?

21.8 Un tema especial (para aprender más)

VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA CON LA TEMPERATURA

❖ **El valor de la resistencia eléctrica de un conductor depende de su temperatura.** En la Sección 21.3 de este capítulo realizamos un estudio de la resistencia eléctrica de los conductores. Como vimos, esta cantidad física mide la oposición que encuentran los electrones al desplazarse por la red cristalina de un sólido. En la Figura 21-40 se ilustra este hecho, indicando los electrones cuando se desplazan en el interior de un sólido, y chocan contra los iones que constituyen la red cristalina de dicho material.

En dicha sección, analizamos diversos factores que influyen en el valor de la resistencia de un conductor: su longitud, su área transversal y el material del que está hecho. A continuación analizaremos otro factor que puede producir grandes variaciones en la resistencia eléctrica: la temperatura del conductor.

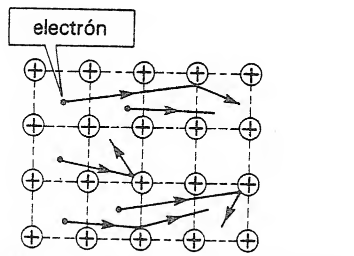


FIGURA 21-40 Electrones que se desplazan en el interior de un sólido cristalino y chocan con los iones de la red.

Es un hecho experimental, conocido desde hace mucho tiempo, que si R_0 es la resistencia de un conductor a una temperatura t_0, su resistencia R, a una temperatura cualquiera t, está dada, con una buena aproximación, por

$$R = R_0\,(1 + \alpha \Delta t)$$

donde $\Delta t = t - t_0$ y α es un coeficiente cuyo valor depende del material del cual está hecho el conductor.

❖ **La resistencia eléctrica puede aumentar o disminuir cuando la temperatura aumenta.** Al medir los valores de α para un gran número de sustancias, los científicos comprobaron que para todos los metales siempre se tiene $\alpha > 0$. Este resultado muestra que la resistencia eléctrica de todas las sustancias metálicas aumenta cuando lo hace su temperatura. De manera que el filamento de tungsteno de una lámpara eléctrica común, que tiene una resistencia de aproximadamente 20 Ω cuando está apagada, presentará una resistencia de casi 250 Ω cuando se encuentre encendida (temperatura de casi 2 500°C).

Otras sustancias, tales como el silicio, el germanio, el carbono, etc., presentan valores negativos del coeficiente α. Por tanto, la resistencia eléctrica de estas sustancias disminuye cuando se calienta. En las lámparas de filamento de carbono, que se empleaban hace años, se observaba el efecto inverso al que se produce en las lámparas de tungsteno: al calentarse, tales fuentes de luz presentaban una resistencia eléctrica menor que cuando estaban apagadas.

Además, es interesante observar, que los científicos lograron obtener ciertas aleaciones metálicas, como la llamada *constantan*, para las cuales el valor de α es prácticamente nulo. Esto significa que la resistencia eléctrica de estas sustancias permanece aproximadamente constante, aun cuando sus temperaturas sufran variaciones. Por este motivo, tales aleaciones se emplean en la fabricación de resistencias de alta precisión (patrones de resistencia).

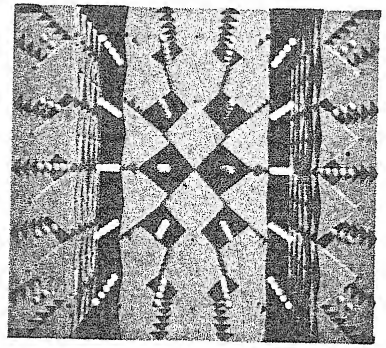
El hecho de que la resistencia eléctrica varía con la temperatura tiene algunas aplicaciones interesantes; por ejemplo, se emplea en la construcción de los termómetros de resistencia. En estos aparatos, al medir la resistencia eléctrica de un alambre de platino colocado en dispositivos tales como un horno, por ejemplo, se obtiene el valor de la temperatura en dicho recinto. Esto es posible porque el valor de la resistencia eléctrica del alambre de platino es conocido y se encuentra bien determinado para cada temperatura.

❖ **Por qué la resistencia eléctrica de los metales aumenta cuando la temperatura aumenta.** Al analizar la estructura interna de los sólidos es posible comprender por qué la resistencia eléctrica de estos cuerpos varía con la temperatura.

Desde el punto de vista de la física moderna, la resistencia eléctrica de un sólido depende básicamente de dos factores: el número de electrones libres existentes en su estructura, y la movilidad de dichos electrones al desplazarse a través de su red cristalina. Obviamente, cuanto mayor sea el número de electrones libres (por unidad de volumen) existentes en el sólido, tanto menor será su resistencia eléctrica. De la misma manera, la resistencia será menor cuanto más fácilmente se desplacen los electrones a través de la red cristalina, o sea, cuanto mayor sea la movilidad de los mismos.

Los científicos, por medio de recursos experimentales de gran precisión, lograron medir el número de electrones libres que existen en diversas sustancias. Los resultados de estas medidas muestran que en los metales, el número de electrones libres prácticamente no varía cuando cambia la temperatura de estas sustancias. Pero como sabemos, el aumento de temperatura provoca un aumento en la agitación térmica de los electrones libres y de los iones de la red cristalina. Debido a ello, al desplazarse los electrones sufren un mayor número de choques contra los iones de la red, es decir, se reduce su movilidad. De modo que en los metales, al no haber un aumento en el número de electrones libres y producirse una reducción en su movilidad, la elevación de temperatura producirá necesariamente un aumento en la resistencia eléctrica.

❖ **Por qué la resistencia eléctrica de los semiconductores disminuye cuando la temperatura aumenta.** Otras sustancias, al contrario de los metales, presentan alteraciones considerables en el número de sus electrones libres cuando aumenta su temperatura. Estos materiales tienen un número relativamente pequeño de electrones libres cuando se encuentran a bajas temperaturas. Por tanto, en estas condiciones se comportan prácticamente como si fueran materiales aislantes. Cuando su temperatura se eleva, el aumento de la agitación térmica hace que un gran número de electrones se separe de sus átomos, volviéndose electrones libres. Entonces, aun cuando la movilidad de los electrones se vuelva menor, el aumento de temperatura producirá una disminución en la resistencia eléctrica de dichos materiales, dado que el número de sus electrones libres crece en forma considerable.



Representación de la estructura interna de un superconductor. Los electrones libres que constituyen una corriente eléctrica, se desplazan a lo largo de esta estructura sin ninguna resistencia.

Para ilustrar esta afirmación, examinaremos el caso del silicio puro. A la temperatura ambiente, se observa que existen unos 10^{11} electrones libres por cm^3 en este material, y que su resistencia eléctrica es muy elevada. Si la temperatura del silicio se eleva a 700°C, el número de electrones libres que presenta aumenta 10 millones de veces, pasando a ser de 10^{18} por cm^3. Como consecuencia, su resistencia eléctrica disminuye, volviéndose casi un millón de veces menor. Los materiales que presentan un comportamiento como éste se denominan semiconductores (silicio, germanio, selenio, Cu_2O, PbS, etcétera).

❖ **Qué es la superconductividad.** Una propiedad importante relacionada con la variación de la resistencia eléctrica con la temperatura, fue descubierta en 1911 por el físico holandés Kamerlingh Onnes, quien recibió el premio Nobel de Física en 1913 por su trabajo en el campo de las bajas temperaturas. Este científico encontró que algunas sustancias, a temperaturas muy bajas (cercanas al cero absoluto), presentan una resistencia eléctrica prácticamente nula. En otras palabras, los electrones libres de la sustancia, en tal situación, pueden desplazarse libremente a través de su red cristalina. Este fenómeno recibió el nombre de *superconductividad (eléctrica)*, y cuando el material se encuentra en tal estado se denomina *superconductor (eléctrico)*. Si una corriente se establece en una espiral hecha de material superconductor, dicha corriente permanecerá indefinidamente allí, aunque se retire del circuito la fuente de tensión que la estableció.

La temperatura en la cual una sustancia se vuelve superconductora se denomina *temperatura de transición*. Esta temperatura varía de un material a otro. Por ejemplo, en el mercurio es igual a 4 K, mientras que en el plomo tiene un

Kamerlingh Onnes (1853-1926). Físico holandés conocido por sus trabajos en el campo de las bajas temperaturas y por la producción del helio líquido. Influido por los trabajos de Van der Waals, estudió las propiedades termodinámicas de los gases y líquidos en diversas condiciones de presión y temperatura. Onnes descubrió la superconductividad eléctrica de los materiales, es decir, la reducción de la resistencia eléctrica de algunas sustancias prácticamente a cero, al ser enfriadas a temperaturas cercanas al cero absoluto. En 1913 recibió el Premio Nobel de Física por dichos trabajos.

valor de aproximadamente 7 K. El gráfico de la Figura 21-41 muestra lo que sucede con la resistencia *R* de una muestra de mercurio cuando su temperatura *t* se abate. Observemos que *R* disminuye conforme *t* disminuye, y cuando se alcanza la temperatura de transición (4 K), la resistencia eléctrica de la muestra se reduce bruscamente a cero, permaneciendo nula para cualquier temperatura inferior a ésta.

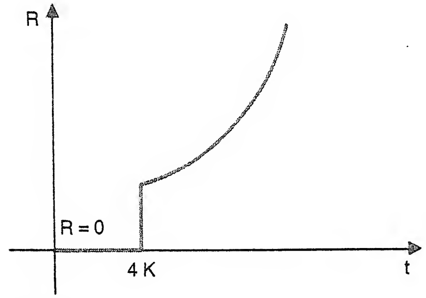


FIGURA 21-41 A la temperatura de 4 K, la resistencia eléctrica de una muestra de mercurio desciende bruscamente a cero, permaneciendo nula a cualquier temperatura inferior a ésta.

❖ **Los superconductores y la transmisión de energía eléctrica.** Los materiales superconductores podrán desempeñar en el futuro un papel importantísimo en la ingeniería eléctrica (además de su extensa aplicación actual en la ingeniería electrónica). Es un hecho conocido que en la transmisión de la energía eléctrica, desde la estación generadora hasta los puntos de consumo donde se utiliza (ciudades, industrias, etc.), hay una pérdida considerable por efecto Joule debido a la resistencia eléctrica de las líneas transmisoras. Los ingenieros eléctricos (o electricistas) procuran reducir al mínimo esta pérdida, pero encuentran serias limitaciones, principalmente si tomamos en cuenta la gran extensión de dichas líneas. Si el material de las líneas de transmisión fuera superconductor, no se daría la disipación por efecto Joule (pues $R = 0$), y de este modo, toda la energía generada en la estación eléctrica podría utilizarse, sin pérdidas en la transmisión, en los centros de consumo. Pero en la actualidad es prácticamente imposible construir una línea superconductiva, pues sería necesario mantener los cables de conducción por debajo de su temperatura de transición, lo cual económicamente no es factible. Cuando el desarrollo tecnológico encuentre una solución a este problema, la energía que actualmente se disipa en las líneas de transmisión se podrá aprovechar totalmente, y esta economía podría equivaler a la construcción de un gran número adicional de estaciones generadoras de potencia eléctrica.

Superconductividad a "altas temperaturas"

❖ Durante muchos años, desde el descubrimiento de Kamerlingh Onnes en 1911, los científicos se preocuparon por hallar nuevas sustancias que pudieran presentar superconductividad a temperaturas más altas que aquellas con las cuales se veían obligados a trabajar en el inicio de sus estudios. A pesar de esos esfuerzos, hasta principios de los años ochenta, las temperaturas de transición más altas que lograron obtener estaban situadas en torno a 25 K. Por tanto, para volver superconductores a los cables de los materiales descubiertos, deberían mantenerlos sumergidos en helio líquido, cuyo punto de ebullición es de ¡solamente 4 K! Esta era la única manera de conservar a los cables en aquellas bajas temperaturas exigidas para una superconductividad. Por ejemplo, en la Figura 21-42, obtenida en la década de 1960, se muestran dos recipientes cilíndricos, que contienen helio líquido, en los cuales están sumergidas dos bobinas de material superconductor. Los cables de esas bobinas son recorridos por corrientes de intensidad muy alta, sin que haya disipación de calor, ya que su resistencia, en esas condiciones, es nula (obsérvese que si esos cables estuvieran a temperatura ambiente, se fundirían al ser recorridos por corrientes tan intensas). Estas bobinas se comportan, entonces, como poderosos electroimanes capaces de orientar grandes clavos de fierro, colocados sobre una mesa (el efecto magnético de la corriente se analiza en el

Capítulo 24). En virtud de que el proceso de obtención del helio líquido es complejo y costoso, experimentos como éste solamente podrían realizarse en laboratorios de investigación con equipo muy moderno.

❖ En 1986 se descubrió una nueva clase de materiales superconductores: una *cerámica*, en cuya composición intervienen óxidos de cobre, mezclados con lantanio o itrio, y cuya temperatura de transición es de 125 K. Este descubrimiento fue una gran sorpresa para los científicos, porque las cerámicas, en general, no son buenas conductoras de electricidad.

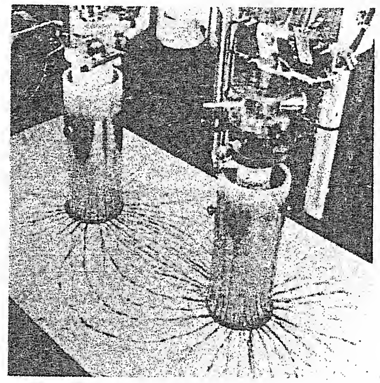


FIGURA 21-42 En el interior de los cilindros se encuentran bobinas sumergidas en helio líquido, volviéndose superconductores.

La gran ventaja de esta cerámica es que tiene una temperatura de transición superior a la temperatura de ebullición del nitrógeno (78 K). El nitrógeno, además de ser muy abundante, puede licuificarse con relativa facilidad y permite mantener la cerámica en estado superconductor con pocos gastos y con equipos accesibles a laboratorios más modestos. Por ello, los países en desarrollo, pueden continuar las investigaciones en esta área. El gran objetivo de esas investigaciones, todavía remoto, es obtener materiales que presenten superconductividad a temperaturas próximas a la temperatura ambiente, que puedan alcanzarse por los procesos comunes de refrigeración.

> Los científicos K. Muller (Suiza) y J. Berdnorz (Alemania) recibieron el Premio Nobel de Física en 1987, por el descubrimiento de materiales que se vuelven superconductores a "altas temperaturas". Sus trabajos se realizaron en los laboratorios de investigación de la IBM, en Zurich, Suiza.

❖ Como vimos, si ese objetivo pudiera alcanzarse, se eliminarían las pérdidas en las trasmisiones de energía eléctrica, lo que redundaría en un gran aumento (alrededor de 30%) de energía eléctrica disponible en el mundo. Además de esa ventaja, se puede pensar en otras aplicaciones para los superconductores. Una de ellas se relaciona con la propiedad de estos materiales de repeler el polo de un imán que se acerca a ellos. En la Figura 21-43 se muestra un imán suspendido en equilibrio (en el aire), a cierta altura arriba de una placa de cerámica superconductora (una ilustración de esta propiedad). Este efecto podrá utilizarse, en el futuro, para construir trenes de alta

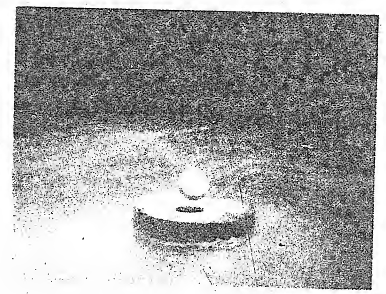


FIGURA 21-43 Un pequeño imán, en forma de disco, levita sobre un material mantenido en estado superconductor por el enfriamiento propiciado por nitrógeno líquido (que rodea al material)

velocidad, en los cuales los vagones, provistos de fuertes imanes, se mantienen en levitación sobre rieles superconductores. En Japón ya existe este prototipo de tren, el cual alcanza una velocidad de 530 km/h.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

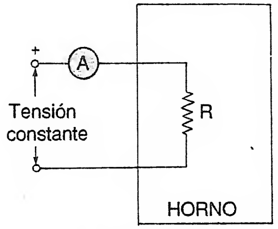
43. El hervidor mencionado en el Ejercicio 37, de este capítulo, presenta las siguientes especificaciones: 960 W, 120 V. Su resistencia eléctrica es, entonces, 15 Ω (valor obtenido en la solución del ejercicio). Una persona, con una pila seca, aplicó una tensión de 1.5 V a este hervidor (evidentemente, desconectado de la toma) y comprobó que, en este experimento, una corriente de 0.30 A pasaba por el hervidor.
a) ¿Cuál es el valor de la resistencia del hervidor que la persona encontró en este experimento?
b) ¿A qué atribuye la diferencia entre los valores de la resistencia obtenidos en el Ejercicio 37 y en el experimento que realizó la persona?

44. En el texto de esta sección se proporcionaron datos acerca del filamento de un foco de tungsteno prendido y apagado (cerca de 20°C). Utilice estos datos y calcule, para el tungsteno, el valor aproximado (con sólo un algoritmo) del coeficiente α, también mencionado en el texto (coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura).

45. El coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura para la aleación metálica constantan, como dijimos, es muy pequeño. Su valor es $\alpha = 2 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$.
a) Determine la relación entre los valores de α para el tungsteno y para el constantan (cuántas veces un valor es mayor que el otro).
b) Suponga que el foco mencionado en el texto, cuya resistencia es de 20 Ω cuando está apagado (cerca de 20°C), tuviera su filamento hecho de constantan. ¿Cuál sería la resistencia del filamento de este foco si pudiera alcanzar la temperatura de 2 500°C?

46. El foco de tungsteno mencionado en el texto es un foco de 60 W, 120 V. Si su filamento fuera de constantan, determine la potencia que disiparía al ser conectado a 120 V, suponiendo que su filamento no se quemara.

47. La temperatura de un horno se obtiene por medio de un sistema eléctrico, como el que se muestra en la figura de este ejercicio. La lectura del amperímetro en el momento en que el horno es conectado (20°C), es 2.0 A. El resistor *R* está hecho de un material cuyo coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura es $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}\ °C^{-1}$.



Ejercicio 47

Cuando el amperímetro indica 0.50 A, ¿cuál es la temperatura del horno?

48. Suponga que la temperatura de un filamento metálico que conduce una corriente eléctrica, se aumente.
a) El número de electrones libres en el filamento, ¿aumenta, disminuye o permanece prácticamente constante?
b) La movilidad de los electrones libres, desplazándose en la red cristalina del metal, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
c) Entonces, la resistencia del filamento, ¿aumenta, disminuye o no se altera?

49. Una pequeña placa de silicio, a temperatura ambiente, conectada a una pila seca común, es recorrida por una corriente extremadamente pequeña. Si se aumenta la temperatura de esta placa, conteste:
a) El número de electrones libres en la placa, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
b) La movilidad de los electrones libres que se desplazan en la red cristalina de este semiconductor, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
c) ¿Qué ocurre con el valor de la resistencia de la placa de silicio? Entonces, de los factores analizados en las preguntas (a) y (b), que influyen en la variación de la resistencia con la temperatura, ¿cuál de ellos predomina para el caso del silicio?

50. La temperatura de transición del plomo es 7.2 K. Entonces, si un alambre de plomo estuviera en temperatura inferior a este valor:
a) ¿Cuál será el valor de su resistencia eléctrica?
b) ¿Cómo se denomina un material cualquiera, en condiciones semejantes a la del plomo en esta situación?

51. Considere una planta hidroeléctrica que genera una potencia de 700 000 kW. Esta potencia se lleva por una extensa red de transmisión hasta una ciudad en donde se utiliza.

a) Explique por qué la potencia eléctrica que llega a la ciudad es inferior a 700 000 kW.
b) ¿Cuál es la potencia que llegaría a la ciudad si la red de transmisión estuviera hecha con cables superconductores?
c) ¿Cuál es la gran dificultad que existe, en la actualidad, para que se puedan instalar las redes superconductoras?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Diga con sus propias palabras, qué es *corriente eléctrica*.
b) Describa la corriente eléctrica en los metales, en los líquidos y en los gases, diciendo en cada caso cuáles son las cargas libres que se desplazan.

2. *a)* ¿Qué se entiende por "corriente convencional"?
b) ¿Esta corriente tiene el mismo sentido o sentido contrario al del campo establecido en el conductor?

3. *a)* Escriba la ecuación de definición de la intensidad de corriente eléctrica, explicando el significado de los símbolos que aparecen en ella.
b) ¿Cuál es la unidad SI de medida de la corriente eléctrica?

4. *a)* ¿Qué es *corriente continua*? Dé ejemplos de dispositivos que proporcionan este tipo de corriente.
b) ¿Qué es *corriente alterna*?
c) ¿Qué clase de corriente suministra a nuestras casas el servicio público de energía eléctrica?
d) ¿Qué es un *rectificador* de corriente?

5. *a)* ¿Qué se entiende por *polo negativo* y por *polo positivo* de una pila?
b) Trace un croquis que muestre cómo debemos conectar varias pilas para obtener un voltaje más elevado.
c) Describa cómo se instala una batería o acumulador de automóvil (oriéntese por la Figura 21-10).

6. *a)* Cuando conectamos entre sí los polos de una batería mediante un alambre conductor, ¿cuál es el sentido de la corriente convencional que pasaría por este elemento?
b) Critique la afirmación siguiente: "una lámpara eléctrica encendida consume corriente".

7. *a)* Escriba la ecuación que define la resistencia eléctrica de un conductor, explicando el significado de los símbolos que aparecen en tal ecuación.
b) ¿Cuál es la unidad SI de medida de esta magnitud?

8. *a)* ¿Cuál es la relación entre la resistencia eléctrica *R* de un conductor y su longitud *L*? ¿Y entre *R* y el área *A* de la sección transversal del mismo?
b) Escriba la ecuación que relaciona *R* con *L* y *A*. ¿Cómo se denomina el coeficiente de proporcionalidad que aparece en esta ecuación?
c) Un valor elevado de la resistividad eléctrica de un material, ¿indica que éste es un buen o un mal conductor de electricidad?
d) ¿Qué es un reóstato? Describa cómo funciona el reóstato de la Figura 21-19a.

9. *a)* Enuncie con sus propias palabras la ley de Ohm.
b) La relación $V_{AB} = Ri$, ¿puede emplearse para un material que no cumple la ley de Ohm?
c) Trace un esquema que muestre el aspecto de la gráfica $V_{AB} \times i$ para un conductor óhmico.

10. *a)* Dibuje esquemáticamente tres resistores conectados en serie, entre los polos de una batería.
b) ¿Por cuál de estos resistores pasa la mayor corriente?
c) ¿A cuál de las resistencias se encuentra aplicado el mayor voltaje?
d) ¿Cómo se calcula la resistencia equivalente de esta conexión?

11. *a)* Trace un esquema que muestre tres resistores conectados en paralelo, entre los polos de una batería.
b) ¿Por cuál de estas resistencias pasa la mayor corriente?
c) ¿A cuál de ellas se aplica la mayor tensión?
d) Escriba la ecuación que proporciona la resistencia equivalente de esta conexión.

12. *a)* Trace un croquis que muestre cómo debe conectarse un amperímetro para medir la intensidad de la corriente que pasa por un resistor.

b) Indique gráficamente cómo debe conectarse un voltímetro para medir la tensión o diferencia de potencial en los extremos de un resistor.

c) Explique cómo podemos usar un voltímetro y un amperímetro para medir el valor de una resistencia desconocida.

13. *a)* Dé ejemplos de aparatos en los cuales la energía eléctrica se transforma a otras clases de energía.

b) Escriba la expresión que proporciona la potencia desarrollada en un aparato eléctrico, sometido a un voltaje V_{AB} y recorrido por una corriente i.

14. *a)* Explique qué es el *efecto Joule.*

b) Escriba la expresión de la potencia disipada en un conductor por el efecto Joule (en función de R e i).

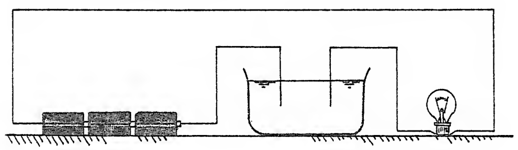
e) Cite ejemplos de dispositivos o aparatos que constituyen aplicaciones del efecto Joule.

d) ¿Qué entiende por *cortocircuito?*

NUEVE EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Tome tres pilas secas comunes, un pequeño foco de 3 V (para linterna) y un recipiente que contenga agua (de uso doméstico). Usando alambres de conexión (aislados), haga el montaje que se muestra en la figura de este experimento (no olvide "pelar" o desforrar en buena parte los extremos de los alambres que están sumergidos en el agua).



Primer Experimento

1. Para asegurarse de que las pilas y el foco están en buenas condiciones, cierre el circuito tocando uno con otro, los extremos del conductor sumergidos en el agua. Observe si se enciende el foco.

2. Separe los extremos de los alambres, manteniéndolos sumergidos en el agua, como muestra la figura. ¿Se enciende el foco?

3. Disuelva una cucharada de azúcar en el agua del recipiente. ¿Se enciende ahora el foco?

4. Añada lentamente sal de cocina al agua. ¿Qué observa?

5. Saque los extremos de los alambres del agua y conéctelos a los extremos de una pequeña barra de grafito de un lápiz o de una puntilla para lapicero. ¿Se enciende el foco?

Con base en sus observaciones responda: ¿El agua pura es buena conductora de electricidad? ¿Y el agua con azúcar? ¿Y el agua con sal? ¿Y el grafito?

SEGUNDO EXPERIMENTO

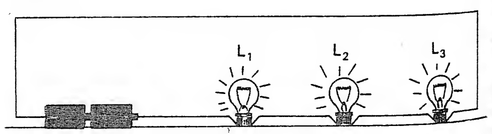
1. Examine las conexiones eléctricas de una linterna común, observando la disposición de las pilas, la manera en que se encuentran conectadas al foco, y el funcionamiento del apagador o interruptor. Trace un diagrama que muestre los detalles del circuito que observó.

2. Trate, ahora, de estudiar el circuito de algún otro aparato electrodoméstico. Observe cómo están conectados los diversos elementos en su interior y analice lo que sucede cuando sus medios de control se desplazan de una posición a otra, y viceversa. Trace un diagrama que represente el circuito que haya examinado.

TERCER EXPERIMENTO

Para realizar este experimento va a necesitar dos pilas secas comunes, tres focos de linterna (de 3 V cada una), así como alambres de conexión.

1. Agrupe las pilas en serie, como muestra la figura de este experimento. Conecte uno de los focos (únicamente el F_1) directamente a las pilas y observe su brillo.



Tercer Experimento

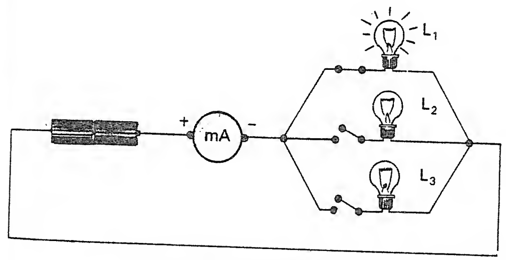
2. Abra el circuito e introduzca otro foco, el F_2, en serie con F_1, y cerrando nuevamente el circuito, observe el resplandor de ambas fuentes. Tomando en cuenta sus observaciones, responda: ¿la corriente proporcionada por las pilas aumentó, disminuyó o no cambió cuando se introdujo en el circuito F_2? Entonces, ¿la resistencia del sistema aumentó o disminuyó cuando F_2 se agrupó en serie con F_1?

3. Introduzca, ahora, un tercer foco, F_3, en serie con F_1 y F_2 (*véase* la figura de este experimento). Observe una vez más la luminosidad de los focos, y diga lo que sucedió al valor de la corriente proporcionada por las pilas, y al valor de la resistencia total del circuito debido a la introducción de F_3.

4. Desconecte F_3 y observe lo que sucede con F_1 y F_2; repita su observación desconectando únicamente F_2, y en seguida, únicamente F_1. Entonces, cuando tenemos varios aparatos conectados en serie, si la corriente en uno de ellos se interrumpe, ¿qué sucede a la corriente en los demás?

CUARTO EXPERIMENTO

En este experimento se utilizarán las mismas pilas y focos del experimento anterior, y también, un miliamperímetro (si en su escuela no cuentan con este aparato, tal vez pudiera conseguirlo prestado de algún electricista u otro técnico).



Cuarto Experimento

1. Monte el circuito que se muestra en la figura de este experimento (no se olvide de tener en cuenta la polaridad del medidor), inicialmente con los focos F_2 y F_3 desconectados. Anote la lectura del miliamperímetro con el foco F_1 encendido.

2. Conecte F_2 de manera que en el circuito se tengan F_1 y F_2 en paralelo. Anote la nueva lectura del amperímetro y responda: la intensidad de la corriente proporcionada por las pilas, ¿aumentó, disminuyó o no se alteró cuando se introdujo F_2 en el circuito? Luego entonces, ¿la resistencia del circuito aumentó o disminuyó cuando F_2 se conectó en paralelo con F_1?

3. Conecte ahora el foco F_3 también en paralelo con F_1 y F_2. Observe el miliamperímetro y diga qué sucedió al valor de la corriente proporcionada por las pilas, así como a la resistencia total del circuito cuando se aumentó el número de focos conectados en paralelo.

4. Desconecte el foco F_3. ¿Los focos F_1 y F_2 también se apagan? A continuación desconecte únicamente F_2. ¿Los focos F_1 y F_3 continúan encendidos? Repita sus observaciones desconectando únicamente F_1.

¿Entiende ahora por qué es posible apagar (interrumpiendo su circuito), por ejemplo, el foco de la sala de su casa sin que se apaguen las demás?

QUINTO EXPERIMENTO

Usando un alambre muy delgado (de niquel-cromo o de acero) de casi 2 m de longitud (no use alambre de cobre porque su resistividad es muy pequeña), podemos construir un reóstato muy simple.

Para comprobar si este alambre realmente puede funcionar como reóstato, monte el circuito que se muestra en la figura de este experimento (dos pilas secas, un foco de linterna de 3 V y el alambre mencionado). Desplace el extremo de contacto C a lo largo del alambre delgado, hacia un lado y otro. Observe el brillo del foco y responda:

Quinto Experimento

a) ¿La intensidad de la corriente en el circuito aumenta o disminuye cuando se incrementa la longitud en el circuito de alambre?

b) Entonces, en estas condiciones, ¿la resistencia del circuito aumentó o disminuyó?

c) ¿Sus observaciones concuerdan con lo que aprendió en la Sección 21.3?

SEXTO EXPERIMENTO

1. Examine varios aparatos electrodomésticos existentes en su casa (lámparas, refrigerador, ventilador, plancha, televisor, etc.), y anote, con los datos proporcionados por los fabricantes, cuál es la potencia de cada uno. Como ya conoce el voltaje existente en los enchufes o contactos de su casa, calcule la intensidad de la corriente que pasa por cada uno de esos aparatos cuando se encuentran en funcionamiento (oriéntese por el Ejemplo 2 resuelto de la Sección 21.7).

2. Seleccione de entre los datos que examinó, los que basan su funcionamiento exclusivamente en el efecto Joule. Calcule el valor de la resistencia de cada uno de los aparatos. ¿El aparato de mayor potencia posee mayor o menor resistencia que los demás? Analice este resultado.

3. Obtenga en el interruptor general de la instalación eléctrica de su casa, cuál es el mayor valor de la corriente (amperaje máximo) que puede pasar sin que se abra. Usando los valores que calculó en la primera parte de este experimento, indique algunas combinaciones de aparatos que al ser conectados en forma simultánea, producirán la apertura del interruptor (o bien, que los fusibles se quemen).

SÉPTIMO EXPERIMENTO

Si no se conoce la potencia de un aparato electrodoméstico cualquiera, puede determinarla fácilmente con el procedimiento que sigue:

1. Desconecte todos los aparatos eléctricos de su casa (refrigerador, calentador, ventilador, etc.), dejando encendidos únicamente uno o dos focos de potencia conocida (de 60 W o de 100 W).

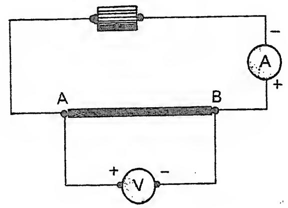
2. Observe el disco de aluminio del medidor de consumo de energía eléctrica (llamado técnicamente *wattborímetro)* existente en la *entrada* del servicio eléctrico de su casa. Mida el tiempo que tarda el disco en efectuar cierto número de vueltas (por ejemplo 5 o 10).

3. Apague los focos y ponga en marcha únicamente el aparato de potencia desconocida. Mida entonces el tiempo que tarda el disco del medidor en efectuar el mismo número de vueltas.

4. Usando los datos obtenidos, así como la potencia de los focos utilizados, calcule la potencia del aparato.

OCTAVO EXPERIMENTO

Al realizar este experimento, podrá determinar si un conductor obedece la ley de Ohm. Por ejemplo, podrá verificar esto, en el caso del alambre de níquel-cromo (o de acero) que empleó en el quinto experimento de este capítulo.



Octavo Experimento

1. Monte el circuito que se indica en la figura de este experimento, donde *AB* representa el alambre mencionado. Como ha de emplear una pila seca común (de 1.5 V), el amperímetro y el voltímetro deben escogerse con una escala tal que permitan la lectura de la tensión V_{AB} aplicada al alambre, y de la corriente que pasa a traves de él. Anote las lecturas de estos dos medidores y calcule el valor de la resistencia *R* del alambre *AB*.

2. Conecte otra pila de 1.5 V en serie con la primera. Anote los nuevos valores indicados por el voltímetro y por el amperímetro. Usando estos valores, vuelva a calcular el valor de *R*.

3. Repita sus observaciones usando, ahora, tres pilas secas en serie, y calcule nuevamente el valor de *R*.

Tomando en cuenta los valores obtenidos, responda:

a) Cuando se aplican al alambre *AB* diferentes voltajes, ¿el valor de su resistencia permanece prácticamente constante o sufre variaciones considerables?

b) ¿Entonces encuentra razonable decir que el alambre *AB* sigue la ley de Ohm?

NOVENO EXPERIMENTO

Para verificar que la resistencia eléctrica de un alambre metálico depende de su longitud *L*, de su área *A* y del material de que está hecho, realice el siguiente experimento:

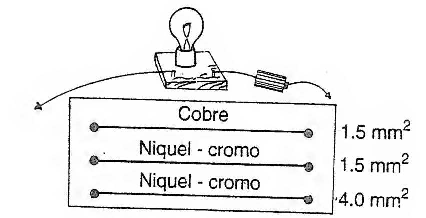
1. Tome tres alambres de la misma longitud (aproximadamente 60 cm), dos de ellos de níquel-cromo, con secciones de 1.5 mm^2 y 4.0 mm^2, y otro de cobre, de sección igual a 1.5 mm^2. Extiéndalos sobre una tabla, sujételos por sus extremos, como se indica en la figura.

2. Conecte un foco (con contacto) de linterna (1.5 V o 3.0 V) a una o dos pilas secas, por medio de alambres en cuyos extremos se pusieron clavos (*véase* figura).

3. Apoye los clavos en los extremos del cable de cobre y observe el resplandor del foco.

4. Ahora, haga la misma observación pero conecte los clavos a los extremos del cable de níquel-cromo, de sección igual a la del alambre de cobre. El resplandor del foco, ¿aumentó, disminuyó o no se alteró? Compare cualitativamente las resistividades del cobre y del níquel-cromo y verifique si su repuesta se conforma con los datos indicados en la Tabla 21-1.

5. Mantenga uno de los dos clavos en contacto con un extremo del alambre de níquel-cromo (1.5 mm^2), deslice el otro clavo a lo largo de este alambre y observe la luz del foco a medida que la longitud del alambre disminuye. ¿Aumenta el resplandor del foco o disminuye? ¿Por qué?



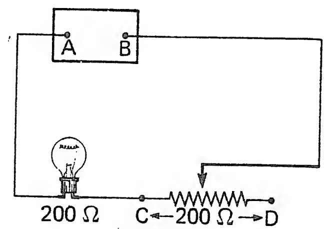
Noveno Experimento

6. Pase los clavos a los extremos del alambre de níquel-cromo de sección igual a 4.0 mm^2 y compare el brillo del foco con el que observó en el punto 4 de este experimento (si es necesario, repita este punto para facilitar la comparación). ¿En cuál de las dos situaciones, el brillo del foco es mayor? Explique su respuesta.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. Entre los puntos *A* y *B* del tomacontacto o enchufe que se muestra en la figura de este problema, se mantiene una diferencia de potencial V_{AB} igual a 120 V. Calcule la corriente que pasa por el foco en las siguientes posiciones del cursor del reóstato:

a) en *C*
b) en medio de *CD*
c) en *D*.



Problema 1

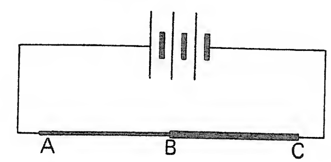
2. Un alambre tiene 10.0 m de longitud y 3.0 mm^2 de área transversal. Al medir la resistencia eléctrica de este alambre se halló que su valor es $5.7 \times 10^{-2}\,\Omega$. ¿De qué material cree que está hecho el alambre?

3. *a)* Trace un croquis del gráfico que representa la resistencia eléctrica de un alambre metálico homogéneo, en función de su longitud.
b) ¿Qué representa la pendiente de esta gráfica?

4. Un alambre metálico homogéneo, cuya resistencia es de 150 Ω fue cortado en diez pedazos iguales. Agrupando los pedazos lado a lado a fin de formar un haz, ¿cuál será la resistencia del conductor así obtenido?

5. Los alambres *AB* y *BC* que se muestran en la figura de este problema están hechos del mismo material, y tienen la misma longitud, pero *BC* es más grueso que *AB*. De las afirmaciones siguientes, señale la que sea correcta:

a) La resistividad de *AB* es mayor que la de *BC*.
b) La resistencia de *AB* es igual que la de *BC*.
c) La corriente que pasa por *AB* es igual a la que pasa por *BC*.
d) El voltaje V_{AB} es menor que el V_{BC}.
e) El campo eléctrico es nulo en el interior de los conductores *AB* y *BC*.



Problema 5

6. Analice la conexión de resistencias que se indica en la figura de este problema. Sin calcular la

resistencia equivalente de este sistema, podemos afirmar que su valor:

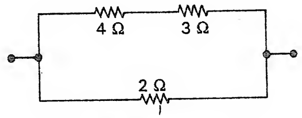
a) Está comprendido entre 7 Ω y 2 Ω.

b) Es menor que 2 Ω.

c) Está comprendido entre 9 Ω y 7 Ω.

d) Es igual a 9 Ω.

e) Es mayor que 9 Ω.



Problema 6

7. Considere el circuito eléctrico analizado en el Ejercicio 29 de este capítulo.

a) Calcule la tensión a la que están sometidas cada una de las resistencias del circuito.

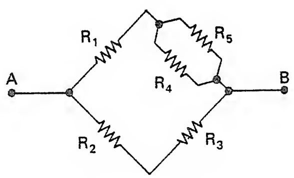
b) ¿Cuál es el valor de la corriente que pasa por cada una de tales resistencias?

8. En el agrupamiento de resistores que se muestra en la figura de este problema tenemos: R_1 = 3.0 Ω y $R_2 = R_3 = R_4 = R_5$ = 6.0 Ω. La tensión aplicada entre *A* y *B* es de 24 V. Calcule:

a) La resistencia equivalente de la conexión.

b) La corriente total que pasa de *A* hacia *B*.

c) La corriente que pasa por cada resistor.



Problema 8

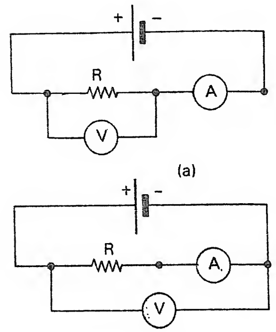
9. Para medir el valor de una resistencia *R* desconocida, con ayuda de un voltímetro y de un amperímetro, podemos usar el montaje (a) o el montaje (b) que se muestran en la figura de este problema. Pero considere (contrariamente a lo que suele suceder) que la resistencia interna del amperímetro y la corriente que pasa por el voltímetro *no* son depreciables. En estas condiciones, responda:

a) En el montaje (a); ¿la lectura del amperímetro será mayor, menor o igual a la corriente que pasa por *R*?

b) Entonces, usando el montaje (a), ¿el valor que obtendremos para *R* será mayor, menor o igual a su valor real?

c) En el montaje (b), ¿la lectura del voltímetro será mayor, menor o igual al voltaje aplicado a *R*?

d) Entonces, usando el montaje (b), ¿el valor que obtendremos para *R* será mayor, menor o igual a su valor real?



Problema 9

10. Un foco incandescente común presenta las siguientes especificaciones: 330 W, 220 V. Suponiendo que este elemento está conectado al voltaje especificado, determine:

a) El valor de la corriente que pasa por su filamento.

b) El valor de la resistencia de dicho filamento.

11. En una casa, en la cual el voltaje de servicio es de 120 V, está instalado un fusible con amperaje de 25 A. En esta casa se emplean eventualmente diversos aparatos electrodomésticos, en los cuales se encuentra especificada la potencia de cada uno:

radiador: 2 400 W
televisor: 120 W
licuadora: 240 W
hervidor: 840 W
focos: 60 W (cada uno)

Diga si el fusible de protección se quemará al hacer funcionar simultáneamente:

a) El radiador, el televisor y la licuadora.

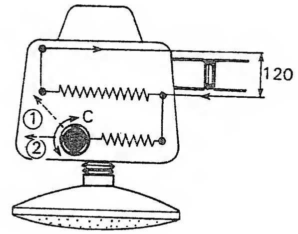
b) El radiador y el hervidor.

c) El hervidor, la licuadora y el televisor.

d) 10 focos, el televisor y el radiador.

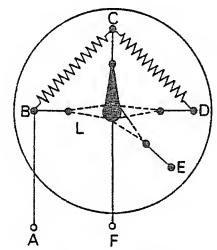
e) El hervidor, el televisor, la licuadora y 5 focos.

12. La figura de este problema representa el circuito que se utiliza en un tipo de ducha o regadera eléctrica. El control o conmutador *C* puede desplazarse de la posición (1) a la posición (2), y viceversa. ¿En cuál posición del control, la regadera estará "en invierno"? Explique.



Problema 12

13. Otro tipo de regadera eléctrica para baño tiene un circuito similar al que se indica en la figura de este problema. Entre los puntos *A* y *F* se mantiene un voltaje constante, y por medio del conmutador *L*, es posible hacer contacto en los puntos *B*, *C*, *D* y *E*. Analice las siguientes afirmaciones e indique cuáles son correctas:



Problema 13

a) Con el control en *B* habrá un cortocircuito.

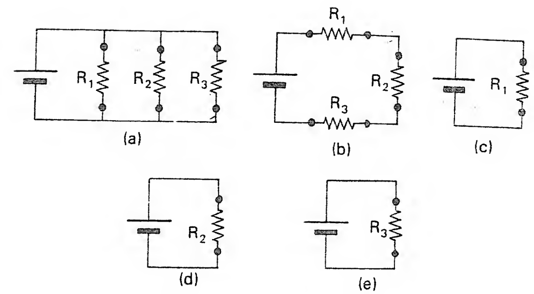
b) Con el control o conmutador en *C*, la regadera estará "en invierno".

c) Con el control en *D*, la regadera se encontrará "en verano".

d) Con el conmutador en *E*, la regadera estará desconectada.

14. Para calentar el agua contenida en un recipiente se dispone de tres resistores, R_1, R_2 y R_3, así como de una batería que proporciona un voltaje constante. Entre los montajes que se muestran en la figura de este problema, señale el que debería emplear para que el agua se caliente más rápidamente.

15. El propietario de un restaurante observó que los alimentos colocados en el interior de una estufa eléctrica no se calentaban lo suficiente. Para aumentar la temperatura de la estufa, podría hacer varias modificaciones a la resistencia calefactora. Entre las opciones siguientes, señale la que *no* hará obtener el resultado que desea:



Problema 14

a) Cortar un pedazo de la resistencia.

b) Conectar otra resistencia en paralelo con la primera.

c) Conectar otra resistencia en serie con la primera.

d) Sustituir la resistencia por otra de igual longitud e igual sección, hecha con un material de menor resistividad.

e) Sustituir la resistencia por otra de igual material e igual longitud, pero de mayor área de sección.

16. Cuando estudiamos el efecto Joule vimos que la potencia disipada en una resistencia *R*, recorrida por una corriente *i*, está dada por $P = Ri^2$. Suponga que el valor de *R* es variable y que el voltaje V_{AB} aplicado a ella se mantiene constante. Si el valor de *R* aumenta, podemos concluir correctamente que:

a) La potencia aumentará, porque *P* es directamente proporcional a *R*.

b) La corriente *i* disminuirá, porque V_{AB} permanece constante.

c) El valor de *P* permanecerá constante, porque el aumento de *R* se compensa con la disminución de *i*.

d) El valor de la potencia disminuirá, porque la influencia de la reducción de *i* sobre *P*, es mayor que la influencia del aumento de *R*.

e) El valor de *P* aumenta porque *i* permanece constante.

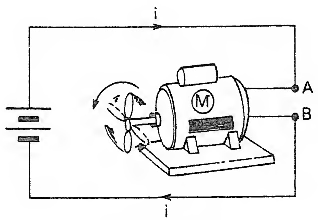
17. La figura de este problema muestra un pequeño motor eléctrico *M*, conectado a una batería que le aplica un voltaje V_{AB}= 12 V, proporcionándole una corriente *i* = 5.0 A. El motor posee una resistencia interna *R* = 0.20 Ω. Debido a esta resistencia, parte de la energía suministrada al motor por la batería se transforma en calor (el

motor se calienta), y la energía restante se transforma en energía mecánica de rotación del motor. Con base en esta información, determine:

a) La potencia total suministrada al motor.

b) La potencia disipada por efecto Joule en el interior de la máquina.

c) La potencia mecánica útil del motor.



Problema 17

18. Un estudiante, en cuya casa hay un voltaje de servicio de 110 V, quería comprar un foco de 60 W. En la tienda de material eléctrico, el dependiente le vendió uno en el cual estaba inscrito: 60 W, 220 V. Cuando el foco se conecte en la casa del estudiante (suponga constante la resistencia del filamento):

a) La corriente que pasará por el foco, ¿cuántas veces menor será que si estuviese conectada al voltaje adecuado?

b) ¿Cuál será la potencia disipada en el foco?

19. Una persona que vivía en una ciudad donde el voltaje de servicio residencial es de 220 V, se cambió a otra donde el voltaje es de 110 V. Para que la potencia de la regadera eléctrica que llevó al mudarse no se altere, ¿qué modificación deberá hacer en su resistencia?

a) Reducir a la mitad la resistencia original.

b) Duplicar la resistencia original.

c) Cuadruplicar la resistencia original.

d) Reducir a una cuarta parte la resistencia original.

e) No será necesario alterar la resistencia original.

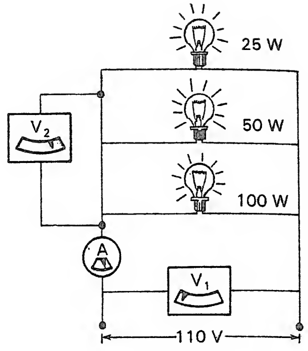
20. Al analizar el circuito representado en la figura de este problema, responda:

a) ¿Cuál es la lectura del voltímetro V_1? ¿Y de V_2?

b) ¿Por cuál de los focos pasa mayor corriente?

c) Al retirar del circuito el de 25 W, ¿la lectura del amperímetro aumenta, disminuye o no cambia? ¿Y la resistencia total del circuito?

21. Se sabe que la resistencia eléctrica de los materiales generalmente varía con la temperatura. Por ejemplo, un alambre metálico tiene una resistencia mayor cuanto más alta sea su temperatura. Por otra parte, la resistencia de un filamento de car-



Problema 20

bón disminuye cuando su temperatura aumenta. Tomando en cuenta esta información, responda a la pregunta siguiente: un fabricante de focos incandescentes tomó un filamento cuya resistencia a la temperatura ambiente es de 240 Ω, y construyó un foco en el cual inscribió la especificación siguiente: 60 W, 120 V. Este elemento, al ser conectado al voltaje especificado, ¿disipará una potencia mayor, menor o igual a 60 W? Considere que:

a) El filamento es metálico.

b) El filamento es de carbón.

22. Analice el diagrama de la Figura 21-21b y responda:

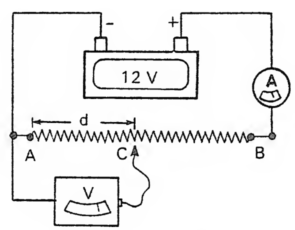
a) La resistencia del conductor (1), ¿aumenta o disminuye cuando se incrementa la corriente que pasa por él?

b) ¿Y la resistencia del conductor (2)?

23. En el circuito que se muestra en la figura de este problema, la resistencia *AB* está constituida por un alambre uniforme y homogéneo. Considere el cursor *C* que se desplaza de *A* a *B* y sea *d* la distancia de *A* a la punta del cursor. Trace un croquis del gráfico que representa:

a) La lectura del voltímetro en función de *d*.

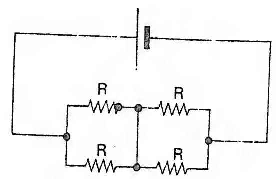
b) La lectura del amperímetro en función de *d*.



Problema 23

24. Considere la Figura 21-25 que presenta tres resistores conectados en paralelo. Tomando en cuenta que en esta conexión, $i = i_1 + i_2 + i_3$, demuestre que la resistencia *R* equivalente a las resistencias conectadas, está dada por $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$.

25. Cuatro resistencias, cada una de las cuales tiene un valor *R*, se conectan en un circuito en la forma mostrada en la figura de este problema. Determine la resistencia equivalente de este agrupamiento.



Problema 25

26. Un estudiante desea proyectar un calentador que sea capaz de elevar la temperatura de 1 litro de agua, inicialmente a 20°C, hasta su punto de ebullición, en sólo 10 minutos. Suponga que todo el calor desarrollado en el calentador se emplea para elevar la temperatura del agua.

a) ¿Cuál debe ser la potencia de este hervidor (considere 1 cal = 4.2 J)?

b) Si el calentador se diseña para conectarlo a 120 V, ¿cuál debe ser el valor de su resistencia?

27. En una tabla encontramos que una longitud igual a 1 000 pies (casi 305 m) de un alambre de cobre del número 8 tiene una resistencia eléctrica de 0.63 Ω. ¿Cuál es la resistencia de 1.000 pies de un alambre de aluminio número 8 (del mismo diámetro)?

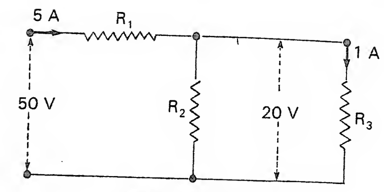
28. Un motor eléctrico "retira" una corriente de 10 A de una toma de 220 V, situada a 40 m de distancia de dicho motor. La caída de voltaje en los alambres que hacen la conexión de las terminales del motor con una toma, no debe ser superior a 3% del voltaje suministrado por toma.

a) ¿Cuál es la máxima resistencia que pueden tener los alambres de conexión (ida y vuelta)?

b) ¿Cuál es el número del alambre de cobre más delgado que puede usarse en esta conexión? (consulte la tabla correspondiente)

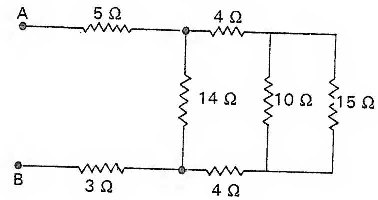
c) Verifique si la corriente que pasa en el motor es inferior a la corriente máxima que el alambre escogido puede transportar (consulte la tabla correspondiente)

29. En el circuito mostrado en la figura de este problema, determine los valores de las resistencias R_1, R_2 y R_3.



Problema 29

30. Considere el circuito que se presenta en la figura de este problema.



Problema 30

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia equivalente de ese circuito entre los puntos *A* y *B*?

b) Si un voltaje V_{AB} = 60 V se aplicara a los puntos *A* y *B*, ¿cuál sería la corriente en la resistencia de 10 Ω ?

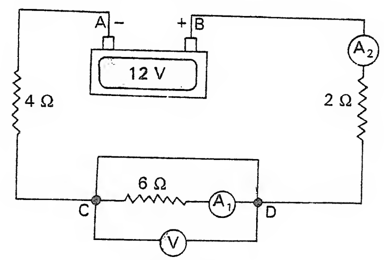
31. Un alambre cilíndrico, de cobre, de resistencia *R*, se estira de modo que su longitud se vuelve dos veces mayor. Suponiendo que su volumen no cambie, determine su resistencia después de que se estiró.

32. En la figura de este problema, los puntos *C* y *D* están conectados por un alambre de resistencia depreciable (cortocircuito). Si se sabe que la batería aplica al circuito un voltaje V_{AB} = 12 V, ¿cuál será la lectura

a) Del amperímetro A_1?

b) Del voltímetro *V*?

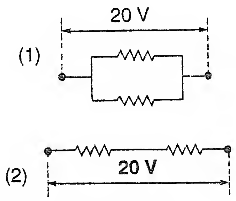
c) Del amperímetro A_2?



Problema 32

33. Dos focos, uno de 60 W, 120 V y otro de 30 W, 120 V, se conectan en serie en una toma de 220 V. Suponiendo que los focos no se "quemen", conteste:
   a) El brillo que cada uno emite, ¿es mayor, menor o igual a su brillo normal (cuando están sometidos a 120 V, cada uno)?
   b) El brillo del primero, ¿es mayor, menor o igual al del segundo?

34. En los dos esquemas mostrados en la figura de este problema, todos los resistores tienen el mismo valor. Se sabe que en el esquema 1 la potencia total disipada es de 60 W. Determine la potencia total disipada en el esquema 2.



Problema 34

35. El siguiente experimento se realizó en un laboratorio: un alambre metálico, delgado y comprimido, se conecta a los polos de una batería y se calienta por la corriente eléctrica hasta que se vuelve incandescente. Sin que sea deshecha la conexión, un pedazo del alambre se sumerge en el agua contenida en un recipiente. Observa, entonces, que el brillo de la parte no sumergida aumentó considerablemente. Explique por qué ocurre esto.

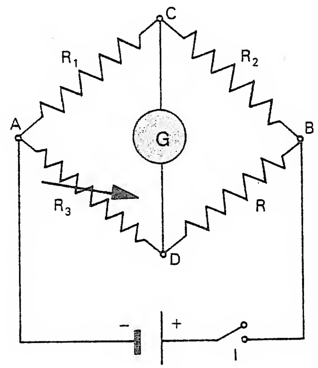
36. Considere dos regaderas eléctricas, con las siguientes especificaciones:

C_1: 4 200 W, 120 V
C_2: 4 200 W, 220 V

   a) ¿Cuál es el número de alambre de cobre que debe utilizarse en las conexiones de cada regadera a la red eléctrica?, (consulte la tabla correspondiente).
   b) ¿Cuál es el voltaje que ofreció mayor ventaja en la conexión? ¿Por qué?

37. Tres focos eléctricos, diseñados para funcionar en 110 V, necesitan conectarse en una toma de 220 V. Las potencias indicadas en los focos son 75 W, 75 W y 150 W. Muestre, en un diagrama, cómo deben asociarse los focos para que puedan conectarse a una toma de 220 V y cada uno de ellos presente su brillo normal (sin utilizar otros dispositivos, excepto alambres de conexión).

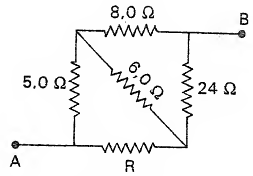
38. Una resistencia eléctrica desconocida R puede medirse, con cierta precisión, utilizando el circuito que se presenta en la figura de este problema, el cual se denomina "puente de Wheatstone". Las resistencias R_1, R_2, R_3 y R se hallan dispuestas como se indica en la figura y los puntos C y D están conectados por medio de un galvanómetro G (microamperímetro). Cuando la llave I está cerrada, todos los alambres del circuito son recorridos por corrientes y el galvanómetro G indica el paso de corriente en CD. R_1 y R_2 son resistencias fijas conocidas y R_3 es una resistencia variable (reóstato u otro dispositivo). Si se altera convenientemente el valor de R_3, es posible hacer que la corriente en CD se anule (el galvanómetro indica cero). En este momento, decimos que "el puente está en equilibrio" y el valor de R_3 lo proporciona el dispositivo mencionado. Suponiendo que el puente de Wheatstone, presentado en la figura, esté equilibrado:



Problema 38

   a) El potencial V_C, ¿es mayor, menor o igual al potencial V_D?
   b) Teniendo en cuenta la respuesta de la pregunta (a), demuestre que $R \cdot R_1 = R_2 \cdot R_3$.
   c) Suponiendo que $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ y que el equilibrio del puente ocurrió cuando $R_3 = 7.5\ \Omega$, determine el valor de la resistencia desconocida R.

39. El circuito de la figura de este problema es un puente de Wheatstone, en el cual el galvanómetro se sustituyó por una resistencia de 6.0 Ω. Suponiendo que el puente esté en equilibrio:
   a) ¿Cuál es el valor de resistencia R?
   b) Determine la resistencia equivalente del circuito entre los puntos A y B.



Problema 39

40. Suponga que una persona haya comprado un gran rollo de alambre de cobre forrado, cuya área de sección recta se conocía, y se desea verificar si la longitud del alambre correspondía al valor que pagó.
   a) Si no se quiere desenrrollar el alambre, para tomar la medida directamente, explica cómo podría la persona resolver el problema, si dispone de una batería, de un voltímetro y de un amperímetro (haga un dibujo que ilustre su respuesta).
   b) Considerando que la persona haya resuelto el problema satisfactoriamente, ¿cuál sería la longitud del alambre, suponiendo los siguientes resultados que ella obtuvo:
   sección recta del alambre: $A = 2.5\ \text{mm}^2$
   lectura del voltímetro: $V_{AB} = 6.0$ V
   lectura del amperímetro: $i = 3.0$ A

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de admisión para escuelas de nivel superior.

1. Una corriente eléctrica de 3 A es lo mismo que:
   a) 3 joules por segundo.
   b) 3 volts por metro.
   c) 3 ohms por metro.
   d) 3 coulombs por segundo.
   e) 3 electrones por segundo.

2. En el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, se supone que el electrón describe una circunferencia de radio $R = 0.53 \times 10^{-10}$ m, realizando 6.6×10^{15} revoluciones por segundo en torno del núcleo. Al ser de 1.6×10^{-19} C el módulo de la carga del electrón, resulta que su movimiento equivale a una corriente eléctrica de intensidad (en amperes):
   a) 1.05×10^{-4}
   b) 1.06×10^{-3}
   c) 0.106
   d) 1.06×10^{-5}
   e) 1.06×10^{-2}

3. A través de un alambre conductor pasan 0.4 C de carga en 0.1 s. Si la resistencia del conductor vale 20 Ω, ¿cuál es la diferencia de potencial a que está sometido?
   a) 8.0×10^{-2} V
   b) 4.0 V
   c) 60 V
   d) 80 V
   e) 5.0×10^{-2} V

4. Un pedazo de alambre de resistencia, con 120 cm de longitud, está conectado en serie con un miliamperímetro y una batería de resistencia interna depreciable. El medidor indica una corriente de 300 mA. Si la longitud del alambre se aumentara a 200 cm, la lectura del medidor pasaría a ser de:
   a) 180 mA
   b) 380 mA
   c) 120 mA
   d) 500 mA
   e) 20 mA

5. Un foco está encendido, conectado a una batería, y es recorrido por una corriente de 3.0 A. Un segundo foco, cuya resistencia es menor que la del primero, se conecta entonces en serie con el primer foco y esta asociación es alimentada por la misma batería. De las opciones siguientes, sólo una puede corresponder, respectivamente, a los valores de la corriente en el primero y en el segundo foco. Indique esta opción:
   a) 2.0 A y 2.0 A
   b) 3.0 A y 3.0 A
   c) 3.0 A y 1.5 A
   d) 1.0 A y 1.5 A
   e) 3.0 A y 5.0 A

6. Tres focos incandescentes iguales están asociados en paralelo. La tensión V, entre los extremos de la asociación, se mantiene constante. Si uno de los focos se fundiera:
   a) La corriente en cada uno de los otros focos disminuirá.
   b) La corriente en cada uno de los otros dos focos no se alterará.
   c) La corriente en cada uno de los otros dos focos aumentará.

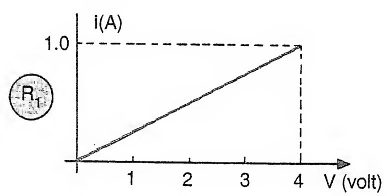
d) La corriente total aumentará.
e) La corriente total no se alterará.

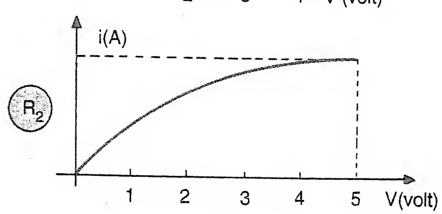
7. Considere dos resistencias, $R_1 = 3\ \Omega$ y $R_2 = 6\ \Omega$, conectadas en serie. Se aplica un voltaje $V_{AB} = 18$ V a los extremos de conexión. Podemos afirmar que:
a) R_1 y R_2, serán recorridos por la misma corriente, cuyo valor es 2 A.
b) La resistencia equivalente vale 18 Ω.
c) El voltaje en R_1 es igual al voltaje en R_2.
d) La potencia disipada en R_1 es mayor que la potencia en R_2.
e) La potencia disipada en la asociación vale 18 W.

8. Las dos resistencias de la pregunta anterior están, ahora, conectadas en paralelo. Se aplican 18 V a la asociación. Es *incorrecto* afirmar que:
a) La resistencia equivalente vale 2 Ω.
b) La corriente total en la asociación vale 9 A.
c) La corriente en R_1 vale 6 A y en R_2 vale 3 A.
d) La potencia disipada en R_1 es mayor que en R_2.
e) El voltaje en R_1 vale 9 V y en R_2 también vale 9 V.

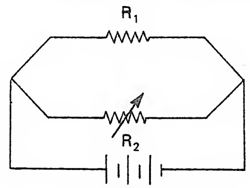
9. La resistencia de un foco conectado, con el brillo máximo, es de 12 Ω, y la corriente que pasa por él es de 0.50 A. El número de pilas comunes, de linterna, que deben conectarse en serie para que el foco brille con intensidad máxima, es:
a) 4 *b)* 12 *c)* 1 *d)* 6 *e)* 16

10. En las gráficas que se incluyen a continuación se representa la intensidad de la corriente *i*, en función de la tensión, *V*, para dos resistores R_1 y R_2, diferentes. R_1 y R_2 están asociados en serie y se utiliza un voltímetro para medir la tensión en R_2, que indica 5 V. El voltaje y la corriente en R_1 son, respectivamente:
a) 4.0 V y cerca de 0.6 A
b) 4 V y 1.0 A
c) 5 V y 1.0 A
d) 5 V y 0.50 A
e) Valores diferentes de los indicados y que no pueden determinarse mediante los datos proporcionados.



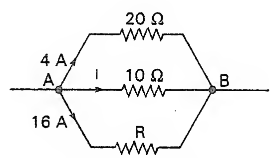


11. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que son *correctas*:
Dos resistencias R_1 y R_2 están conectadas a una batería de resistencia interna nula (*véase* figura). Al aumentarse el valor de la resistencia R_2 (reóstato):
I. La resistencia total disminuye.
II. La corriente en R_1 permanece constante.
III. La corriente que la batería suministra disminuye.



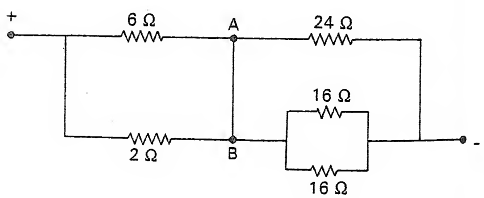
Pregunta 11

12. En la asociación de resistores de la figura que corresponde a este problema, los valores de *I* y de *R* son, respectivamente:
a) 8 A y 5 Ω
b) 5 A y 8 Ω
c) 1.6 A y 5 Ω
d) 2.5 A y 2 Ω
e) 80 A y 160 Ω

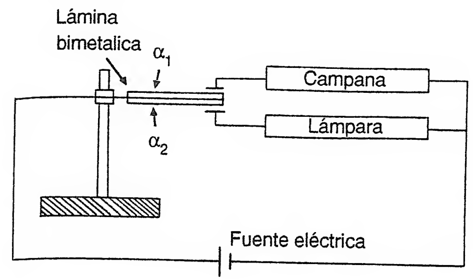


Pregunta 12

13. Determine la resistencia equivalente del circuito siguiente:
a) 16 Ω *b)* 7.5 Ω
c) 4.5 Ω *d)* 8.2 Ω *e)* 10 Ω



14. Una lámina bimetálica, de coeficientes de dilatación α_1 y α_2, está detenida en un soporte y conectada a un circuito, como se indica en la figura. La situación que se muestra corresponde a la temperatura ambiente. Podemos afirmar que:



a) El foco encenderá si enfriamos la lámina y si α_2 fuera menor que α_1.
b) La lámpara encenderá si enfriamos la lámina y si α_2 fuera mayor que α_1.
c) La campana tocará si enfriamos la lámina y si α_2 fuera mayor que α_1.
d) La lámpara encenderá si calentamos la lámina y si α_2 fuera mayor que α_1.
e) La campana tocará si calentamos la lámina y si α_1 fuera mayor que α_2.

15. La diferencia de potencial eléctrico existente en las tomas de nuestras casas es de 110 V. Una rasuradora eléctrica conectada a una toma es recorrida por una corriente eléctrica de intensidad 10 A. La potencia eléctrica que consume es de:
a) 11 W *d)* 11 kW
b) 110 W *e)* 121 kW
c) 1 100 W

16.

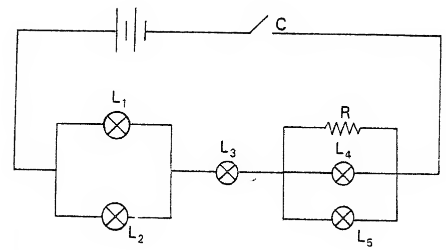
Resistor	Corriente	Resistencia
R_1	i	R
R_2	$2i$	$\frac{R}{2}$
R_3	$\frac{i}{2}$	$2R$

Las potencias P_1, P_2 y P_3 disipadas, respectivamente, en los resistores R_1, R_2 y R_3, satisfacen la relación:
a) $P_1 = P_2 = P_3$ *b)* $P_1 < P_2 < P_3$
c) $P_1 < P_3 < P_2$ *e)* $P_3 < P_1 < P_2$
d) $P_2 < P_3 < P_1$

17. En una hora, la cantidad de energía suministrada al ambiente por un foco de 60 W es de:
a) 216 J *d)* 360 J
b) 438 kJ *e)* 3.60 kJ
c) 216 kJ

18. Un tostador de pan y un foco están conectados en paralelo. Verificamos que el primero disipa mayor potencia que el segundo. Entonces, podemos afirmar que:
a) La resistencia del foco es mayor que la del tostador.
b) La intensidad de la corriente en el foco es mayor que la que circula en el tostador.
c) La intensidad de la corriente en el foco es al principio menor que en el tostador, porque el filamento está frío, pero luego se vuelve mayor.
d) La resistencia eléctrica es mayor en el tostador porque la disipación en éste es mayor.
e) Nada de lo que se afirma es correcto.

19. En el siguiente esquema, los focos son idénticos. ¿Qué foco iluminará más cuando se cierre la llave *C*?
a) L_1 *d)* L_4
b) L_2 *e)* L_5
c) L_3



20. Suponga que usted tiene 4 pedazos de cable conductor, totalmente idénticos. Desea usarlos para calentar agua y los conecta a una batería de resistencia interna depreciable. ¿Cómo obtendría mayor calentamiento?
a) Conectando tres cables en serie y uno en paralelo con los tres.
b) Conectando los cuatro cables en serie.
c) Conectando solamente un cable.
d) Conectando los cuatro en paralelo.

e) El calentamiento será el mismo, de cualquier manera que los conectáramos.

21. Analice las afirmaciones siguientes y señale las que son *correctas*:
En una residencia, el foco de la sala es de 100 W y el foco de la cocina es de 60 W, ambos para 120 V. Considere estas afirmaciones:
I. El voltaje en el foco de la sala es mayor que en el foco de la cocina.
II. La corriente en el foco de la sala es igual a la corriente en el foco de la cocina.
III. La resistencia del foco de la sala es menor que la del foco de la cocina.

22. Un foco de 60 W, para 120 V, está conectado a una toma de 240 V. Suponiendo que no hay variación en la resistencia del foco (y que no se "funda"), la corriente a través de él y la potencia que disipa serán, respectivamente:
a) 0.50 A y 60 W
b) 1.0 A y 60 W
c) 1.0 A y 120 W
d) 1.0 A y 240 W
e) 2.0 A y 240 W

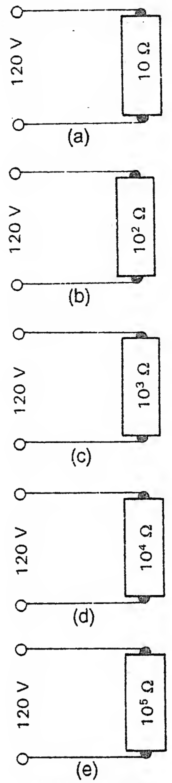
23. Un foco incandescente está conectado a una toma eléctrica. Su filamento queda incandescente y los cables de conexión permanecen fríos, porque:
a) Los cables de conexión tienen mayor resistencia eléctrica que el filamento.
b) Los cables de conexión tienen menor resistencia eléctrica que el filamento.
c) Los cables de conexión tienen capa aislante.
d) El filamento está enrollado en espiral.
e) La corriente en el filamento es mayor que en los hilos de conexión.

24. Una regadera eléctrica, cuya resistencia es de 20 Ω, se fabricó para usarse con voltaje de 110 V. Para obtener una regadera con la misma potencia, en una red de 220 V, debemos usar una resistencia de:
a) 5 Ω
b) 10 Ω
c) 40 Ω
d) 80 Ω
e) 160 Ω

25. Si usted quisiera calentar 1 litro de agua de 25°C a 100°C en 5 minutos aproximadamente, ¿cuál de los calentadores que se indican en la Figura escogería?

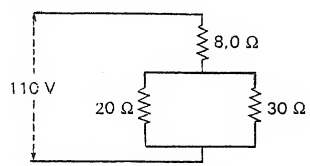
26. La asociación de resistores que se ilustra en la Figura está conectada a una tensión de 100 V. La potencia disipada por el resistor de 30 Ω vale:
a) 500 W
b) 270 W
c) 120 W
d) 90 W
e) 60 W

27. Dos cables *M* y *N* del mismo material y de la misma longitud, teniendo *M* el doble de diámetro que *N*, están conectados en serie, en un circuito



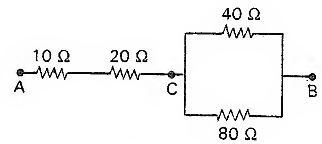
Pregunta 25

eléctrico cerrado, alimentados por un generador. Puede afirmarse que:
a) La resistencia del cable *M* es la mitad de la resistencia del cable *N*.
b) La potencia eléctrica producida en *M* es igual a la potencia producida en *N*.
c) La intensidad de la corriente que pasa por *M* es dos veces mayor que la que pasa por *N*.
d) El calor generado, por efecto de Joule, durante cierto intervalo, en *M*, es cuatro veces mayor que el generado en *N*.
e) La caída de potencial en *M* es cuatro veces menor que la caída de potencial en *N*.



Pregunta 26

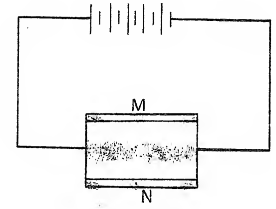
28. Los puntos *A* y *B* del circuito siguiente están conectados a los polos de una batería. Indique la afirmación *incorrecta:*



Pregunta 28

a) La potencia disipada en la resistencia de 40 Ω es mayor que en la de 80 Ω .
b) La potencia disipada entre *A* y *C* es menor que entre *C* y *B*.
c) La diferencia de potencial en la resistencia de 10 Ω es menor que en la de 20 Ω .
d) La corriente en la resistencia de 40 Ω es mayor que en la de 80 Ω .
e) La potencia disipada en la resistencia de 10 Ω es menor que en la de 20 Ω .

29. Dos cables conductores *M* y *N*, del mismo material y la misma longitud, están conectados en paralelo (*véase* figura). El diámetro de *M* es el doble del diámetro de *N*. La afirmación *correcta* es:
a) La resistencia de *M* es la mitad de la resistencia de *N*.
b) La intensidad de la corriente que pasa en *M* es cuatro veces mayor que la corriente que pasa por *N*.
c) La potencia producida en *M* es igual a la potencia producida en *N*.
d) La caída de potencial en *M* es cuatro veces mayor que la caída de potencial en *N*.
e) El calor producido por efecto de Joule durante cierto intervalo, es el mismo en *M* y en *N*.



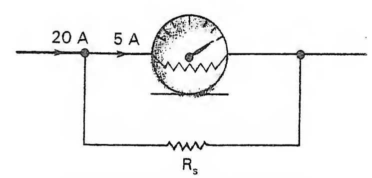
Pregunta 29

30. La corriente eléctrica que hace encender el foco de una casa es *alterna*, es decir, varía periódicamente con el tiempo. Podemos demostrar que la energía calorífica generada por esta corriente, en una resistencia *R* durante el intervalo de un periodo está dado por $Q = \left(\frac{1}{2}\right) RI^2T$, en donde *I* es el valor máximo de la corriente alterna y *T* es su periodo. El valor eficaz de una corriente alterna se define como el valor de una corriente continua que disipara la misma cantidad de calor, en el mismo tiempo, en la resistencia *R*. Entonces, el valor eficaz de la corriente alterna está dado por:
a) $2I$
b) I
c) $I/2$
d) $I/\sqrt{2}$
e) $I/\sqrt{3}$

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Los problemas siguientes se separaron de los demás por exigir una solución un poco más elaborada. Si usted pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos otros problemas.

1. Suponga que la deflexión máxima de la aguja de un amperímetro corresponde a una corriente de 5 A. Se dice que el *fondo de escala* del amperímetro es de 5 A. Éste puede usarse para medir corrientes más altas, o sea, es posible alterar el valor de su fondo de escala, por ejemplo, para 20 A, de la siguiente manera: adaptarse, en paralelo con una resistencia interna *R* del amperímetro, una resistencia R_S, denominada *shunt* (palabra inglesa que significa *"desvío"*), como se muestra en la figura de este problema. El valor de R_S debe ser tal que, cuando una corriente de 20 A llega al aparato



Problema Complementario 1

(ahora alterado), parte de ella se desvía, de modo que en R pasa sólo 5 A (correspondiente a la deflexión total de la aguja).

a) Calcule el valor del shunt R_s, para ese caso, suponiendo que $R = 1.5\ \Omega$.

b) Considere el aparato así modificado, conectado en un cable, y que su escala original esté indicando 3 A. ¿Cuál es, entonces, la corriente i_s en el *shunt*, y la corriente total, i, en el cable?

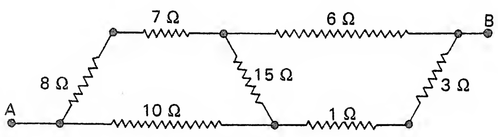
2. Un voltímetro, cuyo fondo de escala es de 10 V, tiene una resistencia interna $R = 2 \times 10^5\ \Omega$. Es posible modificar el fondo de escala de este aparato para, por ejemplo, 100 V si se conecta en serie con R, una resistencia R' tal que, al aplicar 100 V a la asociación, se obtiene una deflexión total de la aguja.

a) Calcule, para este caso, el valor de R'.

b) Considere el aparato, así modificado, que se está utilizando para medir el voltaje en los polos de una batería. Si la escala original indicara 6 V, ¿cuál sería el voltaje V' en R' y cuál es el voltaje V en la batería?

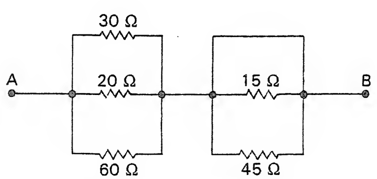
3. *a*) Determine la resistencia equivalente entre los puntos A y B del circuito que se muestra en la figura de este problema.

b) Aplique entre los puntos A y B del circuito una tensión $V_{AB} = 42$ V, y determine el valor de la corriente en cada uno de los resistores.



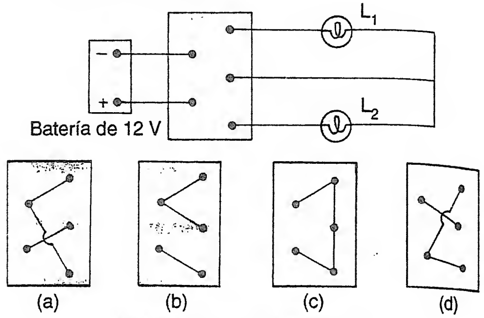
Problema Complementario 3

4. Los polos de una batería se conectan a los puntos A y B del circuito mostrado en la figura de este problema. Si $V_{AB} = 12$ V, determine la intensidad de la corriente que la batería proporciona al circuito.



Problema Complementario 4

5. Los dos focos L_1 y L_2 mostrados en la figura de este problema, funcionan normalmente cuando están sometidos a una tensión de 12 V. Las figuras siguientes representan modos distintos de conexión de los focos a la batería, experimentados por una persona. ¿En cuál de ellas los focos funcionarán normalmente?



Problema Complementario 5

6. *a*) A partir de la ecuación en la cual la resistividad de un conductor se introdujo en el texto de este capítulo, determine en el SI cuál es la unidad de esta magnitud (verifique si su respuesta coincide con la unidad presentada en la Tabla 21-1).

b) En el estudio de la resistencia eléctrica, se acostumbra trabajar con una magnitud denominada *conductividad* que se representa con la letra griega σ (sigma). Esta magnitud se define como el inverso de la resistividad: $\sigma = 1/\rho$. Consulte la Tabla 21-1 y calcule la conductividad del mejor conductor que allí se presentó (en su respuesta, presente la unidad de σ en el SI).

7. La cuenta de consumo de energía eléctrica de una casa presenta los siguientes datos:

Lectura anterior	Lectura actual	Consumo (kWh)	Importe por pagar
8 283	8 335	52	260.00

Con base en estos datos, ¿cuánto costaría iluminar una casa en la cual 10 focos de 60 W, 120 V permanecerán encendidos 4 h al día, durante 30 días?

8. Un resistor está constituido de un material cuyo coeficiente de variación de resistencia con la temperatura es $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}\ °C^{-1}$. Si es constante el voltaje entre las terminales de este resistor y sabiendo que a 20°C disipa una potencia de 120 W, determine la potencia que disipa a 60°C de temperatura.

9. El foco del faro de un automóvil, sometido a tensión de 12 V proporcionados por la batería, estaba funcionando normalmente. Al sustituir la batería por una pila seca de 1.5 V, se verificó que el foco no encendía. Suponga que la resistencia del filamento se haya mantenido constante, y conteste:

a) ¿Considera usted que hay corriente en el filamento del foco cuando está conectado a la pila?

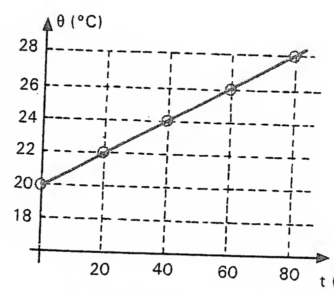
b) ¿Cuántas veces se redujo la potencia del foco?

10. La resistencia de un hervidor eléctrico es de 12 Ω. Este hervidor es sumergido en un recipiente que contiene 2.0 litros de agua a 20°C y está conectado a una toma de 120 V. Suponiendo que 75% del calor generado por efecto Joule sea absorbido por el líquido, calcule cuántos minutos se necesitan para que la mitad del agua en el recipiente se evapore. Considere 1 cal = 4 J, el calor específico del agua igual 1 cal/g°C, y el calor de vaporización del agua igual a 540 cal/g.

11. Un líquido, de masa $m = 1.0$ kg y calor específico c, desconocido, se coloca en un calorímetro de capacidad térmica depreciable. Una resistencia eléctrica, sumergida en el líquido, está sometida a un voltaje $V_{AB} = 12$ V, y es recorrida por una corriente $i = 5.0$ A. Para obtener el valor de c, se construye la gráfica que se presenta en la figura de este problema, la cual muestra la variación de la temperatura θ, en función del tiempo t.

a) Siendo I la inclinación de esta gráfica, obtenga una expresión para c en función de V, i, m y I.

b) Calcule el valor de c obtenido en este experimento.



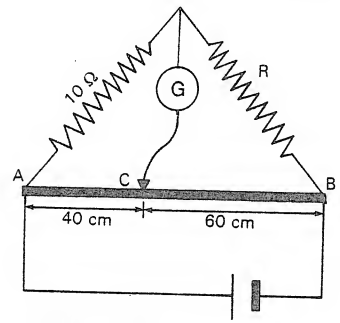
Problema Complementario 11

12. En el puente de Wheatstone (analizado en el Problema 38 de este capítulo), dos resistencias

conocidas acostumbran sustituirse por un cable homogéneo AB de sección uniforme, como se muestra en la figura de este problema. Este dispositivo se denomina "puente de cuerda" o "puente de cable". Dicho puente puede ser equilibrado moviéndose el contacto C entre A y B.

a) Siendo R_{AC} y R_{CB} las resistencias de los trechos $AC = L_1$ y $CB = L_2$, demuestre que $R_{CB}/R_{AC} = L_2/L_1$.

b) Suponiendo que en la posición mostrada en la figura el puente esté equilibrado, calcule el valor de la resistencia desconocida R.

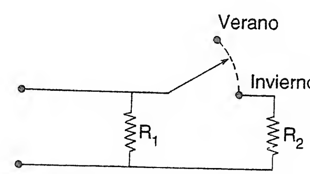


Problema Complementario 12

13. El sistema de calentamiento de una regadera eléctrica está representado en la figura de este problema. Con la llave en la posición "invierno", la regadera disipa 2 200 W, mientras que en la posición "verano" disipa 1 100 W. La tensión en la red de alimentación es de 110 V. Suponiendo que los valores de las resistencias no varían con la temperatura, conteste:

a) ¿Cuál es el valor de la corriente que pasa por el cable de alimentación de la regadera cuando está conectada en la posición "invierno"?

b) ¿Cuáles son los valores de las resistencias R_1 y R_2?



Problema Complementario 13

14. Un ingeniero electricista está proyectando una red de transmisión de energía eléctrica con cierta

longitud. Para la instalación de esta red podrá escoger cables de cobre o de aluminio. La resistencia de la red debe ser la misma, cualquiera que sea el material utilizado (para que la disipación de energía sea la misma).

a) El área de sección recta del cable de aluminio, ¿sería mayor o menor que la del cable de cobre? ¿Cuántas veces?

b) El peso del cable de cobre ¿sería mayor, o menor que la del cable de aluminio? ¿Cuántas veces? (considere la densidad del aluminio igual a 2.7×10^3 kg/m^3 y la del cobre igual a 8.9×10^3 kg/m^3).

c) Considerando la respuesta de la pregunta (b), explique por qué los ingenieros, usualmente, prefieren cables de aluminio, en lugar de cobre, en la construcción de líneas elevadas de transmisión de energía eléctrica.

15. La potencia eléctrica proporcionada por la compañía de luz a una casa, en cierto momento, es de 3 300 W, con una diferencia de potencial de 110 V. Los cables de la línea desde la calle hacia la casa tienen una resistencia total de 0.10 Ω.

a) Calcule la pérdida de potencia en esta línea de trasmisión.

b) Conteste la pregunta anterior, suponiendo que aquella misma potencia fuera proporcionada a 220 V.

c) Entonces, ¿qué ventaja ofrece usar 220 V, en vez de 110 V, en una casa?

16. Los automóviles antiguos usaban, casi exclusivamente, baterías de 6 V para alimentar su circuito eléctrico. En la actualidad, prácticamente todos los autos usan baterías de 12 V. Explique la razón de este cambio. Tenga en cuenta la solución del problema anterior.

RESPUESTAS

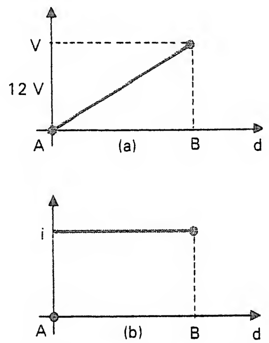
Ejercicios

1. *a*) hacia la derecha
b) hacia la izquierda
2. *a*) ΔQ = 32 C
b) i = 3.2 A
3. *a*) 240 C
b) 1.5×10^{21} electrones
4. *a*) de izquierda a derecha
b) 4.0 A
5. *a*) 4 pilas
b) en forma similar a la Figura 21-9a
6. *a*) no
b) V_{AB} = 3.0 V
7. *a*) V_{BC} = 0; V_{DE} = 0 y V_{FG} = 0
b) aumenta 6 V
c) disminuye 6 V
8. *a*) V_{AE} = 12 V
b) V_{AH} = 12 V
9. *a*) de *A* hacia *B*
b) de *C* hacia *D*
c) del polo negativo hacia el polo positivo
10. *a*) 1.2 A
b) 1.2 A
c) 1.2 A
11. *a*) equivocada
b) correcta
12. *a*) 3.0 Ω
b) 0.50 A
c) 4.5 V
13. *a*) *AB*, *CD*, *EF*
b) *BC*, *DE*
c) $V_{AB} = V_{CD} = V_{EF}$ = 0
14. *a*) 0.30 A en ambas
b) V_{BC} = 4.5 V; V_{DE} = 7.5 V
c) V_{AD} = 4.5 V; V_{AF} = 12 V
15. *a*) 4 veces menor
b) 8.0 A
16. *a*) el cobre
b) la plata
17. *a*) 0.24 A
b) 0.12 A
18. *a*) sí
b) 40 Ω
19. *a*) también se duplica
b) no se altera
c) 80 V
20. *a*) no
b) 100 Ω
c) 75 Ω
21. *a*) igual
b) mayor
c) 12 V
22. *a*) 6 V en ambas
b) menor
23. *a*) 48 Ω
b) 0.50 A en todas ellas
c) V_{AB} = 5.0 V; V_{BC} = 9.0 V y V_{CD} = 10 V
24. *a*) los tres focos se apagan
b) los tres focos se apagan
c) los tres focos se apagan
25. *a*) únicamente se apaga L_1
b) únicamente se apaga L_2
c) los tres focos se apagan
26. *b*) 6.0 Ω
c) 2.0 A en cada una
d) 4.0 A
27. *a*) disminuye
b) no se modifican
c) 2.0 A
d) aumenta
28. *a*) 0.50 A
b) disminuirá
c) 1.0 A
d) 60 focos
29. *a*) 2.0 Ω
b) 5.0 Ω
c) 0.30 A
30. *a*) en paralelo con la pila, entre *A* y *B*
b) en paralelo con la conexión, entre *A* y *D*
c) el amperímetro colocado en *G* medirá tanto la corriente que pasa por R_1 como en R_2
d) en *E* o bien en *F*
e) en *A*, *M* o *N*
31. amperímetros: (2) y (5); voltímetros: (1), (3) y (4)
32. aparato (1): 30 V; aparato (2): 1 A; aparato (3): 20 V; aparato (4): cero; aparato (5): 3A
33. será prácticamente cero, porque la resistencia del voltímetro es muy grande
34. *a*) *véase* Figura 21-32
b) R = 15 Ω
35. *a*) pierden
b) al motor de la bomba
c) 300 W
d) 1.8×10^5 J
36. *a*) 4 veces mayor
b) P = 8.0 W
c) parábola ($P \propto i^2$)
37. *a*) el calentador de agua disipa 960 W cuanto está conectado a 120 V
b) 8.0 A
c) 15 Ω
38. *a*) aumentarse
b) disminuir
c) se aumenta
39. *a*) igual
b) en R_1
40. *a*) igual
b) menor
c) en R_2
41. *a*) disminuye
b) aumenta
c) no
d) sí
42. 4.0 Ω
43. *a*) 5.0 Ω
b) variación de la resistencia con la temperatura
44. $\alpha = 4 \times 10^{-3}$ °C^{-1}
45. *a*) 2×10^3 (es decir, 2 000 veces mayor)
b) 20.1 Ω
46. 716 W
47. 620°C
48. *a*) permanece prácticamente constante
b) disminuye
c) aumenta
49. *a*) aumenta considerablemente
b) disminuye
c) disminuye; predomina el aumento del número de electrones libres
50. *a*) cero *b*) material superconductor
51. *a*) hay pérdidas, por efecto de Joule, en la red de transmisión
b) prácticamente 700 000 kW
c) mantener los cables abajo de su temperatura de transición (temperaturas muy bajas)

Preguntas y problemas

1. *a*) 0.60 A
b) 0.40 A
c) 0.30 A
2. de cobre
3. *a*) recta que pasa por el origen
b) (resistividad)/(área de sección transversal)
4. 1.5 Ω
5. (c)
6. (b)
7. *a*) 0.90 V en R_1, 0.60 V en R_2 y R_3
b) 0.30 A en R_1, 0.20 A en R_2, 0.10 A en R_3
8. *a*) 4.0 Ω
b) 6.0 A
c) i_1 = 4.0 A; $i_2 = i_3 = i_4 = i_5$ = 2.0 A
9. *a*) mayor
b) menor
c) mayor
d) mayor
10. *a*) 1.5 A
b) 147 Ω
11. (b), (d)
12. posición (1)
13. todas son correctas
14. (a)
15. (c)
16. (b), (d)
17. *a*) 60 W

b) 5 W
c) 55 W
18. *a)* 2 veces menor
b) 15 W
19. (d)
20. *a)* $V_1 = 110$ V; $V_2 = 0$
b) en la de 100 W
c) disminuye; aumenta
21. *a)* menor
b) mayor
22. *a)* disminuye
b) aumenta
23. *véase* figuras



Respuesta Problema 23

25. la resistencia equivalente será igual a R
26. *a)* 560 W
b) 26 Ω
27. 0.96 Ω
28. *a)* 0.66 Ω *b)* cable número 12
c) sí
29. $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$
30. *a)* 15 Ω *b)* 1.2 A
31. 4 R
32. *a)* cero *b)* cero
c) 2 A
33. *a)* el de 60 W, 120 V: menos luz
el de 30 W,120 V: más luz
b) menor
34. 15 W
35. *a)* la resistencia de la parte sumergida se vuelve menor
36. *a)* C_1: cable núm. 8; C_2: cable núm. 12
b) 220 V: cables de conexión más delgados (más baratos)
37. los focos de 75 W conectados en paralelo, y este conjunto en serie con el de 150 W
38. *a)* $V_C = V_D$ *b)* $RR_1 = R_2R_3$
c) $R = 5\ \Omega$
39. *a)* $R = 15\ \Omega$ *b)* $R_{eq} = 9.7\ \Omega$
40. *b)* 294 m

Cuestionario

1. d
2. b
3. d
4. a
5. a
6. b
7. a
8. e
9. a
10. b
11. I. incorrecta, II. correcta; III. correcta
12. a
13. b
14. b
15. c
16. e
17. c
18. a
19. c
20. d
21. I. incorrecta, II. incorrecta, III. correcta
22. d
23. b
24. d
25. a
26. c
27. e
28. b
29. b
30. d

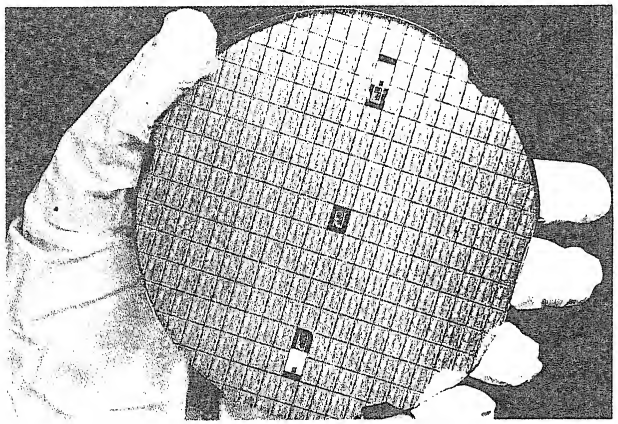
Problemas complementarios

1. *a)* $R_s = 0.50\ \Omega$ *b)* $i_s = 9$ A y $i = 12$ A
2. *a)* $R' = 1.8 \times 10^6\ \Omega$ *b)* $V' = 54$ V y $V = 60$ V
3. *a)* $R_{eq} = 8.4\ \Omega$
b) $i_{15} = 0$; $i_8 = i_7 = i_6 = 2$ A; $i_{10} = i_1 = i_3 = 3$ A
4. $i = 1.2$ A
5. (a), (d)
6. *a)* 1 Ω · m
b) $\sigma = 6.6 \times 10^7\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$ (plata)
7. 360.00
8. 100 W
9. *a)* sí *b)* 64 veces

10. 41 minutos
11. *a)* $c = Vi/mI$
b) $c = 600$ J/kg°C
12. *b)* 15 Ω
13. *a)* 20 A *b)* $R_1 = R_2 = 11\ \Omega$
14. *a)* 1.5 veces mayor
b) 2.19 veces mayor
c) menor peso de la línea elevada
15. *a)* 90 W
b) 22.5 W
c) menor pérdida de potencia
16. menor pérdida de potencia en los cables de conexión

capítulo 22

fuerza electromotriz – ecuaciones de circuito



Los circuitos eléctricos modernos son miniaturizados, por lo que es posible montar un número muy grande de ellos en un dispositivo pequeño denominado "chip". La foto muestra una placa de silicio, en la cual están colocados varios chips.

22.1 Fuerza electromotriz (o electromotancia)

❖ **Fuente generadora o de fuerza electromotriz.** Ya vimos que una pila o una batería establecen y mantienen una diferencia de potencial entre sus polos. Por ejemplo, en la Figura 22-1, tenemos una tensión entre los puntos A y B, que son los polos positivo y negativo de la batería. Por tanto, si conectamos un motor M a estos polos, circulará una corriente de A hacia B, como indica la figura, que hará funcionar al motor.

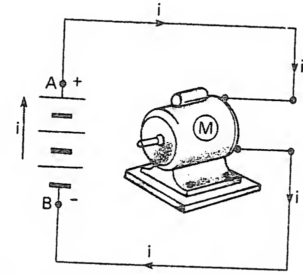


FIGURA 22-1 Una batería es un dispositivo que consume energía química para realizar trabajo sobre las cargas eléctricas, elevando el potencial de las mismas.

En el exterior de la batería, las cargas eléctricas que constituyen la corriente, como sabemos, se desplazan "en forma natural" del polo positivo (con potencial mayor) al polo negativo (con potencial menor). Pero al llegar a B para completar el circuito; tales cargas deben ser forzadas a moverse en el interior de la batería, de B hacia A. Este desplazamiento de cargas no se efectúa "naturalmente", pues el potencial de B es menor que el de A. El movimiento desde B hasta A se produce porque en el interior de la batería, debido a reacciones químicas, las cargas son obligadas a desplazarse de B a A, completando el circuito, y volviendo a circular de A hacia B por el exterior de la batería. En otras palabras, esta última es un dispositivo que consume energía química y realiza trabajo sobre las cargas, entregándoles cierta cantidad de energía (en forma eléctrica) al elevar su potencial en el desplazamiento desde el polo negativo hasta el polo positivo.

El funcionamiento de una batería se puede comparar con el de una bomba de agua. Considerando el "circuito hidráulico" de la Figura 22-2, sabemos que el agua circula "en forma natural" desde lo alto del edificio (con mayor energía potencial) hacia su base (con menor energía potencial), pudiendo realizar la corriente de agua cierto trabajo (por ejemplo, mover una turbina hidráulica). Esto equivale, en el caso del circuito de la Figura 22-1, al desplazamiento de la corriente eléctrica de A hacia B, que hace funcionar el motor. En la Figura 22-2, para que el agua se desplace de B hacia A, llegue a la azotea del edificio y vuelva a circular, es necesaria la existencia de una bomba hidráulica.

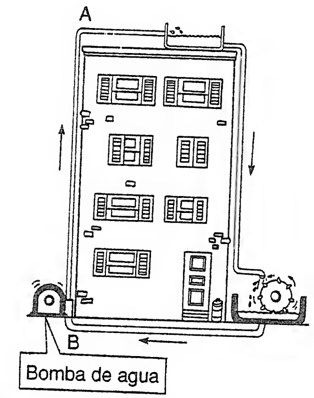


FIGURA 22-2 El funcionamiento de una fuente eléctrica puede compararse con el de una bomba de agua.

Esta bomba desempeña un papel similar al de la fuente eléctrica, pues realiza un trabajo sobre el agua, aumentando su energía potencial en el desplazamiento de B hacia A.

Existen algunos otros dispositivos eléctricos que, como una batería, son capaces de realizar trabajo sobre las cargas eléctricas que pasan a través de ellos, aumentando el potencial de dichas cargas. Tales dispositivos se denominan *fuentes generadoras eléctricas*, o bien, *fuentes de fuerza electromotriz* (fem). De manera que una pila (o una batería) es una fuente de fem que utiliza energía química, la cual se transfiere hacia las cargas en forma eléctrica. De la misma

manera, un *dinamo,* una *termopila* (o par termoeléctrico), una *fotocelda solar,* etc., son generadores o fuentes de fem, pues utilizando otras formas de energía (mecánica, térmica, etc.) realizan trabajo sobre las cargas, aumentado su energía potencial eléctrica (Fig. 22-3), y siendo, por tanto, capaces de generar una corriente.

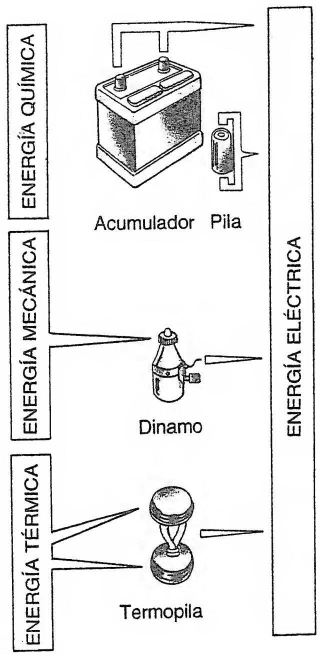


FIGURA 22-3 En los generadores o fuentes de fuerza electromotriz (fem) se utilizan diversas formas de energía para realizar trabajo sobre las cargas eléctricas que circulan por ellos.

❖ **Expresión matemática de la fuerza electromotriz.** Volviendo a la Figura 22-1, consideremos una carga Δq que es transportada de B hacia A en el interior de la batería. Sea ΔT el trabajo que la batería realiza sobre esta carga, elevando el valor de su energía potencial. En otras palabras, ΔT representa la energía que la batería trasmite a la carga Δq.

La relación entre estas dos cantidades se denomina *fuerza electromotriz* (fem), o bien, *electromotancia* de la batería, y se le representa usualmente por ε. Por tanto, tenemos

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta T}{\Delta q}}$$

Por medio de esta relación vemos fácilmente que la unidad de medida de la fem, en el SI, será

$$1\,\frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ volt} = 1 \text{ V}$$

Entonces, la unidad de fem es igual a la empleada para medir una tensión o diferencia de potencial eléctrico. Pero, los conceptos de tensión aplicada y fem son diferentes aun cuando, en ciertas ocasiones, sus valores puedan ser iguales, como veremos en la Sección 22.3.

Por ejemplo, de manera que cuando decimos que la fem de una batería es, ε = 12 V (es decir, ε = 12 J/C), ello significa que este dispositivo realiza un trabajo de 12 J sobre cada carga de 1 C que se desplaza de su polo negativo hacia su polo positivo.

Entonces, podemos generalizar como sigue:

> si una fuente generadora realiza un trabajo ΔT al hacer pasar una carga Δq de su polo negativo a su polo positivo, la fuerza electromotriz (o electromotancia) de esta generadora está dada por
>
> $$\varepsilon = \frac{\Delta T}{\Delta q}$$

❖ **Qué es una fuente de fuerza contraelectromotriz.** Cuando las cargas eléctricas pasan a través del motor de la Figura 22-1 *pierden* energía eléctrica, que se transforma en energía mecánica, como ya vimos en el capítulo anterior. Por tanto, un motor eléctrico, contrariamente a un generador eléctrico, *retira* energía de las cargas eléctricas, y por tal motivo, es una *fuente de fuerza contraelectromotriz* (fcem).

De manera general, cualquier aparato o máquina en la cual la energía eléctrica se transforma en otro tipo de energía, que no sea la energía térmica, es una fuente de fcem (receptora). La transformación de energía eléctrica en calor se produce en las resistencias eléctricas (efecto Joule), como estudiamos anteriormente.

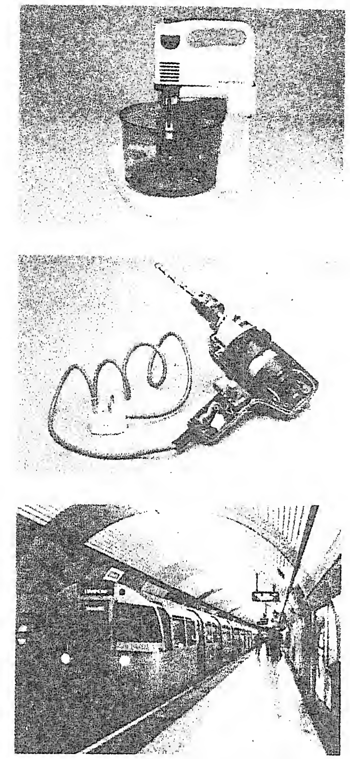
La definición de fcem (o contraelectromotancia) de una receptora está dada por la misma expresión que define la fem (o electromotancia) de una generadora ($\varepsilon = \Delta T/\Delta q$). Únicamente debemos observar que en el caso de un receptor, ΔT representa energía *retirada* de una carga Δq que circula por el aparato.

Entonces, resumiendo, tenemos:

> una fuente de fem (generadora) transfiere energía a las cargas que pasan por su interior, transformando un tipo de energía determinada en energía eléctrica. Una fuente fcem (receptora) recibe energía de las cargas que pasan por su interior, transformando la energía eléctrica en otro tipo de energía (excepto en el caso de energía térmica).

❖ **"Carga" de una batería renovable o acumulador.** Un motor eléctrico, como ya vimos, es una fuente de fcem. Otro ejemplo de receptora es una celda electroquímica del tipo renovable (o acumulador)* cuando está siendo "cargada". En este caso, la energía eléctrica de las cargas que pasan a través de la batería se transforma en energía química, la cual queda almacenada en la batería.

Debemos observar que cuando una batería funciona como generadora de corriente, es decir, cuando está "descargándose", la corriente que *circula por la batería* pasa del polo negativo hacia el polo positivo. Por ejemplo, observemos que esto sucede, en la batería de la Figura 22-1, que está generando la corriente que acciona el motor. Para "cargar" una batería, debe conectarse a una fuente que haga pasar la corriente, por *dentro de la batería,* del polo positivo al polo negativo (contrariamente a lo que sucede cuando la batería genera corriente). En la práctica, esto se hace comúnmente por medio de un "cargador de baterías". Este dispositivo es un generador que produce corriente continua cuando se conecta a un servicio eléctrico común. Observe en la Figura 22-4, que la corriente



Ejemplos de dispositivos que son receptores o generadores de fcem, porque se accionan por medio de motores eléctricos: una batidora de globo, un taladro eléctrico y un convoy del Metro.

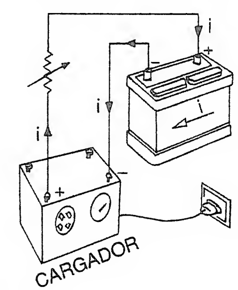


FIGURA 22-4 Cuando una batería o acumulador está cargándose, funciona como fuente de fuerza contraelectromotriz (fcem).

* **N. del R.** Las celdas electroquímicas se dividen en no renovables (pilas primarias o pilas, simplemente) y en renovables (pilas secundarias o acumuladoras).

proporcionada por el cargador entra por el polo positivo de la batería, pasa a través de ella, y sale por el polo negativo. Por tanto, esta batería está recibiendo carga (el reóstato de la figura se usa simplemente para controlar la intensidad de la corriente). En la Figura 22-5 se ve el diagrama del circuito de la Figura 22-4, donde ε representa la fem de la generadora (cargador de baterías) y ε′ la fcem de la receptora (batería en recarga).

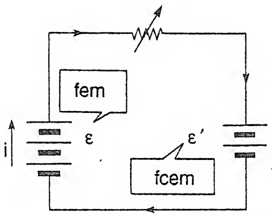


FIGURA 22-5 Diagrama del circuito eléctrico ilustrado en la Figura 22-4.

❖ **Potencia desarrollada por una fuente generadora.** De la expresión $\varepsilon = \Delta T/\Delta q$, que define la fem de un generador, obtenemos

$$\Delta T = \varepsilon \Delta q$$

Esta expresión proporciona el trabajo ΔT realizado por un generador o fuente de fem ε al transportar una carga Δq de su polo negativo hacia su polo positivo. Dividiendo ambos miembros de esta ecuación entre el intervalo de tiempo Δt durante el cual el generador realiza el trabajo ΔT, resulta

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \varepsilon \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Como $\Delta T/\Delta t$ es la potencia P desarrollada por el generador y $\Delta q/\Delta t$ representa la intensidad de la corriente que proporciona, vemos que

$$\boxed{P = \varepsilon i}$$

Por tanto, la potencia desarrollada por un generador se obtiene multiplicando su fem por la corriente que proporciona. Esta misma expresión permite calcular la potencia desarrollada en un receptor. En este caso, obviamente, ε representa la fcem del receptor, e i, la corriente que pasa a través de él.

EJEMPLO

En el circuito de la Figura 22-6, una batería con fem ε = 12 V establece una corriente i = 0.40 A, que pasa a través de una resistencia R = 10 Ω y pone en movimiento un motor cuya fcem es ε' = 8.0 V.

a) ¿Qué energía transfiere la batería a una carga Δq = 20 C que circula por ella?

Esta energía corresponde al trabajo ΔT que la batería realiza sobre la carga Δq. De $\varepsilon = \Delta T/\Delta q$ obtenemos

$$\Delta T = \varepsilon\Delta q = 12 \times 20 \quad \text{donde} \quad \Delta T = 240 \text{ J}$$

b) Cuando la carga Δq = 20 C pasa por el motor, ¿qué cantidad de energía eléctrica se transforma en energía mecánica?

Si representamos por $\Delta T'$ esta cantidad de energía, sabemos que $\varepsilon' = \Delta T'/\Delta q$. Entonces,

$$\Delta T' = \varepsilon'\Delta q = 8.0 \times 20 \quad \text{donde} \quad \Delta T' = 160 \text{ J}$$

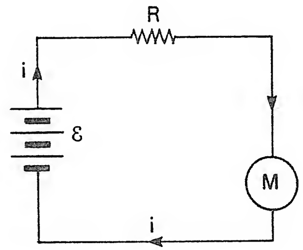


FIGURA 22-6 Para el Ejemplo de la Sección 22.1.

c) Con base en el Principio de Conservación de la Energía, determine la cantidad de calor ΔQ que se desarrolla en la resistencia R cuando la carga Δq circula por ella.

La cantidad de energía que la carga Δq recibe en la batería debe ser igual a la suma de la cantidad de calor desarrollada en R, y la cantidad de energía que esta carga pierde cuando pasa por el motor. Es decir,

$$240 = \Delta Q + 160 \quad \text{donde}$$

$$\Delta Q = 240 - 160 \quad \text{o bien,} \quad \Delta Q = 80 \text{ J}$$

d) Calcule la potencia P desarrollada por la batería y la potencia P' del motor.

Tenemos

$$P = \varepsilon i = 12 \times 0.40 \quad \text{donde} \quad P = 4.8 \text{ W}$$

$$P' = \varepsilon' i = 8.0 \times 0.40 \quad \text{donde} \quad P' = 3.2 \text{ W}$$

e) Determine la potencia que se disipa, por efecto Joule, en la resistencia R. Por la conservación de la energía, esta potencia, $P_{R'}$ debe ser igual a la diferencia entre P y P', o sea,

$$P_R = P - P' = 4.8 - 3.2$$

donde

$$P_R = 1.6 \text{ W}$$

Por otra parte, P_R también puede obtenerse por la expresión $P_R = Ri^2$ que estudiamos en el capítulo anterior. Entonces,

$$P_R = Ri^2 = 10 \times (0.40)^2$$

donde

$$P_R = 1.6 \text{ W}$$

Observemos que en ambos procesos obtuvimos el mismo valor de P_R, tal como era de esperar.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Observando la expresión que define la fuerza electromotriz de un generador, diga si esta cantidad es vectorial o escalar.

Las informaciones siguientes se refieren a los Ejercicios **2**, **3**, **4** y **5**. Como quizá ya sepa, en los automóviles había un generador de CC (dinamo),* que al ser accionado por el motor del vehículo, producía una corriente directa que se empleaba para mantener constantemente "cargado" su acumulador. La figura de este ejercicio muestra un generador G de este tipo, que establece una corriente en un circuito donde existe una resistencia R y una batería que recibe carga.

2. *a)* Indique, en la figura, el sentido de la corriente en el circuito.

b) Al pasar por el interior del generador, ¿las cargas eléctricas pierden o ganan energía?

c) ¿Y cuando circulan por el interior de la batería?

3. *a)* En el generador de CC, ¿qué clase de energía se transforma en energía eléctrica?

b) ¿Qué transformación de energía se produce en la batería?

4. Suponga que la fem del generador o dinamo es ε = 15 V y la fcem de la batería es ε' = 12 V. Considerando una carga de 1 C que circula por el circuito, responda:

a) ¿Qué cantidad de energía recibe esta carga al pasar por el generador?

b) ¿Qué cantidad de energía pierde esta carga cuando pasa por la batería?

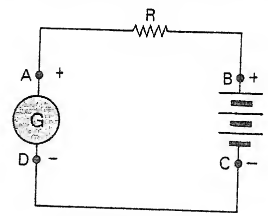
c) ¿Cuál es la cantidad de energía que esta carga pierde al pasar por la resistencia (recuerde el Principio de Conservación de la Energía)?

5. Se sabe que la intensidad de la corriente en el circuito es i = 5.0 A. En estas condiciones:

a) ¿Qué potencia proporciona el generador a las cargas?

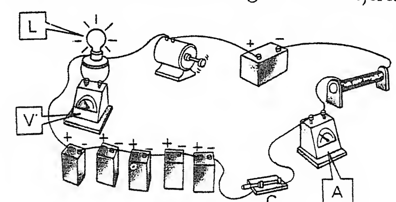
b) ¿Qué potencia capta la batería de la corriente?

c) Entonces, ¿cuánto vale la potencia que se disipa por efecto de Joule en la resistencia?



Ejercicios 2 a 5

6. Usando los símbolos usuales para representar los diversos elementos que constituyen un circuito eléctrico, trace un diagrama que corresponda al circuito representado en la figura de este ejercicio.



Ejercicio 6

* **N. del R.** En la actualidad se sustituye, por lo general, esta máquina por un alternador (generador de CA) conectado a un rectificador.

Otros tipos de pilas o baterías

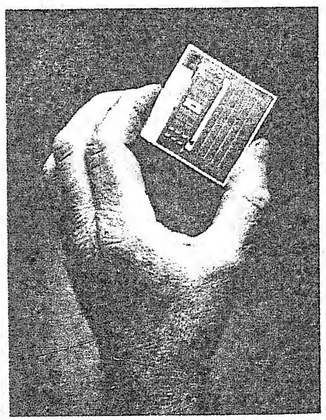
❖ Actualmente hay un gran interés en investigaciones para obtener nuevos tipos de pilas o baterías, debido al empleo cada vez mayor de estos dispositivos en innumerables aparatos cuyo funcionamiento está basado en la energía eléctrica. Como sabemos, las pilas o baterías se usan con mucha frecuencia en circuitos diversos, de relojes, radios, calculadoras, juguetes, etc. En los circuitos electrónicos, generalmente miniaturizados, se necesitan pilas también de pequeñas dimensiones y en otros usos específicos (automóvil eléctrico, aparatos portátiles de comunicación, etc.) se requieren tipos especiales de baterías que suministren corrientes de mayor intensidad y duración. De esta manera, la ciencia y la tecnología modernas realizan grandes esfuerzos para satisfacer esa considerable demanda.

❖ De manera general, las baterías se clasifican en dos categorías: las *baterías primarias*, que después de cierto tiempo de uso se descargan y se desechan, y las *baterías secundarias*, que pueden recargarse varias veces, por lo que su empleo es más económico que el de las pilas primarias. Ambos tipos suministran una energía de precio mucho más alto que la que se podría obtener en las tomas de nuestras casas, producida en las plantas y distribuida comercialmente. La energía eléctrica obtenida mediante una pila primaria común podría costar cerca de 10 dólares por kWh, mientras que esa misma cantidad de energía puede obtenerse de una planta hidroeléctrica por sólo un centavo de dólar. A pesar de esto, lo práctico de las pilas y baterías propicia su uso cotidiano generalizado.

Tipos de pilas muy comunes. Observe la pila "botón" (que es una pila alcalina de mercurio) y la pila que suministra una tensión de 9 V (en realidad, es una conexión de 6 pilas secas).

❖ Ya tratamos, en el capítulo anterior, los tipos de baterías de mayor uso universalmente: las pilas secas y las baterías para automóvil, son las que se producen industrialmente en mayor escala en todo el mundo. Mientras tanto, se investigan muchos otros tipos con características que las adecuan para determinados usos. A continuación se analizan algunos de ellos.

— *Pilas alcalinas:* En estas pilas, al contrario de lo que ocurre con las pilas secas de cinc-carbono y con las baterías de plomo, el electrolito no es ácido por estar constituido por un hidróxido (álcali), que tiene la ventaja de ser menos corrosivo. Se encuentran en versión seca, y con electrolito acuoso. Generalmente, el electrolito alcalino presenta menor resistencia eléctrica, lo que les permite generar corrientes de mayor intensidad. En un modelo muy conocido como batería de níquel-cadmio, se utilizan electrodos de estos materiales, contenidos en solución de hidróxido de potasio; algunas veces se le prefiere por ser más liviana y duradera que la batería de plomo. Otro tipo tiene como electrodos la *plata* y el *cinc* e, incluso hidróxido de potasio como electrolito, tiene uso generalizado por tener una alta relación entre la energía que genera y su peso, o cuando la iluminación que debe proporcionar es más importante que el costo de la energía. Las pilas alcalinas secas, de mercurio, a pesar de ser más costosas en comparación con otros tipos de pilas secas, se utilizan mucho, porque en versiones en forma de pequeños discos (o botones) pueden suministrar corrientes muy altas y de gran duración. Por eso se emplean en aparatos que necesitan estas características, tales como flashes y aparatos correctivos de la audición. Se recomienda no abrir este tipo de pilas, porque el óxido de mercurio que se forma en su funcionamiento resulta sumamente tóxico.



Pila solar que puede transformar la energía luminosa en energía eléctrica.

— *Pilas solares:* La luz solar que llega a la Tierra también puede aprovecharse para obtener energía eléctrica directa mediante dispositivos denominados *pilas* o *baterías solares*. Éstas se construyen con materiales semiconductores, como el silicio y el germanio, a los cuales ya nos referimos en *Un tema especial* del capítulo anterior (Sección 21.8). Conforme veremos en la Sección 22.4, si se introducen pequeñas impurezas en estos materiales es posible obtener dos tipos de semiconductores: uno denominado tipo n y otro denominado tipo p. El núcleo de una pila solar está constituido por una unión n-p de estos dos tipos de semiconductores (Fig. I). Cuando la luz solar (o de cualquier otra fuente) alcanza esta unión, ocurre una separación de cargas, de tal modo que la placa p se comporta como el polo positivo de la pila y, la placa n, como el polo negativo. Por tanto, si hubiera incidencia de luz, este dispositivo es capaz de generar una corriente a un circuito externo. Por lo general, como esa corriente presenta pequeña intensidad, la pila solar se utiliza para alimentar ciertos circuitos electrónicos cuyo funcionamiento necesita poca energía, como calculadoras y relojes de pulso (Fig. II). En otros usos, en los cuales se requieren corrientes más intensas, se conectan varias celdas básicas. Por ello, se utilizan mucho en satélites artificiales, cohetes sin tripulación e incluso para accionar motores, como se muestra en la Figura III, en la cual se presentan baterías solares usadas para accionar una bomba de agua en Mali, África Occidental.

— *Pilas nucleares:* Su funcionamiento se basa en la radiactividad de algunos elementos que emiten electrones espontáneamente (radiación β, de la que usted quizá ya oyó hablar). En la Figura IV se ilustra cómo puede funcionar una pila de este tipo: el cilindro interior, constituido por sustancia radiactiva, emite electrones y, por tanto, adquiere carga positiva; los electrones emitidos los capta el cilindro metálico exterior, el cual queda cargado negativamente. Tenemos, entonces, una pila eléctrica en la cual el polo positivo es el elemento radiactivo y el polo negativo es el cilindro metálico exterior. Con esta pila, se puede obtener una tensión superior a 10 000 V, pero la corriente que genera es extremadamente pequeña (sólo algunos microamperes). Hasta ahora, la pila nuclear no tiene uso práctico o comercial.

❖ Se investigan muchos otros tipos de pilas y baterías con fines de comunicación en áreas de difícil acceso, en aplicaciones militares, vuelos espaciales, etc., cuando el precio de la energía no es el factor determinante, debido a la dificultad de su obtención a partir de otras fuentes.

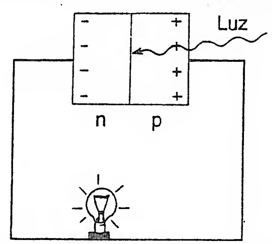


FIGURA I El principal constituyente de una pila solar es una unión de dos semiconductores n y p.

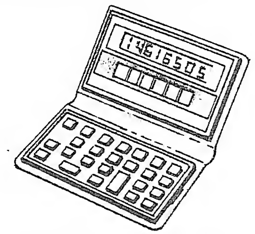


FIGURA II Las pilas solares se utilizan para generar energía eléctrica a calculadoras pequeñas.

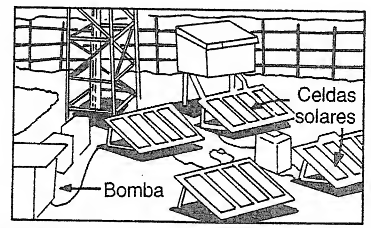


FIGURA III En locales con gran incidencia de luz solar, como el caso de África, las baterías solares se utilizan para accionar inclusive motores eléctricos.

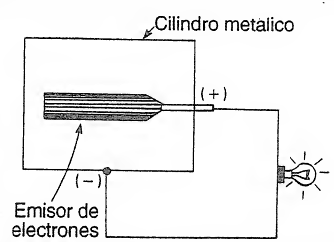


FIGURA IV Esquema de una pila nuclear, siendo usada para encender una lámpara (de baja potencia).

22.2 Ecuación del circuito

❖ **Resistencia interna.** Sabemos que cuando una corriente eléctrica pasa por un conductor, éste ofrece cierta oposición al paso de dicha corriente. En otras palabras, todo conductor posee cierta *resistencia eléctrica*. Por ejemplo, cuando una corriente pasa a través de un motor, es forzada a recorrer un conjunto de conductores existente en el interior de tal máquina, de manera que encuentra cierta resistencia a su paso, la cual se denomina *resistencia interna* del motor. Por este motivo, cuando funciona un motor se observa un leve calentamiento del mismo, debido al calor que se genera por el efecto Joule en su resistencia interna.

De la misma manera, una batería, una pila u otra fuente cualquiera, también ofrecen oposición al paso de la corriente; es decir, estos aparatos también poseen una resistencia interna determinada. Cuando una batería está bien construida y tiene poco tiempo de uso (es nueva), su resistencia interna es muy pequeña, y generalmente puede ser considerada depreciada. Pero, conforme va siendo utilizada, tal resistencia interna aumenta, pudiendo alcanzar valores muy elevados. En estas condiciones, el calor que se genera por efecto Joule en el interior de la batería, se vuelve considerable, haciendo que pierda su utilidad como generadora de corriente.

❖ **Análisis de un circuito en serie.** Consideremos el circuito eléctrico que se muestra en la Figura 22-7, en el cual se tiene una batería con fem ε, cuya resistencia interna vamos a designar por r. Tal batería se encuentra conectada a un motor con fcem ε' y que presenta una resistencia interna r', así como a un resistor externo R (por ejemplo, una lámpara o un calentador).

Observemos que todos los elementos de este circuito están conectados *en serie* entre sí, y por ello este sistema recibe el nombre de *circuito en serie* o *circuito simple*. Obviamente, en lugar de la batería podríamos tener otro generador cualquiera, y en lugar del motor podría existir un receptor cualquiera con fcem (por ejemplo, una batería en recarga).

Por la polaridad de la fuente que se tiene, podemos concluir que en el circuito pasará una corriente eléctrica, en el sentido que se muestra en la Figura 22-7. Entonces, en el interior de dicha fuente de fem, las cargas eléctricas reciben energía cuando pasan del polo negativo hacia el polo positivo; es decir, como ya sabemos, se produce una transformación de la energía química de la batería, en energía eléctrica de las cargas. Conforme circulan estas últimas, transfieren la energía recibida a los diversos elementos que forman el circuito.

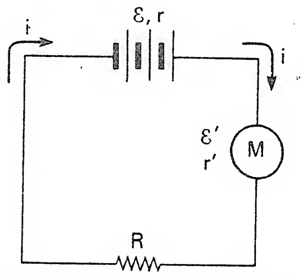


FIGURA 22-7 Diagrama de un circuito en serie o simple.

De modo que cuando las cargas pasan a través del motor, parte de su energía se transforma en energía mecánica de rotación del motor (por contraelectromotancia), y parte se transforma en calor (por efecto Joule) en su resistencia interna r'. En la resistencia externa R también se produce una transformación en calor de cierta parte de la energía de las cargas, y esto se produce incluso en el interior de la batería misma debido a su resistencia interna r. En resumen, tenemos entonces que

en la batería: — las cargas reciben energía (la energía química se transforma en energía eléctrica);
— las cargas pierden energía (la energía eléctrica se transforma en calor en la resistencia interna);

en el motor: — las cargas pierden energía (la energía eléctrica se transforma en energía mecánica);
— las cargas pierden energía (la energía eléctrica se transforma en calor en la resistencia interna);

en el resistor: — las cargas pierden energía (la energía eléctrica se transforma en calor).

❖ **La ecuación del circuito en serie.** El análisis que acabamos de realizar en relación con el circuito de la Figura 22-7, permitirá llegar a una expresión con la cual es posible calcular la intensidad de la corriente i que pasa por él. Observando que en un intervalo de tiempo Δt, una carga Δq pasa por cualquier elemento del circuito, es fácil expresar matemáticamente las cantidades de energía que la carga Δq gana o pierde al recorrer el circuito. Así que se tiene lo siguiente:

— energía recibida en la batería = $\varepsilon\Delta q$
— energía perdida en la resistencia interna de la batería = $ri^2\Delta t$
— energía perdida para hacer girar el motor = $\varepsilon'\Delta q$
— energía perdida en la resistencia interna del motor = $r'i^2\Delta t$
— energía perdida en el resistor R = $Ri^2\Delta t$.

Por el principio de conservación de la energía sabemos que la cantidad de ésta ganada en la batería por la carga circulante debe ser igual a la suma de las energías que transfiere a los elementos del circuito (se deprecia la energía perdida en los conductores pues poseen una resistencia prácticamente nula). Entonces, podemos escribir que

$$\varepsilon\Delta q = ri^2\Delta t + \varepsilon'\Delta q + r'i^2\Delta t + Ri^2\Delta t$$

Recordando que $i = \Delta q/\Delta t$, tenemos $\Delta q = i\Delta t$, y sustituyendo esta relación en la expresión anterior,

$$\varepsilon i\Delta t = ri^2\Delta t + \varepsilon' i\Delta t + r'i^2\Delta t + Ri^2\Delta t$$

de modo que

$$\varepsilon = ri + \varepsilon' + r'i + Ri \quad \text{o bien,}$$

$$\varepsilon - \varepsilon' = i(r + r' + R)$$

Por tanto, obtenemos el valor de la intensidad de la corriente en el circuito simple:

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r + r' + R}}$$

Observemos que el numerador de esta expresión representa la suma algebraica de las fem que aparecen en el circuito (considerando negativa la fcem), y el denominador, la suma de todas las resistencias (internas y externas) de dicho circuito. Así pues, podemos escribir de la siguiente manera la relación anterior:

$$\boxed{i = \frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R}}$$

De manera general, podemos hacer notar entonces que:

> cuando en un circuito existen varias fuentes de fem conectadas en serie con varios receptores (o fuentes de fcem) y con varias resistencias, la intensidad de la corriente en este circuito está dada por
>
> $$i = \frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R}$$
>
> donde $\Sigma\varepsilon$ representa la suma algebraica de las fem y fcem del circuito (estas últimas se toman con signo negativo), y ΣR representa la suma de todas las resistencias, internas y externas, en dicho circuito. La ecuación $i = \Sigma\varepsilon/\Sigma R$ se denomina "ecuación del circuito en serie".

❖ **Comentarios.** 1) La ecuación del circuito es muy útil porque permite calcular el valor de la corriente que pasa por un circuito en serie o simple cuando conocemos los valores de las fem, las fcem y las resistencias existentes en dicho circuito. Conociendo el valor de i, podemos obtener fácilmente los valores de algunas otras magnitudes incluidas en el circuito, como la diferencia de potencial entre dos puntos

($V_{AB} = Ri$), la potencia desarrollada por efecto Joule ($P = Ri^2$), etcétera.

2) La ecuación $i = \Sigma\varepsilon/\Sigma R$ únicamente se aplica a los circuitos de elementos conectados en serie. Pero existen ciertos circuitos, como el de la Figura 22-8a, que aun cuando poseen resistencias dispuestas en paralelo, pueden ser fácilmente reducidos a un circuito en serie.* Por ejemplo, para el circuito de la Figura 22-8a, calcularemos la resistencia R_{12} equivalente a las resistencias R_1 y R_2, y obtendremos el circuito en serie de la Figura 22-8b, equivalente al anterior. Obviamente, para el circuito de la Figura 22-8b se puede aplicar la ecuación $i = \Sigma\varepsilon / \Sigma R$.

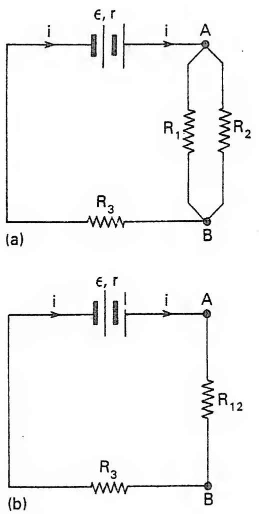


FIGURA 22-8 El circuito mostrado en (a) equivale al circuito simple que se presenta en (b).

♦ EJEMPLO 1

En el circuito que se muestra en la Figura 22-9 tenemos dos baterías cuyas fem son $\varepsilon_1 = 6.0$ V y $\varepsilon_2 = 24$ V, y cuyas resistencias internas son $r_1 = 1.0\ \Omega$ y $r_2 = 2.0\ \Omega$. Además, en este circuito existe un resistor con resistencia $R = 6.0\ \Omega$.

* **N. del R.** Los circuitos con todos sus elementos en paralelo se denominan circuitos *múltiples*, y puede haber combinaciones de elementos en serie y en paralelo.

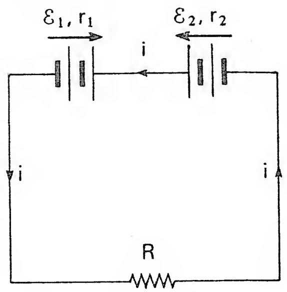


FIGURA 22-9 Para el Ejemplo 1.

a) ¿Cuál es el sentido de la corriente en el circuito?

De manera general, las fuentes de fem tienden a producir una corriente que sale de su polo positivo. De modo que la batería ε_1 tiende a producir corriente en el sentido horario, y la batería ε_2, en sentido contrario. Es obvio que el sentido de la corriente lo determina la fem de mayor valor. Como $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, en el circuito circulará una corriente en sentido antihorario (como se indica en la Figura 22-9).

b) ¿Cuál de las dos baterías funciona como generador de corriente y cuál funciona como receptor?

Vimos que el sentido de la corriente está determinado por la batería ε_2; es decir, en el interior de ésta la corriente pasa del polo negativo hacia el polo positivo. Entonces, este elemento es la fuente de fem del circuito (batería en descarga).

Observemos en la Figura 22-9, que en el interior de la batería ε_1, la corriente pasa del polo positivo hacia el polo negativo. Sabemos que en estas condiciones ε_1 recibe carga, o sea, está funcionando como receptor (fuente de fcem).

c) Calcule la intensidad de la corriente en el circuito.

Tal intensidad estará dada por la ecuación del circuito en serie: $i = \Sigma\varepsilon/\Sigma R$. Como ε_2 es una electromotancia, y ε_1 es una contraelectromotancia, tendremos:

$$i = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{24 - 6.0}{6.0 + 1.0 + 2.0} \quad \text{donde} \quad i = 2.0 \text{ A}$$

d) Compruebe si la potencia transferida a las cargas eléctricas por la fuente de fem es igual a la suma de las potencias que tales cargas trasmiten a los elementos del circuito.

La batería ε_2 transfiere potencia a las cargas y esta potencia vale

$$P_2 = \varepsilon_2 i = 24 \times 2.0 \quad \text{donde} \quad P_2 = 48 \text{ W}$$

Las cargas transfieren una potencia P_1 al receptor o fuente de fcem ε_1, y una potencia P_R a todas las resistencias del circuito (por efecto Joule). Así,

$$P_1 = \varepsilon_1 i = 6.0 \times 2.0 \quad \text{donde} \quad P_1 = 12 \text{ W}$$

$$P_R = (R + r_1 + r_2)i^2 = (6.0 + 1.0 + 2.0) \times (2.0)^2$$

donde

$$P_R = 36 \text{ W}$$

Por tanto, $P_2 = P_1 + P_R$, es decir, como era de esperar, se cumplió el Principio de Conservación de la Energía.

♦ EJEMPLO 2

Suponga que en el circuito mostrado en la Figura 22-8a, tenemos los siguientes valores de los elementos representados:

$$\varepsilon = 12 \text{ V} \qquad r = 1.0\ \Omega \qquad R_1 = 60\ \Omega$$

$$R_2 = 20\ \Omega \qquad R_3 = 4.0\ \Omega$$

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia R_{12}, equivalente a las resistencias R_1 y R_2?

Como R_1 y R_2 están en paralelo,

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{o bien,} \quad \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{20}$$

Por tanto,

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1+3}{60} \quad \text{donde} \quad R_{12} = 15\ \Omega$$

b) ¿Cuál es la intensidad de la corriente establecida por la batería en el sistema?

Como el circuito de la Figura 22-8a es equivalente al circuito en serie de la Figura 22-8b, podemos emplear la ecuación $i = \Sigma\varepsilon/\Sigma R$ para obtener el valor de esta corriente:

$$i = \frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R} = \frac{\varepsilon}{R_{12} + R_3 + r} = \frac{12}{15 + 4.0 + 1.0}$$

donde

$$i = 0.60 \text{ A}$$

Su sentido está indicado en la Figura 22-8b.

c) ¿Cuál es la corriente que pasa por R_1? ¿Y por R_2?

Ante todo debemos determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y B que se muestran en la Figura 22-8a. Esto puede lograrse si se observa la Figura 22-8b, donde tenemos entre estos puntos la resistencia equivalente R_{12}. De manera que

$$V_{AB} = R_{12}i = 15 \times 0.60$$

donde

$$V_{AB} = 9.0 \text{ V}$$

Volviendo a la Figura 22-8a, como ya se sabe que $V_{AB} = 9.0$ V, podemos calcular las corrientes i_1 e i_2 que pasan por R_1 y R_2; así tendremos:

$$i_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{9.0}{60} \quad \text{donde} \quad i_1 = 0.15 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{9.0}{20} \quad \text{donde} \quad i_2 = 0.45 \text{ A}$$

Cálculo de la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

❖ Suponga que se desea calcular la diferencia de potencial entre dos puntos A y B de un circuito cualquiera, por ejemplo, el circuito mostrado en la Figura 22-9.

Para obtener este valor, debemos imaginar que estamos desplazándonos de A hacia B, a lo largo del circuito, tanto en el sentido de la corriente como en sentido contrario a ésta. En este desplazamiento, al pasar nosotros por los elementos del circuito, el potencial podrá aumentar, disminuir o no variar, lo cual depende de los dispositivos que se encuentren en el circuito. Podrán presentarse, entonces, las siguientes situaciones:

1. Al pasar nosotros por un generador, de su polo negativo para el polo positivo, el potencial aumentará de un valor igual a ε. Si el paso ocurre en sentido contrario, el potencial disminuirá en la misma cantidad ε.

2. Al pasar por una resistencia R (incluso por la resistencia interna del generador), en el mismo sentido de la corriente i, el potencial disminuirá de un valor Ri. Si el paso ocurriera en sentido contrario, el potencial aumentará en la misma cantidad Ri.

3. Al pasar por un cable de resistencia despreciable (cable de conexión), no habrá variación del potencial.

El valor de la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera, A y B, se obtendrá al sumar algebraicamente al potencial de $A(V_A)$ las variaciones de potencial que ocurren en el paso de A hacia B, tomándose los aumentos con signo positivo y las disminuciones con signo negativo e igualando esta suma al potencial de $B(V_B)$. El ejemplo siguiente ilustra este procedimiento.

EJEMPLO

En la Figura 22-9, vamos a recorrer el circuito de A hacia B, inicialmente en el sentido de la corriente. Tenemos las siguientes variaciones del potencial:

— en la batería ε_1, el potencial *disminuye* de ε_1 = 6.0 V
— en la resistencia interna r_1 (de la batería), el potencial *disminuye* de $r_1 i = 1.0 \times 2.0$ o $r_1 i$ = 2.0 V
— en la resistencia R, el potencial *disminuye* de $Ri = 6.0 \times 2.0$ o Ri = 12 V.

Por tanto, podemos escribir:

$$V_A - 6.0 - 2.0 - 12 = V_B$$

donde obtenemos

$$V_A - V_B = 20 \text{ V}$$

También podemos recorrer el circuito de A para B, en sentido contrario al de la corriente y, evidentemente, se obtendrá el mismo resultado para el valor de $V_A - V_B$. Tenemos:

— en la batería ε_2, el potencial *disminuye* de ε_2 = 24 V
— en la resistencia interna r_2, el potencial *aumenta* de $r_2 i = 2.0 \times 2.0$ o $r_2 i$ = 4.0 V

Por tanto

$$V_A - 24 + 4.0 = V_B \quad \text{o} \quad V_A - V_B = 20 \text{ V}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. Una batería, cuya fem es ε = 6.0 V y cuya resistencia interna tiene un valor r = 0.20 Ω, está conectada a una lámpara, y le proporciona una corriente i = 5.0 A.

a) ¿Qué potencia transfiere la batería a las cargas que pasan a través de ella?
b) ¿Cuál es la potencia disipada por efecto Joule en el interior de la misma?
c) Entonces, ¿cuál es la potencia que la batería está proporcionando a la lámpara?

8. Una batería, con fem ε, tiene una resistencia interna depreciable y está conectada a una resistencia externa R. Examinando la ecuación del circuito, diga si la corriente proporcionada por la batería aumenta, disminuye o no se modifica si:

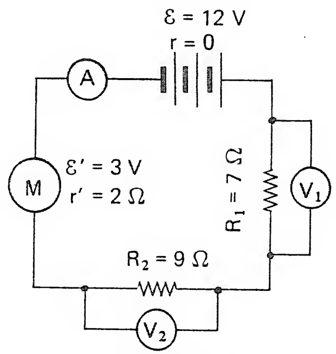
a) Una resistencia R' se conecta en serie con R.
b) Una resistencia R' se conecta en paralelo con R.

9. La fem de una batería vale 12 V y su resistencia interna es de 0.50 Ω.

a) ¿Cuál es el valor de la resistencia R que debe conectarse a los polos de esta batería para que la intensidad de la corriente proporcionada por ella sea la mayor posible?
b) ¿Cuál es el valor de esta máxima corriente que la batería es capaz de proporcionar?

10. La figura de este ejercicio muestra un circuito en el cual una batería se encuentra conectada en serie con dos resistencias R_1 y R_2, y con un motor eléctrico M. Observando los valores que se indican en la figura, determine:

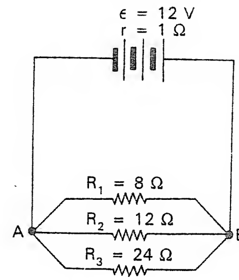
a) La lectura del amperímetro.
b) Las lecturas de cada uno de los voltímetros.



Ejercicio 10

11. Observe el circuito que se muestra en la figura de este ejercicio y determine:

a) La resistencia R equivalente del agrupamiento de R_1, R_2 y R_3 (trace un croquis del circuito en serie que corresponde al circuito representado).
b) La intensidad de la corriente proporcionada por la batería.
c) La diferencia de potencial entre los puntos A y B.
d) Las corrientes i_1, i_2 e i_3 que pasan por las resistencias R_1, R_2 y R_3.



Ejercicio 11

22.3 Tensión terminal de un generador

❖ Consideremos un generador cualquiera, de fem ε y resistencia interna r por ejemplo, la batería que se muestra en la Figura 22-10. Si conectamos este generador a un circuito receptor (por ejemplo, con una resistencia R), hará pasar una corriente i por tal circuito. En el capítulo anterior dijimos que la corriente se establece debido a una diferencia de potencial entre los polos (o terminales) del generador o fuente.

En el circuito que se muestra en la Figura 22-10, la batería establece una *tensión terminal* V_{AB} entre sus polos o terminales (positivo A y negativo B); es decir, V_{AB} es el voltaje que la batería aplica al circuito externo. En estas condiciones, sabemos que el generador transfiere a dicho circuito una potencia cuya expresión es $P = iV_{AB}$.

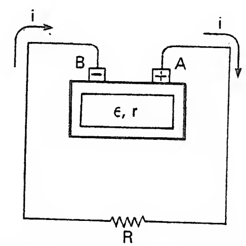


FIGURA 22-10 El voltaje V_{AB} entre los polos de la batería, está dado por la expresión $V_{AB} = \varepsilon - ri$, donde r es la resistencia interna de la fuente, y ε, su fem.

Muchas veces se confunden los conceptos de fem y diferencia de potencial entre terminales, creyendo que la tensión V_{AB} existente entre las terminales de un generador, siempre es igual a su fem Pero, esto no es verdad, como veremos en el análisis presentado a continuación.

❖ **Expresión del voltaje terminal de un generador.** Trataremos de obtener aquí una expresión que relacione el voltaje V_{AB} entre los polos de un generador, con su ε fem.

Sabemos que las cargas eléctricas que pasan por el interior de la batería, al desplazarse del polo negativo B hacia el polo positivo A (Fig. 22-10), reciben, en virtud de la fem del generador, una potencia εi. Pero, debido a la resistencia interna, parte de esta potencia se disipa por efecto Joule, en el interior del propio generador. Esta potencia disipada se expresa, como sabemos, por ri^2. Por tanto, la potencia disponible que será entregada por el generador al circuito externo, será igual a la diferencia $\varepsilon i - ri^2$. Más la potencia transferida al circuito externo también está dada por iV_{AB}. Entonces tendremos que

$$iV_{AB} = \varepsilon i - ri^2$$

donde

$$\boxed{V_{AB} = \varepsilon - ri}$$

Observando esta expresión, vemos que el voltaje terminal de una fuente generadora no siempre es igual al valor de su fem. En virtud

de la potencia disipada en el interior de la fuente, en la expresión de V_{AB} aparece el término ri, de modo que en estas condiciones el valor de la tensión terminal es *menor* que la fem del generador.

❖ **Comentarios.** 1) Podemos observar que en las baterías y pilas, el valor de la fem es una característica del aparato, que depende únicamente de los elementos químicos que entran en su composición. Por ejemplo, una "pila seca" común, posee una fem cuyo valor es $\varepsilon = 1.5$ V, independientemente de que sea nueva o haya sido utilizada durante un tiempo cualquiera. Con el uso prolongado, lo que se observa es un aumento en la resistencia interna r de la pila o de la batería. La relación $V_{AB} = \varepsilon - ri$ indica, entonces, que el voltaje V_{AB} disminuye, y por tanto, la potencia que la pila o batería es capaz de proporcionar al circuito externo también disminuye, a pesar de que su fem no se haya modificado.

2) Si una fuente generadora no suministra corriente, es decir, si sus polos no están conectados a través de un circuito externo, decimos que está en "circuito abierto". Entonces, siendo $i = 0$, la expresión $V_{AB} = \varepsilon - ri$ indica que, en dicha situación, tendremos

$$V_{AB} = \varepsilon$$

Por tanto, en este caso particular, la tensión terminal o entre los polos de un generador, es igual al valor de su fem.

Una forma muy sencilla que se utiliza en la práctica para medir la fem de un generador se basa en este hecho. Cuando sólo conectamos un voltímetro directamente a las terminales de un generador (Fig. 22-11), su lectura proporciona el valor de V_{AB}. Pero, como la resistencia propia del voltímetro es muy grande, la corriente proporcionada por la generadora será prácticamente nula. Entonces, tendremos $V_{AB} = \varepsilon$, es decir, la lectura del voltímetro proporciona directamente la fem del generador.

3) Ya dijimos que cuando una pila o batería es nueva, su resistencia interna es muy pequeña, pudiéndose considerar $r = 0$. La expresión $V_{AB} = \varepsilon - ri$ muestra que también en este caso,

$$V_{AB} = \varepsilon$$

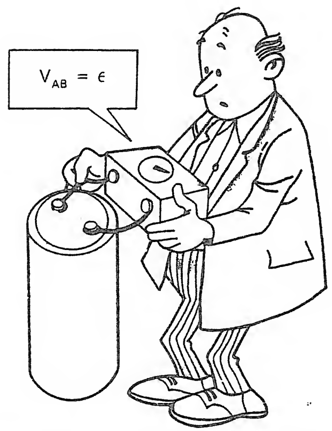


FIGURA 22-11 Cuando un voltímetro de gran resistencia se conecta a los polos de una batería, su lectura V_{AB} es igual a la fem de la batería.

Por tanto, una batería nueva (con $r = 0$) mantiene constante el voltaje entre sus polos (igual a ε), aun cuando esté proporcionando corrientes muy intensas al circuito.

4) Vimos que luego de cierto tiempo de uso, la resistencia interna de la batería adquiere un valor que ya no puede ser depreciado. En este caso, el voltaje V_{AB} entre los polos de la batería será menor cuanto mayor sea la corriente que esté suministrando al circuito (conforme se observa por la relación $V_{AB} = \varepsilon - ri$). La gráfica $V_{AB} \times i$ tendrá el aspecto que se muestra en la Figura 22-12. En el ejemplo que analizaremos en seguida encontrará un análisis de esta situación.

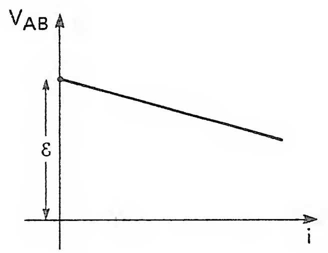


FIGURA 22-12 Gráfico $V_{AB} \times i$ para una batería de resistencia interna no depreciable.

EJEMPLO

En un laboratorio, una batería se conectó a un reóstato, como muestra la Figura 22-13. Un voltímetro, conectado entre las terminales A y B, proporcionó el valor del voltaje V_{AB} entre estos polos, y un amperímetro permitió determinar el valor de la corriente i proporcionada por la batería. Al disminuir gradualmente la resistencia externa por medio del reóstato, el amperímetro indicaba un aumento en i, mientras que el voltímetro mostraba que V_{AB} disminuía. La tabla siguiente muestra algunos valores de i y de V_{AB} obtenidos de esta manera:

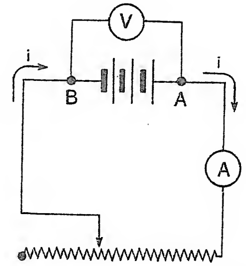


FIGURA 22-13 Para el Ejemplo de la Sección 22.3.

i (A)	0	2.0	4.0	6.0	8.0
V_{AB} (V)	6.0	5.0	4.0	3.0	2.0

a) Trace el gráfico $V_{AB} \times i$ para esta batería.

Usando los datos de la tabla, construimos el diagrama que se muestra en la Figura 22-14. Observemos que su forma es similar a la de la Figura 22-12, mostrando que V_{AB} disminuye linealmente conforme aumenta la corriente proporcionada por la batería.

b) ¿Cuál es el valor de la fem del generador?

Sabemos que la fem ε de una batería es igual al valor del voltaje V_{AB} entre sus polos cuando la fuente no está proporcionando corriente (en circuito abierto). Por el diagrama, o bien, por la tabla, vemos claramente que cuando $i = 0$, tenemos que $V_{AB} = 6.0$ V. Entonces, $\varepsilon = 6.0$ V.

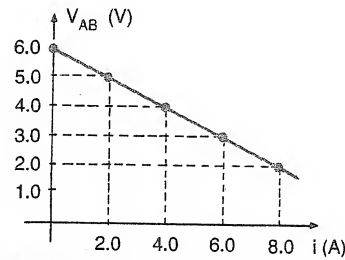


FIGURA 22-14 Para el Ejemplo de la Sección 22.3.

c) ¿Cuánto vale la resistencia interna de la batería?

Por ejemplo, por la tabla vemos, que cuando $i = 8.0$ A, tenemos $V_{AB} = 2.0$ V. Recordando que $\varepsilon = 6.0$ V y llevando estos valores a $V_{AB} = \varepsilon - ri$, resulta

$$2.0 = 6.0 - r \times 8.0$$

donde

$$r = 0.50\ \Omega$$

Obviamente, este mismo resultado se obtendría independientemente del par de valores de i y V_{AB} que empleásemos en la expresión $V_{AB} = \varepsilon - ri$.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

12. Una pila de linterna posee una fem $\varepsilon = 1.5$ V y su resistencia interna tiene un valor $r = 0.1\ \Omega$.

a) ¿Cuál es el voltaje terminal de esta pila cuando se encuentra en circuito abierto?

b) ¿Cuál es la tensión entre los polos de esta pila si está proporcionando una corriente de 2.0 A a una lámpara?

c) Al conectar a la pila un foco luminoso de menor resistencia, empieza a suministrarle una corriente de 4.0 A. ¿Cuál es, en este caso, el voltaje entre los polos de la pila?

13. *a*) Usando los valores obtenidos en el ejercicio anterior, dibuje el gráfico del voltaje terminal de la pila en función de la corriente que suministra.

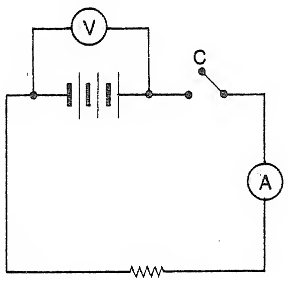
b) Trace un croquis del diagrama correspondiente al caso anterior si la resistencia interna de la pila fuese nula.

14. Una lámpara conectada a una pila, mostraba cierta intensidad luminosa. Con el transcurso del tiempo se observó que la intensidad de la luz disminuyó en forma gradual. Con base en esta información, diga si cada una de las siguientes cantidades aumentó, disminuyó o no se alteró en el transcurso del tiempo:
   a) La fem de la pila.
   b) La resistencia interna de ésta.
   c) El voltaje aplicado por la pila.
   d) La corriente que la pila proporcionó a la lámpara.

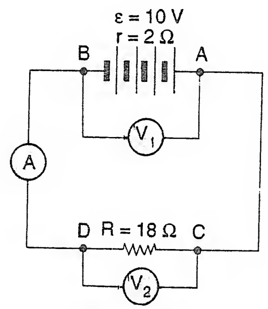
15. En el ejemplo resuelto al final de esta sección encontramos que la resistencia interna de la batería tenía un valor r = 0.50 Ω, usando los valores i = 8.0 A y V_{AB} = 2.0 V obtenidos de la tabla.
   a) Escoja en la tabla otro par de valores de i y V_{AB}, y calcule la resistencia interna de la batería usando los valores elegidos.
   b) Su respuesta de la cuestión anterior, ¿coincide con el valor de r encontrado en el ejemplo?

16. En el circuito que se muestra en la figura de este ejercicio se observa que cuando el interruptor C está abierto, la lectura del voltímetro es 4.5 V. Al cerrar C, el amperímetro indica 1.5 A, y el voltímetro indica 4.2 V. Con base en estos datos, determine:
   a) La fem de la batería.
   b) La resistencia interna de la misma.

17. Considere el circuito presentado en la figura de este ejercicio.
   a) Usando la ecuación del circuito, determine la lectura del amperímetro.
   b) Usando la expresión que proporciona el voltaje terminal de un generador, determine la lectura del voltímetro V_1.
   c) Con la expresión que proporciona el voltaje en los extremos de una resistencia, determine la lectura del voltímetro V_2.
   d) ¿Esperaba usted que las lecturas de V_1 y V_2 fuesen iguales? Explique.



Ejercicio 16



Ejercicio 17

22.4 Un tema especial (para aprender más)

El Tubo Electrónico y el Transistor

❖ **Qué es el efecto termoiónico.** Los electrones libres existentes en un cuerpo metálico poseen, a cualquier temperatura, un movimiento desordenado en virtud de su agitación térmica (de manera similar a lo que sucede a las moléculas de un gas). Los electrones que en esta agitación constante llegan hasta la superficie del metal, son atraídos por los iones positivos de la red cristalina, y a la temperatura ambiente, no poseen energía suficiente para vencer esta atracción y permanecen en el seno del metal. Pero, si la temperatura del cuerpo se incrementa, la agitación térmica de los electrones aumentará y muchos de ellos podrán escapar de la atracción de los iones positivos. Estos electrones que escapan del material pasan a formar una nube electrónica cerca de la superficie del cuerpo.

Thomas Alva Edison (1847-1931). Considerado un genio de la tecnología, registró casi 1 000 patentes, entre las cuales se hallaron la de la lámpara de filamento incandescente, el fonógrafo y el proyector cinematográfico. Habiendo montado su propia industria, logró formar un buen capital, convirtiéndose así en un hombre rico. En 1876 abandonó la fábrica, y estableció un laboratorio de investigaciones industriales. Fue ahí donde creó sus inventos más importantes. En 1883, al tratar de perfeccionar la lámpara de filamento, descubrió accidentalmente el "efecto Edison" que se describe en la *Lectura.*

Este fenómeno de emisión de electrones por la superficie de un metal caliente se denomina *emisión termoiónica* y fue observada por primera vez por el inventor estadunidense Thomas Edison. Por este motivo, la emisión termoiónica suele denominarse también *efecto Edison.*

En la Figura 22-15 mostramos el montaje con el cual Edison detectó el fenómeno de la emisión termoiónica. Una placa metálica fue introducida por la parte superior de una lámpara eléctrica común, colocándola frente al filamento metálico, como muestra la figura. La placa se conectó al polo positivo de una batería, B, y el filamento al polo negativo de dicha batería. Como sabemos en la actualidad, este filamento, al ser calentado por la batería B' (efecto Joule), emitía una gran cantidad de electrones que eran atraídos por la placa. Debido a esto, Edison observó que en el circuito de la batería B se establecía una corriente eléctrica, indicándolo así el amperímetro A. En aquella época ni Edison ni otros científicos pudieron explicar el hecho observado.

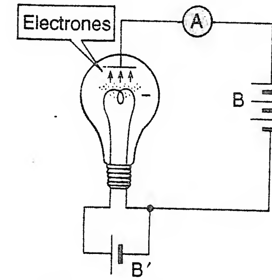


FIGURA 22-15 Montaje con el cual Edison detectó el efecto termoiónico.

❖ **La válvula diodo.** El efecto termoiónico encontraba hasta hace poco su aplicación más importante en la construcción de los *tubos electrónicos,* muy utilizados, como usted ya debe haber observado, en receptores de radio, televisión, etc., y que recibían también el nombre de "válvulas" o "bulbos" electrónicos.

El más simple de los tubos se denomina *diodo* (el nombre indica que posee dos electrodos), y no es más que una adaptación de la lámpara incandescente con la cual Edison descubrió el efecto termoiónico. La Figura 22-16 representa en forma esquemática un tubo o válvula diodo. Este tipo de elemento consta de un cilindro metálico llamado *cátodo* (o electrodo negativo), que se calienta por medio de un filamento existente en su interior y por el cual pasa una corriente (observe en la figura las dos puntas de enchufe a las cuales se aplica el voltaje que proporciona corriente al filamento). Este cilindro está rodeado por otro, también de metal, que constituye el *ánodo* (electrodo positivo) de la válvula. Al aplicar voltaje a las puntas A y B que se indican en la Figura 22-16, los electrones emitidos por efecto termoiónico en el cátodo caliente, se dirigen hacia el ánodo. Es necesario que se haga el vacío en el interior del bulbo para permitir este desplazamiento de

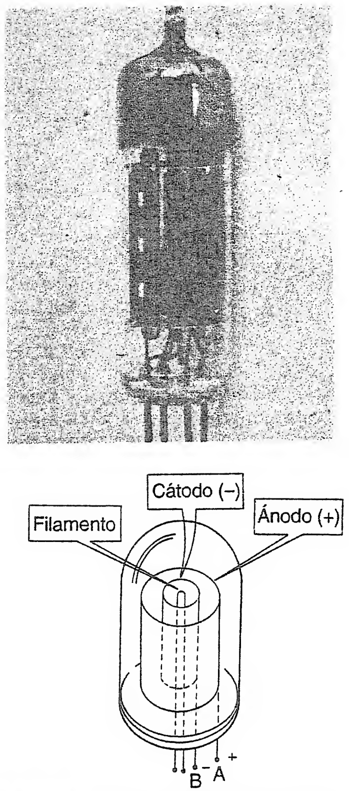


FIGURA 22-16 Foto y esquema de un diodo.

los electrones. La Figura 22-17 muestra cómo se representa una válvula diodo en los diagramas de circuitos eléctricos: *F* es el filamento, *C* el cátodo, y *P* la placa (o ánodo).

❖ **El diodo utilizado como rectificador de corriente alterna.** Los tubos diodos desde su invención comenzaron a usarse ampliamente en los circuitos electrónicos, porque con ellos es posible rectificar una corriente alterna. En otras palabras, los diodos transforman una corriente alterna en corriente continua. Para entender por qué son capaces de producir este efecto, consideremos la Figura 22-18. En la Figura 22-18a vemos un circuito en el cual la placa *P* de un diodo fue conectada al polo positivo de una batería, y el cátodo, *C*, al polo negativo. En estas condiciones, los electrones emitidos por el cátodo caliente son atraídos por la placa, y una corriente eléctrica se establecería así en el circuito, siendo registrada por el amperímetro. Pero consideremos ahora que la conexión se realizó de la manera que se observa en la Figura 22-18b: *P* conectada al polo negativo, y *C*, al polo positivo de la batería. En esta conexión, la batería tiende a establecer una corriente de sentido contrario al de la Figura 22-18a. Pero en tales condiciones los electrones emitidos por *C* (que sigue siendo calentado) son repelidos por *P*, por lo cual no hay paso de corriente entre *C* y *P*, y el amperímetro no registra corriente en el circuito. Por tanto, el diodo sólo permite el paso de corriente a través de él cuando *P* tiene un potencial más alto que *C*. En otras palabras, el diodo únicamente permite el paso de corriente en un determinado sentido, impidiendo que la corriente circule en sentido contrario.

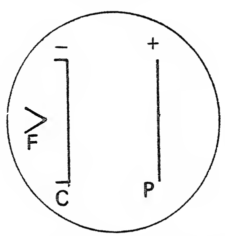


FIGURA 22-17 En los diagramas de circuitos el diodo se representa en la forma indicada.

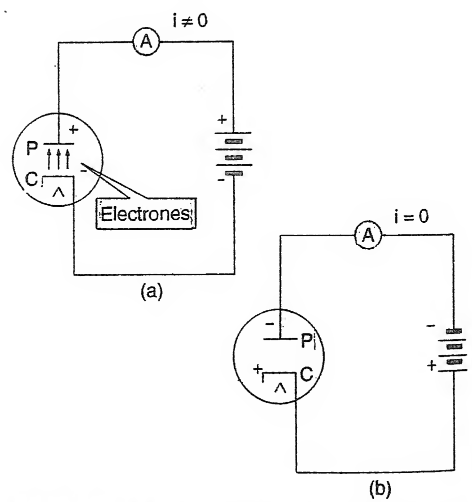


FIGURA 22-18 En el circuito de (a) hay paso de corriente, pero en el circuito de (b) tenemos que $i = 0$.

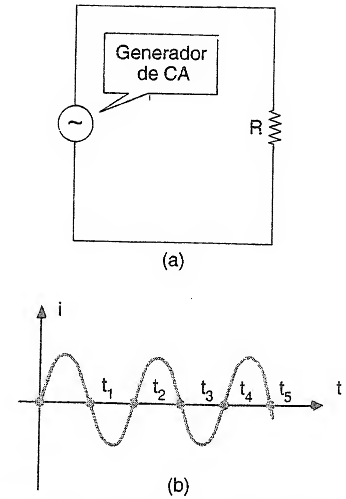


FIGURA 22-19 Generador de corriente alterna conectado a una resistencia (a), y gráfica que muestra la variación en el tiempo de la intensidad de la corriente que pasa en el circuito (b).

Supongamos ahora que un generador de corriente alterna se encuentra conectado a un resistor *R*, como muestra la Figura 22-19a. La intensidad de la corriente que pasa por *R* varía de acuerdo con el diagrama mostrado en la Figura 22-19b, cambiando periódicamente de sentido; es decir, la corriente pasa sucesivamente a través de *R* en un sentido y en otro. Si un diodo se introdujera en el circuito en la forma que se indica en la Figura 22-20a, sólo permitirá el paso de la corriente en el sentido indicado, impidiendo que circule en sentido contrario. De esta manera, la intensidad de la corriente, después de la introducción del diodo, variará de acuerdo con la gráfica de la Figura 22-20b. Observemos que esta corriente se interrumpe en forma periódica (pulsante) y se rectifica, es decir, pasa por el circuito siempre en el mismo sentido. A pesar de ser rectificada, no es una corriente continua normal (constante) como la que proporciona una pila o batería. Pero es posible asociar al diodo ciertos dispositivos (capacitores), a fin de obtener en el circuito una corriente rectificada cuya intensidad sea prácticamente constante, y que presente sólo pequeñas fluctuaciones en el transcurso del tiempo, como se indica en la Figura 22-21.

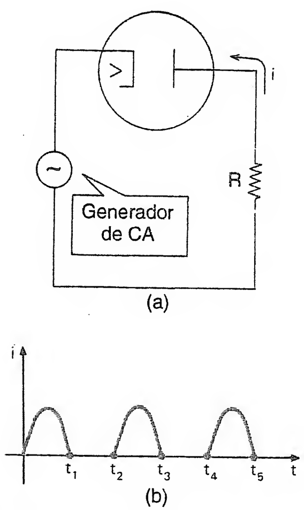


FIGURA 22-20 Generador de corriente alterna conectado a un circuito que contiene una resistencia y un diodo (a). La intensidad de la corriente en el circuito varía en el tiempo como indica la gráfica (b).

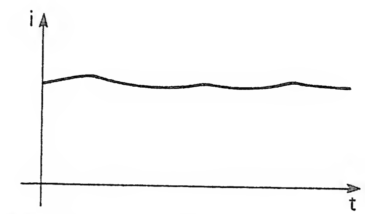


FIGURA 22-21 A un diodo le podemos asociar ciertos dispositivos (capacitores o condensadores) que permiten tener en el circuito, en vez de corriente alterna, una corriente continua de intensidad prácticamente constante.

❖ **Otros tipos de bulbos.** Con el desarrollo de la electrónica surgieron, además del diodo, algunos otros tipos de tubos destinados a desempeñar las más variadas funciones. En la Figura 22-22 mostramos dos de ellos, los cuales alcanzaron una gran utilización en aparatos de uso frecuente.

En la Figura 22-22a vemos un tubo denominado *triodo* (por tener tres electrodos). Observemos que no es más que un diodo en el cual se introdujo un tercer electrodo denominado *rejilla* (electrodo de control), indicado por *G* (del inglés *grid*) en la figura, y constituido

generalmente por una malla metálica. Este elemento se empleó con la finalidad de amplificar señales eléctricas; es decir, con el triodo conseguimos que un voltaje pequeño (o una corriente pequeña) se vuelva muchas veces mayor.

En la Figura 22-22b presentamos el tubo electrónico de gran tamaño que se encuentra en los aparatos de TV y que se emplea para producir las imágenes en la pantalla. Este dispositivo, denominado *cinescopio,* está constituido esencialmente por las siguientes partes: un filamento incandescente (cátodo), una rejilla de control, un ánodo cilíndrico, dos pares de placas deflectoras, P_1 y P_2 (dispuestas como muestra la figura), y una pantalla fluorescente. Los electrones emitidos por el filamento caliente son acelerados en dirección al ánodo por una diferencia de potencial de varios millares de volts (casi 15 000 V). Después de atravesar el ánodo, el haz electrónico pasa entre las placas P_1 y P_2, y llega a la pantalla, provocando una luminosidad (fluorescencia) en el punto de impacto. Entre el par de placas P_1 existe un campo eléctrico que desvía el haz de electrones hacia arriba y hacia abajo, en tanto que el campo eléctrico existente en el par P_2, desvía el haz hacia la derecha y hacia la izquierda. De esta manera, el haz de electrones *barre* totalmente la pantalla a gran velocidad, haciendo que se muestre uniformemente iluminada. Obedeciendo a las señales que llegan de la antena a la rejilla, el haz de electrones adquiere una mayor o menor intensidad, haciendo que ciertas regiones de la pantalla sean más (o menos) luminosas durante el barrido. Este hecho da lugar a la formación de las imágenes que se ven en la pantalla.

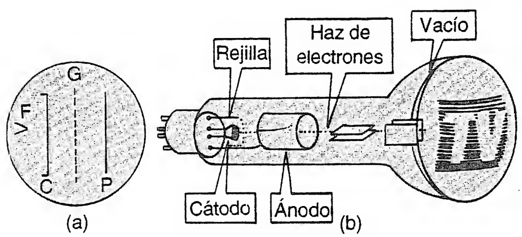


FIGURA 22-22 Esquema de un triodo amplificador (a), tubo que constituye el cinescopio de un televisor (b).

❖ **Semiconductores tipos *n* y *p*.** Probablemente usted ya haya oído decir que los tubos electrónicos han sido sustituidos por dispositivos mucho menores, más económicos y más durables, construidos con la ayuda de materiales semiconductores.

En *Un tema especial* del capítulo anterior vimos que un semiconductor es una sustancia cuya resistencia disminuye rápidamente conforme aumentamos su temperatura. El silicio, como ya dijimos, es un ejemplo típico de material semiconductor.

Los científicos hallaron que, al agregar a un semiconductor cantidades muy pequeñas de ciertas sustancias, llamadas *impurezas,* las propiedades eléctricas del semiconductor sufren modificaciones considerables. Así pues, al agregar una pequeña cantidad de arsénico a una muestra de silicio, se obtiene un conductor eléctrico semejante a un metal; es decir, la conducción eléctrica en esta sustancia se logra por medio de electrones libres. Decimos que un semiconductor tal es del tipo *n* (conducción realizada por cargas negativas). Por otra parte, si una pequeña cantidad de boro se agrega al silicio puro, se observa que también conduce la electricidad, pero como si la corriente eléctrica estuviese constituida por el movimiento de cargas positivas. Por tal motivo, decimos que el silicio *impurificado* con boro es un semiconductor del tipo *p* (conducción por cargas positivas).

❖ **Uniones *n-p* y *p-n* utilizadas como rectificadores.** Supongamos que un cristal se obtiene haciendo una unión o junta de un semiconductor de tipo *n* con otro del tipo *p,* como indica la Figura 22-23. Podemos demostrar que habrá un intercambio de cargas eléctricas entre ellos, haciendo qué de uno a otro lados de la superficie de contacto, aparezcan cargas

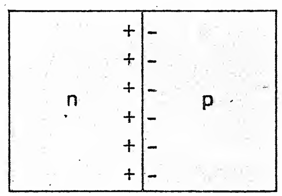


FIGURA 22-23 Unión de un semiconductor de tipo *n* con otro de tipo *p.*

positivas y negativas, distribuidas en la forma que se observa en la Figura 22-23.

Al conectar una batería a un cristal *n-p,* de manera que el contacto del polo positivo de esta batería se realice con el lado *n,* y el del polo negativo, con el lado *p,* obtenemos el circuito que se muestra en la Figura 22-24a. Al establecerse esta conexión se observa un gran aumento de las cargas positivas y negativas que existen en la junta. Este hecho impide que la corriente pase a través del cristal *n-p* (pues se comporta como si fuese un material de resistencia muy elevada), y, por tanto, no hay corriente en el circuito. Pero, si invertimos la polaridad de la batería (el polo positivo conectado al lado *p,* y el negativo, al lado *n*) habrá una disminución considerable de las cargas eléctricas en la unión (Fig. 22-24b). En estas condiciones, la corriente eléctrica puede pasar fácilmente por el cristal *n-p* y el amperímetro registrará la existencia de una corriente en el circuito.

Este análisis que acabamos de realizar indica que un cristal de conexión *n-p* se comporta como un tubo diodo, pues deja que la corriente

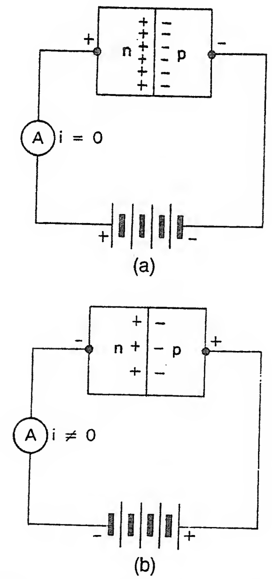


FIGURA 22-24 En el circuito de (a), la corriente es nula, y en el de (b) hay paso de corriente.

eléctrica fluya a través de él en un sentido (de *p* hacia *n*), e impide el paso en sentido contrario (de *n* hacia *p*). Entonces, es obvio que un cristal *n-p,* como en el caso de una válvula diodo, se podrá usar como rectificador de corriente; es decir, se tiene ahora un diodo semiconductor y no un "diodo al vacío". En virtud de que no se necesita el calentamiento, los diodos semiconductores son más económicos que los diodos comunes, no provocan calentamiento inconveniente de los aparatos, y comienzan a funcionar tan pronto como son conectados (observe que en los aparatos de válvulas, cuando se conectan, sólo empiezan a funcionar después de cierto tiempo, necesario para que los filamentos se calienten). Además, los diodos semiconductores presentan una serie de ventajas adicionales (costo, tamaño, durabilidad, etc.) lo cual los vuelve mucho más convenientes que los diodos al vacío o de filamento.

❖ **Qué es un "transistor".** Las válvulas diodos no son las únicas que están siendo sustituidas, con gran ventaja, por dispositivos electrónicos construidos a base de semiconductores. También el tubo triodo, que como ya dijimos, se emplea con objeto de amplificar señales eléctricas, está siendo sustituido por un cristal constituido por uniones de materiales semiconductores. En 1948, tres científicos estadunidenses descubrieron que un cristal de semiconductores, formado con dos juntas (como muestra la Figura 22-25), es capaz de producir amplificaciones similares

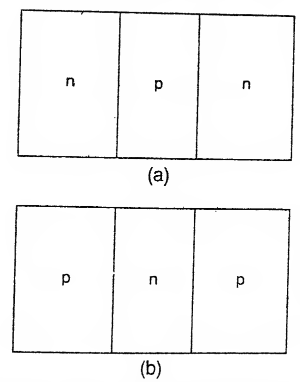


FIGURA 22-25 Un transistor puede obtenerse por una junta o unión *n-p-n* como en (a), o bien, por una *p-n-p* como en (b).

a las que se obtienen con una válvula triodo. Estas uniones pueden ser del tipo *n-p-n* (Fig. 22-25a), o bien, *p-n-p* (Fig. 22-25b). En cualquiera de estos casos, el cristal obtenido se denomina *transistor* que es, como ya debe haber oído decir, uno de los dispositivos más empleados en los modernos circuitos electrónicos. En virtud del gran avance tecnológico posibilitado por el transistor, sus inventores recibieron el Premio Nobel de Física en 1956.

El empleo de cristales rectificadores (unión *n-p*) y de transistores en los circuitos de radios, televisores, grabadoras, computadoras, etc., permitió una reducción considerable en el tamaño y peso de dichos aparatos. Por ejemplo, los antiguos radios de bulbos, eran mucho mayores que los modernos radios transistorizados (Fig. 22-26). Con los tubos o bulbos en miniatura, el mayor número de dispositivos que se lograban conectar en los circuitos electrónicos correspondía a una densidad media de un elemento por cm^3. Con el empleo de los cristales semiconductores, conectados en un circuito impreso, se logró tener en promedio hasta 3 elementos por cm^3 (en los circuitos impresos, los alambres de conexión se sustituyen por laminillas metálicas encajadas o impresas en una placa aislante, en la cual se soldan los elementos).

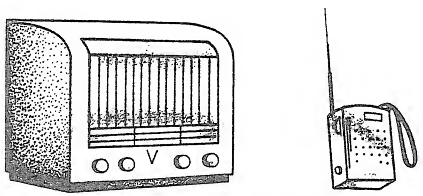
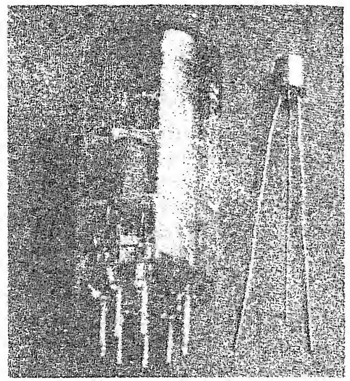


FIGURA 22-26 Los radios transistorizados son mucho menores que los antiguos radios con tubos electrónicos al vacío.

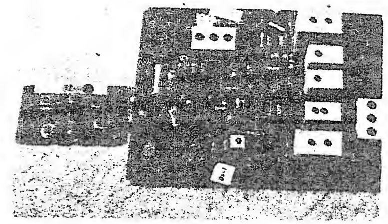
El progreso de la electrónica hizo que la densidad de elementos conectados en un circuito se volviera cada vez mayor. En la actualidad, con el empleo de los modernos circuitos integrados (varios elementos, como resistencias, transistores, etc., agrupados en una pieza única muy pequeña), fue posible alcanzar la fantástica cifra de 30 000 elementos por cm^3. Sin este desarrollo tecnológico, que permitió tal *miniaturización* de los circuitos electrónicos, las computadoras modernas tendrían dimensiones tan exageradas que su construcción no resultaría viable.



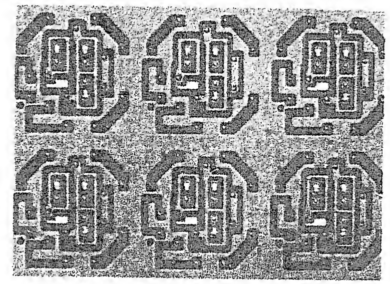
La foto presenta un tubo electrónico al vacío y un transistor que desempeña la misma función que dicho bulbo.

El circuito integrado, en el lenguaje de los técnicos en electrónica, generalmente se designa con el término *chip*, palabra de origen inglés que significa "pequeño fragmento". Esta denominación tiene su origen en la forma mediante la cual se obtiene un chip: una pequeña placa (lasca) se corta de un cristal de silicio y cantidades mínimas de impurezas se colocan en determinadas posiciones de esta placa. Estas impurezas se disponen de manera que den origen a diodos, transistores, resistores e, incluso, a capacitores e inductores (componentes del circuito que se analizarán más adelante). Observe, entonces, que los componentes tradicionales creados en la placa misma se sustituyen por sus equivalentes creados en la placa misma del chip, lo que hace posible la miniaturización. Un chip de apenas un cm de lado puede contener centenas de miles de transistores y su costo es prácticamente igual al de un transistor aislado.

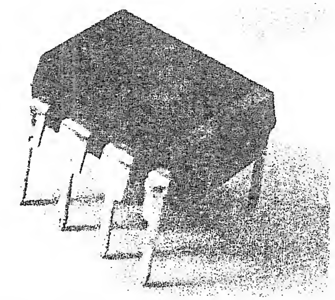
Los científicos estadunidenses W. Shockley, W. Brattain y J. Bardeen recibieron el Premio Nobel de Física, en 1956, por sus trabajos en el perfeccionamiento del transistor.



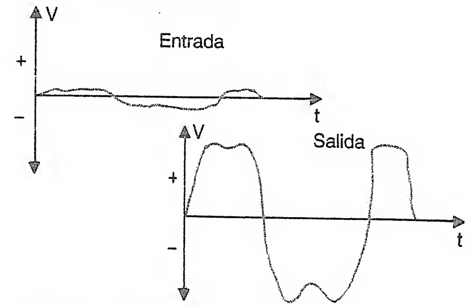
Circuitos de TV: modelo antiguo a la derecha y su versión equivalente, pero moderna, miniaturizada, a la izquierda.



Amplificación de una placa de silicio, mostrando seis circuitos integrados (chips).



Pequeño chip, de apenas varios milímetros cuadrados, de uso generalizado para amplificar voltajes.



Diagramas que muestran los voltajes de entrada y de salida del chip (amplificada).

Televisión en colores

Vimos, en esta sección, cómo un haz de electrones, proveniente de un cañón electrónico, "barre" la pantalla de un tubo de televisión para formar una imagen en "blanco y negro".

En los aparatos de televisión en colores, el proceso de formación de la imagen es muy semejante al que describimos. Sin embargo, en este caso se necesitan tres cañones electrónicos diferentes, cada uno de ellas responsable por la emisión de un haz de electrones, que alcanzan simultáneamente una pequeña zona de la pantalla.

Cada haz alcanza un punto de esta pequeña zona y hace que uno de ellos emita una luz roja, otro una luz verde y el tercero, una azul. Se utilizan estos colores porque, a partir de su superposición, es posible obtener un número muy alto de colores de diversas tonalidades.

Si observa la pantalla de cerca (o con lupa), verá que está cubierta por puntos con esos tres colores, como se muestra en la Figura I (en algunos aparatos,

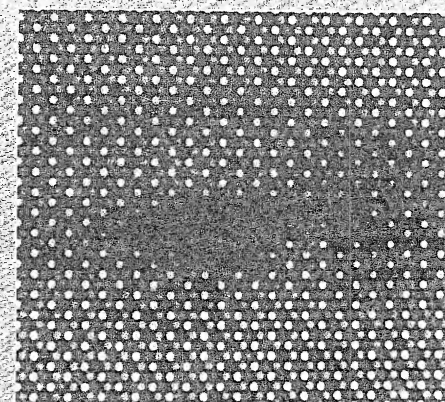


FIGURA I La pantalla de una TV a colores está cubierta con un número muy grande de puntos que emiten los colores rojo, verde y azul.

en vez de los puntos de color, la pantalla presenta líneas verticales, muy próximas, con dichos colores). La intensidad de color emitida por cada punto dependerá de la intensidad del haz de electrones que lo alcanza. Cada conjunto de tres puntos emitirá los tres colores básicos, en intensidades dosificadas convenientemente. Al observar una pantalla a cierta distancia, nuestros ojos no distinguen los tres puntos por separado y percibimos el color correspondiente a la superposición de los colores que emiten. De esta manera, es posible reproducir aquel enorme conjunto de colores que vemos en la pantalla de un televisor en colores (*véase* Figura II).

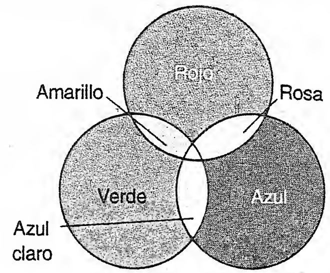


FIGURA II Si se sobreponen convenientemente los colores básicos (rojo, verde y azul), es posible reproducir un enorme conjunto de colores distintos.

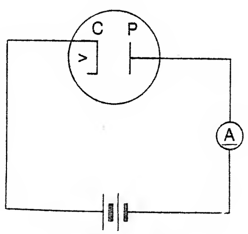
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que lo considere necesario.

18. *a*) Explique, con sus palabras, qué es el *efecto termoiónico*.
b) ¿Por qué, para que ocurra la emisión termoiónica, es necesario calentar el metal?

19. Observe la Figura 22-17, que muestra la manera usual de representar un bulbo diodo. Explique qué es, y señale cuál es la función de los dispositivos siguientes que están presentes en el bulbo:
a) Dispositivo *F*.
b) Dispositivo *C*.
c) Dispositivo *P*.

20. Un estudiante representó un circuito que contiene un bulbo diodo conectado a una batería, como se indica en la figura de este ejercicio.
a) ¿Indicará el amperímetro paso de corriente? ¿Por qué?



Ejercicio 20

b) Si la polaridad de la batería se invirtiera, ¿el sentido de la corriente convencional en el circuito sería en el sentido de las manecillas del reloj o contrario a éste?

21. Suponga que, en el circuito mostrado en la Figura 22-20a, el diodo estuviera conectado con la polaridad invertida (la placa *P* conectada al extremo en donde está conectado el cátodo *C*, y viceversa). Dibuje un diagrama que muestre la forma del gráfico $i \times t$ para este caso.

22. Considere que una persona situada frente a la pantalla del tubo de televisión mostrado en la Figura 22-22b, observa la imagen formada. En relación con esta persona, el conjunto P_1 está constituido por una placa superior y una inferior, y el conjunto P_2 por una placa a su izquierda y otra a su derecha. En el momento en que el haz de electrones llega al extremo inferior de la letra *T*, que aparece en la pantalla, indique cuáles son las señales de las cargas eléctricas de cada placa:
a) Del conjunto P_1.
b) Del conjunto P_2.

23. En un televisor que funciona con un tubo semejante al que se presenta en la Figura 22-22b, es necesario esperar cierto tiempo, después de encender el aparato, para que la imagen aparezca en la pantalla. ¿Por qué?

24. *a*) Un semiconductor, a temperatura ambiente, no es un material buen conductor de electricidad. ¿Qué puede hacerse para que se vuelva buen conductor (sin que se altere su temperatura)?

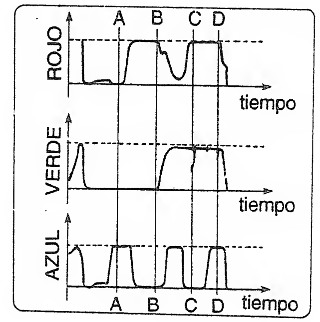
b) ¿Qué es un semiconductor del tipo *n*?
c) ¿Y del tipo *p*?

25. *a*) ¿Cuál es el dispositivo que un cristal *n-p* puede sustituir en un circuito eléctrico?
b) Cite algunas ventajas de esa sustitución.

26. *a*) ¿Qué es un transistor?
b) ¿Cuál es el componente de los circuitos electrónicos antiguos (utilizado como amplificador) que sustituyó el transistor?

27. Acerque a la pantalla de un televisor, en funcionamiento, cualquier objeto muy liviano (pedazos pequeños de unicel, de papel, de algodón, etc.). Observe que la pantalla los atraerá, lo cual comprueba que está electrizada. Tenga en cuenta lo que aprendió en esta sección, y conteste:
a) ¿Por qué la pantalla queda electrizada?
b) ¿Cuál es la señal de la carga en la pantalla?

28. En la figura de este ejercicio se muestra la variación, con el tiempo, de la intensidad de cada color básico en una pequeña zona de la pantalla de un televisor en colores. Observe estas gráficas, consulte la Figura II y señale qué color se verá en esta zona pequeña en cada uno de los instantes:
a) A *b*) B *c*) C *d*) D



Ejercicio 28

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a*) ¿Qué entiende usted por "fuente generadora" o "fuente de fem"? Cite algunos ejemplos de estos generadores eléctricos.
b) Escriba la ecuación que define la fem de un generador. Explique el significado de cada término que aparece en dicha ecuación.
c) ¿Cuál es, en el SI, la unidad de medida de la fem?

2. *a*) ¿Qué entiende usted por una "fuente de fcem"? Dé algunos ejemplos de tales dispositivos.
b) Escriba la ecuación que define la fcem de un receptor. Explique el significado de cada término que aparece en dicha ecuación.

3. Describa cómo se debe proceder para "cargar" una batería.

4. *a*) Trate de reproducir el razonamiento seguido para llegar a la expresión de la potencia que una fuente generadora transfiere a las cargas que pasan a través de la misma.
b) La expresión que obtuvo en (a), ¿puede emplearse para calcular la potencia transferida a una receptora por las cargas que pasan a través de ésta? Explique.

5. *a*) ¿Qué es "resistencia interna" de un generador o receptor?
b) Analice la Figura 22.7 y diga en qué elementos del circuito ganan energía las cargas. ¿En qué elementos pierden energía?

6. *a*) Escriba las expresiones matemáticas de las cantidades de energía recibidas o perdidas por las cargas cuando pasan por los diversos elementos del circuito de la Figura 22-7.
b) Recordando el Principio de la Conservación de la Energía obtenga la expresión de la "ecuación del circuito" (para el sistema de la Figura 22-7).
c) Escriba la expresión generalizada de la ecuación del circuito, y explique el significado de los términos que aparecen en dicha ecuación.

7. *a*) Trate de reproducir el razonamiento presentado en la Sección 22.3 para obtener la relación $V_{AB} = \varepsilon - ri$ (explique claramente el significado de cada término de esta expresión).

b) ¿Encuentra usted que el voltaje entre los polos de un generador siempre es igual a su fem? Explique.

c) Cite dos casos en los cuales el voltaje entre los polos de un generador es igual al valor de su fem.

CINCO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

El primer dispositivo con el cual se logró obtener una corriente eléctrica de duración considerable fue la *pila voltaica*, inventada en 1800 por el científico italiano Alessandro Volta. La celda electroquímica está constituida por dos placas, una de cinc y otra de cobre, sumergidas en una solución de ácido sulfúrico.

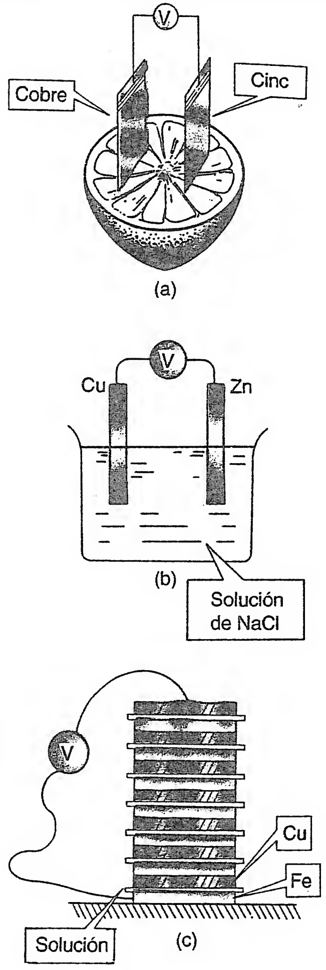
En este experimento vamos a construir algunas celdas similares a la pila de Volta, pero usaremos otras sustancias en lugar del ácido sulfúrico, pues este ácido exige cierto cuidado en su manejo.

1. Por ejemplo, el ácido sulfúrico puede sustituirse por el ácido que existe, en el jugo de limón. Para comprobar esto, coloque una pequeña placa de cobre y otra de cinc en un limón partido, tal como se indica en la figura (a) de este experimento. Usando un voltímetro, mida y anote la fem de esta pila.

2. Para comprobar que dicha fem depende de la solución en la cual están sumergidas las láminas, introduzca las placas de cobre y de cinc en una solución acuosa de sal de cocina [figura (b) de este experimento]. Mida con el voltímetro la fem de esta *celda de sal,* y vea si en realidad es diferente de la fem de la *celda de limón.*

3. Compruebe, ahora, que la fem también depende del material de que está hecha cada placa. Para esto, sustituya la placa de cinc por una de fierro (en la solución de sal de cocina), y mida la fem de esta nueva celda. Compare con los resultados anteriores.

4. Usted podrá construir una pila semejante a la que construyó Volta, *apilando* efectivamente pequeños discos de fierro (por ejemplo, rondanas) y de cobre, separados por papel poroso mojado con solución de sal de cocina en agua. Este apilamiento debe hacerse en el orden que se indica en la figura (c) de este experimento. Con el voltímetro mida la fem de cada *elemento* (fierro, papel y cobre), y también la fem del conjunto que forma la *pila* o "batería de elementos".



Primer Experimento

SEGUNDO EXPERIMENTO

Corte lateralmente la envoltura de una pila seca, y abriéndola totalmente, observe su constitución interna. Trate de identificar cada una de las siguientes partes que constituyen la pila:

— una envoltura de cinc, que es el polo negativo y en cuya base se hace el contacto para el circuito externo;

— una capa de sustancia gelatinosa que recubre interiormente la envoltura de cinc. Tal sustancia gelatinosa contiene cloruro de amonio y constituye el electrólito de la pila, desempeñando el mismo papel que la solución de ácido sulfúrico en la celda electroquímica;

— una barra central de carbón, que es el polo positivo y en cuyo extremo superior se hace el contacto para el circuito externo;

— una sustancia oscura que envuelve a la barra de carbón. Esta sustancia está formada por una mezcla de polvo de carbón y dióxido de manganeso. La función de este último consiste en impedir que se deposite hidrógeno en el polo positivo, lo cual afectaría el funcionamiento de la pila.

Observe la Figura 21-8b, del capítulo anterior, que presenta el corte de una pila seca y donde se señalan las partes que usted observa.

TERCER EXPERIMENTO

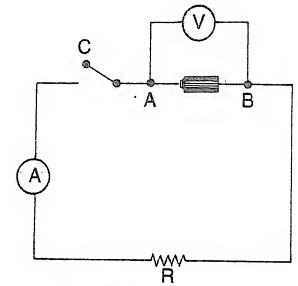
1. Como dijimos en el texto de este capítulo, la fem de una pila depende únicamente de las sustancias que la constituyen. De manera que una pila seca grande y otra pequeña, que se fabrican con las mismas sustancias, deben presentar la misma fem. Compruebe este hecho midiendo con un voltímetro (de gran resistencia interna), la fem de pilas secas de diversos tamaños. ¿Las medidas que obtiene concuerdan con la afirmación anterior?

2. Usando el mismo voltímetro mida la fem de cada elemento o celda de una batería de automóvil, y anote estos valores.

3. Con base en las medidas hechas en la segunda parte de este experimento, calcule cuál debe ser la fem de la batería. Midiendo directamente esta fem con el voltímetro, vea si el resultado concuerda con el cálculo que hizo.

CUARTO EXPERIMENTO

Si montamos el circuito presentado en la figura de este experimento, podremos medir la resistencia interna de una pila seca. Observe que está constituido por la pila cuya resistencia interna deseamos determinar, por un voltímetro conectado a los polos de esta pila, por una resistencia R (que podrá ser el mismo alambre de níquel-cromo o de acero empleado en experimentos anteriores), y por un amperímetro que permite la lectura de la corriente proporcionada por la pila.



Cuarto Experimento

1. Con el interruptor C abierto, anote lo que indica del voltímetro. Como su resistencia es muy grande, dicha indicación representa la fem de la pila.

2. Cierre el circuito, anote la nueva indicación V_{AB} del voltímetro y la corriente i indicada por el amperímetro (como sabemos, V_{AB} debe ser un poco inferior a ε).

3. En la Sección 22.3 se aprendió que la lectura del voltímetro conectado a los polos de la pila, corresponde a

$$V_{AB} = \varepsilon - ri$$

donde r es la resistencia interna de la pila. Empleando los valores de V_{AB}, ε e i que obtuvo, calcule la resistencia interna de esta pila.

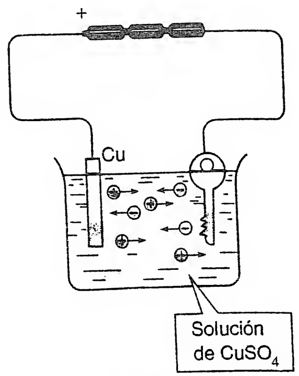
QUINTO EXPERIMENTO

Como ya debe haber aprendido en un curso de Química, cuando disolvemos sal en agua, ésta se separa en iones positivos y negativos, haciendo que la solución se vuelva conductora de electricidad. Entonces, si en tal solución introducimos dos placas metálicas, y les aplicamos una diferencia de potencial, los iones se desplazarán hacia estas placas. Si uno de estos iones fuese metálico (ion positivo), se depositaría sobre la placa negativa (de menor potencial). Este hecho se emplea en la industria para recubrir objetos

con capas delgadas de metal, obteniéndose así las piezas niqueladas, plateadas, doradas, cobreadas o cobrizadas.

Por ejemplo, en este experimento, usted recubrirá una pieza metálica cualquiera como, una llave, con una capa de cobre (es decir, va a *cobrizar* la llave).

Prepare una solución acuosa de sulfato de cobre ($CuSO_4$, que usted puede conseguir en el laboratorio de química, o bien, adquirir en las casas comerciales especializadas). Introduzca en el recipiente que contiene la solución, una placa de cobre y el objeto que va a recubrir (*véase* la figura de este experimento). Este objeto debe encontrarse bien limpio y desengrasado (use alcohol). Conecte dos o tres pilas secas, y una el polo positivo de esta conexión con la placa de cobre, y el polo negativo, con el objeto.



Quinto Experimento

Como el sulfato de cobre en la solución, se hallaba disociado en iones cobre (Cu^{++}) y sulfato (SO_4^{--}), dichos iones se mueven en los sentidos indicados en la figura: los Cu^{++} se dirigen hacia el objeto (la llave) y se depositan sobre él, mientras que los SO_4^{--} se desplazan hacia la placa de Cu, y al reaccionar con ella regeneran el $CuSO_4$. De manera que el cobre de la placa pasa a la solución, y por tanto, mediante este proceso, va siendo transportado hacia el objeto.

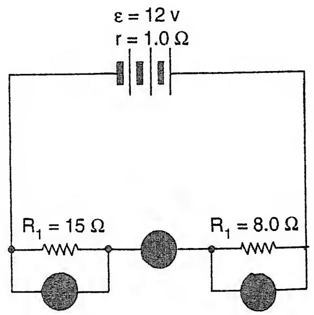
Mantenga conectado durante algunos minutos el circuito que instaló. Después de este tiempo, observe el objeto y compruebe que realmente se depositó sobre él una capa de cobre.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. En una pequeña lámpara se emplea una pila cuya fem es 1.5 V, la cual proporciona al foco luminoso una corriente constante de 200 mA. Suponiendo que el foco permanece encendido durante 5 horas. determine:
   a) La potencia que la pila trasmite a las cargas que pasan por su interior.
   b) La energía química de la pila que se transforma en energía eléctrica durante este tiempo.

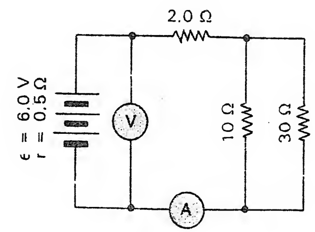
2. Una persona posee dos pilas secas comunes, una de las cuales es pequeña y la otra grande. Los elementos empleados en la construcción de estas pilas, como ya sabe, son los mismos.
   a) La fem de la pila grande, ¿es mayor, menor o igual a la de la pila pequeña?
   b) Al conectar una lámpara a la pila grande, el brillo que tendrá, ¿será mayor, menor o igual al que presenta cuando está conectado a la pila pequeña (considere depreciable las resistencias internas de las pilas)?
   c) ¿Cuál de las dos pilas será capaz de mantener el foco encendido durante más tiempo?

3. Analizando el circuito que aparece en la figura de este problema, determine:
   a) La lectura del amperímetro.
   b) Las lecturas de los voltímetros.



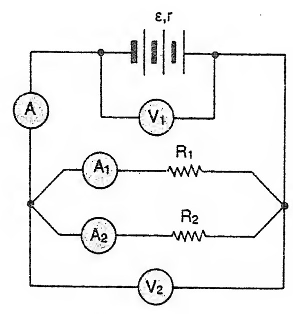
Problema 3

4. Considerando los datos en la figura de este problema, determine las lecturas del amperímetro y del voltímetro mostrados.

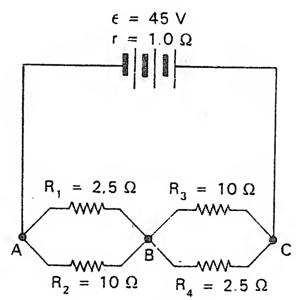


Problema 4

5. La batería que alimenta el circuito de la figura de este problema tiene ε = 18 V y r = 0.2 Ω. Si R_1 = 1.5 Ω y R_2 = 3.0 Ω, ¿cuáles serán las lecturas de los amperímetros y de los voltímetros conectados en el circuito?



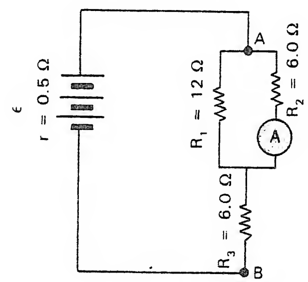
Problema 5



Problema 6

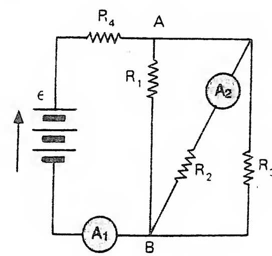
6. Las afirmaciones siguientes se relacionan con el circuito presentado en la figura de este problema. Señale las que están correctas:
   a) La resistencia equivalente del circuito externo es igual a 4.0 Ω.
   b) La corriente que pasa por la batería vale 9.0 A.
   c) El voltaje V_{AB} es igual al voltaje V_{BC}.
   d) La corriente en R_1 es igual a la corriente en R_4.
   e) La corriente en R_1 es cuatro veces mayor que la corriente en R_3.

7. La lectura del amperímetro que se muestra en el circuito de la figura de este problema, es 0.80 A. Analice las afirmaciones siguientes, relativas a este circuito, y señale las que son correctas:
   a) La corriente en R_1 vale 1.6 A.
   b) La corriente en R_3 vale 1.2 A.
   c) La potencia generada por el efecto Joule en el circuito externo, es de 12 W.
   d) El voltaje V_{AB} vale 12 V.
   e) La fem de la batería vale 12 V.



Problema 7

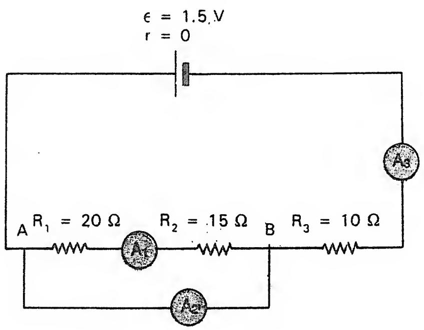
8. En el circuito que se muestra en la figura de este problema tenemos: ε = 36 V: R_1 = R_2 = R_3 = 60 Ω y R_4 = 100 Ω. Considere depreciable la resistencia interna de la batería. De las afirmaciones siguientes, señale las que son correctas:



Problema 8

a) R_1, R_2 y R_3 están conectadas en paralelo.
b) La resistencia total del circuito vale 120 Ω.
c) La lectura del amperímetro A_1 es 0.30 A.
d) El voltaje entre *A* y *B* vale 6.0 V.
e) La lectura del amperímetro A_2, es 0.10 A.

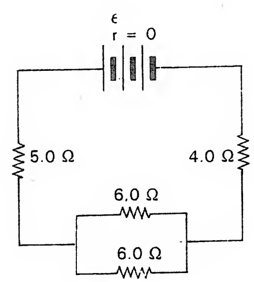
9. Tres resistencias, R_1, R_2 y R_3, inicialmente se hallaban conectadas en serie a una pila con fem ε = 1.5 V (*véase* figura de este problema). Los puntos *A* y *B* que se muestran en la figura se conectaron luego mediante un alambre de resistencia depreciable (como suele decirse, se estableció un "cortocircuito" entre *A* y *B*). En estas condiciones, determine:



Problema 9

a) La lectura del amperímetro A_1.
b) La lectura del amperímetro A_2.
c) La lectura del amperímetro A_3.

10. En el circuito que se muestra en la figura de este problema, la fem de la batería se desconoce y su resistencia interna es nula. Observando el circuito, responda:
a) ¿En cuál de las resistencias hay mayor disipación de potencia por efecto Joule?



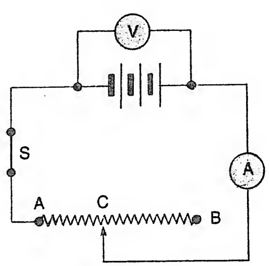
Problema 10

b) Suponiendo que en ninguna de las resistencias la potencia disipada pueda ser superior a 20 W, ¿cuál es el valor máximo que puede tener la fem de la batería?

11. Una batería, de fem ε = 12 V y resistencia interna r = 0.5 Ω, se conecta en serie con una resistencia R = 4.0 Ω y con un motor eléctrico de fcem ε' = 6.0 V, y cuya resistencia interna es r' = 1.5 Ω.
a) Trace un esquema de este circuito.
b) ¿Cuál es el valor de la corriente que pasa por el motor?
c) ¿Qué potencia se disipa por efecto Joule en el motor?

12. Suponga que debido a un defecto mecánico, el motor mencionado en el problema anterior dejase de girar (aun cuando la corriente eléctrica siga pasando por la máquina).
a) ¿Cuál sería en estas condiciones el valor de la corriente que pasa por el motor?
b) ¿Cuál sería, entonces, la potencia disipada por efecto Joule en el mismo?
c) Al comparar las respuestas de este problema con las del problema anterior, explique por qué un motor eléctrico puede "quemarse" cuando se le impide girar (sin que se desconecte de su alimentación).

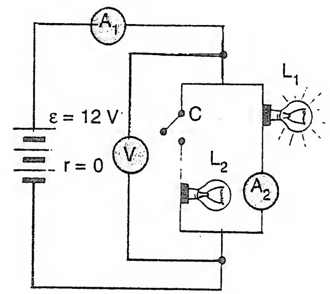
13. La batería que se muestra en la figura de este problema tiene una fem ε y una resistencia interna *r*. Se encuentra conectada a un reóstato y a un interruptor *S* que puede abrir o cerrar el circuito. Entre las afirmaciones siguientes, señale la que está *equivocada*:
a) Si *S* está abierto, la lectura del voltímetro será igual a ε.
b) Si *S* está cerrado y el cursor está en *C*, la lectura del voltímetro será mayor que ε.
c) Con *S* cerrado y el cursor en *B*, la lectura del voltímetro será menor que ε.
d) Estando cerrado *S* y el cursor en *A*, la lectura del amperímetro será máxima.



Problema 13

e) Estando cerrado *S* y el cursor en *A*, la lectura del voltímetro será nula.

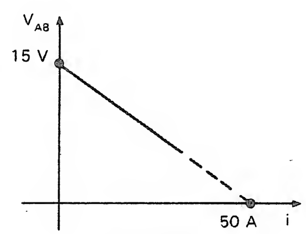
14. Observe con atención el circuito presentado en la figura de este problema. Al cerrar el interruptor *C* para encender la lámpara L_2, responda:
a) La lectura de *V*, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
b) La lectura de A_2, ¿aumenta, disminuye o no cambia?
c) La lectura de A_1, ¿aumenta, disminuye o no se modifica?



Problema 14

15. Responda a las preguntas del problema anterior suponiendo que la resistencia interna de la batería *no* es depreciable.

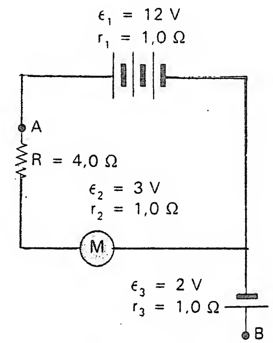
16. La gráfica de la figura de este problema representa el voltaje entre los polos de una batería en función de la corriente que proporciona cuando se conecta a diferentes resistencias externas. Con base en esta información, determine:
a) La fem de la batería.
b) La resistencia interna de la batería.



Problema 16

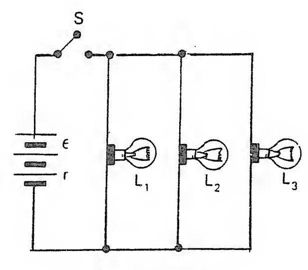
17. Un motor eléctrico, cuya fcem es ε = 12 V, posee una resistencia interna r = 0.50 Ω. Sabiendo que es recorrido por una corriente i = 4.0 A, ¿cuál es la diferencia de potencial V_{AB} aplicada a las terminales del motor?

18. En la figura de este problema, el motor *M*, con fcem ε_2, es alimentado por una batería de fem ε_1. Observando los datos proporcionados en la figura, y que la batería ε_3 está en circuito abierto, calcule la diferencia de potencial V_{AB} (entre los puntos *A* y *B*).



Problema 18

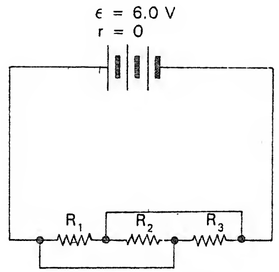
19. La figura de este problema representa un circuito constituido por tres lámparas L_1, L_2 y L_3, alimentado por una batería de fem ε = 32 V y resistencia interna r = 0.50 Ω. Al cerrar el circuito con el interruptor *S*, se observa que en las lámparas se disipan las siguientes potencias: P_1 = 30 W, P_2 = 45 W y P_3 = 45 W, respectivamente. Sabiendo que en cada 10 segundos la batería transforma 1 280 J de su energía interna en energía eléctrica de las cargas, calcule la corriente i_3 que pasa por L_3, y el valor de la resistencia, R_3, de tal foco.



Problema 19

20. Las resistencias que se muestran en la figura de este problema tienen los valores R_1 = 6.0 Ω, R_2 =

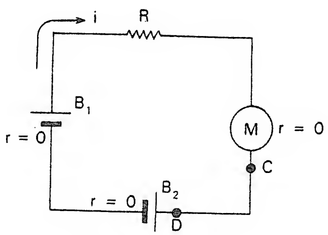
6.0 Ω y R_3 = 3.0 Ω. Determine la corriente que pasa por cada una de estas resistencias.



Problema 20

21. En el circuito de la figura de este problema, B_1 y B_2 son baterías de automóviles y M es un motor eléctrico, todos ellos de resistencia interna nula. La corriente circula en el sentido indicado. Diga si, en cada uno de los trechos siguientes del circuito, las cargas pierden, ganan, o no reciben energía:

a) En la batería B_1.
b) En la batería B_2.
c) En la resistencia R.
d) En el motor M.
e) En el cable entre C y D.

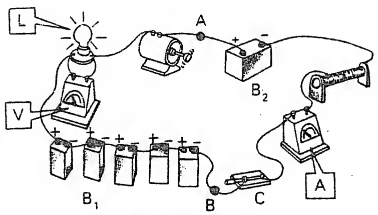


Problema 21

22. En el problema anterior, indique cuál transformación de energía ocurre en cada uno de los trechos mencionados.

23. Considere, para el circuito mostrado en la figura de este problema, los siguientes valores:

Batería B_1 (conjunto)	→ ε_1 = 10 V, r_1 = 0.5 Ω
Batería B_2	→ ε_2 = 2 V, r_2 = 1 Ω
Motor	→ ε_3 = 4 V, r_3 = 0.5 Ω
Foco L	→ R_1 = 5 Ω
Reóstato	→ R_2 = 3 Ω



Problema 23

El amperímetro y el voltímetro son ideales. Calcule.

a) Las lecturas del amperímetro y del voltímetro.
b) La diferencia de potencial V_{AB} (recorre el circuito en sentido de la corriente).
c) Repita el cálculo de V_{AB} recorriendo el circuito en sentido contrario al de la corriente. Verifique si el resultado es el mismo que el obtenido en (b).

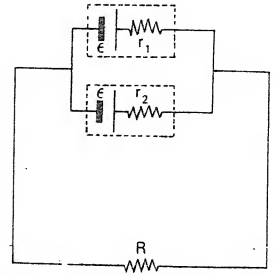
24. Una batería de fem ε_1 = 220 V y resistencia interna r_1 = 10 Ω, está colocada en un circuito, conectada en serie con un motor de fcem ε_2 = 180 V y resistencia interna r_2 = 10 Ω.

a) Determine la potencia útil del motor, es decir, la potencia eléctrica que éste convierte en trabajo mecánico.
b) ¿Cuál es la potencia total que la batería suministra al motor?
c) Se llama *rendimiento* de un motor al cociente entre su potencia útil y la potencia total suministrada a él. Determine el rendimiento de ese motor y expréselo en forma porcentual.
d) Se llama *rendimiento* de un generador de fem a la relación entre su potencia útil (potencia que entrega al circuito) y su potencia total (potencia que transfiere a las cargas). Calcule el rendimiento de la batería que está "alimentando" el circuito y expréselo en forma porcentual.

25. En la figura de este problema tenemos dos baterías, de misma fem igual a ε y resistencias internas r_1 y r_2, conectadas en *paralelo*. La fem de la conexión es igual a la fem de una de las baterías, es decir, su valor es igual a ε. Por tanto, esta conexión no se hace con el fin de obtener una fem mayor (como es el caso de la conexión en serie).

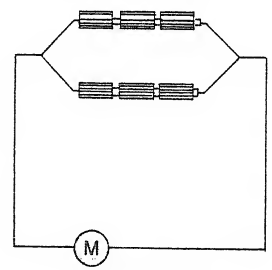
a) ¿Observó, entonces, alguna ventaja en la conexión de baterías, de misma fem, en paralelo?

b) En la figura, considere ε = 12 V, r_1 = 4 Ω, r_2 = 6 Ω y R = 7.6 Ω. Determine el valor de la corriente en la resistencia R.



Problema 25

26. Seis pilas idénticas, cada una de fem igual a 1.5 V y resistencia interna 0.4 Ω, están conectadas como se muestra en la figura de este problema. Esa conexión se utiliza para hacer funcionar un pequeño motor de fcem igual 1.5 V y resistencia interna 1.4 Ω (usted ya debe haber tenido la oportunidad de ver una conexión como ésta en juguetes, grabadoras, etc.). Tenga en cuenta lo que aprendió en el Problema 25 y determine la intensidad de la corriente que pasa en el motor.

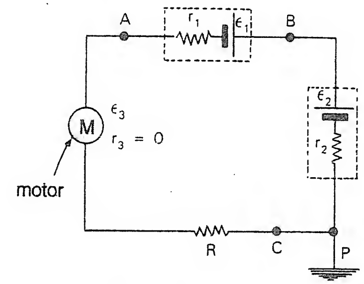


Problema 26

27. Se sabe que en el circuito eléctrico de un automóvil, el cable que lleva la corriente al motor de arranque (marcha) está conectado directamente a la batería y no tiene nada en común con los cables que conectan los faros a ella. A pesar de esto, cuando conectamos el motor de arranque con los faros encendidos, notamos una evidente disminución en su intensidad luminosa. ¿Por qué?

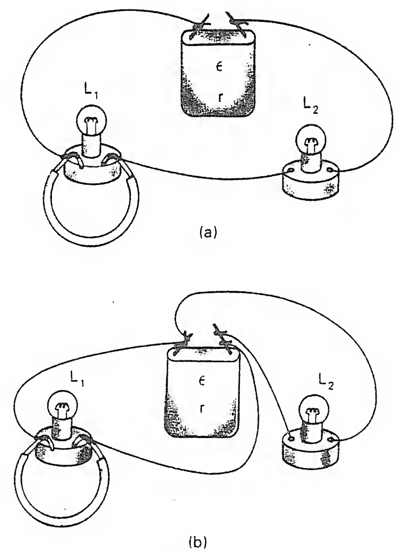
28. En el circuito mostrado en la figura de este problema, se tiene ε_1 = 12 V, r_1 = 1 Ω, ε_2 = 6 V, r_2 = 1 Ω, ε_3 = 2 V, r_3 = 0 y R = 2 Ω. El circuito se conectó a tierra en el punto P, el cual se considerará como nivel de potencial (este procedimiento es usual en el análisis de los circuitos eléctricos). ¿Cuál será, entonces

a) El potencial del punto A?
b) El potencial del punto B?
c) El potencial del punto C?



Problema 28

29. Dos focos, L_1 y L_2, están conectados a una batería de fem ε = 12 V y resistencia interna r = 1 Ω, de dos maneras diferentes, como se muestra en las figuras (a) y (b) de este problema. En ambos casos, los bornes del foco L_1 están conectados por un alambre de resistencia despreciable (cortocircuito), y la resistencia de cada foco es R = 5 Ω.



Problema 29

a) Determine la intensidad de la corriente en L_1 y en L_2 para el caso de la figura (a).
b) Haga lo mismo para el caso de la figura (b).
c) ¿Cuál es el valor de la corriente en el alambre que conecta L_1 a la batería, en el circuito de la figura (b)?

30. Cierto tipo de "pez eléctrico" es capaz de aplicar una descarga con un voltaje de 60 V y una corriente de 16 A, durante 5 ms (milisegundos). En cada célula de este pez existe una diferencia de potencial de aproximadamente 100 mV. Por lo general, este pez aplica una serie de descargas sucesivas, con una frecuencia media de 75 hertz (es decir, 75 descargas por segundo).
a) ¿Cuántas células del pez están conectadas en serie para proporcionar el voltaje que es capaz de aplicar?
b) ¿Cuál es la energía que el pez transfiere a la "víctima" en cada segundo?
c) ¿Cuántos focos de 60 W, 60 V podría mantener encendidos este pez?

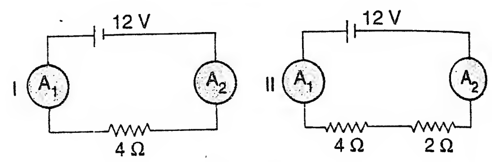
CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Cuando una linterna de pilas permanece encendida durante mucho tiempo, su intensidad luminosa comienza a decrecer. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
I. Después de cierto tiempo de uso, la fem de una pila disminuye.
II. Con el uso, el filamento de un foco envejece y su resistencia eléctrica disminuye.
III. La resistencia interna de una pila aumenta cuando se utiliza.

2. Una batería tiene una fuerza electromotriz de 20.0 V y una resistencia interna de 0.50 Ω. Si intercalamos una resistencia de 3.5 Ω entre las terminales de la batería, la diferencia de potencial entre ellas será:
a) 2.50 V
b) 5.00 V
c) 1.75 × 10 V
d) 2.00 × 10 V
e) Un valor ligeramente inferior a 2.00 × 10 V

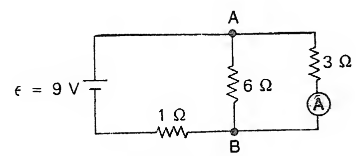
3. Una batería de ε = 12 V y resistencia interna depreciable está conectada a una resistencia de 4 Ω (circuito I). Los amperímetros A_1 y A_2 tienen resistencia interna depreciable. Conectamos una resistencia de 2 Ω en serie con la de 4 Ω (circuito II). Las lecturas de A_1 y A_2 en el circuito II son, respectivamente (*véase* figura):



Pregunta 3

a) A_1 = 3 A y A_2 = 3 A
b) A_1 = 3 A y A_2 = 2 A
c) A_1 = 2 A y A_2 = 2 A
d) A_1 = 2 A y A_2 = 3 A
e) Diferentes de las opciones anteriores

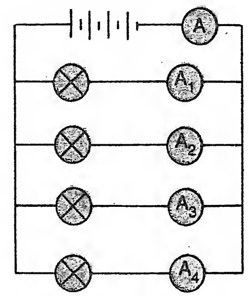
4. En el circuito representado abajo, ¿qué corriente marca el amperímetro?
a) 2 A *b*) 10 A *c*) 0 *d*) 3 A *e*) 1 A



Pregunta 4

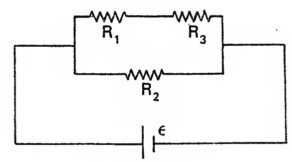
5. En la figura se muestran cuatro focos, todos con la misma indicación de 3.0 W, conectados en paralelo a una batería de resistencia interna despreciable. Los focos presentan brillo normal y los amperímetros A_1, A_2, A_3 y A_4, marcan, cada uno, 0.50 A. Indique la afirmación *incorrecta:*
a) Cada segundo, por los cuatro focos pasan en conjunto 2.0 C.
b) El amperímetro *A* indicará 2.0 A.

c) El voltaje de la batería es de 24 V.
d) Cada foco consume, por segundo, la energía de 3.0 J.
e) Cada coulomb que pasa por un foco libera una energía de 6.0 J.



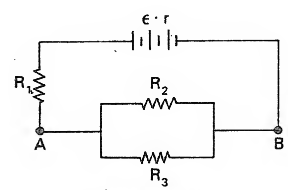
Pregunta 5

6. En el circuito de la figura, si R_1 = 4.0 Ω ; R_2 = 4.0 Ω ; R_3 = 2.0 Ω ; y ε = 24 V, indique cuál es el calor generado, por efecto Joule, en cada segundo, en las resistencias:
a) 100 J
b) 2.4 × 10² J
c) 12 W
d) 58 J
e) 60 W



Pregunta 6

7. En la conexión eléctrica indicada en la figura que se encuentra abajo, determine la potencia térmica disipada entre los puntos *A* y *B*, sabiendo que ε = 30 V; *r* = 0.50 Ω ; R_1 = 7.5 Ω ; R_2 = 10 Ω; R_3 = 2.5 Ω

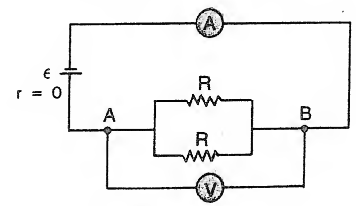


Pregunta 7

a) 12 W
b) 18 W
c) 22.5 W
d) 90 W
e) Ninguno de los valores anteriores.

8. Si le son proporcionadas dos resistencias, del mismo material, R_1 y R_2, y una batería de fuerza electromotriz ε de resistencia interna nula, entonces la mayor disipación de energía de la batería debida al efecto Joule:
a) Se obtiene conectando R_1 y R_2 en serie con la batería, ya que la corriente es constante.
b) Depende de la temperatura en que se realizó el experimento.
c) Se obtiene conectando R_1 y R_2 en paralelo con la batería, puesto que así la corriente es menor.
d) Depende solamente del valor inicial de ε, y la conexión de R_1 y R_2 puede ser en serie o en paralelo.
e) Se obtiene conectando las dos resistencias en paralelo, porque la resistencia resultante será menor que cualquiera de las resistencias.

9. Si las dos resistencias del circuito de la figura se sustituyeran por otras dos de la mitad de su valor:
a) El amperímetro mediría una corriente cuatro veces mayor.
b) El amperímetro mediría una corriente igual a la anterior.
c) El voltímetro mediría una tensión dos veces mayor que la anterior.
d) El voltímetro mediría una tensión igual a la anterior.
e) Ninguna afirmación es correcta.



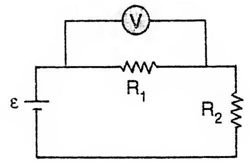
Pregunta 9

10. Si conoce, en el circuito presentado, la resistencia R_1, la fuerza electromotriz ε de la batería, de resistencia interna depreciable y la lectura *V* del voltímetro, de alta resistencia interna, el valor de R_2 será:
a) $\frac{V}{R_1}$ *b*) $\frac{\varepsilon R_1}{V}$

c) $\dfrac{\varepsilon}{R_1}$

e) $\dfrac{\varepsilon - V}{V} R_1$

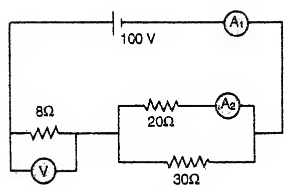
d) $\dfrac{\varepsilon - V}{R_1}$



Pregunta 10

11. En el circuito que está abajo, las lecturas del voltímetro V y de los amperímetros A_1 y A_2, son respectivamente:

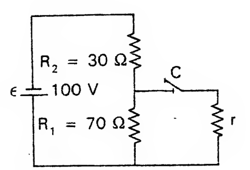
a) 10 V; 8 A; 5 A
b) 20 V; 6 A; 4 A
c) 30 V; 5 A; 3 A
d) 40 V; 5 A; 3 A
e) 40 V; 5 A; 5 A



Pregunta 11

12. En el esquema que se encuentra abajo, ε es una fuente de tensión constante. La diferencia de potencial entre los extremos de R_1, estando abierta la llave C, es igual al doble de la que sería, si la llave estuviera cerrada. De esta manera, considerando los valores indicados en el esquema, la diferencia de potencial en los extremos del resistor R_2, estando la llave C cerrada, tiene el valor, en volts, igual a:

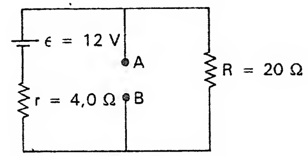
a) 65 b) 60 c) 50 d) 30 e) 15



Pregunta 12

13. Determine la resistencia X del resistor que, colocado entre A y B, hace que la corriente en el resistor de resistencia R = 20 Ω sea 0.30 A.

a) X = 5.0 Ω
b) X = 10 Ω
c) X = 15 Ω
d) X = 20 Ω
e) X = 25 Ω



Pregunta 13

14. Un generador de corriente continua de fuerza electromotriz constante e igual a 110 V y resistencia interna 1 Ω , suministra corriente a un circuito que consta de un resistor de 10 Ω , sumergido en un recipiente de capacidad térmica depreciable que contiene 1.20 kg de agua a 20°C (equivalente mecánico de la caloría 4.2 J/cal). El tiempo necesario para que el agua alcance 60°C es:

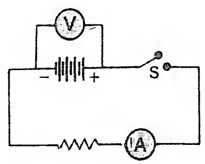
a) 102 s
b) 170 s
c) 3.36 min
d) 5.81 min
e) 200 min

5. Una batería tiene una fem de 12 V y una resistencia interna de 0.50 Ω . Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas:*

I. Si solamente un voltímetro, de gran resistencia interna, se conecta a los polos de la batería, la lectura del voltímetro será 12 V.
II. Si la batería está suministrando a un circuito una corriente de 4.0 A, el voltaje entre sus polos es de 10 V.
III. La corriente máxima que la batería puede generar es de 24 A.

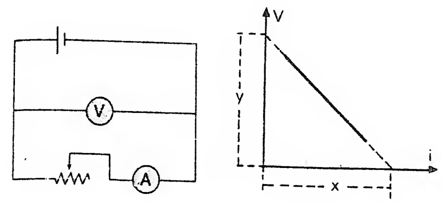
16. En el circuito presentado abajo, el voltímetro V mide 1.48 V cuando la llave S está abierta. Al cerrar esta llave, la lectura del voltímetro pasa a ser 1.34 V y el amperímetro A mide una corriente de 1.40 A. Se llega a la conclusión de que los valores de la fuerza electromotriz y de la resistencia interna de la batería son, respectivamente:

a) 1.48 V y 0.14 Ω
b) 1.34 V y 0.14 Ω
c) 1.48 V y 0.10 Ω
d) 1.34 V y 0.10 Ω
e) 1.48 V y 1.4 Ω



Pregunta 16

Las preguntas **17** y **18** se refieren al enunciado y la figura siguiente:



En el diagrama se muestra el circuito utilizado en un experimento para determinar la fem y la resistencia interna de una batería. En la gráfica se observa cómo la diferencia de potencial entre las terminales de la batería varía con la corriente i, indicada por el amperímetro, a medida que se hace variar la resistencia, a través del reóstato. x e y son intersecciones de la gráfica con los ejes, como se indica en la figura.

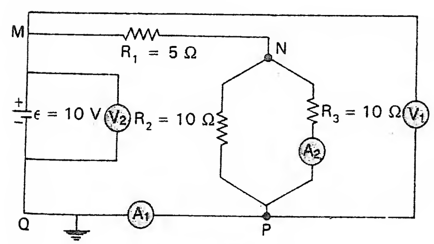
17. La fem de la batería es:

a) $\dfrac{xy}{2}$
b) $\dfrac{x}{y}$
c) $\dfrac{y}{x}$
d) y
e) x

18. La resistencia interna de la batería vale:

a) x
b) y
c) x/y
d) y/x
e) $xy/2$

Las preguntas **19** a **25** se refieren a lo enunciado y a la figura siguiente:



Pregunta 18

Considere el diagrama anterior en el cual A_1 y A_2 son amperímetros (de resistencia depreciable) y V_1 y V_2 son voltímetros (de resistencias prácticamente infinitas). La resistencia interna de la batería es depreciable. El punto en donde el circuito está conectado a tierra se considera como el nivel de potencial (V = 0).

19. La resistencia total del circuito es:

a) 10 Ω
b) 25 Ω
c) 4.0 Ω
d) 5.2 Ω
e) 2.5 Ω

20. La corriente suministrada por la batería es:

a) 1.0 A
b) 0.4 A
c) 2.5 A
d) 1.9 A
e) 4.0 A

21. Indique cuál es la afirmación *incorrecta:*

a) Las lecturas de V_1 y V_2 son iguales.
b) La lectura de V_1 y 10 V.
c) El voltaje entre M y N es igual al voltaje entre N y P.
d) El potencial del punto P es 10 V.
e) Al retirar una de las resistencias de 10 Ω del circuito, la lectura de V_1 no se modifica.

22. Indique la afirmación *incorrecta:*

a) La corriente que pasa en R_1 se lee en A_1.
b) La lectura de A_2 es 0.5 A.
c) La corriente que entra en M es la misma que sale en P.
d) Al sustituir V_1 por una resistencia de 10 Ω , la lectura de A_2 aumenta.
e) Al retirar R_3 del circuito, la lectura de A_1 disminuye.

23. Si la resistencia interna de la batería *no* fuera depreciable, podríamos afirmar:

a) La lectura de V_2 sería 10 V.
b) La lectura de V_1 sería menor que la de V_2.
c) La lectura de V_1 sería menor que 10 V.
d) La lectura de V_1 sería mayor que la de V_2.
e) La fem de la batería sería menor que 10 V.

24. Sean P_1, P_2 y P_3 las potencias disipadas, respectivamente, en las resistencias R_1, R_2 y R_3, e i la corriente suministrada por la batería. La afirmación *correcta* es:

a) $\varepsilon i < P_1 + P_2 + P_3$
b) $P_1 > P_2$
c) $\dfrac{1}{P_1} = \dfrac{1}{P_2} + \dfrac{1}{P_3}$
d) $\varepsilon i = P_1 + \dfrac{P_2 \times P_3}{P_2 + P_3}$

25. Suponga que todos los cables que constituyen las resistencias del circuito tuvieran las áreas de sus secciones rectas multiplicadas por 2. La corriente suministrada por la batería sería, entonces, multiplicada por:

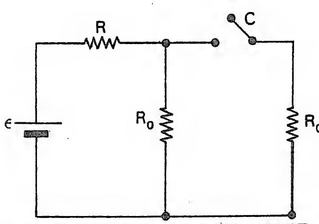
a) 6
b) 2
c) 4
d) 1/16
e) 1/2

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

Los problemas siguientes se separaron de los demás, por exigir una solución un poco más elaborada. Si pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos otros problemas.

1. Una pila seca, de fem ε = 1.5 V, cuando es nueva tiene una resistencia interna de 0.05 Ω y, después de determinado tiempo de uso, esta resistencia aumenta a 0.25 Ω. Un foco, cuyo filamento tiene resistencia igual a 0.25 Ω, está conectado a una pila nueva y, en seguida, a una pila usada.
a) Calcule la potencia disipada en el foco en cada uno de los casos mencionados.
b) ¿Cuántas veces menor se volvió la potencia de este foco al ser conectado a la pila usada?

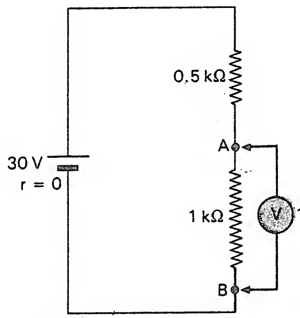
2. Cuando la llave *C* de la figura de este problema está abierta, la potencia disipada en la resistencia R_0 es *P*. Cuando *C* está cerrada, la potencia total disipada en los dos resistores R_0 es también *P*. Calcule el valor de *R*, en función de R_0, para el cual se observa esta situación (la resistencia interna de la batería es depreciable).



Problema Complementario 2

3. Un motor eléctrico, conectado a una toma de 120 V, es recorrido por una corriente de 2 A. Al detenerse el motor, de modo que no gire, la corriente en él aumenta a 20 A. Calcule, para este motor:
a) El valor de su resistencia interna.
b) El valor de su fcem.

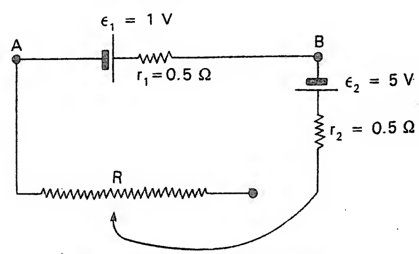
4. Un estudiante quería medir la tensión entre los puntos *A* y *B* mostrados en la figura de este problema. Para ello, conectó entre esos puntos un voltímetro de resistencia igual a 1 kΩ. Considere los datos constantes en la figura, determine el valor de error cometido en esta medida y expréselo en forma porcentual.



Problema Complementario 4

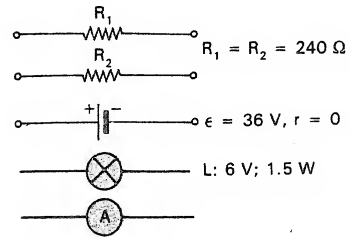
5. Dado el circuito presentado en la figura de este problema, determine el valor de la resistencia *R* del reóstato, de tal modo que sea nulo el voltaje entre los puntos *A* y *B*.

6. Una persona tiene a su disposición los elementos mostrados en la figura de este problema. Ella debe montar un circuito en el cual el foco funcio-



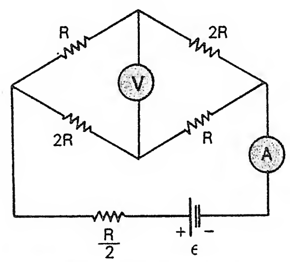
Problema Complementario 5

ne de acuerdo con sus especificaciones y el amperímetro indique la corriente que pasa por él.
a) ¿Cuál es la corriente que indicará el amperímetro?
b) Dibuje el circuito que la persona debe montar.



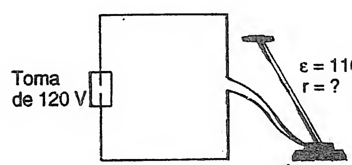
Problema Complementario 6

7. Considere el circuito mostrado en la figura de este problema, en donde ε = 10 V y *R* = 10 Ω. Suponga que el voltímetro y el amperímetro son aparatos ideales. Determine la lectura:
a) Del amperímetro *A*.
b) Del voltímetro *V*.



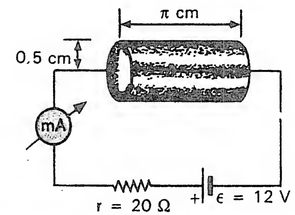
Problema Complementario 7

8. En la figura de este problema se representa el circuito eléctrico de una pulidora en funcionamiento. La potencia eléctrica total disipada por ella es de 60 W y su fcem es ε = 110 V. Determine la resistencia interna de la pulidora.



Problema Complementario 8

9. Una batería, de fem ε = 12 V y resistencia interna *r* = 20 Ω, suministra una corriente al conductor cilíndrico mostrado en la figura de este problema. Si se sabe que la lectura del miliamperímetro es de 100 mA, determine la resistividad del conductor cilíndrico.

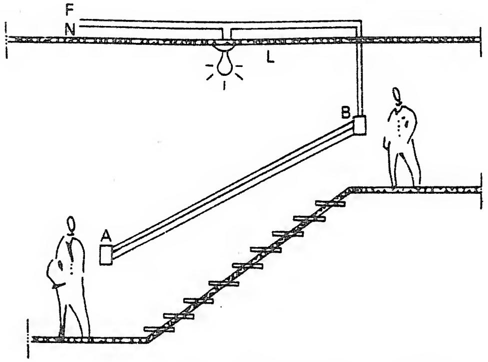


Problema Complementario 9

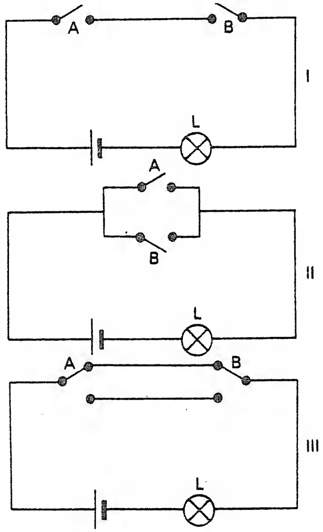
10. La carga total que una batería nueva es capaz de suministrar la da el fabricante en A · h (amperes × hora), como probablemente usted ya debe haber observado en una tienda especializada. Suponga una batería nueva, cuya carga es de 60 A · h y ε = 12 V.
a) ¿Cuál es, en coulombs, la carga total que esta batería puede suministrar a un circuito?
b) ¿Durante cuántas horas esta batería sería capaz de mantener encendido un foco de 60 W, 12 V, conectado a sus terminales? (suponga que la corriente en el foco permanece constante)

11. Un motor, conectado en una batería de fem ε = 10 V y resistencia interna depreciable, está levantando un peso *P* = 4.0 N con una velocidad constante *v* = 2.0 m/s. La potencia disipada por el efecto Joule, en el motor, es 2.0 W. Determine, para ese motor:
a) La corriente que pasa por él.
b) Su resistencia interna.
c) Su fcem

12. Un circuito eléctrico muy común en casas habitación es el circuito de un interruptor, denominado de *tridireccional* o *interruptor paralelo*, utilizado para que sea posible conectar o desconectar un foco *L*, utilizando un interruptor *A* o uno *B* situados en posiciones distanciadas entre sí. Analice los circuitos que se presentan en la figura de este problema e indique el que corresponde al interruptor llamado *tridireccional*.



El "interruptor paralelo" permite apagar o encender el foco, estemos en la planta alta o al pie de la escalera (*véase* Problema complementario 12).



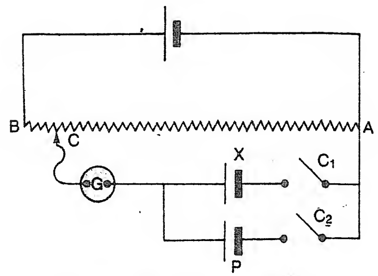
Problema Complementario 12

13. El circuito mostrado en la figura de este problema, denominado *circuito del potenciómetro*, es un dispositivo que nos permite medir con precisión la fem ε_x de una batería X comparándola con la fem ε_P de una batería patrón P. Para realizar esta medición, se procede de la siguiente manera:

1o. Se conecta solamente la llave C_1 y se desplaza el cursor C a lo largo del alambre uniforme AB (reóstato) hasta que la lectura del galvanómetro G se anule. Sea L_x el valor de la longitud AC en esta situación.

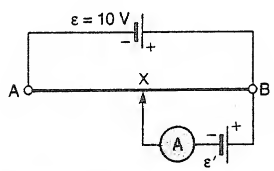
2o. Se abre la llave C_1 y se cierra la C_2. Se desplaza nuevamente el cursor C hasta que la lectura de G vuelva a anularse. Sea L_P la longitud de AC en esta nueva situación.

Suponiendo que en un experimento se obtuvieran los valores $\varepsilon_P = 1.48$ V, $L_P = 32$ cm y $L_x = 48$ cm, determine el valor de ε_x.



Problema Complementario 13

14. En el circuito mostrado en la figura de este problema, el generador de fem $\varepsilon = 10$ V tiene resistencia interna nula y la batería, de fem ε' desconocida, tiene resistencia interna $r' = 1.5\ \Omega$. El alambre conductor AB es homogéneo y de sección recta constante. Sabiendo que el amperímetro A no indica paso de corriente en una posición X tal que $BX = (2/5)AB$, determine el valor de la fem ε'.



Problema Complementario 14

15. Una batería, de fem ε y resistencia interna r, está conectada a una resistencia externa R variable.

a) ¿Cuál debe ser la relación entre R y r para que la potencia disipada en la resistencia externa sea máxima?

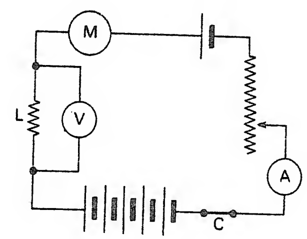
b) ¿Cuál es el rendimiento de la batería en las condiciones de la pregunta (a)?

Observación: Para resolver este problema, puede aplicar sus conocimientos de cálculo diferencial (máximos y mínimos) o recordar sus estudios del trinomio de segundo grado.

RESPUESTAS

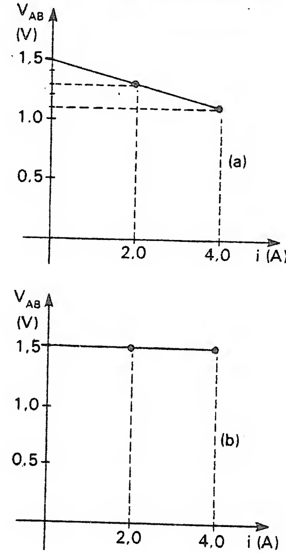
Ejercicios

1. escalar
2. *a)* en el sentido *ABCD*
b) ganan
c) pierden
3. *a)* energía mecánica
b) la energía eléctrica se transforma en energía química
4. *a)* 15 J
b) 12 J
c) 3 J
5. *a)* 75 W
b) 60 W
c) 15 W



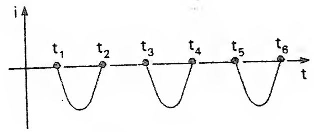
Ejercicio 6

6. *véase* figura
7. *a)* 30 W
b) 5.0 W
c) 25 W
8. *a)* disminuye
b) aumenta
9. *a)* $R = 0$
b) 24 A
10. *a)* 0.5 A
b) $V_1 = 3.5$ V; $V_2 = 4.5$ V
11. *a)* 4.0 Ω
b) 2.4 A
c) 9.6 V
d) $i_1 = 1.2$ A; $i_2 = 0.80$ A; $i_3 = 0.40$ A
12. *a)* 1.5 V
b) 1.3V
c) 1.1 V
13. *a)* *véase* figura
b) *véase* figura



Ejercicio 13

14. *a)* no se alteró
b) aumentó
c) disminuyó
d) disminuyó
15. *a)* $r = 0.50\ \Omega$
b) sí
16. *a)* $\varepsilon = 4.5$ V
b) $r = 0.2\ \Omega$
17. *a)* 0.50 A
b) 9.0 V
c) 9.0 V
d) sí, porque los potenciales de A y C son iguales y los potenciales de B y D también lo son
18. *a)* Emisión de electrones por la superficie de un metal caliente.
b) Para que los electrones libres adquieran energía suficiente que les permita escapar de la atracción de los iones positivos del metal.
19. *a)* filamento, utilizado para calentar el cátodo C
b) cátodo, que emite electrones al calentarse
c) ánodo (o placa), que atrae y acelera los electrones emitidos por C
20. *a)* no, porque P está negativa
b) sentido contrario a las manecillas del reloj
21. *véase* figura



Ejercicio 21

22. *a*) inferior (+), superior (–)
   b) izquierda (+), derecha (–)
23. el haz de electrones solamente se emite después de que el filamento se calienta
24. *a*) adicionar a él pequeñas cantidades de determinadas sustancias (impurezas)
   b) conduce la electricidad mediante electrones libres
   c) conduce electricidad como si hubiera cargas positivas en movimiento
25. *a*) la válvula termoiónica (diodo)
   b) no hay necesidad de calentamiento, tiene menor tamaño y costo, etcétera.
26. *a*) un cristal *n-p-n* o *p-n-p*
   b) la válvula termoiónica triodo
27. *a*) la pantalla está recibiendo, constantemente, un haz de electrones
   b) negativo.
28. *a*) azul (básico) *c*) amarillo
   b) rojo (básico) *d*) blanco

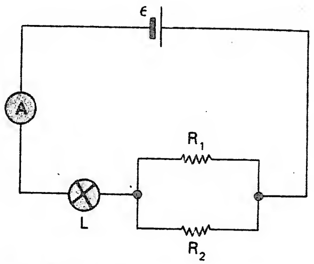
Preguntas y problemas

1. *a*) 0.30 W
   b) 5.4×10^3 J
2. *a*) igual
   b) igual
   c) la pila grande
3. *a*) 0.50 A
   b) V_1 = 7.5 V; V_2 = 4.0 V
4. amperímetro: 0.60 A; voltímetro: 5.7 V
5. A = 15 A; A_1 = 10 A; A_2 = 5.0 A; V_1 = V_2 = 15 V
6. todas son correctas
7. (b), (d)
8. todas son correctas
9. *a*) cero
   b) 0.15 A
   c) 0.15 A
10. *a*) en la resistencia de 5.0 Ω
   b) 24 V
11. *b*) 1.0 A
   c) 1.5 W
12. *a*) 2.0 A
   b) 6.0 W
   c) porque la potencia disipada por efecto Joule en el motor se vuelve mucho mayor
13. (b)
14. *a*) no se altera
   b) no cambia
   c) aumenta
15. *a*) disminuye
   b) disminuye
   c) aumenta
16. *a*) 15 V
   b) 0.30 Ω
17. V_{AB} = 14 V
18. V_{AB} = 8.5 V
19. i_3 = 1.5 A; R_3 = 20 Ω
20. i_1 = 1.0 A; i_2 = 1.0 A; i_3 = 2.0 A
21. *a*) ganan *d*) pierden
   b) pierden *e*) ni pierden ni ganan
   c) pierden
22. en B_1: energía química en energía eléctrica
   en B_2: energía eléctrica en energía química
   en *R*: energía eléctrica en energía térmica
   en *M*: energía eléctrica en energía mecánica
   entre *C* y *D*: no hay transformación de energía
23. *a*) 0.4 A y 2 V
   b) V_{AB} = 3.6 V
   c) V_{AB} = 3.6 V
24. *a*) 360 W *c*) 90%
   b) 400 W *d*) 91%
25. *a*) reducción en el valor de la resistencia interna
   b) 1.2 A
26. 1.5 A
27. caída de tensión en las terminales de la batería
28. *a*) V_A = –4 V
   b) V_B = 7 V
   c) V_C = 0
29. *a*) i_1 = 0 e i_2 = 2 A
   b) i_1 = 0 e i_2 = 0
   c) 12 A
30. *a*) 600 celdas
   b) 360 J
   c) 6 focos

Cuestionario

1. I. incorrecta; II. incorrecta; III. correcta
2. c
3. c
4. a
5. c
6. b
7. b
8. e
9. d
10. e
11. d
12. a
13. a

14. c
15. todas están correctas
16. c
17. d
18. d
19. a
20. a
21. d
22. d
23. c
24. b
25. b



Problema Complementario 6b

Problemas complementarios

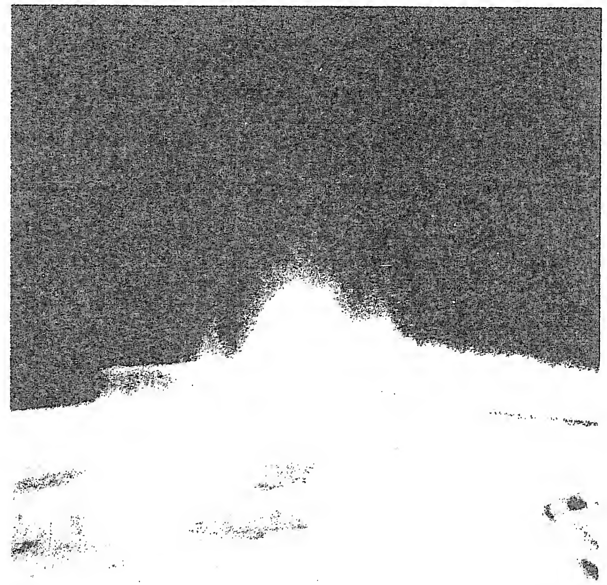
1. *a*) 6.25 W y 2.25 W *b*) 2.7 veces mayor
2. $R = R_0/\sqrt{2}$
3. *a*) 6.0 Ω *b*) 108 V
4. 25%
5. R = 2 Ω
6. *a*) 0.25 A *b*) *véase* figura
7. *a*) 0.50 A *b*) 2.5 V
8. 20 Ω
9. 0.25 Ω · m
10. *a*) 2.16×10^5 C *b*) 12 h
11. *a*) 1.0 A
   b) 2.0 Ω
   c) 8.0 V
12. circuito III
13. ε_x = 2.22 V
14. ε' = 4 V
15. *a*) $R = r$ *b*) 50%

unidad X

electromagnetismo - campos - inducción - sistemas de CA

capítulo 23

campo magnético – I



Aurora austral (sobre la Antártida) fotografiada desde un satélite artificial. Este hermoso espectáculo de la naturaleza lo causan partículas electrizadas que se mueven en el campo magnético de la Tierra.

23.1 Magnetismo

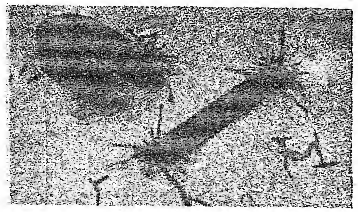
❖ **Introducción.** Las primeras observaciones de fenómenos magnéticos son muy antiguas. Se cree que fueron realizadas por los griegos en una ciudad de Asia Menor, denominada *Magnesia*. Encontraron que en tal región existían ciertas piedras que eran capaces de atraer trozos de fierro. En la actualidad se sabe que dichas "piedras" están constituidas por un óxido de fierro (magnetita); y se denominan *imanes naturales*. El término magnetismo se usó entonces para designar el conjunto de las propiedades de estos cuerpos, en virtud del nombre de la ciudad donde fueron descubiertos.

Se observó que un trozo de fierro colocado cerca de un imán natural, adquiría sus mismas propiedades. De esta manera fue posible obtener imanes "no naturales" (artificiales) de varias formas y tamaños, utilizando trozos o barras de fierro con formas y tamaños diversos.

Con el transcurso del tiempo se fueron descubriendo algunas otras propiedades de los imanes, algunas de las cuales vamos a describir a continuación.

❖ **Polos de un imán.** Se observó que los trozos de fierro eran atraídos con mayor intensidad por ciertas partes de un imán, las cuales se denominaron *polos*. Por ejemplo, si tomamos un imán en forma de barra y distribuimos limaduras de fierro sobre él, notaremos que se acumulan en los extremos de la barra (Fig. 23-1); es decir, las limaduras son atraídas con mayor intensidad por tales extremos. Por tanto, un imán en forma de barra posee dos polos, situados en sus extremos.

Suspendiendo un imán en forma de barra de manera que pueda girar libremente alrededor de su parte central, se observa que siempre se



Polos de un imán son las regiones en donde su fuerza de atracción es más intensa.

orienta en una misma dirección (Fig. 23-2a). Tal orientación coincide aproximadamente con la dirección Norte-Sur en la Tierra. Esta propiedad de los imanes se empleó en la construcción de las brújulas o agujas magnéticas orientadoras (Fig. 23-2b), las cuales hicieron posible la realización de prolongados viajes marítimos desde tiempos muy remotos. Como usted sabe, estos instrumentos siguen utilizándose ampliamente en la actualidad.

Los polos de un imán reciben las denominaciones de "polo magnético norte" y "polo magnético sur", de acuerdo con la siguiente convención:

> polo *norte* de un imán es aquel de sus extremos que, cuando el imán puede girar libremente, apunta hacia el Norte geográfico de la Tierra, El extremo que apunta hacia el Sur geográfico terrestre es el polo *sur* del imán (Fig. 23-2).

Es posible que ya haya observado experimentalmente que cuando tratamos de acercar el polo norte de un imán al polo norte de otro, se observa una fuerza de repulsión entre dichos polos (Fig. 23-3a). De la misma manera, notamos que hay una fuerza de repulsión entre los

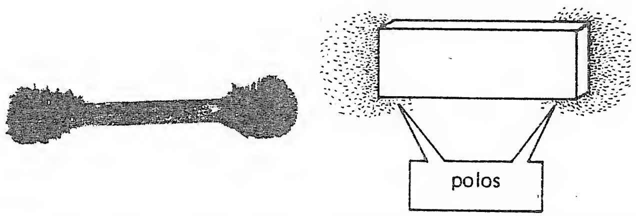


FIGURA 23-1 Un imán en forma de barra posee dos polos situados en sus extremos.

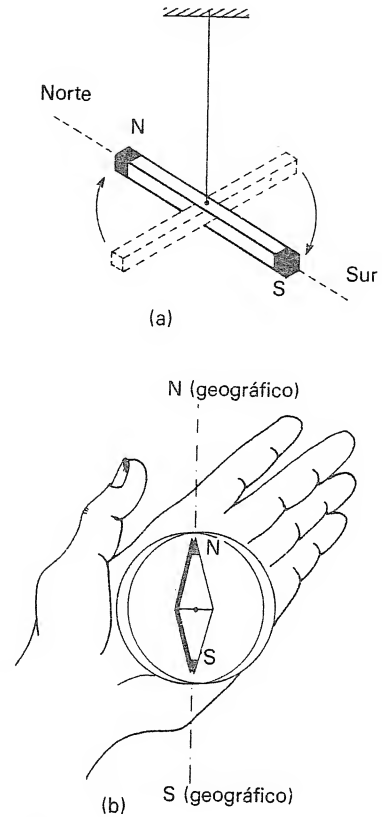
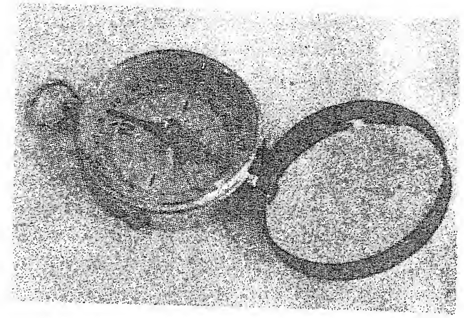
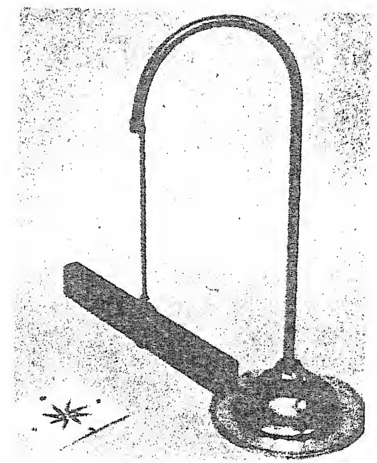


FIGURA 23-2 Un imán (o aguja magnética) suspendido se orienta en la dirección Norte-Sur (geográficos).

polos sur de dos imanes (Fig. 23-3b), mientras que entre el polo norte de uno y el polo sur de otro existe una fuerza de atracción (Fig. 23-3c).





Un imán suspendido libremente es orientado en la dirección Norte-Sur, por el campo magnético terrestre.

En resumen: *los polos magnéticos del mismo nombre se repelen, y los polos magnéticos de nombre contrario se atraen.*

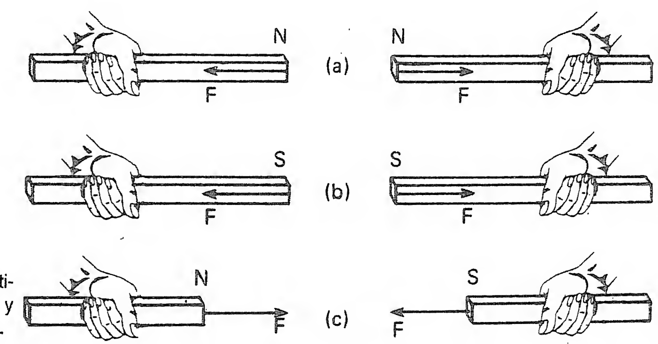


FIGURA 23-3 Los polos magnéticos del mismo nombre se repelen, y los de nombre contrario, se atraen.

❖ **La Tierra es un enorme imán.** Durante muchos años, diversos filósofos y científicos trataron de llegar a una explicación del hecho de que un imán (al igual que la aguja magnetizada de una brújula) se orienta en la dirección Norte-Sur de la Tierra. Pero la explicación que hoy damos por correcta, no pudo ser formulada sino hasta el siglo XVII, por el médico inglés William Gilbert, científico a cuyos trabajos en el campo de la Electricidad ya nos referimos en el Capítulo 18. En su obra, titulada *De Magnete* y publicada en 1600, Gilbert describe un gran número de propiedades de los imanes que observó experimentalmente, y formula hipótesis que tratan de explicar dichas propiedades.

Una de las ideas principales que presenta en su obra es la de que la orientación natural de una aguja magnética se debe al hecho de que la Tierra se comporta como un enorme imán. De acuerdo con Gilbert, el polo Norte geográfico de la Tierra también debe ser un polo magnético que atrae al extremo norte de una aguja magnética. De modo similar, el polo Sur geográfico de la Tierra se comporta como un polo magnético que atrae al polo sur de la aguja de una brújula. Debido a estas fuerzas de atracción, tal aguja (o cualquier otro imán en forma de barra) tiende a orientarse en la dirección Norte-Sur.

Es fácil deducir, de acuerdo con esta explicación, que el polo Norte geográfico de la Tierra viene siendo un polo magnético sur (pues atrae al llamado "polo norte" de la aguja), y el polo Sur geográfico es un polo magnético norte. Entonces, en lo que respecta a los efectos magnéticos, podemos imaginar a la Tierra representada por un enorme imán, como se ilustra en la Figura 23-4.

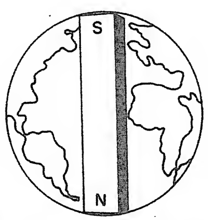


FIGURA 23-4 El polo Norte geográfico de la Tierra es un polo magnético sur, y el polo Sur geográfico es un polo magnético norte.

❖ **Inseparabilidad de los polos.** Otra interesante propiedad de los imanes consiste en la inseparabilidad de sus polos: experimentalmente se observa que no se puede obtener un polo magnético aislado. Cualquier imán tiene siempre sus dos polos.

Así pues, si tomamos un imán en forma de barra, como el *AB* de la Figura 23-5, y lo partimos en dos, obtendremos dos nuevos imanes, como muestra la figura. Obsérvese que los extremos *A* y *B* siguen comportándose como polo sur y polo norte, respectivamente. Pero en la región por la cual se cortó el imán, aparecen dos nuevos polos: en *C* un polo norte (dando lugar a un nuevo imán, *AC*), y en *D* un polo sur (dando lugar a otro imán, *DB*).

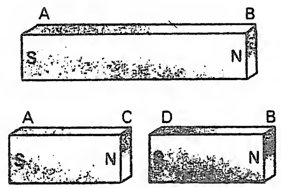
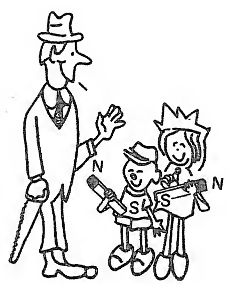


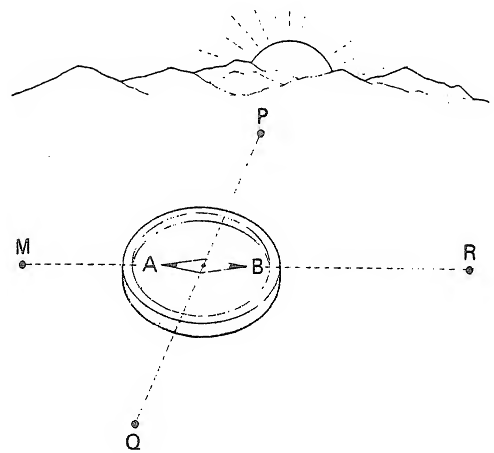
FIGURA 23-5 Es imposible obtener un polo magnético aislado.



EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

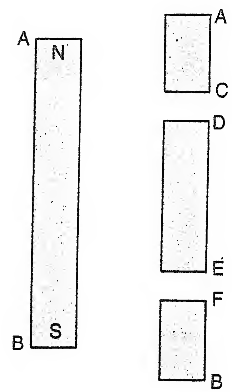
1. Considerando que el Sol que se muestra en la figura de este ejercicio está saliendo, responda:
   a) ¿Cuál de los puntos *M*, *P*, *Q* y *R* indica la dirección hacia el Norte geográfico?
   b) Observe los puntos *A* y *B* que se indican en la brújula, y diga cuál de ellos es el polo norte y cuál el polo sur de la aguja magnética.



Ejercicio 1

2. Suponga que posee algunos imanes en los cuales señaló cuatro polos con las letras *A*, *B*, *C* y *D*. Observa que
   — el polo *A* repele al polo *B*
   — el polo *A* atrae al polo *C*
   — el polo *C* repele al polo *D*
   y sabe que *D* es un polo magnético norte. En estas condiciones, ¿puede usted concluir que *B* es un polo norte o un polo sur?

3. Un imán *AB* es partido en tres pedazos, produciendo los nuevos imanes *AC*, *DE*, y *FB* (*véase* figura de este ejercicio). En la figura indique el nombre (norte o sur) de cada uno de los polos *A*, *C*, *D*, *E*, *F* y *B*, así obtenidos.



Ejercicio 3

4. *a)* El polo norte de una aguja magnética, ¿es atraído o repelido por el polo norte geográfico de la Tierra?
   b) Entonces, el polo norte geográfico de la Tierra, ¿es un polo magnético norte o un polo magnético sur?

23.2 Electromagnetismo

❖ El magnetismo se fue desarrollando con el estudio de las propiedades de los imanes, algunas de las cuales describimos en la sección anterior. Entonces no se sospechaba que pudiera existir relación alguna entre los fenómenos magnéticos y los fenómenos eléctricos. En otras palabras, el estudio del magnetismo y el de la electricidad se consideraban dos ramas de la Física totalmente independientes y distintas una de la otra.*

* **N. del R.** Actualmente constituyen una sola parte de la ciencia física que suele llamarse Electricidad, a secas. Podría denominarse Electrología al estudio general de los fenómenos eléctricos, magnéticos y electrónicos (los de la rama de la Física llamada "electrónica").

Hans Christian Oersted (1777-1851). Físico danés que en 1806 se convirtió en profesor de la Universidad de Copenhague, donde desarrolló varias investigaciones en el campo de la Física y la Química. En un ensayo publicado en 1813, previó la existencia de una relación entre la electricidad y el magnetismo. En 1820, durante una de sus clases, descubrió que una aguja magnética se desviaba cuando era colocada en las proximidades de un conductor que lleva una corriente eléctrica, confirmando así en forma experimental, sus predicciones. Oersted fue un catedrático y un conferenciante de grandes recursos, que se dedicó además a escribir algunos artículos sobre Filosofía. En 1824, fundó una socidad para divulgar entre su pueblo los conocimientos científicos.

Pero a principios del siglo pasado, un hecho notable determinó un cambio radical en este punto de vista. Tal hecho, observado por el investigador danés Hans Christian Oersted, vino a demostrar que hay una relación íntima entre la electricidad y el magnetismo, contrariamente a lo que hasta entonces se pensaba.

❖ **El experimento de Oersted.** En 1820, mientras trabajaba en su laboratorio, Oersted montó un circuito eléctrico, y colocó cerca una aguja magnética. Al no haber corriente en el circuito (circuito abierto), la aguja magnética se orientaba en la dirección Norte-Sur, como ya sabemos. El montaje que se presenta en la Figura 23-6a es similar al que hizo Oersted. Observe que una de las ramas del circuito (el conductor *AB*) debe colocarse en forma paralela

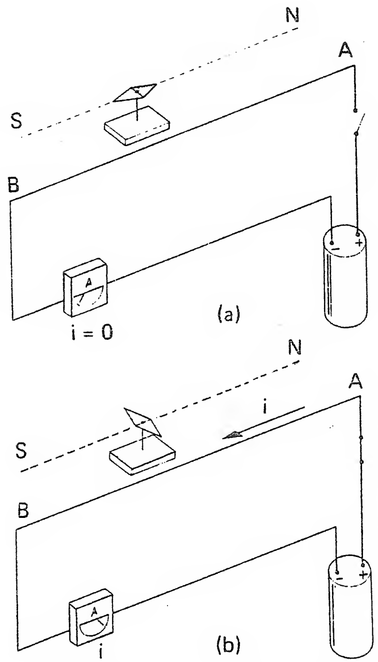


FIGURA 23-6 Una aguja magnética colocada cerca de un conductor recto que lleva una corriente eléctrica, tiende a desplazarse a la dirección perpendicular a dicho conductor.

a la aguja, es decir, también se debe orientar en la dirección Norte-Sur (o *N-S*).

Al establecer una corriente en el circuito, Oersted observó que la aguja magnética se desviaba, tendiendo a orientarse en dirección perpendicular al conductor *AB* (Fig. 23-6b). Al interrumpir el paso de la corriente, la aguja volvía a su posición inicial, en la dirección *N-S*. Estas observaciones realizadas por Oersted demostraron que una corriente eléctrica podía actuar como si fuese un imán, originando desviaciones en una aguja magnética. Así se observó por primera vez que existe una relación estrecha entre la electricidad y el magnetismo: *una corriente eléctrica es capaz de producir efectos magnéticos.*

Al darse cuenta de la importancia de su descubrimiento, Oersted divulgó el resultado de sus observaciones, que inmediatamente atrajeron la atención de importantes científicos de la época. Algunos de ellos comenzaron a trabajar

en investigaciones relacionadas con el fenómeno, entre los cuales destaca el trabajo de Ampère. En poco tiempo, gracias a dichas investigaciones, se comprobó que todo fenómeno magnético era producido por corrientes eléctricas; es decir, se lograba, de manera definitiva, la unificación del magnetismo y la electricidad, originando la rama de la Física que actualmente conocemos como *Electromagnetismo.*

❖ **El hecho básico del electromagnetismo.** Como resultado de los estudios que acabamos de citar fue posible establecer el principio básico de todos los fenómenos magnéticos: *cuando dos cargas eléctricas están en movimiento, entre ellas surge una fuerza que se denomina fuerza magnética.*

Ya sabemos que cuando dos cargas eléctricas se encuentran en reposo, entre ellas existe una fuerza denominada electrostática, la cual estudiamos en el Capítulo 18 (ley de Coulomb). Cuando las dos cargas están moviéndose, además de la fuerza electrostática o eléctrica, surge entre ellas una nueva interacción, la *fuerza magnética*. Por ejemplo, en la Figura 23-7 la carga Q en movimiento ejerce sobre la carga q, también en movimiento, además de la fuerza electrostática, una fuerza magnética $\vec{F}$, como se indica en la figura.

Todas las manifestaciones de fenómenos magnéticos se pueden explicar mediante esta fuerza existente entre cargas eléctricas en movimiento. De manera que la desviación en la aguja del experimento de Oersted, se debió a la existencia de dicha fuerza; también esta es la responsable de la orientación de la aguja magnética

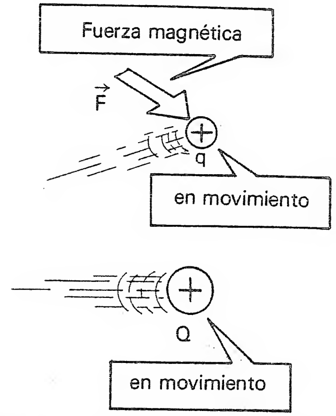


FIGURA 23-7 Cuando dos cargas eléctricas se encuentran en movimiento, se manifiesta entre ellas, además de la fuerza eléctrica, una fuerza magnética.

en la dirección *N-S*; la atracción y repulsión entre los polos de los imanes es incluso una consecuencia de esta fuerza magnética, etc. Como veremos en el capítulo siguiente, en la estructura atómica de un imán existen cargas en movimiento que originan las propiedades magnéticas que presenta.

Entonces podemos expresar el siguiente hecho básico, el cual es fundamento de los fenómenos magnéticos:

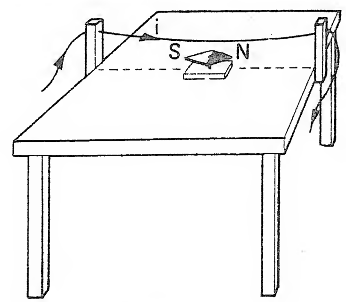
cuando dos cargas eléctricas están en movimiento, entre ellas se manifiesta, además de la fuerza electrostática, otra fuerza que recibe el nombre de fuerza magnética.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

5. En la figura de este ejercicio, una corriente eléctrica de gran intensidad pasa por un conductor situado por encima de una aguja magnética. En esta figura hay un error. ¿Cuál es?

6. Una persona está usando una brújula para orientarse. Pero cerca de ella hay un conductor por el



Ejercicio 5

cual pasa una corriente continua de gran intensidad. ¿Cree usted que la brújula indicará a la persona la orientación correcta?

7. Un conductor de electricidad está incrustado en una pared. Una persona desea saber si existe o no en él, una corriente continua. Explique cómo puede comprobar este hecho usando una aguja magnética.

8. Considere dos cargas eléctricas, Q_1 y Q_2, cercanas entre sí. Diga si existirá entre ellas una fuerza electrostática y una fuerza magnética en cada uno de los casos siguientes:
   a) Q_1 y Q_2 se encuentran en reposo.
   b) Q_1 está en movimiento y Q_2 se encuentra en reposo.
   c) Q_1 y Q_2 están en movimiento.

23.3 Campo magnético

❖ **Qué se entiende por campo magnético.** En la sección anterior vimos que una carga eléctrica en movimiento ejerce una fuerza magnética sobre otra carga que también se está moviendo (Fig. 23-7). Podemos describir este hecho de otra manera, al decir que una carga móvil crea en el espacio que la rodea, un *campo magnético,* el cual actúa sobre la otra carga en movimiento. Como usted ya debe estar recordando, en el Capítulo 19 se empleó un procedimiento semejante cuando estudiamos el *campo eléctrico*. En dicho capítulo decíamos, al analizar la interacción electrostática entre dos cargas Q y q, que la carga Q crea un campo eléctrico, y que dicho campo ejerce una fuerza electrostática sobre q.

De manera que, en la Figura 23-7 podemos decir que la carga Q, en movimiento, crea un campo magnético en el espacio que la rodea, y que dicho campo actúa sobre la carga q, también en movimiento. Por tanto, desde este punto de vista, la fuerza magnética en q se debe a la existencia del campo magnético creado por Q.

Así pues, podemos destacar que:

> una carga en movimiento crea en el espacio que la rodea, un campo magnético que actuará sobre otra carga también móvil, y ejercerá sobre esta última una fuerza magnética.

Debemos observar entonces que si existe una corriente eléctrica que circula por un conductor, en el espacio que la rodea habrá un campo magnético, pues, como sabemos, una corriente eléctrica está constituida por cargas eléctricas en movimiento de la misma manera, en el espacio que rodea a un imán también existe un campo magnético, porque, como ya dijimos, en el interior del imán tenemos cargas eléctricas móviles, las cuales establecen dicho campo.

❖ **El vector campo magnético.** Consideremos una región del espacio donde existe un campo de origen magnético. Este campo pudo haber sido creado tanto por la corriente en un conductor, como por un imán.

En forma similar a lo que hicimos para el campo eléctrico, definiremos un vector, representado por $\vec{B}$ y denominado *vector campo magnético* (o *vector inducción magnética*), el cual se empleará para caracterizar el campo magnético en cada punto del espacio.

1) *Dirección y sentido de* $\vec{B}$. El imán cuyo polo norte se muestra en la Figura 23-8, produce un campo magnético en el espacio que lo rodea.

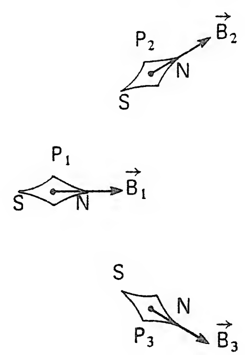
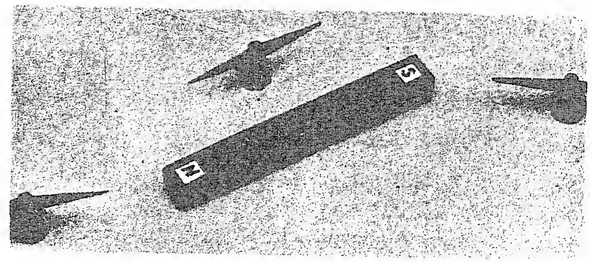


FIGURA 23-8 El campo magnético $\vec{B}$ en un punto tiene la orientación magnética sur-norte de una aguja imantada puesta en dicho punto.



La aguja magnética indica, en cada posición, la dirección y el sentido del campo magnético creado por el imán.

Al colocar en el punto P_1 una pequeña aguja magnetizada, el campo magnético que ahí existe actuará sobre las cargas móviles de la aguja, haciendo que tome cierta orientación. La dirección del vector campo magnético $\vec{B}_1$ en este punto es, por definición, la dirección en la cual se orienta la aguja, y su sentido será aquel en que apunta el polo norte de la misma. Observemos entonces, en la Figura 23-8, el vector $\vec{B}_1$ que representa el campo magnético existente en P_1.

De manera similar, podemos colocar agujas magnéticas en los puntos P_2, P_3, etc., y obtener así la dirección y el sentido de los vectores campo magnético $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$, etc, en cada uno de estos puntos (*véase* Figura 23-8).

2) *Magnitud del vector* $\vec{B}$. Supongamos que en el punto P que se muestra en la Figura 23-9, existe un campo magnético $\vec{B}$ con la dirección y sentido indicados en la figura (que ya sabemos cómo determinar). Si una partícula electrizada con carga positiva, q, fuera lanzada de manera que pase por el punto P con velocidad $\vec{v}$ sabemos que el campo magnético ejercerá sobre tal carga una fuerza magnética $\vec{F}$. Se observa que esta fuerza es perpendicular al plano determinado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$, como se muestra en la Figura 23-9.

Realizando mediciones cuidadosas, los científicos hallaron que la magnitud de la fuerza magnética $\vec{F}$ depende del valor de la carga q, de la magnitud de la velocidad $\vec{v}$, y del ángulo q formado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$ (*véase* Figura 23-9), de lo cual se obtuvieron las relaciones siguientes:

$$F \propto q \qquad F \propto v \qquad F \propto \operatorname{sen}\theta$$

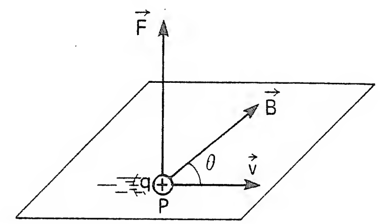


FIGURA 23-9 Fuerza $\vec{F}$ que el campo $\vec{B}$ origina sobre la carga q, que entra en el campo con una velocidad $\vec{v}$.

Entonces fue posible concluir que

$$F \propto qv \operatorname{sen}\theta$$

donde

$$\frac{F}{qv \operatorname{sen}\theta} = \text{constante}$$

El valor de esta constante es, por definición, la magnitud de $\vec{B}$ en el punto P, es decir,

$$\boxed{\frac{F}{qv \operatorname{sen}\theta} = B}$$

o bien,

$$\boxed{F = Bqv \operatorname{sen}\theta}$$

Debe observarse que el valor de $\vec{B}$ es constante para un punto dado, pero que para diferentes puntos, en general, tendremos distintos valores de $\vec{B}$. En otras palabras, la magnitud del campo magnético se encuentra bien determinada para un punto, pero puede presentar distintos valores en diferentes puntos del espacio (como vimos, lo mismo sucede con la intensidad de un campo eléctrico).

❖ **Dirección y sentido de la fuerza magnética.** En la Figura 23-9 vimos que la dirección de la fuerza que un campo magnético ejerce sobre una carga en movimiento, es perpendicular al plano determinado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Entonces la fuerza magnética $\vec{F}$ es perpendicular a cada uno de estos vectores, es decir,

$$\vec{F} \perp \vec{v} \quad \text{y} \quad \vec{F} \perp \vec{B}$$

En lo que respecta al sentido de la fuerza $\vec{F}$, existen varias reglas prácticas que permiten determinarlo. Vamos a describir una de ellas, la cual se denomina *regla de la palma de la mano derecha,* y con la cual trabajaremos en nuestro curso.*

De acuerdo con esta regla, para obtener el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre una *carga eléctrica positiva* en movimiento, se procede de la manera siguiente: se pone la *mano derecha* bien abierta, en la forma que se indica en la Figura 23-10, con el dedo pulgar dirigido según el vector $\vec{v}$, y los demás dedos orientados según el campo magnético $\vec{B}$; el sentido de $\vec{F}$ será aquel hacia adonde quede vuelta la palma de la mano; es decir, el sentido del movimiento que debería ser hecho para dar una palmada o golpe con esta parte de la mano (*véase* Figura 23-10).

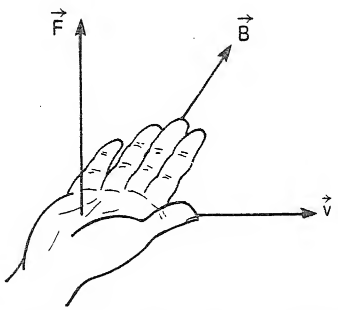


FIGURA 23-10 Disposición de los dedos para aplicar la *regla de la palma de la mano derecha.*

* **N. del R.** Otra regla de uso muy frecuente en Electrotecnia es la *regla de los dedos de la mano izquierda,* que es como sigue: se extienden los dedos índice, medio y pulgar, después de cerrar el puño, de manera que queden perpendiculares entre sí. Si el dedo medio apunta según la velocidad, y el índice según el campo, el pulgar apuntará según la fuerza.

Si la carga lanzada al campo magnético fuera *negativa,* el sentido de la fuerza sería contrario al de la fuerza que actúa sobre la carga positiva. En este caso, puede emplearse también la *regla de la palma de la mano derecha,* pero no debe olvidarse que hay que *invertir* el sentido indicado por esta regla.

Resumiendo lo que estudiamos en relación con la fuerza magnética, tenemos:

> cuando una partícula electrizada positivamente con carga q, se mueve con una velocidad $\vec{v}$ por un punto donde existe un campo magnético $\vec{B}$, queda sujeta a la acción de una fuerza magnética $\vec{F}$ que tiene las características siguientes:
>
> — magnitud: $F = Bqv$ sen θ, donde θ es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$
> — dirección: $\vec{F}$ es perpendicular a $\vec{v}$ y $\vec{B}$
> — sentido: dado por la "regla de la palma de la mano derecha", que se ilustra en la Figura 23-10.
>
> Si la carga q fuese negativa, el sentido de la fuerza magnética será contrario al que se obtiene para la carga positiva.

❖ **Comentarios.** 1) De la definición de la magnitud del vector $\vec{B}$

$$B = \frac{F}{qv \text{ sen } \theta}$$

podemos obtener su unidad de medida en el SI. Evidentemente, a partir de esta expresión y recordando que sen θ es adimensional (no posee unidades) tendremos:

$$1\,\frac{\text{N}}{\text{C} \cdot (\text{m/s})} = 1\,\frac{\text{N}}{(\text{C/s}) \cdot \text{m}} = 1\,\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Esta unidad recibe el nombre de *tesla* (símbolo: T), en honor del científico yugoslavo Nikola Tesla, que realizó importantes descubrimientos tecnológicos en el campo del Electromagnetismo. Por razones que se podrán entender luego del estudio del Capítulo 25, esta unidad

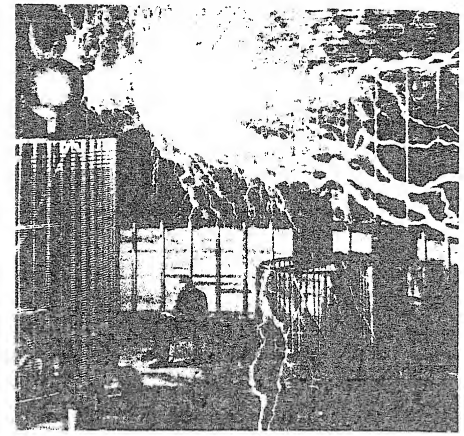
Nikola Tesla (1856-1943). Nació en Yugoslavia, asistió a la Universidad Técnica de Austria, y posteriormente a la Universidad de Praga. En 1883, mientras trabajaba en la Compañía Edison, en París, construyó el primer motor eléctrico de inducción. En 1885, habiendo emigrado a Estados Unidos de América, Tesla patentó sus inventos y estableció su propio laboratorio. De ahí en adelante Nikola Tesla, quien era una persona muy dinámica, tuvo oportunidad de realizar algunos otros inventos, entre ellos la *bobina de Tesla*, un barco guiado por control remoto, y otros dispositivos controlados a distancia.

también suele denominarse "weber por metro cuadrado" (Wb/m²).

Por tanto:

$$1\,\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1\text{ T} = 1\,\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

2) Supongamos que una carga q es lanzada a un campo magnético de manera que la dirección de su velocidad $\vec{v}$ coincida con la dirección de $\vec{B}$. Si el sentido de $\vec{v}$ fuese el mismo de $\vec{B}$ (Fig. 23-11a), tendríamos θ = 0, y si $\vec{v}$ tuviera el sentido contrario a $\vec{B}$ (Fig. 23-11b), entonces θ = 180°. En ambos casos se tiene sen θ = 0, y la expresión $F = Bqv$sen θ muestra que la fuerza magnética sobre la partícula será nula. Por tanto, un campo magnético no actúa sobre una carga



Tesla lee tranquilamente bajo las centellas que brotan de los dispositivos eléctricos construidos por él mismo.

eléctrica cuando ésta se desplaza en dirección paralela al vector $\vec{B}$.

3) Sabemos que una aguja magnética, colocada en cualquier punto de la superficie terrestre, se orienta en la dirección de los meridianos. De manera que podemos concluir que existe un campo magnético en todos los puntos de la superficie de la Tierra, orientado de Sur a Norte. Este campo, al cual se le ha dado el nombre de *campo magnético terrestre,* existe debido a que la Tierra es un enorme imán.

El valor del campo magnético originado por la Tierra es pequeño, comparado con el campo magnético de la mayoría de los imanes con los que normalmente trabajamos. El campo magnético terrestre posee distintos valores en regiones diferentes, y presenta un valor medio de 10^{-5} teslas. A pesar de no ser muy intenso, no debemos olvidar que el campo magnético de la Tierra es suficiente para actuar sobre las agujas

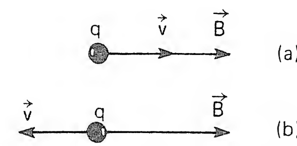


FIGURA 23-11 Un campo magnético no actúa en una carga que se mueve paralelamente a $\vec{B}$.

magnéticas, orientándolas en la dirección (y sentido) Sur-Norte.

❖ **Líneas de inducción.** De manera semejante a lo que hicimos en el Capítulo 19, cuando representamos el campo eléctrico mediante "líneas de fuerza", para visualizar el campo magnético también suelen utilizarse líneas. Estos elementos, que se conocen como *líneas de inducción*, deben trazarse de manera que el vector $\vec{B}$ sea siempre tangente a ellas, en cualquiera de los puntos. Además, en las regiones donde el campo magnético es más intenso, las líneas de inducción deben estar más cerca una de otra. Recuérdese que estas mismas convenciones se utilizaron para las líneas de fuerza de un campo eléctrico.

En la Figura 23-12a se indican las líneas de inducción del campo magnético creado por un imán en forma de barra. Debe observarse que, contrariamente a las líneas de fuerza, las líneas de inducción son siempre cerradas: salen del polo norte, entran al polo sur, y se cierran pasando por el interior del imán. Observemos también que las líneas de inducción se encuentran más cerca unas de otras en las regiones cercanas a los polos, indicando así que el campo magnético es más intenso en estas regiones.

Es posible obtener experimentalmente la configuración de las líneas de inducción de un campo magnético esparciendo limaduras de fierro en las regiones donde actúa el campo. Cada una de las pequeñas porciones metálicas se orientará en la dirección del vector $\vec{B}$, y de esta manera, adquirirán en conjunto la configuración de las líneas de inducción. La Figura 23-12b es una foto que muestra las líneas de inducción de un imán en forma de barra, obtenidas con el auxilio de las limaduras de fierro.

Si el vector $\vec{B}$ tiene la misma magnitud, la misma dirección y el mismo sentido en todos los puntos, decimos que el campo magnético es *uniforme*. Un imán con la forma que se muestra en la Figura 23-13, proporciona un campo magnético prácticamente uniforme en la región entre sus polos. Obsérvese que para ello, los polos del imán deben ser planos, paralelos y separados por una distancia no muy grande en relación con su tamaño. Las líneas de inducción de un campo magnético uniforme son paralelas e igualmente espaciadas, como las que se trazaron en la región situada entre los polos del imán mostrado en la Figura 23-13.

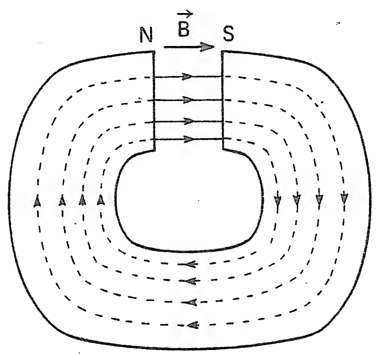


FIGURA 23-13 Entre los polos del imán ilustrado, el campo magnético es prácticamente uniforme.

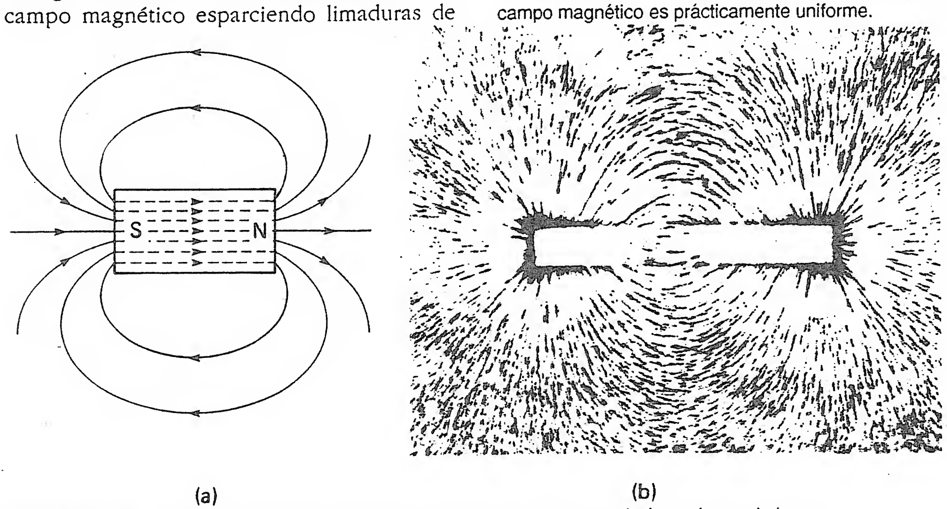


FIGURA 23-12 Líneas de inducción del campo magnético creado por un imán en forma de barra.

EJEMPLO

Se sabe que en el punto P de la Figura 23-14a existe un campo magnético $\vec{B}$ en la dirección de la recta CD. Cuando un protón pasa por este punto con una velocidad $v = 2.0 \times 10^6$ m/s, indicada en la figura, actúa sobre él una fuerza magnética $F = 4.8 \times 10^{-15}$ N, perpendicular al plano de la ilustración y hacia dicho plano.

a) Determine el sentido del campo magnético $\vec{B}$ que existe en el punto P.

Para obtener el sentido de $\vec{B}$ emplearemos la "regla de la palma de la mano derecha". Esto se observa en la Figura 23-14b, donde el pulgar de la mano derecha apunta a lo largo del vector $\vec{v}$, y la palma de la mano está vuelta en la dirección y sentido de la fuerza (tendiendo a "entrar" en el papel). En estas condiciones, las puntas de los demás dedos indicarán la dirección y el sentido del campo magnético. Entonces, el vector $\vec{B}$ tiene el sentido de P hacia D, como se indica en la Figura 23-14b.

b) Determine la magnitud de $\vec{B}$.

La expresión $F = Bqv$ sen θ permitirá determinar el valor de $\vec{B}$, es decir,

$$B = \frac{F}{qv \text{ sen } \theta}$$

Observando, en la Figura 23-14, que $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$, tenemos que $\theta = 90°$, y entonces sen $\theta = 1$. Si sustituimos los valores de $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C (carga del protón), $v = 2.0 \times 10^6$ m/s, y $F = 4.8 \times 10^{-15}$ N (expresados todos en el SI), veremos que:

$$B = \frac{F}{qv} = \frac{4.8 \times 10^{-15}}{1.6 \times 10^{-19} \times 2.0 \times 10^6}$$

donde $B = 1.5 \times 10^{-2}$ T

c) Supongamos ahora que un electrón es lanzado a fin de que pase por el punto P con una velocidad $v = 1.0 \times 10^7$ m/s, perpendicular a la figura y "saliente" de la misma. Halle la magnitud de la fuerza magnética que actúa sobre el electrón.

El valor de esta fuerza está dado por $F = Bqv$ sen θ. En este caso debe observarse que también tenemos $\theta = 90°$, pues $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$, ya que $\vec{B}$ se halla en el plano de la página. El valor (absoluto) de la carga del electrón es $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C, y como $v = 1.0 \times 10^7$ m/s, tendremos (recuerde que ya determinamos el valor de $\vec{B}$ en el punto P):

$$F = Bqv = 1.5 \times 10^{-2} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^7$$

donde $F = 2.4 \times 10^{-14}$ N

d) Para la pregunta anterior, determine la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el electrón.

Para esto debemos emplear nuevamente la "regla de la palma de la mano derecha": el pulgar de la mano

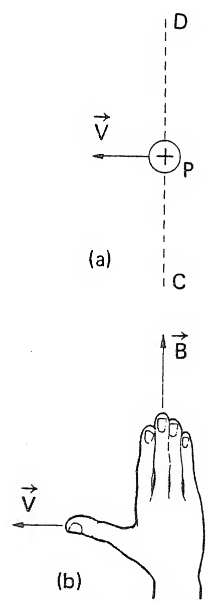


FIGURA 23-14 Para el Ejemplo de la Sección 23.3.

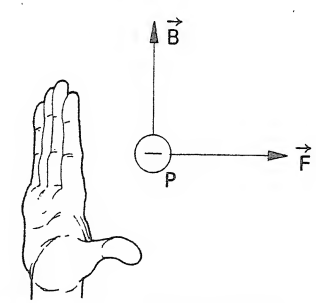


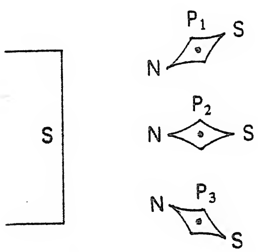
FIGURA 23-15 Para el Ejemplo de la Sección 23.3.

derecha orientado a lo largo de $\vec{v}$ (que "sale" de la página), y los demás dedos apuntando en el sentido de $\vec{B}$ (Fig. 23-15). De manera que la palma de la mano está vuelta hacia el lado izquierdo de la figura. Como la carga del electrón es *negativa*, concluimos que sobre él actuará una fuerza $\vec{F}$ dirigida opuestamente hacia la derecha, como indica la Figura 23-15 (observemos que la dirección de $\vec{F}$ es perpendicular a $\vec{v}$ y $\vec{B}$, y que por tanto, se encuentra en el plano de la ilustración).*

EJERCICIOS

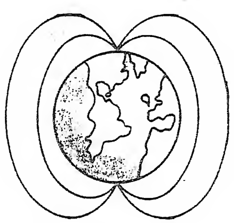
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

9. En los puntos P_1, P_2 y P_3 existe un campo magnético creado por el imán cuyo polo sur se indica en la figura de este ejercicio. Observe la orientación de las pequeñas agujas magnéticas colocadas en dichos puntos, y trace los vectores que representan el campo magnético P_1, P_2 y en P_3.

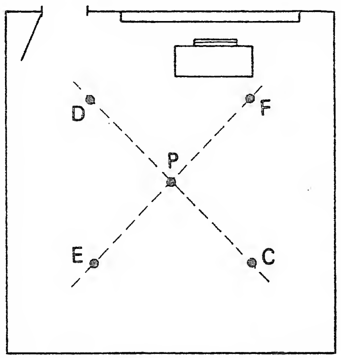


Ejercicio 9

10. La figura de este ejercicio muestra unas líneas de inducción del campo magnético terrestre. Indique en la figura el sentido de las mismas, y diga si en el polo Norte geográfico, están "entrando" o "saliendo" de la superficie de la Tierra. Explique.



Ejercicio 10



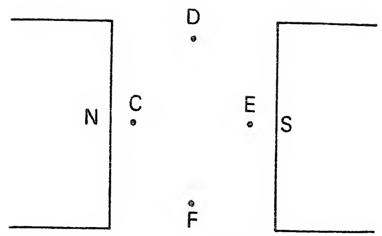
Ejercicio 11

11. Suponga que en el suelo de una habitación se hallan trazadas dos líneas perpendiculares, *CD* y *EF*, indicando *EF* la dirección *W-E* u oeste-este (*véase* figura de este ejercicio). Trace, en la figura, el vector que representa el campo magnético de la Tierra en el punto *P*.

12. Una partícula es lanzada a un campo magnético uniforme con una velocidad $\vec{v}$, que forma un ángulo θ con un vector $\vec{B}$. Diga cuál debe ser el valor de θ para que la fuerza magnética sobre la partícula sea
    a) Nula   *b*) Máxima

13. Una partícula, con carga $q = 2.0 \times 10^{-6}$ C, es lanzada al campo magnético uniforme $B = 0.30$ T, con una velocidad $v = 5.0 \times 10^3$ m/s, y que forma un ángulo θ con $\vec{B}$. Calcule el valor de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actuará sobre la partícula suponiendo que el valor de θ es:
    a) 0°   *c*) 90°
    b) 30°   *d*) 180°

* **N. del R.** En el caso de una carga negativa puede usarse, análogamente a la de la mano derecha, sin cambio en sentido, la "regla de la palma de la mano izquierda", que produce el mismo resultado para tal carga, que la regla usual modificada.



Ejercicio 14

14. Considere un imán de polos planos y paralelos, como muestra la figura de este ejercicio. Suponiendo que la distancia entre dichos polos es pequeña:
    a) Trace en la figura algunas líneas de inducción del campo magnético producido por el imán en el espacio entre los polos.
    b) Cuando se recorre este campo de *C* hacia *D*, hacia *E* y hacia *F*, ¿el vector $\vec{B}$ varía o permanece constante? Explique.

15. En la figura del ejercicio anterior considere que una partícula electrizada positivamente ha sido lanzada entre los polos del imán. Utilice la "regla de la palma de la mano derecha" para determinar la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actuará sobre la partícula en cada uno de los siguientes casos:
    a) La partícula es lanzada de *C* a *E*.
    b) La partícula se proyecta de *D* hacia *F*.
    c) La partícula se lanza "hacia adentro" de la página.

16. Resuelva el ejercicio anterior suponiendo que la partícula lanzada entre los polos del imán se encuentra electrizada negativamente.

23.4 Movimiento circular en un campo magnético

❖ Frecuentemente se trabaja con vectores perpendiculares a un cierto plano y que pueden ser "entrantes" o bien, "salientes" del mismo. Por ejemplo: en la sección anterior hubo casos en los cuales un vector —a veces una fuerza, en otras ocasiones, una velocidad, y en otras más un campo magnético— se indicaban perpendiculares al plano de la ilustración.

En estas condiciones, los vectores suelen representarse en la forma que se indica en la Figura 23-16. En (a) se simboliza un vector perpendicular al plano del esquema y "entrante" al mismo. Con esta forma de representación se trata de dar la idea de una flecha vista desde su parte posterior; es decir, una flecha que se aleja del lector. En (b) se representa un vector que es "saliente" de la ilustración, es decir, indica la punta de una flecha vuelta hacia el lector, o que se dirige hacia éste.

(a) ⊗ o bien, ×

(b) ⊙ o bien, •

FIGURA 23-16 Representación de vectores perpendiculares al plano de la ilustración; en (a) entrantes, y en (b) salientes de dicho plano.

❖ **Carga proyectada con $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$.** En la Figura 23-27 se representa un campo magnético uniforme $\vec{B}$, utilizando la convención que acabamos de describir. Observemos que este campo es "entrante" en el plano de la ilustración.

Una partícula electrizada positivamente con carga *q*, es lanzada desde el punto *P*, en el interior del campo, con una velocidad $\vec{v}$. Como muestra la Figura 23-17, tal velocidad, que está en el plano del dibujo, es perpendicular al campo

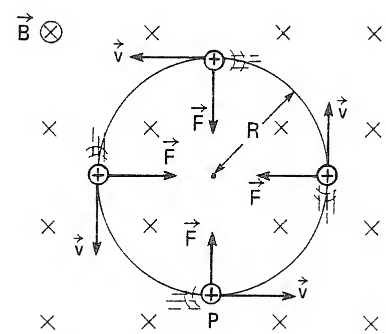


FIGURA 23-17 Partícula electrizada que describe una trayectoria circular en un campo magnético.

magnético, o sea, el vector $\vec{v}$ es perpendicular al vector $\vec{B}$.

Si empleamos la "regla de la palma de la mano derecha" podemos comprobar que la fuerza magnética $\vec{F}$, que actúa sobre la partícula en el punto P, tiene el sentido mostrado en la figura. Como sabemos, esta fuerza siempre es perpendicular al vector $\vec{v}$. De modo que la fuerza $\vec{F}$ provocará una modificación en la dirección de la velocidad de la partícula, sin que por ello altere su magnitud. De esta manera, la partícula describirá una trayectoria curva, y la fuerza magnética actuará continuamente sobre ella, manteniéndose siempre perpendicular a su velocidad. Como consecuencia, la trayectoria de la partícula será una circunferencia; es decir, el movimiento de esta partícula dentro del campo magnético (por la acción única de la fuerza magnética), será un *movimiento circular uniforme* (Fig. 23-17).

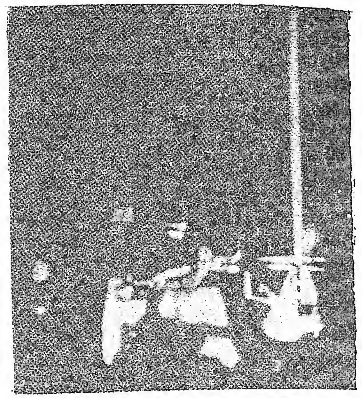
Las fotos de la Figura 23-18 indican la comprobación experimental de lo que acabamos de afirmar. En (a) vemos un haz de electrones lanzados verticalmente hacia arriba por un dispositivo especial denominado "cañón electrónico". Al aplicar, en la región por donde pasa el haz, un campo magnético uniforme y perpendicular al plano de la fotografía, el haz se curvea, y los electrones describen un movimiento circular como el indicado en (b).

❖ **Radio de la trayectoria descrita por la carga.** Podemos calcular con facilidad el radio R de la trayectoria circular que la partícula electrizada describe dentro de un campo magnético uniforme. Para ello, basta observar que la fuerza magnética $\vec{F}$ proporciona la fuerza centrípeta necesaria para que la partícula describa el movimiento circular. Entonces, puede escribirse que

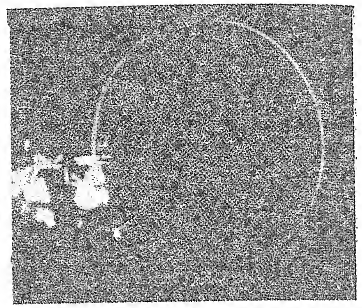
$$F = m\frac{v^2}{R}$$

donde m es la masa de la partícula. Por otra parte, sabemos que la fuerza magnética está dada por $F = Bqv$ sen θ, y como en este caso tenemos θ = 90° (ya que $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$), resulta que

$$F = Bqv$$



(a)



(b)

FIGURA 23-18 Haz de electrones lanzado por un cañón electrónico. En (a), sin la presencia del campo magnético, y en (b), sujeto a la acción del campo magnético establecido.

Si igualamos estas dos expresiones de F tendremos:

$$m\frac{v^2}{R} = Bqv \quad \text{donde} \quad \boxed{R = \frac{mv}{Bq}}$$

Este análisis que acabamos de realizar tiene una importante aplicación en la física moderna, la cual será descrita en *Un tema especial* (Sección 23.6) presentada en este capítulo.

EJEMPLO

Suponga que el radio de la trayectoria descrita por los electrones en la Figura 23-18 es $R = 5.0$ cm. Sabiendo que la magnitud del campo magnético aplicado al haz es $B = 6.0 \times 10^{-4}$ T, determine la velocidad con la cual los electrones son emitidos por el "cañón electrónico".

Esta velocidad es la misma que poseen los electrones cuando describen el movimiento circular. De manera que de la expresión

$$R = \frac{mv}{Bq} \quad \text{vemos que} \quad v = \frac{BqR}{m}$$

En la tabla que se encuentra al final de este libro, obtenemos la carga q y la masa m del electrón:

$$q = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C} \quad \text{y} \quad m = 9.1 \times 10^{-31}\text{ kg}$$

De modo que

$$v = \frac{BqR}{m} = \frac{6.0 \times 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5.0 \times 10^{-2}}{9.1 \times 10^{-31}}$$

donde

$$v = 5.2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

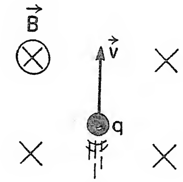
Como puede observarse, la velocidad de los electrones en este caso es muy elevada.

EJERCICIOS

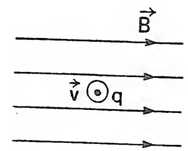
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

17. Analice los diagramas presentados en la figura de este ejercicio y responda:

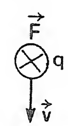
a) Cuál es la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre una carga q positiva, la cual se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$, como se indica en el diagrama (a).



(a)



(b)



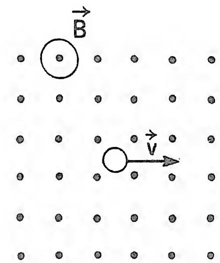
(c)

Ejercicio 17

b) Cuál es la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la carga q negativa, la cual se desplaza con una velocidad $\vec{v}$ en el campo magnético $\vec{B}$, según se muestra en el diagrama (b).

c) Cuál es la dirección y el sentido del campo magnético que ejerce sobre la carga positiva q, la fuerza magnética $\vec{F}$, según se muestra en el diagrama (c). Se sabe que $\vec{B}$ es perpendicular a la velocidad $\vec{v}$ de la carga q.

18. Una partícula electrizada positivamente, colocada en un campo magnético uniforme, es proyectada hacia la derecha con una velocidad $\vec{v}$, como indica la figura de este ejercicio. Trace en la figura, la trayectoria que describirá la partícula.



Ejercicio 18

19. En el ejercicio anterior, dibuje la trayectoria de la partícula, suponiendo que su carga es negativa.

20. En la foto de la Figura 23-18, diga si el campo magnético que se aplicó al haz de electrones, es "entrante", o bien, "saliente" de la hoja de papel.

21. Considerando el movimiento de los electrones mostrados en la Figura 23-18, diga si el radio de la trayectoria descrita por el haz aumenta, dismi-

nuye o no cambia en cada uno de los casos siguientes:

a) El "cañón electrónico" emite los electrones con una velocidad dos veces mayor.

b) El valor del campo magnético aplicado al haz se duplica.

c) Las modificaciones descritas en (a) y (b) se realizan en forma simultánea.

23.5 Fuerza magnética sobre un conductor

❖ **Conductor en un campo magnético.** Consideremos un conductor rectilíneo, de longitud *L*, recorrido por una corriente *i*, y colocado en un campo magnético $\vec{B}$ que actúa en dirección perpendicular al plano de la ilustración, como se indica en la Figura 23-19. Sabemos que la corriente eléctrica en el conductor se puede considerar, para cualquier efecto, constituida por cargas positivas en movimiento. Entonces, el campo magnético $\vec{B}$ actuará sobre estas cargas móviles, ejerciendo sobre cada una de ellas la fuerza individual $\vec{f}$. Usando la "regla de la palma de la mano derecha", podrá encontrarse fácilmente el sentido de $\vec{f}$. Si se aplica esta regla a la situación mostrada en la Figura 23-19, se comprobará que la fuerza que actúa sobre cada carga móvil de la corriente, tiene el sentido que ahí se indica.

Como consecuencia de esta acción del campo magnético sobre las cargas que constituyen la corriente, en el conductor actuará una fuerza total $\vec{F}$, que no es más que la resultante de las fuerzas $\vec{f}$. Obsérvese que $\vec{F}$ también se encuentra indicada en la Figura 23-19.

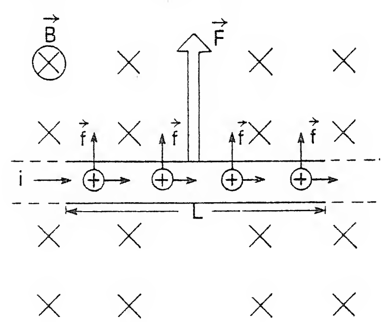


FIGURA 23-19 Conductor recto que lleva una corriente eléctrica y está colocado en un campo magnético.

La Figura 23-20 presenta un experimento muy sencillo que ilustra la existencia de esta fuerza magnética sobre un conductor: un alambre metálico *CD*, colgado entre los polos de un imán, es desplazado lateralmente por la fuerza magnética $\vec{F}$ al ser recorrido por una corriente. Observemos que el sentido de esta fuerza se puede determinar con ayuda de la "regla de la palma de la mano derecha", como se indica en la Figura 23-20 (el dedo pulgar debe apuntar en el sentido de la corriente convencional, es decir, en el sentido del movimiento de cargas positivas).

❖ **Cálculo de la fuerza que actúa sobre el conductor.** En la Figura 23-19, sea q la carga de cada partícula móvil de la corriente, y $\vec{v}$ su velocidad. Como el conductor está colocado perpendicularmente al campo $\vec{B}$, el valor de la fuerza $\vec{f}$ que actúa en cada partícula será

$$f = Bqv \quad (\text{pues } \theta = 90°)$$

Siendo N el número de cargas móviles que existen en la longitud L del conductor, es claro que el valor $\vec{F}$ será

$$F = Nf \quad \text{o bien,} \quad F = NBqv = B(Nq)v$$

Debe observarse que (Nq) representa la carga móvil total que existe en el tramo L. Entonces, siendo Δt el tiempo que esta carga tarda en desplazarse una distancia L, podemos concluir que la intensidad de la corriente en el alambre está dada por

$$i = \frac{Nq}{\Delta t} \quad \text{donde} \quad Nq = i\Delta t$$

Pero como $\vec{v}$ es la velocidad de cada partícula, resulta claro que

$$L = v\Delta t \quad \text{donde} \quad v = \frac{L}{\Delta t}$$

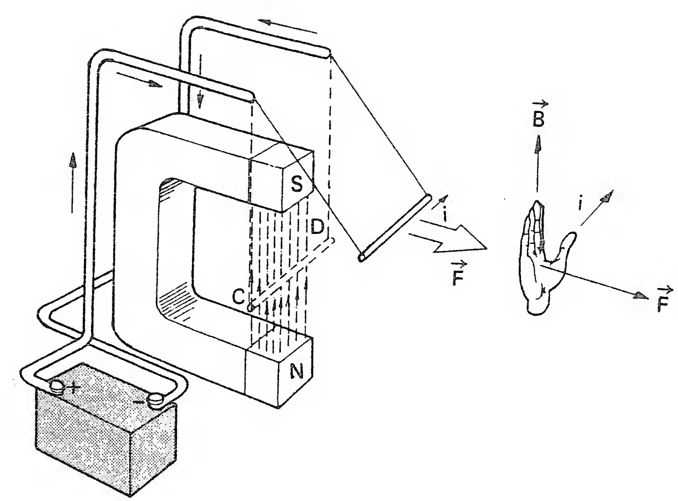


FIGURA 23-20 *La regla de la palma de la mano derecha,* puede ser utilizada para determinar el sentido de la fuerza que actúa sobre un conductor por el que pasa una corriente eléctrica y está situado en un campo magnético.

Al llevar las expresiones de (Nq) y v a la ecuación $F = B(Nq)v$, tendremos

$$F = B(i\Delta t)\frac{L}{\Delta t} \quad \text{donde} \quad F = BiL$$

Esta expresión se obtuvo para el caso en el cual el conductor es perpendicular al campo magnético. Es fácil concluir que si el conductor formase un ángulo θ con $\vec{B}$, tendríamos la siguiente expresión para la fuerza en el conductor:

$$\boxed{F = BiL \operatorname{sen} \theta}$$

Así pues, en resumen podemos decir que:

> si un conductor rectilíneo, de longitud L y recorrido por una corriente i, se coloca en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, sobre tal cuerpo actuará una fuerza magnética $\vec{F}$ dada por
>
> $$F = BiL \operatorname{sen} \theta$$
>
> donde θ es el ángulo formado por el conductor y el vector $\vec{B}$. La fuerza $\vec{F}$ es perpendicular al conductor, y su sentido se puede determinar mediante la "regla de la palma de la mano derecha".

❖ **Una aplicación: el galvanómetro.** La fuerza que actúa sobre un conductor recorrido por una corriente y colocado en un campo magnético, se emplea para hacer funcionar una gran variedad de aparatos eléctricos de medición, como amperímetros y voltímetros (que son *galvanómetros*, en general).

Para entender mejor el funcionamiento de estos instrumentos vamos a analizar la Figura 23-21. En esta figura se ve un conductor doblado que forma un rectángulo abierto *CDEG*, que se denomina "espira rectangular". Dicha espira se encuentra colocada entre los polos de un imán, o sea, que está situada en un campo magnético $\vec{B}$. Al hacer pasar una corriente i por la espira en el sentido que se indica en la Figura 23-21, es fácil observar que el lado *CD* quedará sujeto a la acción de una fuerza magnética $\vec{F}$, dirigida hacia arriba. Sobre el lado *EG* de la espira actuará la fuerza $\vec{F}'$, de igual magnitud pero de sentido contrario a $\vec{F}$. Estas dos fuerzas, $\vec{F}$ y $\vec{F}'$, tienden entonces a hacer que la espira gire alrededor del eje *OP*, en el sentido indicado por la flecha curva.

Este efecto de tendencia a la rotación observado en la espira se emplea en la construcción de los galvanómetros. De modo general, para aumentar el efecto de rotación (aumentar la

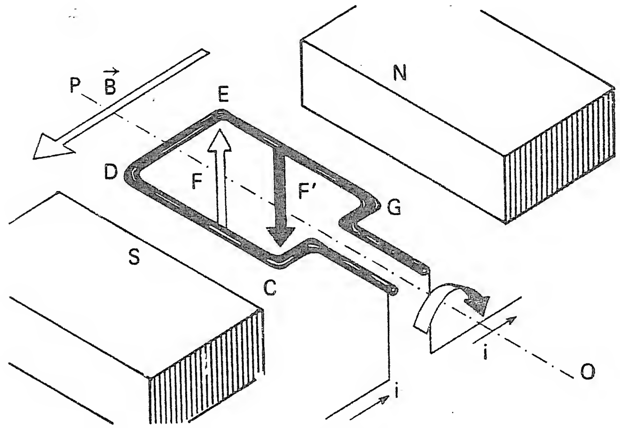


FIGURA 23-21 Una espira rectangular recorrida por una corriente eléctrica y colocada en un campo magnético, tiende a girar como se indica.

sensibilidad del instrumento), se utilizan varias espiras que suelen colocarse sobre un cilindro, como se indica en la Figura 23-22. Adaptados al cilindro se tienen un resorte en espiral y una aguja que se desplaza frente a una escala. Cuando pasa corriente por el aparato, las espiras

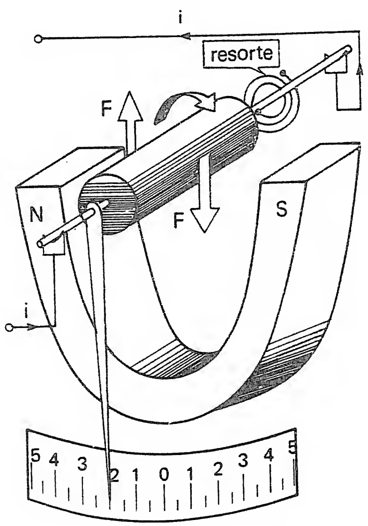


FIGURA 23-22 El funcionamiento de los galvanómetros se basa en el efecto de rotación que los campos magnéticos producen en espiras que conducen corriente eléctrica.

giran (junto con el cilindro) y provocan una deformación en el resorte. El resorte deformado se opone al efecto de rotación de las fuerzas que actúan sobre la espira, haciendo que la aguja se detenga en determinada posición de la escala. Cuanto mayor sea la corriente que pasa por el instrumento, tanto mayor será el efecto de rotación de las fuerzas magnéticas, y por tanto, mayor será también el desplazamiento de la aguja sobre la escala. De esta manera, mediante la escala graduada, el instrumento podrá emplearse para proporcionar el valor de la corriente que pasa a través de él (Fig. 23-22).

La Figura 23-23 presenta una fotografía de un miliamperímetro que se emplea mucho en los laboratorios de enseñanza, y cuyo funcionamiento se basa en el estudio que acabamos de realizar.

❖ **Otra aplicación: el motor de corriente continua (CC).** Gran parte de los motores eléctricos que se utilizan en la actualidad también funcionan con base en el efecto de rotación de las fuerzas que actúan en espiras (o en grupos de éstas, llamados *bobinas*) colocadas en un campo magnético. Aquí únicamente describiremos motores de CC como los "motores de arranque", de los automóviles, o los motores de pilas que se emplean en pequeños coches de juguete.

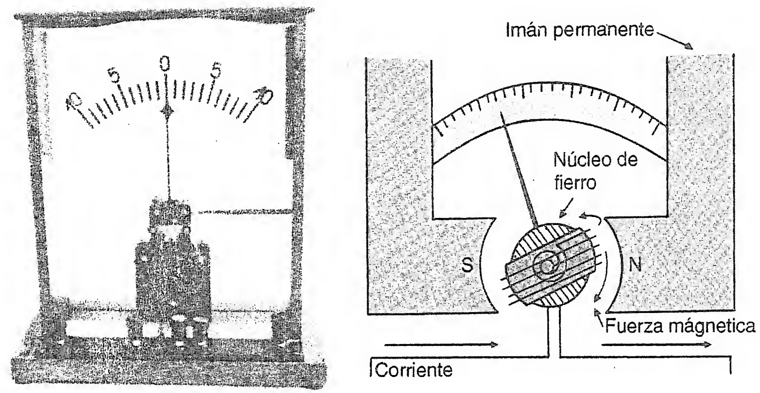


FIGURA 23-23 Tipo de miliamperímetro que se emplea en algunos laboratorios de enseñanza.

La Figura 23-24 es un modelo muy sencillo de un motor de CC. Observemos que este dispositivo se parece mucho al de la Figura 23-21. Pero, los elementos conductores *E* y *E'* únicamente tocan los extremos *C* y *G* de la espira. Estas piezas *E* y *E'* se denominan *escobillas* del motor. Cuando la espira entra en rotación, sus extremos *C* y *G* pierden contacto con las escobillas, hasta que dan una media vuelta. En este momento, el extremo *C* se pone en contacto con la escobilla *E'*, y el extremo *G* con la escobilla *E*. De manera que es fácil observar que a cada contacto de la espira con las escobillas, las fuerzas magnéticas actúan sobre aquélla haciendo que continúe girando siempre en el mismo sentido.

Debemos observar en la Figura 23-24, que por la espira sólo pasa corriente cuando sus extremos entran en contacto con las escobillas, y las fuerzas magnéticas la impulsan sólo en estos momentos. Para aumentar la potencia de los motores, generalmente se construyen con

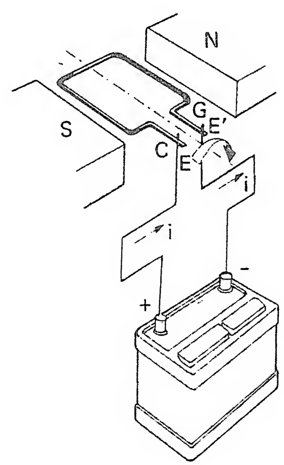
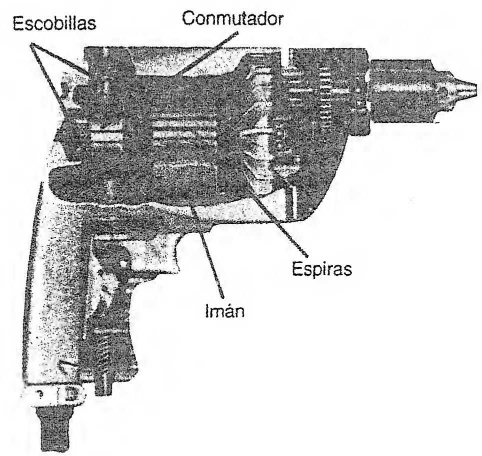


FIGURA 23-24 Modelo simple de motor de corriente continua.



Vista interior de un taladro eléctrico, en la que se muestran las partes más importantes de su motor.

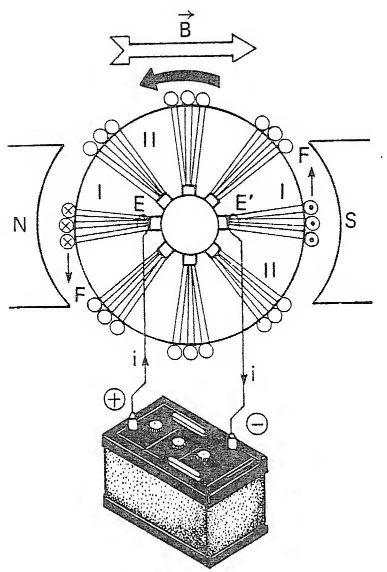


FIGURA 23-25 Motor de corriente continua (CC), cuyo rotor está construido con varios conjuntos de espiras.

diversos grupos de espiras, como muestra la Figura 23-25 (vista de frente del motor). En la posición indicada en esta figura, las escobillas E y E' se encuentran en contacto con las espiras I, sobre las cuales están actuando entonces las fuerzas magnéticas que impulsan al motor en el sentido indicado. Poco después, dichas espiras pierden contacto con las escobillas, siendo sustituidas por las II, las cuales reciben un impulso en el mismo sentido, y así sucesivamente. De manera que en un motor de este tipo habrá mayor continuidad en su movimiento de rotación.

La Figura 23-26 es una foto de un motorcito de corriente continua, del tipo que acabamos de describir, y que se emplea en demostraciones experimentales en los laboratorios de enseñanza de Física.

EJEMPLO

Un conductor *CD*, de 30 cm de longitud, está suspendido horizontalmente de un resorte, dentro de un campo magnético uniforme $B = 0.10$ T, como muestra la Figura 23-27.

FIGURA 23-26 Un pequeño motor de CC que se emplea para demostraciones en algunos laboratorios de enseñanza.

a) Haciendo pasar por el conductor una corriente $i = 10$ A, dirigida de *C* hacia *D*, ¿cuál será el sentido y el valor de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actuará sobre el alambre?

Empleando la "regla de la palma de la mano derecha" se halla que la fuerza magnética $\vec{F}$ está dirigida verticalmente hacia abajo, como se indica en la Figura 23-27.

Observando que la dirección del conductor es perpendicular a $\vec{B}$ ($\theta = 90°$), tendremos el siguiente valor para la fuerza $\vec{F}$:

$F = BiL = 0.10 \times 10 \times 0.30$

o bien,

$F = 0.30$ N

b) Sabiendo que la masa del conductor es m = 20 g y que la constante elástica del resorte es $k = 20$ N/m,

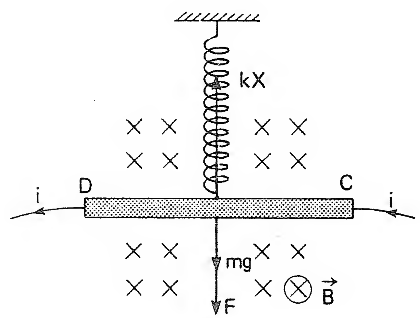


FIGURA 23-27 Para el Ejemplo de la Sección 23.5.

determine la deformación que presenta el resorte (considere $g = 10$ m/s^2).

Como el peso del conductor y la fuerza magnética que actúa sobre él se encuentran dirigidos hacia abajo, el resorte sufrirá un alargamiento X. En la posición de equilibrio, la fuerza ejercida por el resorte (kX) equilibrará al peso del conductor (mg), así como a la fuerza magnética (F). Entonces podemos escribir:

$$kX = mg + F$$

Pero: $mg = (20 \times 10^{-3}) \times 10 = 20 \times 10^{-2}$

o bien, $mg = 0.20$ N.

Entonces, recordando que $F = 0.30$ N, tendremos finalmente que

$20X = 0.20 + 0.30$

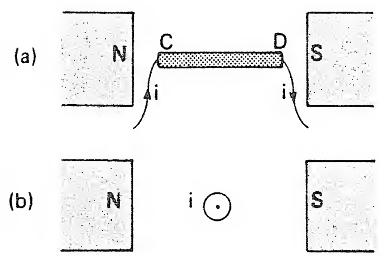
donde

$X = 2.5 \times 10^{-2}$ m $= 2.5$ cm

EJERCICIOS

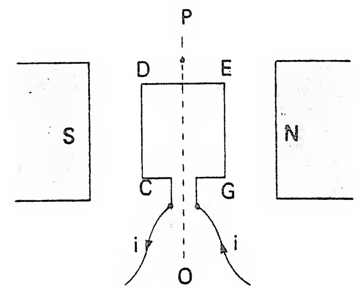
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Un conductor *CD*, cuya longitud es $L = 25$ cm, y por el que circula una corriente $i = 3.0$ A, se encuentra colocado en un campo magnético uniforme $B = 0.20$ T, existente entre los polos de un imán. Determine el valor y el sentido de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa sobre él en los casos siguientes:
a) El conductor está colocado en la posición que se muestra en (a) en la figura de este ejercicio.
b) El conductor se encuentra en la posición mostrada en (b) en la figura de este ejercicio (la corriente "sale" del plano de la ilustración).



Ejercicio 22

23. La figura de este ejercicio muestra una espira rectangular *CDEG*, situada en el plano de la ilustración y colocada entre los polos de un imán. Observando el sentido de la corriente que pasa por la espira, responda:



Ejercicio 23

a) ¿Cuál es el sentido de la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados *GE*, *ED* y *DC* de la espira?
b) Describa el movimiento que tal espira tiende a adquirir.

24. En la Figura 23-24, diga qué sucederá a la rotación del motor si efectuamos las modificaciones siguientes:
a) Intercambiar las posiciones de los polos *N* y *S*.
b) Invertir el sentido de la corriente de manera que entre por la escobilla E'.
c) Efectuar en forma simultánea las dos modificaciones descritas en (a) y en (b).

25. Considere el ejemplo resuelto al final de esta sección, pero suponga que el campo magnético $\vec{B}$ de la Figura 23-27, "sale" del plano de la ilustración. En estas condiciones, responda:
a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante que actuaría sobre el resorte?
b) ¿El resorte sería estirado o comprimido?
c) ¿Cuál sería el valor de la deformación, *X*, del resorte?

Señal de las cargas que se mueven en un conductor metálico

Desde el inicio de nuestro curso de Electricidad, señalamos que en un metal existen electrones libres que se mueven, constituyendo una corriente eléctrica, cuando le aplicamos un voltaje. Analizaremos, a continuación, el experimento realizado por el físico estadunidense E. Hall, a finales del siglo pasado, que le permitió verificar que la corriente eléctrica establecida en un metal está constituida por *cargas negativas*.

Consideremos la Figura I, que presenta una placa metálica, en los extremos P y Q de la cual se aplicó una diferencia de potencial, siendo P el punto de potencial más alto. Además, un campo magnético $\vec{B}$ es aplicado perpendicularmente al plano de la placa, como se muestra en la figura. En la época de Hall, no se tenía la certeza de que la corriente eléctrica en la placa estuviera constituida por cargas positivas que se desplazaban de P a Q (*véase* Figura Ia), o por cargas negativas que se desplazaban de Q a P (*véase* Figura Ib).

Si las cargas que se desplazan fueran positivas, es fácil observar que el campo magnético aplicado ejercería en ellas una fuerza magnética $\vec{F}$, en el sentido que se ilustra en la Figura Ia. Por tanto, esas cargas se desplazarían hacia la lateral M de la placa y, entonces, tendríamos una acumulación de cargas positivas en M, con un consecuente exceso de cargas negativas en N. De esta manera, se establecería entre M y N un voltaje V_{MN}, siendo $V_M > M_N$. Si las cargas que se desplazan fueran negativas, el campo magnético aplicado ejercería en ellas una fuerza magnética $\vec{F}$, también dirigida hacia la lateral M, como se muestra en la Figura Ib (verifique esto utilizando la "regla de la palma de la mano derecha").

Por tanto, habrá inclusive en este caso, una diferencia de potencial V_{MN}, pero ahora, con $V_M < V_N$ (cargas negativas en la lateral M). Al medir el voltaje V_{MN} en la situación analizada, Hall comprobó que siempre se tiene, en cualquier metal, $V_M < V_N$. Entonces, llegó a la conclusión de que la hipótesis mostrada en la Figura Ib es aquella que corresponde a la situación real; es decir, la corriente en el metal está constituida por el movimiento de cargas negativas. En aquel entonces, como veremos en el capítulo siguiente, el electrón aún no había sido descubierto y los físicos de la época, entre ellos el propio Hall, interpretaban este resultado como si la corriente estuviera constituida por un fluido eléctrico negativo en movimiento.

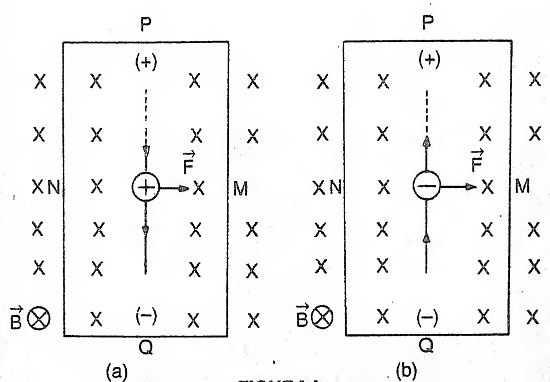


FIGURA I

23.6 Un tema especial (para aprender más)

El ciclotrón

❖ **Partículas con alta energía se necesitan en la Física moderna.** Cuando el núcleo atómico de un elemento radioactivo se desintegra, además de otras radiaciones, emite partículas α, las cuales, como usted ya debe saber, están constituidas por dos protones y dos neutrones, y son núcleos de átomos de helio.* Estas partículas pueden utilizarse para producir la desintegración de elementos no radioactivos. Para esto, son lanzadas contra los núcleos de estos últimos, y al llegar a ellos, ocasionan una reacción nuclear. Todavía en 1930, este era el único

* **N. del R.** Por analogía con otras denominaciones, a estas partículas podría designárseles, más descriptivamente, como *heliones*.

Ernest Orlando Lawrence (1901-1958). Físico estadunidense, ganador del premio Nobel de Física en 1939 por haber inventado el *ciclotrón*, el primer acelerador de partículas subatómicas para obtener corpúsculos de alta energía. Inicialmente profesor de Física en la Universidad de Yale, se trasladó después a la Universidad de California, en Berkeley. Ahí, utilizando uno de los ciclotrones que había construido él mismo, Lawrence obtuvo el primer elemento artificial (que no se encuentra en la naturaleza), el cual recibió el nombre de "tecnecio" (*technetium*). El invento del ciclotrón hizo posible un gran avance en el campo de la física de las partículas, y el descubrimiento de isótopos radioactivos que ocasionaron avances también en los campos de la Química, la Biología y la Medicina. Además de sus trabajos en el área de la física nuclear, Lawrence inventó y patentó un cinescopio de televisión cromática (o a colores). A este gran físico se le tributaron numerosos reconocimientos, además del Premio Nobel, entre ellos, el haber dado el nombre de "laurencio" (*lawrencium*) a un elemento creado artificialmente.

medio de que disponían los físicos para producir reacciones nucleares en forma artificial. Pero como la energía de dichas partículas α es relativamente pequeña, no llegaban a los núcleos más pesados (con mayor número atómico o "número de carga"), debido a la fuerte repulsión que sufrían al aproximarse a estos núcleos. Así pues, en aquella época, resultaba prácticamente imposible obtener reacciones nucleares con núcleos pesados.

Para resolver este problema, pues el interés en las investigaciones de las reacciones nucleares era muy grande, los físicos trataron de construir dispositivos capaces de proporcionar partículas atómicas de alta energía. El generador de Van de Graaff, que describimos y analizamos en *Un tema especial* del Capítulo 20, fue uno de los primeros instrumentos inventados con esta finalidad. Otro dispositivo, ideado aproximadamente en la misma época y con el mismo objeto, fue el *ciclotrón*. Este aparato lo construyó el físico estadunidense Ernest O. Lawrence, quien en 1931 hizo funcionar el primero de ellos (Fig. 23-28). Gracias a este invento, y por el estudio de un gran número de reacciones nucleares que pudieron obtenerse con tal máquina, Lawrence recibió el premio Nobel de Física en 1939.

❖ **Principio del funcionamiento del ciclotrón.** El principio físico en el cual se basa la construcción del ciclotrón se describió en la Sección 23.4 de este capítulo. Ahí vimos que una partícula electrizada con carga q, lanzada a un campo magnético uniforme $\vec{B}$ y con una velocidad $\vec{v}$ perpendicular a este campo, describe una trayectoria circular por la acción de una fuerza magnética que actúa sobre la partícula. Mostramos que el radio de esta trayectoria está dado por

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

donde m es la masa de la partícula.

Podemos calcular el periodo T (tiempo de una revolución o vuelta completa) de este movimiento circular, si recordamos que $T = 2\pi R/v$. Entonces, sustituyendo la expresión anterior de R tendremos:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{Bq}$$

donde

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

Por tanto, esta expresión muestra que el periodo de rotación de la partícula no depende de R, ni

FIGURA 23-28 Ciclotrón construido por el físico estadunidense Ernest Lawrence.

de v. En otras palabras, cualquiera que sea el radio de la trayectoria, el tiempo transcurrido para efectuar una vuelta completa será el mismo. Esto se verifica porque cuanto mayor sea la velocidad con la cual es lanzada la partícula al campo magnético, tanto mayor será el radio de la trayectoria que describirá.

Como mostramos en seguida, el hecho de que el periodo de movimiento de la partícula en el campo magnético no dependa del radio de la trayectoria, desempeña un papel muy importante en el funcionamiento del ciclotrón.

❖ **Cómo funciona un ciclotrón.** La Figura 23-29 presenta en forma esquemática los principales componentes de un ciclotrón. Vemos que está constituido por dos cámaras metálicas huecas con la forma de la letra D (D_1 y D_2 en la Figura 23-29), colocadas en el campo magnético producido por un poderoso electroimán (la figura presenta únicamente el polo norte de este aparato). Entre los terminales P y Q se aplica una tensión alterna de alta frecuencia, a fin de crear en el espacio entre D_1 y D_2 un campo eléctrico también alterno, es decir, cuyo sentido sea unas veces de D_1 hacia D_2, y otras el sentido contrario.

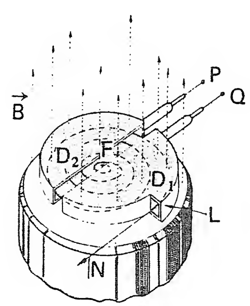
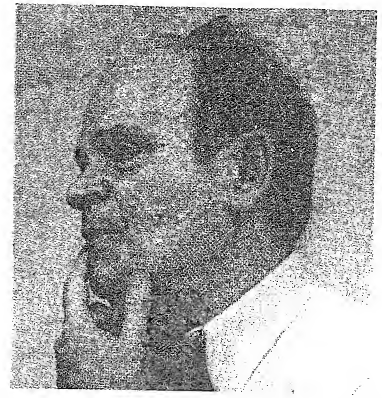


FIGURA 23-29 Esquema de un ciclotrón, en el cual vemos las cámaras metálicas en forma de *D*.



César Lattes (1924-). Nacido en Curitiba, Brasil, el físico César Lattes estudió en la Universidad de São Paulo. Se inició en los trabajos de investigación en el campo de la física de las partículas, con el científico italiano Occhialini, quien en aquella época enseñaba en dicha universidad. Habiéndose trasladado a Bristol, en Estados Unidos de América, junto con Occhialini y el físico inglés Powell, y tras de examinar placas fotográficas que había expuesto a la acción de los rayos cósmicos en los Andes Bolivianos, Lattes estableció la existencia del *mesón* π. En 1948 logró la producción artificial de estas partículas por medio del sincrociclotrón del *Lawrence Laboratory*, en la Universidad de Berkeley. Fue uno de los fundadores del Centro Brasileño de Investigaciones de Física, en Río de Janeiro; ha impartido cátedras en diversas universidades brasileñas, y es uno de los grandes impulsores del desarrollo científico en su país.

Un dispositivo que emite iones de baja energía (protones o deuterones) se coloca en el punto F, situado entre D_1 y D_2 en la posición indicada en la Figura 23-29. Supóngase que un ion (por ejemplo, un protón) es producido en F en el instante en que el campo eléctrico está dirigido de D_2 hacia D_1. Este ion será acelerado por este campo eléctrico, y penetrará al interior de D_1 con cierta velocidad. En esta región describirá una trayectoria circular debida a la acción del campo magnético, y regresará al espacio entre D_1 y D_2. Si el periodo con el cual alterna el campo eléctrico es igual al periodo del movimiento circular de la partícula, al salir de D_1 encontrará el campo eléctrico dirigido precisamente de D_1 hacia D_2. De manera que el protón sufrirá una nueva aceleración, adquiriendo mayor energía y penetrando al interior de D_2

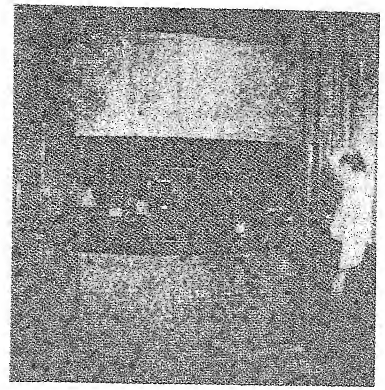


FIGURA 23-30 Ciclotrón del laboratorio de Argonne.

con mayor velocidad. En D_2 describirá entonces una trayectoria con un radio mayor, pero a pesar de ello, permanecerá en D_2 el mismo tiempo que permaneció en D_1. Al salir de D_2 el protón hallará el campo eléctrico dirigido de D_2 hacia D_1 y volverá a ser acelerado, adquiriendo una energía aún mayor.

Este proceso se repite un gran número de veces, haciendo que el ion tenga una energía muy elevada al salir por la abertura lateral L (Fig. 23-29), donde se coloca el *objetivo*, es decir, la sustancia que contiene los núcleos que van a ser bombardeados.

En los ciclotrones, más modernos, como el que se observa en la Figura 23-30, los protones efectúan unas 100 vueltas completas en el interior del instrumento, y adquieren una energía igual a la que tendrían si fuesen acelerados por una diferencia de potencial de aproximadamente 12 millones de volts (en otras palabras, una energía de 12 millones de electronvolts, o sea, 12 MeV).*

❖ **Qué es un sincrociclotrón.** Un hecho relacionado con la Teoría de la Relatividad impide que la energía de un ion en un ciclotrón alcance valores muy superiores al citado. En *Un tema especial* del Capítulo 6 vimos que la masa de un cuerpo

* **N. del R.** Es decir, una tensión de n megavolts (MV) producirá en un protón (con carga elemental) una energía de n megaelectronvolts (MeV), al acelerarlo en un ciclotrón.

aumenta a medida que su velocidad se incrementa. Pero estas variaciones de la masa solamente son apreciables a partir del instante en que la velocidad del cuerpo se vuelve superior a 10% de la velocidad de la luz. Como las velocidades que una partícula alcanza en un ciclotrón son muy grandes, la variación en su masa puede ser considerable. Entonces, conforme la partícula en el interior del instrumento adquiere una mayor energía, su masa va aumentando, y la ecuación $T = 2\pi m/Bq$ muestra que el periodo de su movimiento también aumenta. Por tal motivo, deja de haber sincronismo entre el movimiento del ion y la alteración del campo eléctrico; es decir, al pasar entre D_1 y D_2, la partícula podrá encontrar el campo eléctrico en sentido contrario a su movimiento. En estas condiciones, el campo eléctrico ya no transfiere más energía a la partícula, alcanzándose así el límite energético que el ion adquiere.

Para superar esta dificultad, los físicos perfeccionaron el instrumento, construyendo un "ciclotrón sincronizado" que recibió el nombre de *sincrociclotrón*. En este acelerador de partículas, el periodo de alternación del campo eléctrico varía en forma automática, permaneciendo siempre igual al periodo del movimiento del ion que está siendo acelerado.

En 1948, un sincrociclotrón se instaló en Berkeley, California, en Estados Unidos de América, el cual permitió acelerar partículas α hasta una energía de 400 MeV (esto es como si las partículas fueran aceleradas por 200 millones de volts). Con este aparato, el científico brasileño César Lattes, trabajando junto con un colega estadunidense, logró producir artificialmente el mesón π, al bombardear diversas sustancias con partículas α. Este hecho tuvo una gran repercusión, porque el mesón π (o pion), que es una de la partículas elementales que constituyen la materia, se conocía muy poco y había sido descubierta recientemente. En la Figura 23-31 observamos una foto de este sincrociclotrón. El instrumento tiene casi 4.5 metros de diámetro, y con algunas modificaciones, hizo posible la aceleración de protones hasta una energía de 730 MeV.

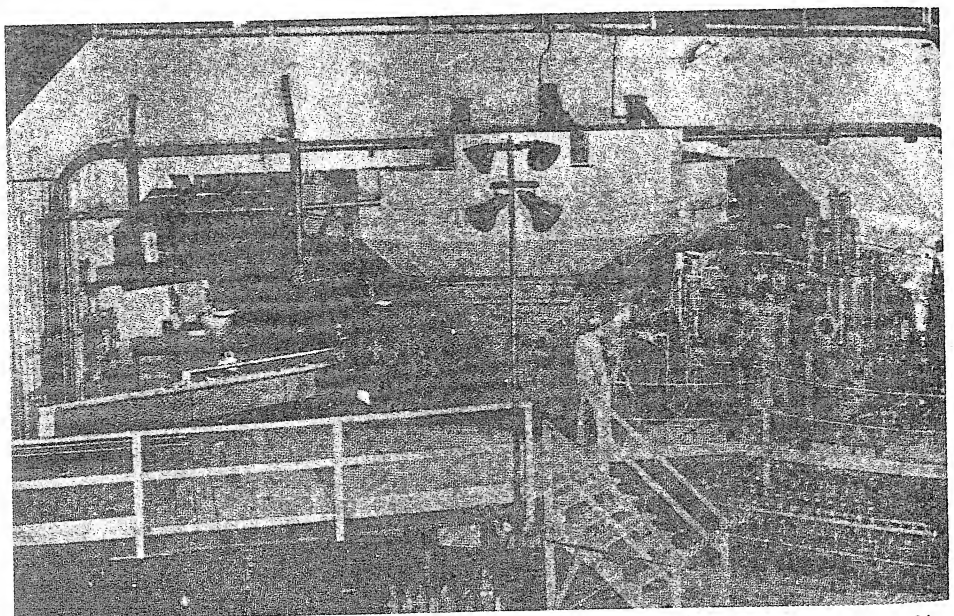


FIGURA 23-31 Sincrociclotrón del laboratorio de Berkeley, en California, E.U., con el cual el físico brasileño César Lattes produjo el *mesón* π (o pion).

Aceleradores de partículas modernos

Los primeros intentos para romper el núcleo de un átomo llevaron a la construcción de los aceleradores de partículas (Fig. I). El primer aparato de este

FIGURA I Rutherford, muestra el aparato que inventó con el cual logró obtener la desintegración de núcleos de nitrógeno, bombardeándolos con partículas alfa (no aceleradas, emitidas espontáneamente por elementos radiactivos).

tipo se construyó en Inglaterra, en 1930. Puede acelerar electrones con tensión de varios cientos de miles de volts (Fig. II). Poco tiempo después, E. Lawrence ponía a funcionar el primer ciclotrón que lograba dar a las partículas aceleradas energías de hasta 1 MeV. El perfeccionamiento de esos aparatos fue rápido y, como mencionamos en esta sección, en la década de los años 40 ya era posible encontrar sincrociclotrones de hasta 700 MeV.

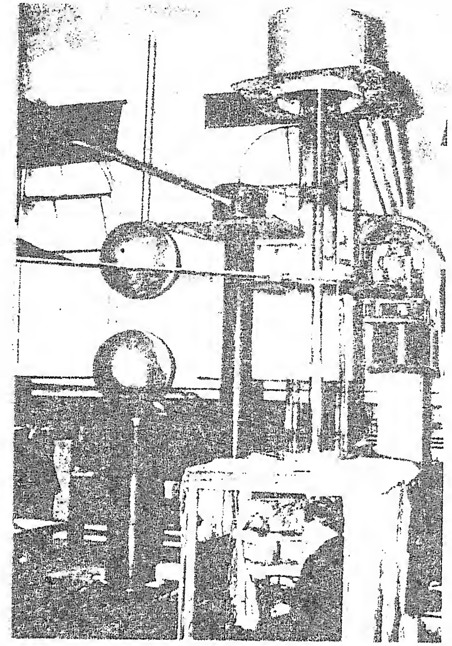


FIGURA II El primer acelerador de partículas de alto voltaje, construido en 1930, en Inglaterra.

Sin embargo, las investigaciones en el campo de la Física nuclear de altas energías, exigían aparatos capaces de generar partículas con energías mucho más altas que las mencionadas. Por ejemplo, en Ginebra, en el CERN* (Consejo Europeo de Inves-

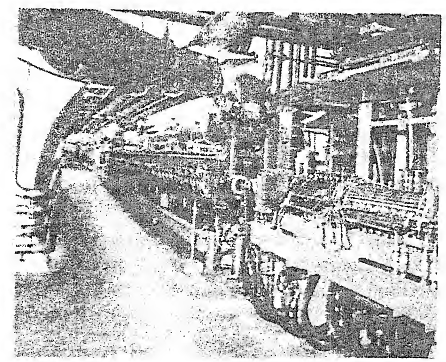


FIGURA III Supersincrotón de protones (SPS) de forma circular, con 6 km de longitud, construido en el CERN.

* El CERN tiene laboratorios de investigación nuclear construidos en las cercanías de Ginebra, Suiza, con recursos aportados por varios países de Europa. Esta asociación de países, para realizar investigación en este campo, se concretizó, principalmente, debido a los altísimos costos que implica montar laboratorios de alta energía.

tigación Nuclear), se construyó un aparato denominado *supersincrotón de protones* (SPS) de forma circular, de longitud aproximadamente igual a 6 km. La Figura III muestra parte de este aparato, que es capaz de proporcionar protones con energía de 50 BeV, es decir, como si hubieran sido acelerados por una diferencia de potencial de ¡50 mil millones de volts! Este aparato significó un notable progreso en la investigación de este campo, pero, aun así, estas altísimas energías no eran suficientes para obtener el conocimiento deseado de la estructura de la materia y sus partículas elementales. Por ese motivo, en el CERN mismo se puso en operación recientemente el LEP (large electron positron collider), con 27 km de longitud (también circular). Un acelerador gigantesco está en la fase de planeación, con 93 km de extensión. Se denomina "superconducting supercollider" (SSC).

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

26. Considere los átomos de carbono (C_6^{12}) y de oro (Au_{79}^{197}). Para provocar la desintegración de los núcleos de estos átomos, ¿cuál de ellos debe ser bombardeado con partículas de mayor energía? Explique.

27. *a)* Suponga que un protón necesite 2.5 μs en su primer paso por un *D* de un ciclotrón. En su centésimo paso por el mismo *D*, ¿el protón necesitará más tiempo, menos o igual que 2.5 μs?
b) ¿Con qué frecuencia el campo eléctrico del ciclotrón debe oscilar para acelerar este protón?

28. En el interior de cada *D* de un ciclotrón donde los iones se desplazan, se hace un alto vacío (del orden de 10^{-6} mmHg). ¿Por qué esto es indispensable para el buen funcionamiento del aparato?

29. En un ciclotrón, la diferencia de potencial entre D_1 y D_2 (los "des" del aparato) vale 2×10^5 V. Se desea que la partícula que está siendo acelerada adquiera una energía final de 12 MeV. Determine cuántas vueltas debe realizar la partícula en el ciclotrón, suponiendo que sea
a) un protón.
b) una partícula alfa.

30. En un sincrociclotrón, cuando la velocidad de la partícula se vuelve muy alta:
a) ¿Qué ocurre con el periodo de movimiento de la partícula en el interior del aparato? Explique.
b) Entonces, ¿qué alteración debe hacerse en la frecuencia de oscilación del campo eléctrico para que continúe transfiriendo energía a la partícula? ¿Por qué?
c) ¿Por qué con las velocidades alcanzadas en el ciclotrón este ajuste no era necesario?

31. En el interior de un ciclotrón un deuterón (núcleo del deuterio) se desplaza en una trayectoria circular de 2.0 m de radio. En determinado momento, el protón y el neutrón que constituyen el deuterón se separan sin que haya modificación en el módulo de la velocidad de cada partícula. Describa el tipo de trayectoria descrita, inmediatamente después de la desintegración.
a) Por el neutrón.
b) Por el protón.

32. Un ciclotrón fue ajustado para acelerar deuterones. Suponga que sea necesario ajustarlo para acelerar protones (cuya masa es la mitad de la masa del deuterón).
a) ¿Qué alteración debería hacerse para que no sea necesario modificar la frecuencia del campo eléctrico oscilante?
b) ¿Qué alteración debería hacerse si deseáramos mantener invariable el valor del campo magnético?

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga dudas.

1. *a)* ¿Qué se entiende por "imán natural"? ¿Y por "imán artificial"?
b) ¿Qué son los *polos* de un imán?

2. *a)* ¿Por qué una aguja magnetizada y suspendida se puede utilizar como brújula?
b) ¿Qué es el *polo norte* de un imán? ¿Y el *polo sur*?

3. *a)* ¿Entre qué polos de dos imanes existe una fuerza de atracción? ¿Y entre cuáles una fuerza de repulsión?
b) ¿Cuál es la explicación dada por Gilbert para el hecho de que una aguja magnética suspendida se oriente en la dirección Norte-Sur?
c) ¿Es posible obtener un imán que posea únicamente un polo (norte o sur)? Explique.

4. *a)* Describa el experimento de Oersted, ilustrando su explicación con un diagrama.
b) ¿Qué importante conclusión fue posible obtener de este experimento?
c) Diga, con sus propias palabras, lo que entiende por "electromagnetismo".

5. ¿En qué condiciones existirá una *fuerza magnética* entre dos cargas eléctricas?

6. *a)* ¿Cómo se debe proceder para crear un campo magnético en una región del espacio?
b) ¿Un campo magnético actúa sobre una carga eléctrica en reposo?

7. Explique cómo se determina, usando una pequeña aguja magnética, la dirección y el sentido del vector campo magnético, $\vec{B}$, en un punto dado.

8. *a)* Escriba la expresión matemática que proporciona el valor de la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica en movimiento en el interior de un campo magnético. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en dicha expresión.
b) Explique cómo puede determinarse la dirección y el sentido de esta fuerza.
c) ¿Cuál es la unidad de medida para la magnitud de $\vec{B}$ en el SI?

9. *a)* Explique lo que son las *líneas de inducción* de un campo magnético.
b) Trace un dibujo que indique cómo puede obtenerse en forma experimental un campo magnético uniforme.
c) En el dibujo realizado en (b), trace algunas líneas de inducción de dicho campo magnético.

10. *a)* ¿En qué condiciones una carga eléctrica describirá una trayectoria circular dentro de un campo magnético?
b) Recordando que la fuerza magnética constituye una fuerza centrípeta, muestre cómo se obtiene la expresión $R = mv/Bq$, que proporciona el radio de la trayectoria circular.

11. *a)* Escriba la expresión matemática que permite calcular la fuerza que un campo magnético ejerce sobre un conductor recorrido por una corriente y colocado en dicho campo. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en tal expresión.
b) Muestre cómo debe procederse para determinar la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el conductor.

12. *a)* Observando la Figura 23-22 describa, con sus propias palabras, cómo funciona el galvanómetro ahí presentado.
b) Observando las Figuras 23-24 y 23-25 describa, con sus propias palabras, el funcionamiento del motor de corriente continua.

CINCO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Usted ya debe saber que para determinar los puntos cardinales, basta colocarse de manera que el lado derecho de uno esté dirigido hacia el lugar por donde sale el Sol, es decir, hacia el oriente o este. En estas condiciones, el lado izquierdo indicará el poniente u oeste, el frente estará vuelto hacia el norte, y el sur se hallará a la espalda.

1. Siguiendo este método, determine el norte y el sur del lugar donde usted vive.

2. Tome una pequeña brújula y observe la orientación adquirida por su aguja magnética. Señale entonces en qué extremo se localiza el polo norte de la aguja.

3. Si usted tiene un imán cuyos polos no conoce, acérquelo a la aguja de la brújula, y determine cuál de los polos del imán es su polo norte, y cuál, su polo sur.

SEGUNDO EXPERIMENTO

Usted podrá obtener fácilmente la configuración de las líneas de inducción de un campo magnético, por ejemplo, la que se observa en la fotografía de la Figura 23-12. Para ello, coloque una hoja de cartulina (o incluso de papel) sobre un imán en forma de barra. A continuación, extienda cuidadosamente limaduras de fierro sobre la cartulina, sacudiendo ésta ligeramente. Observe la configuración que se obtiene con este procedimiento, y compárela con la de la Figura 23-12 (pueden conseguirse limaduras de fierro o acero en un taller mecánico o en una ferretería).

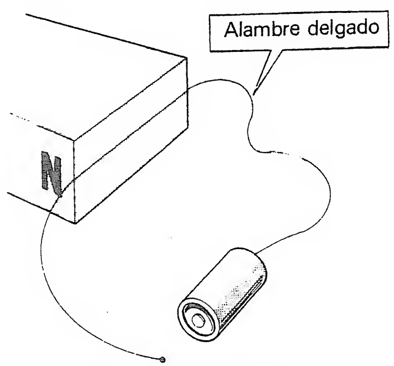
Si usted (o su escuela) posee un imán en forma de "U" (similar al de la Figura 23-13), trate de *configurar* las líneas de inducción de su campo magnético, utilizando el mismo proceso.

TERCER EXPERIMENTO

En la Sección 23.5 vimos que un conductor recorrido por una corriente y colocado en un campo magnético, queda sujeto a la acción de una fuerza perpendicular a él.

Usted podrá comprobar este hecho con el montaje siguiente: ponga un conductor de alambre muy delgado horizontalmente entre los polos de un imán (o en la proximidad de uno de los polos de un imán fuerte), y conecte uno de sus extremos a uno de las terminales de una pila seca (*véase* figura de este experimento). Haga contacto con el otro extremo del conductor usando el otro terminal de la pila, a fin de establecer en el mismo una corriente eléctrica. Sobre el alambre actuará una fuerza magnética, y usted podrá observar que se desplaza (hacia arriba o hacia abajo) debido a la acción de dicha fuerza. Compruebe si el desplazamiento que observa concuerda con el indicado por la *regla de la palma de la mano derecha*, que estudiamos en este capítulo.

Trate de prever mediante dicha regla, cuál deberá ser el sentido del desplazamiento del conductor, si fuese invertido el sentido de la corriente que pasa por él. Repita el experimento invirtiendo la polaridad de la pila, y compruebe si su previsión fue correcta. Cambiando ahora el sentido del campo magnético (intercambiando las posiciones de los polos del imán), establezca el sentido con base en la regla de la palma de la mano derecha, y compruebe esto experimentalmente.



Tercer Experimento

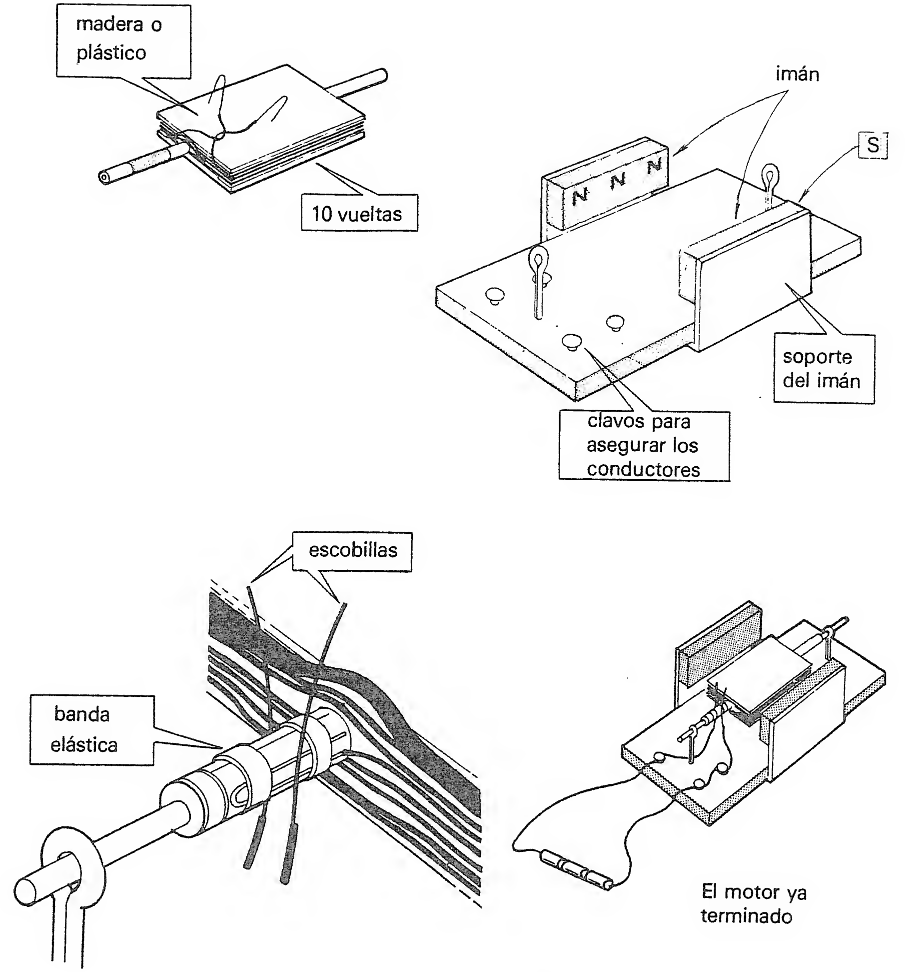
CUARTO EXPERIMENTO

En la prueba anterior usted observó la fuerza magnética ejercida por un imán sobre una corriente eléctrica.

También es posible observar esta fuerza cuando actúa sobre el filamento de una lámpara eléctrica común. Para ello, basta aproximar al bulbo de la lámpara encendida, uno de los polos de un imán. Como la corriente que pasa por el filamento es alterna, es decir, cambia periódicamente de sentido, la fuerza magnética sobre el filamento actuará unas veces en un sentido y otras en sentido contrario. Por tal motivo, el filamento oscilará, vibrando de manera similar a la cuerda de un violín. Si el bulbo de la lámpara es transparente, podrán observarse estas vibraciones. En caso de que las vibraciones no sean visibles con una lámpara común, utilice algún tipo de lámpara con filamento recto, es decir, que no esté en espiral.

QUINTO EXPERIMENTO

La figura de este experimento muestra un pequeño motor de corriente continua, muy sencillo, y algunos detalles que deben observarse en su montaje. Guiándose con la figura, trate de construir un motor de este tipo. Para crear el campo magnético, podrá emplear imanes del tipo utilizado para cerrar las puertas de gabinetes o armarios. Haciendo pasar corriente por tal motor mediante una o más pilas, verá que entrará en rotación muy rápidamente.



Quinto Experimento

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

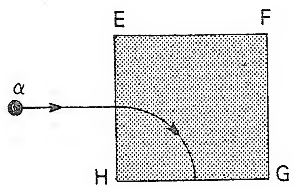
1. Suponga que una persona tiene en sus manos dos barras de fierro idénticas, una de las cuales es un imán, y la otra, un pedazo de fierro no imantado. Pero la persona no sabe cuál de las dos es un imán. Describa por lo menos dos maneras mediante las cuales podrá determinar cuál es la barra magnetizada.

2. Un astronauta, al descender en la Luna, encuentra que no existe campo magnético en la superficie de nuestro satélite. Entonces, ¿podría emplear una brújula para orientarse en sus desplazamientos sobre la superficie lunar? Explique.

3. Una partícula alfa (núcleo de un átomo de helio) penetra en una región *EFGH*, en la cual existe un

campo magnético uniforme. Se observa que la partícula se desvía entonces en la forma indicada en la figura de este problema. En estas condiciones, podemos concluir que la orientación del vector $\vec{B}$ en la región *EFGH* debe ser:

a) De *E* hacia *F*.
b) De *E* hacia *H*.
c) De *E* hacia *G*.
d) Saliente del plano de la ilustración y perpendicular a él.
e) Entrante en dicho plano y perpendicular al mismo.



Problema 3

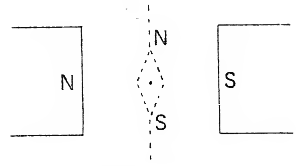
4. Sea $\vec{F}$ la fuerza ejercida por un campo magnético $\vec{B}$ sobre una partícula que se mueve en este campo con una velocidad $\vec{v}$. Diga si cada una de las afirmaciones siguientes es correcta o equivocada:

a) $\vec{F}$ siempre es perpendicular a $\vec{B}$.
b) $\vec{F}$ siempre es perpendicular a $\vec{v}$.
c) $\vec{v}$ siempre es perpendicular a $\vec{B}$.

5. Un haz de partículas, constituido de protones y electrones, y en el cual todas las partículas se mueven con la misma velocidad, es proyectado horizontalmente de oeste hacia este en un laboratorio, donde el campo magnético terrestre es horizontal. De las afirmaciones siguientes, señale la que está *equivocada*:

a) Una fuerza magnética actuará tanto sobre los protones como sobre los electrones del haz.
b) Los protones se desviarán hacia arriba.
c) Los electrones serán desviados hacia abajo.
d) La fuerza magnética que actúa en un protón tiene magnitud igual a la de la fuerza magnética que actúa sobre un electrón.
e) La desviación sufrida por un protón es igual a la desviación que experimenta un electrón.

6. Una aguja magnética se coloca entre los polos de un imán. La figura de este problema muestra la orientación que la aguja tendría si no existiera el imán. Trace en la figura la orientación que la aguja adquirirá en los casos siguientes:

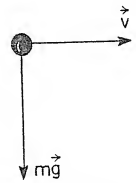


Problema 6

a) El campo magnético de la Tierra es despreciable en relación con el campo magnético del imán.
b) El campo magnético de la Tierra *no* es despreciable respecto del campo del imán.

7. Una partícula electrizada positivamente es lanzada en dirección horizontal hacia la derecha, con una velocidad $\vec{v}$, como se observa en la figura de este problema. Se desea aplicar a la partícula un campo magnético $\vec{B}$, perpendicular a $\vec{v}$, de manera que la fuerza magnética equilibre el peso de la partícula.

a) ¿Cuál debe ser la dirección y el sentido del vector $\vec{B}$ para que esto suceda?
b) Suponiendo que la masa de la partícula es m = 4.0 mg (miligramos), que su carga es $q = 2.0 \times 10^{-7}$ C, y que su velocidad es v = 100 m/s, determine cuál debe ser la magnitud del vector $\vec{B}$ (considere que g = 10 m/s^2).

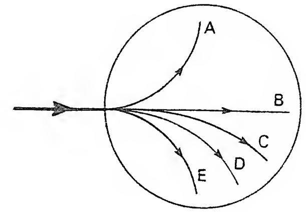


Problema 7

8. Un electrón fue lanzado a un campo magnético $\vec{B}$, existente en cierta región, con una velocidad inicial $\vec{v}_0$, no paralela a $\vec{B}$. Después de desplazarse en dicha región durante cierto tiempo, el electrón salió del campo con una velocidad $\vec{v}$. Suponiendo que la única fuerza que actuó sobre el electrón haya sido la fuerza magnética, señale cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas:

a) La fuerza magnética siempre actuó perpendicularmente a la velocidad del electrón.
b) La fuerza magnética provocó cambios en la dirección de la velocidad del electrón.
c) El trabajo realizado por la fuerza magnética sobre el electrón, fue nulo.

d) La acción de la fuerza magnética no provocó alteraciones en la energía cinética del electrón.
e) La magnitud de la velocidad $\vec{v}$, con la cual el electrón salió del campo, es igual al valor de $\vec{v}_0$.

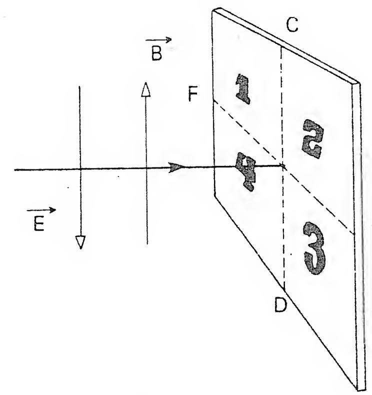


Problema 9

9. La figura de este problema representa en forma esquemática una cámara de burbujas, es decir, un dispositivo que hace visibles las trayectorias de partículas atómicas. Un haz de partículas, todas con la misma velocidad, constituido por electrones, positrones (electrones positivos), protones, neutrones y deuterones (partículas formadas por un protón y un neutrón), penetran en esta cámara, a la cual se encuentra aplicado un campo magnético perpendicular al plano de la ilustración. Se observa que las partículas del haz se desvían, dando lugar a cinco haces distintos, como se muestra en la figura. Diga qué partículas constituyen cada uno de los haces ahí indicados.

10. Un haz de electrones incide horizontalmente en el centro de una pantalla vertical, como muestra la figura de este problema.

a) Si se aplicara al haz únicamente un campo eléctrico $\vec{E}$, como el que se indica en la figura, ¿hacia dónde se desviarían los electrones?
b) ¿Y si se aplicara al haz únicamente un campo magnético $\vec{B}$, como el que se indica en la figura?
c) ¿Qué región de la pantalla sería alcanzada por los electrones si los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ se aplicaran simultáneamente al haz?

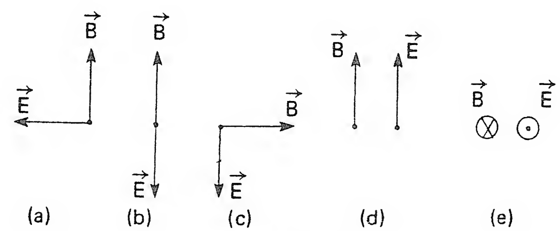


Problema 10

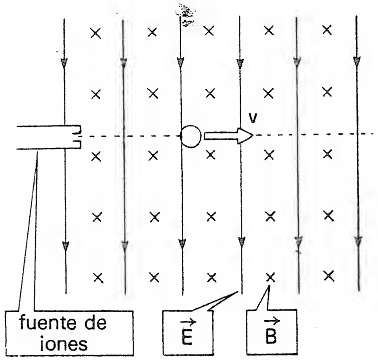
11. Un haz de partículas ionizadas describe una trayectoria circular en un campo magnético uniforme B = 0.10 T.

a) ¿Cuál debe ser entonces el ángulo entre el vector $\vec{B}$ y la velocidad de las partículas?
b) Sabiendo que la carga de cada partícula es $q = 8.0 \times 10^{-19}$ C, y que se desplazan con una velocidad $v = 2.0 \times 10^5$ m/s, determine el valor de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa sobre cada partícula.
c) ¿Cuál es entonces el valor de la fuerza centrípeta $\vec{F}_c$ que se ejerce en cada partícula?
d) Siendo $m = 6.0 \times 10^{-26}$ kg la masa de cada partícula, calcule el radio de la circunferencia descrita por el haz.

12. Un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$ actúan sobre un protón que se mueve hacia el plano de la figura. Se halla que la resultante de las fuerzas eléctrica y magnética que actúan sobre el protón, es nula. Entre las alternativas que presentamos en la figura de este problema, señale la que muestra correctamente los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ que actúan en el protón.



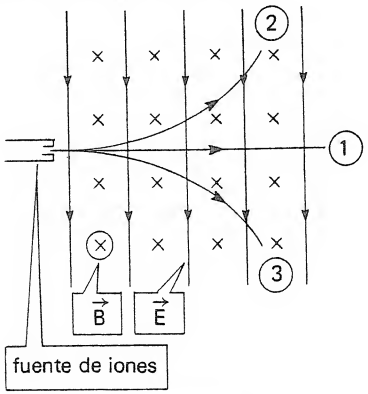
Problema 12



Problema 13

13. En un laboratorio de física moderna, un dispositivo emite iones positivos que se desplazan con una velocidad $\vec{v}$ muy elevada. Deseando medir el valor de esta velocidad, un científico aplicó en la región donde los iones se desplazan, los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ que se indican en la figura de este problema. Al hacer variar los valores de $\vec{E}$ y $\vec{B}$, halló que cuando $E = 1.0 \times 10^3$ N/C, y además $B = 2.0 \times 10^{-2}$ T, los iones atravesaban los dos campos en línea recta, como se indica en la figura. Con estos datos, el científico logró determinar el valor de $\vec{v}$. ¿Cuál fue el valor que encontró?

14. Suponga que el dispositivo mencionado en el problema anterior emite iones que poseen siempre la misma carga, y sin embargo, presentan, diversas velocidades. Considere entonces que los iones emitidos dieron origen a tres haces distintos: (1), (2) y (3), como se observa en la figura de este problema. Analice las siguientes afirmaciones y señale la que está *equivocada*:



Problema 14

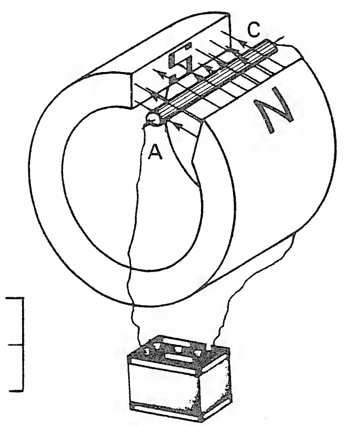
a) Las fuerzas eléctricas que actúan sobre los iones de los haces (1), (2) y (3), son iguales.
b) Sobre los iones de (2) actúa una fuerza magnética mayor que la fuerza eléctrica.
c) La velocidad de los iones de (2) es mayor que la de los iones de (1).
d) La fuerza magnética sobre los iones de (2) es igual a la fuerza magnética que se ejerce en los iones de (3).
e) La velocidad de los iones de (3) es menor que la de los iones de (1).

15. Para medir el valor de un campo magnético uniforme, se colocó en este campo un conductor rectilíneo, perpendicular a las líneas de inducción. Al medir la fuerza magnética que actuó sobre el conductor para diversos valores de la corriente que lo recorría, se obtuvo la tabla siguiente:

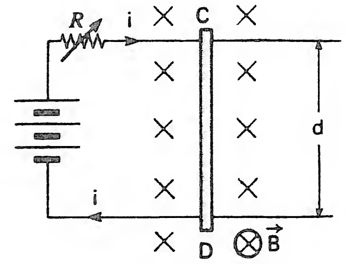
i (A)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
F (N)	0.6×10^{-2}	1.2×10^{-2}	1.8×10^{-2}	2.4×10^{-2}	3.0×10^{-2}

a) Usando los datos de la tabla, trace el gráfico $F \times i$. ¿Esperaba usted obtener un diagrama de esta forma?
b) Calcule la pendiente de la gráfica. ¿Qué significa este valor?
c) Sabiendo que la longitud del conductor era $L = 5.0$ cm determine, empleando su respuesta de (b), el valor del campo magnético.

16. En la figura de este problema suponga que el conductor horizontal AC tiene 20 cm de longitud y 5.0 g de masa, y que el campo magnético del imán es uniforme e igual a 0.10 T. Sabiendo que el conductor está en equilibrio en la posición que se observa, determine la intensidad y el sentido de la corriente que pasa a través de él (considere $g = 10$ m/s^2).



Problema 16



Problema 17

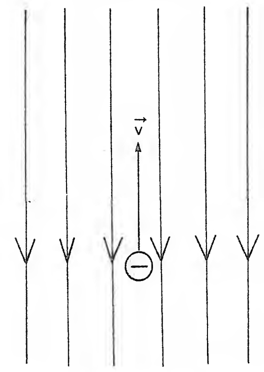
17. Una barra CD, de masa $m = 200$ g, se encuentra apoyada sobre dos alambres horizontales, separados una distancia $d = 30$ cm, como muestra la figura de este problema. En esta ilustración, R representa un reóstato, y el campo magnético indicado vale $B = 0.20$ T. Sabemos que el coeficiente de fricción estática entre la barra CD y los alambres horizontales es $\mu_e = 0.30$. Al aumentar, mediante el reóstato, la intensidad de la corriente que pasa por la barra, ¿para qué valor de esta corriente comenzará a moverse la barra CD (considérese $g = 10$ m/s^2)?

18. *a)* Describa la orientación que una aguja magnética tomaría si se colocará exactamente en el polo magnético sur de la Tierra.
b) Entonces, ¿cuál es la dirección y el sentido del campo magnético terrestre en este punto?

19. Considere un ciclotrón como el que describimos en *Un tema especial* de este capítulo. Demuestre que el tiempo transcurrido entre la entrada y la salida de un ion en una *"D"* del ciclotrón, está dado por $\Delta t = \pi m/Bq$, donde m y q son la masa y la carga del ion y B es el valor del campo magnético existente en el acelerador.

20. En el Problema 17, suponga que después de que la barra inicia su movimiento (a partir del reposo), la corriente que pasa a través de ella se mantiene constante, con un valor $i = 10$ A. Si el coeficiente de fricción cinética entre la barra y los conductores es $\mu_c = 0.20$, calcule la distancia que dicha barra recorre en 0.60 s (considere $g = 10$ m/s^2).

21. Explique por qué las líneas de inducción no deben ser denominadas "líneas de fuerza" del campo magnético.

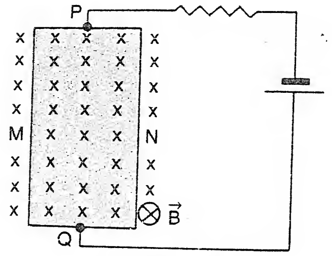


Problema 23

22. Suponga que la resistencia interna (de las espiras) del amperímetro que se muestra en la Figura 23-22 es igual a 2.0 Ω. Como podemos observar en la figura, la máxima deflexión de la aguja (a partir de la marca cero en el centro) se produce cuando circula una corriente de 5 A.
a) Trate de descubrir cómo se procede en la práctica para que sea posible emplear este instrumento a fin de medir corrientes superiores a 5 A (conservando la posición del cero central).
b) Calcule el valor de la resistencia que debe asociarse a la resistencia interna del instrumento para que sea capaz de medir corrientes hasta 25 A (manteniendo el cero en el centro).

23. Una partícula de masa m, electrizada negativamente, es lanzada con velocidad $\vec{v}$ en un campo uniforme, cuyas líneas están representadas en la figura de este problema ($\vec{v}$ es paralela a las líneas del campo). Suponga que ninguna otra fuerza, además de aquella que podría ejercer el campo, actúe sobre la partícula. Diga el tipo de movimiento que la partícula tendrá, suponiendo que las líneas represénten un
a) Campo eléctrico.
b) Campo magnético.
c) Campo gravitacional.

24. Una placa metálica está conectada en los puntos P y Q, a los polos de una batería (*véase* figura de este problema). Al aplicar a la placa el campo magnético uniforme $\vec{B}$, se verifica que una diferencia de potencial V_{MN} aparece entre las laterales, M y N, de la placa. Analice la situación que se presenta y conteste:
a) ¿Cuál es el sentido del movimiento de los electrones en la placa, debido al voltaje aplicado por la batería?



Problema 24

b) ¿Cuál es el sentido del desplazamiento de los electrones causado por el campo magnético $\vec{B}$?

c) El potencial de *M* es mayor, menor o igual que el potencial de *N*?

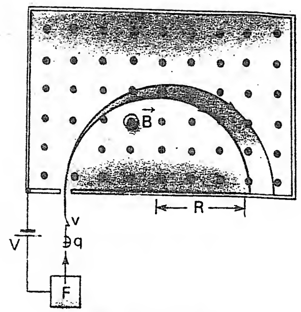
25. Si se cuelga una pequeña barra magnética de su centro de gravedad, utilizando un alambre flexible, se verifica que toma una posición inclinada en relación con la superficie de la Tierra (Figura I de este problema), es decir, forma cierto ángulo θ con la horizontal. Esto demuestra que el campo magnético terrestre tiene una componente horizontal $\vec{B}_H$ y es una componente vertical $\vec{B}_V$. Observe la Figura II de este problema, que muestra las líneas del campo magnético de la Tierra y conteste:

a) ¿Cuál es el valor de la componente $\vec{B}_H$, de este campo, en el polo norte magnético?

b) En la posición *P*, mostrada en la Figura II, la componente $\vec{B}_V$ apunta para arriba o para abajo?

c) Si la barra magnética se colgara como se muestra en la Figura I, en la posición *Q* de la Figura II. ¿Quedará inclinada con su polo norte para arriba o para abajo?

26. La figura de este problema presenta un aparato denominado *espectrómetro de masa*, de uso muy común en la Química y en la Física moderna para



Problema 26

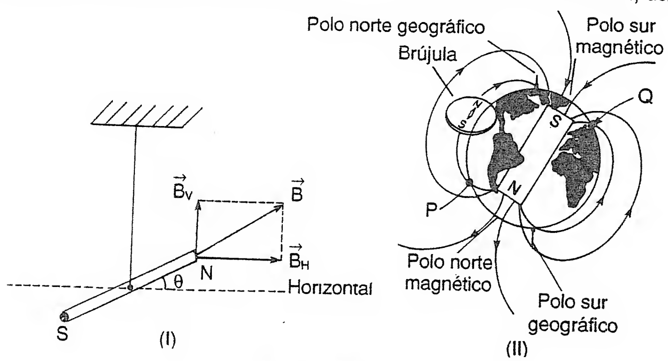
medir la masa del átomo de un elemento químico. Una fuente *F* produce átomos ionizados, con carga $+q$, prácticamente en reposo, que son acelerados por un voltaje *V* y alcanzan una velocidad *v*. Esos iones penetran en una zona donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$, en la cual describen una trayectoria semicircular de radio *R*, y alcanzan una placa fotográfica, en un punto que queda registrado allí.

a) Muestre que la velocidad *v* con que un ion entra en el campo magnético está dada por $v = \sqrt{2qV/m}$.

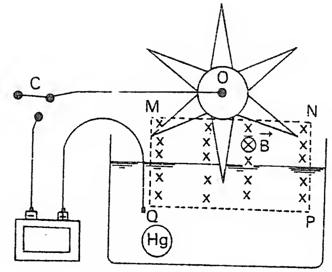
b) Se observó que un haz de iones, de igual carga $+q$, constituido por isótopos de un mismo elemento, al entrar en la zona donde existe el campo magnético, se dividió en dos haces, como lo muestra la figura. Explique por qué ocurrió esta separación.

c) Deduzca una expresión que proporcione la masa *m* de cada isótopo cuando se conoce el valor de la carga *q* y se miden *B*, *R* y *V*.

27. Un dispositivo muy común en antiguos laboratorios de enseñanza de Física, denominado "rueda



Problema 25



Problema 27

de Barlow" se representa en la figura de este problema. Está constituido por un engrane que puede girar en torno al eje *O*, y por un recipiente que contiene mercurio, en el cual hay siempre un diente sumergido. Uno de los polos de una batería está conectado al eje *O* del engrane, mientras que el otro polo está en contacto con el mercurio que, como se sabe, es un metal líquido. Un campo magnético $\vec{B}$ se aplica perpendicularmente al plano de la rueda, en la zona *MNPQ* mostrada en la figura (por ejemplo, por medio de un imán en forma de *U*, que abarca el engrane entre sus polos).

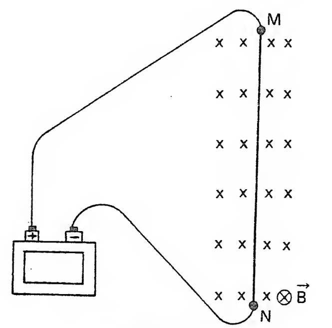
a) Observe la figura y describa qué ocurre con el engrane cuando se cierra la llave *C*.

b) La rueda de Barlow funciona de manera semejante a un aparato estudiado en este capítulo. ¿Cuál es este aparato?

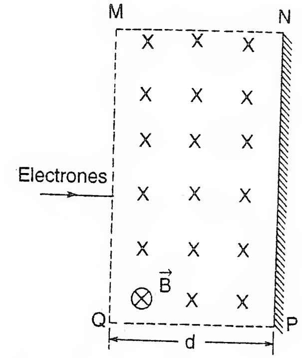
28. Un cable metálico *MN* está conectado a una batería y colocado verticalmente dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, como se muestra en la figura de este problema.

a) Trabaje con corriente convencional para determinar la dirección y el sentido de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa en el cable *MN*.

b) Como se sabe, la corriente real que existe entre *MN* está constituida por electrones en movi-



Problema 28



Problema 29

miento. ¿Cuál es el sentido de la corriente de electrones en *MN*?

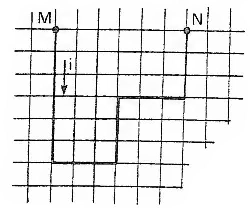
c) Trabaje con la corriente de electrones y determine la dirección y el sentido de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa en *MN*.

d) ¿Concuerda su respuesta a la pregunta (c) con la de la pregunta (a)?

Observación: La solución de ese problema es una confirmación de lo dicho anteriormente: la corriente de electrones en un cable es equivalente a la corriente convencional.

29. Un haz de electrones, cada uno con energía cinética E_c, entra en una zona *MNPQ*, en donde existe un campo magnético $\vec{B}$, como lo muestra la figura de este problema. A una distancia *d* del punto en donde los electrones entran en el campo, existe una placa *NP*. Determine el valor mínimo del módulo de $\vec{B}$ para que ningún electrón del haz llegue a la placa. Exprese su respuesta en términos de E_c, de *d*, de la masa *m* del electrón y del módulo *q* de su carga.

30. El conductor rígido *MN*, mostrado en la figura de este problema, está colocado en una zona en donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular al plano de la figura que "sale" de la página. El conductor es recorrido por una



Problema 30

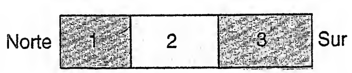
corriente i, en el sentido mostrado. Siendo d la longitud del lado de cada malla, calcule el módulo de la fuerza magnética resultante $\vec{R}$ que actúa en el conductor MN.

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas fueron seleccionadas de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Un imán permanente, cuyos polos norte y sur están indicados en la figura de abajo, está dividido en tres partes iguales, 1, 2 y 3. Se puede afirmar:

a) La parte 1 tendrá dos polos norte, porque su extremo derecho quedará muy cercano al polo norte original.
b) La parte 2 estará constituida por un polo norte a la derecha y un polo sur a la izquierda.
c) La parte 3 tendrá sólo un polo sur, la derecha, ya que no es posible la formación de un nuevo polo cuando el imán se corta.
d) Cada parte constituirá un imán independiente, y los polos norte y sur se alternarán.
e) Las partes 1 y 3 forman dos nuevos imanes, pero no la parte 2.



Pregunta 1

2. Tres barras de fierro geométricamente iguales se identifican con las letras A, B y C, y sus extremos están indicados por las letras A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 y C_2. Comprobamos que los extremos:

A_1 y B_1 sufren atracción
A_1 y C_2 sufren repulsión
A_1 y B_2 sufren atracción
A_1 y C_1 sufren atracción

Se puede decir que:

a) Todas las barras son imanes permanentes.
b) Sólo la barra A es un imán permanente.
c) Sólo la barra B es un imán permanente.
d) Las barras A y B son imanes permanentes.
e) Las barras A y C son imanes permanentes.

3. Indique la opción *correcta:*

a) En un imán existen cargas magnéticas positivas y negativas, separadas por una distancia igual a la longitud del imán.
b) Si partimos un imán a la mitad, aislamos el polo norte del polo sur.
c) La aguja magnética de una brújula es un imán que se orienta en dirección del campo magnético terrestre.
d) El polo norte de la aguja imantada de una brújula, apunta para el polo norte magnético de la Tierra.
e) Todas las propuestas anteriores están equivocadas.

4. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles están correctas:

I. Una carga eléctrica en un campo magnético siempre sufre la acción de una fuerza magnética.
II. Una carga eléctrica en un campo eléctrico siempre sufre la acción del campo eléctrico.
III. La fuerza magnética es siempre perpendicular a la velocidad de una carga eléctrica en un campo magnético, si la dirección de la velocidad de la carga eléctrica *no* es la misma que la del campo magnético.

5. Una partícula, electrizada positivamente, es lanzada en un campo magnético uniforme, de inducción $\vec{B}$, paralelamente, a las líneas de inducción y con sentido opuesto al de $\vec{B}$. La partícula queda bajo la acción exclusiva del campo magnético. Respecto al movimiento de esta partícula podemos afirmar:

a) Es rectilíneo y uniforme.
b) Es rectilíneo y uniformemente acelerado.
c) Es rectilíneo y uniformemente retardado.
d) Es circular y uniforme.
e) Es helicoidal y uniforme.

Consideremos una partícula electrizada y un campo magnético uniforme. Inicialmente la partícula es lanzada en la dirección y sentido del campo magnético. Esa situación se refiere a las preguntas **6** y **7**.

6. El movimiento de la partícula será:

a) Rectilíneo y uniforme.
b) Rectilíneo y retardado.
c) Rectilíneo y acelerado.
d) Circular y uniforme.
e) No sé.

7. La energía cinética de la partícula:

a) Aumenta.
b) Disminuye.
c) Permanece constante.
d) Es nula.
e) No sé.

8. Analice las afirmaciones siguientes y señale las *correctas:*

Un protón es lanzado en una zona en donde existe un campo magnético uniforme. Su trayectoria puede ser:

I. Una recta.
II. Una parábola.
III. Una circunferencia.

9. Como usted debe saber, en su salón de clase existe un campo magnético horizontal, dirigido de sur a norte, que es el campo magnético de la Tierra. Entonces, si un haz de electrones se lanzara horizontalmente, de este a oeste, dentro del salón, debemos observar este eje:

a) Desviarse para arriba.
b) Desviarse para abajo.
c) Desviarse para el norte.
d) Desviarse para el sur.
e) Continuar desplazándose sin desviarse.

10. Analice las afirmaciones siguientes y señale las que están *correctas:*

Un protón, un deuterón (núcleo del deuterio) y una partícula alfa (núcleo de helio) son lanzados con una misma velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Considere que $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$.

I. La fuerza magnética en el protón será mayor que la fuerza magnética en la partícula alfa.
II. El radio de la trayectoria del protón será mayor que el radio de la trayectoria del deuterón.
III. Al salir del campo magnético, la velocidad de la partícula alfa será menor que la del protón.

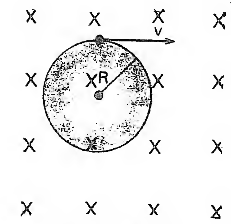
11. Una partícula de carga q y masa m se desplaza con movimiento circular bajo la acción exclusiva de un campo de inducción magnética uniforme de intensidad $|B|$. En estas condiciones, se puede afirmar que:

a) Este movimiento es uniformemente acelerado.
b) El trabajo realizado por la fuerza magnética, en un periodo, es positivo.
c) El trabajo realizado por la fuerza magnética, en un periodo, es negativo.
d) El movimiento es circular y uniforme con velocidad angular directamente proporcional a $\frac{q}{m}$.
e) El movimiento es circular y uniforme con velocidad angular independiente de $|B|$.

12. Un electrón (carga q y masa m) es lanzado con velocidad v, perpendicularmente a un campo magnético B y describe un círculo de radio R. Si duplicáramos el valor de v, ¿cuál será el valor de R?

Datos: fuerza magnética: qvB
fuerza centrípeta: mv^2/R

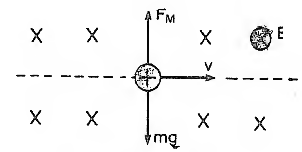
a) R *b*) $2R$ *c*) $4R$ *d*) $R/2$ *e*) $R/4$



Pregunta 12

13. Una partícula electrizada con carga eléctrica q y masa m penetra, con velocidad v, en un campo magnético de intensidad B, perpendicularmente al vector $\vec{B}$. La trayectoria de la partícula es:

a) Una circunferencia de radio mv/qB.
b) Una circunferencia de radio $2mv/qB$.
c) Una circunferencia de radio $mv/2qB$.
d) Una parábola.
e) Una curva helicoidal.

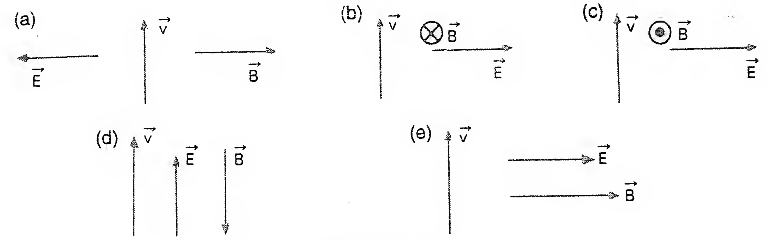


Pregunta 14

14. Una partícula, de masa $m = 1$ g y con carga $q = 1$ μC es lanzada con una velocidad $v = 10^3$ m/s en un campo magnético $\vec{B}$ uniforme, como lo muestra la figura. Verificamos que la partícula se desplaza en línea recta, pues la fuerza magnética $\vec{F}_M$ equilibra el peso $m\vec{g}$ de la partícula. Considerando $g = 10$ m/s^2, podemos afirmar que el valor de $\vec{B}$ es:

a) 10^{-2} T
b) 0.5 T
c) 10 T
d) 10^3 T
e) 50 T

15. Un haz de electrones, con velocidad $\vec{v}$, entra en cierta zona del espacio, donde existe un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$, actuando simultáneamente. Indique dentro de los diagramas siguientes el que tiene posibilidad de satisfacer la condición de que el haz de electrones no se desvíe de su trayectoria.



Pregunta 15

16. Una partícula cargada eléctricamente es lanzada con velocidad $\vec{v}$, en cierta zona del espacio donde existe un campo magnético $\vec{B}$ y un campo eléctrico $\vec{E}$. La afirmación *incorrecta* es:

a) Según la dirección de $\vec{v}$, $\vec{B}$ y $\vec{E}$ la partícula podrá no sufrir ninguna deflexión.

b) La fuerza que actúa sobre la partícula debido a la acción de $\vec{B}$ es siempre perpendicular a $\vec{v}$.

c) La fuerza que actúa sobre la partícula, debido al campo $\vec{B}$, será máxima cuando $\vec{v}$ y $\vec{B}$ sean perpendiculares.

d) La fuerza que actúa en la partícula, debido al campo $\vec{E}$, permanece constante, aunque la dirección de $\vec{v}$ varíe.

e) Cualquiera que sea la dirección de $\vec{v}$, habrá siempre una fuerza resultante actuando sobre la partícula.

17. Si el conductor rectilíneo, hecho de cobre cargado con una carga $+Q$, representado en la figura, de abajo, está en reposo en relación con el campo $\vec{B}$ podemos afirmar con certeza que:

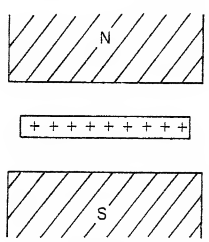
a) sobre el conductor actúa una fuerza de naturaleza eléctrica o magnética de misma dirección y mismo sentido que el campo $\vec{B}$.

b) Sobre el conductor actúa una fuerza de naturaleza eléctrica o magnética de misma dirección y sentido contrario al del vector $\vec{B}$.

c) Sobre el conductor actúa una fuerza de naturaleza eléctrica o magnética, perpendicular a $\vec{B}$ y perpendicular al conductor.

d) Sobre el conductor no actúa fuerza resultante alguna de naturaleza eléctrica o magnética.

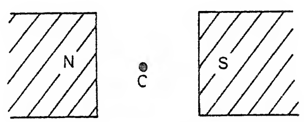
e) El vector $\vec{B}$ actuará sobre el conductor, haciendo aparecer una corriente eléctrica a lo largo del mismo.



Pregunta 17

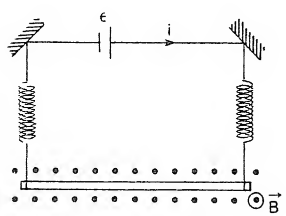
18. Un conductor, *C*, colocado entre los polos de un imán (*véase* figura), perpendicularmente al plano del papel y atravesado por una corriente que penetra en el papel, queda sometido a una fuerza cuya dirección y sentido pueden representarse por la flecha:

a) ↑ *b)* ↓ *c)* → *d)* *e)* ↘



Pregunta 18

19. La figura muestra una barra metálica horizontal, de longitud $\ell = 50$ cm y peso $P = 3.0$ N suspendida por resortes también metálicos de constante elástica $k = 5.0$ N/m cada uno, en una zona en donde actúa un campo de inducción magnética uniforme $\vec{B}$, horizontal y perpendicular a la barra. Se sabe que la barra conduce una corriente $i = 6.0$ A. Calcule la intensidad B de la inducción magnética, para que los resortes, en el equilibrio queden estirados 15 cm.



Pregunta 19

a) 3.0 T
b) 1.5 T
c) 1.0 T
d) 0.50 T
e) 6.0 T

20. Un cable metálico FG, recorrido por una corriente *i*, es colocado horizontalmente en una zona en donde existen un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$, vertical, para abajo, y un campo magnético también uniforme, $\vec{B}$, vertical, para arriba, como lo muestra la figura de esta pregunta. Considerando las acciones de los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ sobre el cable, se puede llegar a la conclusión de que sobre FG estará actuando

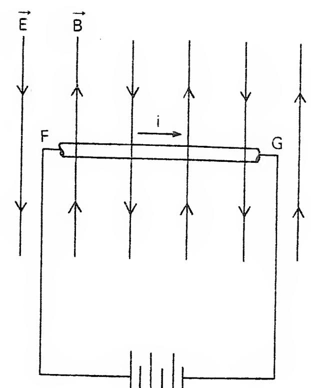
a) Una fuerza eléctrica para abajo y una fuerza magnética para arriba.

b) Una fuerza eléctrica para arriba y una fuerza magnética para abajo.

c) Sólo una fuerza eléctrica para abajo.

d) Sólo una fuerza magnética para arriba.

e) Sólo una fuerza magnética horizontal, apuntando hacia el lector.



Pregunta 20

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

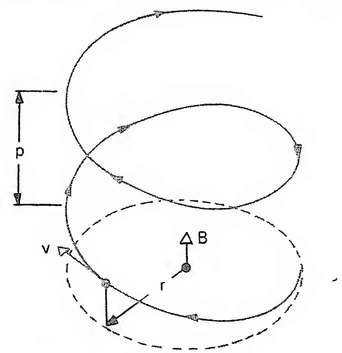
Los problemas siguientes se separaron de los demás, por exigir una solución un poco más elaborada. Si pudo resolver todos los ejercicios presentados anteriormente y desea ejercitarse un poco más, trate de resolver también estos problemas.

1. Un protón es lanzado con velocidad $\vec{v}$, dentro de un campo magnético uniforme, $\vec{B}$, vertical, para arriba. La velocidad $\vec{v}$ del protón forma un ángulo θ con la horizontal y, en esas condiciones, la partícula describe una trayectoria helicoidal (hélice), como la mostrada en la figura de este problema (presente las respuestas a las siguientes preguntas en función de v, θ, B, de la masa m y de la carga q del protón).

a) Determine el radio r de la trayectoria helicoidal.

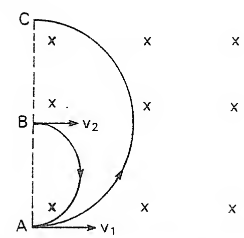
b) Calcule el periodo del movimiento del protón.

c) La distancia p, mostrada en la figura, se denomina *paso de la hélice*. Determine su valor.



Problema Complementario 1

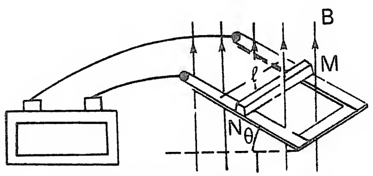
2. Suponga que una persona decide identificar el campo magnético por medio de un vector $\vec{D}$, en lugar del vector $\vec{B}$ que ya conocemos. Este vector fue definido por la relación $\vec{D} = \vec{F}/q$, donde $\vec{F}$ es la fuerza magnética que actúa en la carga q (observe que la definición de $\vec{D}$ se hizo por analogía con la definición del vector campo eléctrico $\vec{E}$). Explique por qué el vector $\vec{D}$ así definido, no sería adecuado para identificar un campo magnético.



Problema Complementario 4

3. Una partícula neutra (carga total nula) está en reposo en un campo magnético uniforme $\vec{B}$. En determinado momento, se desintegra en partículas electrizadas, P_1 y P_2, de misma masa m, que parten en sentidos opuestos con velocidades perpendiculares a $\vec{B}$. Después de cierto tiempo Δt, posterior a la desintegración, P_1 y P_2 chocarán, sin haber salido del campo. Obtenga la fórmula que proporciona Δt en términos de B, de m y del módulo q de la carga de cada partícula.

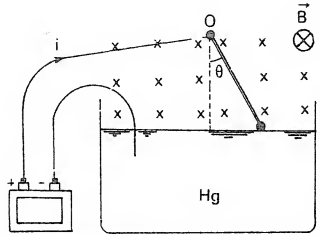
4. La figura de este problema representa las trayectorias de dos partículas electrizadas, P_1 y P_2, que entran en un campo magnético uniforme orientado perpendicularmente para adentro del plano del papel. La partícula P_1 entra en el punto A y sale en C, mientras que P_2 entra en B y sale en A.
   a) ¿Cuáles son los signos de las cargas q_1 y q_2 de esas partículas?
   b) Siendo $|q_1| = |q_2|$, $v_1 = v_2$ y $AB = BC$, ¿Cuál es la relación entre las masas m_1 y m_2 de las partículas?



Problema Complementario 5

5. Una barra conductora metálica MN está apoyada sobre dos rieles, también conductores, separados por una distancia $\ell = 1.0$ m (*véase* figura de este problema). Los rieles están muy lisos y forman con la horizontal un ángulo $\theta = 45°$. Existe en la zona un campo magnético vertical, para arriba, de módulo $B = 0.20$ T. La batería proporciona una corriente i a la barra, de manera que permanece en equilibrio en la posición mostrada. Sabiendo que la masa de la barra es $m = 100$ gramos, determine la intensidad y el sentido de la corriente i (considere $g = 10$ m/s²).

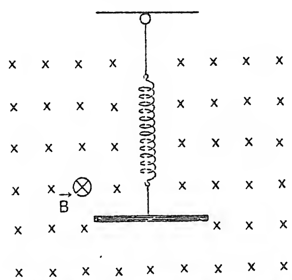
6. Una barra metálica, de longitud $\ell = 20$ cm y de masa $m = 60$ gramos, es articulada sin fricción en un punto O, como lo muestra la figura de este problema. En la zona donde la barra se encuentra hay un campo magnético de módulo $B = 0.20$ T (*véase* figura). Cuando la barra toca la superficie del Hg contenido en el recipiente mostrado, una corriente i, suministrada por la batería, se establece en esa barra. Entonces se verifica que queda en equilibrio en esta posición y forma un ángulo



Problema Complementario 6

$\theta = 30°$, con la vertical. Considerando $g = 10$ m/s² calcule el valor de i.

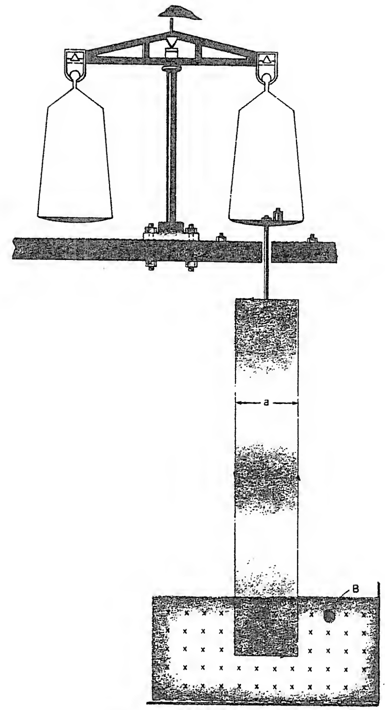
7. Una barra conductora, de 1.0 m de longitud y 2.0 N de peso, está colgada en un resorte vertical, sumergida en un campo magnético $B = 0.10$ T, como los muestra la figura de este problema. En estas condiciones, el resorte está deformado 0.20 m. Haciendo pasar una corriente $i = 10$ A por la barra, es llevada una nueva posición de equilibrio, situada abajo de la anterior. Al desconectarse la corriente, ¿cuál será la amplitud del movimiento armónico sencillo que la barra realiza?



Problema Complementario 7

8. Suponga que una espira de forma cuadrada, que transporta corriente, sea colocada en un campo magnético uniforme, con su plano paralelo al vector $\vec{B}$.
   a) Al soltarla, la espira comienza a girar más, debido a las fuerzas de fricción, tiende a llegar al reposo en cierta posición. ¿Cuál es el ángulo entre $\vec{B}$ y el plano de la espira en esta posición?
   b) Suponiendo que la espira sea flexible, ¿cuál sería la forma que tendería a tomar en aquella posición de reposo, bajo la acción de las fuerzas magnéticas?

9. La figura de este problema presenta un dispositivo con el cual se puede medir la intensidad de un



Problema Complementario 9

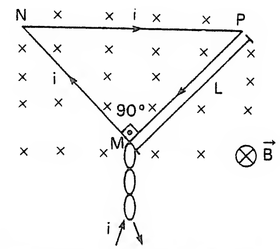
campo magnético con gran precisión. Después de resolver este problema usted entenderá cómo se hace esta medición.

En la figura, el rectángulo colgado en uno de los platos de la balanza está, en realidad, formado por 10 espiras sobrepuestas, cada una recorrida por una corriente $i = 0.10$ A. La parte inferior de las espiras está sumergida en el campo magnético $\vec{B}$ que se quiere medir y la balanza se equilibró en esas condiciones. Si se invierte el sentido de la corriente en las espiras, se comprueba que una masa $m = 8.6$ gramos debe colocarse en el plato de la izquierda para restaurar el equilibrio de la balanza. Sabiendo que el ancho de la espira es $a = 10$ cm, determine el módulo de $\vec{B}$ (considere $g = 10$ m/s²).

10. En la Figura 23-21 de este capítulo, el plano de la espira está paralelo al vector $\vec{B}$. Calcule el valor del momento M (torque) que actúa en la espira, en relación con el eje OP, debido a la acción de las fuerzas magnéticas sobre ella. Exprese su respuesta en función de B, de i y del área A de la espira.

11. En cierto experimento, un haz de partículas electrizadas es lanzado dentro de una zona donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Se observa que el haz se divide en varios otros, cada uno de forma circular (de radios diferentes). Sabiendo que el valor de la razón carga/masa es el mismo para todas las partículas del haz incidente, conteste:
   a) ¿Tienen la misma velocidad las partículas de ese haz?
   b) ¿Las partículas, en las diferentes trayectorias circulares, tienen periodos diferentes?

12. En el *ecuador*, el campo magnético de la Tierra es prácticamente horizontal, apunta para el norte, y su módulo es casi de 1.0×10^{-4} T. Un tramo rectilíneo de una línea de transmisión, situada en las cercanías del *ecuador*, con 100 m de longitud, transporta una corriente continua de 700 A, dirigida de este a oeste. Determine el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida por el campo magnético de la Tierra sobre ese tramo de la línea de transmisión.



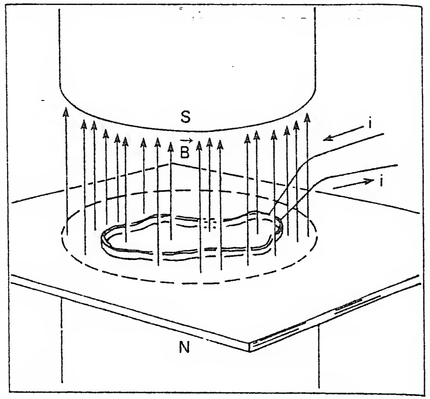
Problema Complementario 13

13. Una espira rígida, en forma de triángulo rectángulo isósceles, está inmersa en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular a su plano, como lo muestra la figura de este problema. Se sabe que $B = 0.10$ T, que el lado menor de la espira vale $L = 30$ cm y que es recorrida por una corriente $i = 10$ A.
   a) Determine el módulo de cada una de las fuerzas magnéticas que actúan en los lados menores MN y MP de la espira.
   b) ¿Cuál es el módulo de la fuerza magnética que actúa en el lado mayor NP?
   c) Calcule el módulo de la resultante de las fuerzas magnéticas que actúan en la espira.

14. Un haz de partículas electrizadas, aceleradas a partir del reposo por una diferencia de potencial de 320 V, entra en un campo magnético uniforme, de módulo $B = 6.0 \times 10^{-4}$ T, orientado

perpendicularmente a la velocidad de las partículas del haz. Se observa que la trayectoria de las partículas en el campo magnético tiene un radio $R = 10.0$ cm. Trate de identificar cuál es el tipo de partículas que constituye el haz, sabiendo que se trata de una de las siguientes partículas: *positrones* (electrones positivos), *protones* o *deuterones* (núcleo del deuterio).

15. Una banda elástica flexible y cubierta con una capa de tinta conductora de electricidad es colocada en un campo magnético uniforme, como se indica en la figura de este problema. Mediante conexiones eléctricas, se hace pasar una corriente a la goma en el sentido en que se indica en la figura. ¿Qué forma tomará la banda bajo la acción de las fuerzas magnéticas que actúan en ella?

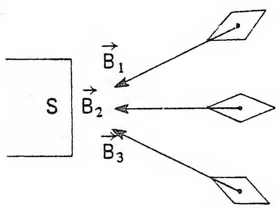


Problema Complementario 15

RESPUESTAS

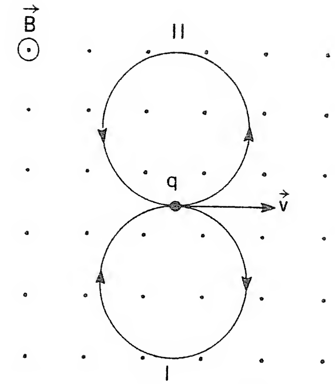
Ejercicios

1. *a)* M
b) A es el polo norte y B es el polo sur
2. polo sur
3. *A*: norte; *C*: sur; *D*: norte; *E*: sur; *F*: norte; *B*: sur
4. *a)* atraído
b) polo magnético sur
5. la aguja debería estar orientada perpendicularmente al conductor y no en forma paralela a él, como se observa en la figura
6. no, pues la corriente en el conductor hará que la aguja se desvíe respecto de la dirección norte-sur
7. viendo si la aguja se desvía al aproximarse a la región de la pared donde está el conductor
8. *a)* únicamente existirá la fuerza electrostática
b) únicamente se tendrá la fuerza electrostática
c) existirá una fuerza electrostática y una fuerza magnética
9. *véase* figura



Respuesta del Ejercicio 9

10. "entrante", porque el norte geográfico es un polo magnético sur
11. vector orientado de P hacia D
12. *a)* $\theta = 0°$ o bien, $\theta = 180°$
b) $\theta = 90°$
13. *a)* $F = 0$
b) $F = 1.5 \times 10^{-3}$ N
c) $F = 3.0 \times 10^{-3}$ N
d) $F = 0$
14. *a)* líneas semejantes a las de la Figura 23-13
b) permanece constante, pues el campo es uniforme
15. *a)* no hay fuerza magnética sobre la partícula
b) saliente del plano de la ilustración
c) de D hacia F
16. *a)* no hay fuerza magnética sobre la partícula
b) entrante en el plano de la ilustración
c) de F hacia D
17. *a)* perpendicular a $\vec{v}$, hacia la izquierda
b) perpendicular a $\vec{B}$, hacia abajo
c) perpendicular a $\vec{v}$, hacia la izquierda
18. *véase* figura (trayectoria I)
19. *véase* figura (trayectoria II)
20. entrante en el plano de la ilustración
21. *a)* aumenta (se duplica)
b) disminuye (se reduce a la mitad)
c) no cambia
22. *a)* $F = 0$
b) $F = 0.15$ N, dirigida hacia el lado superior de la ilustración

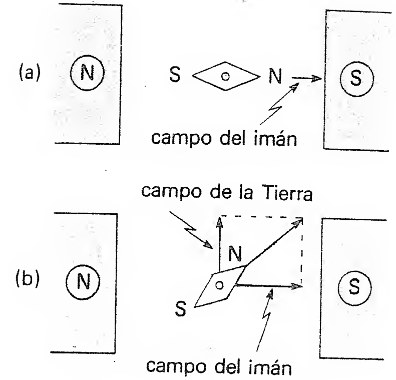


Respuesta de los Ejercicios 18 y 19

23. *a)* en *GE* la fuerza es saliente de la figura; en *ED* la fuerza es nula; en *DC* la fuerza es entrante en la ilustración
b) tiende a girar alrededor del eje *OP*
24. *a)* se invierte el sentido de rotación
b) se invierte el sentido de rotación
c) el sentido de rotación no cambia
25. *a)* 0.10 N
b) comprimido
c) 5.0 mm
26. el núcleo del átomo de oro
27. *a)* igual a 2.5 μs
b) $f = 2.0 \times 10^5$ hertz
28. para que no haya colisiones de los iones con las moléculas del aire
29. *a)* 30 vueltas
b) 15 vueltas
30. *a)* aumenta
b) debe disminuirse
c) no hay variación sensible de masa
31. *a)* rectilínea
b) circular de 1.0 m de radio
32. *a)* reducir a la mitad el valor del campo magnético
b) duplicar la frecuencia del campo eléctrico oscilante

Preguntas y problemas

1. *a)* suspendiendo cada barra por su centro, la que es un imán se orientará en la dirección norte-sur
b) al acercar cada barra a un objeto de fierro no imantado, la que atraiga a tal cuerpo será el imán
2. no, porque la aguja magnética no se orienta en una dirección determinada
3. (d)



Respuesta del Problema 6

4. *a)* cierta
b) cierta
c) equivocada
5. (e)
6. *a)* *véase* figura
b) *véase* figura
7. *a)* perpendicular al plano de la ilustración, y entrante en ella
b) $B = 2.0$ T
8. todas son correctas
9. *A*: electrones; *B*: neutrones; *C*: deuterones; *D*: protones; *E*: positrones
10. *a)* en la dirección *DC*, hacia arriba
b) en la dirección *GF*, hacia *F*
c) región (1)
11. *a)* $\theta = 90°$
b) $F = 1.6 \times 10^{-14}$ N
c) $F_c = F = 1.6 \times 10^{-14}$ N
d) 15 cm
12. (a)
13. $v = 5.0 \times 10^4$ m/s
14. (d)
15. *a)* recta que pasa por el origen; sí, pues sabemos que $F \propto i$
b) 6.0×10^{-3} N/A; significa *BL*
c) 0.12 T
16. 2.5 A; de *A* hacia *C*
17. $i > 10$ A
18. *a)* tomaría la dirección vertical, con su polo norte dirigido hacia abajo
b) vertical hacia abajo
20. 18 cm
21. porque *no* son tangentes a las fuerzas magnéticas que actúan sobre las cargas eléctricas en movimiento
22. *a)* asociando a la resistencia interna, una resistencia en paralelo

b) 0.50 Ω

23. *a)* movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
b) movimiento rectilíneo uniforme
c) al principio el movimiento es rectilíneo uniformemente retardado y después es rectilíneo uniformemente acelerado

24. *a)* de P para Q
b) de N para M
c) $V_N > V_M$

25. *a)* $B_H = 0$
b) para arriba
c) para abajo

26. *b)* los isótopos tienen masas diferentes
c) $m = B^2qR^2/2V$

27. *a)* entra en rotación en el sentido de las manecillas del reloj
b) el motor eléctrico

28. *a)* horizontal, para la derecha
b) de N para M
c) horizontal, para la derecha
d) sí

29. $B = \sqrt{2mE_c/qd}$

30. $R = 6\ Bid$

Cuestionario

1. d
2. e
3. c
4. I. incorrecta; II. correcta; III. correcta
5. a
6. a
7. c
8. I. correcta; II. incorrecta; III. correcta
9. a
10. todas son incorrectas
11. d
12. b
13. a
14. c
15. b
16. e
17. d
18. b
19. d
20. e

Problemas complementarios

1. *a)* $r = mv \cos\theta/Bq$
b) $T = 2\pi m/Bq$
c) $p = 2\pi mv \operatorname{sen}\theta/Bq$

2. El vector $\vec{D}$ no está bien definido en cada punto (existen infinitos vectores $\vec{D}$ en un punto en el espacio)

3. $\Delta t = \pi m/Bq$

4. *a)* q_1 es (+) y q_2 es (–)
b) $m_1 = 2m_2$

5. $i = 5.0$ A de M para N

6. $i = 7.5$ A

7. 10 cm

8. *a)* 90°
b) forma circular

9. $B = 0.43$ T

10. $M = BiA$

11. *a)* no
b) todas tienen el mismo periodo

12. $F = 7.0$ N; vertical, para abajo

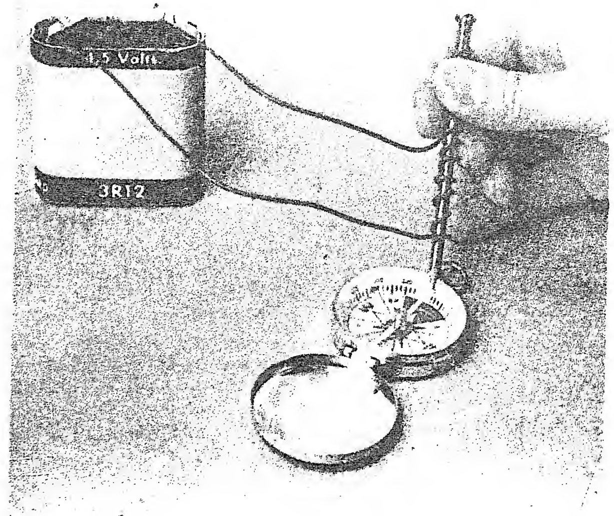
13. *a)* 0.30 N
b) 0.42 N
c) cero

14. el haz está constituido por positrones

15. forma circular

capítulo 24

campo magnético – II



La corriente eléctrica en el alambre provoca la imantación del clavo. Entonces, se tiene un electroimán capaz de desviar la aguja de una brújula.

En el capítulo anterior vimos que el experimento de Oersted llevó a la conclusión de que cargas eléctricas en movimiento (una corriente eléctrica) crean un campo magnético en el espacio que las rodea.

Pero hasta ahora no hemos analizado la relación entre un campo magnético y la corriente eléctrica que la origina. En este capítulo estudiaremos los campos magnéticos establecidos por algunos tipos particulares de conductores, cuando circula por ellos una corriente. Inicialmente analizaremos el campo originado por un conductor rectilíneo, luego el campo establecido en el centro de una espira circular, y por último, el campo existente en el interior de un agrupamiento cilíndrico de espiras denominado *solenoide*.

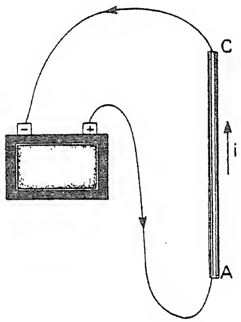


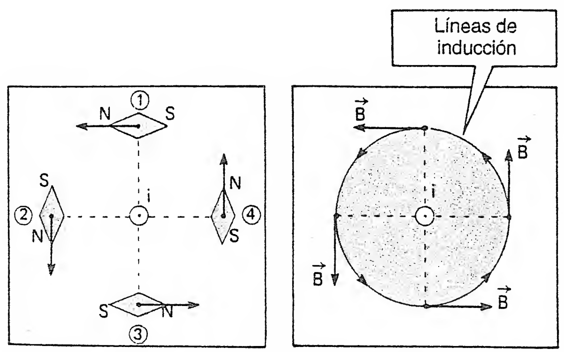
FIGURA 24-1 Conductor rectilíneo de longitud apreciable, que conduce una corriente de intensidad *i*.

24.1 Campo magnético de un conductor rectilíneo

❖ **Dirección y sentido del vector $\vec{B}$.** Consideremos un conductor rectilíneo *AC* por el que pasa una corriente, como muestra la Figura 24-1. Alrededor de dicho conductor existirá un campo magnético $\vec{B}$, que estudiaremos en seguida. Para esto, imaginemos una aguja magnética en diversas posiciones en torno de *AC*. Como se sabe, la orientación de la aguja indicará la dirección y el sentido del campo magnético existente en cada punto.

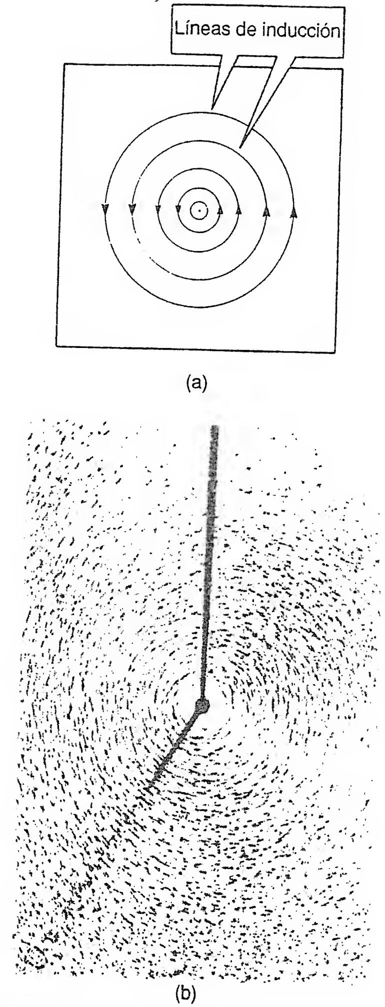
En la Figura 24-2a se tiene una vista de frente del conductor *AC*, con la corriente *i* que lo recorre "saliendo" del plano de la ilustración, y las agujas magnéticas colocadas en algunos puntos cercanos al conductor. Si observamos la orientación que la aguja toma en cada punto, será posible trazar el vector $\vec{B}$ que representa el campo magnético originado por el conductor en dichos puntos (*véase* Figura 24-2a). De modo que el experimento revela que la corriente en el conductor produce un campo magnético cuyas líneas de inducción "envuelven" al conductor, siendo entonces de configuración circular, con centro en el de la sección transversal del mismo (Fig. 24-2b).

Es fácil advertir que podemos trazar varias líneas de inducción para representar el campo magnético a diversas distancias del conductor, como se hizo en la Figura 24-3a. Para "materia-



(a) (b)

FIGURA 24-2 El mismo conductor de la Figura 24-1, visto ahora de frente. También se observan los vectores $\vec{B}$ del campo que la corriente establece alrededor del conductor.



(a)

(b)

FIGURA 24-3 Líneas de inducción del campo magnético establecido por un conductor rectilíneo perpendicular al plano de la figura y *saliente* de dicho plano.

lizar" estas líneas de inducción podremos emplear limaduras de fierro, como ya describimos en el capítulo anterior. La Figura 24-3b muestra una foto de la configuración de las líneas de inducción del campo creado por un conductor recto, la cual se obtuvo de esta manera.

La Figura 24-4 señala lo que sucede cuando se invierte el sentido de la corriente en el con-

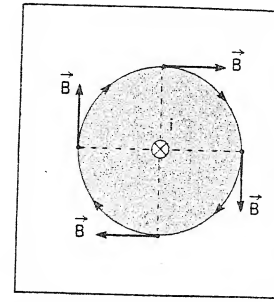


FIGURA 24-4 Líneas de inducción del campo magnético producido por la corriente en un conductor rectilíneo, perpendicular al plano de la figura y *entrante* en ella.

ductor (que ahora es "entrante" en el plano de la ilustración). Podemos observar que en estas condiciones, las líneas de inducción conservan la misma forma, no obstante que el sentido del vector $\vec{B}$ ha sido cambiado (*véase* Figura 24-4 y compárela con la Figu- ra 24-2b).

❖ **Regla práctica para determinar el sentido de $\vec{B}$.** Como acabamos de ver, las líneas de inducción alrededor de un conductor rectilíneo siempre son circulares, pero su orientación (y por tanto, la de $\vec{B}$) depende del sentido de la corriente en el conductor. Una regla práctica muy utilizada y que se denomina comúnmente *regla de Ampère*, permite determinar fácilmente el sentido del campo magnético que rodea al conductor.

La Figura 24-5a ilustra el empleo de esta regla, cuyo enunciado es: "Si se sitúa el dedo pulgar de la *mano derecha* paralelamente al conductor y apuntando en el sentido de la corriente, y los demás dedos rodeando al mismo, estos últimos apuntarán en el sentido de las líneas de inducción."* En la Figura 24-5b, se aplica la misma regla a una corriente con sentido contrario al de la Figura 24-5a. Observemos que la regla de Ampère en este caso indica que la

* **N. del R.** Por razones de seguridad personal, esta regla conviene aplicarla imaginariamente por lo general, ya que en algunos casos sería *muy peligroso* acercar la mano a un conductor con voltaje y corriente.

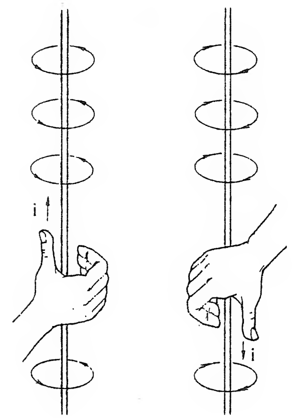


FIGURA 24-5 Aplicación de la *regla de Ampère* para determinar la orientación del campo magnético establecido alrededor de un conductor por el que circula una corriente eléctrica.

orientación de las líneas de inducción es contraria a la de la Figura 24-5a, como ya habíamos visto anteriormente.

❖ **Factores que influyen en el valor de $\vec{B}$.** Una vez conocida la manera de determinar la dirección y el sentido del campo magnético originado por un conductor rectilíneo, los científicos realizaron experimentos para obtener información acerca de la *magnitud* de este campo.

A fin de expresar las conclusiones a las que llegaron, consideremos la Figura 24-6. Siendo B la magnitud de la inducción del campo magnético que la corriente i establece a una distancia r del conductor, se halla que:

1) B es directamente proporcional a i; es decir, $B \propto i$.

2) B es inversamente proporcional a r; o sea, $B \propto 1/r$.

De modo que podemos escribir:

$$\boxed{B \propto \frac{i}{r}}$$

Por lo que

> las líneas de inducción del campo magnético producido por la corriente que pasa por un conductor recto y largo, son círculos cuyo centro se halla en el de la sección transversal del conductor, y su orientación es la determinada por la "regla de Ampère" (Fig. 24-5). La magnitud de la inducción B de este campo en un punto, es proporcional a la intensidad de la corriente i en el conductor, inversamente proporcional a la distancia del punto al mismo; es decir,
>
> $$B \propto \frac{i}{r}$$

EJEMPLO

Un conductor rectilíneo lleva una corriente i cuyo sentido es el que se indica en la Figura 24-7a.

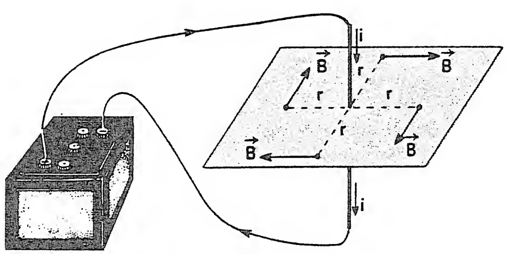


FIGURA 24-6 El campo magnético $\vec{B}$ producido por una corriente i a una distancia r del alambre, es tal que $B \propto i$ y $B \propto (1/r)$.

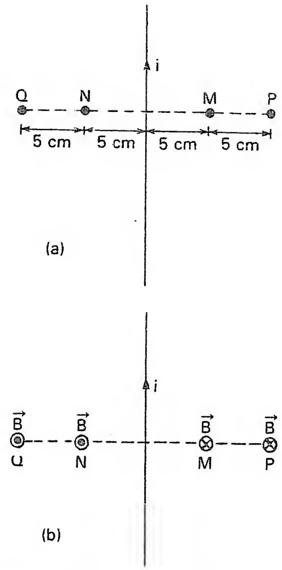


FIGURA 24-7 Para el Ejemplo de la Sección 24.1.

a) Señale en el croquis, la dirección y el sentido del campo magnético creado por la corriente del conductor, en los puntos M y N.

Aplicando la regla de Ampère, concluimos fácilmente que en M tenemos un campo magnético perpendicular al plano de la figura y entrante en ella, como muestra la Figura 24-7b. Vemos asimismo que en el punto N el vector $\vec{B}$ es saliente del plano de la ilustración (Fig. 24-7b).

b) Sabiendo que el valor del campo magnético en los puntos M y N es $B = 4.0 \times 10^{-4}$ T, ¿cuál será la magnitud, la dirección y el sentido del campo magnético en los puntos P y Q?

La misma regla de Ampère indica que en P y Q tendremos el vector $\vec{B}$ con las orientaciones indicadas en la Figura 24-7b.

Observemos ahora que los puntos P y Q se encuentran situados a una distancia del conductor dos veces mayor que los puntos M y N. Como $B \propto 1/r$, concluimos que en P y Q la magnitud de $\vec{B}$ será *dos veces menor* que en M y N. Entonces, en P y Q tendremos

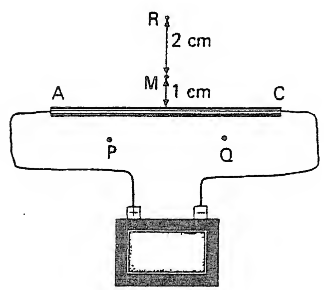
$$B = \frac{4.0 \times 10^{-4}}{2} \quad \text{o bien,} \quad B = 2.0 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

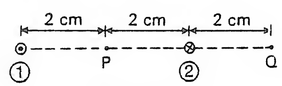
1. Considerando la figura de este ejercicio, indique la dirección y el sentido del campo magnético producido por la corriente en el conductor AC en los puntos P, Q, M y R.

2. En el ejercicio anterior, considere que el valor del campo magnético en M es $B_M = 6.0 \times 10^{-4}$ T. Si suponemos que la intensidad de la corriente en el conductor AC se duplica, cuál será entonces.
   a) El valor del campo magnético en M.
   b) El valor del campo magnético en R.



Ejercicio 1

3. La figura de este ejercicio representa dos conductores rectilíneos horizontales, (1) y (2), vistos de frente, y que llevan las corrientes i_1 = 30 A e i_2 = 15 A, con los sentidos indicados. Considerando el punto P de la figura:
   a) Indique la dirección y el sentido de cada uno de los campos magnéticos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ producidos por los conductores (1) y (2) en este punto.
   b) Sabiendo que $B_1 = 3.0 \times 10^{-4}$ T, ¿cuál será entonces el valor de $\vec{B}_2$?
   c) Determine la magnitud, la dirección y el sentido del campo magnético resultante, $\vec{B}$, establecido por los dos conductores en el punto P.



Ejercicio 3

4. Considerando ahora el punto Q que se muestra en la figura del ejercicio anterior, responda:
   a) ¿Cuál es la dirección y el sentido del vector $\vec{B}_1$ en este punto? ¿Y los del vector $\vec{B}_2$?
   b) ¿Cuál es el valor de $\vec{B}_1$? ¿Y el de $\vec{B}_2$?
   c) ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido del campo magnético resultante, $\vec{B}$, en el punto Q?

24.2 Campo magnético en el centro de una espira circular

❖ **Dirección y sentido del vector $\vec{B}$.** Consideremos un conductor al cual se le dio la forma de una circunferencia, constituyendo lo que suele denominarse una *espira circular*. Si esta espira fuese recorrida por una corriente eléctrica, como muestra la Figura 24-8, ya sabemos que dicha corriente establecerá un campo magnético en el espacio que rodea a la espira. Pero aquí únicamente vamos a examinar el campo magnético existente en su centro.

Para realizar este estudio, coloquemos una aguja magnética en el centro de la espira. Observando la orientación de esta aguja comprobamos que el vector $\vec{B}$ en este punto, es perpendicular al plano de la espira y tiene el sentido que se indica en la Figura 24-8.

Si invertimos el sentido de la corriente comprobaremos que el vector $\vec{B}$ sigue perpendicular al plano de la espira, aunque ahora su sentido es el contrario. La regla práctica de Ampère puede usarse aquí también para determinar el sentido del campo magnético. En la Figura 24-9, al emplear esta regla vemos que proporciona correctamente el sentido del vector $\vec{B}$, que coincide con el indicado en la Figura 24-8.

❖ **Factores que influyen en el valor de $\vec{B}$.** Al analizar la magnitud, B, del campo magnético en el centro de una espira circular, se comprobó que su valor es proporcional a la intensidad de la corriente en la espira, como sucedió en el caso del conductor rectilíneo. Además, pudo comprobarse que cuanto mayor sea la espira, tanto menor será el valor del campo magnético en su

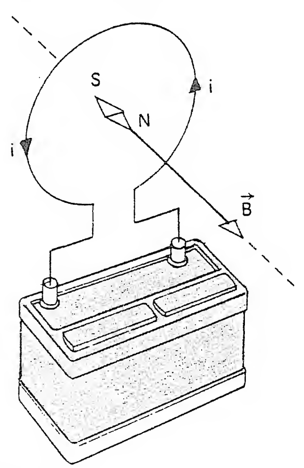


FIGURA 24-8 Campo magnético originado en el centro de una espira circular por la cual pasa corriente.

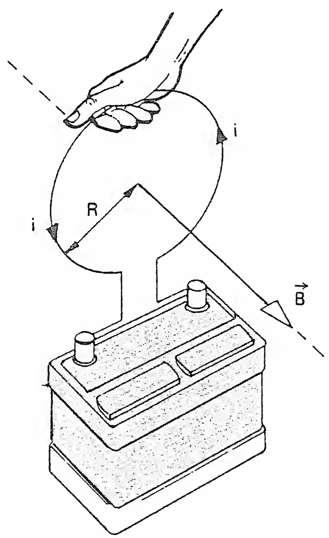


FIGURA 24-9 La *regla de Ampère* puede utilizarse para determinar el sentido de $\vec{B}$ también en este caso.

centro, o para decirlo con más precisión, se halló que B es inversamente proporcional al radio R de la espira. Entonces, en resumen, tenemos que

1) B es proporcional a i; es decir, $B \propto i$.
2) B es inversamente proporcional a R; o sea, $B \propto 1/R$.

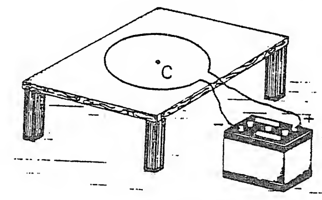
Entonces se concluye que la siguiente relación es válida para el valor del campo magnético en el centro de una espira circular:

$$\boxed{B \propto \frac{i}{R}}$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

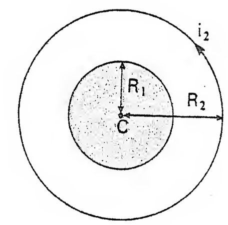
5. Una espira circular, colocada sobre una mesa horizontal, está conectada a una batería, como muestra la figura de este ejercicio. Usando la regla de Ampère, determine la dirección y el sentido del campo magnético en el centro C de la espira.



Ejercicio 5

6. Suponga que en el ejercicio anterior la magnitud del campo magnético en el punto C es $B = 2.0 \times 10^{-4}$ T. ¿Cuál sería entonces el valor de este campo si la intensidad de la corriente en el conductor se duplicara y el radio de la espira se redujera a la mitad?

7. Dos espiras circulares, con el mismo centro C, poseen radios $R_1 = 4.0$ cm y $R_2 = 12$ cm (*véase* figura de este ejercicio). La espira de radio R_2 es recorrida por una corriente $i_2 = 30$ A, con el sentido que se observa en la figura. ¿Cuál debe ser la intensidad y el sentido de la corriente i_1 que deberá recorrer la espira de radio R_1, para que el campo magnético resultante, creado por ambas espiras en el punto C, sea nulo?



Ejercicio 7

8. En el ejercicio anterior se sabe que el campo magnético establecido en C por la espira de radio R_2, vale $B_2 = 1.6 \times 10^{-4}$ T. Supongamos ahora que el sentido de la corriente i_1 es el mismo que el de la corriente i_2. En estas condiciones, ¿cual será la magnitud, la dirección y el sentido del campo magnético resultante, establecido por ambas espiras en el punto C?

24.3 Campo magnético de un solenoide

❖ **Qué es un solenoide.** Todo conductor enrollado de manera que forme un conjunto cilíndrico de N espiras sucesivas, prácticamente circulares, como el que se muestra en la Figura 24-10, se denomina *solenoide*. Este dispositivo se llama también, a veces, bobina, aunque

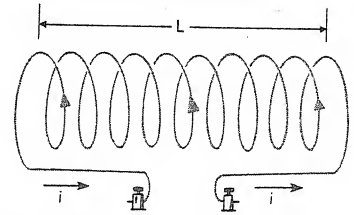


FIGURA 24-10 Un solenoide está constituido por un conductor dispuesto de manera que forme un rollo de espiras sucesivas.

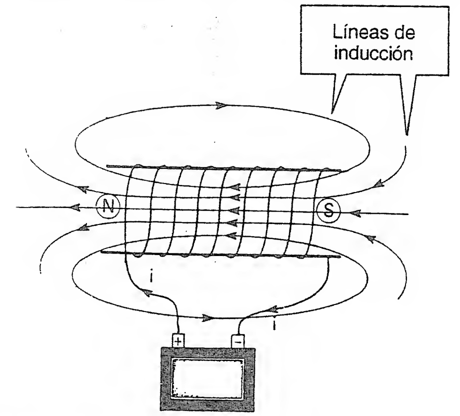


FIGURA 24-11 Líneas de inducción del campo magnético producido por una corriente que circula por un solenoide.

en realidad "bobina" es un término más general que designa cualquier tipo de enrollamiento de un conductor.

Al conectar el solenoide a una batería, la corriente circulará por sus espiras, estableciendo un campo magnético en puntos tanto del interior como de la parte exterior de la bobina. En la Figura 24-11 se muestran algunas líneas de inducción de este campo magnético. En la foto de la Figura 24-12 tenemos una "materialización" de estas líneas de inducción, la cual se obtuvo mediante limaduras de fierro distribuidas en el campo magnético.

Si comparamos las Figuras 24-11 y 23-12a (del capítulo anterior) podemos observar que el campo magnético de un solenoide muestra una configuración muy parecida a la de un imán en forma de barra. Por tanto, un solenoide posee prácticamente las mismas propiedades magnéticas que un imán. Por ejemplo, un solenoide por el que pasa una corriente, y que está colocado de manera que pueda girar libremente, se orientará en la dirección Norte-Sur. Además, sus extremos se comportan como los polos de un imán, como se representa en la Figura 24-11: el extremo del cual emergen las líneas de inducción se comporta como polo norte, y el extremo por el cual regresan al solenoide, funciona como polo sur. Por este motivo, podemos decir que un solenoide es un *electroimán*, es decir, un imán obtenido por el paso de una corriente eléctrica en un conductor enrollado helicoidalmente, o como la rosca de un tornillo con diámetro uniforme.

❖ **Dirección y sentido de $\vec{B}$ en el interior del solenoide.** Como podemos observar en la foto de la Figura 24-12, las líneas de inducción en el interior del solenoide son paralelas a su eje; es decir, el vector $\vec{B}$, en cualquier punto del interior de la bobina, presenta dicha dirección.

Para determinar el sentido de $\vec{B}$ en estos puntos, puede emplearse nuevamente la regla de Ampère. Si consideramos la espira de uno de los extremos de la bobina y situamos el pulgar

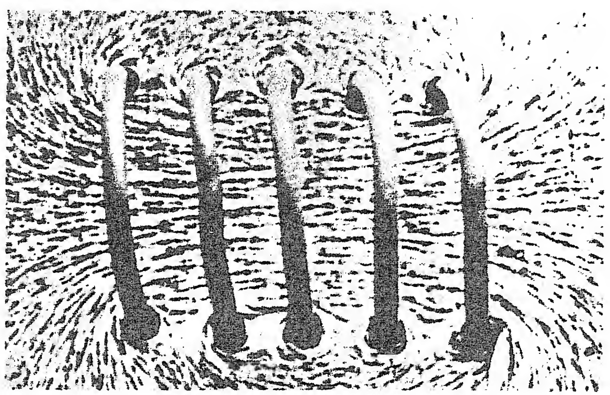
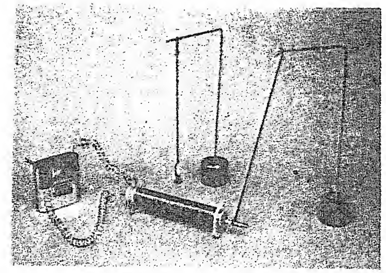


FIGURA 24-12 Materialización de las líneas de inducción del campo magnético creado por un solenoide, mediante el empleo de limaduras de fierro.



Una bobina recorrida por una corriente, se comporta como un imán. Sus extremos son los polos del imán, que atraen pedazos de fierro

en el sentido de la corriente, los demás dedos indicarán si las líneas de inducción en este extremo, entran o salen del solenoide. Por ejemplo, en la Figura 24-13a, los dedos indican que las líneas de inducción entran por el extremo F de la bobina, y por tanto, el campo magnético en el interior del solenoide se encuentra dirigido de F hacia G, como indica la figura. Al invertir el sentido de la corriente en las espiras, el sentido del campo magnético en el interior del solenoide también se invertirá, como muestra la aplicación de la regla de Ampère en el caso de la Figura 24-13b.

❖ **Factores que influyen en el valor de $\vec{B}$.** Consideremos un solenoide largo en comparación con el diámetro de sus espiras. Se observa que en puntos del interior de dicha bobina, no muy cercanos a sus extremos, el campo magnético es uniforme, es decir, el vector $\vec{B}$ es prácticamente el mismo en cualquiera de estos puntos.

Se observa (como sucede con los campos magnéticos estudiados en las secciones anteriores), que la magnitud de $\vec{B}$ en el interior del solenoide es proporcional a la intensidad de la corriente que circula en sus espiras. Además, existe otro factor importante, el cual influye en el valor de $\vec{B}$: se trata del número de espiras por unidad de longitud, que vamos a representar por n. Este número se obtiene dividiendo el número total N de espiras entre la longitud L del solenoide (Fig. 24-10), es decir, $n = N/L$. Se observa que el valor de $\vec{B}$ en el interior del solenoide, es proporcional a n. Tenemos entonces que

1) B es directamente proporcional a i; es decir, $B \propto i$.

2) B es directamente proporcional a n; o sea, $B \propto n$.

Por consiguiente,

$$\boxed{B \propto ni}$$

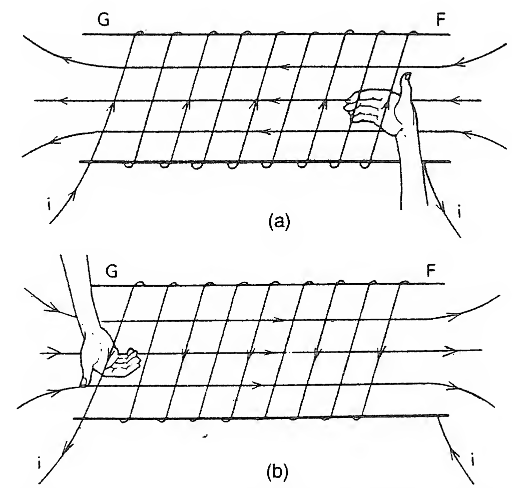
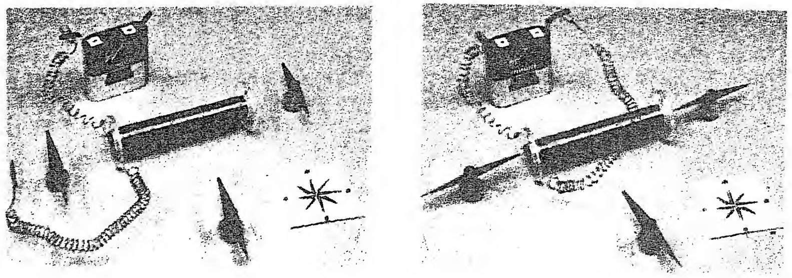


FIGURA 24-13 Aplicación de la *regla de Ampère* para la determinación del sentido de las líneas de inducción del campo magnético de un solenoide.



(a) (b)

En (a) no hay corriente en la bobina y las agujas están orientadas por el campo magnético terrestre en la dirección Norte-Sur. Observe, en (b), cómo las agujas están orientadas por el campo magnético de la bobina en la cual pasa una corriente eléctrica.

Debemos llamar la atención hacia el hecho de que, contrariamente a lo que pudiera parecer, se ve que en el valor de $\vec{B}$ en el interior de un solenoide largo no influye el radio de sus espiras.

En resumen,

> el campo magnético en el interior de un solenoide largo (en puntos alejados de sus extremos), es uniforme, paralelo al eje del solenoide, y orientado según el sentido que se obtiene mediante la regla de Ampère (Fig. 24-13). La magnitud B, de este campo, es proporcional a la intensidad de la corriente (i) en las espiras, y al número (n) de estas últimas por unidad de longitud del solenoide; es decir,
>
> $$B \propto ni$$

EJEMPLO

Por un solenoide FG circula una corriente en el sentido que se indica en la Figura 24-14. Al acercar el extremo F del solenoide al polo sur de un imán I, ¿este polo sera atraído o rechazado por dicho extremo?

Aplicando la regla de Ampère a una espira del extremo del solenoide, determinaremos el sentido del campo magnético en su interior. En la Figura 24-14, esta regla se aplicó a la espira del extremo G, mostrando que las líneas de inducción son salientes de dicho extremo. Entonces, G se comporta como un polo norte, y por consiguiente, F se comportará como un polo sur. En estas condiciones, concluimos que el imán será repelido al acercar su polo sur al extremo F del solenoide.

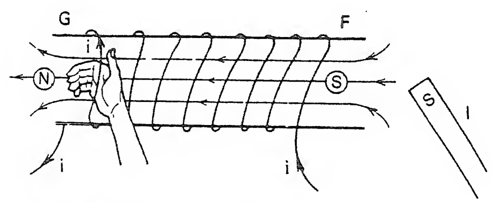


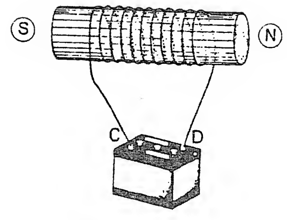
FIGURA 24-14 Para el Ejemplo de la Sección 24.3.

EJERCICIOS

Antes de pasar, al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

9. Un solenoide FG, recorrido por una corriente eléctrica, fue suspendido de manera que pudiese girar libremente. Se observó que se orientaba en la dirección Norte-Sur, con su extremo F apuntando hacia el norte geográfico de la Tierra.
   a) ¿El extremo F del electroimán, se comporta entonces como un polo norte o un polo sur?
   b) ¿El campo magnético en el interior del solenoide, se halla dirigido de G hacia F o de F hacia G?

10. Un conductor metálico helicoidal (que puede ser, por ejemplo, un resorte de acero) fue conectado a los polos C y D de una batería, hallándose que



Ejercicio 10

sus extremos se comportaban como polos norte y sur, según puede observarse en la figura de este ejercicio. Determine, entonces, cuál es el polo positivo de la batería.

11. Dos bobinas, (1) y (2), cada una con 100 espiras y cuyas longitudes son L_1 = 20 cm y L_2 = 40 cm, se encuentran conectadas en serie a los polos de una batería.
    a) La corriente que circula por (1), ¿es mayor, menor o igual a la que pasa por (2)?
    b) El campo magnético B_1 en el interior de la bobina (1), ¿es mayor, menor o igual al campo magnético B_2 en el interior de la bobina (2)?
    c) Sabiendo que $B_1 = 6.0 \times 10^{-3}$ T, ¿cuál es el valor de B_2?

12. Considere dos solenoides, el primero con un número de espiras N_1 = 120 y longitud L_1 = 30 cm, y el segundo, con N_2 = 180 espiras y longitud L_2 = 15 cm. El primero es recorrido por una corriente i_1 = 6.0 A. ¿Cuál es la corriente i_2 que debemos hacer pasar por el segundo para que el campo magnético sea el mismo en el interior de ambos solenoides?

24.4 Influencia del medio en el valor del campo magnético

En las secciones anteriores analizamos los campos magnéticos creados por conductores de diversas formas, pero sin referirnos *al medio* en el cual estos alambres conductores se encontraban colocados. Sin embargo, es importante observar, que este estudio se realizó suponiendo a los conductores situados en el aire (rigurosamente hablando, los conductores deberían encontrarse en el vacío, pero la diferencia entre ambas situaciones —en aire o en vacío— es insignificante).

Supongamos ahora que un conductor se encuentra inmerso en un medio material (Fig. 24-15a), o que un objeto cualquiera es acercado a él (Fig. 24-15b). Experimentalmente puede comprobarse que, en estos casos, el valor del campo magnético que rodea al alambre es diferente del que existiría si el conductor estuviese solo y colocado en el aire. Por tanto, la presencia de un medio material modifica el campo magnético originado por una corriente eléctrica. A continuación realizamos un análisis de tal modificación tratando de explicar por qué sucede.

❖ **Imantación de un material.** Cuando un campo magnético actúa en un medio material cualquiera, este medio sufre una modificación, y decimos que se *imanta* o *imana* (o bien, se magnetiza).

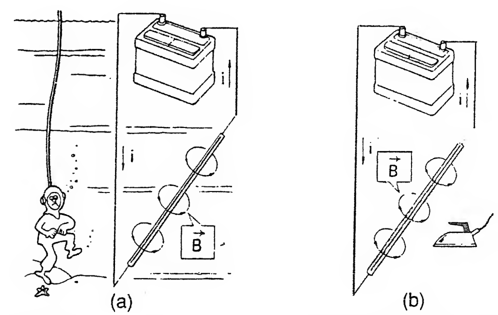


FIGURA 24-15 La presencia de un medio material provoca alteraciones en el valor del campo magnético creado por una corriente eléctrica.

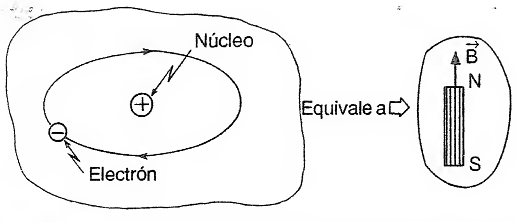


FIGURA 24-16 Un átomo puede considerarse como un imán elemental.

Para comprender en qué consiste esta imantación debemos recordar que en el interior de cualquier sustancia existen corrientes eléctricas elementales, constituidas por los movimientos de los electrones en sus átomos. Estas corrientes elementales crean pequeños campos magnéticos, de manera que cada átomo puede considerarse como un pequeño cuerpo magnetizado, es decir, como un imán elemental (Fig. 24-16).

En el interior de un material en su estado normal (no magnetizado), estos imanes elementales se encuentran orientados enteramente al azar (Fig. 24-17a), de manera que los campos magnéticos creados por los átomos de la sustancia tienden a anularse. Siendo nulo el campo magnético resultante establecido por la totalidad de los imanes elementales, la sustancia no presentará ningún efecto magnético.

Pero si el material se colocara dentro de un campo magnético $\vec{B}$, este campo actuaría sobre los imanes elementales tendiendo a orientarlos, como se observa en la Figura 24-17b. En virtud de esta orientación, los campos magnéticos elementales de los átomos se refuerzan, y el material comienza a mostrar efectos magnéticos

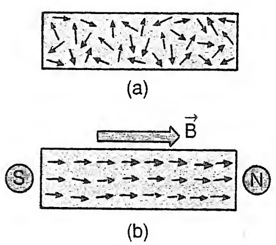


FIGURA 24-17 En una barra no magnetizada, (a) los imanes elementales se encuentran orientados al azar. (b) Si la barra se coloca en un campo magnético, dichos imanes elementales se orientan en forma paralela al campo.

externos considerables. En estas condiciones decimos que la sustancia está *imantada o magnetizada;* es decir, el material se convierte en un imán, con sus polos norte y sur localizados en las posiciones que se indican en la Figura 24-17b. De manera que la transformación de un trozo de fierro común en un imán, ocurre debido simplemente a la orientación uniforme de los imanes elementales constituidos por los átomos del metal.

Ahora podemos entender por qué en las dos situaciones presentadas en la Figura 24-15, el campo magnético que rodea al conductor es alterado por la presencia de medios materiales. En efecto, el campo magnético creado por la corriente provoca la imantación del medio material. En tal virtud, el campo de carácter magnético que rodea al conductor pasa a ser una superposición del campo creado por la corriente y el campo originado por el material imantado. Como en el vacío (o en el aire) el campo magnético se debe únicamente a la corriente eléctrica, se explica por qué la presencia de un medio material modifica el campo magnético que rodea a un conductor activo.

❖ **Materiales paramagnéticos y diamagnéticos.** Experimentos realizados por los científicos han demostrado que la presencia de gran parte de las sustancias existentes en la naturaleza, provoca una alteración muy pequeña en un campo magnético. Esto se debe a que al ser colocadas en tal campo, dichas sustancias se imantan muy débilmente. Materiales como el papel, el cobre, el aluminio, el plomo, etc., se comportan de tal manera, siendo éste el motivo por el cual no podemos construir imanes con ellos.

Un análisis más cuidadoso permite comprobar que estas sustancias pueden clasificarse en dos grupos diferentes:

1) *Sustancias paramagnéticas:* Son las que al ser colocadas en un campo magnético, se imantan de manera que provocan un pequeño *aumento* en el valor del campo magnético en un punto cualquiera. En tales sustancias, los imanes elementales tienden a orientarse en el mismo sentido del campo aplicado (Fig. 24-17b), y por tanto, el campo magnético establecido por ellas tendrá el mismo sentido que tal campo aplicado, haciendo que el campo resultante tenga un valor un poco mayor que el inicial. El aluminio, el magnesio, el platino, el sulfato de cobre, etc., son ejemplos bien conocidos de sustancias paramagnéticas.

2) *Sustancias diamagnéticas:* Son las que al ser colocadas en un campo magnético sus imanes elementales se orientan en sentido *contrario* al del campo aplicado. De modo que establecen un campo magnético en sentido opuesto al de aquél, haciendo que el campo resultante tenga un valor un poco *menor* que el inicial. Podemos citar como ejemplos típicos de sustancias diamagnéticas a las siguientes: bismuto, cobre, agua, plata, oro, plomo, etcétera.

❖ **Materiales ferromagnéticos.** Un pequeño grupo de sustancias existentes en la naturaleza, presenta un comportamiento muy diferente del que acabamos de describir. Estas sustancias, denominadas sustancias *ferromagnéticas,* se imantan fuertemente al ser colocadas en un campo magnético, de manera que el campo que establecen es *muchas veces más intenso* que el campo aplicado. Puede comprobarse que en virtud de la presencia de una sustancia ferromagnética, el campo resultante puede volverse centenas, e incluso millares, de veces mayor que el campo magnético inicial.

Las sustancias ferromagnéticas son únicamente *el fierro, el cobalto* y *el níquel,* así como las aleaciones de estos elementos. Tal propiedad de las sustancias ferromagnéticas es aprovechada para obtener campos magnéticos de valor elevado. Por ejemplo, es muy común colocar una barra de fierro (más bien, acero) en el interior de una bobina, como se puede observar en la Figura 24-18. En virtud de la imantación del metal, el campo magnético resultante obtenido de esta manera, es muchas veces mayor que el campo creado únicamente por la corriente que pasa por la bobina. Este conjunto (bobina

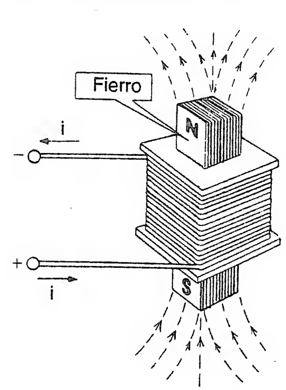
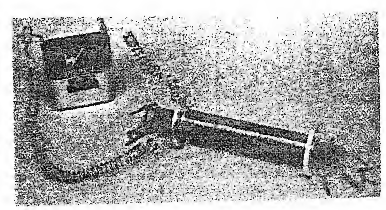


FIGURA 24-18 Una bobina con núcleo de fierro constituye un electroimán.

+ barra de acero) constituye entonces un electroimán poderoso, y a dicha barra central se le denomina *núcleo* del electroimán. Los electroimanes encuentran una gran variedad de aplicaciones en la ciencia y en la tecnología. Una de ellas se muestra en la Figura 24-19: una grúa constituida por un potente electroimán, que se emplea para el levantamiento y transporte de cargas muy pesadas de metales férreos.

Como es fácil observar, el gran aumento que una sustancia ferromagnética, al ser imantada, provoca en el campo, se debe al alto grado de alineación que se produce en sus imanes elementales. Dicho alineamiento, o sea, la magnetización de las sustancias, es tanto mayor cuanto más intenso sea el campo aplicado a ella, pudiendo llegar a una situación en la cual prácticamente todos sus imanes elementales se encuentran alineados en una misma dirección. En este caso, la magnetización de la sustancia alcanza su valor máximo, y luego, a partir de ahí, permanece constante, aunque se aumente el valor del campo magnético aplicado. Este com-



El núcleo de fierro se imanta y el campo magnético se torna más intenso, en las proximidades de la bobina.

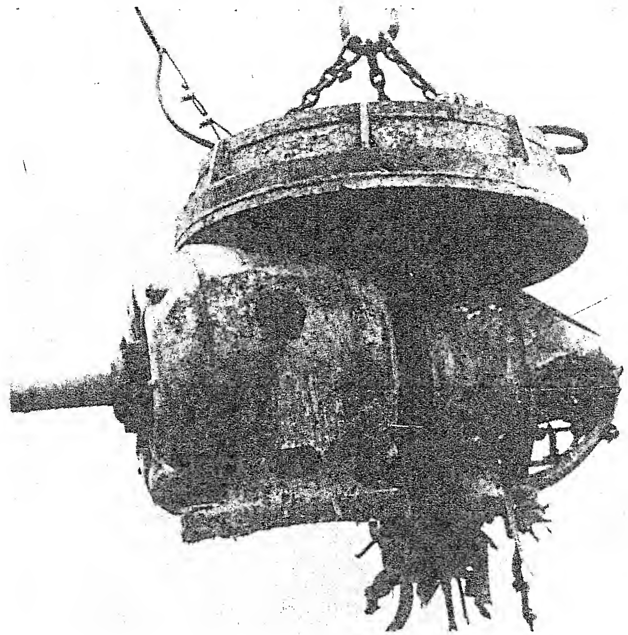


FIGURA 24-19 Grúa de electroimán, capaz de elevar y transportar cargas muy pesadas de metal magnetizable.

portamiento de una sustancia ferromagnética se ilustra con el gráfico de la Figura 24-20.

Como sería de esperar, la imantación de un material ferromagnético es tanto menor cuanto más alta sea su temperatura. De hecho, como sabemos, la elevación de la temperatura de un material provoca un aumento en la agitación térmica de sus átomos, dificultando entonces el alineamiento de los imanes elementales que constituyen. Por tanto, la elevación de la temperatura de un material ferromagnético dificulta o elimina su magnetización.

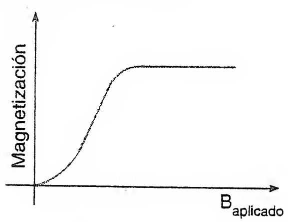


FIGURA 24-20 Diagrama que muestra el aumento de la magnetización de una sustancia ferromagnética con el aumento del campo $\vec{B}$ que provoca la imantación.

Así pues, podemos resumir el comportamiento magnético de las sustancias de la manera siguiente:

La gran mayoría de las sustancias existentes en la naturaleza son paramagnéticas o diamagnéticas:

— *sustancias paramagnéticas* son las que en presencia de un campo magnético, se imantan muy débilmente, haciendo que el valor del campo magnético sea ligeramente aumentado.

— *sustancias diamagnéticas* son las que en presencia de un campo magnético, se imantan también débilmente, pero, sin embargo, hacen que el valor del campo magnético se vuelva ligeramente menor.

El fierro, el cobalto, el níquel, y sus aleaciones, son sustancias *ferromagnéticas*, las que sujetas a la acción de un campo magnético, se imantan fuertemente, haciendo que el campo magnético resultante sea muchas veces mayor que el campo aplicado.

❖ **Por qué un imán atrae un trozo de fierro.** Como se sabe, un pedazo de fierro cualquiera (por ejemplo, un clavo) es atraído por los polos de un imán. Para comprender por qué sucede esto, consideremos que un trozo de fierro, *FG*, inicialmente no imantado, se coloca cerca del polo norte de un imán, como muestra la Figura 24-21. Como sabemos, el campo magnético del imán magnetiza a este material de manera que sus imanes elementales quedan alineados en el sentido del campo aplicado (*véase* Figura 24-21). En otras palabras, el trozo de metal se transforma en un imán, cuyos polos norte y sur se encuentran localizados, respectivamente, en los extremos *F* y *G*. De manera que el trozo de fierro es atraído por el polo norte del imán porque su extremo G, situado más cerca de este polo, es un polo sur.

Supongamos ahora que una barra de una sustancia diamagnética se aproxima al polo norte del imán. En este caso, como ya sabemos, la sustancia se magnetiza quedando sus imanes elementales orientados en sentido contrario al del campo aplicado, como muestra la Figura 24-22. De modo que el extremo *G* se comporta como un polo norte y la barra será *repelida* por el imán. Este hecho fue observado por primera vez, en el siglo pasado, por Faraday. Al acercar una muestra de bismuto (sustancia diamagnética) a uno de los polos de un imán, halló que era *repelida* por dicho polo, contrariamente a lo que sucedía con un trozo de fierro (como estaba acostumbrado a observar).

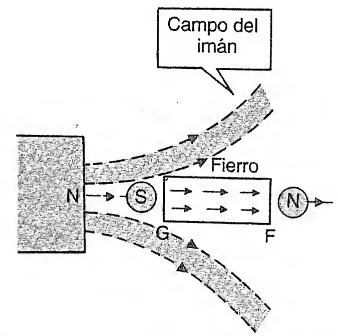


FIGURA 24-21 Trozo de fierro colocado en las proximidades del polo norte de un imán.

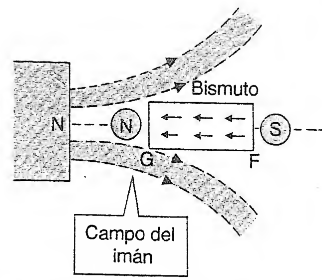


FIGURA 24-22 Muestra de bismuto colocada en las cercanías del polo norte de un imán.

❖ **Qué es la histéresis magnética.** Vimos que una sustancia ferromagnética se imanta cuando se coloca en un campo magnético. Pero, un hecho muy conocido es que estas sustancias, al ser retiradas del campo magnético, no se desmagnetizan por completo; es decir, presentan cierta imantación aun en ausencia del campo magnético aplicado. Esta propiedad, característica de las sustancias ferromagnéticas, se denomina "histéresis magnética".

La gráfica de la Figura 24-23 ilustra el fenómeno de la histéresis. Obsérvese que cuando aumentamos el valor del campo magnético aplicado al material, su imantación aumenta en la forma descrita por la curva *OM*. Luego, al disminuir el valor del campo aplicado, vemos que la imantación disminuye siguiendo la curva *MN*. Entonces, cuando el campo aplicado se reduce a cero, aún queda en el material ferro-

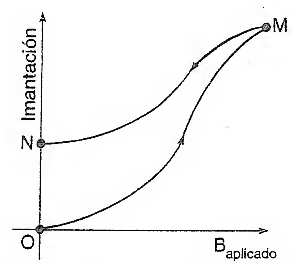
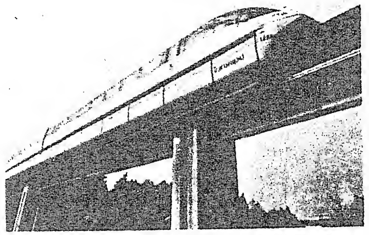


FIGURA 24-23 Diagrama que ilustra el fenómeno de histéresis en una sustancia ferromagnética.



Los trenes convencionales presentan vibraciones muy fuertes cuando se desplazan a velocidades altas. El tren mostrado en la foto (construido en Alemania) es levitado magnéticamente y, por eso, puede desplazarse a más de 200 km/h, totalmente libre de vibraciones.

magnético una imantación residual, representada por el valor *ON*.

Algunos materiales ferromagnéticos, como el "acero templado", conservan una imantación residual considerable, es decir, presentan una histéresis muy acentuada. Por lo que estas sustancias se emplean en la construcción de imanes permanentes. Por otra parte, en ciertos dispositivos, por ejemplo un electroimán, es necesario que el núcleo de fierro pierda prácticamente toda su imantación cuando desaparece el campo magnético aplicado. Para la confección del núcleo de estos aparatos se utiliza un tipo especial de fierro, denominado "fierro dulce", el cual presenta una histéresis muy reducida (prácticamente nula).

EJEMPLO

La Figura 24-24 es el diagrama de un *telégrafo*, aparato utilizado para enviar mensajes en código Morse (con puntos y rayas). Este dispositivo constituye una interesante aplicación de los fenómenos estudiados en esta sección, y fue inventado en el siglo pasado, en Estados Unidos de América, por Joseph Henry y Samuel Morse. A continuación describimos su funcionamiento.

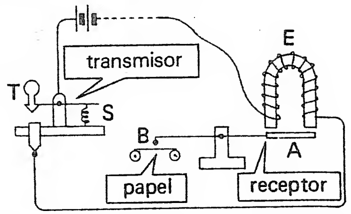


FIGURA 24-24 Para el Ejemplo de la Sección 24.4.

Observe en la figura que uno de estos telégrafos consta básicamente de dos partes: 1. Un circuito eléctrico formado por el transmisor (un interruptor manual), conectado en serie con una batería y un electroimán *E*, a cierta distancia. 2. Un dispositivo de palanca, el receptor, que en uno de sus extremos tiene una placa de fierro *A*, y en la otra, una pieza constituida por un estilete *B* que hace marcas de tinta sobre una tira de papel que se mueve debajo de él.

Al oprimir el interruptor *T*, el circuito eléctrico se cierra y una corriente comienza a circular en las espiras del electroimán *E*. El núcleo de fierro dulce de este electroimán se magnetiza y atrae la placa *A*. En este momento, el estilete *B* se apoya sobre el papel, marcando en él el signo respectivo, en tanto el interruptor *T* se encuentre cerrado. Cuando se suelta *T*, el resorte *S* hace que el circuito se interrumpa. Por consiguiente, el núcleo del electroimán pierde su imantación, y la placa *A*, al dejar de ser atraída, regresa a su posición normal de equilibrio. Por tanto, en estas condiciones el estilete *B* dejará de tocar el papel.

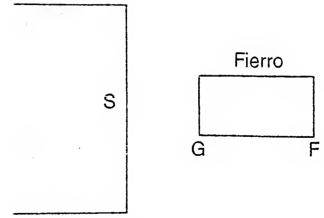
Es fácil advertir que si *T* se mantiene oprimido un tiempo corto o uno largo, se marcarán un punto o una raya, respectivamente, en el receptor. Aun cuando la distancia entre el transmisor y el receptor pueda ser de muchos kilómetros, la transmisión de cada signo (punto o raya) ¡se hace de manera casi instantánea!*

* **N. del R.** En la actualidad, los mensajes telegráficos suelen ser sonoros y no gráficos, siendo el "punto" un sonido corto, y la "raya", uno largo. El transmisor se llama también *manipulador* o *llave*, y el receptor se denomina *sonador*, pues en él es producida una señal audible por el electroimán. La *línea telegráfica* une estos aparatos, instalados en estaciones de telegrafía distantes.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

13. Un trozo de fierro *FG* se coloca cerca del polo sur de un imán, como indica la figura de este ejercicio.

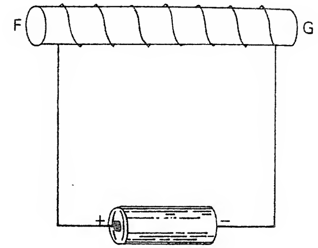


Ejercicio 13

a) Trace en la figura algunas líneas de inducción del campo magnético creado por el imán.
b) Dibuje también en la figura, algunos imanes elementales del trozo de fierro, señalando su orientación.
c) ¿Entonces el extremo *G* del trozo de fierro será un polo norte o un polo sur?
d) Luego, entonces ¿el trozo de fierro será atraído o repelido por el imán?

14. Responda a las preguntas (b), (c) y (d) del ejercicio anterior suponiendo ahora que la barra *FG* está hecha de un material diamagnético.

15. Como vimos, es posible obtener un electroimán si enrollamos un conductor alrededor de una barra de fierro, y hacemos pasar una corriente continua por él. En la figura de este ejercicio, que presenta un electroimán obtenido de esta manera, diga dónde se localizan los polos norte y sur.



Ejercicio 15

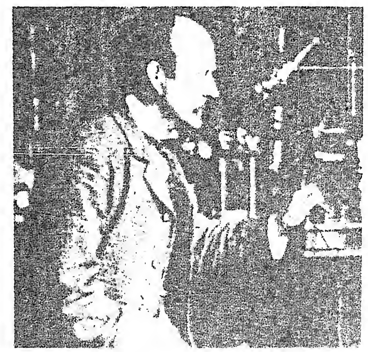
16. Suponga que la barra *FG* del ejercicio anterior es retirada del interior del solenoide y aproximada a un clavo común. Diga si la barra atraerá o no al clavo en los casos siguientes:
a) *FG* es una barra de "fierro dulce".
b) *FG* es una barra de "acero templado".

17. Un imán permanente puede perder toda su imantación si se calienta mucho. ¿Por qué?

24.5 Un tema especial (para aprender más)

El descubrimiento del electrón

El hecho de que el electrón es una partícula que posee carga negativa y de que se encuentra en la constitución del átomo de cualquier sustancia, ha sido ampliamente divulgado en nuestros días. Pero el descubrimiento del electrón es relativamente reciente, y fue resultado de los trabajos realizados por el físico inglés J. J. Thomson en la última década del siglo pasado. Estos trabajos tuvieron su origen cuando dicho científico se interesó en la investigación de la naturaleza y propiedades de ciertas radiaciones, conocidas en esa época con el nombre de *rayos catódicos*. A continuación presentamos algunas propiedades de estas radiaciones, y explicamos cómo su estudio llevó a Thomson a descubrir el electrón.



J.J. Thomson (1856-1940). Físico inglés que revolucionó el estudio de la estructura atómica al descubrir el electrón. Thomson inició sus estudios a muy temprana edad y obtuvo una beca en el *Trinity College* de Cambridge, donde se diplomó en matemáticas, y donde permaneció hasta el fin de sus días. Consagrado a sus investigaciones en el *Cavendish Laboratory*, Thomson logró la satisfacción de ver que siete de los científicos que trabajaron bajo su orientación, fueron ganadores de un Premio Nobel. Él mismo recibió dicho galardón en 1906 por sus investigaciones acerca de la conducción eléctrica en los gases, que lo llevaron a descubrir el electrón.

❖ **Descubrimiento de los "rayos catódicos".** Durante el siglo pasado, varios físicos idearon

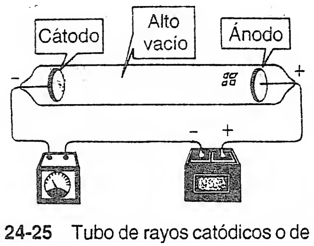


FIGURA 24-25 Tubo de rayos catódicos o de conducción en un gas o en el vacío.

experimentos para estudiar la conducción de electricidad a través de los gases. Tales experimentos generalmente se realizaban utilizando un tubo de vidrio, en los extremos del cual se adaptaban dos placas metálicas (electrodos), como se observa en la Figura 24-25. A estas placas se les aplicaba un alto voltaje, denominándose *cátodo* la placa de potencial más bajo (conectada al polo negativo), y *ánodo*, la placa de potencial más elevado (conectada al polo positivo). La corriente que pasaba a través del gas existente en el tubo era indicada por un amperímetro, como se muestra en la figura. (La batería simboliza una fuente de alta tensión continua.)

Al estudiar el paso de corriente a medida que el gas del tubo iba siendo enrarecido, los científicos encontraron un hecho inesperado: aun cuando se alcanzara un alto vacío, el amperímetro seguía indicando el paso de corriente a través del tubo (a pesar de que prácticamente no existía un medio material entre el cátodo y el ánodo).

Para estudiar este fenómeno, sir William Crookes construyó, en 1875, un tubo como el que se muestra en la Figura 24-26. Al hacer el vacío en el tubo y producir, una alta diferencia de

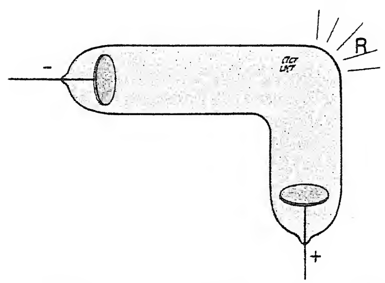


FIGURA 24-26 Tubo de Crookes de rayos catódicos, donde se indica la luminiscencia verdosa en la región *R*.

potencial entre el cátodo y el ánodo, Crookes observó que la región del tubo opuesta al cátodo (región *R* en la Figura 24-26) mostraba una luminiscencia verdosa. Sospechó que tal luminosidad débil era causada por algún tipo de radiación emitida por el cátodo, que al desplazarse en línea recta, llegaba al vidrio del tubo en *R*. Estas radiaciones, cuya naturaleza Crookes no logró determinar, recibieron el nombre de *rayos catódicos* (en virtud de ser emitidas por el cátodo).

❖ **Propiedades de los rayos catódicos.** Para comprobar que los rayos catódicos realmente se propagaban en línea recta, Crookes realizó un experimento que se volvió muy conocido y que se ilustra en la Figura 24-27. Al colocar un objeto en forma de cruz frente al cátodo, comprobó que una "sombra" de este obstáculo se proyectaba en la pared de vidrio, en medio de la región luminiscente. Como este comportamiento es muy similar al de la radiación luminosa cuando forma la sombra de un objeto, varios científicos comenzaron a sospechar que los rayos catódicos eran un tipo de onda invisible, de la misma naturaleza que la luz.

Pero otros experimentos realizados también por Crookes mostraron que los rayos catódicos pueden ser desviados con un campo magnético. En efecto, al acercar un imán a un tubo como el de la Figura 24-27, halló que la sombra (y la luminiscencia) se desplazaban sobre la pared de vidrio. Como las ondas luminosas no son desviadas por un campo magnético, este resultado hizo que algunos científicos plantearan la hipótesis de que los rayos catódicos pudieran estar constituidos por partículas eléctricas (que, como ya se sabía en esa época, son desviadas por la acción de un campo magnético). Al observar el

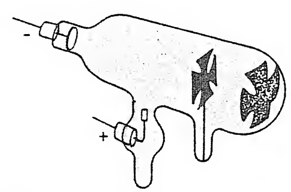
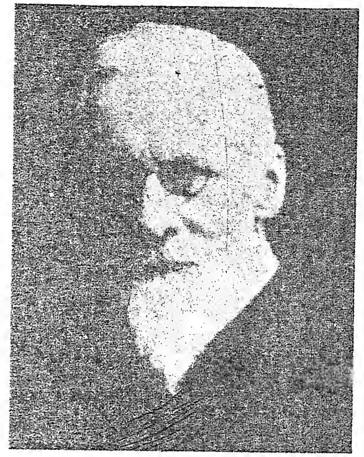


FIGURA 24-27 Experimento de Crookes para mostrar la propagación rectilínea de los rayos catódicos.



William Crookes (1832-1919). Físico y químico inglés, notable por sus trabajos con los rayos catódicos y por el descubrimiento del elemento *talio*. Habiendo heredado de sus padres una gran fortuna, montó su propio laboratorio de investigaciones, y se dedicó por entero a la ciencia. En su estudio de los rayos catódicos, Crookes inventó varios dispositivos para estudiar el comportamiento de dicha radiación, pero su teoría acerca de la naturaleza de ésta resultó incorrecta en varios aspectos. Durante los estudios que lo llevaron al descubrimiento del talio, construyó el ahora llamado *radiómetro de Crookes*, dispositivo capaz de convertir una radiación luminosa, en movimiento rotatorio, y que fue utilizado en el perfeccionamiento de instrumentos para medidas de precisión.

sentido de la desviación de los rayos catódicos, tales físicos concluyeron que tales partículas estaban electrizadas negativamente.

❖ **Los experimentos de J.J. Thomson.** Durante casi 25 años no surgió nada nuevo que permitiera decidir en forma definitiva entre las dos hipótesis: los rayos catódicos son un tipo de onda similar a la luz, o bien, un haz de partículas electrizadas negativamente.

No fue sino hasta 1897 cuando los experimentos realizados por J. J. Thomson vinieron a aclarar que los rayos catódicos en realidad estaban constituidos por partículas que poseían carga negativa. La principal evidencia en favor de dicha conclusión la constituyó el hecho de que Thomson logró comprobar que los rayos catódicos también eran desviados por la acción

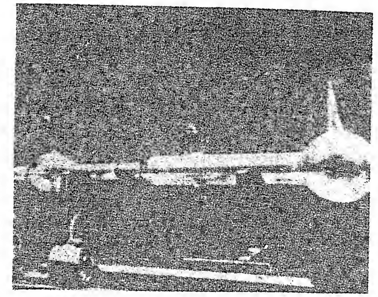


FIGURA 24-28 Tubo de rayos catódicos empleado por Thomson en sus experimentos para la determinación de la relación *q/m* para el electrón.

de un campo eléctrico. Estas partículas recibieron el nombre, más tarde, de *electrones*.

Una vez conocida la naturaleza de los rayos catódicos, Thomson trató de determinar algunas propiedades de las partículas que constituyen estos rayos, es decir, algunas propiedades de los electrones. Por ejemplo, era importante saber el valor de la carga q y de la masa m de dichas partículas. Pero no fue posible obtener directamente en forma experimental los valores de estas magnitudes. Lo que Thomson logró fue medir la razón entre la carga y la masa, o sea, el cociente q/m para el electrón.

La fotografía de la Figura 24-28 muestra el tubo de rayos catódicos (semejante a un cinescopio de televisión) que fue empleado por Thomson para efectuar dicha medición. No describiremos aquí el experimento que realizó, porque actualmente existen dispositivos que permiten llegar al mismo resultado con procedimientos mucho más simples. A continuación analizamos uno de estos métodos modernos, el cual podría ser reproducido en algunos laboratorios de enseñanza elemental de Física.

❖ **Un experimento sencillo que permite obtener la razón carga/masa del electrón.** En la Figura 24-29 mostramos el esquema de un dispositivo que permite medir con facilidad la relación q/m para un haz de electrones emitidos por un filamento caliente. Los electrones emitidos por el filamento en virtud del efecto termoiónico (descrito en la Sección 22.4 del Capítulo 22), son acelerados en dirección a una placa por un voltaje V aplicado entre ésta y el filamento.

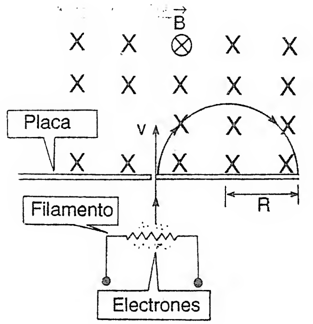


FIGURA 24-29 Esquema del dispositivo electrónico empleado en laboratorios de enseñanza para la medida de la relación q/m para el electrón.

Entonces, los electrones pasan a través de un orificio existente en la placa y entran en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Bajo la acción de este campo, el haz de electrones describe una semicircunferencia, como muestra la Figura 24-29. El radio R de este movimiento circular puede determinarse fácilmente en el experimento, porque los electrones, al llegar a la placa, provocan una luminiscencia en el punto de impacto. Este conjunto está encerrado en una envoltura de vidrio, constituyendo un tubo electrónico, el cual se coloca entre dos bobinas que crean el campo magnético (*véase* foto de la Figura 24-30).

El radio R de la trayectoria circular que una partícula electrizada describe en un campo magnético está, como sabemos, dado por

$$R = \frac{mv}{Bq} \quad \text{donde} \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{BR}$$

Entonces, para determinar la razón q/m del electrón debemos conocer los valores de v, B y R. El valor de R se mide directamente en el aparato, y el valor de B puede calcularse si conocemos la corriente que pasa por las bobinas. Para determinar v basta recordar que el trabajo realizado sobre el electrón, entre el filamento y la placa, es igual a qV. Debido a dicho trabajo, el electrón adquiere una energía cinética dada por $(1/2)mv^2$. De manera que

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad \text{donde} \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

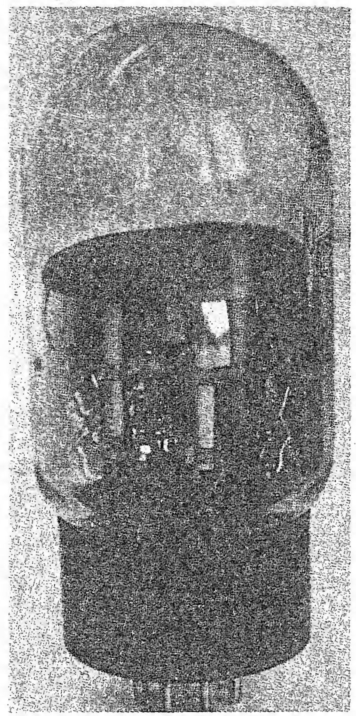


FIGURA 24-30 Fotografía del tubo electrónico esquematizado en la Figura 24-29.

Al sustituir este valor de v en la expresión de q/m, obtenemos:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2R^2}$$

Como el valor de V puede obtenerse fácilmente con un voltímetro, esta expresión permite determinar la razón q/m para el electrón. En un experimento realizado con este dispositivo se obtuvieron los valores siguientes:

$V = 320$ V
$B = 1.2 \times 10^{-3}$ T
$R = 5.0$ cm

Si sustituimos estos valores, en la expresión de q/m, obtenemos

$$\frac{q}{m} = 1.76 \times 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

❖ **El electrón está presente en el átomo de cualquier sustancia.** En sus experimentos, Thomson encontró resultados muy cercanos a éste, que fue obtenido con montajes más modernos. Al repetir el experimento con cátodos hechos de diferentes materiales, obtuvo siempre el mismo valor para el cociente q/m, concluyendo así que todos los materiales emiten la misma especie de partículas. En otras palabras, Thomson llegó a la conclusión de que todas las sustancias poseen electrones en su constitución. Habiendo observado que la masa de un electrón es muy pequeña (a pesar de no haber logrado obtener su valor), propuso la hipótesis de que el átomo no es indivisible, como hasta entonces se pensaba. De acuerdo con su hipótesis, el átomo debería estar constituido por partículas aún menores, y el electrón debía ser una de tales partículas constituyentes del átomo.

Algunos años más tarde, como vimos en *Un tema especial* del Capítulo 20, R. Millikan logró determinar experimentalmente la carga del electrón en sus famosos experimentos con gotas de aceite. Con base en este valor ($q = 1.6 \times 10^{-19}$ C) y empleando el resultado obtenido por Thomson ($q/m = 1.76 \times 10^{11}$ C/kg), le fue posible a Millikan calcular el valor de la masa del electrón. Siendo

$$\frac{q}{m} = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad \text{y} \quad q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

resulta

$$m = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}}$$

donde $m = 0.91 \times 10^{-30}$ kg

De esta manera quedaron determinadas tanto la carga como la masa del electrón, una de las partículas fundamentales de la constitución de la materia.

Los experimentos de J.J. Thomson, que lo llevaron a descubrir que los rayos catódicos están constituidos por partículas negativas —los electrones—, y que le permitieron medir la razón q/m de tales partículas, fueron de suma importancia en el desarrollo de la física moderna. Por este motivo recibió el Premio Nobel de Física en 1906.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

18. Considere que en la Figura 24-25 hay un gas en el interior del tubo de vidrio, en el cual está establecida una corriente eléctrica (hemos visto, en el Capítulo 21, que esta corriente está constituida por el movimiento de iones positivos, negativos o electrones libres).
a) Los iones positivos en el tubo ¿estarán desplazándose del ánodo para el cátodo, o en sentido contrario?
b) ¿Y los electrones libres?

19. *a)* ¿Cuál es el origen de la denominación "rayos catódicos", utilizada por Sir W. Crookes?
b) En la Figura 24-26, si las posiciones de los electrodos (cátodo y ánodo) fueran invertidas, ¿en dónde se observaría la luminiscencia verdosa?

20. ¿Cuáles son las dos hipótesis presentadas inicialmente por los científicos acerca de la naturaleza de los rayos catódicos?

21. *a)* En la Figura 24-26, suponga que un imán, en forma de barra, fuera acercado al tubo, perpendicularmente al plano de la página, con el polo norte volteado para el tubo. ¿Para dónde se desplazaría la zona luminiscente R?
b) ¿Por qué los científicos descartaron la hipótesis de que los rayos catódicos podrían tener la misma naturaleza de la luz (siendo, no obstante, invisibles)?

22. Thomson, en sus experimentos, logró obtener datos que le permitieron identificar las partículas que constituyen los rayos catódicos. ¿Cuál es el valor que logró medir (la masa de cada partícula, su carga u otro valor)?

23. Considere las siguientes partículas atómicas: electrón, protón, neutrón, partícula-alfa (núcleo del átomo de helio) y positrón (es la antipartícula del electrón que tiene la misma masa y la carga positiva del mismo módulo que él). Si usted calculara el valor absoluto de la razón carga/masa ($|q|/m$) para cada una de esas partículas:

a) ¿Cuáles de ellas tendrían el mismo valor de $|q|/m$?

b) ¿Cuál (es) partícula (s) presenta (n) el valor mayor de $|q|/m$?

c) ¿Cuál partícula presenta el valor menor (no nulo) de $|q|/m$?

d) ¿Para cuál partícula el valor de $|q|/m$ es nulo?

24. Suponga que fuera posible, en la válvula esquematizada en la Figura 24-29 (y presentada en la Fig. 24-30), sustituir el filamento por una fuente emisora de protones, con el fin de medir la razón carga/masa de esta partícula, manteniendo los mismos valores del voltaje V y del campo magnético $\vec{B}$. Considerando la masa del protón aproximadamente 1 600 veces mayor que la del electrón:

a) ¿Cuántas veces mayor, aproximadamente, sería el radio R de la trayectoria que el protón describiría?

b) ¿Sería posible realizar este experimento, en estas condiciones, usando la válvula mencionada?

25. Thomson llegó a la conclusión de que las partículas que constituyen los rayos catódicos eran siempre del mismo tipo, cualquiera que fuera el material utilizado en la confección del cátodo. ¿Por qué?

26. Explique cómo fue posible, varios años después de los experimentos de Thomson, obtener el valor de la masa del electrón.

El campo magnético terrestre

❖ Como ya señalamos en el capítulo anterior, la Tierra se comporta como un gran imán que establece un campo magnético en el espacio en torno a ella. En la Figura I se representa un modelo de la Tierra (esfera magnetizada) y de su campo magnético (concretizado por limaduras de fierro). El eje geomagnético, que une a los polos norte y sur magnéticos, no coincide con el eje geográfico de la Tierra, es decir, con su eje de rotación (*véase* Figura I). El ángulo formado por esos ejes es de aproximadamente 13° y, así, el polo sur magnético está situado a casi 1 300 km del polo norte geográfico, en un punto al norte de la bahía de Hudson, en Canadá (como usted debe recordar, el polo magnético de la Tierra que está situado cerca del polo norte geográfico es un polo sur magnético).

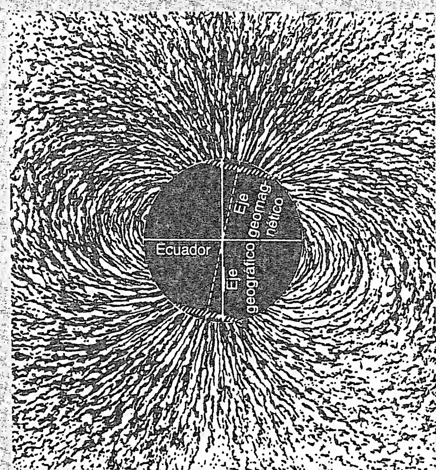


FIGURA I Modelo del campo magnético de la Tierra, establecido por una esfera magnetizada. Las líneas del campo magnético están representadas por limaduras de fierro.

❖ Durante mucho tiempo, los científicos creían que el campo magnético de la Tierra estaba creado por enormes porciones de minerales de fierro magnetizado, existentes en el interior de nuestro planeta y distribuidas de manera que crearan el gran imán-Tierra.

Actualmente, se sabe que esta hipótesis no puede ser verdadera, porque toda la materia existente en el interior de la Tierra está en temperatura tan alta que el fierro y el níquel allí existentes se encuentran en estado líquido. En estas condiciones, es imposible orientar los imanes elementales de esas sustancias, que se mantienen en una distribución caótica, no dando origen, por tanto, a ningún efecto magnético externo.

No hay, hasta ahora, ninguna explicación completa y detallada del origen del campo magnético terrestre. La teoría más aceptada es la que propone que este campo está creado por enormes corrientes eléctricas que circulan en la parte líquida existente en el interior de la Tierra, que es sumamente conductora. Tal teoría explica satisfactoriamente las principales características del campo terrestre, y también de campos magnéticos existentes en otros

planetas, como Mercurio y Júpiter. Sin embargo, la fuente de energía necesaria para crear y conservar esas corrientes aún se desconoce, lo que constituye un tema de investigación e interés permanente. Lo más enigmático que hay acerca del campo magnético de nuestro planeta son las inversiones de polaridad que él experimentó: observaciones geológicas permitieron llegar a la conclusión que su sentido se invirtió casi 170 veces en los últimos 17 millones de años, o sea, los polos sur y norte magnéticos cambian de posición, en promedio, ¡cada 100 000 años! Para este hecho, tampoco fue posible, todavía, encontrar una explicación adecuada.

❖ **La aurora boreal y la aurora austral** — Probablemente usted ya escuchó hablar de estos bellos espectáculos de luz y colores, que pueden observarse en la atmósfera, en las proximidades de los polos norte y sur de la Tierra (Fig. II). Los términos *aurora boreal* y *aurora austral*, significan, respectivamente, "luces del norte" y "luces del sur". Estos fenómenos se conocen desde la antigüedad. Ya se mencionan en la mitología de los esquimales y de otros pueblos que les atribuían origen sobrenatural. Pueden presentarse con variadas formas (cortinas, arcos, rayos, etc.) y colores.

La causa de las auroras está relacionada con el campo magnético de la Tierra y una explicación debidamente elaborada de este fenómeno solo fue posible después del lanzamiento de los primeros satélites artificiales. Instrumentos de observación, instalados en esos satélites, permitieron llegar a la conclusión de que haces de partículas electrizadas (electrones y protones), emitidas por el Sol, al pasar por el campo magnético terrestre describen trayectorias en espiral en este campo terrestre, como lo muestra la Figura III. (En el Problema complementario 1, del capítulo anterior, se analiza este tipo de trayectoria.) Las extensas regiones en torno a la Tierra, en las cuales estas partículas describen trayectorias en espiral, se denominan "cinturones de Van Allen", en homenaje al científico estadunidense que comprobó la existencia de tales regiones. Gran número de esas partículas son desviadas en dirección a los polos magnéticos de la Tierra (en donde el campo magnético es más intenso). Cuando alcanzan la atmósfera, las partículas colisionan con los átomos de las moléculas de oxígeno y nitrógeno (principalmente) y hacen que emitan la luz que constituye la aurora. El fenómeno es semejante al que ocurre en un tubo de TV en el cual, como vimos, electrones acelerados provocan emisión de luz al chocar con las sustancias existentes en la pantalla.

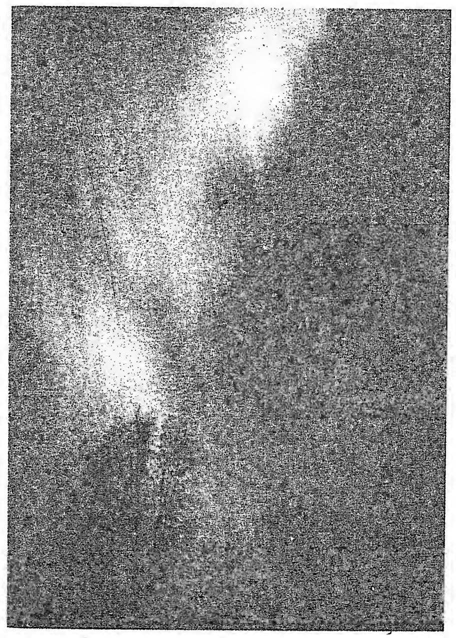


FIGURA II La aurora boreal (o austral) es un fenómeno atmosférico, constituido por un bello espectáculo de luz y colores.

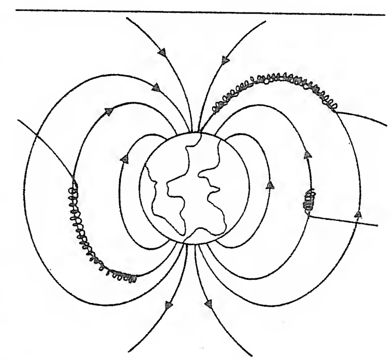


FIGURA III Partículas electrizadas, provenientes del Sol, son "capturadas" por el campo magnético de la Tierra.

REPASO

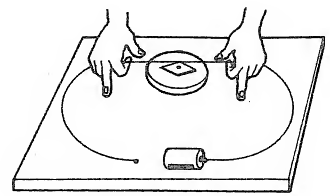
Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* ¿Cómo son las líneas de inducción del campo magnético producido por la corriente que pasa por un conductor recto y largo? Trace un dibujo para ilustrar su respuesta.
   b) Describa la "regla de Ampère" que permite determinar el sentido del campo magnético alrededor del conductor.
2. Sea B el valor del campo magnético creado por una corriente i, que pasa por un conductor recto y largo, en un punto situado a una distancia r de este último.
   a) ¿Qué relación hay entre B e i?
   b) ¿Cuál es la relación entre B y r?
   c) Exprese matemáticamente estas relaciones.
3. *a)* ¿Cuál es la dirección del vector $\vec{B}$ correspondiente al centro de una espira circular, debido al paso de corriente por dicha espira?
   b) Explique cómo se usa la "regla de Ampère" para determinar el sentido del vector $\vec{B}$.
4. Sea B la magnitud del campo magnético en el centro de una espira circular de radio R, creado por una corriente i que pasa por dicha espira.
   a) ¿Cuál es la relación entre B e i?
   b) ¿Qué relación hay entre B y R?
   c) Exprese en forma matemática estas relaciones.
5. *a)* ¿Qué es un solenoide (o una bobina)? Trace un esquema que ilustre su respuesta.
   b) Suponga una corriente que pasa por el solenoide que trazó. Dibuje algunas líneas de inducción del campo magnético creado por esta corriente en puntos internos y externos del solenoide.
   c) Indique cuál es la extremidad del electroimán así obtenido, que se comporta como polo norte.
6. Sea B el valor del campo magnético creado en el interior de un solenoide por el que circula una corriente i y que tiene n espiras por unidad de longitud.
   a) ¿Cuál es la relación entre B e i?
   b) ¿Qué relación hay entre B y n?
   c) Exprese matemáticamente estas relaciones.
7. *a)* Explique lo que se entiende por "imán elemental" en una sustancia.
   b) Trace un croquis que muestre de qué manera los imanes elementales se encuentran distribuidos en una sustancia no imantada.
   c) Muestre en un dibujo cómo están dispuestos los imanes elementales de una sustancia magnetizada.
8. Explique por qué el campo magnético, en el espacio que rodea un conductor recorrido por una corriente, se altera cuando este último es envuelto por un medio material.
9. Explique someramente lo que es:
   a) Una sustancia paramagnética.
   b) Una sustancia diamagnética.
   c) Una sustancia ferromagnética.
   Proporcione ejemplos de cada una de estas sustancias.
10. *a)* Considere una barra de fierro colocada cerca de uno de los polos de un imán. Explique por qué es atraída por éste.
    b) Si tal barra estuviese hecha de un material diamagnético, ¿sería atraída o repelida por el imán? ¿Por qué?
11. *a)* Diga qué entiende por ***histéresis magnética.***
    b) Analice la Figura 24-23 y describa, con sus propias palabras, el experimento representado en el gráfico de dicha figura.
12. *a)* Proporcione un ejemplo de material que presente una histéresis acentuada, y cite una aplicación práctica de tales sustancias.
    b) Haga lo mismo para el caso de una sustancia que prácticamente no presenta histéresis.

CINCO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

En este experimento se repetirán las observaciones hechas por Oersted acerca de la desviación de una aguja magnética cuando es colocada cerca de una corriente eléctrica. Para hacer pronósticos sobre el sentido de la desviación de dicha aguja, empleará la *regla de Ampère* que enunciamos en este capítulo.



Primer Experimento

1. Coloque un conductor sobre una brújula, paralelamente a su aguja, y conecte uno de sus extremos a una de los terminales de una pila (*véase* figura de este experimento).

2. Suponga que el extremo libre del conductor es conectado al otro extremo de la pila (no haga esto por ahora). En estas condiciones, responda:

a) ¿Cuál sería el sentido del campo magnético producido por la corriente en el conductor, en el lugar donde se encuentra la brújula? (Utilice la regla de Ampère.)

b) ¿Entonces, hacia qué lado se desviará el polo norte de la aguja al cerrar el circuito?

Cierre el mismo y compruebe si sus pronósticos fueron correctos.

3. Invierta el sentido de la corriente y repita los procedimientos indicados anteriormente. ¿La desviación de la aguja concuerda con sus previsiones?

4. Haga lo mismo colocando en esta ocasión la brújula sobre el conductor. ¿La aguja se desvió en el sentido que usted había previsto?

SEGUNDO EXPERIMENTO

Para comparar el campo magnético de un imán de barra con el campo creado por una bobina (solenoide), proceda de la siguiente manera:

1. Coloque el imán sobre una hoja de papel, y dibuje en esta hoja algunos puntos situados aproximadamente en las posiciones que se indican en (a) en la figura de este experimento. Ponga una pequeña brújula sucesivamente en cada uno de estos puntos. Observando la orientación de la aguja magnética, indique el vector $\vec{B}$ creado por el imán en los puntos indicados.

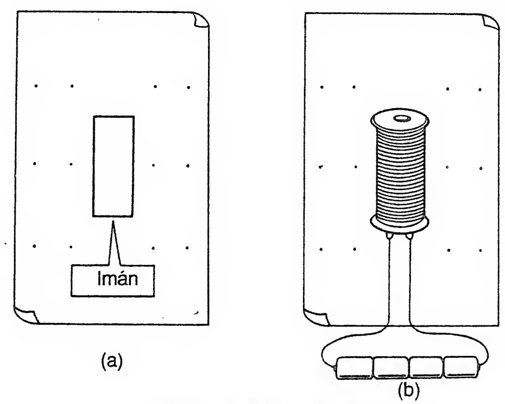
2. Tome una bobina que tenga unas 100 (o más) espiras, conectada a una batería de pilas secas (tres o cuatro). Coloque tal bobina sobre una hoja de papel, y señale en la hoja varios puntos, de manera similar a lo que hizo en el caso del imán. Vea (b) en la figura de este experimento. Con la ayuda de la brújula, señale el vector $\vec{B}$ producido por el solenoide en cada uno de los puntos.

Compare las direcciones y los sentidos de los vectores $\vec{B}$ obtenidos en las dos partes de este experimento. Los campos magnéticos producidos por un solenoide y por un imán de barra, ¿realmente son semejantes, como se afirmó en la Sección 24.3?

TERCER EXPERIMENTO

Podemos comprobar si una sustancia es ferromagnética aproximándola al polo de un imán. Como vimos en este capítulo, si la sustancia es ferromagnética se imantará fuertemente y será atraída por aquél. Por otra parte, si la sustancia es paramagnética o diamagnética, su imantación será tan débil que la fuerza de atracción o repulsión que el imán ejerce sobre ella, no se podrá percibir.

Acerque un imán a varios objetos de que disponga: un trozo de papel, un objeto de plástico, un pedazo de madera, un collar, un recipiente de aluminio, el pomo o perilla de una puerta, un alambre de



Segundo Experimento

cobre, cualquier objeto metálico de adorno, etc. Con base en sus observaciones:

a) Indique cuáles de los objetos en prueba son ferromagnéticos.

b) Cite cuáles metales (o aleaciones) probados *no* son ferromagnéticos.

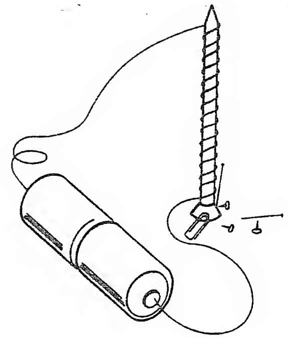
CUARTO EXPERIMENTO

1. Enrolle un alambre fino (forrado o esmaltado) alrededor de un clavo grande de fierro, a manera de formar una bobina de unas cincuenta espiras. Conecte los extremos del conductor a los polos de una o dos pilas, como se observa en la figura de este experimento. De esta manera, usted habrá construido un electroimán con núcleo de fierro.

2. Aproxime a uno de los extremos del electroimán que acaba de construir, pequeños objetos de fierro o acero (alfileres, tachuelas, *clips*, etc.). Observe la atracción del clavo imantado sobre tales objetos. Corte la corriente que pasa por el electroimán y describa lo que sucede con dicha atracción.

3. Repita el experimento sustituyendo el clavo de fierro (núcleo del electroimán) por un objeto de acero (por ejemplo, una pequeña llave de tuercas) que no se encuentre previamente imantado.

Tomando en cuenta lo que sucede en cada uno de los casos cuando se corta la corriente del electroimán,



Cuarto Experimento

responda: ¿cuál de los dos materiales (el fierro común o el acero) presenta una histéresis más acentuada?

QUINTO EXPERIMENTO

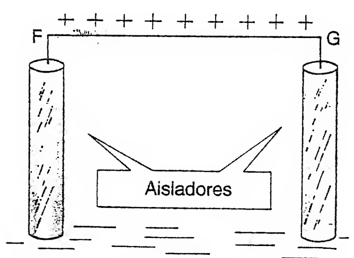
En el ejemplo presentado al final de la Sección 24.4 se describió el funcionamiento de un antiguo telégrafo Morse muy simple, ilustrado en la Figura 24-24. Orientándose por la descripción hecha, así como por la figura correspondiente, trate de construir un telégrafo como ese. Usted podrá usarlo para enviar mensajes en código Morse a un compañero (o compañera) situado a varios metros de distancia.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

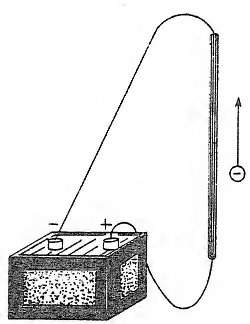
1. Un alambre metálico *FG* tiene sus extremos unidos a dos soportes aislantes, como muestra la figura de este problema. El alambre está electrizado uniformemente con una carga positiva. ¿Este alambre establecerá en el espacio que lo rodea:

a) Un campo eléctrico?

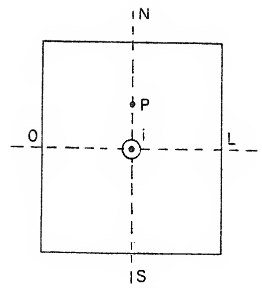
b) Un campo magnético?



Problema 1



Problema 2



Problema 3

2. Un electrón es lanzado con una velocidad $\vec{v}$, paralelamente a un conductor recto y largo conectado a una batería (*véase* figura de este problema).

a) ¿Cuál será la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actuará sobre el electrón?

b) Responda a la pregunta anterior suponiendo ahora que el electrón es lanzado "penetrando" a la hoja de papel.

3. La figura de este problema representa el piso de una habitación, en el cual se indican las direcciones Norte-Sur y Este-Oeste. Un conductor recto se coloca en forma vertical en la sala, y conduce una corriente i dirigida hacia arriba. Suponga que una pequeña aguja magnética se coloca en el punto *P* indicado en la figura. Diga cuál es la orientación que la aguja tomará en los casos siguientes:

a) La intensidad de la corriente en el conductor es muy elevada.

b) El campo magnético de la corriente tiene un valor aproximadamente igual al campo magnético terrestre.

4. En la tabla de este problema, *B* representa el valor del campo magnético en un punto, originado por la corriente que pasa por un conductor rectilíneo, y *r* es la distancia de este punto al alambre.

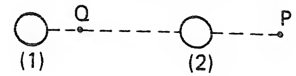
a) Complete la tabla.

b) Con los valores de la tabla, trace el diagrama $B \times r$.

c) ¿Cómo se denomina la gráfica que obtuvo?

r (cm)	*B* (T)
1.0	6.0×10^{-5}
2.0	
3.0	
4.0	
5.0	

Problema 4



Problema 5

5. Dos alambres rectilíneos, (1) y (2), recorridos por las corrientes i_1 e i_2, son perpendiculares a la hoja de papel, como se indica, en corte, en la figura de este problema. El campo magnético en el punto *P* sólo podrá ser nulo si i_1 e i_2 fuesen tales que

a) $i_1 = i_2$, de sentidos opuestos.

b) $i_1 > i_2$, ambas del mismo sentido.

c) $i_1 > i_2$, de sentidos opuestos.

d) $i_1 < i_2$, ambas del mismo sentido.

e) $i_1 < i_2$, de sentidos opuestos.

6. En el problema anterior, señale la opción que podría resultar en un campo magnético nulo en el punto *Q*.

7. Dos conductores rectos y paralelos, (1) y (2), son recorridos por las corrientes i_1 e i_2, del mismo sentido, como muestra la figura de este problema.

a) Indique en la figura el campo magnético $\vec{B}_1$, que la corriente i_1 crea en los puntos donde está situado el conductor (2).

b) Señale en la figura el campo magnético $\vec{B}_2$ que la corriente i_2 produce en los puntos donde se encuentra situado el conductor (1).

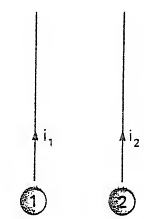
c) ¿Cuál es el sentido de la fuerza que el campo $\vec{B}_1$ ejerce sobre (2)?

d) ¿Cuál es el sentido de la fuerza que el campo $\vec{B}_2$ ejerce sobre (1)?

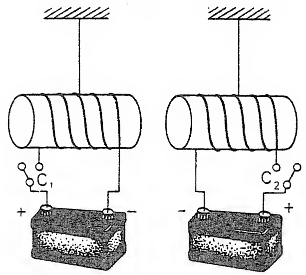
e) Entonces, cuando dos conductores paralelos son recorridos por corrientes de igual sentido, ¿se atraen o se repelen?

8. Suponga que en el problema anterior, la corriente i_2 tiene sentido contrario al que se muestra en la figura. En estas condiciones, responda a las preguntas (a), (b), (c) y (d) formuladas en dicho problema.

e) Entonces, cuando dos conductores paralelos son recorridos por corrientes de sentido contrario, ¿se atraen o se repelen?



Problema 7

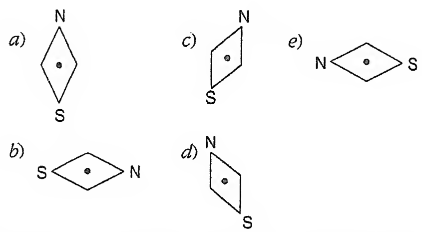


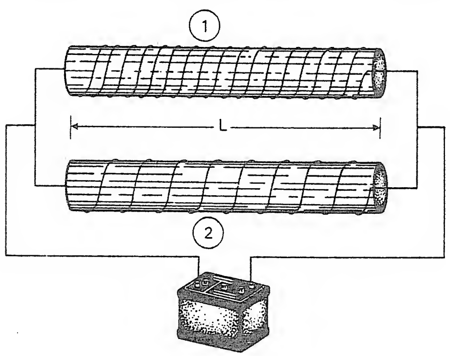
Problema 9

9. Al cerrar los interruptores C_1 y C_2 indicados en la figura de este problema, ¿los electroimanes se atraerán o se repelerán?

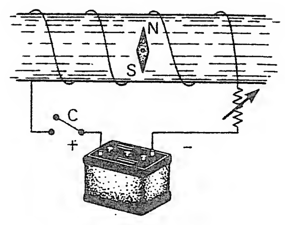
10. Dos bobinas, (1) y (2), de igual longitud L, están hechas del mismo tipo de conductor, y se encuentran conectadas a una batería, como se observa en la figura de este problema. El número de espiras de la bobina (1) es el doble del número de espiras de la bobina (2). Analice las siguientes afirmaciones y señale las que son correctas:
   a) Las dos bobinas se encuentran sometidas al mismo voltaje.
   b) La resistencia eléctrica de la bobina (1) es dos veces mayor que la de la bobina (2).
   c) La corriente en (1) es dos veces menor que la corriente en (2).
   d) El número de espiras por unidad de longitud en (1) es dos veces mayor que en (2).
   e) El valor del campo magnético en el interior de la bobina (1) es igual al valor del campo en el interior de la bobina (2).

11. La figura de este problema muestra una agujita magnética colocada en el interior de un solenoide. Estando abierto el interruptor C, la aguja toma la orientación que se indica en la figura. Al cerrar C y ajustar el reóstato obtenemos en el interior del solenoide, un campo magnético mucho mayor que el campo magnético terrestre. En estas condiciones, indique cuál de las siguientes alternativas es la que representa mejor la orientación final de la aguja magnética:





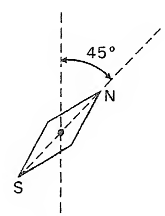
Problema 10



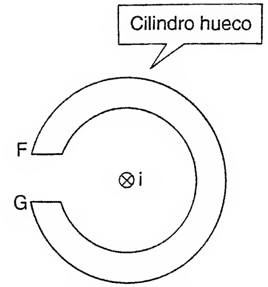
Problema 11

12. Resuelva el problema anterior suponiendo ahora que el reóstato ha sido ajustado de manera que el campo magnético de la Tierra no es depreciable en relación con el campo magnético del solenoide.

13. En la figura del Problema 11, suponga que la corriente en el solenoide ha sido ajustada, por medio del reóstato, hasta que la aguja magnética se desvía 45° a partir de su posición inicial (*véase* figura de este problema). En este caso se sabe que el campo magnético del solenoide vale $B = 2.7 \times 10^{-5}$ T. Entonces, ¿cuál es el valor del campo magnético de la Tierra, B_T, en el lugar del experimento?



Problema 13

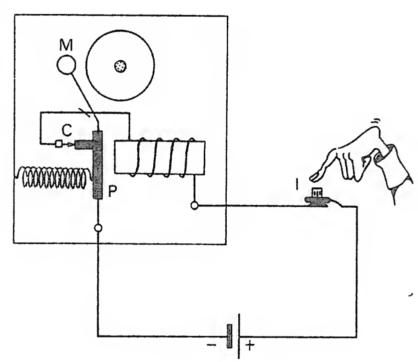


Problema 14

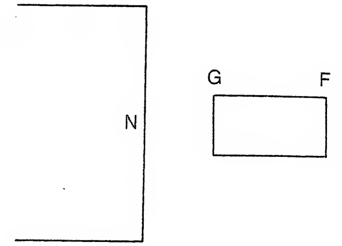
14. Considere un cilindro hueco, de fierro, que presente una abertura longitudinal, como se observa en corte en la figura de este problema. Un conductor rectilíneo, que conduce una corriente i entrante en el plano de la ilustración, es colocado a lo largo del eje del cilindro (*véase* figura). El campo magnético de la corriente provocará imantación del cilindro, y las caras F y G de la abertura se comportarán como los polos de un imán. Diga cuál de estas caras es el polo norte, y cuál, el polo sur.

15. El circuito de una campanilla o timbre de corriente continua se muestra en forma esquemática en la figura de este problema. En este circuito, P es una placa de fierro, y C, un contacto que abre o cierra el circuito cuando P se acerca o aleja del electroimán. Siguiendo a la corriente proporcionada por la batería; explique el funcionamiento de este timbre eléctrico.

16. En una región donde el campo magnético de la Tierra es horizontal, se coloca un conductor también horizontal, que lleva una corriente de Oeste a Este. Se observa que en ciertos puntos, cercanos al conductor, el campo magnético es nulo. ¿Dónde están situados estos puntos?



Problema 15

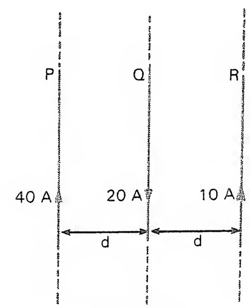


Problema 17

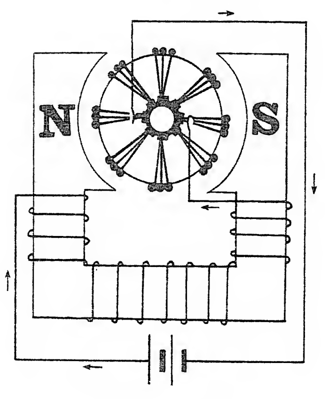
17. Cuando la cara del polo de un imán es muy grande, puede observarse que el campo magnético cercano a este polo es prácticamente uniforme. Suponga que el polo norte que se muestra en la figura del problema satisface esta condición. Si un trozo de fierro FG se colocara cerca de este polo (*véase* figura):
   a) ¿FG se imantará?
   b) ¿FG será atraído por el polo del imán? Explique.

18. Los conductores P, Q y R son alambres rectilíneos, largos y paralelos que conducen las corrientes indicadas en la figura de este problema. ¿Cuál es la magnitud, la dirección y el sentido de la resultante de las fuerzas magnéticas que P y Q ejercen sobre R?

19. En los motores eléctricos en general, un campo magnético se produce por medio de electroimanes. La figura de este problema muestra un "motor serie de CC"; es decir, un motor en el cual el circuito de las bobinas de su *rotor* se halla en serie con el de las bobinas de su *estator* (electroimanes). Al invertir la polaridad de la batería que



Problema 18



Problema 19

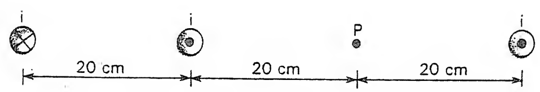
alimenta al motor, ¿Qué sucederá a su sentido de rotación?

20. En el Problema 18 se sabe que la corriente de 20 A, en *Q*, establece en la posición en donde está el alambre *R* un campo magnético cuyo módulo es 8.0×10^{-5} T. Suponiendo que el sentido de la corriente en el alambre *P* se invirtiera, determine el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética resultante que actúa en una longitud igual a 20 cm del alambre *R*.

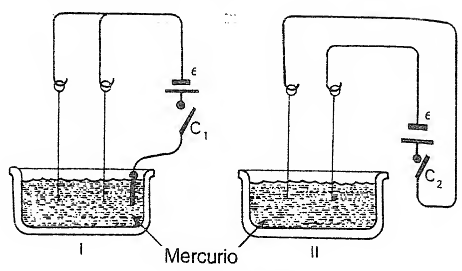
21. La figura de este problema muestra tres alambres paralelos, rectos y largos, dispuestos perpendicularmente al plano del papel, cada uno de ellos recorrido por una corriente *i*, en los sentidos indicados en la figura. Cada alambre, por separado, crea en un punto a 20 cm de distancia de él un campo magnético igual a 5.0×10^{-5} T. Determine el módulo del campo magnético resultante, creado por los tres alambres, en el punto *P*.

22. Las Figuras I y II de este problema presentan circuitos eléctricos en los cuales existen alambres colgados, cuyos extremos están sumergidos en mercurio. Si se sabe que los alambres colgados pueden moverse libremente, diga lo que ocurrirá con esos alambres cuando las llaves C_1 y C_2 se cierren:

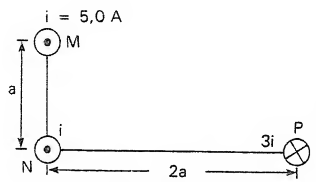
a) Para el caso de la Figura I.
b) Para el caso de la Figura II.



Problema 21



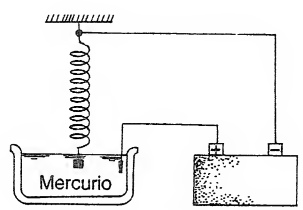
Problema 22



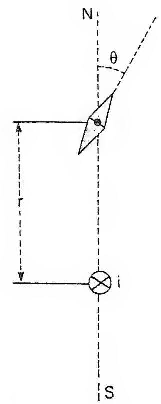
Problema 23

23. Tres alambres, *M*, *N* y *P*, rectos y largos, paralelos entre sí, están dispuestos perpendicularmente al plano de la figura de este problema, en las posiciones indicadas allí. El valor y el sentido de la corriente en cada alambre están también indicados en la figura. Si se sabe que el campo magnético que el alambre *M* crea en la posición donde está colocado el alambre *N* vale 2.0×10^{-5} T, calcule la *fuerza por unidad de longitud* que actúa en *N*, debido a las corrientes en *M* y *P*.

24. Un resorte metálico está colgado verticalmente y estirado por un pequeño peso también metálico que, en estas condiciones, está en contacto con la superficie del mercurio contenido en un recipiente (*véase* figura de este problema). Si se conecta el resorte a una batería, como lo indica la figura, se comprueba que empieza a oscilar verticalmente, con el peso abriendo y cerrando el circuito a través del mercurio. Explique por qué ocurre esto.



Problema 24

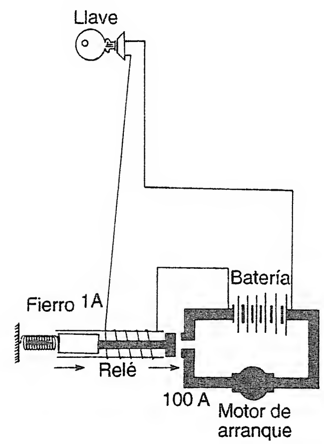


Problema 25

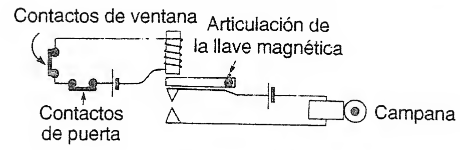
Sugerencia: Observe el sentido de la corriente en dos espiras adyacentes y recuerde la solución del Problema 7 de este capítulo.

25. La figura de este problema presenta un alambre recto y largo, recorrido por una corriente *i*, con el sentido indicado. A una distancia *r* del alambre, a lo largo de la dirección Norte-Sur, se coloca una pequeña aguja magnética, y se observa que pasa a formar, con esta dirección, un ángulo θ.

a) Conforme aumentamos la distancia *r*, el valor de θ, ¿aumenta, disminuye o no se altera?
b) Un estudiante, realiza este experimento y mide diversos valores de θ, correspondientes a diferentes valores de *r*. ¿Cuál es la curva que obtiene al trazar el gráfico tg θ × *r*?



Problema 26



Problema 27

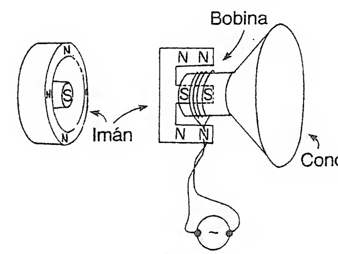
26. En un automóvil, el funcionamiento del motor de arranque necesita una corriente de gran intensidad (100 A, o más) que debe, por ello, ser transportada por cables gruesos y cortos (pequeña resistencia). Por este motivo, para accionar este motor, se utiliza otro circuito (de cables más delgados y largos), que es recorrido por una corriente de pequeña intensidad y hace funcionar una llave magnética denominada *relé*.

La figura de este problema muestra los circuitos de un motor de arranque y del relé usado para accionarlo (cuando el conductor gira la llave del auto, para poner en marcha el motor).

a) Los dos circuitos mencionados ¿están conectados en serie o en paralelo a la batería?
b) Observe la figura y explique cómo funciona el relé para conectar o desconectar el motor de arranque.

27. El diagrama del circuito de una alarma contra robo, propio para casas, se presenta en la figura de este problema. Examine los circuitos mostrados en el diagrama y explique cómo funciona este tipo de alarma.

28. La figura de este problema presenta el esquema de un magnavoz que, como usted debe saber, se usa en radios, TV y aparatos de sonido, en general, para producir una onda sonora a partir de oscilaciones eléctricas. En síntesis, está constituido por un imán permanente fijo y de un cono de cartón que puede oscilar a lo largo de su propio



Problema 28

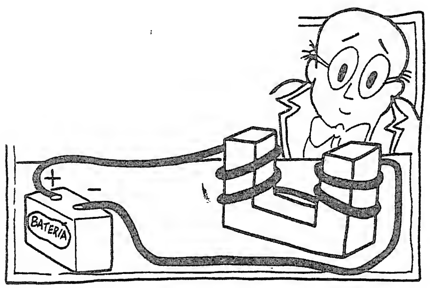
eje. En torno a la base del cono, y sujeta a ella, hay una bobina que es alimentada por una corriente eléctrica variable (de acuerdo con el sonido que se desea reproducir).

a) Describa qué acontece con el cono de cartón cuando una corriente alterna se establece en la bobina. Explique por qué ocurre esto.

b) La onda generada por el cono, ¿es transversal o longitudinal?

c) La frecuencia del sonido producido, ¿es mayor, menor o igual a la frecuencia de la corriente en la bobina?

d) Al variarse la intensidad media de la corriente en la bobina, ¿cuál es la característica de la onda sonora emitida que se altera?



Problema 29

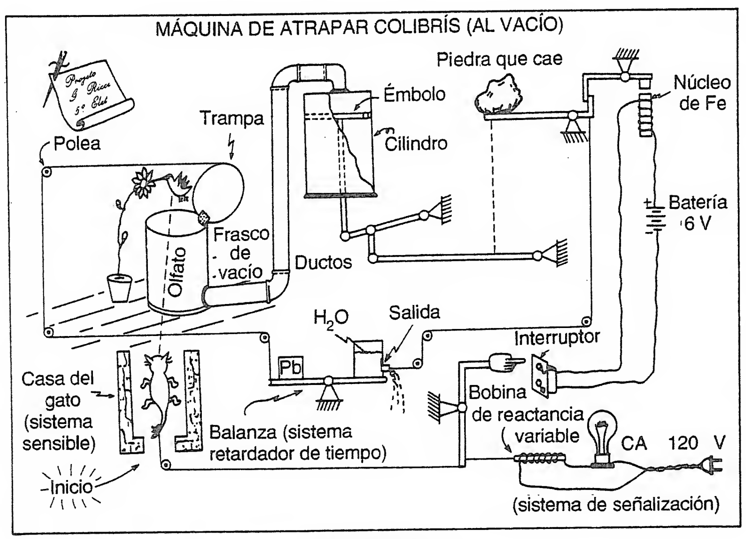
29. Una persona intenta construir un electroimán y enrolla un alambre en torno a un núcleo de fierro en forma de "U", a manera de obtener varias espiras en cada lado de la U, como se muestra en la figura de este problema. Al conectar los extremos del alambre a una batería (en buen estado), observó que el campo magnético obtenido era prácticamente nulo. Observe con atención la figura y trate de explicar por qué la persona no tuvo éxito en su experimento.

30. La figura de este problema muestra el esquema de una "máquina de atrapar colibrís" (al vacío), inventada por G. Ricci, cuando era estudiante de la Escuela de Ingeniería de UFMG, y publicado en el diario "dx" de los alumnos de esa escuela. Después de analizar el esquema:

a) Identifique un dispositivo, presente en esta máquina, que usted estudió en este capítulo.

b) Trate de explicar cuál es la función de la bobina de reactancia variable, utilizada en el proyecto de la máquina (consulte textos didácticos, a su profesor o a un técnico en electricidad).

c) Describa, con detalles, el funcionamiento de la maquina y señale cada aspecto físico que aparece en su proyecto.



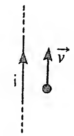
Problema 30

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Un protón es lanzado con una velocidad $\vec{v}$ paralela a un alambre recto y largo, recorrido por una corriente i. En el instante que se muestra en la figura, el vector que representaría la fuerza magnética que el campo creado por la corriente ejerce en el protón, sería:

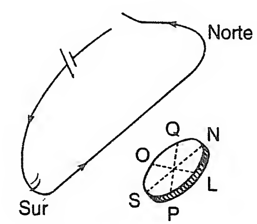
a) ↑
b) →
c) ←
d) ↓
e) Un vector "penetrando en el papel".



Pregunta 1

2. El diagrama muestra un alambre colocado en dirección Sur-Norte, arriba y cercano a una brújula. Cuando el circuito se cierra, el polo norte de la aguja de la brújula estará apuntando, aproximadamente, para la dirección:

a) LO
b) SN
c) NS
d) PQ
e) OL



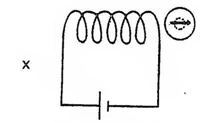
Pregunta 2

3. Sean dos alambres de longitud infinita, conductores, de sección recta depreciable, paralelos, separados por una distancia d. Si en algún punto situado en los alambres, el campo magnético fuera nulo, cuando éstos son recorridos por una corriente eléctrica, podemos llegar a la conclusión de que:

a) Las corrientes tienen el mismo sentido.
b) Las corrientes tienen sentidos contrarios.
c) Las intensidades de las corrientes son iguales.
d) El enunciado de la pregunta está incorrecto porque la inducción magnética nunca podrá ser cero en algún punto de la distancia d entre las corrientes.
e) Podemos obtener algunas conclusiones, pero todas las indicadas antes están incorrectas.

4. En la figura de abajo, tenemos una brújula delante de una bobina en la cual pasa una corriente continua de gran intensidad. Si la brújula se cambiara a la posición X, la aguja de la brújula deberá indicar la siguiente dirección:

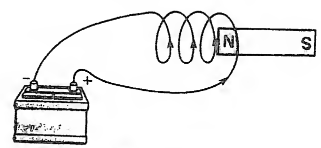
a) →
b) ↑
c) ↓
d) ←
e) ↘



Pregunta 4

5. En la figura de abajo se muestra un imán en las cercanías de una bobina. Después de que se cierra el circuito, podemos afirmar que:

a) No habrá corriente en la bobina.
b) El imán será expulsado de la bobina.
c) El imán permanecerá como está.
d) El imán será atraído para dentro de la bobina.
e) El imán tendrá su polarización invertida.



Pregunta 5

6. Los astronautas que llegaron a la Luna comprobaron que no existe un campo magnético lunar. Analice las afirmaciones siguientes e indique las que están *correctas:*

I. Al desplazarse por la superficie de la Luna, un astronauta podrá orientarse más fácilmente que en la Tierra, usando una aguja magnética.

II. En la Luna, una aguja imantada no sufriría deflexión al ser colocada en las proximidades

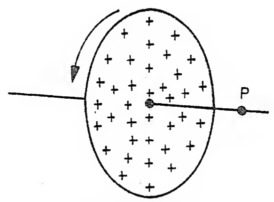
de un alambre recorrido por una corriente eléctrica.

III. Los campos magnéticos de los átomos y núcleos de los elementos existentes en la Luna deben ser nulos también.

7. Un disco de material aislante es electrizado uniformemente con una carga positiva. Este disco se encuentra, inicialmente, en reposo. En seguida, es colocado en rotación, con alta frecuencia, en torno a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro, como muestra la figura. Suponga un punto *P* situado sobre el eje y próximo al disco.

Considerando esa información, se puede afirmar que las cargas eléctricas en el disco establecen en *P*:

a) Solamente un campo magnético, si el disco estuviera detenido.
b) Solamente un campo eléctrico, si el disco estuviera en rotación.
c) Un campo eléctrico y un campo magnético, si el disco estuviera detenido.
d) Solamente un campo magnético, si el disco estuviera en rotación.
e) Un campo eléctrico y un campo magnético, si el disco estuviera en rotación.

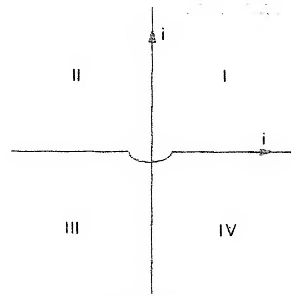


Pregunta 7

8. La figura muestra dos alambres rectos y largos, perpendiculares entre sí, cada uno recorrido por una corriente *i*, de la misma intensidad, con los sentidos mostrados. En las zonas I, II, III y IV pueden existir puntos en los cuales el campo magnético resultante, creado por las corrientes, es nulo. Esas zonas son:

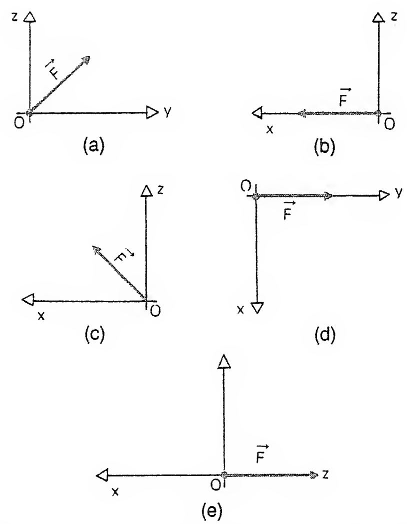
a) I y II
b) I y III
c) I y IV
d) II y III
e) II y IV

Para las Preguntas **9** y **10**, considere la figura correspondiente a ellas, que muestra un alambre largo y recto, recorrido por una corriente i_1 y una espira cuadrada, recorrida por una corriente i_2. El alambre está en el plano XOZ, y está paralelo al eje OX, y la espira está en el plano XOY.

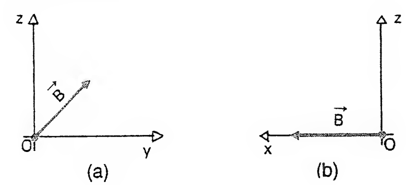


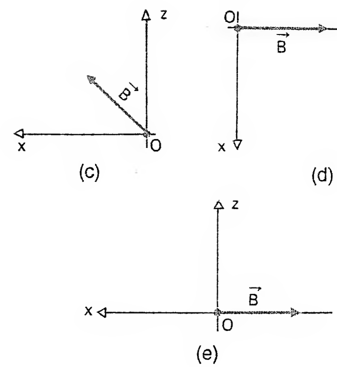
Pregunta 8

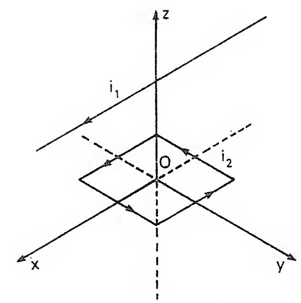
9. La dirección y el sentido del campo magnético resultante $\vec{B}$, establecido en el punto *O* por las corrientes en el alambre y en la espira, están representadas mejor por:



10. Un electrón pasa por el punto *O* con una velocidad $\vec{v}$ dirigida hacia arriba, a lo largo del eje OZ. La dirección y el sentido de la fuerza magnética resultante $\vec{F}$ sobre el electrón, están representados mejor por:







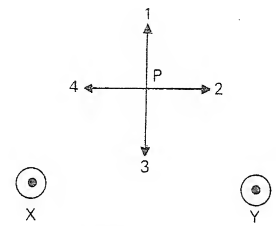
Preguntas 9 y 10

11. Una bobina, recorrida por una corriente continua, tiene en su interior una barra metálica (núcleo del electroimán), destinada a aumentar considerablemente la intensidad del campo magnético producido por el dispositivo. Para que esto ocurra, el metal del núcleo debe ser

a) Cobre
b) Aluminio
c) Fierro
d) Plomo
e) Plata

12. La figura muestra dos conductores largos, *X* y *Y*, perpendiculares al plano de la página, recorridos por corrientes eléctricas continuas de iguales intensidades y sentido para fuera de la página. En el punto *P*, equidistante a los alambres, el sentido del vector campo magnético resultante, producido por las dos corrientes, está correctamente indicado por la flecha.

a) 1
b) 2
c) 3

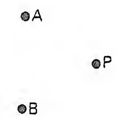


Pregunta 12

d) 4
e) Entrando en la página

13. Los puntos *A*, *B* y *P* de la figura están en el plano de la página. ¿Cuál de las alternativas siguientes describe mejor una situación en que se produce un campo magnético perpendicular a la página y que "sale" del punto *P*?

a) Electrones desplazándose de *B* para *A*.
b) Una carga positiva en *A* y una negativa en *B*, ambas en reposo.
c) Un imán permanente con el polo norte en *A* y el sur en *B*.
d) Un imán permanente con el polo norte en *B* y el sur en *A*.
e) Protones desplazándose de *B* para *A*.



Pregunta 13

14. Sea $\vec{E_0}$ el campo eléctrico uniforme, en el aire, entre dos placas planas y paralelas y $\vec{B_0}$ el campo magnético uniforme, en el aire, en el interior de un solenoide recorrido por un corriente continua. Suponga que el espacio entre las placas sea totalmente llenado con un dieléctrico (sin alterar las cargas en las placas) y que el interior del solenoide sea también totalmente llenado con una sustancia paramagnética (sin alterar la corriente en las espiras). Siendo $\vec{E}$ y $\vec{B}$ los campos eléctrico y magnético, entre las placas y en el interior del solenoide, en las nuevas situaciones, tenemos:

a) $E > E_0$ y $B < B_0$
b) $E < E_0$ y $B < B_0$
c) $E < E_0$ y $B > B_0$
d) $E > E_0$ y $B = B_0$
e) $E = E_0$ y $B > B_0$

RESPUESTAS

Ejercicios

1. en P y Q: "entrante" en la página; en M y R: "saliente" de la página
2. *a*) 12×10^{-4} T
   b) 4.0×10^{-4} T
3. *a*) ambos son verticales, dirigidos hacia arriba
   b) $B_2 = 1.5 \times 10^{-4}$ T
   c) $B = 4.5 \times 10^{-4}$ T, vertical, hacia arriba
4. *a*) $\vec{B}_1$: vertical hacia arriba; $\vec{B}_2$: vertical, hacia abajo
   b) $B_1 = 1.0 \times 10^{-4}$ T y $B_2 = 1.5 \times 10^{-4}$ T
   c) $B = 0.5 \times 10^{-4}$ T, vertical, hacia abajo
5. vertical, hacia arriba
6. 8.0×10^{-4} T
7. $i_1 = 10$ A, en sentido contrario a i_2
8. 3.2×10^{-4} T, perpendicular a la página y "saliente" de ella
9. *a*) polo norte
   b) de G hacia F
10. D
11. *a*) igual
    b) mayor
    c) $B_2 = 3.0 \times 10^{-3}$ T
12. $i_2 = 2.0$ A
13. *a*) semejante a la Figura 24-21, pero las líneas entran en el polo sur del imán
    b) orientados de F hacia G
    c) polo norte
    d) atraído
14. *b*) orientados de G hacia F
    c) polo sur
    d) repelida
15. polo norte en G y polo sur en F
16. *a*) no atraerá
    b) atraerá
17. porque la elevación de temperatura provoca un aumento de la agitación térmica, deshaciendo la orientación de los imanes elementales
18. *a*) del ánodo para el cátodo
    b) del cátodo para el ánodo
19. *a*) son radiaciones emitidas por el cátodo
    b) siempre en la parte del tubo frontal al cátodo
20. serían: 1) ondas de la misma naturaleza que la luz o 2) partículas electrizadas negativamente
21. *a*) para abajo
    b) las ondas luminosas no son desviadas por un campo magnético, ni por un campo eléctrico
22. la razón carga/masa de cada partícula (del electrón)
23. *a*) electrón y positrón
    b) electrón y positrón
    c) partícula alfa
    d) neutrón
24. *a*) 40 veces
    b) no, porque el valor de R sería casi de ¡2.0 m!
25. la razón carga/masa tenía siempre el mismo valor
26. usándose el valor de la carga del electrón medido por Millikan

Preguntas y problemas

1. *a*) sí
   b) no
2. *a*) perpendicular al alambre, hacia la derecha
   b) no habrá fuerza magnética sobre el electrón
3. *a*) el polo norte de la aguja estará vuelto hacia el oeste
   b) el polo norte de la aguja quedará vuelto hacia el noroeste
4. *a*) *véase* tabla
   c) hipérbola (proporción inversa)

r (cm)	B (T)
1.0	6.0×10^{-5}
2.0	3.0×10^{-5}
3.0	2.0×10^{-5}
4.0	1.5×10^{-5}
5.0	1.2×10^{-5}

Respuesta del Problema 4

5. (c)
6. (d)
7. *a*) "entrante" en la página
   b) "saliente" de la página
   c) hacia la izquierda
   d) hacia la derecha
   e) se atraen
8. *a*) "entrante" en la página
   b) "entrante" en la página
   c) hacia la derecha
   d) hacia la izquierda
   e) se repelen
9. se repelerán
10. todas son correctas
11. (b)
12. (c)
13. $B_T = B = 2.7 \times 10^{-5}$ T
14. G es el polo norte, y F, el polo sur

15. al oprimir el botón I se establece una corriente en el circuito, y el núcleo del electroimán se magnetiza. La placa P es atraída, provocando una percusión del martillo M sobre la campanilla. Entonces, el contacto C se abre, el electroimán deja de atraer a P, y el resorte, al tirar de la placa, restablece el contacto en C. A partir de ahí el proceso se repite en forma de percusiones sucesivas
16. Son puntos de una recta situada por arriba del conductor y paralela a él
17. *a*) si *b*) no
18. la resultante es nula
19. no cambia
20. $F = 3.2 \times 10^{-4}$ N, perpendicular a R, para la derecha
21. 2.5×10^{-5} T
22. *a*) los alambres se aproximan uno a otro
    b) los alambres se alejan uno de otro
23. 1.8×10^{-4} N/m
24. las espiras se atraen mutuamente, por ello, deshacen el contacto con el mercurio y vuelven, después, a estirarse (y así sucesivamente)
25. *a*) disminuye *b*) hipérbola
26. *a*) paralelo
    b) cuando el circuito del relé se cierra, la pequeña barra de fierro es atraída por la bobina y ocasiona el cierre del circuito del motor; cuando se desconecta, la pequeña barra es tirada por el resorte y desconecta el motor.
27. al abrirse la puerta o la ventana, el relé se desarma y se cierra el circuito del timbre
28. *a*) oscila, para el frente y para atrás, a lo largo de su eje
    b) longitudinal
    c) igual
    d) amplitud
29. el sentido de la corriente en las espiras muestra que, en cada lado de la U, los campos magnéticos tienen sentidos contrarios
30. *a*) el electroimán
    b) la bobina se usa para aumentar la intensidad de la lámpara e indica que la máquina está en "funcionamiento"

Cuestionario

1. c
2. d
3. a
4. e
5. d
6. todas están incorrectas
7. e
8. b
9. a
10. b
11. c
12. d
13. a
14. c

APÉNDICE E

Los temas aquí analizados se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán otros temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulos siguientes.

E.1 La ley de Biot-Savart

❖ En este capítulo se analizaron los campos magnéticos creados por conductores de corriente eléctrica, en algunos casos particulares, y se afirmó que es posible, mediante experimentos, establecer las siguientes relaciones para los módulos de esos campos magnéticos.

campo de un conductor rectilíneo: $B \propto \dfrac{i}{r}$

campo en el centro de una espira circular:

$$B \propto \frac{i}{R}$$

campo de un solenoide: $B \propto ni$

En esta sección se determinarán las expresiones matemáticas que proporcionan los módulos de esos campos, a partir de una Ley General del Electromagnetismo, que la mayoría de los autores de textos de Física llaman *ley de Biot-Savart*, en homenaje a los científicos franceses Jean-Baptiste Biot (1774-1862) y Félix Savart (1791-1841). Ambos propusieron esa ley por los resultados que obtuvieron experimentalmente comprobados poco tiempo después de que dichos científicos tuvieran conocimiento del experimento de Oersted (que se analizó en el capítulo anterior).

❖ **La ley de Biot-Savart.** La Figura E-1 presenta una circuito eléctrico recorrido por una corriente i suministrada por la batería ilustrada. Fijemos nuestra atención en un trecho muy pequeño del circuito, de longitud $\Delta\ell$, es decir, un elemento $\Delta\ell$ del circuito. El elemento $\Delta\ell$ establece en un punto P, situado a una distancia r de $\Delta\ell$, un campo magnético $\Delta\vec{B}$ de poca intensidad (o un campo elemental $\Delta\vec{B}$). La dirección y el sentido del vector $\Delta\vec{B}$ pueden obtenerse mediante la "regla de Ampère" que se estudió en la Sección 24.1. Usted puede aplicar esta regla para verificar que en la Figura E-1, el vector $\Delta\vec{B}$, en el punto P, está "entrando" en la hoja de papel, como se indica. (Si la corriente tuviera sentido contrario al mostrado en la Figura E-1, el vector $\Delta\vec{B}$ estaría saliendo de la hoja).

Para determinar el módulo de $\Delta\vec{B}$, los científicos estudiaron los campos magnéticos creados por conductores de diversas formas y llegaron a esta conclusión:

1) ΔB es proporcional a la intensidad de la corriente i, que pasa por el elemento $\Delta\ell$: $\Delta B \propto i$.

2) ΔB depende de la longitud $\Delta\ell$ y del ángulo θ formado por el elemento con el segmento que une ese elemento al punto P (*véase* Fig. E-1), llegando a la siguiente relación: $\Delta B \propto \Delta\ell$ sen θ.

3) ΔB es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r entre $\Delta\ell$ y P: $\Delta B \propto \dfrac{1}{r^2}$.

Al asociar esos resultados en una relación única, se tiene:

$$\Delta B \propto \frac{i\Delta\ell \text{ sen } \theta}{r^2}$$

Como se sabe, una relación de proporcionalidad puede transformarse en una igualdad por la introducción de una constante apropiada. Considerando el circuito de la Figura E-1 en el vacío (o en el aire), es decir, sin una influencia de medios materiales, se designará por C_0 la constante correspondiente a esa situación. Se tendrá, entonces:

$$\boxed{\Delta B = C_0 \frac{i\Delta\ell \text{sen } \theta}{r^2}}$$

Esa expresión, que proporciona el módulo del campo magnético creado por un elemento de corriente, es la expresión matemática de la

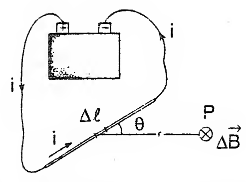


FIGURA E-1 El elemento $\Delta\ell$, del circuito, recorrido por una corriente i, crea un campo elemental $\Delta\vec{B}$, en un punto P.

ley de Biot-Savart, de gran importancia en el estudio del Electromagnetismo, porque a partir de ella es posible calcular el campo magnético establecido por conductores diversos (alambre rectilíneo, solenoide, etc.). Se efectúa ese cálculo aplicando la ley de Biot-Savart a cada elemento que constituye el conductor y calculando la suma vectorial de los resultados, para obtener el campo establecido por el conductor como un todo, como se verá en la sección siguiente.

❖ **Comentarios.** 1) Como ya se vio, el módulo del campo magnético, creado en un punto por un pequeño elemento, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del elemento al punto ($\Delta B \propto 1/r^2$). Es interesante observar que este tipo de dependencia es válida también, como ya se estudió, para el campo eléctrico (creado por una carga puntual) y para el campo gravitacional (creado por una masa puntal).

2) Se debe señalar que ΔB depende del ángulo θ mostrado en la Figura E-1. Por la ley de Biot-Savart se puede ver que, si $\theta = 0°$ o $\theta = 180°$, se tiene sen $\theta = 0$ y, por tanto, $\Delta B = 0$. Entonces, el elemento $\Delta\ell$ no crea campo magnético en los puntos situados sobre su recta soporte (Fig. E-2) Para un valor dado de r, el valor mayor de ΔB ocurrirá cuando $\theta = 90°$, o sea, para puntos tales que el segmento r sea perpendicular a $\Delta\ell$, como se indica en la Figura E-2.

3) Ya dijimos que la constante C_0 que aparece en la ecuación $\Delta B = C_0 i\Delta\ell$sen θ/r^2 se refiere a la situación en que el conductor que crea el campo magnético está situado en el vacío (o en el aire). En ese caso, el valor de la constante C_0, en el SI, es

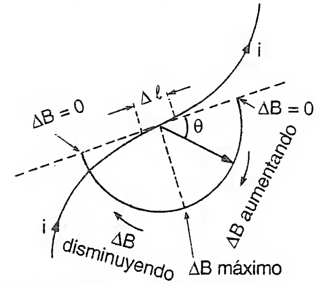


FIGURA E-2 ΔB depende del ángulo θ

$$C_0 = 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

En presencia de medios materiales, ya sabemos que el módulo del campo magnético se modifica y la constante C_0 se sustituye por una constante C, cuyo valor depende del medio en el cual está sumergido el conductor.

4) Con el fin de simplificar algunas ecuaciones del electromagnetismo, se acostumbra introducir una constante μ_0, denominada *permeabilidad del vacío*, cuyo valor es:

$$\mu_0 = 4\pi C_0 \quad \text{o bien} \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

Por tanto, $C_0 = \mu_0/4\pi$ y la ley de Biot-Savart, cuando se usa esa nueva constante, toma la siguiente forma:

$$\boxed{\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\Delta\ell \text{ sen } \theta}{r^2}}$$

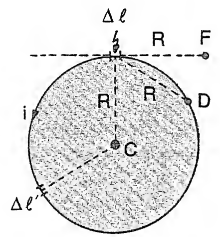
Evidentemente, en presencia de un medio material, la constante μ_0 deberá sustituirse por una constante μ_0, denominada *permeabilidad del medio*.

En el nivel de este curso, es indiferente trabajar con la ley de Biot-Savart usando la constante C_0 ($\Delta B = C_0 i\Delta\ell$sen θ/r^2) o la constante μ_0 [$\Delta B = (\mu_0/4\pi) i\Delta\ell$sen θ/r^2].

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. *a)* A partir de la expresión matemática de la ley de Biot-Savart determine, en el SI, la unidad de la constante C_0 (recuérdese que en el SI la unidad de ΔB es N/A · m).
   b) Determine también, en el SI, la unidad de la permeabilidad μ_0.
2. Si se mide la permeabilidad magnética de tres medios materiales *M*, *N* y *P*, se encuentra:
   medio *M*: μ un poco menor que μ_0
   medio *N*: μ un poco mayor que μ_0
   medio *P*: μ mucho mayor que μ_0
   Cada uno de los medios *M*, *N* y *P*, ¿es paramagnético, diamagnético o ferromagnético? Explique
3. Una espira circular, de radio R = 10 cm, situada en el aire, es recorrida por una corriente i = 5.0 A. Considere el elemento $\Delta\ell$ = 1.0 mm de esa espira y el punto *F* situado a una distancia *R* de $\Delta\ell$, como lo muestra la figura de este ejercicio. ¿Cuál es el valor del campo magnético $\Delta\vec{B}$ que $\Delta\ell$ establece en *F*?
4. Considerando la situación descrita en el ejercicio anterior, determine el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que $\Delta\ell$ establece en el centro *C* de la espira.



Ejercicio 3

5. Considerando, también, la situación del Ejercicio 3, determine el módulo del campo magnético $\Delta\vec{B}$ que $\Delta\ell$ establece en el punto *D* mostrado en la figura del ejercicio.
6. En la figura del Ejercicio 3, tómese otro elemento de la espira $\Delta\ell'$ = 0.80 mm.
   a) ¿Cuál es el módulo, la dirección y el sentido del campo $\Delta\vec{B}'$ que $\Delta\ell'$ establece en el centro *C* de la espira?
   b) ¿Cuál es el módulo del campo magnético que $\Delta\ell$ y $\Delta\ell'$, en conjunto, establecen en el centro de la espira?

E-2 Aplicaciones de la ley de Biot-Savart

❖ **Campo magnético en el centro de una espira circular.** Considérese una espira circular, de radio *R*, recorrida por una corriente *i*, como la de la Figura E-3. En la Sección 24.2, se vio que el módulo del campo magnético $\vec{B}$, creado por la corriente *i* en el centro de la espira, es tal que $B \propto i/R$. Ahora, aplicando la ley Biot-Savart, se obtendrá la expresión matemática que proporciona el módulo de $\vec{B}$. Considerando un elemento $\Delta\ell$ cualquiera de la espira, vemos que al observar el sentido de la corriente y utilizando la regla de Ampére, que ese elemento crea, en el centro de la espira, un campo magnético $\Delta\vec{B}$ que "entra" en el plano de la espira, en el plano de la Figura E-3. Además de eso, la figura nos muestra que θ = 90° (sen θ = 1) y que $r = R$. Por tanto, la ley de Biot-Savart proporciona:

$$\Delta B = C_0 \frac{i\Delta\ell}{R^2}$$

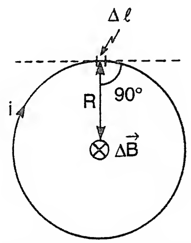


FIGURA E-3 Para el cálculo del campo magnético en el centro de una espira circular, recorrida por una corriente *i*.

Cualquier otro elemento $\Delta\ell$ de la espira crea, en su centro, un campo magnético $\Delta\vec{B}$ que tiene la misma dirección y el mismo sentido de aquel elemento considerado (Fig. E-3). Por tanto, para obtener el campo magnético $\vec{B}$, creado por toda la espira en su centro, debemos *sumar* algebraicamente los módulos de los vectores $\Delta\vec{B}$, porque son vectores de misma dirección y sentido.

Al realizar esta suma se obtiene:

$$B = \Sigma\Delta B \quad \text{o bien} \quad B = \Sigma C_0 \frac{i\Delta\ell}{R^2}$$

Observando que para todos los elementos $\Delta\ell$ de la espira los valores de C_0, i y R son los mismos, podemos colocarlos en evidencia en la suma anterior, esto es:

$$B = \frac{C_0 i}{R^2}\,\Sigma\Delta\ell$$

Es evidente que $\Sigma\Delta\ell$ representa la longitud total de la espira, o sea:

$$\Sigma\Delta\ell = 2\pi R$$

Entonces

$$B = \frac{C_0 i}{R^2} \cdot 2\pi R$$

donde

$$\boxed{B = 2\pi C_0 \frac{i}{R}}$$

Esa es la expresión que se buscaba. Obsérvese que está de acuerdo con lo visto en la Sección 24.2, esto es, se tiene $B \propto i/R$.

Si se quisiera trabajar con la constante μ_0, en lugar de C_0, basta recordar que $C_0 = \mu_0/4\pi$. Por tanto,

$$B = 2\pi \cdot \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) \cdot \frac{i}{R}$$

donde

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2R}}$$

❖ **Campo magnético de un conductor rectilíneo.** En la Figura E-4 se representa un alambre recto, muy comprimido, recorrido por

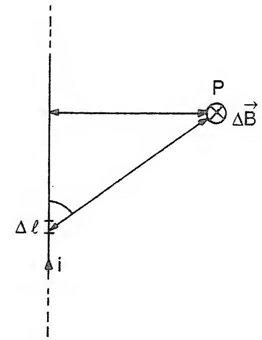


FIGURA E-4 Para el cálculo del campo magnético creado por un alambre recto, muy comprimido, recorrido por una corriente *i*.

una corriente *i*, con el sentido que se indica. Ya vimos, en la Sección 24-1, que esa corriente establece en un punto *P*, a una distancia *r* del alambre, un campo magnético tal que $B \propto i/r$.

De igual manera a como se hizo para una espira circular, se aplicará la ley Biot-Savart para calcular el módulo de ese campo magnético. Para eso, se considerará el elemento $\Delta\ell$ mostrado en la Figura E-4. Ese elemento establece en *P* un campo elemental $\Delta\vec{B}$ que "penetra" en el plano de la Figura E-4 (verifique eso cuando utilice la regla de Ampère). Como se sabe, el módulo de $\Delta\vec{B}$ es proporcionado por la ley de Biot-Savart:

$$\Delta B = C_0 \frac{i\Delta\ell \operatorname{sen}\theta}{x^2}$$

donde *x* es la distancia de $\Delta\ell$ a *P* y el ángulo θ está mostrado en la Figura E-4. Es fácil verificar que cualquier otro elemento $\Delta\ell$ del alambre largo establecerá, en *P*, un campo $\Delta\vec{B}$ que también estará penetrando en el plano de la Figura E-4, cuyo módulo está dado por la expresión anterior. Por tanto, para determinar el módulo $\vec{B}$ del campo magnético creado en *P* por el conductor como un todo, tendremos que *sumar algebraicamente* los módulos de los vectores elementales $\Delta\vec{B}$, porque son vectores de igual dirección y sentido. Por tanto,

$$B = \Sigma\Delta B \quad \text{o bien} \quad B = \Sigma C_0 \frac{i\Delta\ell \operatorname{sen}\theta}{x^2}$$

En esa expresión, sólo C_0 e i son constantes porque, al pasarse de un elemento del alambre a otro, tanto x como θ se alteran. Entonces,

$$B = C_0 i \sum \frac{\Delta\ell \operatorname{sen} \theta}{x^2}$$

La suma indicada en esa relación sólo tiene condiciones de ser calculada mediante cálculo integral, cuyo estudio se lleva a cabo solamente en cursos superiores. Por eso, no se presenta su desarrollo y sólo se informa el resultado de la operación. Mediante el cálculo integral (donde los elementos $\Delta\ell$ se consideran infinitesimales) y suponiendo el alambre conductor muy comprimido, se obtiene:

$$\sum \frac{\Delta\ell \operatorname{sen} \theta}{x^2} = \frac{2}{r}$$

Por tanto, se tendrá

$$B = C_0 i \left(\frac{2}{r}\right) \quad \text{o bien} \quad \boxed{B = 2C_0 \frac{i}{r}}$$

Vemos, así, que la aplicación de la ley Biot-Savart lleva a la conclusión de que, para un alambre recto y comprimido, se tiene $B \propto i/r$, según se indicó en la Sección 24.1.

La expresión anterior tomará la siguiente forma si usamos la constante μ_0:

$$B = 2\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i}{r} \quad \text{o bien} \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

❖ **Campo magnético de un solenoide.** En la Sección 24.3 vimos que en el interior de un solenoide recorrido por una corriente i, existe un campo magnético prácticamente uniforme tal que $B \propto ni$, donde n es el número de espiras por unidad de longitud del solenoide. La expresión matemática que proporciona el módulo de ese campo magnético también puede obtenerse a partir de la ley Biot-Savart. Sin embargo, el cálculo de esa expresión es bastante complejo, y no hay condiciones de estudiarlo en un curso de bachillerato. Por tanto, se presentará solamente el resultado obtenido cuando esos cálculos se efectúe. Se tiene, en el interior del solenoide:

$$\boxed{B = 4\pi C_0 ni}$$

o, trabajando con μ_0:

$$B = 4\pi\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)ni \quad \text{o bien} \quad \boxed{B = \mu_0 ni}$$

Observe que en esa expresión, se tiene $B \propto ni$, como ya se había señalado.

EJEMPLO

Una espira circular, de radio R, construida con un alambre delgado, situada en el aire, es recorrida por una corriente i. Perpendicular al plano de la espira y al lado de ella (pero eléctricamente aislado) se tiene un conductor rectilíneo largo, también bastante delgado y recorrido por una corriente i, "penetrando" en el plano del dibujo, como se muestra en la Figura E-5a. Determine el módulo del campo magnético resultante, establecido en el centro C de la espira por los alambres conductores.

La corriente de la espira crea, en C, un campo magnético $\vec{B}_1$ que, por la regla de Ampère, está "penetrando" en la hoja de papel (Fig. E-5b) y cuyo módulo, como se vio en esta sección, es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

El campo $\vec{B}_2$, que el conductor rectilíneo establece en C, tiene la dirección y el sentido mostrados en la Figura E-5b (obtenidos por la regla de Ampère). Si se observa que los alambres del conductor son muy delgados, la distancia del conductor al centro C es R, se tiene:

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

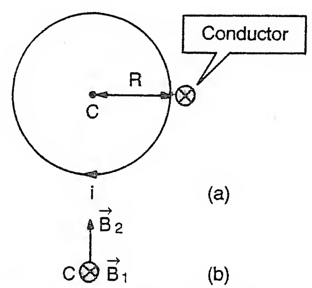


FIGURA E-5 Para el Ejemplo de la Sección E-2.

Como $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ son vectores perpendiculares, el módulo del campo resultante $\vec{B}$, en el punto C, será dado por:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \quad \text{o bien} \quad B^2 = \frac{\mu_0^2 i^2}{4R^2} + \frac{\mu_0^2 i^2}{4\pi^2 R^2}$$

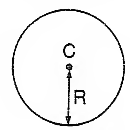
donde

$$B^2 = \frac{\mu_0^2 i^2}{4R^2}\left(1 + \frac{1}{\pi^2}\right) \quad \text{o bien} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\sqrt{1 + \pi^2}$$

EJERCICIOS

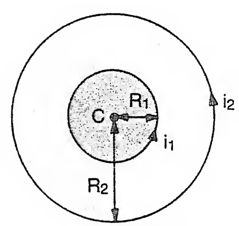
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

7. La espira circular, de radio $R = 10$ cm, situada en el aire, mostrada en la figura de este ejercicio, es recorrida por una corriente i. Sabiendo que esa corriente establece en el centro de la espira un campo magnético $B = 3.14 \times 10^{-5}$ T que "sale" del plano de la figura:
a) Indique, en la figura, el sentido de la corriente en la espira.
b) Determine la intensidad de esa corriente.



Ejercicio 7

8. La figura de este ejercicio muestra dos espiras circulares coplanares, en el aire, en el mismo centro C, y de radios $R_1 = 10$ cm y $R_2 = 15$ cm. Las espiras son recorridas por las corrientes $i_1 = 5$ A y $i_2 = 3$ A con los sentidos indicados en la figura. Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético establecido en C:
a) Por la corriente i_1.
b) Por la corriente i_2.
c) Por ambas corrientes (campo resultante).

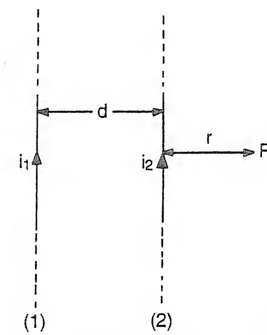


Ejercicio 8

9. En el ejercicio anterior, se desea alterar la corriente i_2 de tal modo que el campo magnético resultante en el punto C sea nulo. Para que eso ocurra, ¿cuál debe ser la intensidad y el sentido de la corriente i_2?

10. Un alambre recto y largo, en el aire, es recorrido por una corriente i de la misma intensidad que aquella que recorre la espira circular del Ejercicio 7. Considere un punto P a una distancia r del alambre igual al radio R de aquella espira. Sea $\vec{B}_C$ el campo en el centro de la espira mencionada y $\vec{B}_P$ el campo en P creado por el alambre.
a) Comparando las ecuaciones que proporcionan B_C y B_P, diga cuál de esos campos tiene mayor módulo.
b) Calcule el valor de B_P.

11. Dos alambres rectos y largos, en el aire, paralelos entre sí, son recorridos por las corrientes $i_1 = 10.0$ A y $i_2 = 2.0$ A, con los sentidos mostrados en la figura de este ejercicio. Los alambres están separados por la distancia $d = 30$ cm y el punto P está a una distancia $r = 10$ cm del alambre (2). Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético establecido en P.
a) Por la corriente i_1.



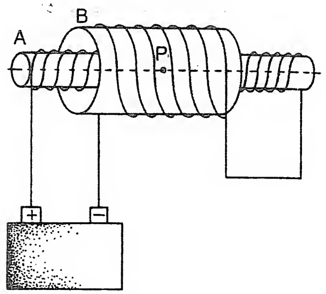
Ejercicio 11

b) Por la corriente i_2.
c) Por ambas corrientes (campo resultante).

12. En el ejercicio anterior, se desea alterar la corriente i_2 de tal modo que el campo magnético resultante, en el punto *P*, sea nulo. Para que eso ocurra, ¿cuál debe ser la intensidad y el sentido de la corriente i_2?

13. Un solenoide, en el aire, es recorrido por una corriente $i = 3.0$ A que establece, en su interior, un campo magnético $B = 2.0 \times 10^{-3}$ T. Si la longitud del solenoide es $L = 15$ cm, determine:
a) El número de espiras, *n*, por unidad de longitud.
b) El número total, *N*, de espiras del solenoide.

14. Dos solenoides, *A* y *B*, de longitudes $L_A = 20$ cm y $L_B = 10$ cm, son enrollados de manera que el número total de espiras en *A* sea $N_A = 400$ espiras y en *B* sea $N_B = 100$ espiras. El solenoide *A* es colocado en el interior del solenoide *B*, como se indica en la figura de este ejercicio, siendo ambos

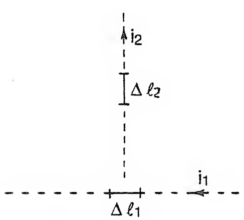


Ejercicio 14

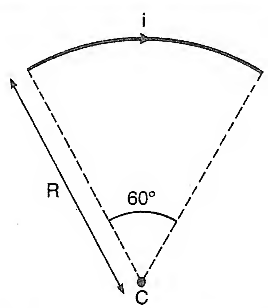
alimentados por una corriente $i = 5.0$ A, proporcionada por una batería. Considere el punto *P* situado en el eje común de los dos solenoides.
a) Los campos magnéticos $\vec{B}_A$ y $\vec{B}_B$, que *A* y *B* establecen en *P*, ¿tienen el mismo sentido o sentidos contrarios?
b) Determine el módulo del campo magnético establecido en *P* por los dos solenoides.

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1. En la figura de este problema se representan dos elementos de corriente: $\Delta\ell_1$ (recorrido por una corriente i_1) y $\Delta\ell_2$ (recorrido por una corriente i_2).
a) ¿Cuál es la dirección y el sentido de la fuerza $\Delta\vec{F}_{12}$ que el elemento $\Delta\ell_1$ ejerce en el elemento $\Delta\ell_2$?
b) ¿Cuál es el módulo del campo magnético $\Delta\vec{B}_2$ que $\Delta\ell_2$ establece en el lugar ocupado por $\Delta\ell_1$? Entonces, ¿qué se puede decir de la fuerza $\Delta\vec{F}_{21}$?
c) Una ley fundamental de la Física Clásica está siendo infringida en esa interacción entre los elementos de corriente. ¿Cuál es esta ley?

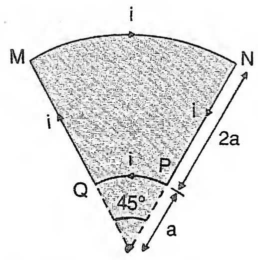


Problema Complementario 1



Problema Complementario 2

2. Considere un alambre conductor, recorrido por una corriente *i*, con la forma de un arco de circunferencia de radio *R*, subentendiendo un ángulo central de 60°, como lo muestra la figura de este problema. Aplicando la ley de Biot-Savart y acompañando la realización del cálculo presentado en la Sección E-2, cuando se estudió el campo magnético en el centro de una espira circular, determine el módulo del campo magnético que

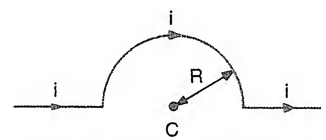


Problema Complementario 3

ese alambre establece en el centro de *C* de la circunferencia.

3. Un alambre metálico, doblado en forma del circuito *MNPQ* (según lo muestra la figura) es recorrido por una corriente *i*. Las partes *MN* y *PQ* son arcos de circunferencia de centro en *C*, subentendiendo un ángulo central de 45°.
a) ¿Cuál es el módulo del campo magnético que las partes *MQ* y *NP* establecen en el centro *C*?
b) ¿Cuál es el módulo del campo magnético establecido en *C* por el circuito *MNPQ* como un todo?

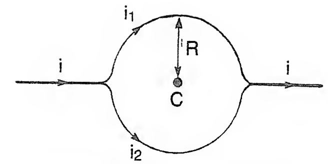
4. La figura de este problema presenta parte de un circuito eléctrico, recorrido por una corriente *i*, constituida por dos trechos rectilíneos y una semicircunferencia de radio *R*. Determine el módulo del campo magnético que esa parte del circuito establece en *C*.



Problema Complementario 4

5. Un conductor rectilíneo se bifurca en dos ramificaciones semicirculares, de radio *R*, como lo indica la figura de este problema. Determine el módulo del campo magnético que el conductor establece en *C*, suponiendo que:
a) $i_1 = i_2 = i/2$.
b) $i_1 = i/3$ y $i_2 = 2i/3$.

6. Un alambre conductor está enrollado de tal manera que forma *N* espiras circulares sobrepuestas, todas con radios prácticamente iguales a *R* y situadas aproximadamente en el mismo plano (bobina plana).

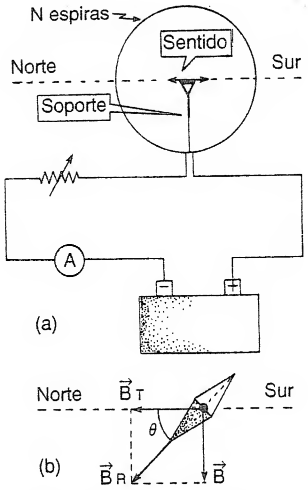


Problema Complementario 5

a) Suponiendo $N = 10$ espiras, $R = 15$ cm y que la corriente en cada espira sea $i = 0.50$ A, determine el módulo del campo magnético en el centro de esa bobina.
b) Para obtener un campo magnético igual a aquel que se encuentra en (a), ¿cuál debería ser la intensidad de la corriente si la bobina se sustituyera por una espira única?

7. Un solenoide largo, enrollado con 20 espiras/cm es recorrido por una corriente de 0.30 A. Una "bobina plana" (*véase* problema anterior), con 15 espiras circulares de radio igual a 10 cm, se coloca cubriendo la parte central del solenoide, de modo que el eje de ese solenoide sea perpendicular al plano de la bobina y pase por su centro *C*. ¿Cuál debe ser la intensidad de la corriente en la bobina para que el campo magnético resultante en su centro *C* sea nulo? (suponga que los campos del solenoide y de la bobina tengan, en *C*, sentidos contrarios).

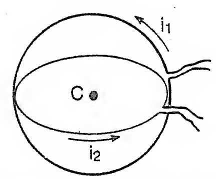
8. Un problema experimental: la medición del campo magnético de la Tierra. Para medir el valor del campo magnético terrestre en su ciudad, un estudiante construyó una bobina plana, de radio $R = 15$ cm, que tiene $N = 20$ espiras. En el centro de esa bobina, sobre un soporte adaptado, colocó una pequeña aguja imantada (brújula). La bobina se posicionó de tal modo que su plano coincidiera con la orientación de la aguja magnética, es decir, aproximadamente en la dirección Norte-Sur (*véase* figura (a) de este problema). En esas condiciones, la bobina se conectó a un circuito que contenía reóstato, un amperímetro y una batería, la cual le suministra una corriente *i* y establece un campo magnético $\vec{B}$ en su centro, donde está la aguja. Ésta se orienta, entonces, en la dirección del campo magnético $\vec{B}_R$, resultante de los campos magnéticos de la Tierra ($\vec{B}_T$) y de la bobina ($\vec{B}$), como lo muestra la figura (b) de este problema. Mediante el reóstato, el estudiante hace variar la corriente en la bobina, hasta que el ángulo θ mostrado en la figura (b) sea igual a 45°. Cuando esto ocurrió, el amperímetro indicaba una corriente $i = 0.40$ A. ¿Cuál es el valor que



Problema Complementario 8

encontró el alumno para el campo magnético de la Tierra en el lugar del experimento?

9. Dos espiras circulares, en el aire, de igual radio $R = 2\pi$ cm y mismo centro C, están dispuestas de tal modo que sus planos sean perpendiculares (*véase* figura de este problema). Si las espiras son recorridas por las corrientes $i_1 = 3.0$ A y $i_2 = 4.0$ A, determine el módulo del campo magnético que ellas establecen en C.

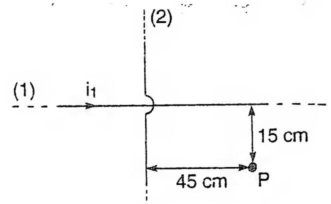


Problema Complementario 9

10. Los alambres (1) y (2) en la figura de este problema son rectilíneos y muy largos; ambos están en el aire. Hay, en el alambre (1), una corriente $i_1 = 5.0$ A. y una corriente i_2 en el alambre (2). Se quiere que el campo magnético resultante, debido a los alambres sea nulo en el punto P.

a) ¿Cuál debe ser el sentido de la corriente i_2 en el alambre (2)?

b) ¿Cuál debe ser el valor de i_2?



Problema Complementario 10

11. Este problema se refiere a un importante experimento realizado en 1901, en el cual se comprobó que, realmente, un campo magnético tiene su origen en cargas eléctricas en movimiento. El experimento consistió en electrizar un anillo delgado, de radio R, con carga Q, haciéndolo girar rápidamente en torno a un eje que pasa por su centro C (*véase* figura de este problema). Hecho esto, fue posible detectar la presencia de un campo magnético en C y medir su valor.

a) Considerando $Q = 1.5 \times 10^{-8}$ C y que el anillo efectuaba 120 rotaciones/s, determine la intensidad de la corriente equivalente a la carga Q puesta en movimiento.

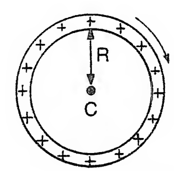
b) Siendo $R = 5.0$ cm, determine el módulo del campo magnético que sería detectado en el centro del anillo. (A pesar del valor muy pequeño de este campo, los científicos lograron detectarlo a principios de este siglo.)

12. En un átomo de hidrógeno (modelo de Bohr), el electrón gira en torno al núcleo en una trayectoria circular de radio $R = 5.1 \times 10^{-11}$ m, con una frecuencia $f = 6.8 \times 10^{15}$ hertz.

a) El electrón en movimiento equivale a una corriente eléctrica. ¿Cuál es la intensidad i de esa corriente? (carga del electrón $= 1.6 \times 10^{-19}$ C).

b) ¿Cuál es el módulo del campo magnético establecido por el electrón en el centro del átomo? (Solamente como comparación, se recuerda que imanes muy "fuertes" establecen campos magnéticos del orden de 10 T.)

13. En el Problema 7 de la sección *Preguntas y problemas* de este capítulo, suponga que los alambres estén en el aire, separados por una distancia r.



Problema Complementario 11

Considere en el alambre (2), un pedazo de longitud ℓ y determine el módulo de la fuerza de atracción $\vec{F}$ que el alambre (1) ejerce en aquel pedazo.

14. La unidad de intensidad de corriente en el SI (1 A) está definida de la siguiente manera: "1 A es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, en el vacío, separados por una distancia de 1 m, da origen a una fuerza de 2×10^{-7} N/m entre esos conductores".
Suponga que los conductores mencionados en el problema anterior estén separados por la distancia $r = 1$ m y que uno de ellos ejerza en cada metro del otro una fuerza $F = 2 \times 10^{-7}$ N. Siendo ambos recorridos por la misma corriente i:

a) Determine la intensidad de esa corriente.

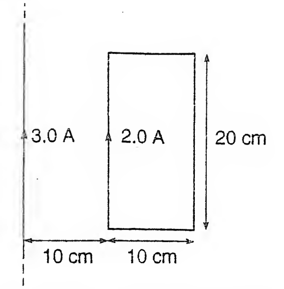
b) ¿Su respuesta a la pregunta (a) está de acuerdo con la definición del Ampère?

15. Una persona está tratando de orientarse y para ello utiliza una aguja magnética. Sin embargo, observa que directamente sobre su cabeza, a 10 m de altura, pasa una línea de transmisión que lleva una corriente continua cuya intensidad es de 2 000 A. ¿Cree usted que la línea podría alterar significativamente la orientación de la persona? (Recuerde que el campo magnético de la Tierra es del orden de 10^{-5} T.)

16. En el Problema 16 de la sección *Preguntas y Problemas* de este capítulo, suponga que el campo magnético de la Tierra fuera igual a 2.0×10^{-5} T y que la corriente en el alambre fuera de 5.0 A. ¿A qué distancia del alambre estarían situados los puntos donde el campo magnético es nulo?

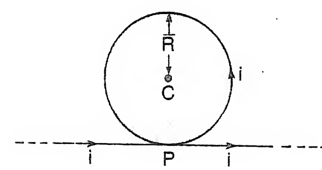
17. En el Problema 12 de la sección *Preguntas y problemas* de este capítulo, suponga que el solenoide haya sido enrollado con 100 espiras y que su longitud sea de 50 cm. Haciendo pasar en el solenoide una corriente $i = 0.20$ A, la aguja se desvía en un ángulo θ en relación con la dirección Norte-Sur. Si se sabe que el campo magnético de la Tierra en el lugar del experimento vale 2.2×10^{-5} T, determine el valor de θ.

18. Una espira rectangular, recorrida por una corriente de 2.0 A, se coloca en las cercanías de un alambre largo y recto, recorrido por una corriente de 3.0 A, como se indica en la figura de este problema. Determine el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética resultante que el alambre ejerce sobre la espira.



Problema Complementario 18

19. Un alambre conductor está dispuesto en la forma que se ilustra en la figura de este problema (el alambre está recubierto con aislante eléctrico y, por tanto, no hay contacto entre los conductores en P). Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que la corriente en el alambre establece en el punto C.



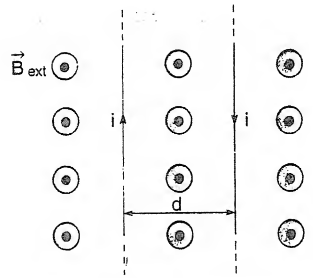
Problema Complementario 19

20. Suponga que un haz rectilíneo de electrones, al salir de un ciclotrón, se desplace con una velocidad $v = 3.0 \times 10^6$ m/s y que el número de electrones, por unidad de volumen, en el haz, sea $n = 2.0 \times 10^{14}$ electrones/m^3. Siendo A $= 0.10$ mm^2 el área de sección recta del haz y recordando que el módulo de la carga del electrón es $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C:

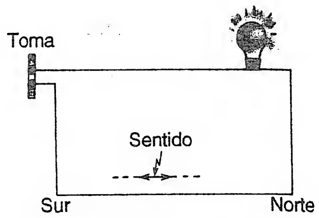
a) Determine la intensidad de la corriente constituida por el haz de electrones.

b) Calcule el módulo del campo magnético establecido por los electrones a una distancia $r = 1.0$ cm del haz.

21. Dos alambres rectos y largos, en el aire, son recorridos por corrientes de la misma intensidad $i = 15$ A, aunque de sentidos contrarios. Como se sabe, estos alambres se repelen (*véase* Problema 8 de la sección *Preguntas y proble-mas*). Sin embargo, al aplicar en la región donde están los alambres, un campo magnético externo uniforme $B_{ext} = 4.0 \times 10^{-5}$ T, como lo indica la figura de



Problema Complementario 21



Problema Complementario 22

este problema, se comprueba que, para cierta distancia d, no hay ninguna fuerza que actúe en ambos. Determine el valor de d.

22. Un estudiante intenta reproducir el experimento de Oersted en su casa. Para ello montó un circuito igual al mostrado en la figura de este problema. Sabía que en el circuito estaba pasando una corriente de, aproximadamente, 1 A y, a pesar de ello, no observó ninguna desviación de la aguja magnética colocada cerca del alambre orientado en la dirección Norte-Sur (*véase* figura). ¿Por qué razón la desviación que el estudiante esperaba no ocurrió? Trate de reproducir este experimento y observe si el resultado está de acuerdo con lo que se relató.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a)* N/A^2
b) N/A^2
2. M es diamagnético, N es paramagnético y P es ferromagnético
3. $\Delta B = 0$ (porque $\theta = 180°$)
4. $\Delta B = 5.0 \times 10^{-8}$ T; perpendicular al plano de la espira, "saliendo" de la hoja de papel
5. $\Delta B = 2.5 \times 10^{-8}$ T
6. *a)* $\Delta B' = 4.0 \times 10^{-8}$ T; perpendicular al plano de la espira; "saliendo" de la hoja de papel
b) 9.0×10^{-8} T
7. *a)* sentido contrario a las manecillas del reloj
b) $i = 5.0$ A
8. *a)* $B_1 = 3.14 \times 10^{-5}$ T; "saliendo" del plano de la figura
b) $B_2 = 1.25 \times 10^{-5}$ T; "saliendo" del plano de la figura
c) $B = 4.39 \times 10^{-5}$ T; "saliendo" del plano de la figura
9. $i_2 = 7.5$ A; en el sentido de las manecillas del reloj
10. *a)* $B_C > B_P$ *b)* $B_P = 1.0 \times 10^{-5}$ T
11. *a)* $B_1 = 5.0 \times 10^{-6}$ T; "entrando" en el plano de la figura
b) $B_2 = 4.0 \times 10^{-6}$ T; "entrando" en el plano de la figura
c) $B = 9.0 \times 10^{-6}$ T; "entrando" en el plano de la figura
12. $i_2 = 2.5$ A; sentido contrario a i_1.
13. *a)* $n = 530$ espiras/m
b) 79.5 espiras
14. *a)* mismo sentido
b) 1.88×10^{-2} T

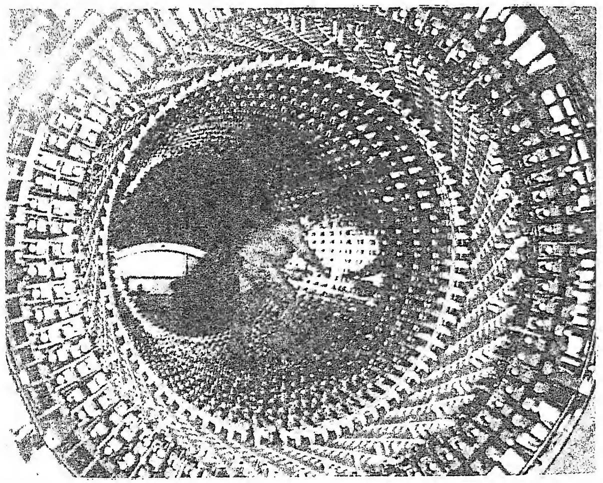
Problemas complementarios

1. *a)* horizontal, para la izquierda
b) $\Delta B_2 = 0$; $\Delta F_{21} = 0$
c) Tercera ley de Newton
2. $B = \mu_0 i/12R$
3. *a)* cero
b) $B = \mu_0 i/24a$
4. $B = \mu_0 i/4R$
5. *a)* cero
b) $B = \mu_0 i/12R$
6. *a)* $B = 2.1 \times 10^{-5}$ T
b) 5.0 A
7. 8.0 A
8. $B_T = 3.3 \times 10^{-5}$ T
9. $B = 5.0 \times 10^{-5}$ T
10. *a)* de arriba para abajo
b) $i_2 = 15$ A

11. *a)* 1.8 μA
b) 2.2×10^{-11} T
12. *a)* $i = 1.1 \times 10^{-3}$ A
b) $B = 13.5$ T
13. $F = \mu_0 i_1 i_2 \, \ell/2\pi r$
14. *a)* $i = 1$ A
b) sí
15. sí
16. 5.0 cm
17. $\theta = 66°$
18. 1.2×10^{-6} N; perpendicular al alambre, para la izquierda
19. $B = \dfrac{\mu_0 i}{2R}\left(\dfrac{1}{\pi} + 1\right)$, perpendicular al plano de la figura, "saliendo" de la hoja de papel
20. *a)* 9.6 μA
b) 1.9×10^{-10} T
21. $d = 7.5$ cm
22. la corriente en el alambre es alterna (60 hertz)

capítulo 25

inducción electromagnética – ondas y sistemas de CA



Parte de un generador industrial de corriente alterna denominado "estator". Los potentes electroimanes que giran en el interior de este dispositivo, generan corriente de acuerdo con el fenómeno de *inducción* electromagnética.

Sabemos que la producción de corriente eléctrica requiere el consumo de una forma de energía. Hasta la época de Faraday, sólo la energía química era convertida en energía eléctrica, en forma aprovechable por medio de las pilas o baterías. Pero este proceso no es adecuado para producir grandes cantidades de energía eléctrica, como las que se necesitan para iluminar las ciudades (Fig. 25-1) o alimentar las industrias.

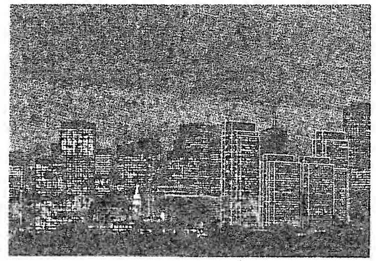


FIGURA 25-1 La enorme cantidad de energía eléctrica, que se utiliza para iluminar las grandes ciudades, se genera gracias a los fenómenos de inducción electromagnética.

En 1831, Faraday descubrió el fenómeno de la *inducción electromagnética,* que provocó una verdadera revolución en el estudio del electromagnetismo. Gracias a este descubrimiento fue posible construir los *generadores eléctricos,* máquinas cuyo funcionamiento se basa en el fenómeno de la inducción electromagnética, y que transforman energía mecánica (por ejemplo, de una caída de agua) en energía eléctrica. La foto de la Figura 25-2 muestra un generador de una estación o planta eléctrica moderna, capaz de producir enormes cantidades de energía aprovechable.

En este capítulo, analizaremos el trabajo de Faraday acerca del fenómeno de la inducción electromagnética, describiremos cómo se emplea tal fenómeno en la construcción de generadores y transformadores, y se verá cómo el gran físico escocés James Maxwell desarrolló la teoría de las *ondas electromagnéticas,* apoyándose en los descubrimientos de Faraday.

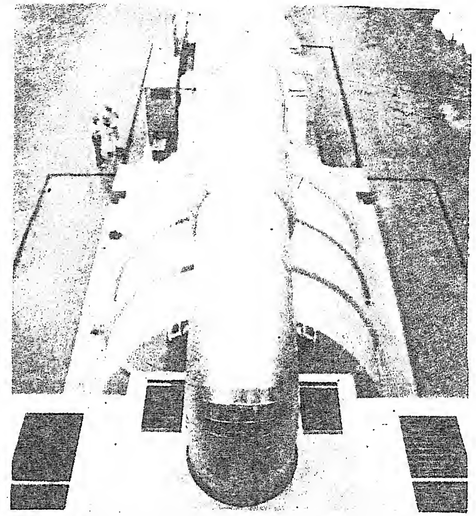


FIGURA 25-2 Generador de una estación o central hidroeléctrica.

25.1 Fuerza electromotriz inducida

❖ **Conductor en movimiento dentro de un campo magnético.** Consideremos un conductor metálico que se mueve con una velocidad $\vec{v}$, perpendicularmente a las líneas de inducción de un campo magnético $\vec{B}$. La Figura 25-3a ilustra esta situación: la barra metálica *CD* está siendo desplazada a través del campo magnético creado por el imán que se indica en la ilustración. En la Figura 25-3b, se presenta una vista en planta de esta misma situación: el vector $\vec{B}$ entrante en el plano, y la barra *CD* desplazándose hacia la derecha.

Como sabemos, la barra metálica posee electrones libres. Entonces, como estos electrones se encuentran en movimiento (debido a la traslación de la barra), quedarán sujetos a la acción de una fuerza magnética ejercida por el campo $\vec{B}$. Es fácil comprobar, usando la "regla de la palma de la mano derecha", en la Figura 25-3b, que tal fuerza tiende a desplazar los electrones hacia el extremo *C* de la barra. Como éstos se encuentran libres, se desplazarán en efecto, acumulándose en *C*. Por consiguiente, en la

barra *CD* tendremos una separación de cargas; es decir, el extremo *D* quedará electrizado positivamente, y el extremo *C*, negativamente (Fig. 25-3b).

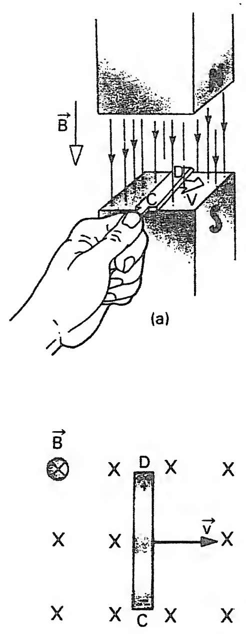


FIGURA 25-3 Barra metálica que se desplaza en un campo magnético

Mientras la barra se halle en movimiento dentro del campo, esta separación de cargas se mantendrá, y por tanto, también habrá una diferencia de potencial (o tensión) entre sus extremos *C* y *D*. Podemos concluir así que la barra se comporta como una fuente de fem. En otras palabras, equivale a una pila o a una batería, como se ilustra en la Figura 25-4. La fem generada que aparece en la barra se denomina *fuerza electromotriz inducida*, o bien, *electromotancia inducida* y su inducción se debe al movimiento en un campo magnético.

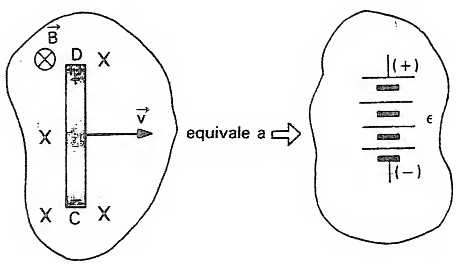


FIGURA 25-4 Barra metálica que al ser desplazada a través de un campo magnético, equivale a una fuente de fem (pila o batería).

❖ **Corriente inducida en un circuito.** Supongamos que la barra *CD* de la Figura 25-3b, al desplazarse se mantiene apoyada sobre un carril metálico, *GEFH*, como se indica en la Figura 25-5. De esta manera tendremos un circuito eléctrico cerrado, constituido por la barra y carril. Debido a la diferencia de potencial que existe entre los extremos de la barra, se establecerá una corriente en dicho circuito en el sentido *CEFD* (Fig. 25-5). Como esta corriente fue establecida por la fem inducida en la barra, se denomina *corriente inducida*.

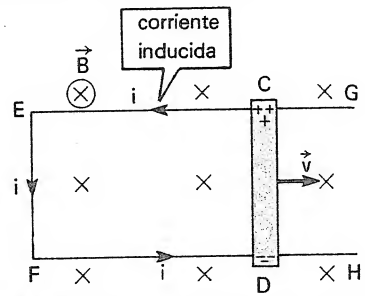


FIGURA 25-5 Una corriente inducida, en el sentido indicado, se establece en el riel *GEFH*, cuando la barra *CD* se desplaza sobre él hacia la derecha.

Es fácil observar que si la barra *CD* se desplazara hacia la izquierda, como indica la Figura 25-6, habría una inversión en la separación de las cargas; es decir, el extremo *D* se comportaría como el polo positivo de una pila; y el *C*, como el polo negativo. La corriente inducida circularía entonces en el sentido *DFEC* (contrario al de la Figura 25-5). De manera que si movemos la barra alternadamente hacia la derecha y hacia la izquierda, tendremos en el circuito una corriente unas veces en un sentido, y otras en sentido contrario. Una corriente que cambia periódicamente de sentido, como se expresó en el Capítulo 21, es una *corriente alterna*. Por tanto, moviendo la barra a través del campo magnético hacia un lado y luego hacia el otro, tendremos una *fuente de fem alterna*. Los generadores de CA que se emplean en la práctica, aun cuando se encuentran basados en el mismo principio, funcionan de manera distinta, como veremos en la sección que sigue.

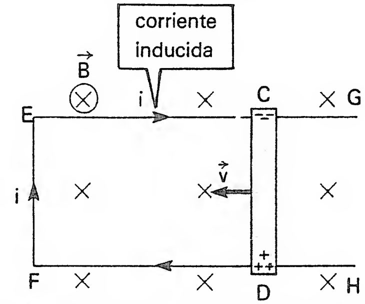


FIGURA 25-6 Si la barra *CD* se desplazara para la izquierda, la corriente inducida en el riel *GEFH* tendrá el sentido indicado.

❖ **Otros ejemplos de fem inducida.** El gran científico inglés Michael Faraday, realizando un gran número de experimentos en el siglo pasado, halló que existen algunos otros casos en los cuales se observa la aparición de una fem inducida, en un circuito.

Por ejemplo, en la Figura 25-7, mostramos una situación en la cual sucede esto. Al acercar el polo de un imán a una espira que se encuentra en reposo, se observa que surge una corriente en dicha espira (detectada por el amperímetro *A*). Si se interrumpe el movimiento del imán, la corriente desaparece de inmediato, y si alejamos dicho imán, la corriente vuelve a aparecer en ella, pero con sentido contrario al del caso anterior. Si una corriente se produce en la espira, ello se debe a la existencia de una fem causante de la misma.

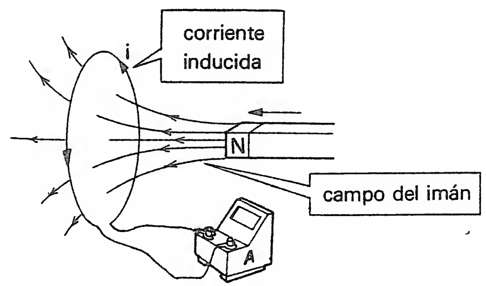


FIGURA 25-7 Corriente inducida en una espira, causada por la aproximación del polo norte de un imán.

Entonces, el hecho de que el imán sea acercado o alejado de la espira, hace que en ella surja una fem. Por analogía con la Figura 25-5, Faraday denominó también "*fem inducida*" a esta fem generada en la espira. Pero observemos que este descubrimiento de Faraday constituye un hecho enteramente nuevo, que no puede ser explicado con base en las leyes establecidas anteriormente en nuestro estudio del electromagnetismo (por el contrario, en el caso de la Figura 25-5 pudimos explicar el surgimiento de la fem empleando conocimientos ya estudiados).

También en el caso de la Figura 25-8, Faraday observó el surgimiento de una fem inducida. En el momento en que se cierra el interruptor *C*, estableciendo una corriente en la bobina *F*, el amperímetro *A* indica la existencia de una corriente inducida en la bobina *G*. En tanto *C* permanezca cerrado, es decir, en tanto exista una corriente constante en *F*, no se observará corriente inducida alguna en *G*. Pero en el momento en que se abre *C*, una corriente inducida reaparecerá en la bobina *G*, con sentido contrario al del caso anterior.

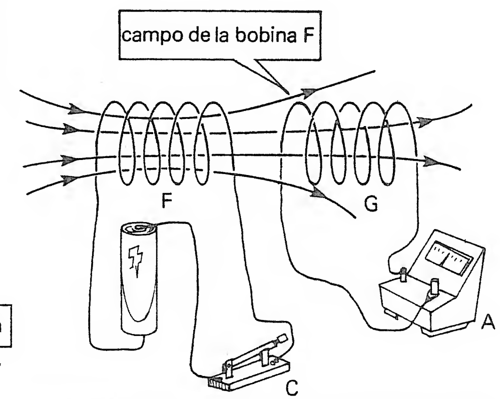


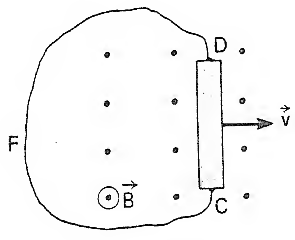
FIGURA 25-8 En el instante en que el interruptor *C* es abierto o cerrado, se crea en la bobina *G* una corriente inducida.

Analizando numerosos experimentos similares a éste, Faraday logró descubrir la existencia de un hecho común a todos los casos en que aparece una "fem inducida". El resultado de sus observaciones quedó expresado en una ley básica del electromagnetismo, que estudiaremos en la siguiente sección.

EJERCICIOS

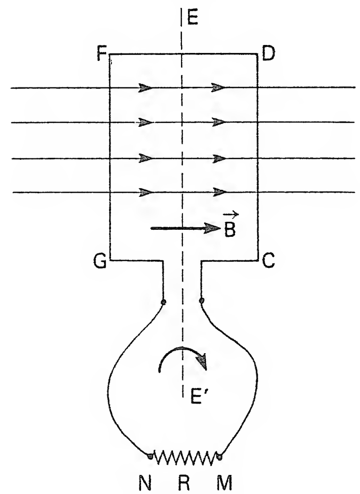
Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Considere una barra metálica *CD* que se desplaza con una velocidad $\vec{v}$ a través de un campo magnético $\vec{B}$, "saliente" del plano de la ilustración (*véase* figura de este ejercicio).
   a) ¿Cuál es el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre los electrones libres de esta barra?
   b) Entonces, cuál de los extremos de la barra quedará electrizado positivamente, y cuál quedará con carga negativa.
   c) Al conectar *C* y *D* mediante un conductor, como se indica en la figura, ¿cuál será el sentido de la corriente inducida en el conductor?



Ejercicio 1

2. Responda a las preguntas del ejercicio anterior suponiendo que la velocidad de la barra se encuentra dirigida hacia la izquierda.
3. Suponga que se interrumpe el movimiento de la barra *CD*, mostrada en la Figura 25-3b. ¿Se mantendría la separación de cargas en la barra? Explique.
4. Si la barra *CD*, Figura 25-3a, se desplazara verticalmente hacia arriba, ¿habría en ella una separación de cargas? ¿Por qué?
5. La figura de este ejercicio representa una espira rectangular *CDFG* que gira alrededor del eje *EE'*, en el sentido indicado por la flecha curva (en el instante que se indica, *CD* está "entrando", y *FG* está "saliendo" de la página). La espira gira dentro de un campo magnético $\vec{B}$, orientado de izquierda a derecha. Considerando el instante señalado en la figura, responda a las preguntas siguientes:
   a) ¿Cuál de los extremos del lado *CD* será positivo y cuál negativo?
   b) Haga lo mismo para el lado *FG*.
   c) En estas condiciones, los lados *CD* y *FG* equivalen a dos baterías. ¿Dichas fuentes se encuentran conectadas en serie o en paralelo?
   d) Entonces, ¿cuál es el sentido de la corriente inducida que pasa por el resistor *R* conectado a los extremos de la espira?



Ejercicio 5

25.2 Ley de Faraday

❖ **Qué es el flujo magnético.** Para entender la ley descubierta por Faraday acerca de la fem inducida, se necesita un concepto muy importante que analizaremos a continuación: el concepto de *flujo magnético.*

Consideremos una superficie plana, de área *A*, colocada en un campo magnético uniforme *B*. Trazando una perpendicular a la superficie, designemos por θ el ángulo formado por dicha normal *N* con el vector *B* (Fig. 25-9). El flujo magnético que pasa a través de esta superficie se representará por la letra griega ϕ (fi) y se define por la expresión siguiente:

$$\boxed{\phi = BA\cos\theta}$$

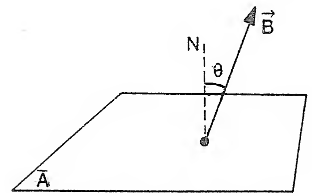


FIGURA 25-9 El flujo magnético, ϕ, a través de la superficie *A* está dado por la expresión: $\phi = BA\cos\theta$.

En el SI, la unidad de flujo magnético se denomina *weber* (símbolo: *Wb*) en honor al físico alemán del siglo pasado, Wilhelm Weber. Entonces, si medimos *B* en teslas (T), y *A*, en m^2, tendremos:

$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

Wilhelm Eduard Weber (1804-1891): Físico alemán que junto con Gauss estudió el magnetismo terrestre. En 1833 inventó un tipo de telégrafo. El nombre de la unidad de flujo magnético recibió su nombre debido a los numerosos trabajos que realizó en este campo de la ciencia.

El concepto del flujo magnético a través de una superficie puede interpretarse en términos del número de líneas de inducción que "perforan" tal superficie: cuanto mayor sea el número de líneas de inducción que la atraviesan, tanto mayor será el valor de ϕ. Por ejemplo, en la Figura 25-10 tenemos dos superficies de áreas

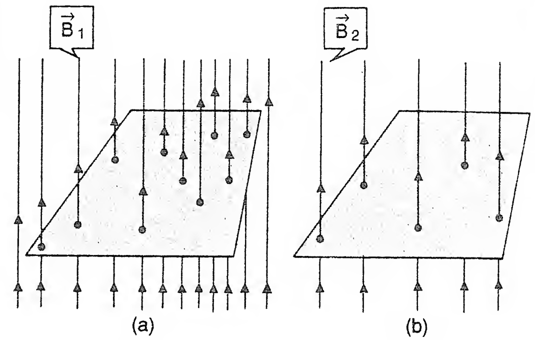


FIGURA 25-10 El flujo magnético, ϕ_1 en (a) es mayor que el flujo ϕ_2 en (b).

iguales, colocadas en campos magnéticos diferentes. En (a) hay un campo magnético más intenso que en (b), porque las líneas de inducción del campo $\vec{B}_1$ se indican más cerca unas de otras, que las líneas del campo $\vec{B}_2$. Obviamente, el número de líneas que "perforan" la superficie en (a), es mayor que en (b); es decir, el valor del flujo ϕ_1 es mayor que ϕ_2. Observemos que este resultado concuerda con la expresión $\phi = BA\cos\theta$, la cual indica que cuanto mayor sea el valor de *B*, tanto mayor será el flujo ϕ.

Es fácil observar que cuanto mayor sea el área de la superficie colocada en un campo dado $\vec{B}$, tanto más grande será el número de líneas de inducción que "perforan" la superficie; o sea, el valor del flujo será mayor. Este resultado también concuerda con la relación $\phi = BA\cos\theta$ (cuanto mayor sea *A*, tanto más grande será ϕ).

Por último, conviene ver que el valor de ϕ depende del ángulo θ, o sea, que el flujo magnético que pasa por una superficie depende

de su inclinación con respecto al vector $\vec{B}$. La Figura 25-11 ilustra este hecho en términos de las líneas de inducción que pasan a través de la superficie; en (a), ninguna línea de inducción "atraviesa" la superficie dada, y por tanto, $\phi = 0$; en (b), aumentó la inclinación de la superficie y un cierto flujo ϕ pasa a través de ella; y en (c), como la superficie se encuentra perpendicular a $\vec{B}$, tenemos el máximo valor para el flujo ϕ.

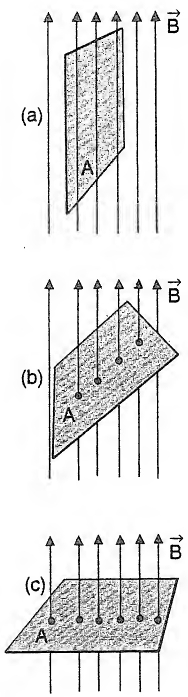


FIGURA 25-11 El flujo magnético a través de una superficie depende de su inclinación con respecto al vector $\vec{B}$.

❖ **Ley de Faraday.** Como dijimos en la sección anterior, Faraday logró darse cuenta de la existencia de un hecho común a todas las situaciones en las que aparecía una fem inducida. Analizando un gran número de experimentos que él mismo realizó, Faraday halló que *siempre que una fem inducida se creaba en un circuito, estaba ocurriendo una variación del flujo magnético a través del mismo.*

De hecho, en el experimento mostrado en la Figura 25-5, debido al movimiento de la barra hacia la derecha, el área del circuito atravesada por el campo magnético, va aumentando. De manera que el flujo ϕ que pasa por tal área se incrementa también y en el circuito se crea una fem inducida. Cuando el movimiento de la barra se interrumpe, aun cuando exista flujo magnético a través del circuito, dicho flujo no estará cambiando, y en tales circunstancias, no habrá fem inducida. En la Figura 25-6 tenemos una disminución del flujo a través del circuito (el área de paso está disminuyendo), y nuevamente, se observa el surgimiento de una fem inducida.

De la misma manera, cuando el imán es acercado o alejado de la espira de la Figura 25-7, variará el flujo magnético que pasa a través de ella, y una vez mas, existirá una fem inducida en el circuito.

En el caso de la Figura 25-8, cuando se cierra el interruptor *C*, la corriente que se establece en la bobina *F* crea un campo magnético que produce un flujo a través de la bobina *G*. Por tanto, el flujo ϕ que pasa a través de *G* aumenta desde cero hasta un valor determinado, y en la bobina *G* surge una fem inducida. Mientras *C* permanezca cerrado, la corriente en *F* será constante, y por tanto, el flujo que atraviesa la bobina *G* también será constante. En tales condiciones, no habrá electromotancia inducida en *G*. En el instante en que se abre *C*, el flujo que atravesaba *G* desaparece (o sea, disminuye hasta cero), y se vuelve a observar el surgimiento de una fem inducida.

Por tanto, la electromotancia inducida apareció en todos los momentos en que se producía una variación del flujo magnético. Además, Faraday observó que el valor de la fem inducida era mayor cuanto más rápidamente se produjera la variación de flujo a través del circuito. Para ser más precisos, halló que si durante un intervalo de tiempo Δt, el flujo magnético que atraviesa un circuito cambia en $\Delta\phi$, en dicho circuito existirá una fem inducida cuya magnitud está dada por

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}}$$

El fenómeno de la generación de una fem inducida recibe el nombre de *inducción electromagnética,* y el resultado que acabamos de estudiar se conoce como "ley de Faraday de la inducción electromagnética". Esta ley, que es fundamental en el estudio de los fenómenos electromagnéticos, puede resumirse de la siguiente manera:

> **LEY DE FARADAY**
> (de la inducción electromagnética)
>
> Siempre que se produzca una variación de flujo magnético a través de un circuito, aparecerá en el mismo una fem inducida. El valor de dicha fem ε, está dado por
>
> $$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$
>
> donde $\Delta\phi$ es la variación del flujo observada en el intervalo de tiempo Δt.

♦ EJEMPLO 1

Supóngase que en la Figura 25-7 el imán, a cierta distancia de la espira, establece a través de ella un flujo $\phi_1 = 1.2 \times 10^{-2}$ Wb. Al acercar rápidamente el imán a la espira, el flujo valdrá $\phi_2 = 4.6 \times 10^{-2}$ Wb. Si esta variación se produjo en un intervalo de tiempo $\Delta t = 0.10$ s:

a) Determinar el valor de la fem inducida en la espira. Su valor estará dado por la ley de Faraday. Entonces,

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} = \frac{4.6 \times 10^{-2} - 1.2 \times 10^{-2}}{0.10}$$

donde

$$\varepsilon = 0.34 \text{ V}$$

b) Sabiendo que la resistencia de la espira es $R = 2.0\ \Omega$, calcule la corriente inducida que indicará el amperímetro.

La intensidad de la corriente está dada por la ecuación del circuito, o sea,

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.34}{2.0} \quad \text{donde} \quad i = 0.17 \text{ A}$$

♦ EJEMPLO 2

Considere una barra metálica *CD* que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$. La barra se desplaza apoyándose sobre dos alambres separados una distancia *L*, como muestra la Figura 25-12. Usando la ley de Faraday determine, en función de *B*, *L* y *v*, el valor de la fem inducida en la barra.

De acuerdo con la ley de Faraday, la electromotancia inducida está dada por $\varepsilon = \Delta\phi/\Delta t$. Supongamos que durante el intervalo de tiempo Δt, la barra se desplaza una distancia Δx, pasando a la posición $C'D'$ (Fig. 25-12). Entonces, en este intervalo de tiempo, como el campo magnético es perpendicular al área del circuito ($\theta = 0°$), la variación del flujo a través del mismo estará dada por:

$$\Delta\phi = B \cdot (\text{variación del área del circuito})$$

o bien

$$\Delta\phi = B \cdot (\text{área } CDD'C') = B \cdot (L\,\Delta x)$$

Por consiguiente,

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t}$$

Como $\Delta x/\Delta t = v$, resulta

$$\varepsilon = BLv$$

❖ **El generador de corriente alterna.** Acabamos de aprender que una fem es inducida en un circuito siempre que varía el flujo magnético que lo atraviesa (ley de Faraday). Ahora

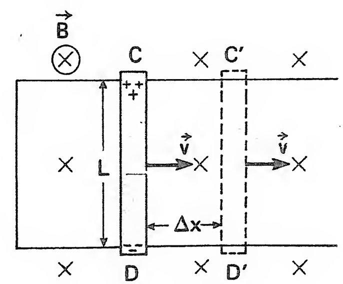


FIGURA 25-12 Para el Ejemplo 2.

veremos cómo se utiliza este principio básico en la construcción de *generadores eléctricos,* es decir, de máquinas capaces de producir grandes cantidades de energía eléctrica por inducción electromagnética rotacional.* Analizando la Figura 25-13, podremos entender cómo se logra esto.

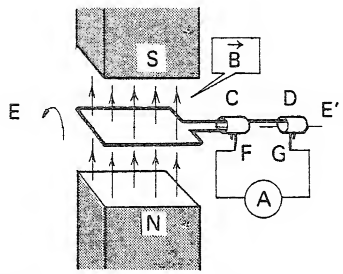


FIGURA 25-13 Una espira que gira en un campo magnético produce una fem alterna, y por tanto, una corriente alterna en el circuito conectado.

Un generador funciona, básicamente, como una espira que gira dentro de un campo magnético. La Figura 25-13 muestra una espira metálica girando alrededor del eje *EE'*, entre los polos de un imán. En los extremos de la espira existen dos anillos colectores, *C* y *D*, que se deslizan sobre los contactos *F* y *G*, que conectan la espira a un circuito externo cualquiera. En el caso de la Figura 25-13, tal circuito exterior es simplemente un amperímetro, que se emplea para indicar la presencia de corriente inducida.

Mientras la espira está en rotación, es posible tener una variación del flujo magnético a través de ella. Esto se debe a que la inclinación de la espira con respecto al vector $\vec{B}$, varía continuamente, según vimos al analizar la Figura 25-11. De modo que una fem es inducida en dicha espira, generando así una corriente que el amperímetro indicará. Durante media vuelta de la espira, crece el flujo magnético que pasa a través de ella, y en la media vuelta que sigue, el flujo disminuirá. Por tal motivo, la corriente inducida en el circuito circulará varias veces en un sentido, y otras, en sentido contrario. Por consiguiente, la espira que gira dentro de un campo magnético producirá una *corriente alterna* (CA), como se puede observar por la indicación del amperímetro.

Los grandes generadores de CA (Fig. 25-14) que encontramos en las plantas o estaciones hidroeléctricas, funcionan de manera similar a la que acabamos de describir. La energía de una caída de agua se emplea para poner en rotación dichos generadores mediante turbinas hidráulicas, transformando así grandes cantidades de energía mecánica en energía eléctrica.

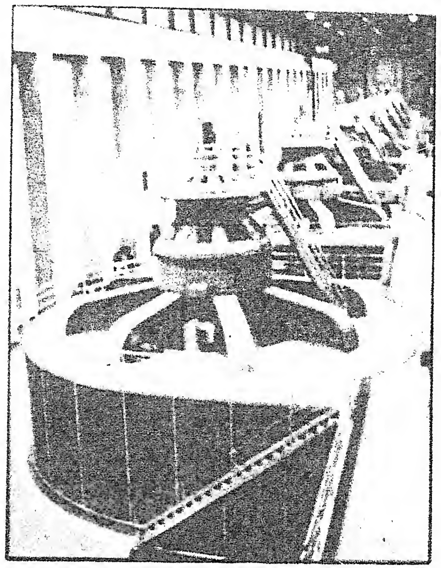


FIGURA 25-14 Conjunto de turbogeneradores que transforman la energía mecánica de una caída de agua, en energía eléctrica.

❖ **Comentarios.** 1) La gráfica de la Figura 25-15 muestra cómo la corriente alterna generada en una espira, varía en el tiempo a medida que gira en el interior de un campo magnético. Vamos a analizar esta variación imaginando un foco conectado a una espira de un generador

* **N. del R.** En ingeniería eléctrica, un generador de CC se conoce también por *dínamo* (o dinamo), y un generador de CA recibe asimismo el nombre de *alternador.*

de corriente alterna, como muestra la Figura 25-16. En el instante $t = 0$, en el cual la espira se encuentra en la posición mostrada en (a), el foco está apagado, lo que indica que en este instante no hay corriente en el circuito. Observemos que el gráfico de la Figura 25-15 concuerda con esta observación, pues para $t = 0$, en el diagrama tenemos que $i = 0$. Mientras la espira

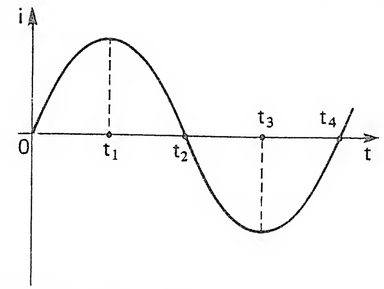


FIGURA 25-15 Este diagrama muestra cómo varía en el tiempo, la intensidad de la corriente alterna generada en la espira.

llega a la posición indicada en (b), la corriente aumenta, alcanzando en esta posición su máximo valor (instante t_1 en el gráfico de la Figura 25-15). Por consiguiente, el foco adquiere su mayor brillo en este instante. Continuando el movimiento, la espira alcanzará la posición que se muestra en (c), donde, una vez más, la corriente es nula, y por tanto, el foco se apaga (instante t_2 en la gráfica). A partir de t_2, la corriente inducida cambia de sentido, como se indica en el gráfico (por convención, la intensidad i pasa a ser considerada negativa). En el instante t_3, posición (d), la corriente alcanza nuevamente su valor máximo, y el foco luminoso brillará con la misma intensidad que en (b). Por último, en el instante t_4, posición (e), la espira regresa a su posición inicial, completando así una vuelta (un ciclo). La corriente de nuevo es nula (el foco está apagado), y de ahí en adelante, el proceso se repite en la forma que hemos descrito.

2) La corriente que empleamos en nuestras casas es, como ya dijimos, una corriente alterna. Pero, no es posible observar fluctuación alguna en el brillo de los focos, como se vio al analizar la Figura 25-16. Ello se debe a que la corriente alterna que proporcionan las compañías de electricidad es de frecuencia relativamente alta. En la mayoría de las ciudades, tal frecuencia es de 60 Hz (o 60 ciclos/s), es decir, la corriente cambia de sentido 120 veces en cada segundo (como puede observarse en la Figura 25-16, en cada vuelta completa de la espira el sentido de la corriente se invierte dos veces). De manera que como las fluctuaciones en el brillo de un foco son muy rápidas, nuestros ojos no alcanzan a percibirlas, y se tiene la sensación de que tal luminosidad es uniforme.

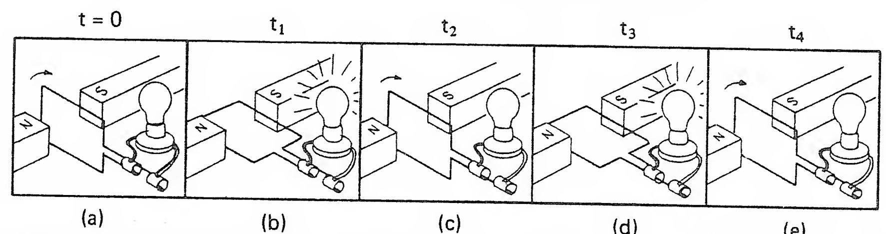


FIGURA 25-16 El brillo del foco indica la intensidad de la corriente alterna que se genera en la espira, conforme ésta se mueve con movimiento de rotación en el campo magnético.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

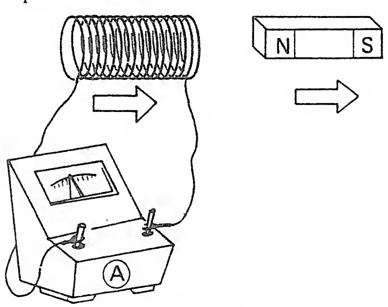
6. En la Figura 25-11c considere que el campo magnético tiene el valor $B = 3.5 \times 10^{-2}$ T, y que la superficie mostrada tiene un área $A = 60$ cm^2.

a) ¿Cuál es el valor del ángulo θ formado por el vector $\vec{B}$ con la normal a la superficie (considere la normal orientada hacia arriba)?
b) Calcule el valor del flujo magnético ϕ a través de la superficie mostrada.

7. Responda las preguntas (a) y (b) del ejercicio anterior para el caso de la Figura 25-11a.
c) La respuesta a la pregunta (b), ¿concuerda con lo que se afirmó en el texto en relación con esta figura?

8. Suponga que la superficie mostrada en la Figura 25-11 fuese rodeada por un alambre metálico, formando una espira rectangular de área A. Suponga, además, que tal espira cambia de la posición (a) a la posición (c) en un intervalo de tiempo $\Delta t = 0.03$ s. Considerando las respuestas de los Ejercicios **6** y **7** determine:
a) La variación del flujo magnético a través de la espira, en este intervalo de tiempo.
b) El valor de la fem inducida en la espira.

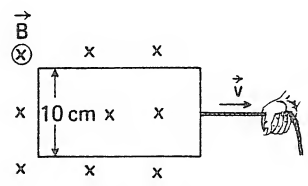
9. Observe la Figura 25-7 y suponga que tanto el imán como la espira se encuentran en reposo. En estas condiciones:
a) ¿Hay flujo magnético a través de la espira?
b) ¿Existe variación de flujo magnético a través de la citada espira?
c) ¿Habrá entonces una fem inducida en la espira?



Ejercicio 10

10. El imán y la bobina que se indican en la figura de este ejercicio se desplazan ambos a una misma velocidad $\vec{v}$.
a) ¿Existe flujo magnético a través de la bobina?
b) ¿Hay variación de flujo magnético a través de ella?
c) Entonces, ¿cuál será la indicación del amperímetro?

11. La espira rectangular que se muestra en la figura de este ejercicio está siendo movida a una velocidad $v = 6.0$ m/s, saliendo de un campo magnético $B = 0.50$ T. Recordando la respuesta obtenida en el Ejemplo 2 de esta sección. determine:
a) La fem inducida en la espira.
b) La intensidad de la corriente inducida que circula en tal espira, sabiendo que su resistencia es de 0.40 Ω.



Ejercicio 11

12. En la Figura 25-16 suponga que se está generando una corriente alterna de frecuencia $f = 60$ Hz.
a) ¿Qué tiempo tarda la espira en efectuar una vuelta completa?
b) ¿Qué intervalo de tiempo transcurre entre los instantes en los cuales el foco presenta dos brillos máximos consecutivos (posiciones (b) y (d) de la espira)?
c) Tomando en cuenta la respuesta de la pregunta anterior, ¿esperaría usted que sus ojos perciban fluctuaciones en el brillo del foco?

25.3 Ley de Lenz

❖ **Sentido de la corriente inducida.** Ya analizamos diversos casos en los cuales la corriente inducida pasa por un circuito unas veces en un sentido, y otras en sentido contrario. Por ejemplo, en las condiciones que se indican en la Figura 25-17 decimos que cuando el imán se acerca a la espira (con la velocidad $\vec{v}$), la corriente circula en un sentido determinado

(Fig. 25-17a), y cuando el imán se aleja de ella (con la velocidad $\vec{v}$), la corriente circula en sentido contrario al anterior (Fig. 25-17b).

Aun cuando Faraday hubiese advertido que esto sucedía, no logró formular una ley que indicara cómo determinar el sentido de la corriente inducida. Pero en 1834, unos años después de la divulgación de los trabajos de Faraday, el científico ruso Heinrich Lenz enunció una "regla" que actualmente se conoce como *ley de Lenz*, la cual permite resolver este problema. A continuación se describirá el descubrimiento realizado por Lenz, y la forma de aplicarlo para establecer el sentido de una corriente inducida.

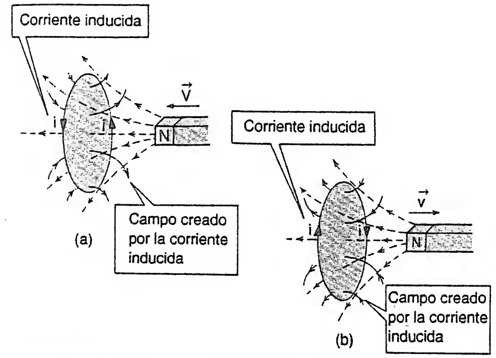


FIGURA 25-17 La corriente inducida en la espira tendrá un sentido tal, que el campo magnético que produzca tenderá a oponerse a la variación de flujo a través de dicha espira.

❖ **Ley de Lenz.** Consideremos nuevamente la Figura 25-17a. Cuando el imán se acerca a la espira se observa que la corriente inducida en ella aparece con el sentido indicado en la figura. Como sabemos, esta corriente produce un campo magnético cuyo sentido se puede determinar mediante la regla de Ampère. Empleando esta última se halla que el campo magnético creado por la corriente inducida tiene, en el interior de la espira, el sentido que se indica en dicha Figura 25-17a. Observemos que el sentido de este campo es contrario al del campo magnético del imán.

Considerando ahora la Figura 25-17b, es claro que cuando el imán se aleja de la espira, la corriente inducida circulará en sentido contrario al anterior. Si volvemos a usar la regla de Ampère, se advierte que el campo magnético creado por la corriente inducida tiene, en este caso, el mismo sentido que el campo magnético del imán.

Heinrich F. E. Lenz (1804-1865). Físico ruso que enunció la ley que permite establecer el sentido de las corrientes inducidas. Lenz estudió también la dependencia de la resistencia eléctrica a la temperatura.

Podemos resumir estas observaciones de la manera siguiente:

1) cuando el flujo magnético que pasa a través de la espira *aumenta* (Fig. 25-17a), la corriente inducida tiene un sentido tal que el campo magnético que produce tiende a hacer *disminuir* el flujo a través de dicha espira (es decir, el campo de la corriente inducida establecido *dentro de la espira*, tiene así sentido contrario al campo magnético del imán).

2) cuando el flujo magnético que pasa a través de la espira *disminuye* (Fig. 25-17b), la corriente inducida tiene un sentido tal que el campo magnético que produce tiende a *aumentar* el flujo a través de la misma (o sea, el campo de la corriente inducida establecido dentro de la espira, tiene el mismo sentido que el campo magnético del imán).

Después de realizar una serie de experimentos similares a este, Lenz llegó a la conclusión de que tal comportamiento de la corriente inducida se verificaba en todos los casos analizados. Por tanto, sintetizó sus observaciones en la forma siguiente:

LEY DE LENZ

La corriente inducida electromagnéticamente en un circuito aparece siempre con un sentido tal que el campo magnético que produce tiende a oponerse a la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito.

En otras palabras, la ley de Lenz expresa que:*

1) cuando la corriente inducida se establece en virtud de un *aumento* del flujo magnético, su sentido es tal que el campo magnético que origina tiene *sentido contrario* al campo magnético existente a través del circuito.

2) cuando la corriente inducida se establece en virtud de una *disminución* del flujo magnético, su sentido es tal que el campo magnético que produce tiene el *mismo sentido* que el campo magnético existente a través del circuito.

Los ejemplos siguientes son una ilustración de la forma en que podemos emplear la ley de Lenz para determinar el sentido de la corriente inducida en un circuito.

EJEMPLO 1

Empleando la ley de Lenz, determine el sentido de la corriente inducida en el caso que se indica en la Figura 25-5.

Vimos ya que estando la barra en movimiento hacia la derecha, se produce un *aumento* de flujo magnético a través del circuito *CEFD*, pues crece el área del circuito por la que pasa dicho flujo magnético. Entonces, el campo creado (en el interior de tal área) por la corriente inducida, debe tener sentido contrario al del campo que existía antes del movimiento, ya que de esta manera, tenderá a hacer *disminuir* el flujo magnético a través del circuito. Por tanto, el campo creado por la corriente inducida es saliente de la página (en el área que delimita el circuito). Si empleamos la regla de Ampère comprobamos que para crear un campo magnético en este sentido, la corriente inducida deberá circular en el sentido *CEFD*.

De modo que este resultado concuerda con el sentido de la corriente que se había marcado ya en la Figura 25-5, y que se obtuvo mediante otro proceso (sin emplear la ley de Lenz).

* Se supone a la normal a la superficie orientada de tal forma, que el flujo magnético siempre es positivo.

EJEMPLO 2

La Figura 25-18 muestra un circuito eléctrico (1), en el cual circula una corriente i_1 proporcionada por una batería. A un lado de este circuito se tiene una espira rectangular. En el momento en que el interruptor *C* del circuito (1) se abre, en la espira aparece una corriente inducida i_2 de muy corta duración. Determine el sentido de la corriente i_2.

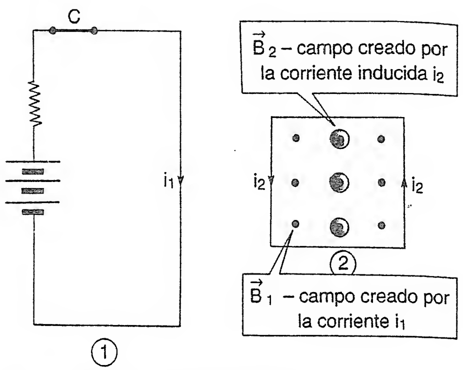


FIGURA 25-18 Para el Ejemplo 2.

La corriente i_1 produce en el espacio que la rodea, un campo magnético $\vec{B}_1$. La regla de Ampère establece que en el interior de la espira, $\vec{B}_1$ es saliente de la página, como se indica en la Figura 25-18. Entonces, existirá un flujo magnético a través de la espira. Cuando se abre *C*, la corriente i_1 se interrumpe y dicho flujo *disminuye* (tiende a cero). Entonces, en la espira surgirá una corriente inducida i_2 y el campo magnético $\vec{B}_2$ creado por ella, en el interior de dicha espira, debe tener el mismo sentido que el campo $\vec{B}_1$ (pues tenderá a hacer *aumentar* el flujo a través del circuito). Empleando la regla de Ampère podemos ver que para crear en el interior de la espira un campo $\vec{B}_2$ saliente de la página, el sentido de la corriente inducida i_2 debe ser el indicado en la Figura 25-18.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

13. En la Figura 25-6, como ya mencionamos en el texto, la barra *CD* se desplaza hacia la izquierda sobre los alambres metálicos. Analice esta figura y responda:

a) El flujo magnético que atraviesa el circuito *CEFD*, ¿está aumentando o disminuyendo?

b) Entonces, el campo magnético que la corriente inducida produce en el circuito, ¿deberá ser entrante o saliente de la página?

14. Tomando en cuenta su respuesta a la pregunta (b) del ejercicio anterior:

a) ¿Cuál debe ser el sentido de la corriente inducida en el circuito (utilice la regla de Ampère)?

b) Su respuesta a la pregunta (a), ¿concuerda con el sentido de la corriente indicado en la Figura 25-6?

15. Suponga que el interruptor *C*, en la Figura 25-18, se encuentra inicialmente abierto. Si en un instante determinado se cerrara *C*, la fuente establecería en el circuito (1) una corriente i_1.

a) El campo magnético $\vec{B}_1$ que esta corriente produciría en el interior de la espira (2), ¿sería entrante o saliente de la página?

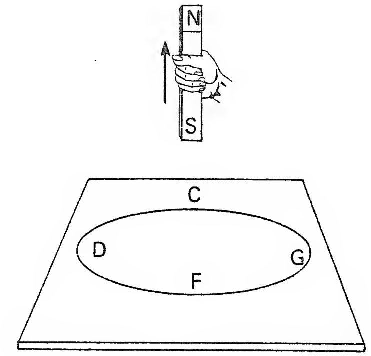
b) ¿El flujo magnético que pasa a través de la espira (2) crecería o decrecería?

c) Por tanto, el campo magnético $\vec{B}_2$ que la corriente inducida en la espira (2) establecería en su interior, ¿sería entrante o saliente del plano de la ilustración?

16. *a)* Considere su respuesta a la pregunta (c) del ejercicio anterior, y empleando la regla de Ampère determine el sentido de la corriente inducida i_2.

b) Transcurrido un tiempo dado luego de cerrar el interruptor *C*, ¿habrá corriente inducida en la espira (2)? Explique.

17. La figura de este ejercicio muestra una espira conductora *CDFC*, colocada sobre una mesa horizontal. Un imán es alejado, en dirección vertical, de dicha espira, como se observa en la figura.



Ejercicio 17

a) El campo magnético establecido por el imán en diversos puntos del interior de la espira, ¿está dirigido hacia abajo o hacia arriba?

b) El flujo magnético que pasa por la espira, ¿aumenta o disminuye?

c) Entonces, el campo magnético que la corriente inducida produce en el interior de la espira, ¿deberá estar dirigido hacia abajo o hacia arriba?

d) Usando la regla de Ampère determine el sentido de la corriente inducida en la espira.

25.4 El transformador

❖ Qué es un transformador. En muchas instalaciones eléctricas, e incluso en las de las casas, muchas veces hay necesidad de aumentar o disminuir el voltaje que proporciona la compañía suministradora de electricidad. El dispositivo que permite resolver este problema se denomina *transformador eléctrico*.

El transformador es un aparato muy sencillo, y que se representa esquemáticamente en la Figura 25-19. Está constituido por una pieza de fierro, denominada *núcleo* del transformador, alrededor de la cual se colocan dos bobinas,

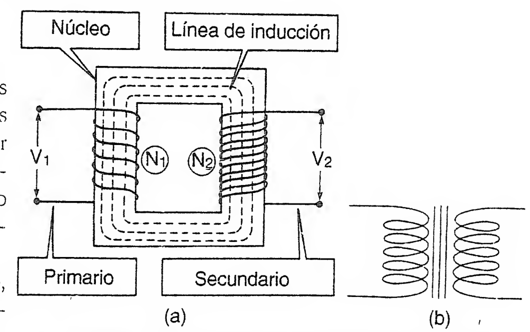


FIGURA 25-19 Esquema de un transformador simple (a), y símbolo que se utiliza en un diagrama de circuito eléctrico (b).

como se indica en la Figura 25-19a. A una de tales bobinas se le aplica el voltaje V_1 que deseamos transformar, es decir, que se quiere aumentar o disminuir. Esta bobina se denomina *enrollamiento primario,* o simplemente, *primario,* del transformador. Como veremos luego, otro voltaje, V_2, después de la transformación, se establecerá entre los terminales de la otra bobina, la cual recibe el nombre de *enrollamiento secundario,* o simplemente *secundario,* del transformador. En los diagramas de circuitos eléctricos, un transformador se representa como se indica en la Figura 25-19b. En la foto de la Figura 25-20 se ve un transformador de este tipo, el cual se emplea en los experimentos de los laboratorios de enseñanza. Trate de identificar en la fotografía; las partes del transformador que acabamos de describir.

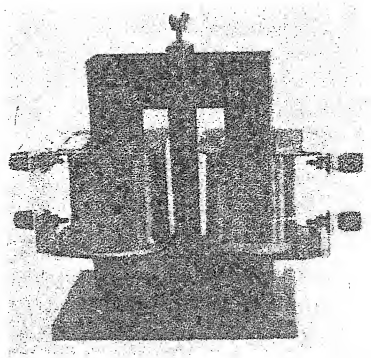


FIGURA 25-20 Foto de un transformador simple para laboratorios de enseñanza.

❖ **Cómo funciona un transformador.** Supongamos que una tensión constante V_1 se aplica al primario de un transformador (por ejemplo, conectando los extremos de la bobina primaria a los polos de una batería). Este voltaje hará que una corriente continua (constante) circule por las espiras del primario. Entonces, se establecerá un campo magnético en el interior de la bobina, haciendo que se magnetice el núcleo de fierro. Las líneas de inducción del campo magnético creado por esta imantación en el interior de la pieza de fierro, tienen el aspecto que se muestra en la Figura 25-19. Como dichas líneas pasan a través de la bobina secundaria, tendremos un flujo magnético que atraviesa las espiras de esta bobina. Pero como la corriente que circula por el primario y que provoca la imantación del núcleo, es constante, el flujo magnético a través del secundario no experimenta variación alguna. En estas condiciones, no habrá fem inducida en las espiras del secundario, y el voltaje en los extremos de esta bobina será nulo, es decir, $V_2 = 0$.

Por otra parte, si la tensión V_1 aplicada al primario fuese *alterna,* la corriente que circularía por las espiras del primario también sería alterna. De modo que el campo magnético establecido en el núcleo del transformador experimentaría fluctuaciones sucesivas, y por consiguiente, el flujo magnético a través del secundario aumentaría y disminuiría periódicamente en el transcurso del tiempo. Por este motivo, como sabemos, en las espiras del secundario se induce una fem, que hará surgir una tensión V_2 entre las terminales de esta bobina.

En resumen:

> cuando una tensión constante V_1 se aplica al primario de un transformador, el flujo magnético que atraviesa su secundario también será constante, no habiendo por tanto, tensión inducida en esta bobina. Cuando la tensión aplicada al primario es variable, un flujo magnético también variable atravesará las espiras del secundario, y una tensión inducida V_2 aparecerá en los extremos de esta bobina.

❖ **Relación entre los voltajes primario y secundario.** Hasta ahora hemos descrito el transformador y su funcionamiento, pero aún no explicamos por qué puede emplearse para aumentar o disminuir un voltaje de CA. Para ello, designemos por N_1 el número de espiras en el primario, y por N_2, el número de espiras en el secundario. Por la ley de Faraday podemos demostrar que la siguiente relación es válida:

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

Mediante esta expresión es fácil concluir que si el número de espiras en el secundario fuese mayor que en el primario, es decir, si $N_2 > N_1$, entonces $V_2 > V_1$. En esta forma, el transformador se estaría empleando para elevar un voltaje. Por otra parte, si $N_2 < N_1$, tendríamos $V_2 < V_1$, o sea, que el transformador se estaría usando para reducir un voltaje.

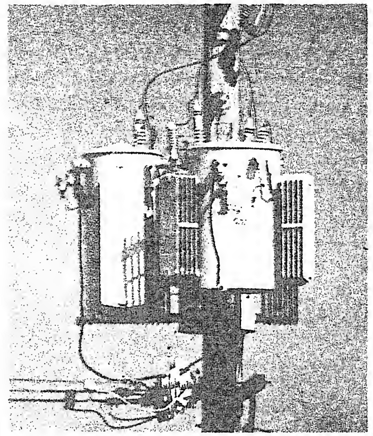
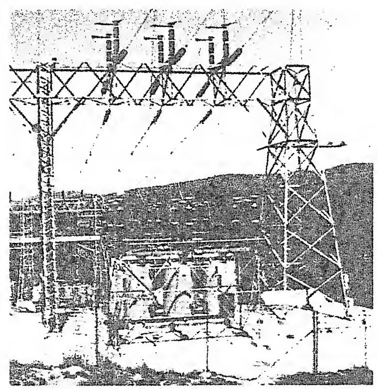


Foto de un transformador instalado en los postes de la calle.



Grandes transformadores utilizados en las subestaciones eléctricas.

Es importante observar que un transformador no produce energía. Por tanto, cuando un aparato (o "carga") se conecta a su secundario durante cierto tiempo, la energía que se proporcione a dicho aparato no podrá ser mayor que la suministrada al primario. En otras palabras, la potencia obtenida en el secundario *no* puede ser superior a la potencia proporcionada al primario de un transformador.

EJEMPLO

Un transformador se construyó con un primario constituido por una bobina de 400 espiras o vueltas, y un secundario con 2 000 espiras. Al primario se le aplica una tensión alterna de 120 volts.

a) ¿Qué tensión se obtendrá en el secundario?

El voltaje V_2 en el secundario podrá evaluarse mediante la relación $V_2/V_1 = N_2/N_1$. Como

$$V_1 = 120 \text{ V} \qquad N_1 = 400 \qquad N_2 = 2.000$$

entonces

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{o bien,} \quad \frac{V_2}{120} = \frac{2.000}{400}$$

donde $V_2 = 600$ V

b) Suponga que tal transformador se emplea para alimentar una lámpara fluorescente conectada a su secundario. Sabiendo que la corriente del primario es $i_1 = 1.5$ A, ¿cuál es el valor de la corriente i_2 que pasa por la lámpara (suponga que no hay disipación de energía en el transformador)?

Como sabemos, la potencia desarrollada en un aparato eléctrico recorrido por una corriente i, y sometido a un voltaje V, está dada por $P = Vi$. Entonces la potencia P_1 proporcionada al primario es $P_1 = V_1 i_1$, y la potencia P_2 obtenida en el secundario (en la carga) es $P_2 = V_2 i_2$. Como no hay disipación de energía (se considera un transformador ideal), debemos tener $P_2 = P_1$. Entonces:

$$V_2 i_2 = V_1 i_1 \qquad \text{o bien,} \qquad 600\ i_2 = 120 \times 1.5$$

donde

$$i_2 = 0.30 \text{ A}$$

Observemos que si un transformador se emplea para elevar una tensión, la corriente en su secundario forzosamente será menor que la corriente en su primario. Obviamente, lo contrario sucede con un transformador que reduce la tensión.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

18. Suponga que una batería de automóvil se encuentra conectada al primario de un transformador.
   a) ¿Habrá flujo magnético a través de las espiras del secundario?
   b) ¿Este flujo será constante o variable? ¿Por qué?
   c) ¿Entonces existirá una tensión en los extremos de la bobina secundaria?

19. El primario de un transformador se conecta al tomacorriente de una casa. Responda para este caso, a las preguntas formuladas en el ejercicio anterior.

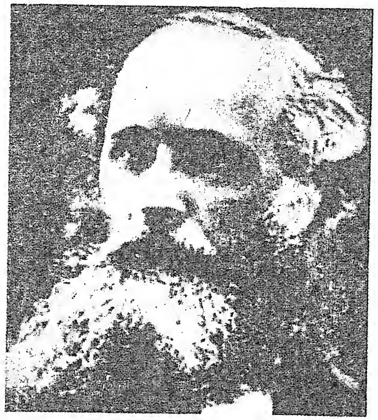
20. En el ejemplo resuelto en esta sección, suponga que la tensión de 120 V se aplica a la bobina de 2 000 espiras.
   a) En este caso, ¿cuál de los enrollamientos sería el primario del transformador? ¿Y cuál su secundario?
   b) Calcule el voltaje que aparecerá en la bobina del secundario.

21. Considerando el caso del ejercicio anterior, suponga que una corriente $i_2 = 3.5$ A circula por una lámpara conectada a la bobina de 400 espiras. Orientándose por la solución del ejemplo resuelto en esta sección, determine la intensidad de la corriente que pasa por el primario del transformador.

25.5 Ondas electromagnéticas

❖ El trabajo más notable en el campo del electromagnetismo fue realizado hace casi 100 años por el célebre físico escocés James Clerk Maxwell. Basándose en las leyes experimentales descubiertas por Coulomb, Ampère y Faraday, y añadiendo a ellas nuevas concepciones creadas por él mismo, este científico desarrolló un conjunto de ecuaciones que actualmente se conoce como *ecuaciones de Maxwell*, en las cuales se sintetizan todos los conocimientos adquiridos acerca de los fenómenos electromagnéticos hasta aquella época. Podemos decir que las ecuaciones de Maxwell en electricidad, desempeñan el mismo papel que las leyes de Newton en mecánica.

La consecuencia más importante a que se llegó mediante esas ecuaciones fue la previsión de la existencia de las *ondas electromagnéticas*, que actualmente se conocen ampliamente y son utilizadas en alto grado en la ciencia y la tecnología. A continuación mostramos en forma muy simplificada cómo llegó Maxwell a esta conclusión, y como, más tarde, sus conceptos fueron confirmados en forma experimental.



James Clerk Maxwell (1831-1879). Físico escocés, cuyo destacado papel en el estudio de la electricidad y del magnetismo, es comparable al desempeñado por Newton en la mecánica, en virtud del carácter fundamental de las leyes que estableció. Maxwell realizó también importantes contribuciones en otros campos de la Física, como un estudio de la percepción visual del color (produjo una de las primeras fotografías en colores), y una teoría acerca de los anillos de Saturno. Pero fue en el campo del electromagnetismo donde sus trabajos tuvieron mayor importancia, debiendo destacarse la previsión de la existencia de las ondas electromagnéticas así como uno de los triunfos más notables de la ciencia, el establecimiento de la naturaleza electromagnética de la luz.

❖ **Campo eléctrico inducido.** En la Figura 25-21 mostramos una espira circular colocada en un campo magnético $\vec{B}$ entrante en la página. Al provocar una variación en este campo, el flujo magnético que pasa por la espira cambiará también, y como ya sabemos, en dicha espira se establecerá una corriente inducida; es decir, los electrones libres que existen en la espira, y que inicialmente se hallaban en reposo, entrarán en movimiento. Por tanto, es obligado concluir que un *campo eléctrico* actuó sobre dichos electrones poniéndolos en movimiento, y que tal campo eléctrico sólo pudo haber surgido a consecuencia de la variación del campo magnético. En la Figura 25-21 se muestran algunas líneas de fuerza de este campo eléctrico creado por la variación del campo magnético, y que recibe el nombre de *campo eléctrico inducido*.

Con base en nuestra conclusión, podemos afirmar que

> si un campo magnético existente en cierta región del espacio, sufre una variación en el tiempo, tal variación hará aparecer en esa región, un campo eléctrico inducido.

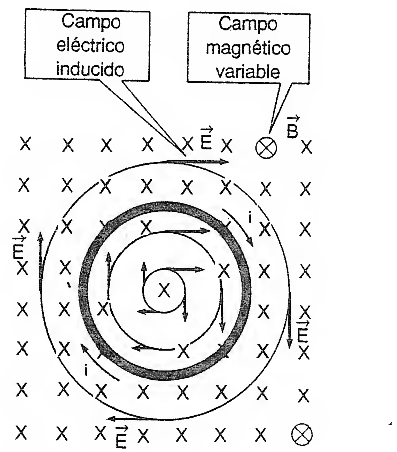


FIGURA 25-21 Cuando un campo magnetico existente en cierta región experimenta una variación en el tiempo, en tal región aparecerá un campo eléctrico inducido.

Este hecho constituye uno de los principios básicos del Electromagnetismo, y es claro, entonces, que un campo eléctrico puede ser producido no únicamente por cargas eléctricas en reposo (como aprendimos en el Capítulo 19), sino también por un campo magnético variable.

Observemos que no es necesaria la existencia de una espira metálica, como en la Figura 25-21, para que aparezca el campo eléctrico. La espira simplemente muestra que dicho campo en realidad se halla presente, pues, si no existiera, no habría corriente inducida en la espira.

❖ **Campo magnético inducido.** Al analizar los hechos que acabamos de describir, Maxwell tuvo la idea de que, tal vez, el fenómeno inverso podría verificarse. En otras palabras, propuso la hipótesis de que un *campo eléctrico variable podría a su vez originar un campo magnético.*

Para aclarar el significado de esta idea, consideremos dos placas metálicas, separadas cierta distancia en el aire y conectadas a una batería, como se observa en la Figura 25-22. Cuando se efectúa esta conexión, la placa conectada al polo positivo de la batería va adquiriendo carga positiva, mientras que la otra placa se va cargando negativamente. Como sabemos, las cargas en las placas crean un campo eléctrico en el espacio que existe entre ellas. Conforme va aumentando el valor de la carga en las placas, la intensidad de este campo eléctrico también se

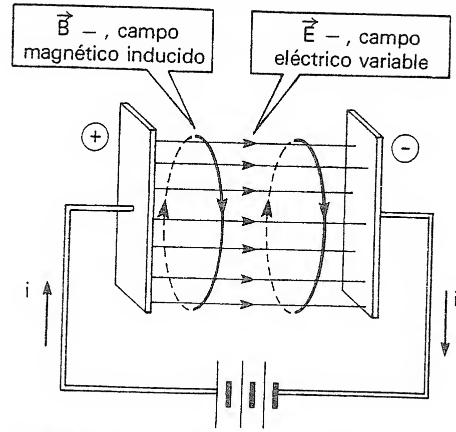


FIGURA 25-22 Cuando un campo eléctrico existente en cierta región sufre variaciones en el tiempo aparece en ella un campo magnético inducido.

incrementa; es decir, entre las placas hay un campo eléctrico variable en el tiempo. En estas condiciones, de acuerdo con Maxwell, en la región entre las placas aparecerá un campo magnético denominado *campo magnético inducido*. En la Figura 25-22 se indican algunas líneas del campo eléctrico variable y del campo magnético inducido en virtud de la variación del campo eléctrico.

Por tanto, la hipótesis de Maxwell dice que:

> si un campo eléctrico existente en cierta región del espacio, sufre una variación en el tiempo, tal variación hará aparecer en esa región, un campo magnético inducido.

Por tanto, conforme a las ideas propuestas por Maxwell, un campo magnético puede ser producido no únicamente por una corriente eléctrica (cargas eléctricas en movimiento), sino también por un campo eléctrico variable.

❖ **Qué es una onda electromagnética.** A continuación examinaremos la consecuencia más importante de las ideas de Maxwell que, como dijimos, consistió en prever la existencia de las ondas electromagnéticas.

Supongamos que en cierta región del espacio existe un campo magnético $\vec{B}$, variable en el tiempo. Por ejemplo, considérese el campo que existe entre los polos de un electroimán, cuyas espiras son alimentadas por un generador de corriente alterna (de alta frecuencia), como se observa en la Figura 25-23. Este campo $\vec{B}$, al ser generado por una corriente alterna, será un campo oscilante, o sea que su magnitud y su sentido variarán en forma periódica en el transcurso del tiempo. Entonces, como hay variación en el campo magnético, en los alrededores del electroimán aparecerá un campo eléctrico inducido $\vec{E}$. A su vez, este campo variará en el tiempo, y de acuerdo con la hipótesis de Maxwell, originará un campo magnético inducido. Este último, también variable, originará otro campo eléctrico inducido, y así sucesivamente. De manera que se puede tener la propagación, en el espacio, de una alteración o perturbación constituida por los campos variables $\vec{E}$ y $\vec{B}$, y que es radiada en todas direcciones desde el electroimán. En la Figura 25-23 se ilustra la radiación de estos campos, mostrando también los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en un punto dado, y la velocidad $\vec{V}$ con la cual se propagan a través del espacio.

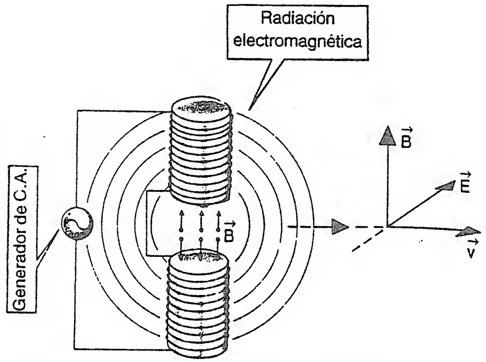


FIGURA 25-23 La propagación en el espacio de una perturbación constituida por los campos variables $\vec{E}$ y $\vec{B}$, se denomina *onda electromagnética*.

Maxwell mostró, por medio de sus ecuaciones, que esta perturbación electromagnética, al propagarse, debería presentar todas las características de un movimiento ondulatorio. Por tanto, de acuerdo con Maxwell, dicha radiación electromagnética experimentará reflexión, refracción, difracción e interferencia, exactamente como sucede con todas las ondas. Por este motivo, la perturbación constituida por la propagación de campos eléctricos y magnéticos ha recibido el nombre de *onda electromagnética*.

En la Figura 25-24 se representa una onda electromagnética que se propaga hacia la derecha. Observemos que está constituida por los

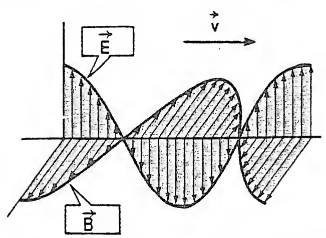


FIGURA 25-24 Onda electromagnética que se propaga hacia la derecha.

campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ que oscilan en forma periódica, de manera similar a los puntos de una cuerda en la cual se propaga una onda mecánica. Como vemos en la figura, los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares entre sí, y ambos son normales a la dirección de propagación de la onda.

❖ **Velocidad de propagación de una onda electromagnética.** Es importante destacar que, al contrario de las ondas mecánicas (por ejemplo, el sonido), que estudiamos en el Capítulo 17, una onda electromagnética no necesita de un medio material para propagarse. Como un campo eléctrico y un campo magnético pueden establecerse en un espacio inmaterial, es claro que una onda electromagnética podrá propagarse en el vacío.

Uno de los resultados de mayor repercusión obtenido por Maxwell a partir de sus ecuaciones, fue la determinación del valor de la velocidad de propagación de una onda electromagnética. Sus cálculos demostraron que, *en el vacío* (o en el aire), esta onda se propaga con una velocidad v que vale

$$\boxed{v = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

La importancia de este resultado se debe a que *este valor coincide con el de la velocidad de propagación de la luz en el vacío*. Esta concordancia llevó a Maxwell a sospechar que la luz era una onda electromagnética. Como vimos en el Capítulo 17, los físicos del siglo pasado ya habían establecido que la luz es un fenómeno ondulatorio. Pero no sabían expresar con seguridad de qué tipo de onda se trataba, es decir, cuál era la naturaleza de la onda luminosa.

Actualmente sabemos que la sospecha de Maxwell era justificada: *la luz es en realidad una onda electromagnética*. El establecimiento de la naturaleza electromagnética de la luz se considera uno de los grandes triunfos de la teoría de Maxwell, pues este hecho vino a unificar la óptica y el electromagnetismo. Por tanto, puesto que los fenómenos luminosos tienen su origen en fenómenos eléctromagnéticos, la óptica se puede considerar como una rama del electromagnetismo, y sus leyes (de la reflexión, la refracción, la difracción, etc.) se pueden deducir a partir de las ecuaciones de Maxwell.

Debido a su muerte prematura, en 1879, a los 48 años de edad, Maxwell no alcanzó a ver la confirmación de sus postulados. La existencia de las ondas electromagnéticas sólo pudo ser comprobada en forma experimental a fines del siglo pasado, por el físico alemán Heinrich Hertz. Este científico logró obtener en su laboratorio, ondas electromagnéticas (o "hertzianas") con todas las propiedades previstas por Maxwell. Los experimentos de Hertz, además de confirmar las hipótesis de Maxwell, contribuyeron a establecer que la luz es, en efecto, una onda electromagnética.

Entonces, es muy importante destacar que

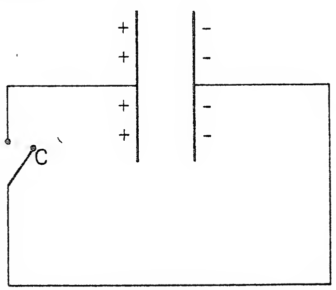
> al calcular la velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío, Maxwell encontró un resultado igual a la velocidad de la luz. Este hecho lo llevó a sospechar que la luz era una onda electromagnética. Los experimentos de Hertz, y otros ulteriores, demostraron que la idea de Maxwell era correcta.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

22. Suponga en la Figura 25-21, que la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ aumenta en el tiempo. En estas condiciones, responda:
    a) ¿Habrá un campo eléctrico inducido en esa región?
    b) Usando la ley de Lenz, determine el sentido de la corriente inducida en la espira.
    c) ¿Entonces cuál es el sentido de las líneas de fuerza del campo eléctrico inducido?

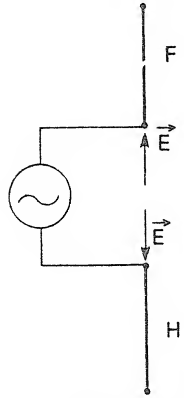
23. La figura de este ejercicio muestra dos placas metálicas con cargas del mismo valor, pero de signos contrarios. Considerando que el interruptor *C* permanece abierto:
   a) ¿Existe un campo eléctrico en el espacio entre las placas?
   b) ¿Este campo eléctrico hará aparecer entre las placas un campo magnético inducido? ¿Por qué?



Ejercicio 23

24. Considere el circuito del ejercicio anterior inmediatamente después de haber cerrado *C*.
   a) ¿El valor de la carga en cada placa aumenta, disminuye o no se altera?
   b) ¿El valor del campo eléctrico entre las placas aumenta, disminuye o no cambia?
   c) ¿Entonces habrá un campo magnético inducido en la región entre las placas?

25. Una fuente de tensión alterna se conecta a los extremos *F* y *H* de una antena metálica, como muestra la figura de este ejercicio. En virtud de ello se establece entre *F* y *H* un campo eléctrico $\vec{E}$ que oscila periódicamente en el tiempo.
   a) ¿Habrá un campo magnético inducido en las cercanías de la antena?
   b) Por analogía con la Figura 25-23, diga qué sucede en el espacio alrededor de esta antena.



Ejercicio 25

26. Observe la Figura 25-24 y diga si una onda electromagnética es transversal o longitudinal.

27. En la Figura 25-23, suponga que la corriente que circula en las espiras del electroimán se encuentra oscilando con una frecuencia de 600 kHz. Recordando sus conocimientos acerca de las ondas (Capítulo 17) responda:
   a) ¿Cuál será la frecuencia *f* de la onda electromagnética que es radiada?
   b) ¿Cuál es el valor de la velocidad *v* con que se propaga esta onda?
   c) ¿Qué relación hay entre *f*, *v* y λ (longitud de onda) para una onda cualquiera?
   d) ¿Cuál es entonces el valor de λ para la onda electromagnética radiada por el electroimán?

Las unificaciones de las teorías físicas

❖ Un hecho de gran relevancia para el avance de la Física se analizó en esta sección: dos importantes ramas de esta ciencia, la óptica y la electricidad, que se estudiaban con base en principios independientes, pasaron a describirse a partir de una misma teoría, sintetizada por las ecuaciones de Maxwell. Ocurrió, entonces, la unificación (o síntesis) de esos dos importantes campos de la Física.

En otros tiempos de la historia de la Física, se observaron también unificaciones tan importantes como esa e inclusive en la actualidad, nuevas síntesis continúan siendo propuestas e investigadas, con el fin de describir el mayor número posible de fenómenos naturales cada vez más con un número menor de principios fundamentales. A continuación se analizará, de manera sucinta, las importantes unificaciones que hasta hoy los físicos han logrado establecer durante la evolución de esta interesante área del conocimiento.

❖ La primera unificación que se citará, denominada *Síntesis newtoniana*, estableció la universalidad de las leyes de la Mecánica. Como se observó, la Física Aristotélica afirmaba que las leyes referentes a los

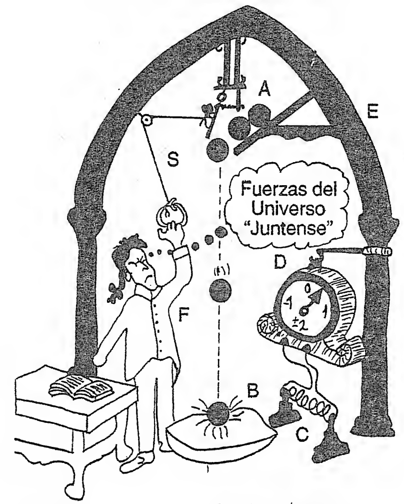
movimientos de los cuerpos celestes eran diferentes a las que obedecían los cuerpos en la superficie de la Tierra. Al publicar los "Principios", Newton demostró que las leyes básicas establecidas podrían utilizarse para describir los movimientos de cualesquier cuerpos (celestes o terrestres).

❖ En el Capítulo 23 se tuvo la oportunidad de estudiar otra importante unificación: los experimentos de Oersted, y estudios posteriores realizados por Ampère y Faraday, demostraron que los fenómenos eléctricos y magnéticos tenían un mismo origen. La Electricidad y el Magnetismo fueron, entonces, unificados, lo cual dio origen a un nuevo campo de estudios más amplio, denominado Electromagnetismo. Como se indicó al principio, los trabajos de Maxwell, casi 50 años después, convirtieron al campo del Electromagnetismo mucho más amplio e incorporaron también la óptica a esta área.

❖ A principios del siglo xx, después de haber ocurrido las síntesis mencionadas, todo parecía indicar que solamente dos tipos de fuerza estaban presentes en cualquier fenómeno natural: la fuerza de origen gravitacional y la fuerza de origen electromagnético. Durante gran parte de su vida, Albert Einstein trató de establecer la unificación de esas fuerzas, buscando una teoría que pudiera describirlas con base en un mismo principio fundamental. La búsqueda de la "teoría del campo unificado", como se llamó, hasta ahora no ha tenido éxito a pesar que muchos científicos de la actualidad continúan investigando en este sentido.

❖ Con el avance de la Física Nuclear, los científicos comprobaron la existencia de otros dos tipos de fuerza que se manifiestan solamente entre partículas que constituyen el núcleo atómico. Esas fuerzas se denominaron "fuerza nuclear débil" y "fuerza nuclear fuerte". La fuerza nuclear débil entre dos partículas es casi 100 000 veces menor que la fuerza electromagnética que también se manifiesta entre ellas, pero su alcance es muy pequeño, porque no actúa cuando las partículas están separadas por distancias superiores a 10^{-16} cm. Esta fuerza se manifiesta, prácticamente, entre cualesquier tipo de partículas. Por otra parte, la fuerza nuclear fuerte se manifiesta entre solamente algunas partículas nucleares, pero su alcance es considerablemente mayor, pues se manifiesta para distancias de hasta 10^{-13} cm.

PRIMER INTENTO PARA UNIFICAR
LA ELECTRICIDAD Y LA GRAVITACIÓN



A BOLA
B COJÍN
C SOLENOIDE
D GALVANÓMETRO
E ROYAL INSTITUTION
F M. FARADAY
S CUERDA

FIGURA I Faraday también contribuyó al intento de unificación de las fuerzas eléctrica y gravitacional. Esta caricatura del artista A. de Rújula, ironiza ese intento.

❖ Actualmente, gracias a los trabajos encabezados por el físico pakistaní, radicado en Inglaterra, Abdus Salam, se obtuvo una gran victoria relacionada con la unificación de las fuerzas de la naturaleza. A pesar de que los intentos de unificación de las fuerzas electromagnéticas y gravitacionales hayan fracasado, este científico logró establecer una teoría en la cual se llegaba a la síntesis entre la fuerza electromagnética y la fuerza nuclear débil. Esas ideas pudieron comprobarse experimentalmente gracias a los potentes aceleradores de partículas del CERN, mencionados en el Capítulo 23. La importancia del trabajo de Abdus Salam, y su repercusión en la comunidad científica internacional, pueden avalarse por el hecho que este científico haya recibido el premio Nobel de Física en 1979.

❖ Otros intentos para unificar las fuerzas de la naturaleza continúan realizándose y hay indicios, según algunos investigadores, de que la unificación total entre dichas fuerzas pueda alcanzarse dentro de algún tiempo. La teoría a la que se debe esa unificación usualmente se conoce con la sigla "TOE", del inglés, "Theory of Everything", es decir, "Teoría de todas las cosas".

En el cuadro de la Figura II, se ofrece una visión global de las principales unificaciones ocurridas en el campo de la Física y que se acaban de tratar.

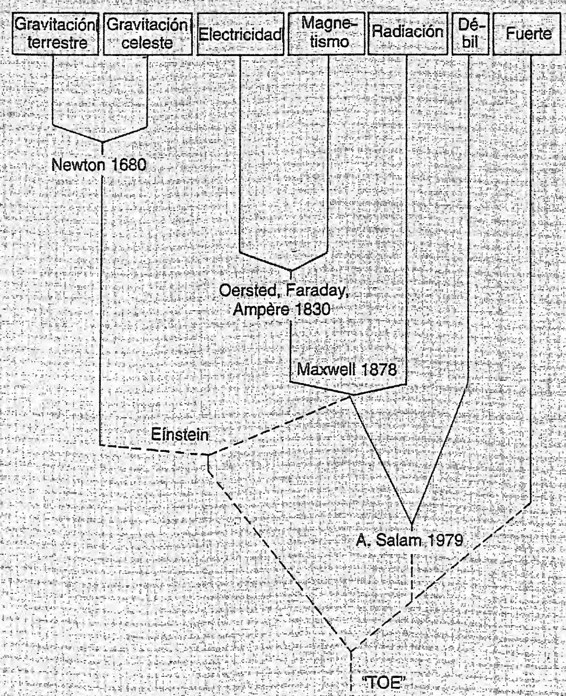


FIGURA II Diagrama que muestra la historia de la unificación de las teorías físicas. Las líneas punteadas se refieren a teorías aún no establecidas definitivamente.

25.6 Espectro electromagnético

❖ **Qué es el espectro electromagnético.** Desde la época de Maxwell hasta nuestros días se ha producido un gran avance en los conocimientos relacionados con las ondas electromagnéticas. De manera que en la actualidad sabemos que existen varios tipos de estas ondas; las cuales, a pesar de ser todas de la misma naturaleza (constituidas por los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ que oscilan en el tiempo y se propagan en el espacio), presentan en ocasiones características muy diferentes.

En general, los diversos tipos de ondas electromagnéticas difieren en el valor de su frecuencia, y también por la forma en que se producen, como describimos más adelante. En la Figura 25-25 se representan en una escala los diversos tipos de ondas electromagnéticas que se conocen. Observemos que según el valor de su frecuencia, reciben una denominación especial: ondas de radio, ondas infrarrojas, rayos X, etcétera.

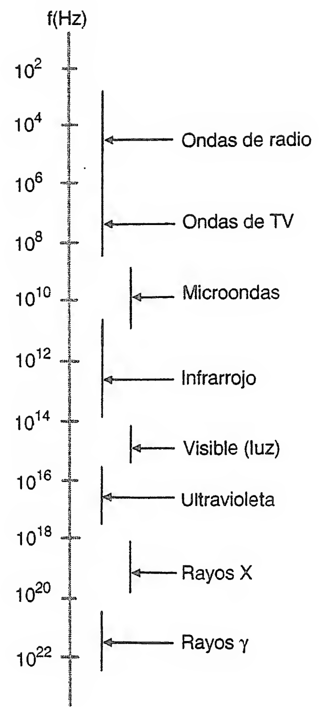
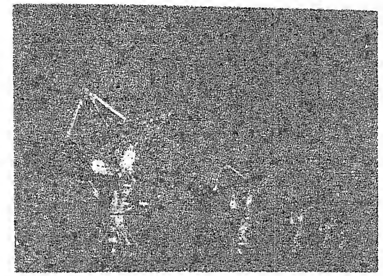


FIGURA 25-25 Los diversos tipos de radiaciones u ondas electromagnéticas que constituyen el espectro electromagnético.

El conjunto de todos estos tipos de ondas o radiaciones se denomina *espectro electromagnético*. Por tanto, la Figura 25-25 es una representación de tal espectro. Todas las ondas que constituyen esta gama se propagan, en el vacío, con la misma velocidad ($v = 3.0 \times 10^8$ m/s, como ya vimos), y son originadas por la aceleración de una carga eléctrica. Entonces, siempre que una carga eléctrica es acelerada, radía cierto tipo de onda electromagnética, lo cual depende del valor de la aceleración de la carga.

A continuación examinaremos algunas de las características de cada clase de onda que constituye el espectro electromagnético.

❖ **Ondas de radio.** En la Figura 25-25 vemos que las ondas electromagnéticas que presentan las frecuencias más bajas —¡hasta de 10^8 Hz (hertz), es decir, ¡cien millones de vibraciones



Antenas de transmisión y recepción de microondas de una estación terrena de comunicación por satélite.

por segundo!— son las *ondas de radio*. Reciben esta denominación por ser las que emplean las estaciones de radiocomunicación o radiodifusión, para realizar sus transmisiones. En toda estación de radio existen circuitos eléctricos especiales que provocan la oscilación de electrones en la antena emisora. Por tanto, tales electrones son acelerados en forma continua, y por ello, emiten las ondas de radio que transportan los mensajes o programas de una estación (Fig. 25-26).

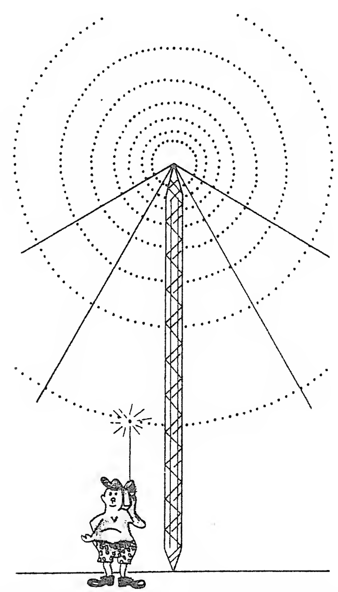


FIGURA 25-26 Las ondas de radio son emitidas por electrones acelerados en la antena de una estación emisora.

Las ondas electromagnéticas que emplean las emisoras de televisión tienen las mismas características que las radioondas. Pero, como vemos en la Figura 25-25, sus frecuencias son más elevadas que las que normalmente utilizan las emisoras de radio.

❖ **Microondas.** Al considerar frecuencias más elevadas que las de las ondas de radio, se llega a las ondas electromagnéticas denominadas *microondas*. Estas tienen frecuencias comprendidas, aproximadamente, entre 10^8 Hz y 10^{12} Hz, como indica la Figura 25-25.

Las microondas se emplean mucho en la telecomunicación, para transportar señales de TV, o bien, transmisiones telefónicas. De hecho, actualmente los sistemas radiotelefónicos que existen en todo el mundo y que comunican a las ciudades entre sí, se enlazan mediante microondas. Además, las transmisiones de TV "vía satélite", de un país a otro, también se llevan a cabo con el empleo de este tipo de ondas (Fig. 25-27).

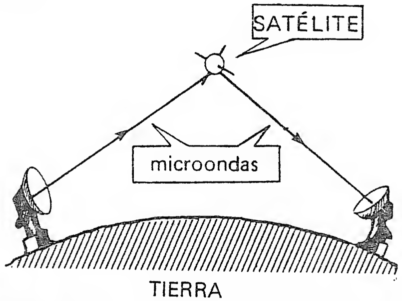
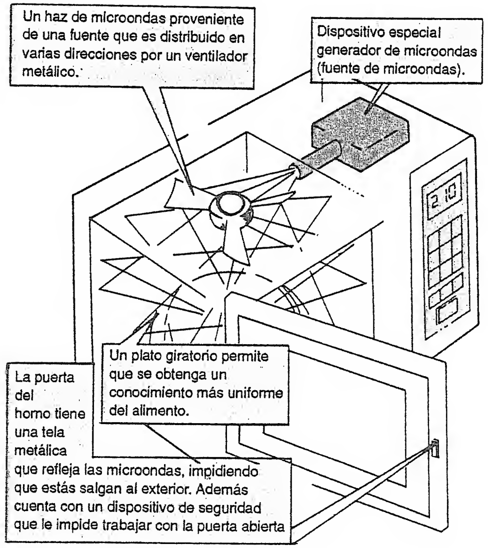


FIGURA 25-27 Las microondas se utilizan para retransmitir señales de televisión o telefonía por medio de satélites estacionarios.



El horno de microondas es de uso muy generalizado actualmente para cocinar y calentar alimentos. Esto se debe a que las microondas son absorbidas por moléculas de agua existentes en las sustancias. La absorción de las microondas provoca aumento de agitación molecular lo cual causa, entonces, elevación de la temperatura del alimento. Los recipientes de vidrio, cerámica u otros materiales, en los cuales se ponen los alimentos, no se calientan por las microondas porque no las absorben (no contiene moléculas de agua). Observe, en la figura, detalles del funcionamiento de este horno.

❖ **Radiación infrarroja.** La siguiente región del espectro electromagnético está constituida por las *ondas infrarrojas,* que son ondas electromagnéticas con frecuencias de aproximadamente 10^{11} Hz a 10^{14} Hz (Fig. 25-25).

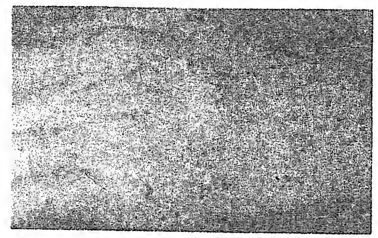
La radiación infrarroja es emitida en gran cantidad por los átomos de los cuerpos calientes, los cuales se encuentran en una constante e intensa vibración. El calor que sentimos cuando estamos cerca de un metal candente se debe en gran parte a los rayos infrarrojos que emite, y que son absorbidos por nuestro cuerpo. Este proceso de transmisión de calor se mencionó ya en el Capítulo 13, y recibe asimismo el nombre de "radiación térmica" o "calorífica".

❖ **Radiación visible.** Las ondas electromagnéticas cuyas frecuencias están comprendidas entre 4.6×10^{14} Hz y 6.7×10^{14} Hz constituyen una región del espectro electromagnético que tiene una importancia especial para nosotros. Esta radiación es capaz de estimular la visión humana, pues se trata de las *ondas luminosas* o *luz.*

Obsérvemos en la Figura 25-25, que las radiaciones luminosas constituyen una región muy estrecha del espectro electromagnético. Por tanto, nuestros ojos no son capaces de percibir la mayor parte de las radiaciones que integran el espectro.

Como vimos en el Capítulo 17, las frecuencias menores de la radiación visible nos dan la sensación del color rojo. Al aumentar la frecuencia de las ondas tendremos, sucesivamente, las que corresponden a los colores naranja, amarillo, verde, azul, añil, y al final de la región visible, al color violeta. Ahora es claro que la denominación "infrarroja" se debe a que las frecuencias de esta radiación se localizan en una región situada inmediatamente antes de la frecuencia que corresponde a la radiación roja.

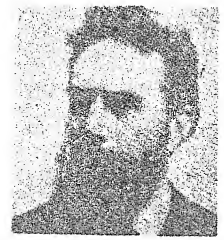
❖ **Radiación ultravioleta.** Las ondas electromagnéticas con frecuencias inmediatamente superiores a las de la región visible se denominan *ondas ultravioletas.* Esta denominación indica que las frecuencias de estas ondas son superiores a la frecuencia de la radiación violeta. Observemos en la Figura 25-25, que la región ultravioleta alcanza frecuencias hasta de 10^{18} Hz.



La exposición frecuente o prolongada de la piel humana a las radiaciones ultravioleta puede dar origen a ulceraciones cancerosas, como éstas. La luz solar contiene una cantidad considerable de esas radiaciones que son, en gran parte absorbidas por la capa de ozono (O_3) de la atmósfera terrestre. La destrucción de esta capa (que origina los agujeros de la capa de ozono) es causada por una sustancia química (CFC), que contiene cloro, utilizada principalmente en refrigeradores, aparatos de aire acondicionado y aerosoles (spray). El cloro del CFC es liberado cuando este gas alcanza las capas altas de la atmósfera (por la radiación ultravioleta misma), combinándose entonces con el oxígeno de la molécula de ozono, destruyéndola. Esta destrucción puede hacer que el cáncer de piel se vuelva un grave problema para todos nosotros. Por otra parte, el hecho de que la radiación ultravioleta sea capaz de matar células vivas hace a esa radiación útil para combatir las bacterias. Los focos ultravioleta se utilizan ampliamente para esterilizar hospitales, cocinas de hoteles y restaurantes e inclusive sistemas de aire acondicionado.

Los rayos ultravioletas son emitidos por átomos excitados, como, por ejemplo, en las lámparas de vapor de mercurio (y que acompañan a la emisión de luz). Como ya dijimos, esta radiación no es visible, y puede hasta dañar los tejidos del ojo humano. Sólo se pueden detectar mediante otros procesos, como por ejemplo, la impresión de ciertos tipos de placas fotográficas.

❖ **Rayos X.** Este tipo de radiación está constituido por las ondas electromagnéticas de frecuencias superiores a las de la radiación ultravioleta (Fig. 25-25). Los rayos X fueron descubiertos en 1895 por el físico alemán Wilhelm Röntgen, quien recibió el Premio Nobel de Física en 1901 por este logro. La denominación "rayos X" fue utilizada por Röntgen porque desconocía la naturaleza de las radiaciones que acababa de descubrir (la "X" indica que eran incógnitos o desconocidos).



Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923). Físico alemán que descubrió los *rayos X*, que también se denominan ahora *"rayos Röntgen"*. En 1895, al realizar experimentos con tubos de rayos catódicos en la Universidad de Wurzburg, observó la existencia de radiaciones de naturaleza desconocida que llamó *"rayos X"*. Este descubrimiento le hizo merecedor al premio Nobel de Física en 1901.

Estas ondas pueden producirse en dispositivos especiales (*tubos de rayos X*), como el que se muestra en la foto de la Figura 25-28a. En estos tubos, la placa *A*, que se indica en la Figura 25-28b, emite un haz de electrones. Estas partículas son aceleradas por medio de un voltaje elevado existente entre *A* y el blanco u objetivo de tungsteno, *B*. Al llegar a éste, los electrones son bruscamente detenidos, es decir, experimentan una fuerte desaceleración. Debi-

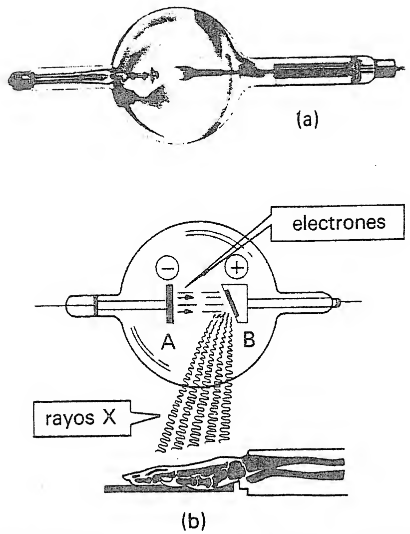


FIGURA 25-28 Foto de un *tubo de rayos X*, y esquema de dicho aparato.

do a ello, emiten ondas electromagnéticas de alta frecuencia situadas en la región que corresponde a los rayos X (Fig. 25-28b).

Röntgen halló que los rayos X tienen la propiedad de atravesar, con cierta facilidad, sustancias de baja densidad (como los músculos de una persona), y de ser absorbidos por materiales de densidad elevada (como los huesos del cuerpo humano). Debido a esta propiedad, poco después de su descubrimiento, los rayos X comenzaron a ser ampliamente utilizados en medicina para obtener vistas de los órganos internos (Fig. 25-29). El propio Röntgen fue el primero en encontrar tal uso para los rayos X al obtener la radiografía de los huesos de la mano de una persona.

FIGURA 25-30 Terapia con rayos X.

En la actualidad, los rayos X tienen un campo muy amplio de aplicaciones, además de su empleo en las radiografías, pues se utilizan también en el tratamiento médico del cáncer (Fig. 25-30), en la investigación de la estructura cristalina de los sólidos, en pruebas industriales, y en muchos otros campos de la ciencia y la tecnología.

FIGURA 25-29 Fotografía de una persona hablando por teléfono y radiografía de esa misma persona.

❖ **Rayos gama (γ).** Por último, en la Figura 25-25 vemos que las ondas electromagnéticas que muestran las frecuencias más altas conocidas, son los *rayos gama* (o *gamma*). Esta radiación es emitida por los núcleos atómicos de los elementos al desintegrarse. Estas sustancias, como quizá ya sabe, se denominan *elementos radiactivos*.

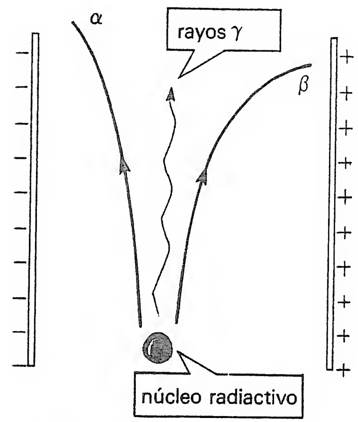
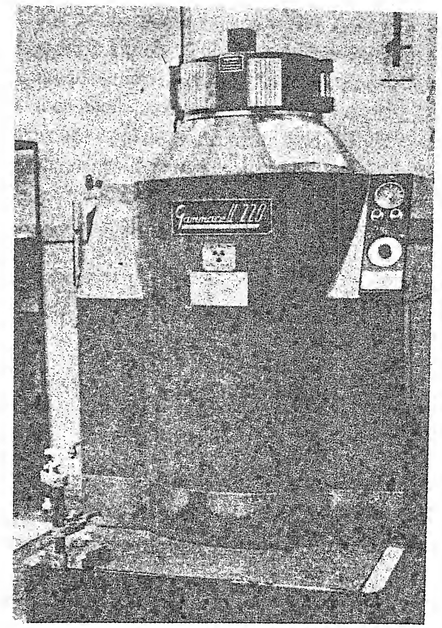


FIGURA 25-31 Radiaciones alfa, beta y gama, separadas por la acción de un campo eléctrico.

Un núcleo atómico, al desintegrarse, emite tres tipos de radiaciones, que se denominan alfa, beta y gama (o sea: α, β, γ). Al hacer pasar estas radiaciones por un campo eléctrico, como muestra la Figura 25-31, se ve que tales radiaciones se separan. Los rayos alfa se desvían hacia un lado (puesto que son partículas de carga positiva), los rayos beta se desvían hacia el lado opuesto (son partículas negativas), y los rayos gama no sufren desviación alguna, pues no son partículas electrizadas, sino ondas electromagnéticas de alta frecuencia.*

* **N. del R.** Los rayos α son núcleos de helio (o "heliones"), y los rayos β son simplemente electrones.



Cámara de rayos gama en la cual esta radiación es emitida por un isótopo radiactivo del cobalto, que se encuentra en el interior del aparato. La región donde se aloja el radiactivo está separada del exterior por una pared protectora de plomo, para evitar daños a las personas que trabajan con este aparato. Esta cámara se utiliza para irradiar muestras de sustancias, con fines tecnológicos o de investigación.

Los rayos gama (al igual que los rayos X) pueden ocasionar daños irreparables a las células animales. En la explosión de una bomba de energía nuclear (por ejemplo, una "bomba atómica") se produce una colosal emisión de estas radiaciones, siendo esta una de las causas del gran peligro que este tipo de armas representa para la humanidad. A los científicos y técnicos que trabajan en laboratorios donde existen radiaciones gama (o X) se les obliga a utilizar sistemas especiales para protegerse contra dosis excesivas de exposición a estas radiaciones.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

28. Coloque en orden creciente de frecuencias las siguientes radiaciones electromagnéticas: rayos X, rayos ultravioletas, rayos gama, microondas, ondas de radio y luz azul.

29. Considere un haz de microondas y un haz de luz verde, ambos propagándose en el vacío.
a) La velocidad de propagación de una microonda, ¿es mayor, menor o igual a la de la luz verde?
b) La longitud de onda de la radiación microóndica, ¿es mayor, menor o igual a la de la luz verde?

30. Ya debe haber oído hablar de los rayos *laser* (o *láser*). Se sabe que estas radiaciones son ondas electromagnéticas cuyas frecuencias se sitúan entre los 4.6×10^{14} Hz y 6.7×10^{14} Hz. Entonces, ¿en cuál región del espectro de ondas electromagnéticas que se indica en la Figura 25-25, clasificaría usted a los rayos laser?

31. Al medir la longitud de onda de una radiación electromagnética que se propaga en el vacío se encontró el valor $\lambda = 7.5 \times 10^{-9}$ m. Determine qué clase de onda electromagnética sería esta radiación.

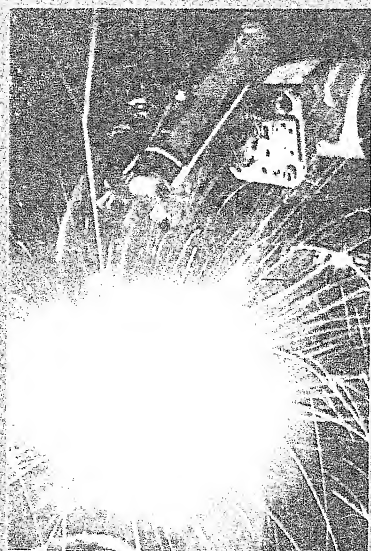
32. Ciertamente, usted ya habrá observado que en una radiografía los huesos se ven claros, sobre un fondo oscuro. Entonces, recordando lo que se expresó en el texto acerca de los rayos X responda: En una placa radiográfica, la cantidad de rayos X que incidió en las regiones claras, ¿es mayor o menor que la cantidad que incidió sobre las regiones oscuras?

Amplificación de la luz por emisión estimulada de radiación — Laser

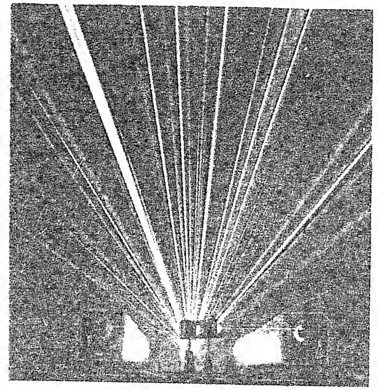
❖ **Qué es un "rayo laser".** El laser es un tipo especial de radiación electromagnética visible cuyas aplicaciones tecnológicas y científicas aumentan cada día.

El término *laser* está formado por las iniciales de las siguientes palabras en inglés: "light amplification by estimulated emission of radiation", que significa "amplificación de la luz por emisión estimulada de radiación". Un haz de rayos laser se diferencia de la luz común porque presenta algunas características propias que se analizan en seguida.

—El haz de laser se presenta siempre con intensidad muy alta, es decir, hay alta concentración de energía en áreas muy pequeñas (haces muy delgados). Por ejemplo, un laser de potencia baja, cerca de algunos miliwatts, presenta brillo considerable, muy superior al de la luz emitida por un foco de 60 watts. Además, ese intenso haz está constituido por rayos prácticamente paralelos, que pueden propagarse por distancias muy grandes sin dispersarse (los rayos se mantienen casi paralelos, con divergencia muy baja).



Los rayos laser se utilizan para cortar y soldar metales y, también para cortar papel y telas.



Haces de rayos laser emitidos por aparatos que utilizan sustancias diferentes. El color del laser depende de la sustancia que se utiliza. Por ejemplo, un laser de neón emite luz roja, uno de criptonio, luz verde, etcétera.

—La luz del laser es monocromática, es decir, está constituida por radiaciones que presentan una frecuencia única de valor determinado. Con la luz común sería muy difícil obtener este grado de monocromaticidad, porque se presenta como una mezcla de radiaciones de varias frecuencias (*véase* Figura I).

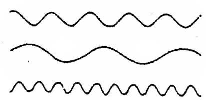


FIGURA I La luz común está constituida por una mezcla de radiaciones de diversas frecuencias.

—La luz de un haz de laser es *coherente*, mientras que un haz de luz común es incoherente. Esta denominación indica que, en la luz común, las crestas y los valles de las ondas luminosas se distribuyen aleatoriamente una en relación con otras, es decir, están desfasadas entre sí, como se muestra en la Figura II, y este desfasamiento *no* permanece constante a través del tiempo. Por otra parte, las diversas radiaciones que constituyen un haz de laser están rigurosamente en fase y hay coincidencia entre las crestas y, en consecuencia, entre los valles, como muestra la Figura III. Se dice, entonces, que la luz de laser es coherente.

—La expresión "emisión estimulada", que aparece en el término laser, indica una manera poco común por la cual un átomo emite radiación. Normalmente, esta emisión se hace mediante un proceso denominado *emisión espontánea*, representada en la Figura IVa: un electrón, que fue transferido para un nivel de energía más alto en un átomo, tiende a regresar al nivel de energía más bajo (más estable). La energía perdida por el electrón, en esta transición, es irradiada bajo la forma de un pulso de luz denominado "fotón". En la Figura IVb, el electrón *es inducido* a sufrir una

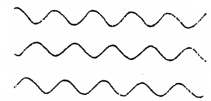


FIGURA II La luz común, aun cuando es monocromática, se presenta incoherente.

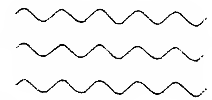


FIGURA III La luz del laser es coherente.

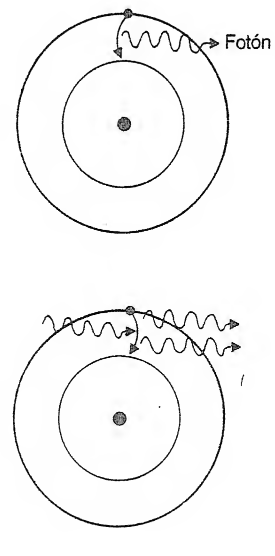


FIGURA IV En (a) el átomo emite espontáneamente un fotón. En (b) se tiene la emisión estimulada de radiación (dos fotones en fase salen del átomo).

transición por el paso de un fotón en el interior del átomo. Debido a esta transición hay emisión de un fotón, exactamente en fase con el fotón incidente. Se dice que esa es una *emisión estimulada de radiación* y, en consecuencia, dos fotones en fase abandonan al átomo. En una sustancia que está emitiendo un laser, ese proceso ocurre con un número enorme de átomos, que fueron previamente excitados. Por ejemplo, inclusive en un laser de baja potencia tenemos la emisión de, por lo menos, 10^{15} fotones por segundo.

❖ **Aplicaciones del laser.** Son innumerables las aplicaciones de los rayos laser en diversos sectores de la ciencia, de la tecnología y de la vida cotidiana. Entre ellas se pueden citar las siguientes:

—lectura del código universal de productos, para cotejar precios de mercancías en supermercados;

—en telecomunicaciones, utilizando cables de fibra óptica, para enviar señales de TV y teléfono;

—para soldar y cortar metales;

—para medir con precisión distancias muy grandes como, por ejemplo, la distancia de la Tierra a la Luna;

0 11268 24079 9

Este diagrama representa, mediante un "código de barras", el precio de un artículo. Su lectura se hace mediante un aparato que usa rayos laser.

—para perforar orificios muy pequeños y bien definidos, en sustancias duras;

—en discos (CD) y video discos, para reproducción con altísima fidelidad y sin ruido de sonidos e imágenes;

—en holografía, para obtener fotografías tridimensionales de un objeto (hologramas);

—en medicina, en cirugías para sustituir bisturíes, en endodoncia (como se indicó en el Capítulo 16) y para "soldar" retinas desprendidas.

Las aplicaciones del laser son tan amplias y diversificadas que sería prácticamente imposible mencionar todas ellas.

25.7 Un tema especial (para aprender más)

Transmisión y distribución de la energía eléctrica

❖ **Plantas generadoras de energía eléctrica.** Sabemos que la energía eléctrica utilizada en nuestras casas, en la industria, etc., llega hasta nosotros por medio de corriente alterna. Esta corriente es producida en las grandes centrales eléctricas por generadores que funcionan de manera similar a la indicada en la Figura 25-13, y que se analizó en la Sección 25.2 (ley de Faraday).

Dichos generadores son parte de sistemas que transforman en energía eléctrica una cierta clase de energía. Por ejemplo, en una estación hidroeléctrica, la energía mecánica de una caída de agua se emplea para mover un generador por medio de una turbina, y por tanto, en tales estaciones existe la transformación de energía mecánica en energía eléctrica (Fig. 25-32). En las centrales termoeléctricas, el generador es accionado por una turbina impulsada por el

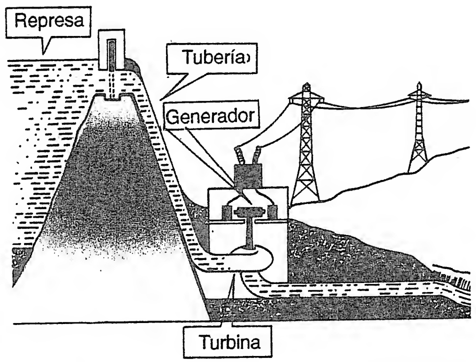


FIGURA 25-32 En una planta o estación hidroeléctrica, la energía mecánica de la caída de agua se transforma en energía eléctrica mediante un turbogenerador hidráulico.

vapor de agua que sale de una caldera (Fig. 25-33). Para calentar el agua de la caldera se utiliza calor proveniente de la combustión de petróleo, gas o carbón, y de esta manera, en tales estaciones tenemos la transformación de energía química en energía térmica, y por último, en energía eléctrica.

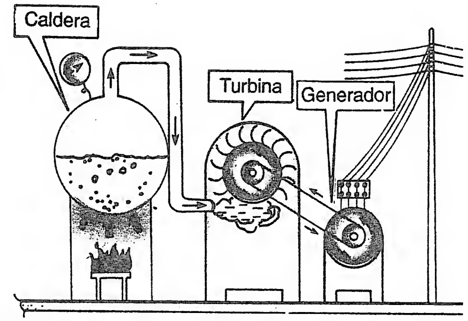
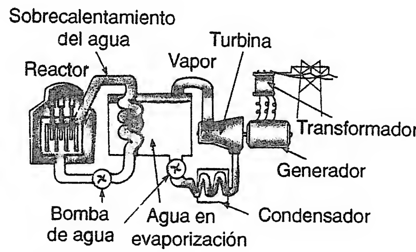


FIGURA 25-33 En una planta o estación termoeléctrica, la energía térmica del combustible se utiliza para producir energía eléctrica mediante un turbogenerador de vapor.

Las estaciones termoeléctricas de energía nuclear funcionan de modo semejante a las estaciones termoeléctricas de vapor comunes con la diferencia de que el calor utilizado para calentar el agua y producir el vapor, se obtiene mediante reacciones nucleares que se efectúan en un reactor atómico. Por tanto, en estas centrales se tiene la transformación de energía nuclear en energía térmica, y finalmente, en energía eléctrica.



Esquema de funcionamiento de una planta nuclear. La gran cantidad de calor liberado en las reacciones nucleares que ocurren en el reactor provoca el sobrecalentamiento del agua que circula en él. Esta agua se utiliza para producir vapor que va a accionar las turbinas. Observe que el agua sobrecalentada, que circula en el reactor, se mantiene en circuito aislado, sin contacto con cualquier otra parte del conjunto, para evitar contaminación radiactiva.

❖ **Por qué la transmisión de la energía eléctrica se realiza con alto voltaje.** Pero, independientemente del tipo de planta elegido para la producción de energía eléctrica, en cualquier parte del mundo siempre estará construida, como ya dijimos, para generar corriente alterna. Trataremos de explicar, a continuación, el motivo de esta elección, es decir, por qué no se emplea la corriente continua para distribuir la energía eléctrica producida en las grandes plantas energéticas de un país.

El motivo principal de esta elección se relaciona con las pérdidas de energía por calentamiento, que se producen en los conductores utilizados para transportar la corriente eléctrica a grandes distancias. Para analizar lo anterior, consideremos la Figura 25-34, en la cual vemos un generador que produce corriente, la cual es transportada por los conductores AC y BD hasta la instalación eléctrica de una casa. Siendo V_{AB} el voltaje entre los polos del generador, e i la corriente en los conductores, la potencia proporcionada por el generador es $P_1 = iV_{AB}$. Pero, siendo r la resistencia total de la línea de conducción, la potencia desarrollada en los conductores en forma de calor (efecto Joule) será $P_2 = ri^2$. De manera que la potencia P que se recibe en la casa es

$$P = P_1 - P_2 \qquad \text{o bien,} \qquad P = iV_{AB} - ri^2$$

Es obvio que la pérdida por efecto Joule ($P_2 = ri^2$) en línea, debe ser la menor posible. Para ello se debe tratar de reducir los valores de r y de i. El valor de r sólo puede disminuirse si se

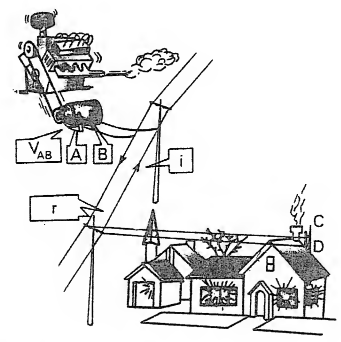


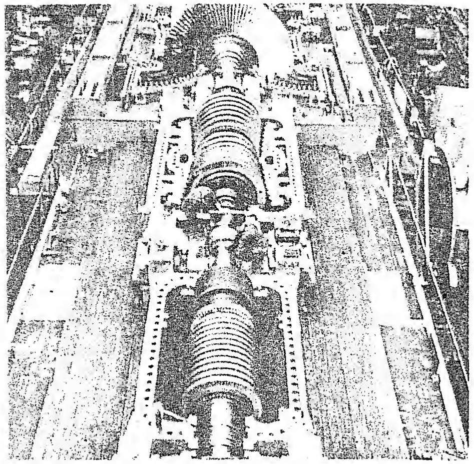
FIGURA 25-34 La potencia proporcionada por el generador se disipa parcialmente en los conductores que llevan la corriente hasta el lugar donde será utilizada.

aumenta el área de la sección transversal de los conductores, es decir, empleando los de mayor grueso posible. Pero existe un límite para este procedimiento, pues conductores de gran diámetro, además de su elevado costo, harían que una línea de conducción resultara sumamente pesada. Por ello, la solución más factible consiste en tratar de reducir el valor de la corriente i que va a transportarse. Como la potencia $P_1 = iV_{AB}$, proporcionada por el generador, no puede sufrir alteraciones, para abatir la intensidad de i tendríamos que aumentar el valor de V_{AB}, a fin de mantener inalterado el valor de la potencia. De manera que concluimos que para reducir las pérdidas por calentamiento en los conductores, la energía eléctrica debe ser transportada con corriente baja y voltaje elevado.

Esta es exactamente la solución que adoptan los ingenieros eléctricos (o electricistas) cuando proyectan las líneas de transmisión. El valor del alto voltaje utilizado en cada caso depende de la potencia que va a transmitirse, así como de la distancia entre la central y el lugar de consumo. De modo que se emplean tensiones de 100 000 V, 250 000 V, 480 000 V, etc., y de hecho, se planean transmisiones con voltajes muy altos: ¡de millones de volts! Pero no es posible elevar indefinidamente el valor de estas altas tensiones, porque arriba de ciertos valores, el aire que rodea a un conductor se ioniza y permite el escape de electricidad, lo cual constituiría otra forma de pérdida de potencia.*

❖ **El voltaje alterno puede aumentarse o reducirse fácilmente.** Los altos voltajes necesarios para la transmisión de energía eléctrica, no pueden ser proporcionados en forma directa por un generador, ya sea de corriente alterna, o bien, de corriente continua. En realidad, los generadores de mayor capacidad existentes en las grandes centrales, proporcionan voltajes alrededor de 10 000 V. Entonces, es necesario para la transmisión, elevar considerablemente las tensiones proporcionadas por los generadores.

* **N. del R.** Estas tensiones suelen ser de CA. Se estudia en la actualidad la transmisión de energía por corriente continua, aprovechando los medios de la tecnología moderna.



Turbinas descubiertas (para recibir mantenimiento) que son accionadas por vapor a alta presión, de una planta termoeléctrica o nuclear.

Si un generador de estación fuese de corriente continua, no habría forma de resolver este problema pues, como ya estudiamos en la Sección 25.4, un *elevador de voltaje*, es decir, un transformador, *no funciona* con corriente continua. Por otra parte, si el generador fuese de corriente alterna, sería relativamente fácil elevar el voltaje producido por el generador. Además, debemos recordar que al llegar a los centros de consumo, el voltaje elevado deberá ser reducido antes de su distribución. Obviamente el consumidor no necesita y no debe recibir en su casa voltajes de valores tan altos como los que se emplean en la transmisión. Con el uso de la corriente alterna, este problema también se resuelve con facilidad empleando nuevamente un transformador, en este caso para reducir los valores de tensión elevados.

Esta facilidad que se tiene para elevar o reducir un voltaje alterno constituye el factor preponderante que llevó a los ingenieros a preferir los sistemas de producción, transmisión y distribución de energía eléctrica por medio de la corriente alterna.

❖ **La utilidad del transformador en la transmisión de energía eléctrica.** En la Figura 25-35 presentamos un esquema de la transmisión y distribución de energía eléctrica, en el cual se indican las sucesivas transformaciones de voltaje que se producen desde la generación en la central, hasta su utilización por el consumidor.

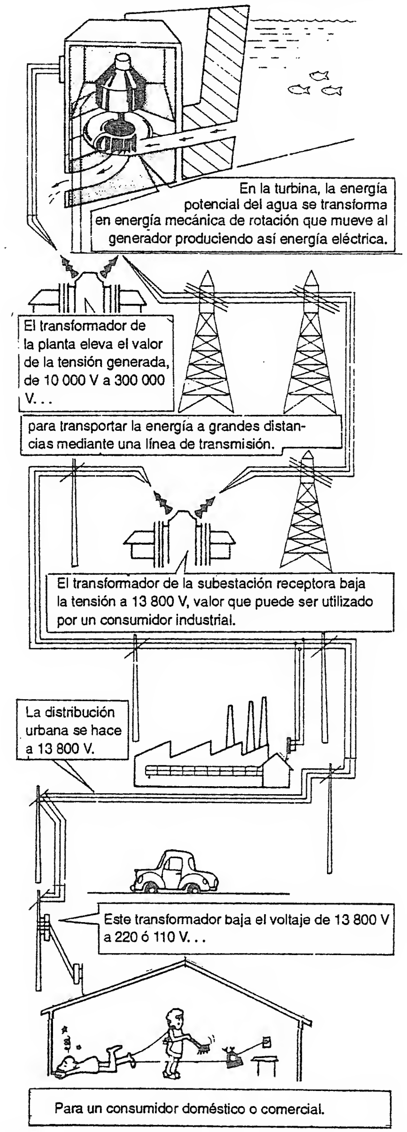


FIGURA 25-35 Cuando la energía eléctrica es transportada desde las centrales hasta los puntos de consumo va sufriendo diversas alteraciones en su voltaje. El anterior es un ejemplo de transporte usual de energía.

Observemos que inmediatamente después de que se produce en el generador una tensión alterna (por ejemplo, de 10 000 V) su valor es elevado (por ejemplo, hasta 300 000 V) mediante transformadores existentes en la subestación inmediata a la central. Con este voltaje elevado, la energía eléctrica se transporta a grandes distancias, hasta llegar al centro de consumo (por ejemplo, una ciudad), en las cercanías del cual se tiene otra subestación. En este lugar, los transformadores reducen el voltaje al valor de, 13 000 V, con el cual se suministra energía a consumidores industriales, así como a la red de distribución urbana. Finalmente, en las inmediaciones de las casas existen transformadores (en los postes de la calle) que reducen otra vez el voltaje (hasta 110 V o 220 V), a fin de que pueda ser utilizado sin riesgo por los consumidores domésticos o comerciales.

❖ **Voltaje pico y voltaje eficaz.** Por tanto, la tensión que se recibe en las casas, y que proviene del transformador de la calle, es un voltaje alterno, es decir, su sentido se invierte periódicamente, como se indica en la gráfica de la Figura 25-36. Como ya dijimos, estas inversiones o cambios de sentido son muy rápidos, pues su frecuencia es de 60 Hz, es decir, la tensión cambia de sentido 120 veces por segundo.

En la gráfica, podemos observar que el voltaje no es constante, como sucede con una corriente continua. Su valor cambia rápidamente: pasa por un valor máximo, disminuye, llega a cero, invierte su sentido, alcanza un valor igual al valor máximo anterior pero de sentido contrario, vuelve a anularse, y así sucesivamente.

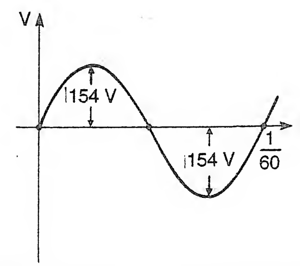


FIGURA 25-36 Diagrama que muestra la variación de un voltaje alterno en el tiempo.

El valor máximo que alcanza la tensión alterna se denomina *valor pico,* y en el caso que se muestra en la Figura 25-36, este valor es de 154 V. Pero cuando se expresa el valor de un voltaje alterno, normalmente no nos referimos al valor pico, sino a una cantidad que se denomina *valor eficaz.* Este valor eficaz de la tensión es el de un voltaje constante (continuo) que produciría en una resistencia, el mismo efecto térmico que desarrollaría en la misma el voltaje alterno. Podemos demostrar que entre el voltaje eficaz y el voltaje de pico existe la relación siguiente:

$$V(\text{eficaz}) = \frac{V(\text{pico})}{\sqrt{2}}$$

Entonces, en el caso de la Figura 25-36, el valor eficaz del voltaje es

$$V(\text{eficaz}) = \frac{154}{\sqrt{2}} = \frac{154}{1.4} \quad \text{o bien,}$$

$$V(\text{eficaz}) = 110 \text{ V}$$

Por tanto, la gráfica de la Figura 25-36 representa exactamente el voltaje que existe en las tomas o "contactos" de las casas en un gran número de ciudades, en las cuales el valor eficaz de tensión es de 110 V, y el valor pico, de 154 V.

❖ **El alambre "neutro" y los alambres "de fase".** En la Figura 25-37 mostramos una de las formas como llega hasta una casa usualmente el voltaje bajo (o baja tensión) del transformador de la calle. Esto se hace por medio de tres conductores: uno de ellos, denominado *neutro,* sale del punto central del secundario del transformador, que está conectado a tierra; los otros dos se denominan *activos* o *"fases"* y salen de los puntos extremos de dicho secundario.* Entre cada *fase* y el *neutro* existe un voltaje eficaz de 110 volts. Así, en la Figura 25-37 tenemos V_{AB} = 110 *V* y V_{BC} = 110 *V.* Entre las dos *fases* hay un voltaje eficaz de 220 V, y por tanto, en la Figura 25-37 tenemos V_{AC} = 220 *V.* Entonces, en la casa que se muestra en esta figura es posible instalar tomas de 110 V (utilizando un activo y el neutro), y tomas de 220 V (utilizando los dos activos).

No obstante, en algunas instalaciones eléctricas, el suministro se conecta al transformador de la calle únicamente a uno de sus polos o "fases" y al neutro. Es obvio que en estos casos sólo se podrán instalar tomas de 110 V.

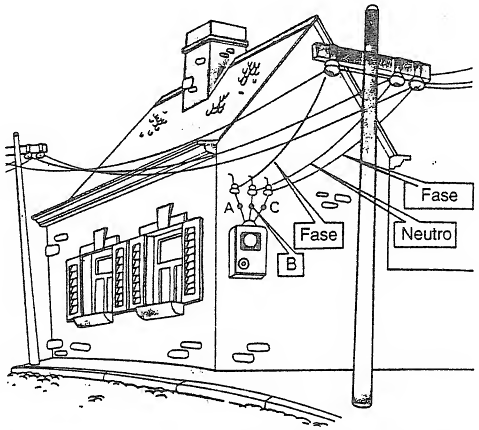


FIGURA 25-37 Acometida del servicio eléctrico desde la línea de bajo voltaje del transformador de la calle, hasta una casa, en la cual se ve el *hilo neutro* y los *hilos de fase.* (Técnicamente, se trata de una *alimentación monofásica de tres hilos.*)

❖ **Líneas de transmisión con corriente continua.** Recientemente han surgido algunas novedades relacionadas con la transmisión de energía eléctrica a grandes distancias. Los ingenieros y técnicos han llegado a la conclusión de que, para una transmisión a distancias superiores a 500 km, la corriente continua resulta ser más ventajosa que la corriente alterna. Esto sucede principalmente por los motivos que ahora analizaremos.

Se sabe que el método más adecuado para transmitir corriente alterna es el denominado *sistema trifásico,* que utiliza tres conductores que unen los dos puntos de transmisión (observe la "línea de alto voltaje" en los postes de la calle, que es exactamente de este tipo, y en la cual se utilizan tres conductores activos). Por otra parte, un sistema de transmisión por corriente continua necesita únicamente dos conductores polares. Por tanto, el costo de los cables de una línea de transmisión de CC sería únicamente de 2/3 del de una línea de transmisión de CA. Además, es posible demostrar que para obtener la misma pérdida, los conductores para corriente alterna tendrían que ser, en cierta forma, más gruesos que para la corriente continua. Esto daría margen a una mejor economía con la línea de CC.

Puede comprobarse que a pesar de estas ventajas, la corriente continua presenta algunos inconvenientes, pues, como ya sabemos, su voltaje no puede ser transformado fácilmente. De manera que para la transmisión de energía con corriente continua, los generadores deben ser de CA, y después de que el voltaje haya sido elevado mediante transformadores, habrá que rectificar la corriente para su transmisión. Al llegar al punto de consumo, la corriente continua debe ser nuevamente transformada en corriente alterna, a fin de que su voltaje pueda ser reducido antes de su distribución. Es obvio que todos estos procesos implican grandes costos, de manera que sólo en el caso de transmisiones a muy larga distancia, los ahorros provenientes del menor número de conductores podrán compensar tales costos. En países de gran extensión, como la Unión Soviética, Estados Unidos de América y Brasil, esas condiciones se dan con facilidad, y por ello, el sistema de transmisión con corriente continua ya se encuentra en implantación en tales países.

* **N. del R.** Aunque es común dar a estos conductores la denominación de "hilos de fase" o "hilos de corriente", conviene hablar sólo de *conductores activos* o *polares.*

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

33. *a)* ¿Cuáles son las formas de energía que se utilizan para obtener energía eléctrica en las plantas mencionadas al principio de esta sección?
 b) Mencione otras fuentes de energía, también usadas para obtener energía eléctrica en plantas semejantes a las mencionadas en (a). Describa brevemente cómo funciona cada una de las plantas.

34. En la Figura 25-34, suponga que la pequeña planta eléctrica está generando una potencia P_1 = 2 400 W, con un voltaje V_{AB} = 120 V, siendo r = 3.0 Ω la resistencia total de los cables *AC* y *BD* utilizados para transportar la energía a la casa.
 a) ¿Cuál es la corriente que está siendo conducida por los cables de transmisión?
 b) ¿Cuál es la potencia que está siendo disipada, por efecto Joule, en estos cables?
 c) ¿Cuál es el porcentaje de la energía generada que es disipada en la transmisión?
 d) ¿Cuál es la potencia eléctrica que se entrega a la casa?

35. Al observar que la disipación de energía en la transmisión, analizada en el ejercicio anterior, era muy alta, el propietario de la casa tomó la siguiente decisión: como el generador era de CA (corriente alterna), instaló un transformador en la salida del generador, así aumentó el voltaje de 120 a 600 V e instaló otro transformador en la entrada de la casa. Así redujo el voltaje nuevamente a 120 V. Suponiendo que la planta estuviera generando la misma potencia P_1 = 2 400 W, conteste las preguntas del ejercicio anterior en esa nueva situación.

36. *a)* En el ejercicio anterior, si el generador de la planta fuera de corriente continua, ¿sería posible reducir las pérdidas utilizando la misma solución allí presentada? ¿Por qué?
 b) Investigue en tiendas especializadas el costo aproximado de la solución del problema por el propietario. Trate de saber el precio de 1 kWh de energía eléctrica en la zona donde usted vive y calcule cuánto tiempo, aproximadamente, sería necesario para que la economía de energía fuera equivalente al gasto realizado en aquellas instalaciones.

37. *a)* Probablemente usted ya escuchó decir que las transmisiones de energía eléctrica se hacen con "alta tensión". Explique el significado de esta expresión y justifique sucintamente este procedimiento.
 b) Ahora bien, ¿cuál es el factor preponderante que lleva la corriente alterna a ser utilizada en esas transmisiones?

38. Observe la Figura 25-35, que muestra las diversas fases de producción, transmisión y distribución de la energía eléctrica, y conteste:
a) ¿Cuántas veces el valor del voltaje se alteró por medio de transformadores?
b) Diga dónde se localizan esos transformadores e informe, en cada caso, si se utiliza para elevar o reducir el voltaje.
c) En cada caso mencionado en (b), diga si el valor de la corriente en la transmisión aumenta, disminuye o no se altera.

39. Es un hecho conocido que en diversas ciudades (por ejemplo, Brasilia, en Brasil) el valor del voltaje suministrado a las casas es de 220 V.
a) ¿Cómo se denomina ese valor, que se usa para identificar el voltaje alterno?
b) ¿Cuál es el significado del valor mencionado en (a)?
c) ¿Cuál es el valor del voltaje pico en Brasilia?

40. Suponga que una resistencia R = 440 Ω se conectara a la toma de una casa en Brasilia. Esta resistencia, evidentemente, será recorrida por una corriente alterna.
a) ¿Cuál es el valor pico de la corriente en R?
b) ¿Cuál es el valor eficaz de esta corriente?
c) ¿Cuánto calor se disipa en R, durante 10 s?

41. En algunos países, la transmisión de energía eléctrica por corriente continua ya se utiliza.
a) ¿Cuáles son las ventajas que justifican este tipo de transmisión, sustituyendo la corriente alterna?
b) Entonces, ¿por qué la corriente continua no se usa en todas las líneas de transmisión?

42. Considere un sistema de transmisión de energía eléctrica por corriente continua.
a) ¿El generador de la planta debe ser de CC (corriente continua) o de CA (corriente alterna)?
b) ¿Es necesario elevar el voltaje antes de la transmisión?
c) ¿En qué momento debe hacerse la rectificación de la corriente?
d) Por qué la corriente debe convertirse en alterna antes de la distribución?

Una actividad interesante. En una toma de 110 V de nuestras casas encontramos siempre dos puntos de conexión: uno de ellos conectado al "cable neutro" y otro a un "cable de fase". Trate de identificar cada uno de estos puntos, utilice un dispositivo especial, para identificarlos que puede conseguir fácilmente en tiendas de material eléctrico (por ejemplo, un destornillador con una pequeña lámpara especial). Investigue (consulte a técnicos o libros especializados) para explicar el funcionamiento del dispositivo que usted usó y las características del "neutro" y de la "fase" que tienen ese comportamiento.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este capítulo. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Explique con sus propias palabras, por qué hubo separación de cargas eléctricas en la barra CD de la Figura 25-3.
b) ¿Cómo se denomina la fem que aparece en la barra debido a tal separación de cargas?

2. Describa el procedimiento para que la corriente inducida, en el caso de la Figura 25-5, sea del tipo alterno.

3. *a)* Escriba la expresión matemática que define el flujo magnético ϕ a través de una superficie, explicando el significado de cada símbolo que aparezca en esa expresión.
b) ¿Cuál es la unidad de flujo magnético en el SI?
c) ¿Qué relación hay entre el número de líneas de inducción que "perforan" una superficie, y el valor del flujo magnético a través de ella?
d) Describa tres formas de hacer variar el flujo magnético a través de un circuito eléctrico.

4. Enuncie y exprese matemáticamente la ley de Faraday de la inducción electromagnética.

5. *a)* Empleando la ley de Faraday, explique por qué aparece una fem inducida en la espira de la Figura 25-7.
b) Haga lo mismo para el caso de la bobina G de la Figura 25-8.

6. Analizando la Figura 25-13 explique, a grandes rasgos, cómo funciona un generador de CA.

7. *a)* Enuncie la ley de Lenz.
b) Diga cual será el sentido del campo magnético creado por la corriente inducida en un circuito, cuando crece el flujo magnético que pasa a través de él.
c) Haga lo mismo para el caso en que decrece el flujo magnético que pasa a través del circuito.
d) Analice y trate de entender claramente los Ejemplos 1 y 2 de la Sección 25.3.

8. *a)* ¿Para qué sirve un transformador?
b) Diga cuáles son las partes fundamentales que constituyen un transformador.
c) Explique el funcionamiento de este aparato.
d) Exprese la relación matemática existente entre los voltajes primario y secundario y el número de espiras de cada uno de los enrollamientos.

9. *a)* ¿Qué es un *campo eléctrico inducido*?
b) ¿Qué es un *campo magnético inducido*?

10. *a)* Exprese con sus propias palabras, qué es una *onda electromagnética*.
b) Explique por qué una onda electromagnética es generada en el dispositivo que se indica en la Figura 25-23.

11. *a)* ¿Cuál es la velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío?
b) ¿Qué llevó a Maxwell a sospechar que la luz podría ser una onda electromagnética?

12. *a)* Diga los nombres de las diversas radiaciones que constituyen el "espectro electromagnético".
b) Describa las características principales de cada una de tales radiaciones.

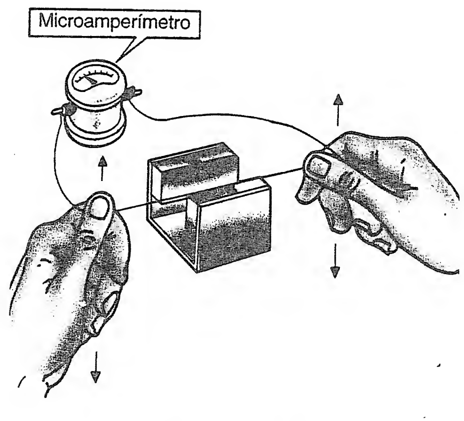
CUATRO EXPERIMENTOS SENCILLOS

PRIMER EXPERIMENTO

Haga un montaje como el que se muestra en la figura de este experimento, utilizando un imán potente y un microamperímetro sensible.

Al mover el conductor entre los polos del imán se establece en él una fem inducida, como vimos en la Sección 25.1. Esta fem dará lugar a una corriente inducida, que será indicada por el microamperímetro. Al mover el conductor hacia arriba y hacia abajo (véase figura), el microamperímetro indicará una corriente una vez en un sentido y otra en sentido contrario (como es de esperar por la ley de Lenz).

Observación: la corriente inducida en el conductor sólo podrá observarse si el campo magnético es muy intenso. Si no pudo disponer de un imán lo suficientemente poderoso, podrá utilizar un electroimán construido con un núcleo de fierro y una bobina de muchas espiras.

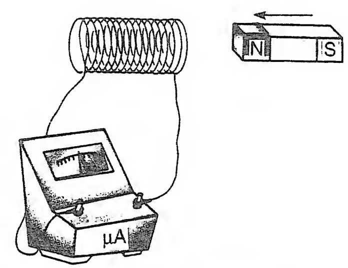


Primer Experimento

SEGUNDO EXPERIMENTO

Conecte los extremos de una bobina que tenga unas 300 espiras a un microamperímetro sensible (*véase* figura de este experimento).

1. Acerque rápidamente a la bobina uno de los polos de un imán, como muestra la figura. Debido a



Segundo Experimento

la variación del flujo magnético a través de la bobina, habrá en ella una corriente inducida (por la ley de Faraday). Observe que el microamperímetro indica el paso de esta corriente.

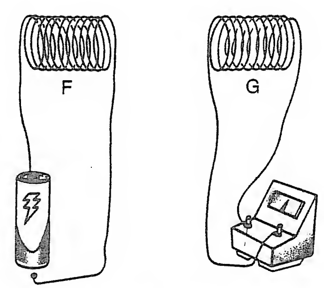
2. Mantenga el imán *inmóvil* en el interior de la bobina. En estas condiciones, ¿hay flujo magnético a través de la bobina? ¿Estará variando este flujo? Observe si el microamperímetro indica el paso de la corriente.

3. Aleje rápidamente el imán de la bobina. Observe en el microamperímetro, si el sentido de la corriente se invirtió (en relación con el sentido observado en la primera parte).

4. Repita el experimento acercando y alejando de la bobina el otro polo del imán. Observe las desviaciones de la aguja en el medidor de corriente y compare con sus observaciones anteriores.

TERCER EXPERIMENTO

Las dos bobinas que se muestran en la figura de este experimento deben tener unas 300 espiras cada una. Conecte uno de los extremos de la bobina *F* a uno de los polos de una batería constituida por tres o cuatro pilas secas. La bobina *G* debe conectarse a un microamperímetro sensible. Coloque ambas bobinas cerca una de la otra, en la forma que se indica en la figura.



Tercer Experimento

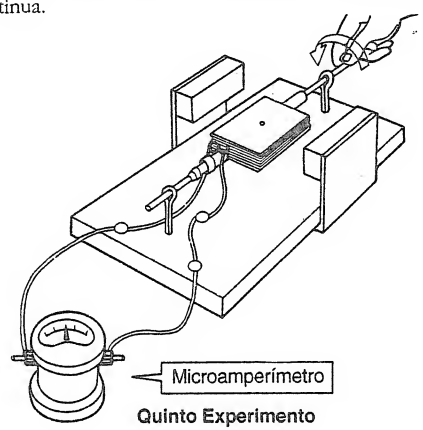
1. Conecte el extremo libre de *F* a la batería, cerrando el circuito de esta bobina. Observe que en este instante, el microamperímetro indica paso de corriente en la bobina G. Explique este hecho (*véase* Sección 25.2).

2. Mantenga cerrado el circuito de la bobina *F*. En estas condiciones, ¿hay flujo magnético a través de la bobina *G*? ¿Está variando este flujo? Vea si el microamperímetro indica el paso de corriente inducida en *G*.

3. Desconecte el circuito de la bobina *F* y compruebe, en el microamperímetro, que en *G* aparecerá nuevamente una corriente inducida. ¿Esta corriente posee el mismo sentido o sentido contrario al de la corriente que se observó en la primera parte?

CUARTO EXPERIMENTO

El motor que construyó en el Quinto Experimento del Capítulo 23 se puede utilizar como un pequeño dínamo, es decir, como un generador de corriente continua.



Quinto Experimento

Para ello, desconecte las pilas del motor y conéctelo a un microamperímetro sensible, como muestra la figura de este experimento. Haga girar las espiras del rotor en un sentido determinado, usando sus propias manos. Mientras gira el rotor, el flujo magnético a través de las espiras estará variando continuamente, y por tanto, se establecerá en el circuito una corriente inducida. Observe que el microamperímetro indica el paso de esta corriente.

Ahora, produzca la rotación en sentido contrario al anterior. Observe lo que sucede al sentido de la corriente indicada por el microamperímetro.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

1. Trate de observar el núcleo de fierro de un transformador. Verá que está formado por placas de fierro sobrepuestas (se dice que el núcleo es "laminado"), separadas por un barniz aislante. Esto se hace para evitar la formación de "corrientes de Foucault". Realice una investigación bibliográfica (o

consulte a alguien que conozca el tema) para saber lo que son esas corrientes, por qué deben evitarse y cuál es su relación con el fenómeno de la inducción electromagnética.

2. Es probable que cerca de donde vive exista una planta hidroeléctrica o termoeléctrica, aunque pequeña. Trate de obtener permiso para que su grupo visite las instalaciones de esta planta. Esto debe hacerse después que se comente, con sus colegas o el profesor, la Sección 25.7 (*Un tema especial*).

Observación: Si no es posible realizar esa visita, trate de obtener un equipo que permita montar una pequeña planta hidroeléctrica y distribuir la energía generada en algunos puntos de luz.

3. Cuando un circuito eléctrico se desconecta, se puede observar que salta un destello en el lugar de la interrupción. Esto ocurre debido a un fenómeno llamado "autoinducción". Trate de observar este fenómeno y de entender por qué ocurre, investigue en bibliografía o consulte a especialistas en el tema.

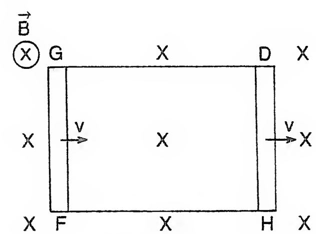
PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. La distancia entre los extremos de las alas metálicas de un avión es de 20 m. Este aparato vuela en dirección horizontal, con una velocidad de 300 m/s, en una región donde el campo magnético de la Tierra tiene una componente vertical, dirigida hacia arriba, cuyo valor es de 6.0×10^{-5} T.

a) En virtud de la separación de cargas, ¿de qué lado del aeroplano será más elevado el potencial?

b) ¿Cuál es el valor de la fem inducida entre los extremos de las alas del avión?

2. Dos barras metálicas, *GF* y *DH*, se desplazan con la misma velocidad en un campo magnético uniforme, como muestra la figura de este problema. Las barras están conectadas por los conductores *GD* y *FH*. Analice las siguientes afirmaciones y señale las que son correctas:



Problema 2

a) En ambas barras habrá una separación de cargas.

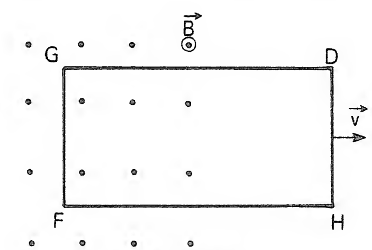
b) El extremo *G* queda positivo, y el *F*, negativo.

c) El extremo *D* será positivo y el *H*, negativo.

d) La fem inducida en *GF* es igual a la fem inducida en *DH*.

e) No habrá corriente inducida en los conductores porque son opuestas las fem en las dos barras.

3. La figura de este problema muestra una espira rectangular que sale con una velocidad $\vec{v}$, de una región donde hay un campo magnético $\vec{B}$.



Problema 3

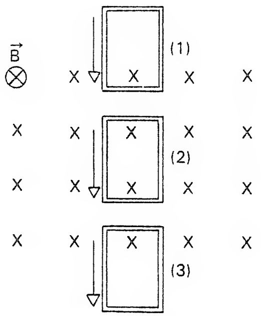
a) ¿El flujo magnético a través de la espira está aumentando o disminuyendo?

b) Haciendo uso de la ley de Lenz, determine el sentido de la corriente inducida en la espira.

4. Una espira rectangular penetra en una región donde existe un campo magnético $\vec{B}$, que pasa sucesivamente por las posiciones (1), (2) y (3), que se muestran en la figura de este problema. Señale, entre las afirmaciones siguientes, la que está *equivocada:*

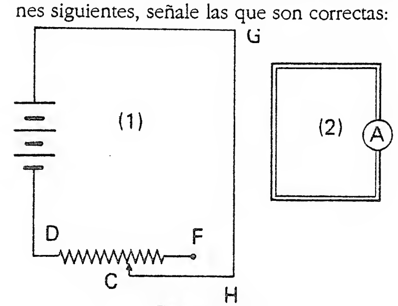
a) Cuando la espira está pasando por la posición (1), el flujo magnético a través de ella está aumentando.

b) Cuando la espira se desplaza por la posición (2), el flujo magnético que la atraviesa no varía.
c) Cuando la espira pasa por la posición (3), el flujo magnético a través de ella disminuye.
d) El sentido de la corriente inducida es el mismo, tanto en la posición (1) como en la posición (3).
e) No hay corriente inducida en la espira cuándo pasa por la posición (2).



Problema 4

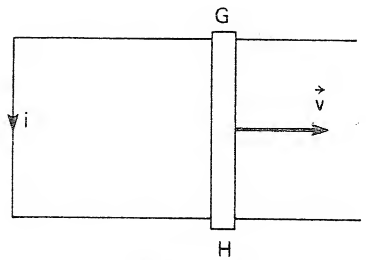
5. Considere los circuitos (1) y (2) que se muestran en la figura de este problema. Entre las afirmaciones siguientes, señale las que son correctas:



Problema 5

a) La corriente del conductor *GH* establece un campo magnético $\vec{B}$ que "entra" al espacio de la espira (2).
b) Estando el cursor fijo en la posición *C*, el flujo magnético a través de la espira (2) es nulo.
c) En tanto el cursor se desplaza de *C* a *F*, el flujo magnético a través de la espira (2) estará aumentando.
d) Mientras el cursor se encuentre desplazándose de *C* hacia *D*, habrá una corriente inducida en la espira (2).
e) Si desplazamos sucesivamente el cursor hacia *D* y luego hacia *F*, tendremos una corriente alterna en la espira (2).

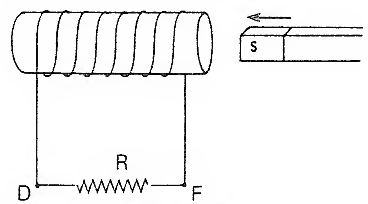
6. El conjunto que se muestra en la figura de este problema está colocado en un campo magnético externo $\vec{B}$, perpendicular a la página y cuyo sentido es desconocido. Al desplazar la barra *GH* hacia la derecha, se observa que una corriente inducida *i* recorre el circuito en el sentido indicado en la figura. Señale, entre las siguientes afirmaciones, las que sean correctas:



Problema 6

a) El flujo magnético a través de este circuito está aumentando.
b) El campo que la corriente inducida crea en el interior del circuito es "saliente" del papel.
c) El campo creado por la corriente inducida tiende a hacer disminuir el flujo magnético a través del circuito.
d) El campo magnético externo $\vec{B}$ es "entrante" en la página.

7. El polo sur de un imán es acercado a una bobina en la forma que se indica en la figura de este problema.

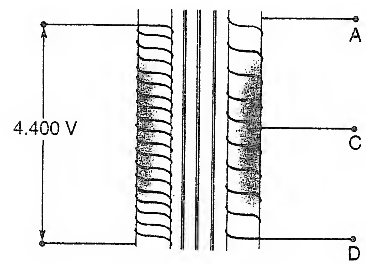


Problema 7

a) ¿Cuál es el sentido de la corriente inducida en la resistencia *R*?
b) ¿El polo sur del imán será repelido o atraído por la bobina?

8. Una espira circular, de radio R = 10 cm, está colocada perpendicularmente a un campo magnético uniforme de magnitud B=0.10 T. Al reducir uniformemente el valor de $\vec{B}$ hasta cero se observa, la aparición de una fem inducida ε = 0.02 V en la espira. ¿Cuánto tiempo transcurre para que el valor de $\vec{B}$ se reduzca a cero?

9. El transformador representado en la figura de este problema posee 2 000 espiras en el primario, y 100 en el secundario. Al aplicar un voltaje alterno de 4 400 V en el primario, determine la lectura de un voltímetro suponiendo que esté conectado:
a) Entre *A* y *C*
b) Entre *C* y *D*
c) Entre *A* y *D*



Problema 9

10. Un transformador está siendo utilizado para bajar un voltaje de 120 V a 12 V. Este transformador tiene 200 espiras en el primario, y se comprueba que una potencia de 60 W se está disipando en una lámpara conectada a su secundario. Suponiendo que no haya pérdida de energía en el transformador (un caso ideal) y determine:
a) El número de espiras en el secundario.
b) La corriente en el secundario.
c) La corriente en el primario.

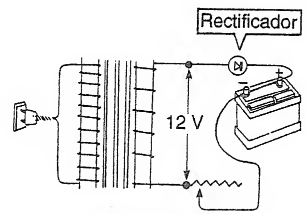
11. Un aparato de *radar* se usa para localizar un objeto distante (por ejemplo, un avión) mediante ondas electromagnéticas emitidas por el instrumento, reflejadas por el objeto, y captadas, a su regreso, por el propio aparato de radar. Las radiaciones electromagnéticas que se emplean en este dispositivo tienen, en el aire, una longitud de onda de aproximadamente 1 cm. ¿Cuál es entonces el tipo de onda electromagnética que se utiliza en los aparatos de radar?

12. Comúnmente oímos decir que una estación de radio transmite en "ondas largas", en "ondas medias" y en "ondas cortas".
a) Trate de explicar el origen de estas denominaciones dadas a estas radioondas.
b) ¿Cuál de tales ondas posee mayor frecuencia?

13. En la figura del Problema 3 de este capítulo, suponga que la velocidad de la espira es v = 10 m/s, que su resistencia eléctrica es R = 0.80 Ω, y que el valor del campo magnético es B = 0.20 T. Considerando GF = 20 cm, responda:
a) ¿Cuál es la magnitud y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre el lado *GF*?
b) ¿Qué trabajo debe ser realizado para desplazar la espira, durante 0.50 s, con velocidad constante?
c) ¿Qué cantidad de calor es disipada en la espira durante este mismo intervalo de tiempo?
d) Explique por qué son iguales los resultados obtenidos en (b) y (c).

14. Responda a las preguntas del Problema 10 de este capítulo suponiendo ahora que el rendimiento o eficiencia del transformador es de 90%; es decir, la potencia que se obtiene en su secundario, es únicamente 90% de la que se entrega al primario.

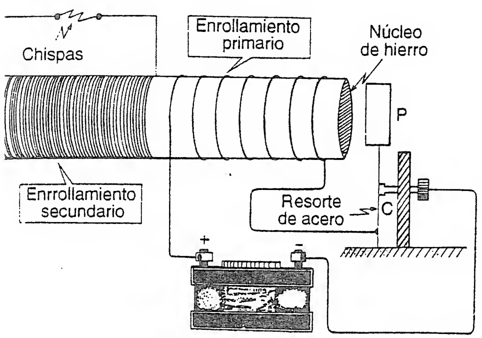
15. La figura de este problema representa el circuito de un cargador de baterías, alimentado por un voltaje de 120 V. Analice el circuito y explique el funcionamiento del aparato.



Problema 15

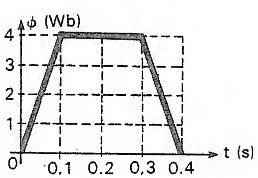
16. Para obtener una tensión elevada cuando únicamente se dispone de una fuente de corriente continua (por ejemplo, una batería) se utiliza una "bobina de inducción". Dispositivos de este tipo se emplean en los sistemas de encendido o ignición de los automóviles, para proporcionar voltaje elevado a las bujías. El circuito esquemático de una bobina de inducción se muestra en la figura de este problema, en la que *P* es una

placa de fierro, y C un contacto que únicamente toca al resorte o muelle de acero. Analice el circuito y describa el funcionamiento de esta bobina de inducción.



Problema 16

17. El flujo magnético a través de una bobina varía con el tiempo de acuerdo con la ilustración mostrada en la figura de este problema. Se sabe que la bobina constituye un circuito cerrado cuya resistencia es igual a 10 Ω.



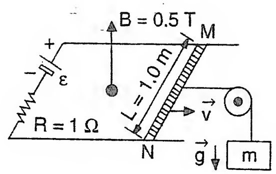
Problema 17

a) Calcule el valor de la corriente eléctrica en la bobina, entre $t = 0$ y $t = 0.1$ s.

b) Haga lo mismo para el intervalo entre $t = 0.1$ s y $t = 0.3$ s.

c) ¿Cuál es el valor de la corriente en el intervalo entre $t = 0.3$ s y $t = 0.4$ s? ¿Tiene esa corriente las mismas características que la calculada en (a)?

18. En la figura de este problema, la barra conductora MN se desplaza con velocidad constante $v = 4$ m/s, apoyada en barras conductoras paralelas, impulsada por un cuerpo suspendido, de masa $m = 200$ gramos. La resistencia total del circuito es $R = 1\ \Omega$ (considere $g = 10$ m/s^2).



Problema 18

a) ¿Cuál es el valor de la fem inducida en MN?

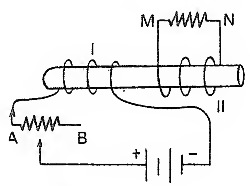
b) Determine el valor de la fem ε del generador conectado al circuito.

19. En torno de un cilindro de fierro, cuya base tiene área igual a 10 cm^2, se enrollan 100 espiras de un alambre de cobre cuyos extremos están conectados a un resistor, de modo que la resistencia total del circuito sea igual a 10 Ω. Suponga que un campo magnético, aplicado en el cilindro de fierro en dirección de su eje, varíe uniformemente de 1 T en un sentido, a 1 T en sentido contrario.

a) Calcule la cantidad de carga que pasa por un punto cualquiera de este circuito, durante esta variación.

b) Si la variación del campo magnético se procesara con mayor rapidez, ¿habría modificación en el valor de la carga calculada en (a)? Explique.

20. Las bobinas I y II, enrolladas en el mismo núcleo de fierro están aisladas una de otra y de este núcleo (*véase* figura de este problema).



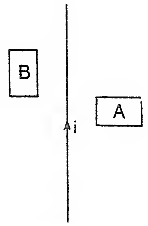
Problema 20

a) ¿Cuál es el sentido de la corriente en el resistor MN, suponiendo que el cursor del reóstato se desplace de A para B?

b) Si el cursor del reóstato permanece fijo en la posición mostrada en la figura, ¿habrá flujo magnético a través de la bobina II? ¿Habrá corriente en MN?

21. Cerca de un alambre, recorrido por una corriente i, se colocan dos espiras, A y B, como se ilustra en la figura de este problema. Suponiendo que la corriente en el alambre aumente con el tiempo, diga si la corriente inducida tendrá sentido horario o antihorario.

a) En la espira A *b)* En la espira B



Problema 21

22. Una espira circular de plata se coloca en un campo magnético uniforme, con su plano perpendicular al vector $\vec{B}$. El área de la sección recta del alambre de plata es $A = 2.0$ mm^2 y el radio de la espira es $a = 30$ cm. Suponiendo que el campo magnético esté variando con una tasa de 0.050 T/s, determine la intensidad de la corriente en la espira.

23. Al medirse la intensidad de las radiaciones electromagnéticas emitidas por el Sol, cuando llegan a la atmósfera de la Tierra, se observó el valor 1 400 W/m^2 (con la radiación incidiendo perpendicularmente a la superficie). Considerando que la distancia de la Tierra al Sol es igual a 1.5×10^{11} m, calcule la potencia total de las radiaciones electromagnéticas emitidas por el Sol.

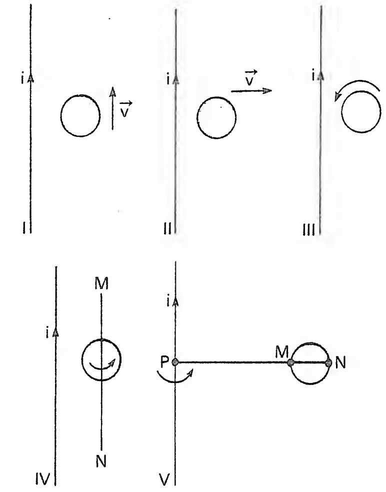
24. Una locomotora se desplaza sobre rieles horizontales, en una región situada en el hemisferio norte de la Tierra. Diga si su rueda derecha estará en un potencial mayor o menor que la rueda izquierda, suponiendo que la locomotora se esté desplazando:

a) De Sur a Norte   *c)* De Este a Oeste

b) De Norte a Sur

25. Un pequeño generador de corriente continua se acciona manualmente mediante una manivela. Un estudiante que está girando la manivela observa que, cuando el generador está en circuito abierto (sin ningún aparato conectado a él) es mucho más fácil provocar esta rotación (el generador "parece liviano"). Sin embargo, cuando un aparato está conectado al generador, el estudiante observa que hay resistencia mucho mayor para mantenerlo en rotación (el generador "parece pesado"). Explique por qué ocurre esto.

26. La figura de este problema muestra un alambre recto comprimido, recorrido por una corriente i, teniendo a su lado una espira circular de cobre, que puede moverse de cinco maneras:



Problema 26

I. La espira se desplaza con velocidad $\vec{v}$, paralela al alambre;

II. La espira se desplaza con velocidad $\vec{v}$, perpendicular al alambre, alejándose de el.

III. La espira se desplaza en torno a su eje, perpendicular al alambre, alejándose de el.

IV. La espira gira en torno a un eje MN, paralelo al alambre, situado en el plano de la espira y pasando por su centro.

V. Una barra rígida, aislante, está fija en los puntos M y N de la espira y el conjunto gira en torno a un punto P del alambre.

Diga en cuáles de estas situaciones habrá una corriente inducida en la espira.

27. Considere las siguientes situaciones:

I. Electrones libres en un alambre conductor, en el cual se estableció una corriente alterna de alta frecuencia.

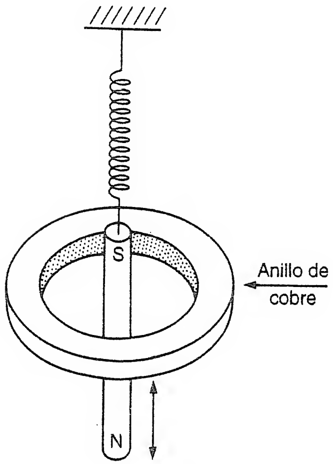
II. Electrones en movimiento circular uniforme, en el interior de un acelerador de partículas.

III. Electrones en movimiento, a partir del reposo, en un campo eléctrico uniforme de gran intensidad.

a) ¿En cuáles de estas situaciones los electrones estarán emitiendo radiaciones electromagnéticas? Explique.

b) En la situación III, ¿la energía cinética adquirida por el electrón, después de recorrer una distancia, es mayor, menor o igual que el trabajo que el campo realiza en él? ¿Por qué?

28. Un imán está oscilando verticalmente, sujeto a un resorte, pasando por el centro de un anillo de cobre, como se muestra en la figura de este problema. Si se considera el principio de conservación de energía, diga si la amplitud de oscilación del imán aumenta, disminuye o no se modifica, mientras que oscila. Explique su respuesta, suponiendo que las fuerzas de fricción sean depreciables.



Problema 28

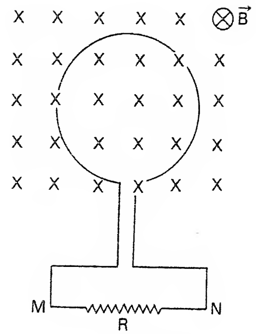
Observación: Para resolver el problema siguiente, es necesario haber aprendido, en su curso de Matemáticas, cómo derivar una función algebraica.

29. El flujo magnético a través de la espira mostrada en la figura de este problema varía según la siguiente relación:

$\phi = at^2 + bt + c$, donde a, b y c son constantes positivas (el campo magnético $\vec{B}$ varía con el tiempo). Sabiendo que, en estas condiciones, la ley de Faraday toma la forma $\varepsilon = d\phi/dt$:

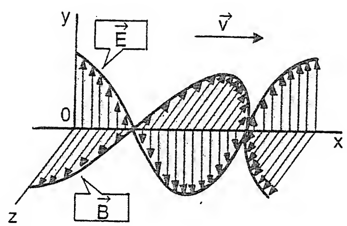
a) Determinar el valor de la fem inducida en la espira, en el instante $t = b/a$.

b) ¿Cuál es el sentido de la corriente inducida en R, en el instante considerado en la pregunta anterior?



Problema 29

30. Después de resolver este problema, se tendrá una idea de cómo Maxwell logró calcular teóricamente el valor de la velocidad de una onda electromagnética.



Problema 30

Considere una onda electromagnética que se propaga, en el vacío, a lo largo del eje Ox mostrado en la figura de este problema. Al aplicar las ecuaciones establecidas por él mismo, denominadas "ecuaciones de Maxwell", este científico mostró que los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ de la onda que se propaga obedecen a las siguientes relaciones:

$$k_0 \frac{d^2E}{dx^2} = C_0 \frac{d^2E}{dt^2} \quad \text{y} \quad k_0 \frac{d^2B}{dx^2} = C_0 \frac{d^2B}{dt^2}$$

donde k_0 es la constante de la ley de Coulomb y C_0 es una constante magnética cuyo valor en el SI es $C_0 = 10^{-7}$ N/A². Se sabe que una onda cualquiera, que se propaga con una velocidad v a lo largo de un eje Ox, obedece a la siguiente relación:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2y}{dt^2}$$

en la cual y es la magnitud que está oscilando.

a) Comparando las tres relaciones proporcionadas, determine una expresión que permita calcular el valor v de la velocidad de una onda electromagnética, en el vacío, en función de las constantes k_0 y C_0.

b) Sustituya los valores de k_0 y C_0 en la expresión obtenida en (a) y calcule el valor numérico de v.

c) ¿Concuerda el valor obtenido en (c) con las afirmaciones hechas en la Sección 25.5?

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de Física para ingreso a escuelas de nivel superior.

1. Constituye inducción electromagnética:

a) La aparición de un campo magnético debido al movimiento de cargas eléctricas.

b) La aparición de una fuerza electromotriz debido a la variación con el tiempo de un campo magnético.

c) La aparición de un campo magnético debido a la variación con el tiempo de un campo eléctrico.

d) La separación de cargas eléctricas de un cuerpo neutro cuando está próximo a una carga eléctrica.

e) La aparición de una fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento en un campo magnético. Esta fuerza es perpendicular al campo y a la velocidad.

2. Considere las siguientes situaciones:

I. Una espira de alambre conductor, circundando un alambre rectilíneo, en el cual pasa una corriente continua.

II. Un imán que cae y pasa a través del área limitada por una espira de alambre conductor.

III. Una esfera cargada con una carga constante Q, situada en el centro de una espira del alambre conductor.

¿Cuál o cuáles de las situaciones anteriores hace aparecer una corriente eléctrica circulando en la espira del alambre?

a) Solamente I.

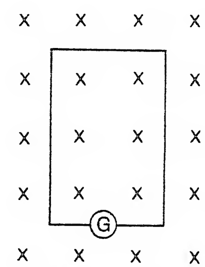
b) Solamente II.

c) Solamente III.

d) Solamente I y III.

e) Solamente II y III.

3. Un campo magnético uniforme, $\vec{B}$ es perpendicular al plano del papel de esta prueba y dirigido hacia abajo. Una espira conductora, cerrada sobre un galvanómetro G, es sumergida en el campo con su plano paralelo al plano de este papel. El galvanómetro indicará una fuerza electromotriz inducida en la espira, en todas las situaciones indicadas en seguida, *excepto:*



Pregunta 3

a) Si el sentido de $\vec{B}$ sufriera inversiones sucesivas y la espira permaneciera en reposo.

b) Mientras la espira estuviera girando en torno a uno de sus lados.

c) Mientras la espira permaneciera en reposo en la posición original.

d) Mientras la espira fuera deformada de manera que su área sufra variaciones.

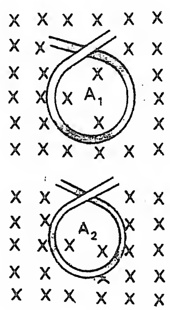
e) Si el módulo de $\vec{B}$ varía continuamente y la espira permanece en reposo.

4. Un cuadro rectangular, de dimensiones 8.0 cm y 12 cm, se coloca perpendicularmente a un campo magnético de intensidad 4.0×10^{-3} tesla. La intensidad del campo magnético se reduce a cero en 12 segundos. La fuerza electromotriz media inducida en este intervalo es de:

a) 9.6×10^{-7} V

b) 3.2×10^{-6} V
c) 1.8×10^{-6} V
d) 3.2×10^{-3} V
e) 4.5×10^{-4} V

5. En la figura de abajo, considere el vector inducción magnética *B*, uniforme, constante en relación con el tiempo, de módulo 0.40 weber/m^2, normal al plano del papel. En este plano está una espira cuya longitud puede aumentar o disminuir, limitando así, una área variable. Si la variación del área se hace continuamente en 1.00×10^{-1} s, pasando del valor $A_1 = 1.20 \times 10^{-2}$ m^2 al valor $A_2 = 3.00 \times 10^{-3}$ m^2, ¿cuál será el valor absoluto de la fuerza electromotriz media, inducida en la espira?

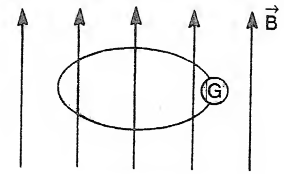


Pregunta 5

a) Nula
b) 3.0×10^{-1} V
c) 3.6×10^{-2} V
d) $5.0\sqrt{2} \times 10^{-2}$ V
e) Faltan datos para calcular el valor pedido.

6. Una espira circular, de radio R = 10 cm, está sumergida en un campo magnético uniforme de B = 0.10 weber/m^2, el plano de la espira siendo perpendicular a $\vec{B}$. Cuando *B* se reduce a cero, se observa en la espira una fuerza electromotriz inducida de 1.0 V. El tiempo medio necesario para que *B* sea reducido a cero es:
a) 62.8 s
b) 3.14×10^{-3} s
c) 1.0×10^{-3} s
d) 0.1 s
e) Inversamente proporcional a la resistencia de la espira.

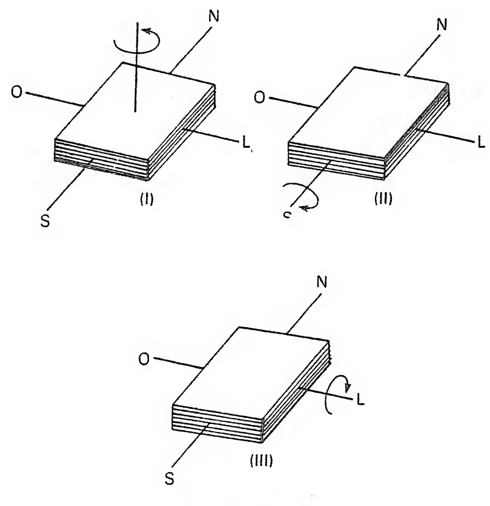
7. Un conductor, formando un circuito cerrado, está situado dentro de un campo variable $\vec{B}$, de tal modo que exista un flujo magnético a través del conductor. La fem inducida en el circuito:



Pregunta 7

a) No es influenciada por la rapidez con que varía $\vec{B}$.
b) Es tanto mayor cuanto mayor sea el valor de $\vec{B}$.
c) Tiende siempre a hacer decrecer el flujo magnético a través de él.
d) Podrá ser diferente de cero en el instante en que el valor de $\vec{B}$ se anula.
e) Será constante y diferente de cero, si el flujo magnético a través del circuito permanece constante.

8. En una región donde el campo magnético de la Tierra puede considerarse uniforme y dirigido en el sentido del sur para el norte, un estudiante intenta producir corriente eléctrica al hacer girar una bobina rectangular en el sentido indicado en la figura por la flecha. ¿En cuál(es) de la(s) situación(es), el estudiante *no* podrá detectar corriente?

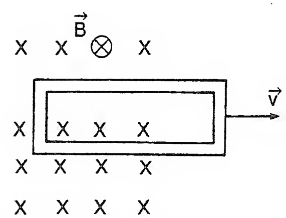


Pregunta 8

a) Solamente I
b) Solamente II
c) Solamente III
d) Solamente I y II
e) I, II y III

9. ¿En qué orden los datos relacionados a continuación se suceden para dar origen a la energía eléctrica que hace girar un motor?
I. Un conductor en el cual pasa corriente eléctrica está convenientemente colocado en un campo magnético, quedando sometido a una fuerza.
II. El calentamiento del agua por la energía solar y la acción de los vientos producen nubes y lluvias.
III. El movimiento relativo entre un imán y un conductor, enrollado en forma de espiras, da origen a una fuerza electromotriz.
IV. La energía eléctrica es transportada a distancia a través de cables conductores.
V. Reacciones nucleares, en el interior del Sol producen la energía que es irradiada bajo la forma de ondas electromagnéticas.
VI. El agua cae de cierta altura, arriba de un nivel dado, transfiriendo su energía potencial y haciendo girar una rueda.
a) V, II, VI, III, IV, I
b) V, II, VI, I, IV, III
c) V, VI, II, I, IV, III
d) II, VI, V, IV, III, I
e) II, VI, I, III, IV, V

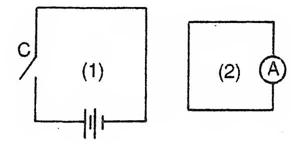
10. La figura de abajo muestra una espira metálica rígida, situada en el plano del papel, desplazándose para la derecha, con una velocidad vectorial $\vec{v}$. La espira está saliendo de un campo magnético $\vec{B}$, uniforme, constante en relación con el tiempo, normal a su plano, y "entrando" en la hoja de papel. Se puede decir que en la espira:



Pregunta 10

a) Aparecerá una corriente inducida, en sentido horario.
b) Aparecerá una corriente inducida, en sentido antihorario.
c) Aparecerá una corriente alterna.
d) No aparecerá corriente inducida.
e) Aparecerá una corriente inducida, sin embargo, no se tienen condiciones de determinar su sentido.

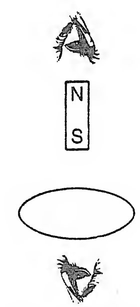
11. Después de analizar la figura de abajo y sabiendo que las espiras 1 y 2 son conductoras y están en el plano del papel, se puede decir que las siguientes afirmaciones son *correctas:*



Pregunta 11

I. En el momento en que la llave *C* se cierra, el sentido de la corriente en la espira (2) será horario.
II. En el momento en que la llave *C* se abre, el sentido de la corriente en la espira (2) será horario.
III. Mientras la llave *C* permanece cerrada y el conjunto constituido por el circuito (1) y por la espira (2) se mueve a la derecha, ambos con la misma velocidad, el sentido de la corriente en la espira (2) es antihorario.

12. Se deja caer un imán desde el techo a lo largo de un eje vertical de una espira de cobre, fija en un plano horizontal, a cierta altura del suelo. Indique la afirmación *correcta:*

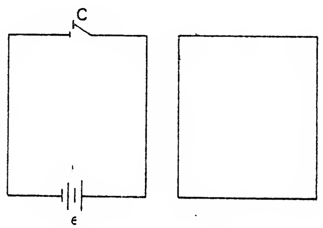


Pregunta 12

a) Durante el recorrido del imán hasta el suelo no aparecerá corriente inducida en la espira.
b) Si el imán cayera con velocidad constante la corriente inducida tendría valor constante.

c) Cuando el imán se aproxima a la espira aparecerá una corriente inducida en el sentido horario, para quien ve del suelo.
d) Cuando el imán se aleja de la espira aparecerá una corriente inducida en el sentido antihorario, para quien ve del techo.
e) Si el experimento se realizara con la polaridad del imán invertida, los efectos serían idénticos.

13. La figura muestra dos espiras conductoras colocadas lado a lado, en el mismo plano. Cuando se cierra la llave *C* en la espira de la izquierda, comienza a pasar en ella una corriente eléctrica. De acuerdo con la ley de Faraday-Lenz (para el instante en que se cierra la llave *C*):

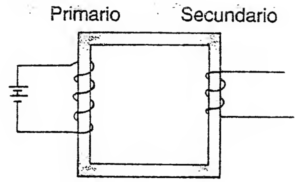


Pregunta 13

a) Aparece una acumulación de cargas en el extremo inferior de la espira de la derecha.
b) Aparece una corriente eléctrica inducida en la espira de la derecha, en el sentido horario.
c) El campo magnético de la espira de la izquierda no influye en la otra espira.
d) Aparece en la espira de la derecha una corriente eléctrica en el sentido antihorario.
e) Ninguna afirmación es correcta.

14. Analice las afirmaciones siguientes e indique cuáles son *correctas*:
Una batería de 12 V se encuentra conectada al primario de un transformador.
I. Existe una corriente continua en las espiras del primario.
II. No existe flujo magnético en las espiras del secundario.
III. La lectura de un voltímetro, conectado al secundario, depende del número de espiras del primario

15. Si se conectan dos pilas de 1.5 V al primario de un pequeño transformador, como se indica en la figura, no habrá voltaje inducido en el secundario. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes justifica ese hecho?



Pregunta 15

a) Existe flujo magnético en el secundario, pero no varía.
b) Una corriente continua no produce campo magnético en el núcleo de fierro.
c) El campo magnético creado en la bobina primaria no atraviesa el secundario.
d) El número de espiras de la bobina secundaria es insuficiente.
e) El número de espiras en el primario es insuficiente.

16. Las afirmaciones siguientes se relacionan con un transformador, en el cual el número de espiras del secundario es mayor que el número de espiras del primario. Marque la afirmación *falsa:*
a) Al aplicarse al primario un voltaje alterno, aparecerá, en el secundario, un voltaje también alterno.
b) Al aplicarse al primario un voltaje constante, el voltaje en el secundario será también constante y mayor que el voltaje aplicado al primario.
c) El voltaje que aparece en el secundario es causado por la variación del flujo magnético que atraviesa las espiras del secundario.
d) Al aplicarse al primario un voltaje constante, habrá un flujo magnético o constante que atraviesa las espiras del secundario.
e) Al aplicarse al primario un voltaje alterno, se obtendrá, en el secundario, un voltaje mayor que el aplicado al primario.

17. Analice las afirmaciones siguientes y señale cuáles son *correctas*
I. En un transformador, el voltaje que aparece en las espiras del secundario es inducido por el flujo magnético variable producido por las espiras del primario.
II. La corriente inducida en un circuito, por una variación del flujo magnético, crea un campo magnético que siempre tiende a disminuir el flujo existente.
III. El cobre, el plomo y el aluminio son ejemplos de sustancias ferromagnéticas.

18. Los electrones son acelerados, adquiriendo velocidades de gran valor, dentro de un tubo de televisión, por:
a) Un campo magnético.
b) Un filamento caliente.
c) Ondas de radio.
d) Un campo eléctrico.
e) Un intenso haz de luz.

19. Analice las afirmaciones siguientes y señale las *correctas:*
I. La velocidad de propagación de la luz en el vacío es la misma para cualquier color pero, en otros medios, es variable con el color de la radiación.
II. Los rayos γ son electrones de alta energía.
III. Los rayos X son radiaciones desconocidas, que se piensa provienen del núcleo atómico.

20. Analice las afirmaciones siguientes y señale aquellas que sean *correctas*:
I. En el vacío, la radiación ultravioleta se propaga con una velocidad mayor que la de las microondas.
II. La frecuencia de radiación infrarroja es menor que la de la luz verde.
III. Si la onda electromagnética de una emisora de radio tiene una frecuencia de 750 kilohertz, su longitud de onda, en el aire, es de 400 m.

21. Analice las siguientes afirmaciones y señale las *correctas:*
Las afirmaciones están relacionadas con las ondas de radio, ondas luminosas y rayos X, que se propagan en el vacío.
I. Estas ondas presentan longitudes de onda diferentes.
II. Se propagan con velocidades diferentes, características de sus longitudes de onda.
III. Sus frecuencias son iguales, independientes de sus longitudes de onda que son diferentes.

22. Si un colega le dice que el índice de refracción de un medio es 3/2, usted podrá comentar correctamente:
a) La velocidad de propagación de la luz en este medio vale cerca de 200 000 km/s.
b) La frecuencia de la luz roja en este medio es menor que en el vacío.
c) La longitud de onda de cualquier radiación electromagnética en este medio es mayor que la longitud de onda respectiva en el vacío.
d) El periodo de cualquier radiación electromagnética en este medio es mayor que en el vacío.
e) Un medio no puede tener índice de refracción igual a 3/2.

23. Indique a continuación lo que no está dentro del espectro electromagnético:
a) Rayos X
b) Rayos γ
c) Rayos catódicos
d) Radiación ultravioleta
e) Ondas de radio

24. En el vacío, las radiaciones electromagnéticas, tales como ondas de radio, la luz, los rayos X y los rayos γ, tienen el(la) mismo(a):
a) Longitud de onda
b) Frecuencia
c) Periodo
d) Velocidad
e) Amplitud

25. Los rayos γ son:
a) Radiación electromagnética de alta frecuencia.
b) Idénticos a los electrones.
c) Idénticos a los electrones, pero con carga positiva.
d) Idénticos a los electrones, pero de alta energía.
e) Núcleos de helio.

26. En cuál de los fenómenos que se indican a continuación las ondas son longitudinales:
a) Luz de laser.
b) Rayos X.
c) Rayos γ.
d) Vibración de una cuerda de piano.
e) Propagación sonora en el aire.

27. Una cápsula a medio camino a la Luna, ciertamente no encuentra:
a) Rayos cósmicos.
b) Ondas de radar.
c) Rayos X.
d) Ondas sonoras.
e) Radiación ultravioleta.

28. El fenómeno de la difracción de una onda está relacionado con los siguientes fenómenos, *excepto:*
a) Posibilidad de escucharse, del interior de una sala de una casa, el ruido de un auto que pasa por la calle.
b) Propagación de una onda hertziana (de radio) de una ciudad a otra.
c) La luz blanca se descompone al atravesar un prisma.
d) La onda, en la superficie del agua, rodea obstáculos de tamaños cercanos a la longitud de onda de la onda considerada.
e) La estructura cristalina de un sólido se estudia utilizando rayos X.

29. A continuación se presentan algunos principios, o fenómenos físicos, y algunas aplicaciones técnicas, o prácticas, de los mismos:

Principios o fenómenos físicos

I. Un conductor recorrido por una corriente, colocado en un campo magnético, sufre la acción de una fuerza ejercida por ese campo.
II. Una corriente eléctrica en un alambre establece un campo magnético en las proximidades de ese alambre.
III. Una corriente eléctrica es inducida en un circuito en el cual hay una variación del flujo magnético.

Aplicaciones técnicas

P) Un electroimán
Q) Un motor eléctrico
R) Un generador de corriente alterna

Indique la alternativa en que se establece una correspondencia adecuada entre los principios (o fenómenos) y las aplicaciones.

a) I y R, II y P, III y Q
b) I y Q, II y P, III y R
c) I y P, II y Q, III y R
d) I y R, II y Q, III y P
e) I y Q, II y R, III y P

30. Las ondas de radio emitidas por una emisora AM tienen frecuencias situadas en torno a 10^6 hertz y se propagan, en el aire, con velocidad igual a la de la luz (300 000 km/s). La longitud de onda de la radiación emitida por esa estación de radio tiene una dimensión más próxima:

a) De la altura de un hombre.
b) Del grosor de una hoja de papel.
c) De la longitud de un campo de fútbol.
d) Del diámetro de un balón de fútbol.
e) Del diámetro de un lápiz.

PREGUNTAS DE INTERPRETACIÓN DE TEXTOS

Las preguntas que se presentan en seguida están basadas en diversos textos seleccionados de exámenes de admisión de algunas universidades. Se usan, en exámenes, para probar la capacidad de interpretación de textos, a primera vista. Es muy común el contenido de tales textos porque se refieren a aspectos interesantes e importantes de la Física Moderna. Por tanto, al contestar las preguntas, el lector tendrá oportunidad de entrar en contacto con nuevas ideas y aplicaciones de la Física, que no se trataron en la presentación usual de nuestro libro.

Las Preguntas **1** y **2** se refieren al siguiente texto:

En 1972, cada brasileño consumía en promedio 3.0 × 10^{10} J de energía por año. Sin embargo, en 1972, 40% de la energía consumida en Brasil se obtenía del petróleo que constituía nuestra principal fuente de energía.

El alto precio del petróleo hizo necesario buscar fuentes alternativas de energía, por ejemplo, la energía solar.

El contenido de energía de combustibles fósiles (carbón, gas natural, petróleo, etc.) es importante si se compara con el de la energía solar directa: 1 litro de petróleo contiene 4.0× 10^7 J de energía, mientras que la energía solar que incide, por día, en cada metro cuadrado de la superficie de la Tierra, es de 8.0× 10^6 J.

Estos datos permiten llegar a la conclusión que se necesitarán 5 días para que la energía solar incidente sobre cada metro cuadrado de la superficie terrestre se equipare con la energía contenida en solamente 1.0 litro de petróleo.

1. De acuerdo con el texto, del petróleo consumido en Brasil en 1972, cada persona utilizó, en promedio:

a) 100 litros
b) 250 litros
c) 300 litros
d) 750 litros
e) 1 500 litros

2. Se tiene un calentador solar que absorbe toda la radiación incidente sobre él y cuya área es de 4 m^2. Según el texto, la energía total que el calentador absorberá, si quedara expuesto a la radiación solar durante 1/4 de día, será equivalente a aquella contenida en:

a) 0.30 litros de petróleo
b) 1.0 litros de petróleo
c) 0.40 litros de petróleo
d) 0.20 litros de petróleo
e) 0.50 litros de petróleo

Para contestar las Preguntas **3** a **5** lea con atención el texto siguiente:

MICROSCOPÍA MODERNA

En su curso de física, el alumno debe haber estudiado los principios generales de los microscopios ópticos. Se sabe que las longitudes de onda de la luz visible están comprendidos entre 4 000 Å (1 angstrom = 10^{-10} m)

y 7 000 Å. En consecuencia, un microscopio óptico, utilizando la luz visible, no puede utilizarse para examinar, con nitidez, objetos de dimensiones inferiores a 4 000 Å. La mayoría de las células vivas tienen dimensiones superiores a este valor y, por tanto, el microscopio óptico puede utilizarse para su estudio. Sin embargo, existen muchas estructuras biológicas que son inferiores a 4 000 Å, como las moléculas complejas que forman la materia viva.

Una manera de mejorar el poder de aumento del microscopio óptico consiste en iluminar un objeto en estudio con radiación ultravioleta y usar lentes que no absorban esta radiación (el vidrio común la absorbe). La imagen es, entonces, fotografiada con película sensible y esta radiación o vista sobre una pantalla fluorescente. En estas condiciones, objetos de dimensiones hasta 1 000 Å pueden examinarse. Sin embargo, este valor es aún muy superior a las dimensiones de las moléculas mayores conocidas.

La invención de un aparato, de características muy diferentes a las del microscopio óptico, basado en las propiedades ondulatorias del electrón, hizo posible el estudio de estructuras que no podían examinarse mediante microscopios ópticos. Se trata del microscopio electrónico, en el cual los haces de electrones se enfocan por dispositivos magnéticos o electrostáticos, que funcionan como una especie de lente.

El poder de resolución de estos microscopios está dado mediante la fórmula:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

que proporciona la longitud de onda, λ, de los electrones del haz, donde h *es la constante de Planck,* m *y* e *son, respectivamente, la masa y la carga de los electrones y* V *es la diferencia de potencial que los acelera, en el microscopio. Con estos microscopios, fue posible llegar al estudio de estructuras inferiores hasta de 1 Å y muchos trabajos importantes se realizaron, como la comprensión del mecanismo de fotosíntesis, el descubrimiento de la constitución de las membranas celulares (una capa de grasa entre dos capas de proteínas), etcétera.*

3. De las afirmaciones siguientes, la que no contradice el texto es:

a) El microscopio óptico permite examinar la mayoría de las moléculas existentes en los organismos vivos.
b) En un microscopio que utiliza luz ultravioleta, la lente puede ser de vidrio común.
c) El microscopio electrónico está basado en las leyes de óptica geométrica.
d) La mayoría de las estructuras moleculares se descubrieron después de la invención del microscopio electrónico.
e) La invención del microscopio electrónico no facilitó avances en el campo de la biología.

4. Todas las afirmaciones siguientes se confirman mediante el texto, *excepto:*

a) La imagen proporcionada por un microscopio electrónico no puede observarse directamente por el ojo.
b) Si fuera posible usar radiaciones y lentes apropiados, el poder de aumento de un microscopio óptico puede aumentarse.
c) El poder de resolución de un microscopio electrónico se alteraría si se utilizara un haz de protones en vez de uno de electrones.
d) El poder de resolución de un microscopio óptico no depende de la longitud de onda de la luz utilizada.

5. Si en un microscopio electrónico se aplicara un voltaje de 100 V, la longitud de onda, relacionada con los electrones (h = 6.6 × 10^{-34} J · s, m = 9.1 × 10^{-31} kg y e = 1.6 × 10^{-19} C) está más cercana de:

a) 10^{-7} μm
b) 10^{-10} Å
c) 10^{14} Å
d) 1 Å
e) 10^{-7} m

EL DESCUBRIMIENTO DEL NEUTRINO

Para contestar las Preguntas **6** a **10** lea con atención el texto siguiente y clasifique las afirmaciones hechas en estas preguntas de acuerdo con el código:

a) Contradice al texto.
b) No es tema tratado en el texto.
c) Es la idea principal del texto.
d) Es una interpretación correcta de un tema tratado en el texto.
e) No puede clasificarse en ninguna de las alternativas anteriores.

Ya debe saberse que una sustancia radiactiva, al desintegrarse, puede emitir radiaciones α (núcleos atómicos del helio), β (electrones) y γ (radiación electromagnética).

En la desintegración α de un tipo dado de núcleo, todas las partículas α son emitidas con la misma energía. Por ejemplo, el núcleo de Po^{210} (polonio) emite una partícula α de energía, 5.30 MeV (1 MeV es una unidad de energía igual a 1.6 × 10^{-13} J), transformándose en Pb^{206} (plomo).

$$Po^{210} \rightarrow \alpha + Pb^{206}$$

En esta transformación, el principio de la conservación de energía se cumple y el exceso de masa de Po^{210}, en relación con la masa final total (masa del Pb^{206} + masa de la partícula α), es todo transformado en energía cinética, de acuerdo con la relación rela-

tivista $E = mc^2$ *en que* m *es la masa de la partícula y* c *es la velocidad de la luz* (3×10^8 *m/s*). *Además de este principio de conservación, otros principios de conservación de la Física Clásica (conservación de la cantidad de movimiento, conservación del momento angular, etc.), se obedecen en la desintegración* α.

En la desintegración β, *por ejemplo, la del* In^{116} *(indio), que se transforma en* Sn^{116} *(estaño), por la emisión de la partícula* β, *se verifica que los electrones no son emitidos siempre con la misma energía. Por ejemplo, al observar la desintegración de 1 000 átomos de In, se obtendrán en general, mil electrones de energías diferentes. Las energías de estos electrones se distribuyen desde el valor cero, hasta un valor máximo,* $E_{máx}$. *Parece haber una violación de la conservación de energía. Para que hubiera conservación de energía, como acontece en la desintegración* α, *todos los electrones deberían ser emitidos con la misma energía, igual al valor* $E_{máx}$ *citado. Además de eso, parece que otros principios de conservación también se violan en esta desintegración.*

En 1930, los físicos se intrigaron con esta observación. Tenían mucha confianza en las leyes de la conservación y este fue el primer experimento que parecía estar en desacuerdo frontal con esas leyes.

Repitieron el experimento varias veces, con gran cuidado, para comprobar si no había emisión de alguna otra radiación junto con el electrón, por ejemplo, una radiación γ, *que pasó inadvertida. El resultado fue negativo; solamente se detectó el electrón.*

A pesar de eso, para "salvar" las leyes de la conservación, Pauli, y después Fermi, postularon la existencia de una partícula muy especial, que denominaron "neutrino", que sería emitida simultáneamente con el electrón y que habría evadido a la detección. Esta partícula no podría ser un fotón, ni poseer carga eléctrica, su masa sería nula, pero transportaría la energía cinética que faltaba en la desintegración β.

Fue hasta 1956 que se construyó un detector especial, con el cual los físicos pudieron constatar la presencia de los neutrinos, pero, a pesar de eso, inclusive antes, los físicos tenían fe en su existencia.

Desde el descubrimiento del neutrino, muchas otras partículas se encontraron utilizando la misma técnica: verificar si, en una reacción nuclear hay violación a las leyes de conservación y, en caso afirmativo, buscar una partícula no detectada que explique la aparente violación.

6. El hecho de nunca haber observado, en los fenómenos físicos, una violación a las leyes de conservación, hace que sean una arma poderosa para los científicos, que recurren a ella con confianza.

7. Las radiaciones nucleares α, β y γ fueron descubiertas por la aplicación del principio de la conservación de la energía a las transformaciones en que ellas aparecieron.

8. En ciertas desintegraciones β, el principio de la conservación de la energía se viola.

9. En la desintegración de Po^{210}, el núcleo de Pb^{206} sufre un retroceso en la misma dirección y en sentido contrario al movimiento de la partícula α, por tanto, la cantidad de movimiento lineal también se conserva.

10. Los físicos no sospechaban la existencia del neutrino cuando fue detectado.

Para contestar las Preguntas **11** y **12** lea, con atención, el texto siguiente.

EL CARBONO 14 Y LA EDAD DE LOS MATERIALES

Un vestigio de radiactividad en el carbón natural hizo posible calcular la edad de materiales que, en cierta época, tuvieron vida. La radiactividad del carbono se debe a la presencia de una pequeña cantidad del isótopo $_6C^{14}$, *que es inestable. Este isótopo se produce, principalmente, en la atmósfera superior por la transformación (inducida por rayos cósmicos) del isótopo estable* $_6C^{13}$ *en* $_6C^{14}$. *La tasa de producción del* $_6C^{14}$ *a partir del* $_6C^{13}$ *es igual a la tasa de desintegración beta que transforma el* $_6C^{14}$ *en* $_7N^{14}$, *de modo que la fracción del carbono total de la atmósfera constituida de* $_6C^{14}$, *es prácticamente constante.*

Cuando las plantas utilizan el bióxido de carbono, en la fotosíntesis, las células en crecimiento incorporan los isótopos del carbono en la misma proporción en que ellos existen en la atmósfera. La actividad del carbono en este momento, es de 15.3 emisiones beta por minuto, por gramo de carbono. Cuando se interrumpe la interacción con la atmósfera, por ejemplo, cuando se arranca una rama a un árbol vivo, su radiactividad comienza a disminuir con una tasa característica del $_6C^{14}$. *Si la actividad se midiera cierto tiempo después y si la vida media del* $_6C^{14}$ *se conociera, se puede determinar el tiempo transcurrido desde el instante en que la rama se cortó hasta el momento en que se midió la actividad. La vida media de una sustancia radiactiva representa el tiempo necesario para que la mitad de los átomos de una muestra de esa sustancia se desintegre, es decir, para que el número de átomos radiactivos de la sustancia se reduzca a la mitad.*

11. Con base en la información proporcionada, se puede afirmar que:

a) La actividad del $_6C^{14}$ en una rama del árbol empieza a disminuir a partir del instante en que la planta no incorpora nuevos átomos de ese isótopo en su estructura.
b) Los rayos cósmicos están constituidos de electrones, que se originan en la desintegración beta del $_6C^{14}$, en las capas superiores de la atmósfera.
c) El $_6C^{14}$ en la atmósfera es estable, sólo que se desintegra a partir del instante en que se incorpora a una planta.
d) Puede, hoy, determinarse la edad de cualquier objeto en la superficie terrestre, por ejemplo, una roca, siempre que contenga cierta cantidad de $_6C^{14}$.
e) La cantidad de $_6C^{14}$ en la atmósfera está aumentando gradualmente, debido a la transformación de $_6C^{13}$ en $_6C^{14}$.

12. Al medirse la actividad del carbono en la madera de una arma primitiva, se encontró que era de 7.5 emisiones beta por minuto por gramo de carbono. Si se sabe que la vida media del $_6C^{14}$ es de, aproximadamente, 6 000 años, se puede llegar a la conclusión que la edad del arma debe ser, aproximadamente, de

a) 1 500 años
b) 3 000 años
c) 6 000 años
d) 12 000 años
e) 18 000 años

Para contestar las Preguntas **13** a **15**, lea con atención el texto siguiente.

EFECTO FOTOELÉCTRICO

En relación con el efecto fotoeléctrico se observan experimentalmente los siguientes datos:

- *Cuando la luz incide sobre la superficie de un metal, ésta puede emitir electrones.*
- *Cuando la luz de cierta frecuencia arranca electrones del metal, no todos salen con la misma energía. Sus energías se distribuyen entre un valor mínimo y uno máximo.*
- *Es necesaria una energía mínima, llamada función trabajo W, para sacar un electrón de determinado metal.*

Para explicar el efecto fotoeléctrico se necesitan las siguientes suposiciones:

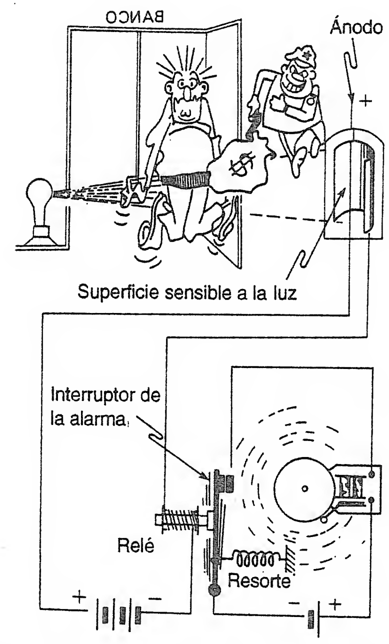
- *La luz es absorbida en cantidades discontinuas, llamadas fotones. Cada fotón tiene una energía* hf, *en que* h *es una constante de valor* 6.625×10^{-34} J · s *y* f *es la frecuencia de la luz.*
- *La intensidad de un haz de determinada frecuencia que alcanza la superficie del metal es proporcional al número de fotones que llegan a la superficie por segundo.*
- *Toda la energía de un fotón es absorbida por un electrón.*

(Una unidad conveniente para medir la energía de los electrones es el electrón volt, que corresponde a la energía que un electrón adquiere cuando es acelerado mediante una diferencia de potencial de 1 volt.

La carga de un electrón es 1.602×10^{-19} *C.)*

13. Indique la afirmación *incorrecta:*

a) $h = 4.134 \times 10^{-15}$ electrón volt × segundo
b) 1 electrón volt = 1.602×10^{-19} J



El funcionamiento de una alarma contra robo se basa en un relé fotoeléctrico. Un haz de luz, cuando alcanza una superficie sensible (fotoemisor) hace que éste emita electrones, que son atraídos para el ánodo. Por tanto, el circuito del relé se cierra y el interruptor de la alarma permanece desconectado (el electroimán del relé esta accionado). Cuando el haz se interrumpe (por el ladrón) la corriente deja de circular en el relé y el circuito del timbre se cierra por acción del resorte ilustrado en la figura.

c) Cuando se hace un gráfico de la energía de un fotón en función de su frecuencia, se obtiene una recta.
d) Un fotón de luz azul tiene mayor energía que un fotón de luz roja.
e) La intensidad de un haz depende sólo de su frecuencia.

4. Indique la afirmación *correcta*:
a) Cualquiera que sea la frecuencia de la luz incidente, es posible sacar electrones de un metal.
b) Los electrones en el interior del metal tienen todos la misma energía.
c) Cuando se sacan electrones del metal, cuanto mayor es la frecuencia de la luz incidente, mayores son las energías con que los electrones abandonan el metal.
d) Cuanto mayor es la intensidad de la luz de una frecuencia dada que incide sobre la superficie, mayores son las energías con que los electrones la abandonan.
e) Cuanto mayor es la energía de un fotón, mayor es el número de electrones que éste puede sacar del metal.

5. La función trabajo del sodio es 2.3 electrón volts. Si es iluminado con luz de frecuencia 1.0×10^{-15} hertz, la energía máxima de los electrones será:
a) 4.3×10^{-19} J
b) 1.8 electrón volts
c) 6.4 electrón volts
d) 6.6×10^{-19} J
e) 8.9×10^{-19} J

ara contestar las Preguntas **16** a **18**, lea con atención
 siguiente texto:

ANTIMATERIA

a materia común, como la que se encuentra en el istema solar, por ejemplo, está constituida de átomos uyos núcleos están formados por protones y neutro-es, circundados por electrones.

Sin embargo, razonando mediante el principio de metría, que, de modo general, siempre se observa en os fenómenos naturales, los científicos suponen que eben existir regiones del Universo, probablemente en uestra galaxia misma, en las cuales la materia resente esté constituida por "antipartículas". Este ombre se da a las partículas elementales con propie-ades simétricas a las de las partículas elementales que onocemos. Así, el antielectrón sería el "positrón", artícula de la misma masa que el electrón y de carga el mismo valor, aunque positivo. Los físicos ya cons-ıtaron la existencia de esa partícula experimentalmente en ciertos tipos de desintegración. El "antiprotón", partícula semejante al protón, aunque con carga negativa, también ya se comprobó su existencia. Teorías modernas muestran que todas las partículas elementales tiene antipartículas (con excepción del fotón y del mesón π neutro) siendo, sin embargo, difícil constatar su presencia debido al fenómeno de la "aniquilación". Cuando una partícula encuentra su antipartícula (por ejemplo, el positrón con el electrón), se "aniquilan", es decir, desaparecen ambas y dan origen a la aparición de una cantidad de energía equivalente a la masa desaparecida, según la ecuación de Einstein: $E = mc^2$, *en que* m *es la masa desaparecida,* c *es la velocidad de la luz* ($c = 3 \times 10^8$ m/s) *y* E *es la energía equivalente a la masa* m.

La materia constituida de antipartículas se designa por "antimateria". Sus átomos tendrían núcleos negativos, formados por antiprotones y antineutrones, rodeados de positrones.

Especulaciones en torno a este tema, llevan a la suposición de la existencia de ciertas galaxias constituidas de antimateria, pero, hasta ahora no hay evidencias suficientes para confirmar esta hipótesis. En el encuentro de tal galaxia con otra constituida de materia común, habría un aniquilamiento total de la materia, con un desprendimiento descomunal de energía, miles de veces superior a una bomba de hidrógeno.

Por otra parte, ya se han probado experimentos para obtener partículas (la partícula normal y su antipartícula) a partir de una enorme concentración de energía. Este proceso solamente fue posible recientemente, con la construcción de aceleradores de partículas de altísimas potencias. Se supone que debido al Big-Bang este proceso haya ocurrido espontáneamente lo cual dio origen al Universo.

16. El helio es un elemento cuyo átomo tiene núcleo constituido por 2 protones y 2 neutrones, rodeado de electrones. El antihelio sería un átomo constituido por:
a) Núcleo de positrón rodeado de antiprotones y antineutrones.
b) Núcleo de antiprotones y neutrones rodeado por electrones.
c) Núcleo de antiprotones y neutrones rodeado por antielectrones.
d) Núcleo de antiprotones y antineutrones rodeado por positrones.
e) Núcleo de electrones rodeado por protones y neutrones.

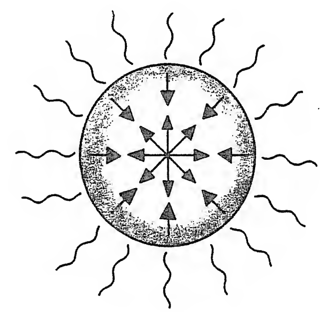
17. Un niño normal (masa 60 kg), en un viaje sideral, encuentra una "antiniña" (constituida de 60 kg de antimateria), la energía originada por su "aniquilación":
a) No podría calcularse sin que se conocieran características (temperatura, presión, posición, etc.) de la región del espacio donde ocurrió el encuentro.
b) Dependería de los tipos de las partículas y respectivas antipartículas constitutivas de los dos entes.
c) Sería del orden de 10^4 millones de J.
d) Sería del orden de 10^4 millones de kWh.
e) No estaría relacionada correctamente con ninguna de las alternativas anteriores.

18. Del texto puede concluirse, *excepto*:
a) No se comprobó experimentalmente la existencia de todas las antipartículas.
b) El fenómeno de aniquilación contraria el principio de la conservación de la materia (ley de Lavoisier).
c) Es posible que exista en el interior de la Tierra, alguna región constituida de antimateria.
d) El principio de la conservación de la energía solamente se verifica en el fenómeno de aniquilación suponiendo la materia equivalente a energía.
e) La colisión de nuestra galaxia con otra, constituida de antimateria, sería caótica.

Para contestar las Preguntas **19** y **20**, lea con atención el siguiente texto:

AGUJERO NEGRO

En cualquier estrella, por ejemplo, el Sol, ocurren siempre dos procesos importantes que determinarán su tamaño. Uno de esos procesos es la atracción gravitacional entre las partículas mismas que constituyen la estrella, que tiende a juntarlas en su centro, o que llevaría a la reducción sus dimensiones. El otro proceso son las reacciones que ocurren entre los núcleos de los átomos allí presentes. Estas reacciones son semejantes a las que ocurrirían en varias bombas de hidrógeno, tendiendo a estallar la estrella, lo que llevaría al aumento de sus dimensiones.



La figura anterior es un modelo de estos dos procesos: las flechas que señalan hacia adentro ilustran el proceso gravitacional y las que señalan hacia afuera representan el efecto de las explosiones nucleares. El tamaño de la estrella se estabiliza cuando ocurre el equilibrio entre estos dos procesos.

Para el caso del Sol, los investigadores de Astrofísica llegaron a la conclusión que en el futuro habrá un predominio de las explosiones atómicas, de modo que se expandirá y se transformará en un tipo de estrella conocido como gigante rojo. El Sol quedará tan grande que sus dimensiones se extenderán más allá de la órbita de la Tierra y, por tanto, nuestro planeta será "engullido" por él. Felizmente, eso ocurrirá, aproximadamente, dentro de ¡5 mil millones de años!

Cuando todo el combustible atómico del Sol se haya agotado, el gigante rojo, bajo la acción únicamente del proceso gravitacional, tendrá sus dimensiones reducidas notablemente. El Sol se transformará, entonces, en una pequeña estrella denominada enana blanca, *hasta alcanzar un último estadio, en el cual no emite ninguna radiación, por lo que puede llamarse* enana negra.

En estrellas que posean masa superior a casi cuatro veces la masa del Sol, las fuerzas gravitacionales entre sus partículas son muy grandes. En estas estrellas, el proceso de reducción de las dimensiones es mucho más drástico porque lleva a sus átomos a estar prácticamente unidos, ¡sin espacio entre ellos!... En tal estado, la materia está tan densa (comprimida) que la fuerza gravitacional que ejerce en su superficie se vuelve enorme: nada, ni la luz misma, logra escapar de esta acción gravitacional. Una estrella que sufre este proceso se denomina agujero negro.

Para que el Sol se vuelva agujero negro, su diámetro tendría que ser reducido a solamente 6 km (eso, como ya se vio, no ocurrirá con el Sol). La Tierra se podría transformar en un agujero negro si ¡toda su masa se concentrara en una esferita de 2 cm de diámetro!

Una persona que se aproximara a un agujero negro (esto solamente podría ocurrir con el avance de la astronáutica) sería "devorada" por él. ¡mucho cuidado! ¡No se acerque a un agujero negro!

19. Entre las afirmaciones siguientes señale la que está confirmada por el texto.
a) El Sol, *actualmente*, alcanzó una fase de equilibrio y presenta un tamaño definitivo cuyas dimensiones permanecerán invariables.
b) El Sol es un ejemplo de estrella que en el futuro se transformará en un agujero negro.

c) Al expandirse, el Sol podrá, en el futuro, sobrepasar dimensiones tales que la Tierra se incorporará a él y desaparecerá.
d) En el núcleo del Sol ocurren reacciones nucleares que transforman la materia en energía y así nunca se enfriará.
e) La gravitación manifestada actualmente por la masa solar ha provocado una reducción en sus dimensiones.

20. En relación con los "agujeros negros" el texto permite llegar a la conclusión, *excepto:*
a) Para que una estrella se transforme en agujero negro se necesita que su masa sea superior a casi cuatro veces la masa solar.
b) Los enormes valores de las fuerzas gravitacionales que se ejercen en las proximidades de los agujeros negros se deben a la extraordinaria densidad de la materia que los constituye.
c) El valor del campo gravitacional producido por un agujero negro es tan grande que las radiaciones luminosas mismas que podría emitir no pueden salir de su superficie.
d) Para que la Tierra pudiera transformarse en un agujero negro, toda su masa debería concentrarse en una pequeña esfera, menor que una pelota de ping pong.
e) Todos los cuerpos celestes, en un futuro remoto, se transformarán en agujeros negros.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. *a*) de *C* hacia *D*
b) *C*, positivo, y *D*, negativo
c) sentido *CFD*
2. *a*) de *D* hacia *C*
b) *D*, positivo, y *C*, negativo
c) sentido *DFC*
3. no, porque la fuerza magnética sobre los electrones desaparecería y serían atraídos por los protones, neutralizándolos
4. no, por que la fuerza magnética sobre los electrones sería nula
5. *a*) *C*, positivo, y *D*, negativo
b) *F*, positivo, y *G*, negativo
c) en serie
d) de *M* hacia *N*
6. *a*) $\theta = 0°$
b) $\phi = 2.1 \times 10^{-4}$ Wb
7. *a*) $\theta = 90°$
b) $\phi = 0$
c) sí
8. *a*) $\Delta\phi = 2.1 \times 10^{-4}$ Wb
b) 7×10^{-3} V
9. *a*) sí
b) no
c) no
10. *a*) sí
b) no
c) cero
11. *a*) 0.30 V
b) 0.75 A
12. *a*) 0.016 s
b) 0.008 s
c) no
13. *a*) disminuyendo
b) "entrante"
14. *a*) sentido *DFEC*
b) sí
15. *a*) "saliente"
b) crecería
c) "entrante"
16. *a*) contrario al que se muestra en la Figura 25-18
b) no, pues el flujo a través de la espira permanece constante
17. *a*) hacia arriba
b) disminuye
c) hacia arriba
d) sentido *CDFG*
18. *a*) sí
b) constante, pues la corriente en el primario es constante
c) no
19. *a*) sí
b) variable, pues la corriente en el primario es alterna (variable)
c) sí
20. *a*) primario: bobina de 2 000 espiras; secundario: bobina de 400 espiras
b) 24 V
21. 0.70 A
22. *a*) sí
b) contrario al sentido indicado en la Figura 25-21
c) contrario al sentido que se indica en la Figura 25-21
23. *a*) sí
b) no, pues el campo eléctrico no varía en el tiempo

24. *a*) disminuye
b) disminuye
c) sí
25. *a*) sí
b) habrá una onda electromagnética propagándose desde la antena
26. transversal
27. *a*) $f = 600$ kilohertz (kHz)
b) $v = 3.0 \times 10^8$ m/s
c) $\lambda = v/f$
d) $\lambda = 500$ m
28. ondas de radio, microondas, luz azul, ultravioleta, rayos X y rayos γ
29. *a*) igual
b) mayor
30. luz, es decir, los rayos laser son una radiación visible
31. radiación ultravioleta
32. menor
33. *a*) mecánica, térmica y nuclear
b) energía eólica, de las mareas, geotérmica, suministrada por motores diesel, etcétera
34. *a*) 20 A *c*) 50%
b) 1 200 W *d*) 1 200 W
35. *a*) 4.0 A *c*) 2%
b) 48 W *d*) 2 352 W
36. *a*) no, porque el transformador no funciona con corriente continua
37. *a*) significa "alto voltaje", que tiene como consecuencia reducción de corriente, disminuyendo las pérdidas por efecto Joule en la transmisión.
b) la facilidad con que su voltaje puede aumentarse o disminuirse mediante transformadores.
38. *a*) 3 veces
b) subestación de la planta — elevación
subestación de la ciudad — reducción
transformador de poste — reducción
c) disminuye; aumenta; aumenta
39. *a*) voltaje eficaz
b) voltaje continuo que, durante un periodo, disipa en una resistencia la misma cantidad de calor que el voltaje alterno
c) 308 V
40. *a*) 0.70 A *c*) 1 100 J
b) 0.50 A
41. *a*) uso de solamente dos cables y de menor diámetro
b) hay costos de rectificación y de posterior alternación
42. *a*) CA
b) sí
c) después de la elevación del voltaje
d) para que sea posible reducir su voltaje

Preguntas y problemas

1. *a*) en el lado derecho
b) 0.36 V
2. todas son correctas
3. *a*) disminuyendo
b) sentido *GFHD*
4. (d)
5. (d), (e)
6. todas son correctas
7. *a*) de *F* hacia *D*
b) repelido
8. 0.157 s
9. *a*) 110 V
b) 110 V
c) 220 V
10. *a*) 20 espiras
b) 5.0 A
c) 0.50 A
11. microondas
12. *a*) estas denominaciones se refieren a los valores de longitud de onda: λ (onda larga) > λ (onda media) > λ (onda corta)
b) onda corta
13. *a*) 0.02 N, hacia la izquierda
b) 0.10 J
c) 0.10 J
d) porque toda la energía mecánica transferida a la espira (trabajo realizado sobre ella) se transforma en calor por efecto Joule
14. *a*) 20 espiras
b) 5.0 A
c) 0.55 A
15. el transformador reduce el voltaje alterno a 12 V, y el rectificador hace que la batería reciba corriente continua (el reóstato sirve únicamente para controlar la intensidad de la corriente)
16. el circuito del primario es semejante al de un timbre (Problema 15 del Capítulo 24). Como este circuito se abre y se cierra sucesivamente en el contacto *C*, habrá un flujo variable en el secundario. Entonces aparecerá, en éste, un voltaje inducido de valor elevado, porque N_2 es mucho mayor que N_1
17. *a*) 4.0 A
b) cero
c) 4.0 A en sentido contrario a la corriente de (a)
18. *a*) 2.0 V *b*) 2.0 V
19. *a*) 2.0×10^{-2} C *b*) no
20. *a*) de *N* para *M* *b*) sí; no
21. *a*) antihorario *b*) horario
22. 1.0 A
23. 3.9×10^{26} W
24. menor, cualquiera que sea la dirección y el sentido del movimiento de la locomotora.

25. en el circuito cerrado, aparece una fuerza magnética que se opone a la rotación del generador
26. en II y en IV
27. *a)* en las situaciones I, II y III
b) menor
28. disminuye
29. *a)* $\varepsilon = 3b$ *b)* de M para N
30. *a)* $v = \sqrt{k_0/C_0}$ *c)* sí
b) $v = 3 \times 10^8$ m/s

Cuestionario

1. b
2. b
3. c
4. b
5. c
6. b
7. d
8. d
9. a
10. a
11. I. correcta: II. incorrecta; III. incorrecta
12. d
13. d
14. I. correcta; II incorrecta; III. incorrecta
15. a
16. b
17. I. correcta; II. incorrecta; III. incorrecta
18. d
19. I. correcta; II. incorrecta; III. incorrecta
20. I. incorrecta; II. correcta; III. correcta
21. I. correcta; II. incorrecta; III. incorrecta
22. a
23. c
24. d
25. a
26. e
27. d
28. c
29. b
30. c

Cuestionario de interpretación de textos

1. c
2. d
3. d
4. d
5. d
6. c
7. b
8. a
9. d
10. a
11. a
12. c
13. e
14. c
15. b
16. d
17. e
18. c
19. c
20. e

APÉNDICE F

LA NUEVA FÍSICA

"¿El universo? Este gran romance lleno de misterios aún sin resolver... No estamos ni siquiera seguros que puedan tener una solución definitiva..."

Albert Einstein

F.1 Una visión panorámica

En el curso se tuvo la oportunidad de tratar algunos aspectos de la Física y tecnologías modernas. En este texto se presenta, de manera sencilla y sucinta, una visión de conjunto de la Física que surgió en las últimas décadas del siglo XX y que, en realidad, llamará la atención de los científicos aún por mucho tiempo. Al entrar en contacto con esta "Nueva Física" podrá ocurrir que el lector se sienta motivado a continuar sus estudios en este fascinante campo del conocimiento o a participar como ciudadano esclarecido, en el direccionamiento del avance científico, contribuyendo con los científicos

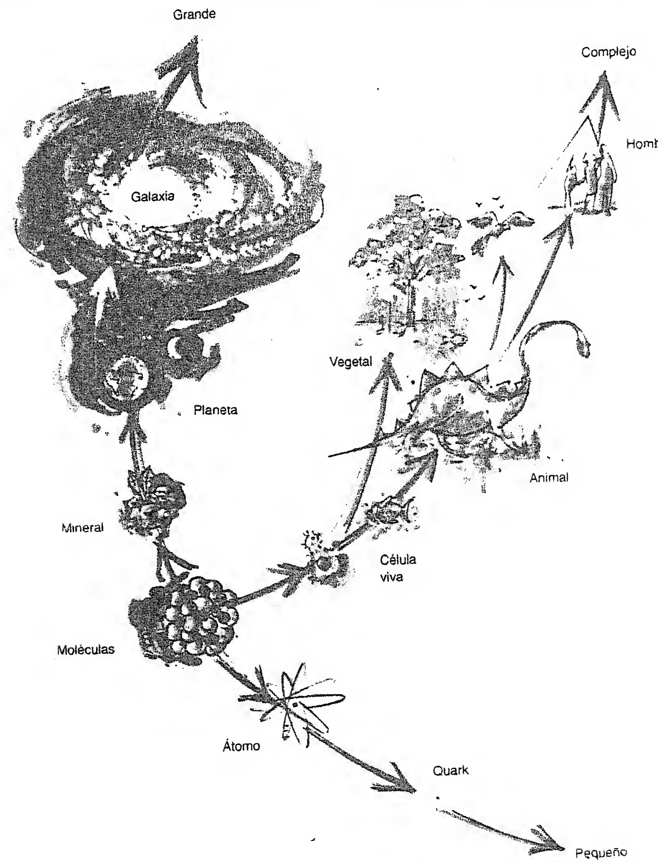


FIGURA F-1 La atención de los físicos en el siglo XXI se dirigirán a tres grandes áreas de esta ciencia: la "Cosmología", la "Física de Partículas" (también conocida como "Física de Altas Energías") y la "Física de las Estructuras Complejas" (incluyendo la "Física de Materia Condensada" la "Biofísica", la "Física de los Nuevos Materiales" y la "Física del Caos").

para que ese rumbo sea prioritario —la mejoría de las condiciones de vida de toda la humanidad— y se mantenga siempre.

❖ **Qué es la Nueva Física.** Las ideas de la *Teoría de la relatividad* y de la *Teoría cuántica* integran el campo de la Física denominado generalmente Física Moderna al cual ya se hizo referencia en varios temas tratados en nuestra obra "Física General". Sin embargo, la "Nueva Física", a la cual nos referimos ahora, a pesar que su estructura se fundamentó en aquellas teorías, va mucho más allá de ellas. Esta Física introduce innumerables ideas nuevas, incluyendo avances de carácter conceptual como prácticos, por lo que se convierte en una verdadera revolución en esta área. Esa revolución no se restringe a determinada rama definida de esta ciencia, como ocurría en la evolución de la Física. Es, por el contrario, muy amplia y se relaciona con temas muy diversos, pertenecientes a varias de aquellas ramas, tales como la Cosmología, la Física de Partículas, Física de los Materiales, etc. Además, el universo entero, desde los fragmentos menores de materia a los enormes conjuntos de galaxias, extendiéndose a los extraños comportamientos, de materiales diversos, inclusive de las células vivas, se convierte en dominio de esta Nueva Física (Figura F-1).

F.2 El mundo de lo muy pequeño — Cuáles son las partículas elementales

Como se vio, la palabra átomo significa indivisible (*véase* "Un tema especial" del Capítulo 12) pero, en realidad, desde el descubrimiento del electrón, a fines del siglo pasado, se sabe que el átomo está constituido por varias otras partículas, en una relación muy compleja, por lo que se constituye, en verdad, en un pequeño mundo en sí (*véase* Figura F-2). Los descubrimientos del protón y del neutrón (tema tratado en *Un tema especial* del Capítulo 10) demostraron que el núcleo mismo también es divisible. Por tanto, los conocimientos acerca del átomo a mediados del siglo XX, lo presentaban como que tenía una estructura compleja y las fuerzas nucleares fuertes y débiles, que se manifiestan entre las partículas que lo constituyen, no se comprendían bien (*véase* final de la Sección 25-5).

La gran fuerza que mantenía a los protones y a los neutrones unidos en el núcleo tampoco se explicaba. En 1935, el físico japonés H. Yukawa presentó una teoría en la cual la existencia de esta fuerza se atribuía a la acción de una partícula para la cual él propuso la denominación *mesón*. Sin embargo, sólo hasta 1947 la existencia de está partícula se comprobó. El físico brasileño César Lattes fue uno de los científicos que colaboraron en esa importante hazaña (*véase* Capítulo 23).

Muchas otras partículas se previeron y detectaron, tales como los neutrinos, los positrones nuevos tipos de mesón y otras antipartículas (antiprotón, antineutrones, etc.) y se llegó a detectar centenas de partículas (Figura F-3). La creencia, generalmente aceptada, de que la natu raleza no podría ser tan compleja y que los constituyentes básicos de la materia no podrían ser tan numerosos, llevó a la "Física de Partículas" a una situación caótica, sin que los científicos pudieran llegar a la conclusión de cuáles entre aquellos cientos de partículas conocidas, entonces, serían realmente elementales, esto es, cuáles serían de hecho indivisibles y estarían presentes en las estructuras de las demás. Actualmente, la situación ya cambió totalmente y, por lo que todo indica, hay evidencias suficientes para llegar a esa conclusión. Es posible demostrar, por las reacciones que ocurren en los aceleradores de partículas (*véase* "Un tema especial" del Capítulo 23) que muchas de aquellas partículas, supuestas anteriormente elementales, están constituidas por la asociación de otras. Por ejemplo, el protón, el neutrón y otras partículas pesadas, denominadas genéricamente *hadrones*, presentan una estructura interna integrada por otras, más livianas y realmente elementales, denominadas *quarks*. Además de los *quarks*, los *leptones* (denominación genérica de las partículas livianas), tales como el electrón, o positrón, el neutrino y otras,

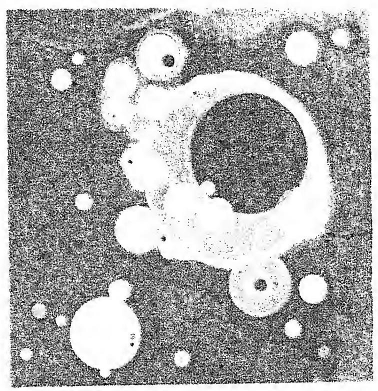


FIGURA F-2 Esta bella obra de Vassily Kandinsky, conservada en el museo Guggenheim de Nueva York, fue seleccionada por los organizadores del proyecto "Danza del Universo" para ilustrar una visión de la constitución atómica de la materia. *Nota*: En este proyecto, que se promovió para divulgar ideas relacionadas con la Física de Partículas, se formó una exposición itinerante integrada por reproducciones de obras de arte moderno para ilustrar conceptos científicos de la actualidad. Esta propuesta de los organizadores de la exposición se hizo suponiendo que hay, siempre, una relación entre el arte y la ciencia de una época determinada.

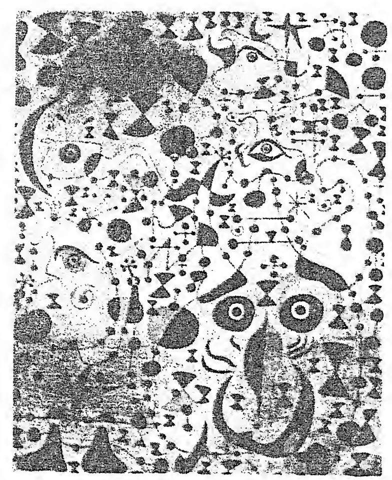


FIGURA F-3 Obra de Joan Miró, expuesta en el Museo de Arte Moderno de Nueva York, también incluida en la exposición "Danza del Universo". Se escogió para ilustrar el gran número de partículas, en principio consideradas elementales que, en la primera mitad del siglo XX, se suponía que constituía la materia presente en el universo.

son también partículas elementales, es decir, no tienen estructura y son, por tanto, indivisibles.

La "Física de Partículas" (o "Física de Alta Energía", como también se acostumbra llamar esta rama de la Física) es, probablemente, la rama más espectacular de la "Nueva Física". Las investigaciones en esta rama se realizan con ayuda de enormes aceleradores cada vez más potentes (*véase* "Un tema especial" del Capítulo 23 y Figura IV), cuya construcción exige incalculables gastos, los cuales, por lo general, no puede aportarlos solamente un país. Este proyecto demanda la participación de varias naciones, en un grado de colaboración que no era usual en el avance de la ciencia (hasta entonces las investigaciones científicas las realizaban los investigadores de un país dado en sus laboratorios), cada experimento lo realizan cientos de físicos, ingenieros y técnicos, que se asocian durante varios años.

❖ **En el interior de los hadrones.** Como ya se indicó, los *hadrones* no son partículas elementales, pero los leptones no presentan estructura interna por lo que se comportan prácticamente como puntos materiales. El físico estadunidense Murray Gell-Mann, en 1963, propuso una teoría en la cual los hadrones se

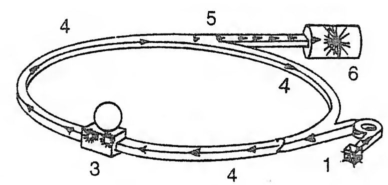


FIGURA F-4 En un acelerador de partículas se producen altísimas energías (se aceleran millones de protones o electrones hasta alcanzar velocidades próximas a la de la luz). Las partículas aceleradas se usan para bombardear otras partículas, y de estos violentos choques se originan nuevas partículas. En el esquema de un acelerador de protones, mostrado en la figura, se ve: (1) preparación de los protones; (2) inyección de los protones en el arillo acelerador; (3) aceleración de protones por la aplicación de un voltaje; (4) después que el protón efectúa millones de vueltas alrededor del arillo es impulsado; (5) partículas blanco que bombardeará el protón a alta velocidad.

presentaban como partículas compuestas en cuya estructura se encontraban partículas elementales aún desconocidas, con una característica totalmente inédita: su carga eléctrica sería una fracción de la carga del electrón o del protón. Gell Mann las denominó *quarks*, casi como si fuera una broma, ya que la palabra la tomó de la obra "Finnegans Wake", del escritor James Joyce, presentándola como una creación de este escritor, con significado restricto solamente a aquel trabajo (de manera general las denominaciones dadas a las partículas que constituyen la materia se derivaban de palabras griegas o latinas, relacionadas con alguna propiedad de estas partículas). A pesar de esto, la denominación propuesta por Gell-Mann tuvo aceptación y empezó a utilizarse, sin restricciones, y ahora está aceptada universalmente. Algunas de las previsiones de Gell-Mann, referentes a la existencia de estructura en los hadrones, se confirmaron y en 1969 él obtuvo el premio Nobel de Física. Más de una especie de quark tuvo que ser prevista (en total 12) para que, agrupándolos convenientemente, fuera posible montar la estructura de los innumerables hadrones y de otras partículas no elementales conocidas en aquella ocasión. En la Tabla I pueden identificarse estos tipos de quarks y sus propiedades. Observe allí la característica de los quarks, ya mencionada: el valor de la carga eléctrica de cada uno y una fracción de carga eléctrica elemental (carga del electrón).

TABLA I

Quarks			
Nombre	Símbolo	Masa en GeV/c^2	Carga
up	u	4×10^{-3}	2/3
down	d	7×10^{-3}	–1/3
charm	c	1.5	2/3
strange	s	0.15	–1/3
top	t	> 89	2/3
bottom	b	4.7	–1/3

Observación: Para cada una de esas partículas existe su correspondiente antipartícula.

Leptones			
Nombre	Símbolo	Masa en GeV/c^2	Carga
electrón	e	5.1×10^{-4}	–1
muón	μ	0.106	–1
tau	τ	1.784	–1
neutrino del electrón	ν_e	$<2 \times 10^{-8}$	0
neutrino del muón	ν_μ	$<3 \times 10^{-4}$	0
neutrino del tau	ν_τ	$<4 \times 10^{-2}$	0

Observación: Para cada una de esas partículas existe su correspondiente antipartícula.

Con la propuesta de la existencia de esos tipos de quarks es posible combinarlos para obtener la estructura de todas las partículas (pesadas y medias conocidas). Por ejemplo, para obtener la estructura de un protón se debe recurrir a dos quarks *u* y uno *d*, originando una carga total (2/3) + (2/3) + (–1/3) = 1 como se esperaba (Fig. V). A su vez un neutrón estaría constituido por un quark *u* y dos *d*, siendo entonces su carga total (2/3) + (–1/3) + (–1/3) = 0 (*véase* Figura F-6).

Aunque no haya sido posible, aún, observar aisladamente un quark, pues sólo hay evidencias indirectas de su existencia real, la teoría de Gell-Mann tiene aceptación universal. Se espera que a principios del siglo XXI, contando con los recursos experimentales más modernos los científicos puedan comprobar definitivamente la adecuación de la teoría de los quarks para describir la estructura de la materia.

Sin embargo, actualmente, ya se puede prever que en cada protón y en cada neutrón los quarks chocan constantemente y se desplazan a una velocidad cercana a la de la luz. A tales velocidades ocurren fenómenos poco comunes en el mundo macroscópico, para cuya descripción los científicos necesitan recurrir a la "mecánica cuántica" y a la "teoría de la relatividad". La energía se transforma en materia en choques

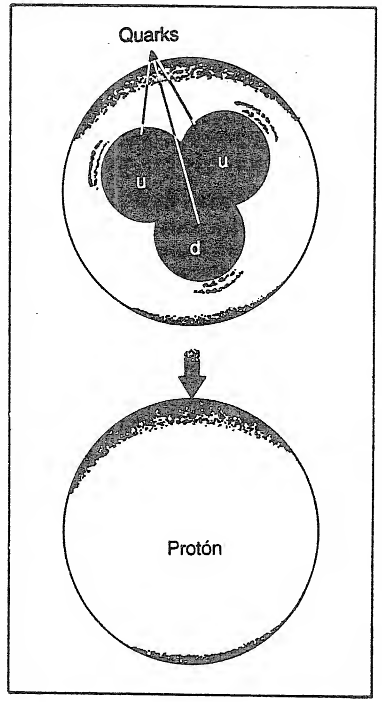


FIGURA F-5 La estructura de un protón, probablemente, está constituida por dos quarks "up" y un quark "down".

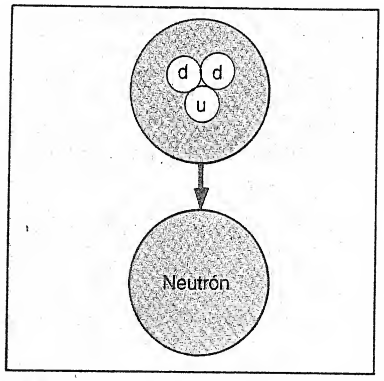


FIGURA F-6 La estructura de un neutrón está constituida, probablemente, por una quark "up" y dos leyendas neutrón inverso "down".

de increíble violencia entre los quarks y entonces surge un nuevo quark y un antiquark (*véase* pregunta del texto acerca de la antimateria). A su vez, cuando esas partículas se encuentran ambas desaparecen y se transforman en energía. Por tanto, los quarks y antiquarks *aparecen, se encuentran* y *desaparecen* sin cesar pero, curiosamente, en este caos reina cierto orden: hay siempre tres quarks además de los antiquarks en la estructura tanto del protón como del neutrón.

F.3 El mundo de los muy grandes

❖ **La nueva teoría gravitacional.** Como se indicó en el Capítulo 7, Newton, al establecer la ley de la gravitación universal usó como actividades de laboratorio, para comprobar sus ideas, las determinaciones de las órbitas de los planetas del sistema solar. Actualmente, esas ideas han cambiado y ampliado por la teoría de la gravitación propuesta por Einstein, en 1915, conocida como teoría de la relatividad general (*véase* referencia en *Un tema especial* del Capítulo 6). Es con base en esta teoría que, aún hoy, los científicos interpretan no sólo los fenómenos que ocurren en el sistema solar, sino en todo el universo. El laboratorio de la teoría gravitacional se amplió para incluir distancias fantásticas y nuevos objetos astronómicos, tales como agujeros negros, estrellas de neutrones, galaxias y quasares. Los significativos avances en la construcción de telescopios, en la electrónica moderna, en las computadoras y en los vuelos espaciales transformarán las investigaciones referentes a la gravitación, confinadas hasta entonces casi exclusivamente a estados teóricos, en un enorme intento experimental. En este campo, una de las ideas que han llamado mucho la atención, es la búsqueda de una *radiación gravitacional,* es decir, de la existencia de ondas gravitacionales que serían emitidas por la materia (de manera semejante a la emisión de ondas electromagnéticas por las cargas eléctricas). Todo indica que la preocupación por verificar la existencia de esas radiaciones gravitacionales será uno de los principales objetivos de la investigación en el campo de la "Nueva Física" a

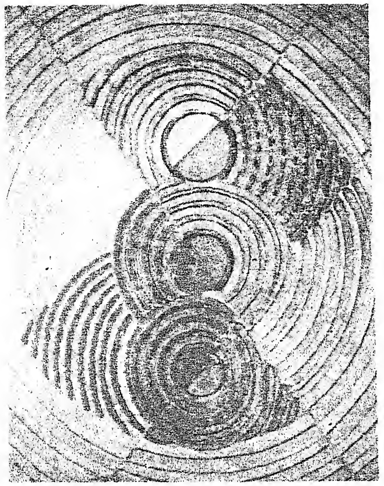


FIGURA F-7 Obra de Robert Delaunay, de colección particular, seleccionada para el Proyecto "Danza del Universo" a fin de ilustrar los tres quarks presentes en las estructuras de los hadrones.

principios del siglo XXI, abriendo, así, una nueva y amplia ventana al conocimiento del universo.

❖ **El avance de la Cosmología.** El estudio de la estructura de la evolución del universo se logra en una rama de la Física denominada *Cosmología* (*cosmos* = universo + *logos* = estudio). Desde los tiempos de la antigua Grecia ese estudio preocupaba a los filósofos, y ocupaba un sitio destacado en el campo de la llamada "Filosofía Universal". Sin embargo, en los últimos tres siglos se ha presentado como una rama de poca importancia de la teoría de la gravitación, con objetivos meramente especulativos. Dos importantes descubrimientos modificaron completamente esta situación. El primero, que ocurrió al final de la década de los años 20, lo constató el astrónomo E. Hubble (Figura F-8) y fue que el universo está en expansión (*véase* "Un tema especial" del Capítulo 17). Este descubrimiento llevó a la idea de que el universo tuvo un principio y, por tanto, tiene una edad finita. De allí surgieron teorías, la más aceptada es la que atribuye ese inicio a una *gran explosión*, conocida mediante la expresión en inglés de "Big-Bang". El segundo descubrimiento ocurrió

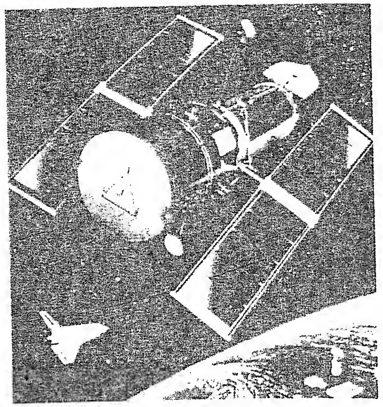


FIGURA F-8 El telescopio espacial de Hubble, de la NASA (nombre dado en homenaje al astrónomo que logró percibir que el universo está en expansión), lanzado hace casi dos años y que permanecerá en órbita durante 15 años, realizando en el espacio observaciones ópticas y ultravioletas, con el fin de proporcionar datos para las investigaciones realizadas por los astrofísicos.

en 1965 cuando dos científicos, Robert Wilson y Arno Penzias, comprobaron la existencia de una radiación cósmica que parece circundar al universo desde su creación y que se cree haya sido originada por la explosión mencionada. El hecho que esta reacción sea considerada como un "eco" (Figura F-9) que ha sido transmitido hace casi veinte billones de años (edad del universo) es aceptado como una evidencia de que dicha explosión realmente ocurrió.

❖ **Origen del universo — Big-Bang.** Según la teoría del Big-Bang se pretende descubrir lo que habría ocurrido después de la gran explosión, con base en conocimientos actuales de la Física. Hasta 10^{-45} s después de la explosión inicial, la temperatura sería tan alta la densidad de energía tan elevada que los científicos no se arriesgan a formular hipótesis acerca de lo que ocurrió en este intervalo. Mientras tanto, el universo se enfrió rápidamente y, después de una fracción de segundo, lo que había era un mar de quarks en estado libre. Un millonésimo de segundo después, los quarks empezaron a agruparse para formar hedrones. Cuando el

FIGURA F-9 Arno Peuzias y Robert Wilson posan frente a la antena con la cual detectaron, accidentalmente, las "microondas de fondo" (radiaciones térmicas que quizás originaron la explosión llamada Big-Bang).

universo alcanzó la edad de tres minutos, los núcleos atómicos más sencillos empezaron a formarse. Centenas de miles de años después, los electrones empezaron a circular en torno a los núcleos, lo que originó los primeros átomos. En seguida, la materia empezó a condensarse en determinadas regiones, de manera uniforme, iniciando la formación de estrellas y galaxias (Figura F-10). El universo empezó a tomar la forma con la cual se conoce ahora. Los científicos llegaron a la conclusión que desde la gran explosión hasta nuestros días deben haber transcurrido casi ¡20 billones de años! (este valor se obtuvo mediante varios métodos).

Wilhelm Eduard Weber (1804-1891). Físico alemán, que junto con Gauss, estudió el magnetismo terrestre. En 1833 inventó un tipo de telégrafo. La unidad de flujo magnético recibió su nombre debido a los numerosos trabajos que realizó en este campo de la ciencia.

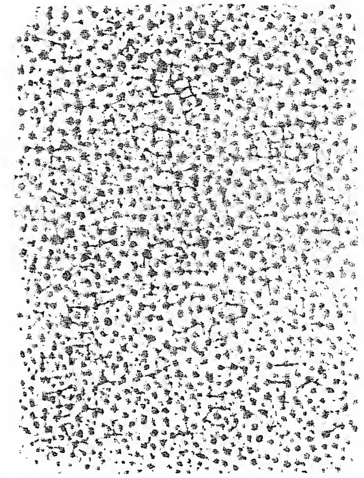


FIGURA F-10 Obra de Mark Tobey, seleccionada por los organizadores, de la exposición "Danza del Universo", para ilustrar las partículas que forman el universo y las fuerzas que las unen.

Aún existen muchos misterios sin descifrar acerca de este amplísimo campo de estudio: cómo era el universo antes de la Big-Bang, mayores evidencias para aceptación de esta teoría, cómo ocurrió, en realidad, la evolución del cosmos y su constitución actual, la existencia de vida en otras galaxias, previsiones acerca del futuro, etc. Los científicos contemporáneos y del siglo XXI, tendrán mucho trabajo por delante...

F.4 El mundo de las estructuras complejas

❖ **Otra dirección en el campo de estudio de la Física.** Como ya se mencionó, el universo totalmente constituido, poco después de la Big-Bang, sólo de partículas muy pequeñas, fue organizado de modo cada vez más complejo; del caos inicial a las partículas elementales, de éstas a los átomos, de allí a las moléculas y finalmente a la vida, con la aparición de los organismos desarrollados. Los sistemas complejos solamente empezaron a ser analizados sistemáticamente por los físicos hace relativamente

poco tiempo (Figura F-11). Gran parte de la profundidad de este estudio fue propiciada por el avance de las computadoras electrónicas. Esos equipos hicieron posible tratar temas que incluyen un elevado número de parámetros relacionados con estos sistemas, lo que exige un tratamiento matemático que únicamente puede concretizarse después de la creación de las grandes calculadoras. Evidentemente, muchos otros instrumentos, laboratorios modernos y técnicas avanzadas se necesitan en las investigaciones en este campo y no es difícil percibir un enorme equipo humano que colabora en estas actividades.

Los físicos reconocen, aun hoy, su desconocimiento acerca de aspectos diversos del comportamiento de los sistemas complejos, tales como los copos de nieve, organismos vivos en general, condiciones atmosféricas y del tiempo, etc. Por otro lado, ellos nunca admiten que el estudio de cualquiera de estos fenómenos esté, en principio, fuera del dominio de esta ciencia. Algunos de estos investigadores afirman, con certeza, que cualquier fenómeno que

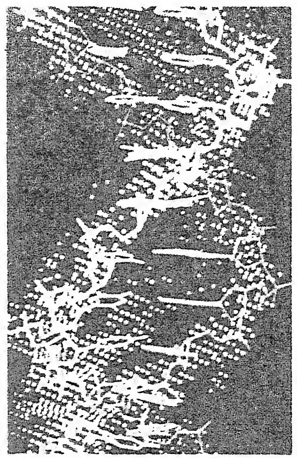


FIGURA F-11 Existen innumerables fenómenos complejos que ocurren en nuestra vida cotidiana, aún sin analizar. La información referente a los organismos vivos, por ejemplo, su patrimonio genético, solamente comenzó a entenderse mediante el estudio de las macromoléculas de ADN (el conjunto de estas moléculas forma el genoma, constitución genética total del individuo) cuya simulación, mediante computadora, se presenta en esta figura.

ocurra en la naturaleza puede explicarse con la aplicación de las leyes de la Física, puesto que se conocen las condiciones iniciales y del medio en que esto ocurre, además de las restricciones a que está sometido.

❖ **La tendencia a la auto-organización de los sistemas complejos.** Uno de los aspectos intrigantes de los sistemas complejos es que pueden presentar comportamientos coherentes, que incluyen todo organismo (por ejemplo, las funciones realizadas por los órganos del cuerpo humano), utilizando sólo fuerzas naturales, que revelan extraordinaria organización para realizar actividades altamente cooperativas.

Algunos ejemplos de sistemas auto-organizados que se han investigado con insistencia en el campo de la Física son: la superconductividad (ya tratada en el Capítulo 25) y la superfluidez (de la cual se hablará más adelante). El fenómeno mismo de convección, que un líquido presenta al ser calentado (*véase* Capítulo 13, Sección 13-2), es un ejemplo de organización espontánea, en la cual un gran número de moléculas se mueven en conjunto, como si obedecieran una orden invisible.

Esa tendencia a la auto-organización, de la materia y de la energía, la señaló Hilya Prigione y sus colaboradores, quienes estudiaron el comportamiento de los sistemas alejados del balance termodinámico: muchos de estos sistemas forzados a alejarse de la situación de balance, alcanzan, repentina o espontáneamente, nueva fase con alto grado de ordenamiento. Estos fenómenos ponen en duda el espíritu de la segunda ley de la termodinámica que prevé para el universo una tendencia a la desorganización, aunque no presenten una contradicción a ella, ya que los sistemas auto-organizados están abiertos siempre a sus proximidades. Por tanto, el ordenamiento de los sistemas puede justificarse por el aumento de entropía de esas proximidades (*véase* Apéndice C). A Prigione y sus colegas se debe el crédito de que con estos trabajos iniciaron nada menos que un cambio de paradigma en este campo del conocimiento.

Los fenómenos biológicos que son, en realidad, los ejemplos más espectaculares de auto-organización y de los sistemas complejos, evidentemente ya los han alcanzado los biólogos

desde hace mucho tiempo. Sin embargo, sólo hasta recientemente, esos fenómenos pasaron a ser investigados por los físicos y dieron origen a una rama distinta de la "Nueva Física". Muchos de esos físicos creen que, en el futuro, muchos hechos relacionados con la vida, aún hoy mal descritos, se revelarán y analizarán a fondo para el aprovechamiento de los procesos descubiertos en esta nueva rama.

❖ **El helio tomado como modelo para el estudio de materiales complejos y la superfluidez del helio líquido.** El estudio del comportamiento del elemento helio ha sido ejemplo para comprender las propiedades fundamentales de la materia. El átomo de hidrógeno ya se conoce a fondo, y es posible calcular, prácticamente, cualquier detalle de su comportamiento. Sin embargo, por ser un átomo muy sencillo, no puede tomarse como modelo para el estudio de otros materiales cuyos átomos se presentan como un caso intermedio entre el hidrógeno y otros más complejos, su comportamiento ha sido minuciosamente analizado por investigadores actuales y, hace más de 50 años, situaciones sencillas de este comportamiento del helio (principalmente del helio líquido) han colaborado al avance de la "Física de la Materia Condensada", que es una de las ramas importantes de la Física Moderna y, en realidad, continuará teniendo una significativa importancia en el campo de la "Nueva Física". Mediante el estudio del helio ha sido posible lograr avances y explicaciones referentes a varios fenómenos complejos, tales como las transiciones de fase de la materia (puntos críticos y cambios de estado del orden de los átomos), formación de las superficies cristalinas, la evaporación y turbulencia de los líquidos, el paso de estados en que un líquido "muele" perfecta o parcialmente una superficie y el fenómeno de la cavilación (formación de bolas que aparecen espontáneamente en los torbellinos que se forman cuando el fluido es despresurizado, fenómeno observado, por ejemplo, atrás de las hélices de los aviones que causa su desgaste y produce intensos ruidos).

Entre las varias propiedades poco comunes que presenta el helio (no ligarse químicamente a otro átomo), dificultad para ionizarse, débil polarización en presencia de un campo eléctrico) se examinará su superfluidez en el estado líquido (Figura F-12). El helio, licuificándose a temperatura de 4.2 K a presión normal, cuando se le somete a temperaturas cercanas a 2 K, se vuelve superfluido y se presenta, entonces, como el más frío, el más puro (puede obtenerse con 3 átomos de impureza en 10^4 átomos de He_4, lo que significa un nivel excepcional de pureza) y el más ordenado entre los líquidos. El descubrimiento de la superfluidez del helio realizado por el físico ruso Piotr Kapitza lo llevó a recibir el premio Nobel de Física en 1978. Antes de él, el físico Lev Landau, también soviético, en 1962, recibió dicho premio por la explicación del fenómeno de la superfluidez a la luz de las leyes de la Física Cuántica.

Mediante el análisis de las influencias de variaciones de la temperatura y de la presión y de impurezas en el comportamiento del helio líquido, fue posible estudiar fenómenos muy complejos que ocurren, también, con otros materiales, principalmente en las cercanías de las transiciones de fases. Varios de esos fenómenos que aparentemente no tenían entre sí relación algu-

FIGURA F-12 El "efecto de fuente", presentado por el helio líquido superfluido: el líquido se escurre sin presentar cualquier viscosidad aparente, sube en forma de película por las paredes del recipiente que lo contiene y brota espectacularmente.

ıa, pudieron describirse por el sistema de ecuaciones, y se comprobó la universalidad del comportamiento de la materia, es decir, que en principio, sus bases pueden describirse por las mismas leyes.

Comportamiento caótico de la naturaleza. La complejidad de un sistema está, casi siempre, relacionada con el número elevado de grados de libertad que pueda tener. Es fácil prever que un sistema constituido por 10^{23} átomos (que es el número de átomos contenidos en un mol de una sustancia cualquiera, como se vio en el Capítulo 12) tenga un comportamiento complicado, pero ya se mencionó en este texto, que en ciertas circunstancias, puede auto-organizarse y tender a una situación en que gran número de átomos se mueven conjuntamente, en cooperación mutua. Lo que intuitivamente no se espera es que, inclusive en sistemas muy sencillos, a veces con sólo uno o dos grados de libertad, puedan comportarse de manera muy compleja. Consideremos el ejemplo de un péndulo que pueda oscilar tanto en dirección Norte-Sur, como en la Este-Oeste, es decir, un péndulo cónico. Si el péndulo fuera impulsado con una fuerza periódica (para vencer la fricción) con frecuencia igual a su frecuencia natural, se adaptará a un tipo de oscilación que pueda preverse siempre y que se repetirá indefinidamente, es decir, su movimiento es determinístico y puede preverse por las leyes de la Física. Sin embargo, si la frecuencia propulsora se aumentara un poco, algún hecho extraordinario ocurrirá: el péndulo no oscilará más en su frecuencia natural y empezará a girar desorganizadamente, de manera imprevisible por lo que será imposible saber cómo se moverá en un instante posterior. Entonces, se dice que dejó de ser determinístico y alcanzó un comportamiento caótico. El péndulo puede, entonces, presentar comportamiento determinístico o caótico. Esto depende de la propulsión que se le dé y pequeñas alteraciones en esas condiciones pueden llevar a una pérdida total del poder de previsión de las leyes de la mecánica aplicables a él. El comportamiento caótico se ha encontrado con frecuencia en una amplia gama de sistemas. Algunos ejemplos más conocidos incluyen fluidos en escurrimiento turbulento, condiciones atmosféricas, fibrilación cardiaca, goteo de una llave, población de insectos, reacciones químicas, etc. Existen algunos aspectos universales que están presentes siempre que se alcanzan ciertas situaciones caóticas (Figura F-13). Aunque el *caos* represente la ruina de la ciencia predictiva, cierto orden matemático puede encontrarse subyacente a él. En realidad, caos y auto-organización acaban relacionados, porque se ha observado que si un sistema pasa por una transición de auto-organización tiende a pasar, también, por transiciones que llevan a un comportamiento caótico.

Bertrand Russell (1872-1970). Famoso matemático y filósofo inglés, que puede considerarse como un ciudadano del mundo. Fueron pocos los aspectos sociales, políticos y morales de nuestra sociedad que escaparon al estudio objetivo, claro y profundo de Russell. En sus numerosas obras trata una gama enorme de temas objeto de controversia, y nos indica rumbos y soluciones. Fue decidido luchador por la paz mundial y por el desarme nuclear, por lo cual estuvo preso por su participación en estos movimientos.

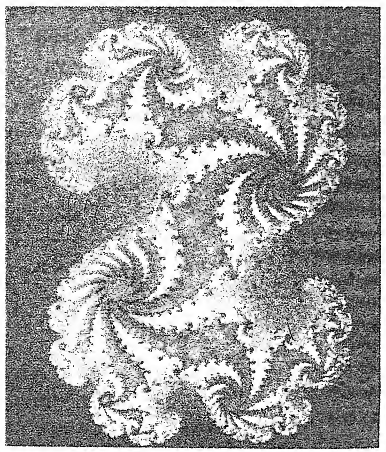


FIGURA F-13 Una bella figura de Caos, obtenida mediante simulación en computadora. Observe que la misma forma se repite en varias escalas.

El comportamiento caótico de la naturaleza, a pesar de ser muy común, se veía hasta hace algunos años atrás, como verdadero enigma, o inclusive como monstruosidad. En la década de los años 70, algunos científicos (matemáticos, físicos, biólogos y químicos) comenzaron a encontrar el camino en medio de aquellos desórdenes. Uno de los pioneros en las investigaciones fue el físico estadunidense Mitchell Feigenbaun, del laboratorio de "Los Alamos".

El helio líquido también se utiliza como modelo para estudios de sistemas de caos. Experimentos realizados por el físico francés Albert Libchaber al calentar helio lentamente en una caja pequeña, a partir de temperaturas próximas a 2 K, permitieron realizar un estudio detallado de las transiciones de fase por las que él pasaba, sometido a variaciones de temperatura muy pequeñas entre las capas (inferiores a 0.001°C), proviniendo de un estado en que se presenta una convección estable, hasta alcanzar grandes turbulencias (un estado caótico, tal como Feigenbaun había previsto).

El estudio de sistemas complejos, sin duda, se encuentra en fase incipiente y hay un amplio horizonte de fenómenos aún sin investigar.

Al finalizar esta síntesis acerca de las probables áreas de investigación que surgirán en el campo de la Física, en el siglo XXI, no se puede dejar de mencionar un aspecto que ya se señaló en diversas oportunidades en nuestro curso: la necesidad de una lucha de la comunidad como un todo, científicos, autoridades y ciudadanos comunes, para que las investigaciones científicas avancen teniendo como objetivo sobre todo lograr mejores condiciones de vida para la humanidad y para que sus conquistas se distribuyan equitativamente entre las naciones, sin discriminación de poder político o económico, raza, color, sexo o religión. Con la esperanza que esta situación se alcance en poco tiempo y que los abusos que se observan puedan desaparecer, terminamos transcribiendo las palabras alentadoras del notable matemático y filósofo Bertrand Russell: *El poder de la humanidad que creó este inmenso campo del saber ha de tener fuerzas para llevarlo por buen camino.*

APÉNDICE G

Los temas aquí analizados se incluyeron en forma de apéndice porque consideramos que deben tratarse en el programa del curso si el profesor está seguro de que no se sacrificarán otros temas fundamentales de la Física, o de mayor interés para el alumno, que se abordan en capítulo siguientes.

G.1 Capacitores

❖ **Qué es un capacitor.** Un dispositivo que se utiliza mucho en algunos circuitos es el llamado *capacitor* (o condensador eléctrico).* Este elemento está constituido por dos cuerpos conductores separados por un aislante: los conductores se conocen como *armaduras* (o placas) del capacitor o condensador, y el aislante es su dieléctrico. Se acostumbra denominar a estos aparatos de acuerdo con la forma de sus armaduras. De esta manera, se tiene el *capacitor plano* (Fig. G-1), el *capacitor cilíndrico* (Fig. G-2), el *capacitor esférico*, etc. El dieléctrico puede ser un aislante cualquiera como vidrio, parafina, papel, etc., y muchas veces es el aire. En los diagramas de circuitos eléctricos, un capacitor

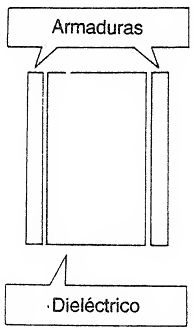


FIGURA G-1 Un capacitor está constituido por dos placas conductoras separadas por un dieléctrico.

* **N. del R.** Originalmente, a este aparato se le llamó "condensador" por su efecto acumulativo de la carga eléctrica, y a su propiedad característica "capacidad electrostática".

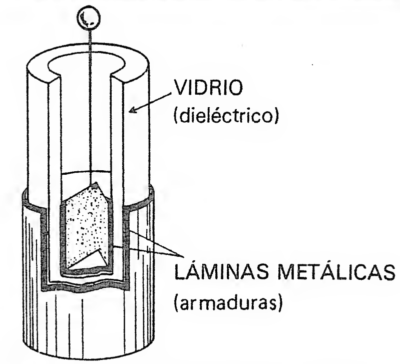


FIGURA G-2 Condensador cilíndrico, construido por primera vez en la ciudad de Leyden Neerlanda (Holanda), y por ello denominado "botella de Leyden".

se representa en la forma que se indica en la Figura G-3.

En la Figura G-2 mostramos uno de los primeros aparatos de este tipo, que fue construido en la ciudad neerlandesa de Leyden, y se le llama aún "botella de Leyden". Sus armaduras son unas láminas metálicas que recubren el recipiente por dentro y por fuera, y el dieléctrico es el propio vidrio de la botella. Estos antiguos aparatos ocupan un volumen muy grande en comparación con los modernos condensadores que se emplean en la actualidad.

❖ **Capacitancia de un capacitor.** Por ejemplo, consideremos un capacitor de placas o armaduras planas, y conectemos éstas a los polos de una batería, como muestra la Figura G-4. En virtud de esta conexión, tales placas captarán carga eléctrica: la armadura A, conectada al polo positivo, recibe una carga $+Q$, y la armadura B, conectada al polo negativo, una carga $-Q$. Decimos entonces que el condensador quedó cargado con una carga Q. Es fácil concluir que, en estas condiciones, entre las armaduras del capacitor hay una diferencia de

FIGURA G-3 En un circuito eléctrico, un capacitor (o condensador) se representa con el símbolo indicado en esta figura.

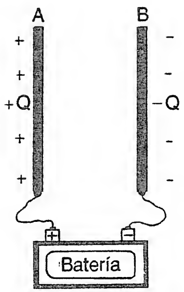


FIGURA G-4 Las armaduras de un capacitor reciben cargas eléctricas cuando se conectan a los polos de una batería.

potencial V_{AB}, igual a la que existe entre los polos de la batería.

También podemos observar que si el condensador se conectara a otra batería de mayor voltaje, la carga que las placas adquirirían sería mayor. Pero, se observa que para un capacitor determinado, la relación entre la carga Q adquirida, y la diferencia de potencial V_{AB} establecida, es constante. Esta magnitud, denominada *capacitancia* (o *capacidad*) del condensador, es característica del aparato, y se representa con el símbolo C. Así pues,

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

En el SI, al medir la carga en coulombs y la tensión en volts, la capacitancia resulta en *farads* (símbolo: F) Entonces,

$$1\ \text{F} = 1\ \text{C/V}$$

En resumen:

> la capacitancia (o capacidad) C de un capacitor (o condensador) se obtiene dividiendo la carga Q, establecida en sus armaduras, entre el voltaje que se les aplica. La expresión de esta cantidad es
>
> $$C = Q/V_{AB}$$
>
> La unidad de capacitancia en el SI, es el farad (1 F = 1 C/V).

❖ **Comentarios.** 1) Cuando decimos que un capacitor posee una carga Q, únicamente nos estamos refiriendo a la carga en una de las armaduras. La carga total es evidentemente nula, pues tendremos una carga $+Q$ en una placa, y una carga $-Q$ en la otra.

2) La unidad farad (coulomb/volt) es muy grande, pues difícilmente podríamos obtener un condensador que al recibir la carga de 1 coulomb en sus armaduras, únicamente adquiriese una tensión de 1 volt. La unidad más empleada en la práctica, es decir, al medir las capacitancias más comunes en laboratorios y talleres, es el *microfarad*, que se representa por μF. El microfarad es un submúltiplo del farad, tal que 1 μF = 10^{-6} F.

3) Debemos observar, por la expresión que define la capacitancia, $C = Q/V_{AB}$, que para un cierto voltaje aplicado a las armaduras, cuanto mayor sea la capacitancia tanto mayor será la carga acumulada en ellas. Por este motivo se dice que un condensador es un "almacenador" de carga eléctrica, y cuanto mayor sea su capacidad, tanto mayor será la carga que podrá almacenar.

4) La propiedad del capacitor de ser un almacenador de cargas eléctricas, posibilita su utilización en los circuitos de radios, televisores, calculadoras de bolsillo, etc. En general, estos aparatos son tan importantes en los circuitos electrónicos, que su industria ha seguido el gran desarrollo científico y tecnológico del mundo moderno, presentando continuamente modelos cada vez más perfeccionados. En la Figura G-5 mostramos la foto de un osciloscopio, aparato muy empleado en los laboratorios de electrónica, y en cuyos circuitos se utilizan varios capacitores.

❖ **Factores que influyen en la capacitancia.** Como vimos, la capacitancia de un condensador es una constante característica del aparato. Así pues, depende de ciertos factores propios del capacitor, que examinaremos a continuación.

Por ejemplo, el *área útil* de las armaduras influye en la capacitancia, la cual es tanto mayor cuanto mayor sea el valor de dicha área. En otras palabras, la capacitancia C es proporcional al área útil A de cada placa, es decir

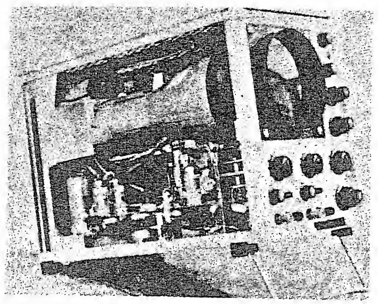


FIGURA G-5 Los capacitores se emplean abundantemente en los circuitos de diversos aparatos, la figura muestra el interior de un osciloscopio en el que se emplea un buen número de condensadores.

$$\boxed{C \propto A}$$

Entonces, para aumentar la capacidad de un condensador, debemos aumentar el área de sus armaduras. En los condensadores antiguos, del tipo de la botella de Leyden, para obtener este efecto se tenía que aumentar mucho su volumen, por lo cual su empleo resultaba incómodo. Los capacitores modernos, como el que se muestra en la Figura G-6, tienen una gran capacitancia y son de volumen relativamente pequeño. Esto se logra utilizando largas tiras de lámina de aluminio como armadura, separadas por el papel parafinado, y enrolladas como se indica en la figura, a fin de ocupar un volumen reducido, aun cuando el área útil de las placas sea grande.

El hecho de que la capacitancia dependa del área de las armaduras se aprovecha en la construcción del tipo de capacitores denominados *variables*. En la Figura G-7 se ve en (a) una foto de un capacitor variable, y en (b), un esquema del mismo. El conjunto de las armaduras del aparato tiene una parte movible, y puede girar alrededor de un eje. Conforme se produce la rotación del conjunto se modifica el área útil de las armaduras, que se encuentran una frente a otra, y de esta manera, también se varía la capacitancia del aparato. Este tipo de capacitores se empleaba mucho en los sintonizadores de los radios.

El *espesor* del dieléctrico es otro factor que influye en la capacitancia. Se observa que cuanto menor sea la distancia d entre las armaduras, tanto mayor será la capacitancia C del aparato; es decir,

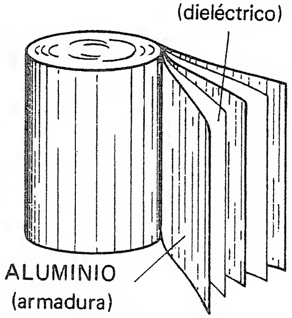


FIGURA G-6 Los capacitores más modernos presentan capacitancias relativamente grandes y ocupan un pequeño volumen.

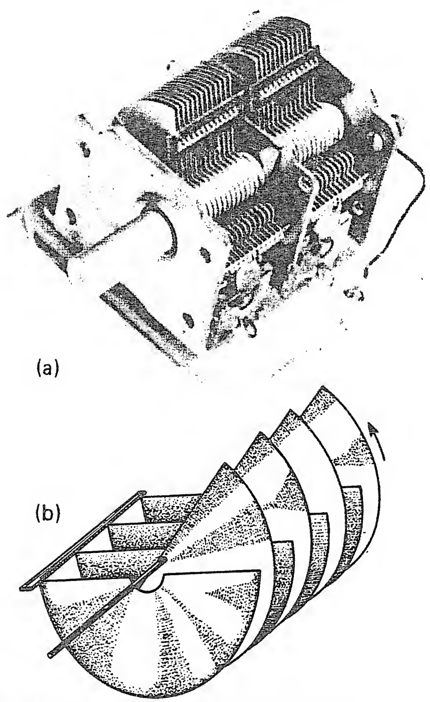


FIGURA G-7 Fotografía y esquema de un condensador o capacitor variable.

$$\boxed{C \propto \frac{1}{d}}$$

Este hecho se utiliza adecuadamente en los capacitores modernos, en los cuales se emplean dieléctricos con gran poder aislante y espesor muy reducido, a fin de obtener capacitancias elevadas.

❖ **Influencia del dieléctrico en la capacitancia.** Consideremos un capacitor plano, y tal que el dieléctrico existente entre sus armaduras sea aire. Al cargarse el condensador con una carga Q se establece un voltaje V_{AB} entre dichas armaduras. Se sabe que si hubiera vacío entre ellas, tendríamos condiciones prácticamente iguales a las que observamos cuando existe aire. Entonces, con vacío o aire entre las placas, la carga Q establece entre ellas un voltaje V_{AB}, y la capacitancia C_0 en este condensador es, como sabemos, $C_0 = Q/V_{AB}$ (Fig. G-8a).

En estas condiciones tenemos, en el espacio entre dichas armaduras, un campo eléctrico uniforme $\vec{E}_0$ creado por las cargas $+Q$ y $-Q$ existentes en las placas. Pero, introduciendo entre las armaduras un dieléctrico de otra clase (mica, parafina, papel, etcétera), y manteniéndolas con la misma carga, el campo eléctrico en el interior del aislante será inferior a $\vec{E}_0$ (Fig. G-8b).

Siendo K la constante dieléctrica del aislante en cuestión, el campo tomará un valor E_0/K, como vimos en el Capítulo 18. Por consiguiente, la diferencia de potencial entre las armaduras también quedará dividida entre K (pues $V_{AB} = E \cdot d$); es decir, adquirirá un valor V_{AB}/K. Si Q no varía y el voltaje se reduce, entonces la capacitancia aumenta, es decir, la capacitancia se vuelve K veces mayor. Por tanto, si un condensador sin dieléctrico entre las armaduras (con vacío o aire) tiene una capacitancia C_0, al introducir entre ellas un aislante de constante dieléctrica K, su capacitancia será entonces

$$\boxed{C = KC_0}$$

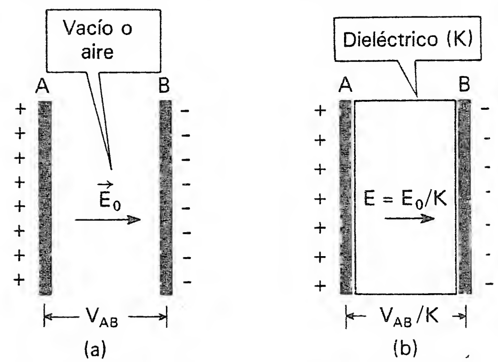


FIGURA G-8 Cuando un aislante de constante dieléctrica K, se introduce entre las armaduras de un condensador, su capacitancia se vuelve K veces mayor.

En otras palabras, un capacitor con dieléctrico entre las armaduras es mejor almacenador de carga que sin él, pues la introducción del dieléctrico incrementa la capacitancia (puesto que $K > 1$ para cualquier aislante).*

Entonces, podemos señalar, en relación con los factores que influyen en la capacidad de carga, que

> la capacitancia C de un capacitor es una constante propia del mismo, y caracterizada su capacidad de almacenamiento de carga. El valor de C es proporcional al área útil A de las armaduras, es decir,
>
> $$C \propto A$$
>
> e inversamente proporcional a la distancia d entre las placas (espesor del dieléctrico), o sea,
>
> $$C \propto 1/d$$
>
> Además, el valor de C depende de la naturaleza del dieléctrico: siendo C_0 la capacitancia de un capacitor sin dieléctrico (en vacío), cuando introducimos entre sus armaduras un aislante con constante dieléctrica K, su capacitancia será entonces
>
> $$C = KC_0$$

* **N. del R.** En general, la capacitancia tiene por expresión la siguiente: $C = \varepsilon A/d$, donde ε es la *permisividad eléctrica* del aislante, que contiene implícitamente a K.

EJEMPLO

En la Figura G-4 se ve un condensador conectado a los polos de una batería. Supongamos que el voltaje entre los polos de esta batería es de 300 V, y que la carga transferida a las placas del capacitor es $Q = 1.2 \times 10^{-3}$ C.

a) Determine la capacitancia C de este condensador.

Sabemos que $C = Q/V_{AB}$ y tenemos que

$$Q = 1.2 \times 10^{-3}\ \text{C} \quad \text{y} \quad V_{AB} = 300\ \text{V}$$

pues el voltaje entre los polos de la batería es igual al establecido en las placas del capacitor. Entonces,

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{1.2 \times 10^{-3}\ \text{C}}{300\ \text{V}}$$

donde

$$C = 4.0 \times 10^{-6}\ \text{F} = 4.0\ \mu\text{F}$$

b) Manteniendo al condensador conectado a la batería, y alejando las placas entre sí a fin de que la distancia entre ellas se duplique, ¿cuál será el valor del voltaje V_{AB} entre las placas?

Como las armaduras siguen conectadas a la batería, el valor de V_{AB} no cambiará; es decir,

$$V_{AB} = 300\ \text{V}$$

c) En las condiciones mencionadas en (b), ¿cuál es la capacidad del condensador?

Ya sabemos que $C \propto 1/d$. Como la variación de d fue la única alteración sufrida por el condensador, su nueva capacitancia deberá ser *dos veces* menor (pues el valor de d se duplicó); es decir, el nuevo valor de C será:

$$C = \frac{4.0\ \mu F}{2} \quad \text{o bien,} \quad C = 2.0\ \mu\text{F}$$

d) Todavía en las condiciones consideradas en (b), ¿cuál será la carga Q en las armaduras?

Siendo $C = Q/V_{AB}$ tendremos

$$Q = CV_{AB}$$

Sabiendo que $V_{AB} = 300$ V, y que $C = 2.0\ \mu\text{F} = 2.0 \times 10^{-6}$ F, tendremos que

$$Q = CV_{AB} = 300 \times 2.0 \times 10^{-6}$$

donde

$$Q = 6.0 \times 10^{-4}\text{C}$$

Hay que observar entonces que, aun cuando el voltaje permaneció igual, la carga en las armaduras disminuyó cuando se separaron más.

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

1. Las armaduras de un capacitor poseen una carga $Q = 1.5 \times 10^{-4}$ C. En estas condiciones, la diferencia de potencial entre ellas es de 50 V. Determine la capacitancia de este condensador en farads y en microfarads.

2. Al conectar el capacitor del ejercicio anterior a una batería, cuyo voltaje terminal es $V_{AB} = 250$ V, responda:
   a) ¿Cuál es la capacitancia del aparato?
   b) ¿Cuál es el valor de la carga eléctrica que existe en las armaduras?

3. Un capacitor plano es cargado conectándolo a los polos de una batería. Manteniendo el contacto con dicha batería, se reduce la distancia entre las placas. Diga entonces si:
   a) ¿El voltaje del aparato aumenta, disminuye o no se altera?
   b) ¿La capacitancia del mismo aumenta, disminuye o no cambia?
   c) ¿La carga en las placas aumenta, disminuye o no se altera?

4. Un capacitor plano, con aire entre sus placas, posee una capacitancia $C = 2.5\ \mu$F. Cuando su carga es $Q = 4.0 \times 10^{-4}$ C, existe entre las armaduras un voltaje, $V_{AB} = 160$ V, y un campo eléctrico $E = 40\,000$ N/C. Suponiendo que el capacitor no está conectado a ninguna batería y que se introduce entre sus armaduras un dieléctrico de constante $K = 5.0$, determine cuáles serán los nuevos valores de:
   a) la capacitancia del condensador
   b) la carga en sus armaduras
   c) el voltaje entre sus placas
   d) el campo eléctrico entre las placas o armaduras.

G.2 Conexión de capacitores

❖ Cuando un técnico electrónico o electricista necesita introducir un capacitor en el circuito que está montando, no siempre encuentra aparatos disponibles con exactamente la capacitancia que desea. En estos casos, echa mano de un recurso que le permite resolver el problema. Tal recurso consiste en la conexión o agrupamiento de condensadores, que posibilita obtener la capacitancia deseada, mediante la conexión de varios elementos capacitivos, convenientemente escogidos, según se describe a continuación.

❖ **Capacitores en paralelo.** Cuando se toma un conjunto de condensadores y se conectan sus armaduras en la forma indicada en la Figura G-9a, decimos que están conectados en *paralelo*.

Observemos que todas las armaduras conectadas al polo positivo de la batería se encuentran conectadas entre sí, lo cual también sucede con las que se hallan conectadas al polo negativo. Entonces, todos los condensadores tienen entre sus armaduras la misma diferencia de potencial, que es la que existe entre los polos de la batería. Es fácil observar, por la relación $C = Q/V_{AB}$, que cada capacitor recibirá de esta manera una carga proporcional a su capacidad. Si C_1, C_2 y C_3 son las capacitancias de los condensadores, Q_1, Q_2 y Q_3 las cargas en las armaduras respectivas, tendremos:

$$C_1 = Q_1/V_{AB}, \qquad C_2 = Q_2/V_{AB}$$

y

$$C_3 = Q_3/V_{AB}$$

donde

$$Q_1 = C_1V_{AB}, \qquad Q_2 = C_2V_{AB}$$

y

$$Q_3 = C_3V_{AB}$$

Consideremos ahora la capacitancia del conjunto, es decir, la capacitancia equivalente, C, de un condensador único que sustituya al conjunto (Fig. G-9b). Evidentemente, el voltaje en las armaduras de este capacitor sería aún el mismo, V_{AB}, y para que pueda sustituir el conjunto, la carga Q en sus placas deberá ser igual a la suma de las cargas existentes en cada capacitor de la conexión. Entonces

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Pero, como $C = Q/V_{AB}$, vemos que

$$C = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{V_{AB}}$$

o bien,

$$C = \frac{C_1V_{AB} + C_2V_{AB} + C_3V_{AB}}{V_{AB}}$$

y al simplificar,

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$$

De esta manera, vemos que la capacidad total es igual a la suma de las capacidades de los condensadores conectados, siendo por tanto, mayor que la capacitancia de cada uno. Este

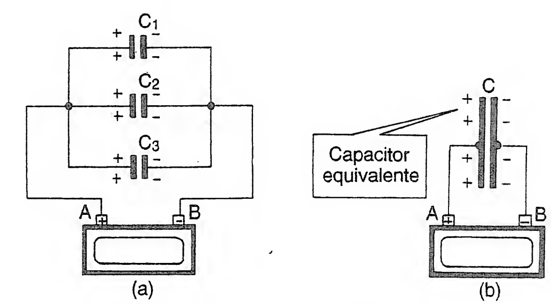


FIGURA G-9 La figura presentada en (a) tres capacitores en paralelo, y en (b) el capacitor equivalente de esta conexión.

resultado es válido independientemente del número de capacitores del agrupamiento. En resumen,

> cuando varios condensadores, de capacidad $C_1, C_2, \ldots C_N$, se conectan en paralelo, todos ellos presentarán la misma diferencia de potencial entre sus armaduras. Cada uno recibirá una carga que dependerá de su capacitancia, de acuerdo con las relaciones:
>
> $C_1 = Q_1/V_{AB}$, $C_2 = Q_2/V_{AB} \ldots$
> $C_N = Q_N/V_{AB}$
>
> La capacitancia equivalente C, de la conexión, es igual a la suma de las capacitancias de los aparatos conectados, es decir
>
> $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_N$

❖ **Capacitores en serie.** Cuando varios condensadores se conectan entre sí en la forma indicada en la Figura G-10a, decimos que se tiene un agrupamiento de capacitores *en serie.* Observemos que únicamente las armaduras extremas son las que se encuentran conectadas a

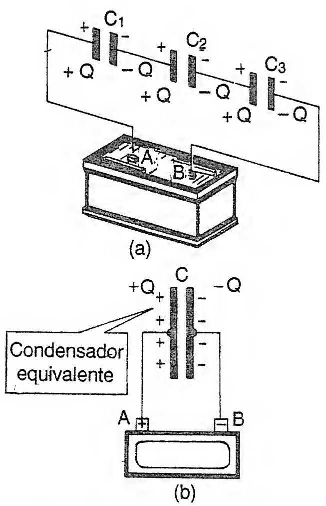


FIGURA G-10 En (a) se presentan tres condensadores conectados en serie y en (b) se indica el condensador equivalente a aquella conexión.

la batería. De esta manera, la diferencia de potencial V_{AB} que existe entre las armaduras de extremo es la suma de los voltajes existentes entre las armaduras de cada condensador. Pero cuando el primero recibe una carga Q (Fig. G-10a), en todos los demás se manifiesta esa misma carga.

Sustituyendo el agrupamiento por un capacitor equivalente (Fig. G-10b) vemos que la diferencia de potencial entre sus armaduras tiene el mismo valor, V_{AB}, del voltaje entre las armaduras extremas de la conexión (el voltaje de la batería). La carga de este condensador equivalente también es igual a Q.

Designando por C_1, C_2 y C_3 las capacitancias de los aparatos agrupados, y por C la capacitancia del equivalente, se puede demostrar que existe la siguiente relación entre tales capacitancias:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Por tanto, en la conexión en serie de capacitores, el inverso de la capacitancia equivalente es igual a la suma de los inversos de las capacitancias conectadas. Esto indica que la capacidad equivalente es menor que cualquiera de las capacitancias individuales; es decir, cuando conectamos condensadores en serie se produce una reducción de la capacitancia total.

En resumen,

> cuando varias capacitancias $C_1, C_2, \ldots, C_N$ se conectan en serie, la diferencia de potencial entre las armaduras extremas de los capacitores es igual a la suma de los voltajes en cada capacitor. La carga en las armaduras de cada condensador es la misma, y la capacitancia equivalente C está dada por la relación
>
> $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

❖ **Comentarios.** 1) Demostramos que con la conexión de capacitores *en paralelo* se obtiene un aumento de la capacitancia y de la carga acumulada en las placas. Lo anterior quedará claro si se conectan varios condensadores, cada uno de capacitancia C_1. Siendo Q_1 la carga de cada capacitor habrá, entonces, una carga total Q acumulada en el conjunto, tal que:

$$Q = Q_1 + Q_1 + \ldots + Q_1$$

o bien,

$$Q = nQ_1$$

La capacitancia equivalente C será

$$C = C_1 + C_1 + \ldots + C_1$$

o bien,

$$C = nC_1$$

Entonces, tanto la carga como la capacitancia se volverán n veces mayores.

2) Cuando conectamos en serie n condensadores iguales entre sí, cada uno de capacitancia C_1, ya sabemos que la carga Q de cada unidad es la misma. En cuanto a la capacitancia equivalente C tendremos:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} + \ldots + \frac{1}{C_1}$$

o bien,

$$\frac{1}{C} = \frac{n}{C_1}$$

donde

$$C = \frac{C_1}{n}$$

Entonces la capacitancia de la conexión será n veces menor.

EJEMPLO

En la Figura G-11 mostramos una conexión serie paralelo (o mixta) de condensadores, presentando algunos unidos en paralelo, y éstos en serie con los demás. El conjunto se encuentra conectado a una batería. Sabemos que $C_1 = 5.0$ μF, $C_2 = 2.0$ μF, $C_3 = 3.0$ μF y $C_4 = 10$ μF.

a) Determine la capacitancia C' del agrupamiento de los capacitores C_2 y C_3, y vuelva a trazar el diagrama, sustituyendo estos condensadores por el equivalente, C':

En el diagrama vemos que C_2 y C_3 están conectados en paralelo. La capacitancia C' equivalente a esta conexión será, por tanto:

$$C' = C_2 + C_3 \quad \text{o bien,} \quad C' = 2.0 + 3.0$$

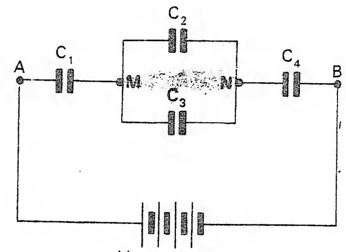


FIGURA G-11 Para el Ejemplo de la Sección G-2.

donde

$$C' = 5.0 \text{ μF}$$

En la Figura G-12 presentamos el diagrama que se solicita en la pregunta.

b) Calcule la capacitancia equivalente total del agrupamiento.

En la Figura G-12 vemos que C_1, C' y C_4 se hallan en serie. Entonces la capacitancia C de este conjunto estará dada por la relación:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_4}$$

o bien,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{5.0} + \frac{1}{5.0} + \frac{1}{10}$$

donde

$$C = 2.0 \text{ μF}$$

c) Si sabemos que el voltaje proporcionado por la batería es $V_{AB} = 500$ V, calcule la carga total en el conjunto, y la carga en los condensadores C_1, C' y C_4.

Sabemos que $C = Q/V_{AB}$ y que $V_{AB} = 500$ V. Como la capacitancia total tiene el valor $C = 2.0$ μF $= 2.0 \times 10^{-6}$ F, podemos calcular el valor de Q. Por tanto,

$$Q = CV_{AB}$$

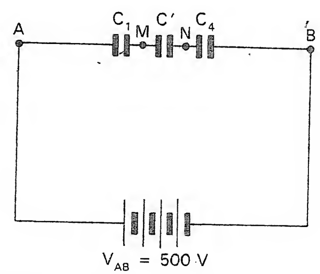


FIGURA G-12 Para el Ejemplo de la Sección G-2.

o bien,

$$Q = 2.0 \times 10^{-6} \times 500$$

donde

$$Q = 1.0 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

Como en los condensadores en serie la carga tiene el mismo valor en cada uno de ellos, para cada elemento tendremos

$$Q_1 = 1.0 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

$$Q' = 1.0 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

y

$$Q_4 = 1.0 \times 10^{-3}\ \text{C}$$

d) Determine el voltaje en las armaduras de los condensadores C_1, C' y C_4.

Si consideramos la relación que define la capacitancia y observamos la Figura G-12, tendremos:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_{AM}}$$

donde

$$V_{AM} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{5.0 \times 10^{-3}}$$

y así,

$$V_{AM} = 200\ \text{V}$$

$$C' = \frac{Q'}{V_{MN}}$$

donde

$$V_{MN} = \frac{Q'}{C'} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{5.0 \times 10^{-6}}$$

y así,

$$V_{MN} = 200\ \text{V}$$

$$C_4 = \frac{Q_4}{V_{NB}}$$

donde

$$V_{NB} = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}}$$

y así,

$$V_{NB} = 100\ \text{V}$$

Obsérvese que

$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB}$$

por tanto,

$$V_{AB} = 200 + 200 + 100$$

o bien.

$$V_{AB} = 500\ \text{V}$$

e) Determine los voltajes y las cargas en los condensadores C_2 y C_3.

Como éstos se encuentran conectados en paralelo, el voltaje de cada uno de ellos es igual al voltaje V_{MN}, es decir, en ambos, el voltaje aplicado a las armaduras es de 200 V.

Entonces, todavía por la relación que define la capacitancia, tendremos:

$$C_2 = \frac{Q_2}{V_{MN}}$$

donde

$$Q_2 = C_2 \cdot V_{MN} = 2.0 \times 10^{-6} \times 200$$

o bien

$$Q_2 = 4.0 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{V_{MN}}$$

donde

$$Q_3 = C_3 \cdot V_{MN} = 3.0 \times 10^{-6} \times 200$$

o bien

$$Q_3 = 6.0 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

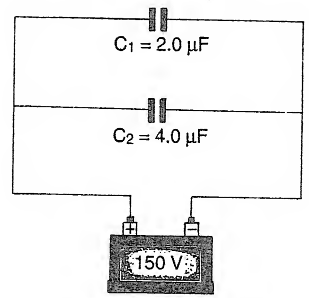
EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

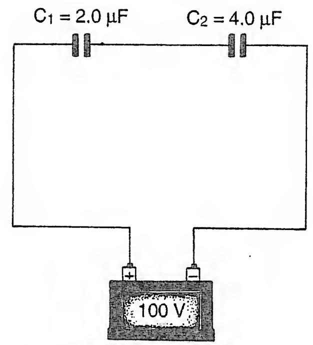
5. Observe la figura de este ejercicio y responda:
   a) ¿Qué tipo de conexión es el de los capacitores C_1 y C_2?
   b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las armaduras de cada condensador?
   c) ¿Cuánto vale la capacitancia equivalente de esta conexión?

6. Considerando la conexión del ejercicio anterior, determine:
   a) La carga Q_1 en las armaduras del condensador C_1.
   b) La carga Q_2 del condensador C_2.
   c) La carga total Q almacenada en la conexión.

7. Observe la figura de este ejercicio y responda:
   a) ¿Cuál es el tipo de agrupamiento de los capacitores C_1 y C_2?
   b) La carga Q_1 en las armaduras del condensador C_1, ¿es mayor, menor o igual a la carga en C_2?

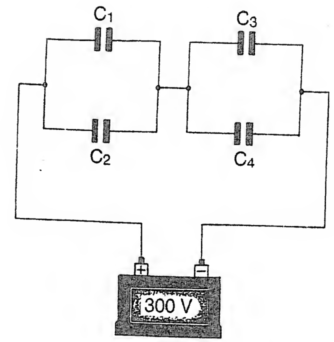


Ejercicio 5



Ejercicio 7

8. Considerando la conexión del ejercicio anterior, determine:
   a) La capacitancia equivalente C del grupo.
   b) La carga Q del condensador equivalente.



Ejercicio 9

9. En la conexión que se muestra en la figura de este ejercicio, responda:
   a) ¿Cómo están conectados los condensadores C_1 y C_2? ¿Y los C_3 y C_4?
   b) ¿Qué tipo de conexión hay entre el conjunto de C_1 y C_2, y el conjunto de C_3 y C_4?
   c) ¿Qué nombre se da al agrupamiento de condensadores que se muestra en el diagrama?

10. Orientándose por la solución del ejercicio resuelto en esta sección y considerando la conexión presentada en el diagrama del ejercicio anterior, en la cual tenemos $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 4.0\ \mu\text{F}$, determine:,
    a) La capacitancia equivalente de la conexión.
    b) La carga almacenada en el condensador equivalente del grupo.

G.3 Energía en un capacitor

❖ **Un condensador almacena energía.** Consideremos un capacitor con una carga Q y que muestra un voltaje V_{AB} entre sus armaduras (Fig. G-13a). Si conectamos estas placas mediante un conductor (Fig. G-13b) el condensador se descargará, y esta descarga provocará un calentamiento en el conductor, y muchas veces, cuando el voltaje V_{AB} es muy alto, la descarga estará acompañada de una chispa que salta entre los extremos del conductor y la armadura. Habrá, entonces, una manifestación de energía en

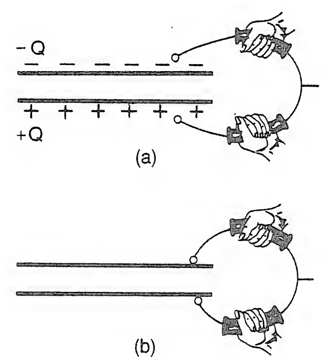


FIGURA G-13 Un condensador cargado se descarga cuando sus armaduras se conectan con un conductor.

forma de calor, luz y sonido (el ruido que suele acompañar a la chispa).

Por tanto, cuando el condensador se descarga se produce una liberación de cierta cantidad de energía; esto era de esperar, pues en este proceso hay un transporte de carga eléctrica entre dos puntos (las placas del capacitor) que presentan una diferencia de potencial. Tal energía se encontraba almacenada en el condensador, y le fue proporcionada por la batería mientras el aparato estaba siendo cargado. De hecho, cuando el condensador se conecta a la batería (para ser cargado), ésta retira cargas negativas de una placa (que queda cargada positivamente), y proporciona una cantidad igual de cargas negativas a la otra (la cual se carga negativamente). En este proceso, la batería realiza un trabajo que es responsable del almacenamiento de energía en el capacitor.

❖ **Cómo calcular la energía en un condensador.** Cuando una carga eléctrica Q es transportada entre dos puntos cuya diferencia de potencial V_{AB} se mantiene constante, el trabajo realizado en el transporte está dado por $T = QV_{AB}$. Sin embargo, en la descarga del condensador, la diferencia de potencial entre las armaduras no se mantiene constante. Conforme la carga es transportada de una placa a la otra, la diferencia de potencial va disminuyendo, pasando del valor inicial V_{AB} hasta un valor final nulo. En este caso, no podemos emplear la expresión citada para calcular el trabajo que se produce en el proceso de la descarga. Se puede mostrar (realizando cálculos matemáticos que no presentaremos) que tal trabajo está dado por la expresión:

$$\boxed{T = \frac{1}{2}QV_{AB}}$$

Obviamente, el trabajo realizado por la corriente de la batería al cargar el condensador, estará dado por la misma expresión, y la energía potencial almacenada en el capacitor también poseerá ese valor. Es decir,

$$\boxed{E = \frac{1}{2}QV_{AB}}$$

Como ya sabemos que $C = Q/V_{AB}$, podemos expresar esta energía en función de C y de V_{AB} (sustituyendo Q por CV_{AB}):

$$E = \frac{1}{2}CV_{AB}^2$$

o bien, en función de C y de Q (sustituyendo V_{AB} por Q/C):

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Podemos, entonces, afirmar que

> un condensador cargado con carga Q y que presente entre las armaduras un voltaje V_{AB}, almacena una energía que será liberada al descargarse. Dicha energía es igual al trabajo realizado por la batería en el proceso de carga del condensador, y está proporcionada por la relación
>
> $$E = \frac{1}{2}QV_{AB}$$

EJEMPLO

Un condensador plano, cargado, pero desconectado de la batería, tiene una capacitancia $C = 9.0\ \mu F$, y entre sus armaduras hay una diferencia de potencial $V_{AB} = 200$ V.

a) ¿Qué energía se liberará en la descarga de este condensador?

Sabemos que la energía liberada por un capacitor cuando se descarga (igual a la energía que almacena), está dada por la relación

$$E = \frac{1}{2}QV_{AB}$$

Tenemos ahora que $V_{AB} = 200$ V, y podemos calcular el valor de Q, puesto que $Q = CV_{AB}$. Como $C = 9.0\ \mu F = 9.0 \times 10^{-6}$ F, vemos que

$$Q = 9.0 \times 10^{-6} \times 200$$

o bien

$$Q = 1.8 \times 10^{-3}\ C$$

Entonces, la energía buscada es

$$E = \frac{1}{2}QV_{AB} = \frac{1}{2} \times 1.8 \times 10^{-3} \times 200$$

o bien,

$$E = 0.18\ J$$

b) Al alejar una armadura de la otra a fin de triplicar la distancia entre ellas, ¿cuál será la nueva energía que se almacenará en el condensador?

Obviamente, debemos utilizar la misma expresión $E = (1/2)QV_{AB}$ para calcular tal energía. La carga Q no sufrió alteración, y por tanto,

$$Q = 1.8 \times 10^{-3}\ C$$

Pero como $C \propto 1/d$, cuando la distancia entre las armaduras se triplica, la capacitancia quedará dividida entre 3. Así pues, la nueva capacitancia será

$$C' = \frac{C}{3} = \frac{9.0 \times 10^{-6}}{3}$$

o bien

$$C' = 3.0 \times 10^{-6}\ F$$

Por consiguiente, tendremos un nuevo voltaje en el elemento, pues $V_{AB} = Q/C$. Como Q no cambió y C se volvió 3 veces menor, tendremos para el voltaje un valor 3 veces mayor. La nueva tensión V'_{AB} será, por tanto,

$$V'_{AB} = 200 \times 3$$

o bien,

$$V'_{AB} = 600\ V$$

Entonces la nueva energía E' almacenada en el condensador será

$$E' = \frac{1}{2}QV'_{AB} = \frac{1}{2} \times 1.8 \times 10^{-3} \times 600$$

o bien,

$$E' = 0.54\ J$$

c) ¿Cuál es el trabajo efectuado al separar las armaduras del condensador?

El trabajo que se realizó en el alejamiento de las armaduras fue transferido al capacitor, que, por ello, aumentó su energía. Entonces, tomando en cuenta el principio de conservación de la energía, dicho trabajo será igual al aumento de energía en el condensador, es decir,

$$T = E' - E = 0.54 - 0.18$$

o bien,

$$T = 0.36\ J$$

EJERCICIOS

Antes de pasar al estudio de la próxima sección, resuelva las preguntas siguientes, consultando el texto siempre que sea necesario.

11. Un condensador que tiene una carga de 2.8×10^{-3} C, presenta entre sus armaduras una diferencia de potencial $V_{AB} = 500$ V.
a) ¿Qué energía hay almacenada en este condensador?
b) ¿Cuál fue el trabajo realizado para cargar tal capacitor?

12. Al conectar mediante un conductor las armaduras del condensador del ejercicio anterior, tal aparato se descargará. Determine, en calorías, la cantidad de calor que se desarrollará en dicho conductor (considere que 1 cal = 4.2 J).

13. Si mantenemos al condensador citado en el ejercicio 11 desconectado de la batería, y alejamos sus armaduras, la distancia entre ellas será dos veces mayor.
a) ¿Habrá realización de trabajo en este alejamiento?
b) ¿La energía del capacitor aumentará, disminuirá o no cambiará?

14. Cuando se alejan las armaduras del condensador, como se dijo en el Ejercicio 13, responda:
a) La carga Q almacenada en las placas del aparato ¿aumenta, disminuye o no varía?
b) ¿La capacitancia del condensador aumenta, disminuye o no cambia?
c) ¿Cuál será, entonces, la nueva diferencia de potencial entre las placas?

15. *a*) ¿Cuál será el nuevo valor de la energía almacenada en las placas del condensador del Ejercicio 13?
b) ¿Este resultado confirma la respuesta que usted dio a la pregunta (b) del Ejercicio 13?

16. Al duplicar el valor del voltaje aplicado a un condensador, diga qué sucede con:
a) Su capacitancia.
b) La carga en las placas.
c) La energía almacenada en el condensador.

REPASO

Las preguntas siguientes se elaboraron para que repase los puntos más importantes abordados en este apéndice. Al resolverlas, acuda al texto siempre que tenga una duda.

1. *a)* Diga, con sus propias palabras, qué es un *condensador* o *capacitor.*
   b) ¿Qué son las *armaduras* de un condensador?
   c) Trace un croquis de un condensador plano.
   d) Indique la figura de este capítulo que presenta un capacitor cilíndrico.
   e) Muestre cómo se representan los condensadores en los diagramas eléctricos.

2. *a)* Escriba la ecuación que define la capacitancia de un condensador. Explique el significado de cada uno de los símbolos que aparecen en dicha ecuación.
   b) ¿Cuál es, en el SI, la unidad de capacitancia?

3. *a)* ¿Qué relación hay entre la capacitancia de un condensador y el área útil de sus armaduras?
   b) ¿Y entre la capacitancia y la distancia entre esas placas?
   c) Diga qué es un *capacitor variable.*

4. Un condensador plano, cargado, y que tiene como dieléctrico el aire, se encuentra desconectado de la batería. Al introducir entre sus armaduras un aislante cuya constante dieléctrica es *K*, diga qué sucede con:
   a) la carga en las armaduras
   b) el campo eléctrico entre las placas
   c) el voltaje entre las armaduras
   d) la capacitancia del condensador.

5. *a)* Trace un croquis que muestre tres condensadores conectados en paralelo a una batería.
   b) ¿En cuál de estos aparatos se tiene aplicado el mayor voltaje?
   c) ¿En cuál de los condensadores está almacenada la mayor carga?
   d) Escriba la ecuación que expresa la capacitancia equivalente de la conexión.

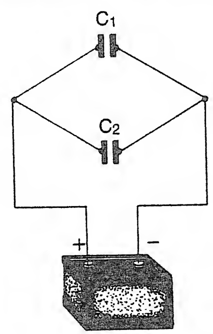
6. *a)* Trace un esquema que muestre tres condensadores conectados en serie a una batería.
   b) ¿En cuál de estos capacitores se encuentra almacenada la mayor carga?
   c) ¿En cuál de ellos está aplicado el mayor voltaje?
   d) Escriba la ecuación que proporciona la capacitancia equivalente de tal agrupamiento.

7. *a)* En la Sección G-3 se hicieron algunas observaciones que permiten concluir que un condensador almacena energía. Describa, con sus propias palabras, estas observaciones.
   b) Escriba la expresión que proporciona la energía almacenada en un condensador. Explique el significado de cada símbolo que aparece en esta expresión.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

1. En un condensador plano, de capacitancia C = 4.0 μF, la distancia entre las armaduras es d = 1.5 mm, y el campo eléctrico entre ellas vale $E = 2.0 \times 10^5$ N/C. Calcule:
   a) La diferencia de potencial entre las armaduras.
   b) La carga almacenada en el capacitor.

2. Dos condensadores, de capacitancias C_1 y C_2, se encuentran conectados a una batería en la forma indicada en la figura de este problema. Sean V_1 y V_2 los voltajes entre las placas de estos condensadores, y Q_1 y Q_2 las cargas adquiridas por ellos. Sabiendo que $C_1 > C_2$ indique cuál de las afirmaciones siguientes es la correcta:
   a) $V_1 > V_2$ y $Q_1 = Q_2$
   b) $V_1 < V_2$ y $Q_1 = Q_2$
   c) $V_1 = V_2$ y $Q_1 > Q_2$
   d) $V_1 < V_2$ y $Q_1 < Q_2$
   e) $V_1 > V_2$ y $Q_1 < Q_2$



Problema 2

3. Un condensador plano está cargado y sus placas se encuentran desconectadas de la batería. Suponga que reducimos luego la distancia entre las armaduras. En estas condiciones señale cuál de las afirmaciones siguientes está *equivocada*:
   a) El voltaje entre las armaduras disminuye.
   b) La capacitancia del condensador aumenta.
   c) La carga en las placas no varía.
   d) La energía almacenada en el condensador aumenta.

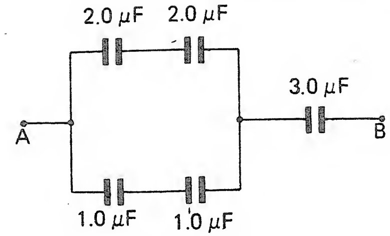
4. Un capacitor plano, con aire entre sus armaduras, está desconectado de la batería. Suponiendo que el condensador sea totalmente sumergido en agua, señale cuáles de las afirmaciones siguientes son correctas:
   a) La carga en las armaduras no cambia.
   b) El campo eléctrico entre las armaduras disminuye.
   c) El voltaje entre las placas disminuye.
   d) La capacitancia del condensador aumenta.
   e) La energía almacenada en el condensador disminuye.

5. En el problema anterior, suponga que las armaduras del capacitor permanecieron conectadas a la batería, cuando fue introducido aquél en el agua. En estas condiciones, ¿cuáles de las afirmaciones presentadas en este problema son correctas?

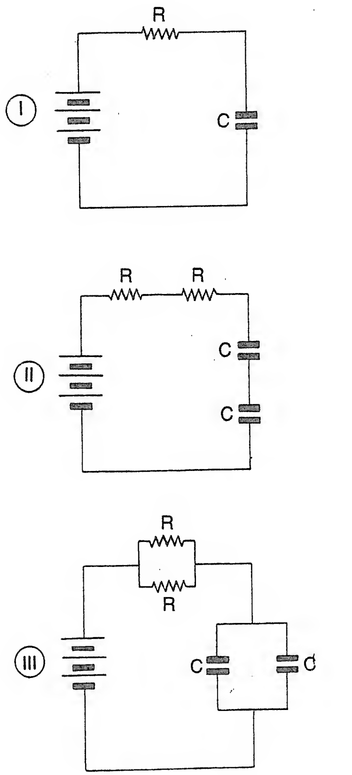
6. Se observa que un capacitor adquiere una carga de 3.0 μC cuando se le conecta a una batería determinada. Suponga que dos condensadores idénticos a aquél, se conectan luego a esta misma batería. Diga cuál será la carga almacenada en el agrupamiento de estos dos condensadores en los casos siguientes:
   a) Se les conecta en paralelo.
   b) Se les conecta en serie.

7. En la figura de este problema, una diferencia de potencial V_{AB} = 200 V se aplicó entre los puntos *A* y *B*. Determine:
   a) La capacitancia equivalente de la conexión.
   b) La carga total almacenada en tal agrupamiento.

8. Al producto *RC* se le denomina *constante de tiempo* de un circuito eléctrico, donde *R* es la resistencia total del mismo y *C*, su capacitancia total. Analice los tres circuitos que se muestran en la figura de este problema, e indique cuáles poseen la misma constante de tiempo.

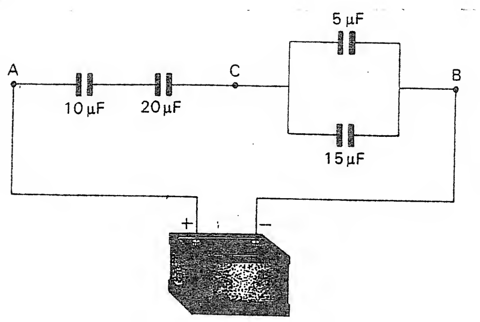


Problema 7



Problema 8

9. Analice el circuito presentado en la figura de este problema y señale, de entre las afirmaciones siguientes, la que sea correcta:
   a) El voltaje entre *A* y *C* es menor que entre *C* y *B.*
   b) La carga del condensador de 10 μF es menor que la del de 20 μF.



Problema 9

c) El voltaje en el condensador de 5 μF es menor que en el de 15 μF.

d) La energía almacenada en el capacitor de 5 μF es mayor que en el de 15 μF.

e) La energía en el condensador de 10 μF es mayor que en el de 20 μF.

10. Dos condensadores idénticos, con dieléctrico de aire entre sus armaduras, están conectados en paralelo, y presentan una capacitancia total C_0. Si estos elementos se conectaran en serie y se sumergieran en un líquido aislante, cuya constante dieléctrica es $K = 4$, ¿cuál será la capacitancia final de la conexión?

11. Una nube electrizada se halla a 200 m de altura, paralelamente a la superficie de la Tierra. formando con tal superficie un condensador plano de 0.50 μF. Cuando el campo eléctrico existente en el aire (entre la nube y el suelo) alcanza el valor de 3.0×10^6 N/C, se produce una descarga o rayo. Calcule la cantidad de carga eléctrica que se encontraba acumulada en la nube en dicho instante.

12. En el problema anterior, determine la cantidad de energía que se libera en la descarga eléctrica; es decir, en el rayo que "salta" de la nube hacia la superficie terrestre.

13. Tres condensadores con capacitancias $C_1 = 1.0$ μF, $C_2 = 1.5$ μF y $C_3 = 3.0$ μF, se fabricaron para soportar un voltaje de hasta 200 V sin "permitir fugas"; es decir, sin que el dieléctrico se vuelva conductor (se ionice) y permita que el capacitor se descargue a través de dicho material. Estos condensadores fueron conectados entre sí, y el conjunto se conectó a una batería de 300 V. Diga qué condensadores "permitirán fugas" suponiendo que hayan sido conectados:

a) en paralelo.

b) en serie.

14. El voltaje entre las placas de un condensador de 6.0 μF es de 200 V. Cada armadura de este capacitor se conecta a las de otro de 3.0 μF, inicialmente descargado. Calcule:

a) La energía almacenada inicialmente en el primer condensador.

b) La energía almacenada en el agrupamiento de los dos elementos capacitivos.

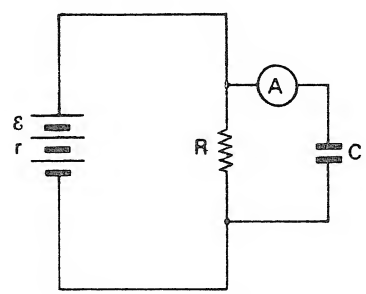
c) La energía disipada en virtud de la conexión.

15. Un condensador de sintonía de un radiorreceptor tiene una capacidad máxima de 2.0×10^{-7} F. Por la rotación de las placas móviles, su capacitancia puede reducirse a 2.0×10^{-8} F. Un voltaje de 300 V se aplica al condensador cuando está con el máximo de capacitancia. La fuente de tensión se desconecta luego del condensador, y la perilla de sintonización se gira hasta alcanzar el mínimo de capacitancia. Calcule el trabajo realizado para hacer girar dicha perilla.

16. En el circuito que se muestra en la figura de este problema, la fem de la batería es $\varepsilon = 10$ V, y su resistencia interna es $r = 1.0$ Ω. Siendo $R = 4.0$ Ω y $C = 2.0$ μF, y sabiendo que el condensador ya se encuentra totalmente cargado, responda:

a) ¿Cuál es la lectura del amperímetro *A*?

b) ¿Cuál es la carga almacenada en el condensador?



Problema 16

CUESTIONARIO

Las siguientes preguntas se seleccionaron de pruebas de concurso para ingreso a Universidades y Facultades. Su objetivo es trasmitir al alumno una idea de cómo se formulan los exámenes de admisión para escuelas de nivel superior.

Las Preguntas **1** a **6** se refieren al enunciado y a la figura relativos a ellas: Esta última representa líneas de fuerza de un campo eléctrico $\vec{E}$, producido entre las placas de un capacitor plano de capacitancia *C*. La distancia entre las placas es d_1.

1. Al soltarse, en el punto *M*, una partícula de peso depreciable, cargada positivamente, tomará un movimiento:

a) Uniformemente acelerado, en la dirección de las líneas de fuerza, de *M* para *N*.

b) Uniformemente acelerado, en la dirección normal de las líneas de fuerza para abajo:

c) Parabólico, a partir de *M*, para abajo.

d) Parabólico, a partir de *M*, para arriba.

e) Uniforme, en la dirección de las líneas de fuerza, de *M* para *N*.

2. Si un electrón se colocara en *M*, la dirección y el sentido de la fuerza eléctrica que actuaría en él serían mejor representados por:

a) ↓   *d*) ↗

b) ←   *e*) →

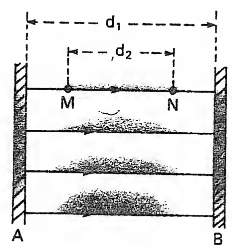
c) ↘

3. La diferencia potencial entre los puntos *M* y *N* será dada por la expresión:

a) $\frac{E}{d_1} d_2$ *d*) $E(d_1 - d_2)$

b) Ed_2 *e*) $\frac{C}{E}(d_1 - d_2)$

c) Cd_2



Pregunta 1 a 6

4. Un alambre de resistencia *R* se conecta en los puntos *M* y *N*. La corriente, *i*, que pasa por él, después de cierto tiempo, es:

a) $i = \frac{C}{ER}(d_1 - d_2)$ *d*) $i = 0$

b) $i = \frac{Ed_2}{d_1 R}$ *e*) $i = \frac{Ed_2}{R}$

c) $i = \frac{E(d_1 - d_2)}{R}$

5. La carga *Q*, distribuida en las placas del capacitor, es:

a) $Q = \frac{C}{E} d_1$ *d*) $Q = \frac{C}{Ed_1}$

b) $Q = \frac{E}{C} d_1$ *e*) $Q = \frac{CE}{d_1}$

c) $Q = CE\, d_1$

6. Una partícula de peso depreciable de carga positiva, *q*, es soltada en las proximidades de una de las placas. El trabajo que el campo eléctrico realiza en ella y la energía cinética que tiene cuando alcanza la otra placa, son, respectivamente:

a) $Ed_1 q$ y $Ed_1 q$

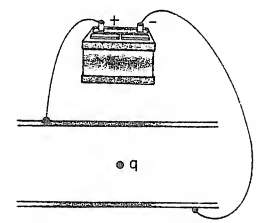
b) $\frac{Eq}{d_1}$ y $Ed_1 q$

c) $\frac{Eq}{d_1}$ y $\frac{Eq}{d_1}$

d) $Ed_1 q$ y $\frac{Eq}{d_1}$

e) El trabajo es $\frac{Eq}{d_1}$, pero la energía cinética no puede calcularse sin conocer la masa de la partícula.

7. El vector-fuerza que actúa sobre una carga eléctrica, *q*, colocada entre dos placas grandes conductoras paralelas, ligadas a las terminales de una batería (*véase* figura) *no* variará, si:

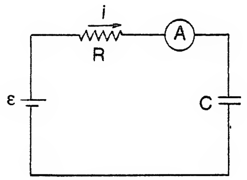


Pregunta 7

a) Se invierte la polaridad de la batería.
b) Si se cambia la batería por otra de fuerza electromotriz diferente.
c) Si se aumenta la distancia entre las placas, manteniendo la batería conectada a ellas.
d) Si se varía la posición de q, acercándola o alejándola de una de las placas.
e) Si después de desconectar la batería, se cambia el medio que está entre las placas por otro de constante dieléctrica diferente.

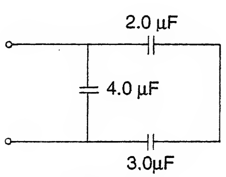
8. En el circuito de la figura, ¿cuál es la carga (en coulombs) almacenada en el capacitor cuando el amperímetro marca una corriente i = 0.2A? El generador y el amperímetro son ideales.
ε = 12 V
R = 10 Ω
$C = 2 \times 10^{-3}$ F

a) 2×10^{-4} *d)* 2×10^{-5}
b) 2×10^{-2} *e)* 5×10^{3}
c) 4×10^{-2}



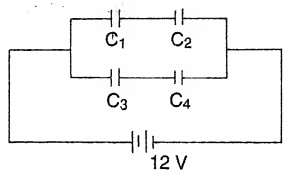
Pregunta 8

9. Tres capacitores están conectados como muestra la figura de abajo. El capacitor equivalente vale:
a) 0.92 μF *d)* 9.0 μF
b) 1.2 μF *e)* 12 μF
c) 5.2 μF



Pregunta 9

10. En la figura, la batería suministra 12 V. Determine la capacitancia equivalente de la asociación:
C_1 = 1.0 μF
C_2 = 2.0 μF

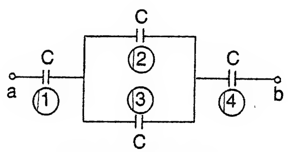


Pregunta 10

C_3 = 3.0 μF
C_4 = 4.0 μF
a) 10 μF *d)* 0.5 μF
b) 2.4 μF *e)* 0.42 μF
c) 2.1 μF

11. En relación con el problema anterior, ¿cuál es la carga total del circuito?
a) 2.9×10^{-5} C *d)* 6×10^{-6} C
b) 3.5×10^{-5} C *e)* 5×10^{-6} C
c) 1.2×10^{-4} C

La información que se da a continuación y el dibujo se refieren a las Preguntas **12** y **13.** En la figura se tiene una asociación de 4 condensadores de la misma capacidad C.

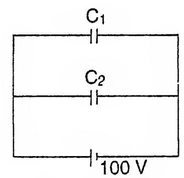


Pregunta 12 y 13

12. La capacitancia equivalente de la asociación será:
a) $5C$ *d)* $2C/5$
b) $4C$ *e)* $C/3$
c) $5C/2$

13. Si se carga esta asociación hasta que la diferencia de potencial entre los puntos a y b alcance un valor V, se puede afirmar con certeza:
a) La carga eléctrica almacenada en cada condensador es la misma.
b) La carga eléctrica almacenada en el condensador 1 es igual a la carga eléctrica almacenada en el condensador 2.
c) La carga eléctrica almacenada en el condensador 1 es igual que la carga eléctrica almacenada en el condensador 4.
d) La carga eléctrica almacenada en el condensador 1 es menor que la carga eléctrica almacenada en el condensador 2.
e) La carga eléctrica almacenada en el condensador 1 es menor que la carga eléctrica almacenada en el condensador 4.

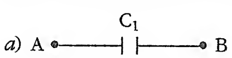
14. Dos capacitores, C_1 = 2 μF y C_2 = 3 μF, están conectados en paralelo. Se conecta una batería de 100 V en la asociación (*véase* figura). Es *incorrecto* afirmar que:
a) La capacitancia de la asociación vale 5 μF.
b) La carga en la asociación vale 5×10^{-4} C.
c) El voltaje en C_1 es 100 V y en C_2 también 100 V.
d) Las cargas en C_1 y C_2 son iguales y valen 2.5×10^{-4} C.
e) La energía en la asociación vale 2.5×10^{-2} J.

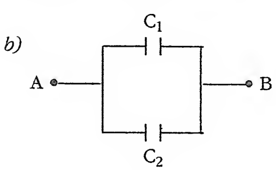


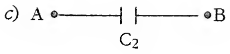
Pregunta 14

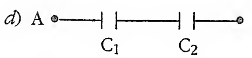
15. Un capacitor cargado A está conectado en paralelo a un capacitor descargado B. Acerca de la asociación resultante, es verdadera la afirmación:
a) Después de conectados, los capacitores tienen cargas iguales.
b) La energía de la asociación es igual a la energía inicial de A.
c) La capacitancia de la asociación es menor que la suma de las capacitancias de A y B.
d) La energía de la asociación es menor que la energía inicial de A.
e) Después de conectados, el capacitor de menor capacitancia tendrá mayor carga.

16. Entre dos puntos A y B existe una diferencia de potencial constante. Si se dispone de dos capacitores, de capacitancias C_1 y C_2, siendo $C_1 > C_2$, indique en cual de las conexiones siguientes habría mayor energía almacenada.

a)


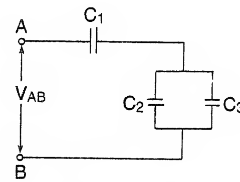
b)


c)


d)


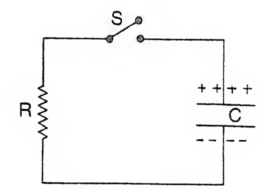
e) La energía almacenada es la misma en cualquiera de esas conexiones.

17. Calcule la energía almacenada en la asociación de capacitores indicada en la figura de abajo. Sabiendo que:
V_{AB} = 100 V;
C_1 = 2.5 μF;
C_2 = 7.0 μF;
C_3 = 3.0 μF;
a) 2.0×10^{-4} J *d)* 2.3×10^{-2} J
b) 4.6×10^{-4} J *e)* 6.3×10^{-2} J
c) 1.0×10^{-2} J



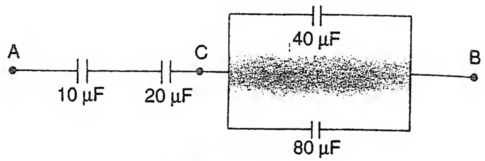
Pregunta 17

18. Se carga un capacitor, cuya capacitancia es C = 3.0 μF, conectándolo a una batería de 200 V. Se desconecta la batería y, en seguida, el capacitor se conecta a una resistencia R = 200 Ω, como se indica en la figura. Al cerrarse la llave S, el capacitor comienza a descargarse a través de R. Considerando la conservación de la energía, se puede afirmar que la cantidad de calor que se disipará en R, hasta que el capacitor se descargue totalmente, será de:
a) 6.0×10^{-2} J *d)* 200 cal
b) 3.0×10^{-6} J *e)* 200 J
c) 1.5×10^{-4} J



Pregunta 18

19. Los puntos A y B del circuito de la figura están conectados a los polos de una batería. Indique la afirmación correcta:



Pregunta 19

a) La energía almacenada en el capacitor de 10 µF es mayor que en el de 20 µF.
b) La energía almacenada entre A y C es menor que entre C y B.
c) La carga en el capacitor de 10 µF es mayor que en el de 20 µF.
d) La carga en el capacitor de 40 µF es mayor que en el de 80 µF.
e) La energía almacenada en el capacitor de 40 µF es mayor que en el de 80 µF.

RESPUESTAS

Ejercicios

1. $C = 3.0 \times 10^{-6}$ F = 3.0 µF
2. *a*) $C = 3.0 \times 10^{-6}$ F
b) 7.5×10^{-4} C
3. *a*) no cambia
b) aumenta
c) aumenta
4. *a*) 12.5 µF
b) 4.0×10^{-4} C
c) 32 V
d) 8 000 N/C
5. *a*) paralelo
b) 150 V
c) 6.0 µF
6. *a*) 3.0×10^{-4} C
b) 6.0×10^{-4} C
c) 9.0×10^{-4} C
7. *a*) serie
b) igual
8. *a*) 1.3 µF
b) 1.3×10^{-4} C
9. *a*) paralelo; paralelo
b) serie
c) serie-paralelo (conexión mixta)
10. *a*) 4.0 µF
b) 1.2×10^{-3} C
11. *a*) 0.70 J
b) 0.70 J
12. 0.16 cal
13. *a*) sí
b) aumenta
14. *a*) no cambia
b) disminuye
c) 1 000 V
15. *a*) 1.4 J
b) sí
16. *a*) no cambia
b) duplica
c) se vuelve 4 veces mayor

Preguntas y problemas

1. *a*) 3.0×10^{2} V
b) 1.2×10^{-3} C
2. (c)
3. (d)
4. todas son correctas
5. (d)
6. *a*) 6.0 µC
b) 1.5 µC
7. *a*) 1.0 µF
b) 2.0×10^{-4} C
8. los tres poseen la misma constante de tiempo
9. (e)
10. C_0
11. 300 C
12. 9.0×10^{10} J
13. *a*) todos "permitirán fugas"
b) ninguno "permitirá fugas"
14. *a*) 0.12 J
b) 0.08 J
c) 0.04 J
15. 8.1×10^{-2} J
16. *a*) cero
b) 16 µC

Cuestionario

1. a
2. b
3. b
4. d
5. c
6. a
7. d
8. b
9. c
10. b
11. a
12. d
13. c
14. d
15. d
16. b
17. c
18. a
19. a

Constantes físicas

Velocidad de la luz	3.0×10^8 m/s
Constante gravitacional	6.67×10^{-11} N · m²/kg²
Masa del electrón (en reposo)	9.11×10^{-31} kg
Masa del protón (en reposo)	1.67×10^{-27} kg
Presión atmosférica normal	1.01×10^5 N/m²
Radio medio de la Tierra	6.37×10^6 m
Distancia media de la Tierra al Sol	1.49×10^8 km
Distancia media de la Tierra a la Luna	3.8×10^5 km
Masa de la Tierra	5.98×10^{24} kg
Masa del Sol	2.0×10^{30} kg
Carga del electrón (carga elemental)	1.6×10^{-19} C
Constante de Boltzmann	1.38×10^{-23} J/K
Constante de la ley de Coulomb (para el vacío)	9.00×10^9 N · m²/C²
Constante de Planck	6.63×10^{-34} J · s
Constante universal de los gases	8.31 Joule/K mol

Valores de las funciones trigonométricas

Ángulo		Seno	Co-seno	Tan-gente	Ángulo		Seno	Co-seno	Tan-gente
Grados	Radiantes				Grados	Radiantes			
0	0,0000	0,000	1,000	0,000					
1	0,0175	018	1,000	018	46	0,8029	719	695	1,036
2	0,0349	035	0,999	035	47	0,8203	731	682	1,072
3	0,0524	052	999	052	48	0,8378	743	669	1,111
4	0,0698	070	998	070	49	0,8552	755	656	1,150
5	0,0873	087	996	088	50	0,8727	766	643	1,192
6	0,1047	105	995	105	51	0,8901	777	629	1,235
7	0,1222	122	993	123	52	0,9076	788	616	1,280
8	0,1396	139	990	141	53	0,9250	799	602	1,327
9	0,1571	156	988	158	54	0,9425	809	588	1,376
10	0,1745	174	985	176	55	0,9599	819	574	1,428
11	0,1920	191	982	194	56	0,9774	829	559	1,483
12	0,2094	208	978	213	57	0,9948	839	545	1,540
13	0,2269	225	974	231	58	1,0123	848	530	1,600
14	0,2443	242	970	249	59	1,0297	857	515	1,664
15	0,2618	259	966	268	60	1,0472	866	500	1,732
16	0,2793	276	961	287	61	1,0647	0,875	0,485	1,804
17	0,2967	292	956	306	62	1,0821	883	470	1,881
18	0,3142	309	951	325	63	1,0996	891	454	1,963
19	0,3316	326	946	344	64	1,1170	899	438	1,050
20	0,3491	342	940	364	65	1,1345	906	423	1,145
21	0,3665	358	934	384	66	1,1519	914	407	2,246
22	0,3840	375	927	404	67	1,1694	921	391	2,356
23	0,4014	391	921	425	68	1,1868	927	375	2,475
24	0,4189	407	914	445	69	1,2043	934	358	2,605
25	0,4363	423	906	466	70	1,2218	940	342	2,747
26	0,4538	438	899	488	71	1,2392	946	326	2,904
27	0,4712	454	891	510	72	1,2566	951	309	3,078
28	0,4887	470	883	532	73	1,2741	956	292	3,271
29	0,5061	485	875	554	74	1,2915	951	276	3,487
30	0,5236	500	866	577	75	1,3090	966	259	3,732
31	0,5411	0,515	0,857	0,601	76	1,3265	0,970	0,242	4,011
32	0,5585	530	848	625	77	1,3439	974	225	4,331
33	0,5760	545	839	649	78	1,3614	978	208	4,705
34	0,5934	559	829	675	79	1,3788	982	191	5,145
35	0,6109	574	819	700	80	1,3963	985	174	5,671
36	0,6283	588	809	727	81	1,4137	988	156	6,314
37	0,6458	602	799	754	82	1,4312	990	139	7,115
38	0,6632	616	788	781	83	1,4486	994	122	8,144
39	0,6807	629	777	810	84	1,4661	995	105	9,514
40	0,6981	643	766	839	85	1,4835	996	087	11,43
41	0,7156	656	755	869	86	1,5010	998	070	14.30
42	0,7330	669	743	869	87	1,5184	999	052	19,08
43	0,7505	682	731	933	88	1,5359	999	035	28,64
44	0,7679	695	719	966	89	1,5533	1,000	018	57,29
45	0,7854	707	707	1,000	90	1,5708	1,000	000	∞

Índice